## ВОДОПОСТАЧАННЯ ТА ВОДОВІДВЕДЕННЯ

**УДК 625.35**

**Беляев Н. Н., д.т.н., проф.** (Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта имени академика В. Лазаряна, г. Днепропетровск), **Нагорная Е. К., асс.** (Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры, г. Днепропетровск)

# К РАСЧЕТУ ВЕРТИКАЛЬНОГО ОТСТОЙНИКА НА БАЗЕ CFD МОДЕЛИ

**Розроблена 2D чисельна модель для розрахунку вертикального відстійника з перешкодою всередині. Модель базується на чисельному інтегруванні рівняння конвективно-дифузійного переносу домішки та моделі потенційного руху. Наводяться результати обчислювального експерименту.**
**Ключові слова: чисельне моделювання, вертикальний відстійник.**

**Разработана 2D численная модель для расчета вертикального отстойника с препятствием внутри. Модель базируется на численном интегрировании уравнения конвективно-дифузионного переноса примеси и модели потенциального движения. Приведены результаты вычислительного эксперимента.**
**Ключевые слова: численное моделирование, вертикальный отстойник.**

**The 2D numerical model was developed and used to simulate the pollutant transfer in the vertical settler with the central tube having deflector. The model is based on the numerical integration of the K-gradient transport model and the model of the potential flow. The results of numerical experiment are presented.**
**Keywords: numerical simulation, vertical settler.**

**Введение.** В настоящее время, в области водоснабжения и водоотведения, активно развивается научное направление по разработке методов расчета вертикальных отстойников. В Украине для расчета данных сооружений применяются такие группы моделей: балансовые модели [1], регрессионные [2], одномерные кинематические модели транспорта загрязнителя в отстойнике [3, 4].

**Анализ публикаций.** Перечисленные модели являются экономичными, простыми для практического применения, но эти модели не позволяют учесть, при расчете, геометрическую форму отстойника или другие его конс-

труктивные особенности. Это является серьезным ограничением на пути их промышленного использования, когда, при проведении серийных расчетов, необходимо варьировать параметры отстойников в широком диапазоне. Форма отстойника может быть учтена только при использовании 2D или 3D CFD моделей, которые основываются на численном решении уравнений гидродинамики и массопереноса. За рубежом для решения гидродинамической задачи (определение поля скорости внутри отстойника) применяется, как правило, модель вязкой жидкости (уравнения Навье-Стокса). Но применение модели вязкой жидкости требует использования очень мелкой сетки, что приводит к весьма существенным затратам времени на получение результата. Кроме этого, расчет отстойника на базе специализированного (лицензионного) кода, реализующего CFD модель стоит, за рубежом, свыше 20 тысяч долларов [5]. В Украине CFD модели для расчета вертикальных отстойников не разрабатываются.

В этой связи, актуальной проблемой является разработка эффективных методов расчета вертикальных отстойников, основанных на применении CFD моделей и позволяющих оперативно, с малыми финансовыми затратами, рассчитывать данные сооружения, имеющие сложную геометрическую форму.

**Цель статьи.** Разработка CFD модели массопереноса в вертикальном отстойнике, позволяющей учитывать при моделировании геометрическую форму отстойника.

**Математическое моделирование.** Процесс распространения загрязнителя в вертикальном отстойнике рассчитывается на базе усредненного по ширине сооружения уравнения переноса примеси [6]

$$\frac{\partial C}{\partial t}+\frac{\partial uC}{\partial x}+\frac{\partial (v-w)C}{\partial y}+kC=div(\mu gradC), \qquad (1)$$

где $C$ – концентрация загрязнителя в сточной воде внутри отстойника; $u, v$ – компоненты вектора скорости течения; $\mu=\left(\mu_x, \mu_y\right)$ – коэффициенты диффузии; $t$ – время; $w$ – скорость оседания загрязнителя; $k$ – коэффициент, учитывающий процессы агломерации и т. п. в отстойнике.

Краевые условия. Стенки отстойника и различные непроницаемые объекты внутри него (труба, перегородки и т. п.) являются граничными линиями тока. В построенной численной модели на этих границах реализуется граничное условие

$$\frac{\partial C}{\partial n}=0,$$

где $n$ – единичный вектор внешней нормали к твердой поверхности.

На твердых поверхностях отстойника в численной модели реализуется граничное условие «поглощения» загрязнителя. На входной границе (граница входа потока сточных вод в отстойник) ставится условие

$$C\big|_{граница} = C_E,$$

где $C_E$ – известное значение концентрации загрязнителя.

На выходной границе расчетной области, в численной модели ставится «циклическое» (мягкое) граничное условие вида

$$C(i+1,\ j) = C(i,\ j),$$

где $i$, $j$ – номер разностной ячейки.

В начальный момент времени полагается $C = 0$ в расчетной области. Задача распространения загрязнителя в отстойнике решается на установление решения.

**Модель гидродинамики**. Решение уравнения переноса загрязнителя внутри отстойника (1) возможно, если известно поле скорости потока в вертикальном отстойнике. Поэтому, для расчета транспорта загрязнителя в отстойнике необходимо предварительно рассчитать это поле скорости. Для решения данной гидродинамической задачи используется модель потенциального течения. В этом случае моделирующее уравнение имеет вид [7]

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0, \qquad (2)$$

где $P$ – потенциал скорости.

Для уравнения (2) ставятся следующие граничные условия [7]:

- на твердых стенках отстойника, перегородках внутри него: $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$,

где $n$ – единичный вектор внешней нормали к твердой границе;

- на входной границе (область втекания сточных вод в отстойник – вход в центральную трубу): $\frac{\partial P}{\partial n} = V_n$, где $V_n$ – известное значение скорости втекания;

- на выходной границе расчетной области (область выхода осветленных вод из отстойника) $P = P*(x = const, y) + const.$ (условие Дирихле).

После расчета поля потенциала скорости осуществляется расчет компонент вектора скорости потока сточных вод на базе зависимостей [3].

$$u = \frac{\partial P}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial P}{\partial y}.$$

**Численный метод решения уравнения переноса загрязнителя.** Для численного интегрирования уравнения переноса загрязнителя в отстойнике

применяется попеременно – треугольная разностная схема [8]. Численный расчет реализуется на прямоугольной разностной сетке. Значение концентрации загрязнителя рассчитывается в центрах разностных ячеек.

Разностные соотношения данной схемы в операторном виде записываются так [8]:

на первом шаге расщепления $k = n + \frac{1}{4}$;

$$\frac{\left(C_{ij}^{k} - C_{ij}^{n}\right)}{\Delta t} + \frac{1}{2}\left(L_x^{+}C^{k} + L_y^{+}C^{k}\right) = \frac{1}{4}\left(M_{xx}^{+}C^{k} + M_{xx}^{-}C^{k} + M_{yy}^{+}C^{k} + M_{yy}^{-}C^{n}\right)$$

на втором шаге расщепления $k = n + \frac{1}{2}$; $c = n + \frac{1}{4}$;

$$\frac{\left(C_{ij}^{k} - C_{ij}^{c}\right)}{\Delta t} + \frac{1}{2}\left(L_x^{-}C^{k} + L_y^{-}C^{k}\right) = \frac{1}{4}\left(M_{xx}^{-}C^{k} + M_{xx}^{+}C^{c} + M_{yy}^{-}C^{k} + M_{yy}^{+}C^{c}\right)$$

на третьем шаге расщепления $k = n + \frac{3}{4}$; $c = n + \frac{1}{2}$;

$$\frac{\left(C_{ij}^{k} - C_{ij}^{c}\right)}{\Delta t} + \frac{1}{2}\left(L_x^{+}C^{k} + L_y^{-}C^{k}\right) = \frac{1}{4}\left(M_{xx}^{-}C^{c} + M_{xx}^{+}C^{k} + M_{yy}^{-}C^{k} + M_{yy}^{+}C^{c}\right)$$

на четвертом шаге расщепления $k = n + 1$; $c = n + \frac{3}{4}$;

$$\frac{\left(C_{ij}^{k} - C_{ij}^{c}\right)}{\Delta t} + \frac{1}{2}\left(L_x^{-}C^{k} + L_y^{+}C^{k}\right) = \frac{1}{4}\left(M_{xx}^{-}C^{k} + M_{xx}^{+}C^{c} + M_{yy}^{-}C^{c} + M_{yy}^{+}C^{k}\right).$$

В данных выражениях использованы следующие обозначения разностных операторов

$$\frac{\partial u^{+}C}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1,j}^{+}C_{ij}^{n+1} - u_{ij}^{+}C_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^{+}C^{n+1},$$

$$\frac{\partial u^{-}C}{\partial x} \approx \frac{u_{i+1,j}^{-}C_{i+1,j}^{n+1} - u_{ij}^{-}C_{ij}^{n+1}}{\Delta x} = L_x^{-}C^{n+1},$$

$$\frac{\partial v^{+}C}{\partial y} \approx \frac{v_{i,j+1}^{+}C_{ij}^{n+1} - v_{ij}^{+}C_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y} = L_y^{+}C^{n+1},$$

$$\frac{\partial v^- C}{\partial y} \approx \frac{v^-_{i,j+1} C^{n+1}_{i,j+1} - v^-_{ij} C^{n+1}_{ij}}{\Delta y} = L^-_y C^{n+1},$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\mu_x \frac{\partial C}{\partial x}\right) \approx \tilde{\mu}_x \frac{C^{n+1}_{i+1,j} - C^{n+1}_{i,j}}{\Delta x^2} - \tilde{\mu}_x \frac{C^{n+1}_{i,j} - C^{n+1}_{i-1,j}}{\Delta x^2} = M^-_{xx} C^{n+1} + M^+_{xx} C^{n+1}$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu_y \frac{\partial C}{\partial y}\right) \approx \tilde{\mu}_y \frac{C^{n+1}_{i,j+1} - C^{n+1}_{i,j}}{\Delta y^2} - \tilde{\mu}_y \frac{C^{n+1}_{i,j} - C^{n+1}_{i,j-1}}{\Delta y^2} = M^-_{yy} C^{n+1} + M^+_{yy} C^{n+1}$$

и т.д. В приведенных обозначениях принято $\nu = \nu - w$.

Подробное пояснение к данным разностным операторам представлено в работе [8]. Неизвестное значение концентрации загрязнителя на каждом шаге расщепления определяется по явной формуле «бегущего счета».

**Численное интегрирование уравнения для потенциала скорости.** Для численного интегрирования уравнения (2) используется метод Либмана [9]. В этом случае аппроксимирующее уравнение имеет вид:

$$\frac{P_{i+1,j} - 2P_{i,j} + P_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{P_{i,j+1} - 2P_{i,j} + P_{i,j-1}}{\Delta y^2} = 0.$$

Неизвестное значение потенциала скорости в центре разностной ячейки определяется по формуле

$$P_{i,j} = \left[\frac{P_{i+1,j} + P_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{P_{i,j+1} + P_{i,j-1}}{\Delta y^2}\right] \Big/ A,$$

где

$$A = \left(\frac{2}{\Delta x^2} + \frac{2}{\Delta y^2}\right).$$

Рассчитанное поле потенциала скорости используется для определения компонент вектора скорости по формулам:

$$u_{ij} = \frac{P_{i,j} - P_{i-1,j}}{\Delta x},$$

$$v_{ij} = \frac{P_{i,j} - P_{i,j-1}}{\Delta y}.$$

Компоненты вектора скорости водной среды рассчитываются на гранях разностных ячеек, что позволяет построить консервативную разностную схему для уравнения переноса загрязнителя внутри отстойника.

Расчет поля скорости и процесса переноса загрязнителя в вертикальных отстойниках проводится в области сложной геометрической формы. Формирование геометрической формы отстойника на прямоугольной разностной сетке, осуществляется с помощью метода маркирования [8]. Это дает возможность быстро формировать любую геометрическую форму отстойника, без каких либо налагаемых на нее ограничений.

**Практическая реализация модели.** На основе построенной CFD модели разработан специализированный код «Settler-2». Для программирования использовался *FORTRAN.*

Построенная математическая модель была использована для моделирования процесса массопереноса в вертикальном отстойнике с короткой подводящей трубой, имеющей один и два дефлектора. Схема отстойников приведена на рис. 1, 2. На данных рисунках стрелками показано место, где происходит вход и выход потока из отстойника. Следует подчеркнуть, что рассматриваемая область движения потока загрязненной воды внутри вертикального отстойника является очень сложной для теоретического расчета. *Цель* моделирования – оценка эффективности очистки воды в отстойниках рассматриваемого типа.

Вычислительный эксперимент проводился при таких параметрах: скорость потока на входе в трубу 21,7 м/ч; коэффициент диффузии 0,7 м$^2$/ч; $w = 1,6$ м/ч; $k = 0$; длина отстойника 8 м; глубина 3,8 м. Концентрация загрязнителя во входящем в отстойник потоке равна 100 ед. (в безразмерном виде). Длина дефлектора – 1,5 м. Длина центральной трубы – 1 м.

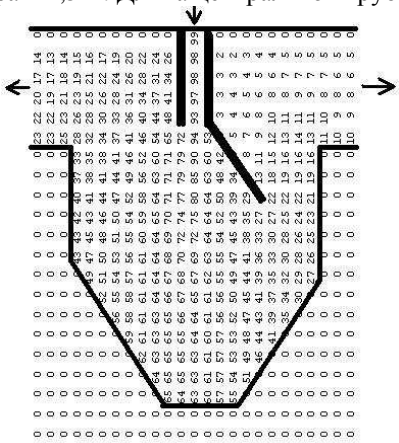

Рис. 1. Распределение концентрации загрязнителя в вертикальном отстойнике (центральная труба, имеющая один дефлектор)

Рассмотрим результаты вычислительного эксперимента. На рис. 1 представлены прогнозные значения концентрации загрязнителя в отстойнике с одним дефлектором. На этих рисунках значение концентрации представлено в безразмерном виде: каждое число – это величина концентрации в процентах от величины входной концентрации. Такое представление результатов вычислительного эксперимента дает возможность быстро анализировать информацию по оценке величины концентрации в любой части отстойника. Здесь следует отметить, что вывод на печать результатов расчета осуществляется по формату печати «целых» чисел, т.е. дробная часть числа не выдается на печать. Это значит, что если, например, в какой-то точке расчетное значение концентрации составляет, например, «6,15%» от концентрации на входе в отстойник, то на печать будет выведено число «6». Аналогично, если значение концентрации менее 1%, то на печать выдается «0». Данный подход к такому выводу результатов на «печать» эффективен при проведении серийных расчетов, когда осуществляется «перебор» различных вариантов с целью выбора наиболее оптимальной конструкции сооружения. Для детального анализа данных расчета разработанный код выдает значение концентрации по формату «действительных» чисел.

Как видно из рис.1 величина концентрации на выходе из отстойника с одним дефлектором ( т.е. эффект очистки ) составляет:

- на правом выходе из отстойника (в той части сооружения, где располагается дефлектор) 5-10%;
- на левом выходе 14-23%.

Таким образом, очевидно, что в той части вертикального отстойника, где расположен дефлектор, произошло более интенсивное осаждение загрязнителя. Значит, располагая дополнительный дефлектор в левой части отстойника можно ожидать повышение степени очистки воды в этой части сооружения. Этот эффект показан на рис. 2.

Видно, что при использовании двух дефлекторов концентрация загрязнителя на каждом выходе равна:

- на правом выходе из отстойника 7-13%;
- на левом выходе – 8-13.

Данные вычислительного эксперимента показывают сильное влияние «геометрического воздействия» на процесс оседания загрязнителя в вертикальном отстойнике. Это значит, что для действующих отстойников можно провести «минимальную» реконструкцию и за счет геометрического воздействия (установка внутри сооружений дефлекторов, пластин и т. п.) повысить эффективность работы сооружения. Для каждого конкретного отстойника и для конкретных условий его работы выбор и обоснование тех или иных элементов «геометрического» воздействия, места их расположения в отстойнике, их размеры можно определить методом вычислительного эксперимента на базе разработанной CFD модели.

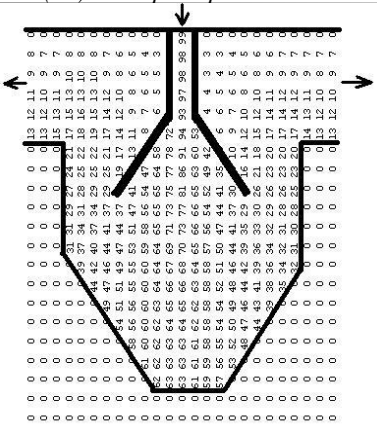

Рис. 2. Распределение концентрации загрязнителя в вертикальном отстойнике (центральная труба, имеющая два дефлектора)

В заключение отметим, что для расчета одного варианта задачи потребовалось 15 с компьютерного времени. Такие минимальные затраты времени на проведение вычислительного эксперимента являются важным обстоятельством при проведении серийных расчетов на практике.

**Выводы.** В работе представлена эффективная CFD модель для исследования процесса массопереноса в вертикальных отстойниках сложной геометрической формы. Созданный специализированный код может быть использован как инструмент решения важных задач при проектировании и реконструкции вертикальных отстойников. Дальнейшее направление данной работы следует проводить в направлении разработки трехмерной модели процесса массопереноса в отстойниках.

**1.** Таварткиладзе И. М. Математическая модель расчета вертикальных отстойников с перегородкой / И. М. Таварткиладзе, А. М. Кравчук, О. М. Нечипор // Водоснабжение и санитарная техника. – Вып. № 1. – 2006. – Ч. 2. – С. 39-42. **2.** Токарь И. Я. К расчету вертикальных отстойников водоочистных сооружений / Токарь И. Я., Сухоруков Г. И., Сухоруков Д. Г. // Науковий вісник будівництва. – № 59, 2010. – С. 293-296. **3.** Олейник А. Я. Теоретический анализ процессов осаждения в системах биологической очистки сточных вод / А. Я. Олейник, Ю. И. Калугин, Н. Г. Степовая, С. М. Зябликов // Прикладная гидромеханика. – Том 6 (78). – № 4. – 2004. – С. 62-67. **4.** Степова Н. Г. До розрахунку вертикального відстійника з урахуванням форми його нижньої частини / Н. Г. Степова, Ю. І. Калугін, О. Я. Олійник // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравлики. – Вип. № 14. – 2010. – С. 145-151. **5.** Andrew Shaw et al // Optimizing energy dissipating inlet (EDI) design in clarifiers using an innovative CFD tool // 2005 Water Environment Federation **6.** Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды / Г. И. Марчук. – М. : Наука, 1982. – 320 с. **7.** Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа / Л. Г. Лойцянский. – М. : Наука, 1978. – 735 с. **8.** Згуровский М. З. Численное моделирование распространения загрязнения в окружающей среде / М. З. Згуровский, В. В. Скопецкий, В. К. Хрущ, Н. Н. Беляев. – К. : Наук. думка, 1997. – 368 с. **9.** Самарский А. А. Теория разностных схем /А. А. Самарский. – М. : Наука, 1983. – 616 с.

Рецензент: д.т.н., професор Орлов В. О. (НУВГП)