



Національний університет

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України

Національний університет водного господарства та природокористування

Кафедра опору матеріалів, теоретичної та будівельної механіки

084-46

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ЗАВДАННЯ

**до виконання розрахунково-проектувальних робіт
і задач для самостійної роботи
з навчальної дисципліни “*Опір матеріалів*”
для студентів за напрямками підготовки
„*Машинобудування*”, „*Автомобільний транспорт*”,
„*Обладнання хімічних виробництв і підприємств
будівельних матеріалів*”, денної форми навчання**

Рекомендовано
методичною комісією за напрямом
підготовки „*Машинобудування*”
Протокол № 15 від 17 квітня 2012 р

Рівне - 2012



Національний університет

водних ресурсів та

захисту довкілля

Методичні вказівки та завдання до виконання розрахунково-проектувальних робіт і задач для самостійної роботи з навчальної дисципліни “Опір матеріалів” для студентів за напрямом підготовки „Машинобудування”, „Автомобільний транспорт”, „Обладнання хімічних виробництв і підприємств будівельних матеріалів” денної форми навчання / Андрушков В.І., Гуртовий О.Г., Тинчук С.О., – Рівне: НУВГП, 2012, – 33 с.

Упорядники: Андрушков В.І., канд.техн.наук, доцент
Гуртовий О.Г., канд.техн.наук, доцент
Тинчук С.О., старший викладач



Відповідальний за випуск – Трач В.М., доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри опору матеріалів, теоретичної та будівельної механіки.

Національний університет
водних ресурсів та
захисту довкілля

© Андрушков В.І.,
Гуртовий О.Г. ,
Тинчук С.О., 2012

© НУВГП, 2012



| | стор. |
|---|-------|
| Вступ | 4 |
| 1. Розрахунки бруса на міцність при центральному розтязі чи стиску, зсуві, зминанні | 5 |
| Задача 1. Розрахунок східчастого бруса (стрижня) при центральному розтязі чи стиску..... | 5 |
| Задача 2. Розрахунок статично невизначної стрижневої системи | 7 |
| Задача 3. Розрахунок на міцність вузлового з'єднання стрижня заклепками та електрозварюванням | 9 |
| 2. Геометричні характеристики складених перерізів | 13 |
| Задача 4. Визначення моментів інерції складених перерізів | 13 |
| 3. Розрахунки валів та балок | 15 |
| Задача 5. Розрахунок вала на кручення | 15 |
| Задача 6. Побудова епюр поперечних сил і згинних моментів для статично визначних балок | 17 |
| Задача 7. Розрахунок на міцність і жорсткість статично невизначних балок | 20 |
| 4. Складний опір бруса | 22 |
| Задача 8. Побудова епюр зусиль для статично визначних рам.. | 22 |
| Задача 9. Згин з крученням. Розрахунок трансмісійного вала на міцність..... | 24 |
| Задача 10. Розрахунок на міцність бруса з ламаною віссю при дії просторового навантаження | 26 |
| 5. Дія на брус динамічних навантажень | 29 |
| Задача 11. Розрахунок ламаного бруса, що обертається | 29 |
| Задача 12. Розрахунок статично визначної балки при коливаннях | 31 |
| Література | 33 |



ВСТУП

Метою даних методичних вказівок є надання допомоги студентам денної форми навчання при виконанні ними індивідуальних завдань – розрахунково-проектувальних робіт (РПР) з опору матеріалів.

Залежно від напрямку підготовки до складу РПР включено задачі, передбачені відповідною робочою програмою з навчальної дисципліни „*Опір матеріалів*”.

Кожен студент виконує РПР за індивідуальним варіантом, використовуючи три останні цифри номера залікової книжки та три перших літери української абетки. Якщо, наприклад, в номері залікової книжки присутні послідовно такі три останні цифри 752, то початкові дані індивідуального завдання вибираються із таблиці даних з десятьма рядками в такій послідовності:

1) — формується шифр індивідуального варіанта шляхом послідовного розміщення під трьома останніми цифрами номера залікової книжки трьох перших літер української абетки, тобто в нашому випадку шифр матиме вид:

$$\begin{array}{ccc} 7 & 5 & 2 \\ a & б & в \end{array}$$

Літерами (одинадцятий рядок таблиці) зашифровано колонки із значеннями необхідних параметрів задачі, а цифрами – рядки, із яких необхідно вибрати конкретне значення індивідуального варіанта.

2) із таблиці даних, наприклад із таблиці 1.1, в нашому випадку необхідно вибрати такі вихідні дані індивідуального варіанта: схема – 1, матеріал – сталь Ст.3, форма перерізу – 1, $F_1 = 35\text{кН}$, $F_2 = 50\text{кН}$, $F_3 = 40\text{кН}$ $a = 2\text{м}$, $b = 1\text{м}$, $c = 2\text{м}$.

Розрахунки рекомендується виконувати з використанням персональних комп'ютерів, мікрокалькуляторів, додержуючись правил операцій з наближеними числами.

Кожну РПР потрібно оформити на папері формату А-4 згідно з вимогами ЄСКД.

Терміни виконання кожної конкретної роботи встановлюються навчальним планом.



1. РОЗРАХУНКИ БРУСА НА МІЦНІСТЬ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМУ РОЗТЯЗІ ЧИ СТИСКУ, ЗСУВІ, ЗМИНАННІ

1.1. Задача 1. Розрахунок східчастого бруса (стрижня) при центральному розтязі чи стиску

Умова задачі. Для заданого стрижня (рис.1.1., 1.2., табл.1.1) побудувати епюру поздовжніх сил та визначити, виходячи із умови міцності, розміри поперечних перерізів на всіх трьох ділянках за умови, що відомими є матеріал та форма перерізу. Визначити подовження або зменшення довжини кожної ділянки та побудувати епюру переміщень поперечних перерізів стрижня.

Таблиця 1.1 (дані до задачі 1)

| № рядка | Схема (рис. 1.1) | Матеріал | Форма перерізу (рис.1.2) | F_1 , кН | F_2 , кН | F_3 , кН | a | b | c |
|---------|------------------|------------|--------------------------|------------|------------|------------|-----|-----|-----|
| | | | | | | | м | | |
| 1 | 0 | сталь Ст.3 | 1 | 55 | 10 | 30 | 1 | 2 | 1,5 |
| 2 | 1 | чавун | 2 | 45 | 20 | 40 | 2 | 1 | 2 |
| 3 | 2 | мідь | 3 | 35 | 30 | 10 | 1,5 | 2,5 | 1,5 |
| 4 | 3 | бронза | 4 | 25 | 40 | 50 | 3 | 2 | 1 |
| 5 | 4 | дуралюмін | 1 | 15 | 50 | 40 | 2,5 | 3 | 2 |
| 6 | 5 | мідь | 2 | 25 | 40 | 20 | 2 | 1,5 | 2 |
| 7 | 6 | сталь Ст.3 | 3 | 35 | 10 | 10 | 2 | 2 | 3 |
| 8 | 7 | чавун | 4 | 45 | 30 | 30 | 1 | 1,5 | 2 |
| 9 | 8 | сталь Ст.3 | 3 | 15 | 50 | 40 | 3 | 1 | 2 |
| 0 | 9 | бронза | 4 | 55 | 20 | 50 | 1 | 2,5 | 3 |
| | v | a | b | a | b | v | v | | |

Послідовність розв'язання задачі.

1. Побудувати епюру поздовжніх сил (без врахування власної ваги бруса).
2. Визначити із умови міцності розміри перерізу бруса (стрижня) на кожній ділянці.
3. Побудувати епюру переміщень поперечних перерізів бруса (стрижня), не враховуючи його власної ваги.



В таблиці 1.2 наведено значення модуля пружності E , а також допустимої напруги при стиску σ_{adm}^c та при розтязі σ_{adm}^t для використаних матеріалів.

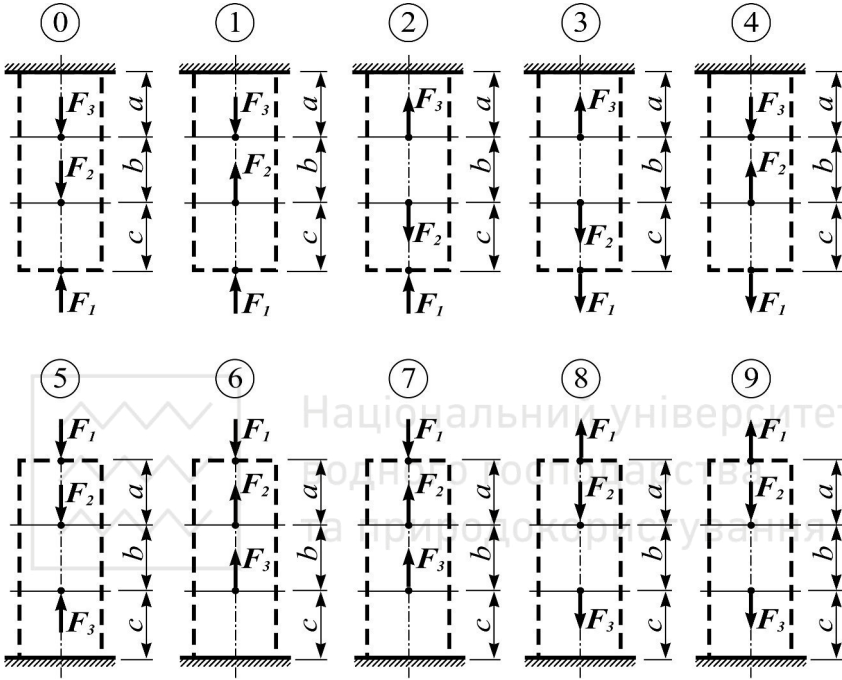


Рис. 1.1. Розрахункова схема бруса (стрижня)

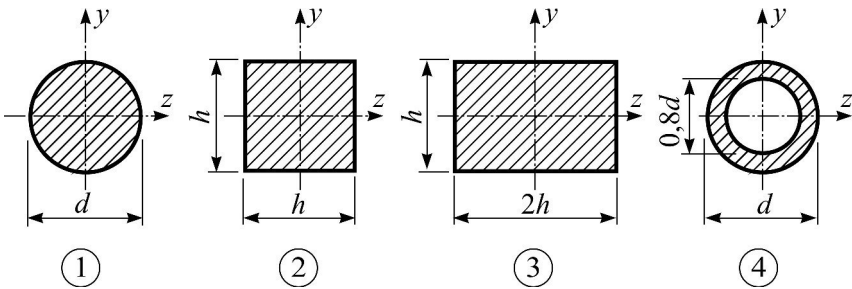


Рис. 1.2. Форма перерізу бруса (стрижня)



Таблиця 1.2 (дані до задачі 1)

| Матеріал | E , МПа | σ_{adm}^t , МПа | σ_{adm}^c , МПа |
|------------|-------------------|------------------------|------------------------|
| Сталь Ст.3 | $2,1 \cdot 10^5$ | 160 | 160 |
| Чавун | $1,6 \cdot 10^5$ | 30 | 120 |
| Мідь | $1,1 \cdot 10^5$ | 60 | 60 |
| Бронза | $1,0 \cdot 10^5$ | 70 | 70 |
| Дуралюмін | $0,71 \cdot 10^5$ | 80 | 80 |

1.2. Задача 2. Розрахунок статично невизначної стрижневої системи

Умова задачі. Виконати розрахунок статично невизначної стрижневої системи (рис.1.3.), яку навантажено силою F . При розрахунках вважати: брус AB абсолютно жорстким, опори шарнірно нерухомими, з'єднання стрижнів 1 та 2 з брусом AB і опорними поверхнями шарнірними. Дані до задачі вибрати (згідно з власним варіантом) із таблиці 1.3.

Послідовність розв'язання задачі.

1. Визначити ступінь статичної невизначності стрижневої конструкції.

2. Скласти рівняння рівноваги для абсолютно жорсткого бруса AB (статичний бік задачі), застосувавши метод перерізів.

3. Скласти рівняння сумісності деформацій (геометричний бік задачі). При цьому застосувати гіпотезу про малі деформації, згідно з якою можна вважати, що:

а) вузли приєднання стрижнів 1 та 2 до бруса AB зміщуються лише вертикально;

б) кути нахилу стрижнів змінюються нехтовно мало.

4. Виразити за законом Гука абсолютні подовження чи укорочення стрижнів 1 та 2 через поздовжні сили, що виникають у них внаслідок навантаження (фізичний бік задачі).

5. Розв'язати разом статичні, геометричні та фізичні рівняння відносно поздовжніх сил N_1 та N_2 .

Зауваження: необхідно пам'ятати, що силовий стан системи залежить від співвідношення жорсткостей стрижнів EA , а задане умовою задачі співвідношення не є оптимальним за витратою матеріалу.



Національний університет
водного господарства
та природокористування

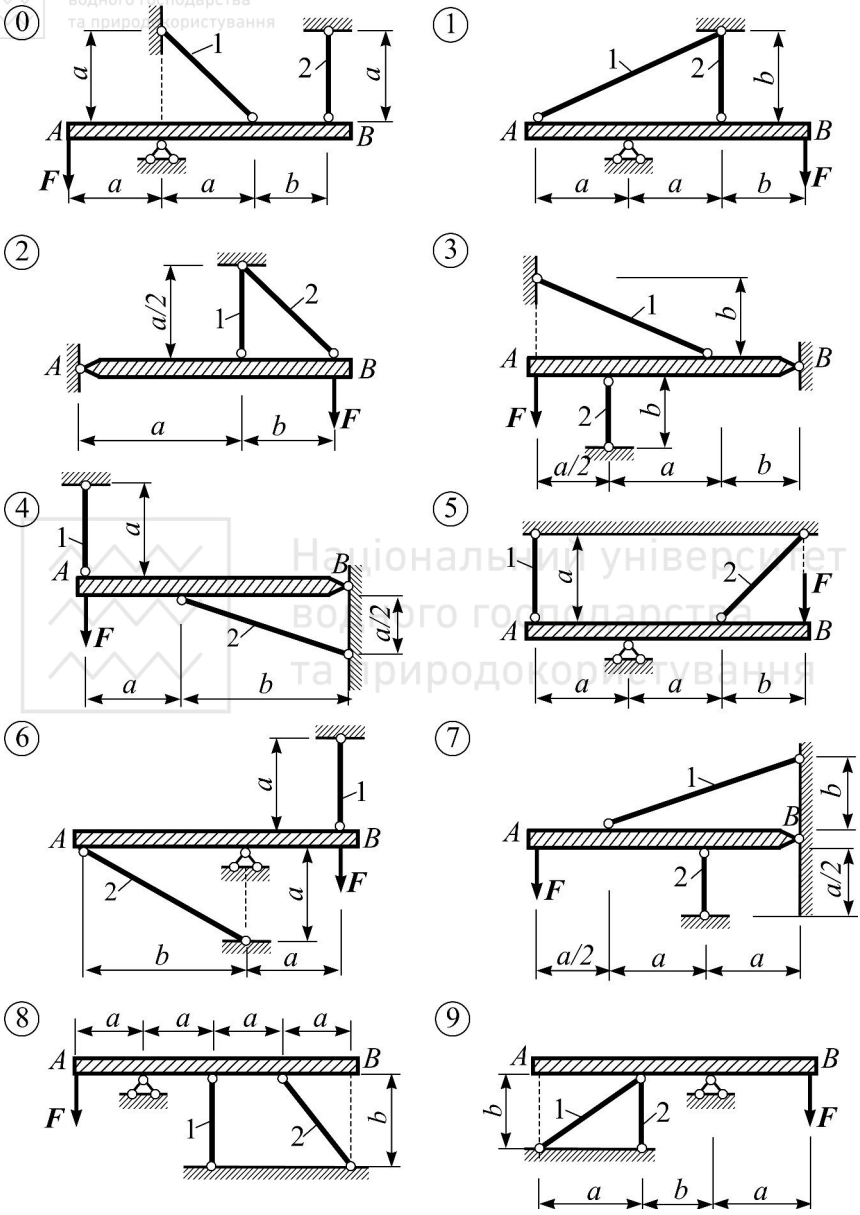


Рис. 1.3. Розрахункова схема стрижневої системи



6. Із умови міцності при розтязі-стиску, знаючи допустиму напругу (табл.1.2), визначити площі поперечних перерізів стрижнів A_1 і A_2 . При цьому зберегти відношення A_1/A_2 .

Таблиця 1.3 (дані до задачі 2)

| № рядка | Розрахункова схема | Сила F , кН | a , м | b , м | $\frac{A_1}{A_2}$ | Матеріал | |
|---------|--------------------|---------------|---------|---------|-------------------|------------|------------|
| | | | | | | стрижень 1 | стрижень 2 |
| 1 | 0 | 250 | 1,0 | 1,2 | 0,5 | чавун | чавун |
| 2 | 1 | 270 | 1,2 | 1,4 | 1 | сталь Ст.3 | сталь Ст.3 |
| 3 | 2 | 290 | 1,4 | 1,6 | 1,5 | мідь | мідь |
| 4 | 3 | 310 | 1,6 | 1,8 | 2 | бронза | бронза |
| 5 | 4 | 330 | 1,8 | 2,0 | 2,5 | дуралюмін | дуралюмін |
| 6 | 5 | 350 | 2,0 | 2,2 | 3 | сталь Ст.3 | сталь Ст.3 |
| 7 | 6 | 370 | 2,2 | 2,4 | 3,5 | чавун | чавун |
| 8 | 7 | 390 | 2,4 | 2,6 | 4 | сталь Ст.3 | сталь Ст.3 |
| 9 | 8 | 410 | 2,6 | 2,8 | 4,5 | мідь | мідь |
| 0 | 9 | 430 | 2,8 | 3,0 | 5 | бронза | бронза |
| | v | a | b | v | a | b | v |

1.3. Задача 3. Розрахунок на міцність вузлового з'єднання стрижня заклепками та електрозварюванням

Умова задачі. Виконати розрахунок на міцність з'єднання стрижня ферми підйомного мостового крана із двох кутиків з вузловою пластинкою. Стрижень складається із двох однакових кутиків. Розрахунок виконати для двох варіантів з'єднання: клепаного та зварного. Дані для розрахунків вибрати із таблиці 1.4.

Послідовність розв'язання задачі з рахунку клепаного з'єднання (рис.1.4).

1. Із умови міцності при розтязі визначити площу нетто стрижня A_{nt} .



2. У зв'язку з наявністю отворів під заклепки, які послаблюють стрижень, визначити розрахункову площу його поперечного перерізу за формулою

$$A = (1,1 \div 1,2) A_{nt}.$$

3. Із таблиць сортаменту добрати два рівнобоких чи нерівнобоких кутика із загальною площею поперечного перерізу найбільш близькою до розрахункової площі A .

Зауважимо, що з конструктивних міркувань необхідно добирати кутики з шириною полиці $B \geq 45$ мм.

Таблиця 1.4 (дані до задачі 3)

| № рядка | Зусилля N , що розтягує стрижень, кН | Допустима напруга, МПа | | | |
|---------|--|-------------------------|--------------------------------|------------------------------|---------------------------|
| | | розтягу, σ_{adm} | зминання, σ_{adm}^{con} | зрізу заклепок, τ_{adm} | зрізу шва, τ_{adm}^w |
| 1 | 200 | 120 | 240 | 80 | 90 |
| 2 | 240 | 125 | 250 | 85 | 92 |
| 3 | 280 | 130 | 260 | 90 | 94 |
| 4 | 320 | 135 | 270 | 95 | 96 |
| 5 | 360 | 140 | 280 | 100 | 100 |
| 6 | 400 | 145 | 290 | 105 | 102 |
| 7 | 440 | 150 | 300 | 110 | 104 |
| 8 | 480 | 155 | 320 | 115 | 105 |
| 9 | 520 | 160 | 330 | 120 | 108 |
| 0 | 560 | 165 | 340 | 125 | 110 |
| | <i>в</i> | <i>б</i> | <i>в</i> | <i>а</i> | <i>в</i> |

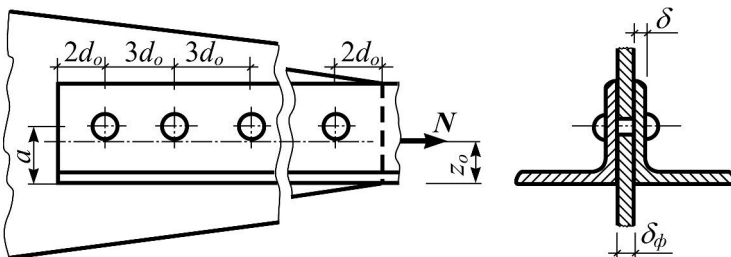


Рис.1.4. З'єднання за допомогою заклепок



Таблиця 1.5 (розміри заклепки)

| | | | | | | | | | | | | |
|--|--|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| | Діаметр стрижня заклепки d , мм | 8 | 10 | 13 | 16 | 19 | 22 | 25 | 28 | 31 | 34 | 37 |
| | Діаметр отвору під заклепку d_o , мм | 9 | 11 | 14 | 17 | 20 | 23 | 26 | 29 | 32 | 35 | 38 |
| | Діаметр шляпки заклепки D , мм | 14 | 16 | 21 | 25 | 30 | 35 | 40 | 45 | 50 | 55 | 60 |

Таблиця 1.6 (розміщення заклепок)

| | Одна риска | | | Дві риски | | | |
|--|------------|------------|------------|-------------------------------|------------|------------|------------|
| | B , мм | a_1 , мм | d_o , мм | B , мм | a_1 , мм | a_2 , мм | d_o , мм |
| | 45 | 25 | 11 | В шаховому порядку | | | |
| | 50 | 30 | 11 | 125 | 55 | 35 | 23 |
| | 56 | 30 | 14 | 140 | 60 | 40 | 26 |
| | 63 | 35 | 17 | 160 | 65 | 80 | 26 |
| | 70 | 40 | 17 | У два ряди | | | |
| | 75 | 45 | 20 | 140 | 55 | 60 | 20 |
| | 80 | 45 | 20 | 160 | 60 | 70 | 23 |
| | 90 | 50 | 23 | В шаховому порядку в два ряди | | | |
| | 100 | 55 | 23 | | | | |
| | 120 | 60 | 26 | 180 | 65 | 75 | 26 |
| | 125 | 70 | 26 | 200 | 80 | 80 | 26 |
| | 140 | 75 | 26 | 220 | 90 | 90 | 29 |
| | - | - | - | 250 | 100 | 90 | 29 |



4. Із умов міцності на зріз та зминання визначити необхідну кількість заклепок n . Розрахунок потрібно виконувати за діаметром отвору d_o , вважаючи, що після заклепування заклепка повністю заповнює отвір (таблиця 1.5).

Товщину вузлової пластинки δ_ϕ (фасонки) призначити наступним чином:

$$\delta_\phi = (0,8 \div 1,2)\delta.$$

Із двох одержаних за розрахунками на зріз та на зминання значень n потрібно прийняти більше число. При цьому кількість заклепок може бути $n \geq 2$.

5. Перевірити міцність стрижня, враховуючи послаблення перерізу кутиків заклепочними отворами.

6. Накреслити розраховане заклепочне з'єднання, вибравши риси розміщення заклепок a_1 і a_2 із таблиці 1.6 в залежності від ширини полиці кутика B , але не більше шести в одному ряду.

Послідовність розв'язання задачі з розрахунку зварного з'єднання (рис.1.5).

1. Із умови міцності при розтязі визначити площу поперечного перерізу стрижня A .

2. Користуючись таблицями сортаменту, добрати два кутики з загальною площею найближчою до A , але не меншою за A .

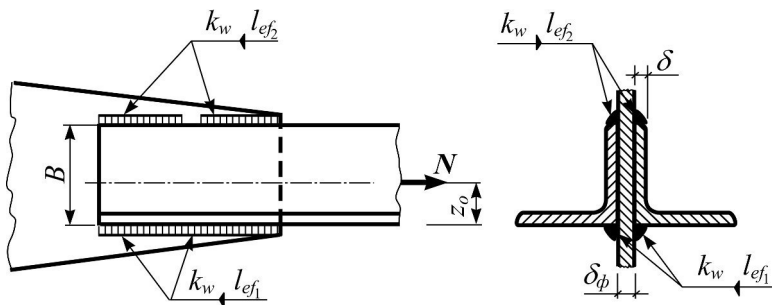


Рис.1.5. Зварне з'єднання



3. Визначити розрахункову довжину зварного шва l_w із умови міцності на зріз шва. При цьому катет шва k_w вважати рівним товщині полиці δ добраних кутиків.

4. Визначити розрахункові довжини швів з боку „обушка” l_{w_1} і з боку „пера” l_{w_2} (рис.1.5), враховуючи, що:

$$l_w = 2(l_{w_1} + l_{w_2}), \quad \frac{l_{w_1}}{l_{w_2}} = \frac{B - z_o}{z_o}.$$

5. Визначити проектні довжини швів l_{ef_1} та l_{ef_2} , додавши до розрахункових довжин величину технологічного непровару, що дорівнює 10 мм. Одержані значення заокруглюються до 10 мм. Мінімальна проектна довжина окремого шва – 40 мм.

6. Накреслити зварне з'єднання за ескізом, поданим на рис. 1.5.



2. ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ СКЛАДЕНИХ ПЕРЕРІЗІВ

2.1. Задача 4. Визначення моментів інерції складених перерізів

Умова задачі. Для даного складеного перерізу (рис.2.1) визначити головні центральні моменти інерції. Дані для розрахунку вибрати з табл.2.1.

Послідовність розв'язання задачі.

1. Накреслити переріз в масштабі.
2. Визначити координати центра ваги перерізу у вибраній системі координат.
3. Вказати головні центральні осі перерізу.
4. Визначити значення головних центральних моментів інерції складеного перерізу.
5. Для даного складеного перерізу визначити головні центральні радіуси інерції та побудувати еліпс інерції.

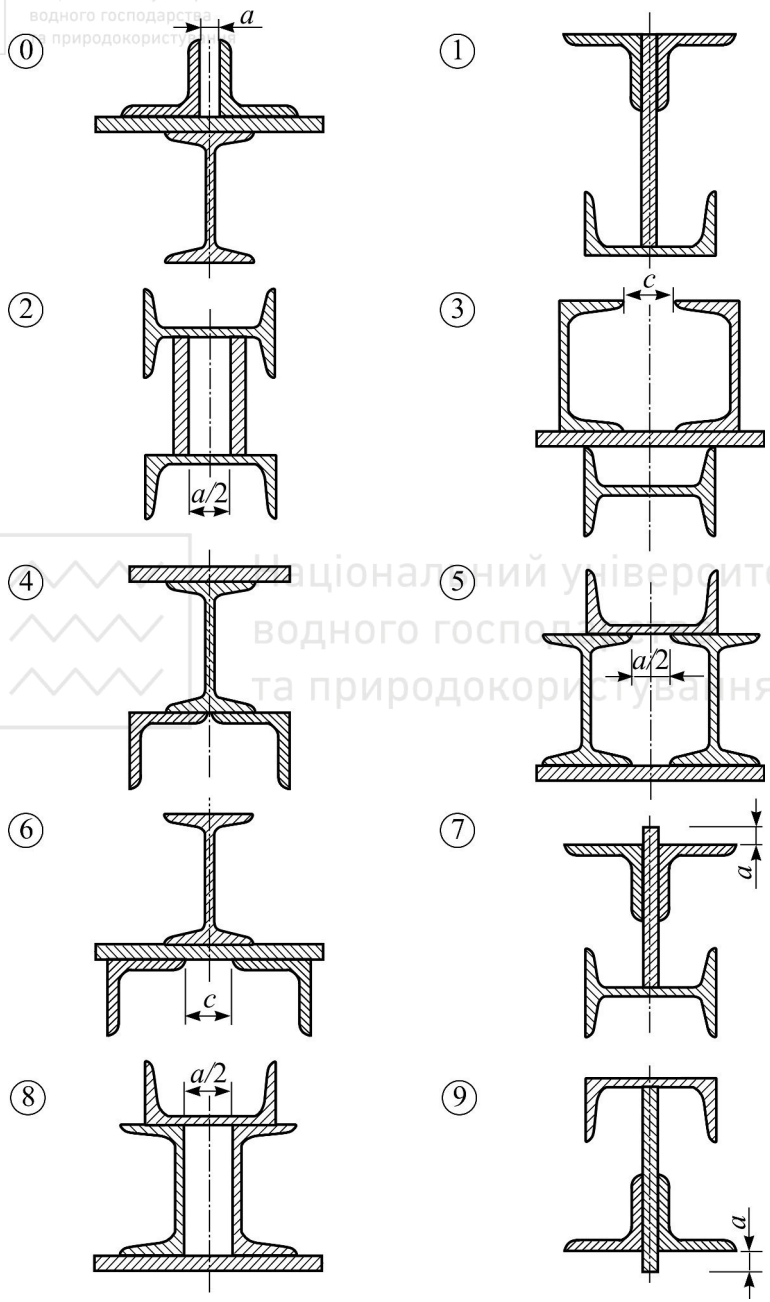


Рис. 2.1. Складений переріз



Таблиця 2.1 (дані до задачі 4)

| № рядка | Переріз (рис.2.1) | № профілю за сортаментом | | | Розміри прямокутника $b \times h$, мм | Відстані | |
|---------|-------------------|--------------------------|--------|-------|--|----------|------------|
| | | дво-тавр | швелер | кутик | | a , мм | c , мм |
| 1 | 0 | 20 | 12 | 10 | 16 × 400 | 0 | 220 |
| 2 | 1 | 22 | 14 | 11 | 10 × 700 | 80 | 200 |
| 3 | 2 | 24 | 16 | 12 | 8 × 750 | 90 | 190 |
| 4 | 3 | 27 | 18 | 12,5 | 16 × 450 | 100 | 170 |
| 5 | 4 | 30 | 20 | 14 | 14 × 500 | 110 | 150 |
| 6 | 5 | 33 | 22 | 15 | 8 × 550 | 120 | 130 |
| 7 | 6 | 36 | 24 | 16 | 10 × 600 | 130 | 110 |
| 8 | 7 | 40 | 27 | 18 | 12 × 650 | 140 | 90 |
| 9 | 8 | 45 | 30 | 20 | 14 × 700 | 150 | 70 |
| 0 | 9 | 50 | 33 | 22 | 16 × 800 | 160 | 0 |
| | ϵ | δ | a | b | ϵ | δ | ϵ |

3. РОЗРАХУНКИ ВАЛІВ ТА БАЛОК

3.1. Задача № 5. Розрахунок вала на кручення

Умова задачі. На сталевий циліндричний вал шківками передаються скручувальні моменти T_{e_1} , T_{e_2} , T_{e_3} , T_{e_4} (рис. 3.1). Визначити діаметри суцільного та трубчастого валів, а також побудувати епюру кутів закручування. Дані для розрахунку взяти з табл. 3.1.

Послідовність розв'язання задачі.

1. Визначити величину та напрямок зовнішнього момента T_{e_0} та побудувати епюру крутних моментів.

2. Із умови міцності при крученні, враховуючи, що $\tau_{adm} = 90$ МПа, добрати діаметр суцільного вала круглого поперечного перерізу, а також трубчастого вала, прийнявши співвідношення внутрішнього d та зовнішнього D діаметрів $d/D = 0,8$. Заокруглити діаметри до найближчої більшої величини, яка дорівнює 30; 35; 40; 45; 50; 60; 70; 80; 90; 100; 110; 120; 130; 140; 150; 160; 180; 200 мм.

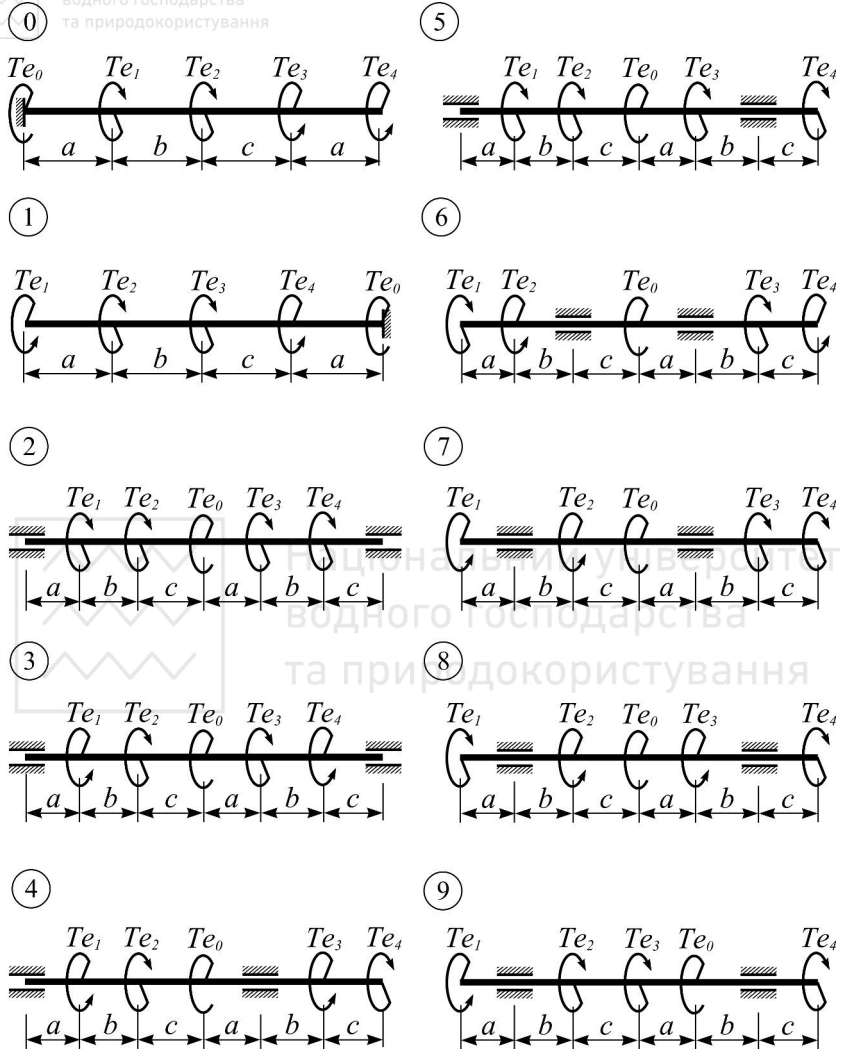


Рис. 3.1. Розрахункова схема вала

3. Визначити зниження витрат матеріалу при застосуванні трубчастого вала.

4. Побудувати епюру кутів закручування φ для суцільного вала, вважаючи нерухомим переріз на одному з країв вала.



5. Визначити найбільший відносний кут закручування для суцільного вала.

Таблиця 3.1 (дані до задачі 5)

| № рядка | Схема вала (рис.3.1) | Розміри, м | | | Моменти, кНм | | | |
|---------|----------------------|------------|----------|----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| | | <i>a</i> | <i>b</i> | <i>c</i> | <i>Te₁</i> | <i>Te₂</i> | <i>Te₃</i> | <i>Te₄</i> |
| 1 | 0 | 0,5 | 1,0 | 1,5 | 20 | 14 | 2 | 10 |
| 2 | 1 | 0,6 | 0,9 | 1,4 | 19 | 13 | 3 | 20 |
| 3 | 2 | 0,7 | 0,8 | 1,3 | 18 | 12 | 4 | 18 |
| 4 | 3 | 0,8 | 0,7 | 1,2 | 17 | 11 | 5 | 16 |
| 5 | 4 | 0,9 | 0,6 | 1,1 | 16 | 10 | 6 | 14 |
| 6 | 5 | 1,0 | 0,5 | 1,0 | 15 | 9 | 7 | 12 |
| 7 | 6 | 1,1 | 1,5 | 0,9 | 14 | 8 | 8 | 10 |
| 8 | 7 | 1,2 | 1,4 | 0,8 | 13 | 7 | 9 | 8 |
| 9 | 8 | 1,3 | 1,3 | 0,7 | 12 | 6 | 10 | 6 |
| 0 | 9 | 1,4 | 1,2 | 0,6 | 11 | 5 | 11 | 4 |
| | <i>в</i> | <i>a</i> | <i>б</i> | <i>в</i> | <i>a</i> | <i>б</i> | <i>в</i> | <i>a</i> |

3.2. Задача 6. Побудова епюр поперечних сил і згинних моментів для статично визначних балок

Умова задачі. Для заданих статично визначних балок (рис. 3.2) побудувати епюри поперечних сил та згинних моментів і виконати розрахунок балок на міцність. Дані для розрахунку вибрати з табл.3.2.

Послідовність розв'язання задачі.

1. Зобразити схеми балок (рис.3.2*а,б*) в масштабі з усіма навантаженнями.

2. Визначити величини опорних реакцій балок.

3. Побудувати епюри поперечних сил і згинних моментів.

4. Для сталевієї балки (рис.3.2*б*) з умови міцності за нормальними напругами ($\sigma_{adm}=160\text{МПа}$) добрати поперечні перерізи: двотавровий, прямокутний (з співвідношенням сторін $h/b = 2$) і круглий.

5. Вказати раціональний переріз балки.



6. Перевірити міцність балки за дотичними напругами, якщо

$$\tau_{adm} = 100 \text{ МПа.}$$

Таблиця 3.2 (дані до задачі 6)

| № рядка | Схема (рис.3.2) | l_1 , м | l_2 , м | $\frac{a_1}{a}$ | $\frac{a_2}{a}$ | $\frac{a_3}{a}$ | M , кНм | F , кН | q , кН/м |
|---------|-----------------|-----------|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------|----------|------------|
| 1 | 0 | 1,1 | 9 | 4 | 8 | 1 | 5 | 10 | 10 |
| 2 | 1 | 1,2 | 7 | 5 | 9 | 2 | 10 | 20 | 20 |
| 3 | 2 | 1,3 | 5 | 6 | 4 | 3 | 15 | 15 | 12 |
| 4 | 3 | 1,4 | 4 | 7 | 3 | 4 | 20 | 25 | 16 |
| 5 | 4 | 1,5 | 3 | 8 | 6 | 5 | 25 | 30 | 18 |
| 6 | 5 | 1,6 | 6 | 9 | 7 | 1 | 30 | 35 | 24 |
| 7 | 6 | 1,7 | 8 | 10 | 8 | 2 | 35 | 40 | 30 |
| 8 | 7 | 1,8 | 10 | 3 | 9 | 3 | 40 | 45 | 32 |
| 9 | 8 | 1,9 | 4 | 2 | 10 | 4 | 45 | 50 | 36 |
| 0 | 9 | 2,0 | 6 | 6 | 6 | 5 | 50 | 60 | 40 |
| | <i>в</i> | <i>б</i> | <i>а</i> | <i>в</i> | <i>б</i> | <i>а</i> | <i>в</i> | <i>б</i> | <i>а</i> |

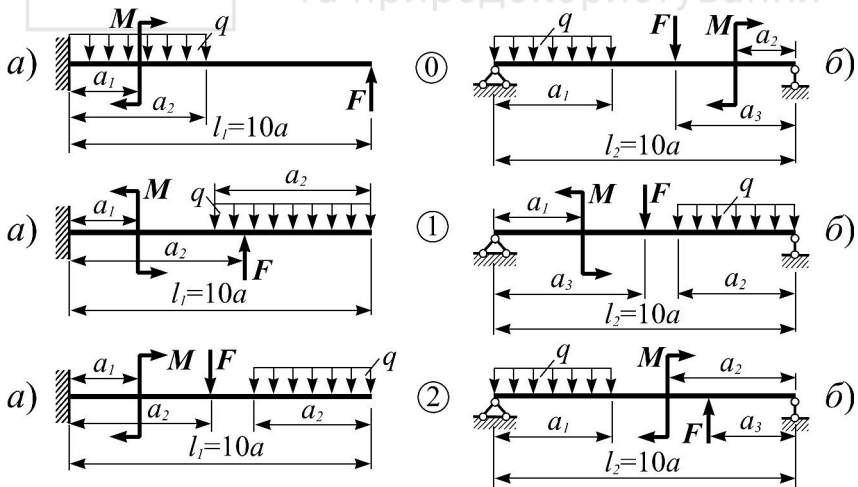


Рис. 3.2. Розрахункові схеми балок

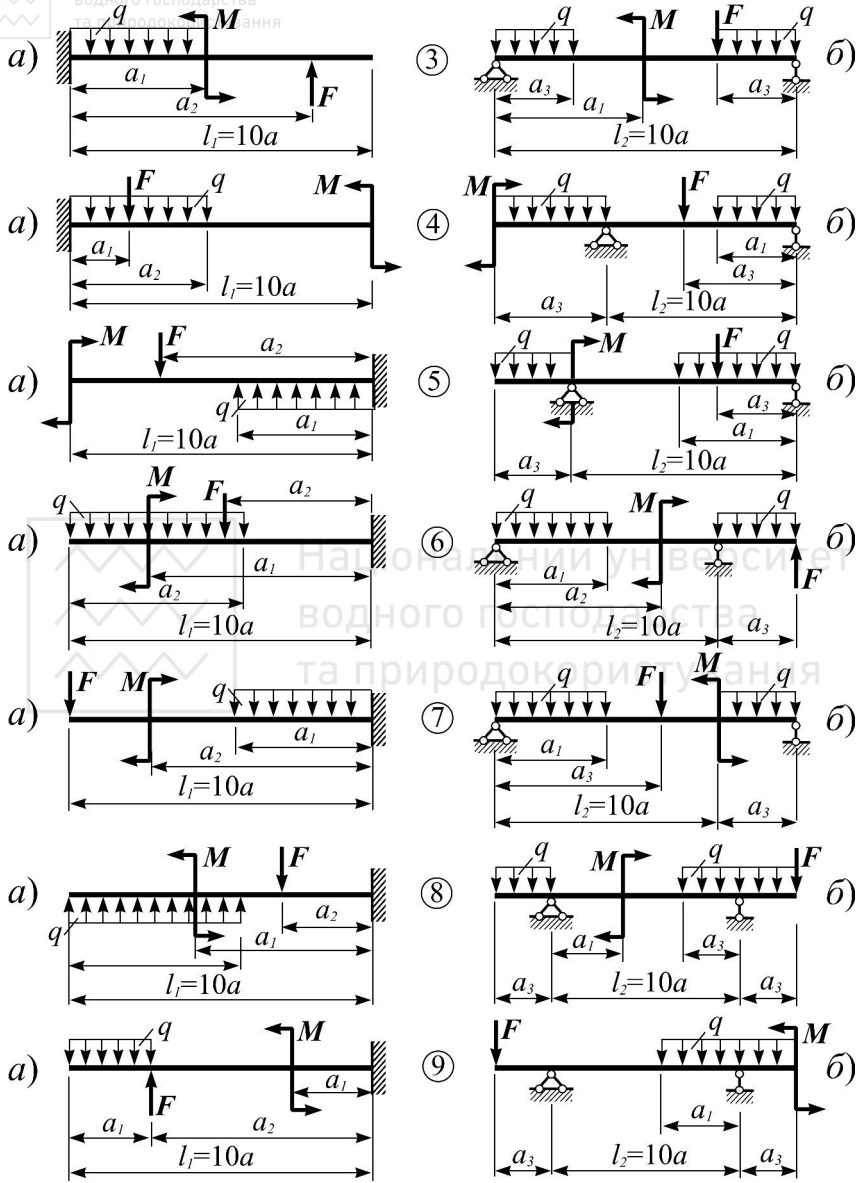


Рис. 3.2 (продовження)



3.3. Задача 7. Розрахунок на міцність і жорсткість статично невизначних балок

Умова задачі. Для сталеві балки сталої жорсткості побудувати епюри поперечних сил і згинних моментів. Добрати двотавровий поперечний переріз. При розрахунках прийняти $\sigma_{adm} = 160 \text{ МПа}$.

Побудувати також епюру прогинів, обчисливши значення погинів посередині прогонів балки і на краю консолі. Модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

Дані взяті з табл. 3.3 та рис. 3.3.

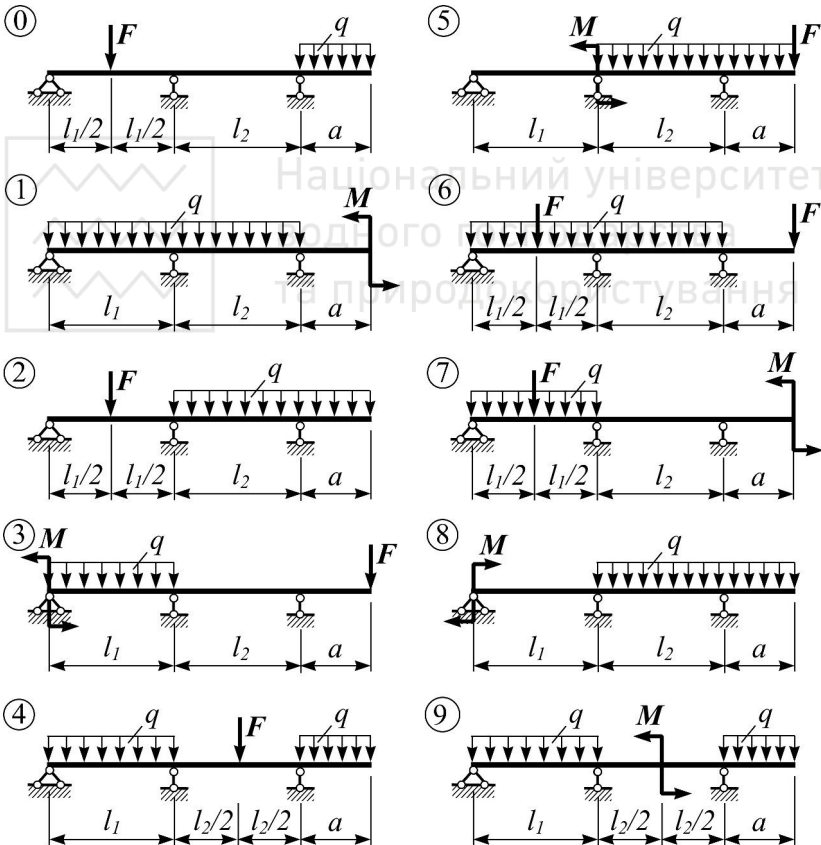


Рис.3.3. Розрахункові схеми балок



Послідовність розв'язання задачі.

1. Визначити ступінь статичної невизначності балки. Утворити основну систему методом сил для балки, тобто статично визначну балку шляхом видалення „надлишкових” в'язей.
2. Скласти деформаційні рівняння, що встановлюють тотожність деформацій в основній системі та в заданій балці. Розв'язати ці рівняння.
3. Визначити опорні реакції.
4. Побудувати епюри згинних моментів M і поперечних сил Q .
5. Добрати двотавровий поперечний переріз балки.
6. Методом початкових параметрів визначити прогин посередині прогонів балки і на краю консолі. Побудувати епюру прогинів.

Таблиця 3.3 (до задачі 7)

| № рядка | Схема балки | F , кН | q , кН/м | l_1 , м | l_2 , м | a , м | M , кН·м |
|---------|-------------|----------|------------|-----------|-----------|----------|------------|
| 1 | 0 | 20 | 8 | 2 | 5 | 1,0 | 10 |
| 2 | 1 | 64 | 10 | 3 | 3 | 2,0 | 20 |
| 3 | 2 | 28 | 12 | 4 | 4 | 3,0 | 25 |
| 4 | 3 | 50 | 14 | 5 | 5 | 4,0 | 30 |
| 5 | 4 | 36 | 16 | 6 | 6 | 1,2 | 35 |
| 6 | 5 | 10 | 18 | 7 | 7 | 2,4 | 40 |
| 7 | 6 | 44 | 20 | 8 | 8 | 3,6 | 45 |
| 8 | 7 | 18 | 22 | 2 | 6 | 1,8 | 50 |
| 9 | 8 | 52 | 24 | 3 | 5 | 1,0 | 55 |
| 0 | 9 | 40 | 26 | 4 | 4 | 2,0 | 60 |
| | <i>в</i> | <i>б</i> | <i>а</i> | <i>в</i> | <i>б</i> | <i>б</i> | <i>а</i> |



4. СКЛАДНИЙ ОПР БРУСА

4.1. Задача 8. Побудова епюр зусиль для статично визначних рам

Умова задачі. Для заданої рами (рис.4.1) побудувати епюри поздовжніх сил N , поперечних сил Q та згинних моментів M .

Дані для розрахунку задачі взяти з табл.4.1.

Послідовність розв'язання задачі.

1. Зобразити схему рами.
2. Для рами на двох опорах визначити реакції опор.
3. Записати вирази N , Q , M у характерних перерізах кожної ділянки і обчислити значення цих внутрішніх силових факторів.
4. Побудувати епюри N , Q , M .
5. Перевірити правильність побудови епюр N , Q , M , розглянувши рівновагу вузлів, а також окремих виділених ділянок рами.

Таблиця 4.1. (до задачі 8)

| № ряд- ка | № схе- ми | h | l | a | F , кН | q_1 | q_2 |
|-----------------|-----------------|-----------|-----------|-----------|-------------|-----------|-------|
| | | м | | | | кН/м | |
| 1 | 0 | 3 | 4,0 | 1,0 | 10 | 10 | – |
| 2 | 1 | 4 | 3,8 | 1,2 | 20 | – | 20 |
| 3 | 2 | 5 | 3,6 | 1,4 | 30 | 30 | – |
| 4 | 3 | 6 | 3,4 | 1,6 | 40 | – | 40 |
| 5 | 4 | 3 | 3,2 | 1,8 | 50 | 50 | – |
| 6 | 5 | 4 | 3,0 | 2,0 | 60 | – | 60 |
| 7 | 6 | 5 | 2,8 | 2,2 | 70 | 35 | – |
| 8 | 7 | 6 | 2,6 | 2,4 | 80 | – | 25 |
| 9 | 8 | 3 | 2,4 | 2,6 | 90 | 45 | – |
| 0 | 9 | 4 | 2,2 | 2,8 | 100 | – | 55 |
| | \bar{v} | \bar{b} | \bar{a} | \bar{v} | \bar{b} | \bar{v} | |

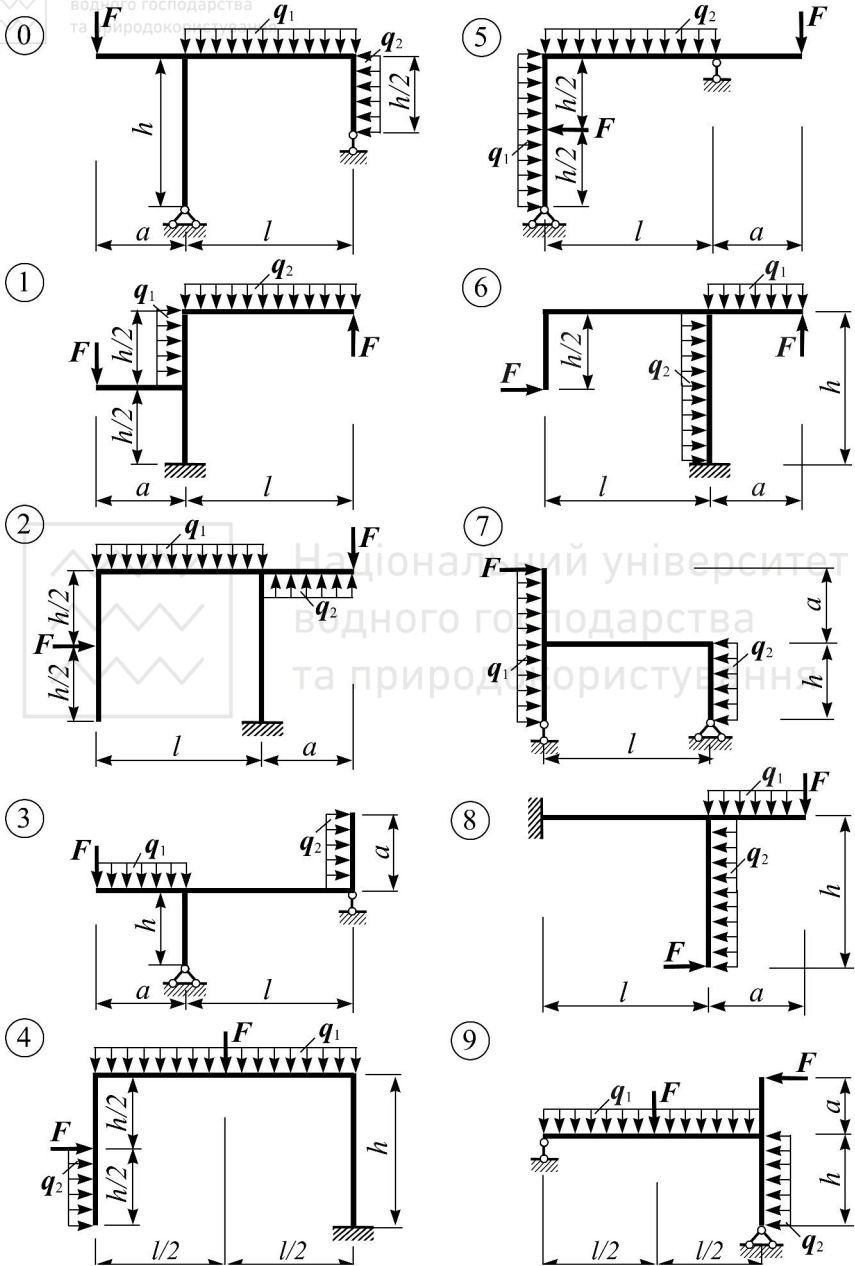


Рис. 4.1. Розрахункові схеми статично визначних рам



4.2. Задача 9. Згин з крученням.

Розрахунок трансмісійного вала на міцність

Умова задачі. Вал (рис.4.2.) діаметром d обертається у вальницях A і B зі швидкістю n (об/хв.) без тертя. На вал насаджено: ведучий шків I з діаметром D_1 , ведені шківів 2 і 3 з діаметрами $D_2 = D_3 = D_1/2$. На ведені шківів вал передає потужності N_2 і N_3 . Кути нахилу пасів на шківів α_1 та $\alpha_2 = \alpha_3$.

Визначити діаметр вала з умови міцності за IV теорією міцності, якщо $\sigma_{adm} = 80$ МПа. Власною вагою вала та шківів знехтувати. Дані до задачі взяти з табл. 4.2.

Послідовність розв'язання задачі.

1. Виписати дані з табл. 4.2 і зобразити схему навантаженого вала.

2. Визначити потужність на ведучому шківі ($N_1 = N_2 + N_3$).

3. Обчислити зовнішні скручувальні моменти, що передаються на вал $T_{ei} = 9,55 \frac{N_i}{n}$ (кНм).

4. Визначити крутні (внутрішні) моменти T на окремих ділянках вала і побудувати епюру крутних моментів.

5. Обчислити натяги пасів на кожному шківі $t_i = 2T_{ei}/D_i$.

6. Обчислити сили, що передаються від шківів на вал $F_i = 3t_i$, а також їхні горизонтальні та вертикальні складові.

7. Розглядаючи вал як балку на двох шарнірних опорах A і B , побудувати епюри згинних моментів від сил, що діють у горизонтальній та вертикальній площинах.

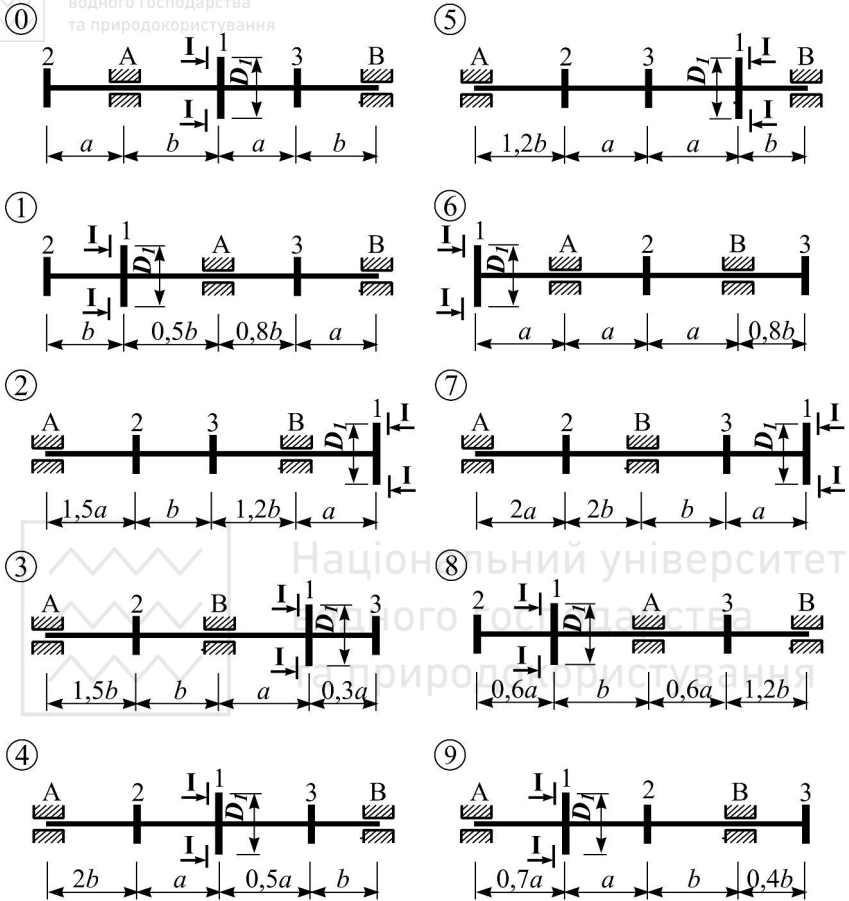
8. Обчислити повні згинні моменти у характерних перерізах вала

$$M_{tot} = \sqrt{M_z^2 + M_y^2}$$

і побудувати їх епюру у площині рисунка.

9. Для небезпечного перерізу вала, де одночасно великими є згинний M_{tot} та крутний T моменти, обчислити зведений момент згідно з IV теорією міцності

$$M_{red}^{IV} = \sqrt{M_{tot}^2 + 0,75T^2}.$$



Переріз I - I

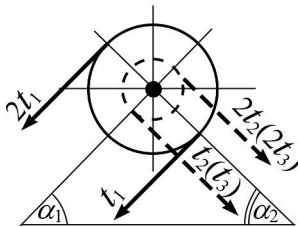


Рис. 4.2. Розрахункова схема трансмісійного вала



10. Потрібний діаметр вала визначається з умови міцності

$$\sigma_{red}^{IV} = \frac{M_{red}^{IV}}{W_z} \leq \sigma_{adm},$$

де осьовий момент опору перерізу

$$W_z = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3.$$

Розрахунковий діаметр вала заокруглюється до найближчої стандартної величини (мм), яка закінчується на 5 чи 0. Наприклад, 30, 35, 40 ...

Таблиця 4.2 (до задачі 9)

| № рядка | Схема (рис. 4.2) | N_2 , кВт | N_3 , кВт | n , об/хв | a | b | D_1 | α_1 | $\alpha_2 = \alpha_3$ |
|---------|------------------|-------------|-------------|-------------|-----------|-----|-------|------------|-----------------------|
| | | | | | м | | | град | |
| 1 | 0 | 10 | 10 | 100 | 1,1 | 1,1 | 1,1 | 10 | 10 |
| 2 | 1 | 20 | 20 | 200 | 1,2 | 1,2 | 1,2 | 20 | 20 |
| 3 | 2 | 30 | 30 | 300 | 1,3 | 1,3 | 1,3 | 30 | 30 |
| 4 | 3 | 40 | 40 | 400 | 1,4 | 1,4 | 0,4 | 40 | 40 |
| 5 | 4 | 50 | 50 | 500 | 1,5 | 1,5 | 0,5 | 50 | 50 |
| 6 | 5 | 60 | 60 | 600 | 0,6 | 0,6 | 0,6 | 60 | 60 |
| 7 | 6 | 70 | 70 | 700 | 0,7 | 0,7 | 0,7 | 70 | 70 |
| 8 | 7 | 80 | 80 | 800 | 0,8 | 0,8 | 0,8 | 80 | 80 |
| 9 | 8 | 90 | 90 | 900 | 0,9 | 0,9 | 0,9 | 90 | 90 |
| 0 | 9 | 100 | 100 | 1000 | 1,0 | 1,0 | 1,0 | 0 | 0 |
| | ν | \bar{b} | a | ν | \bar{b} | a | ν | \bar{b} | a |

4.2. Задача 10. Розрахунок на міцність бруса з ламаною віссю при дії просторового навантаження

Умова задачі. Добрати розміри поперечного перерізу зображеного в аксонометрії сталевго бруса (рис.4.3) з ламаною віссю, що знаходиться в горизонтальній площині. Усі поперечні перерізи бруса мають однакові розміри та форму у вигляді кільця із заданим співвідношенням d/D внутрішнього d та зовнішнього D діаметрів. В точках B і D кути прямі. В точці C брус жорстко



закріплено. На брус діє вертикальне зосереджене (ql) та рівномірно розподілене з інтенсивністю q навантаження. При доборі перерізу застосувати третю теорію міцності, прийнявши $\sigma_{adm} = 160$ МПа.

Дані до задачі взяти з табл.4.3.

Послідовність розв'язання задачі.

1. Побудувати в аксонометрії окремо епюри згинних і крутних моментів, а також поперечних сил.
2. Визначити небезпечний переріз і вирахувати для нього величину розрахункового моменту за третьою теорією міцності.
3. Добрати розміри поперечного перерізу за третьою теорією міцності.

Таблиця 4.3 (до задачі 10)

| № рядка | Схема бруса (рис. 4.3) | α | l , м | q , кН/м |
|---------|------------------------|----------|----------|------------|
| 1 | 0 | 1,7 | 2,0 | 2 |
| 2 | 1 | 1,2 | 1,6 | 3 |
| 3 | 2 | 2,0 | 1,0 | 4 |
| 4 | 3 | 0,3 | 0,6 | 5 |
| 5 | 4 | 1,5 | 1,4 | 6 |
| 6 | 5 | 0,5 | 0,2 | 7 |
| 7 | 6 | 2,5 | 0,8 | 1 |
| 8 | 7 | 0,8 | 1,4 | 2 |
| 9 | 8 | 1,4 | 0,3 | 3 |
| 0 | 9 | 1,0 | 0,5 | 4 |
| | <i>в</i> | <i>б</i> | <i>а</i> | <i>б</i> |

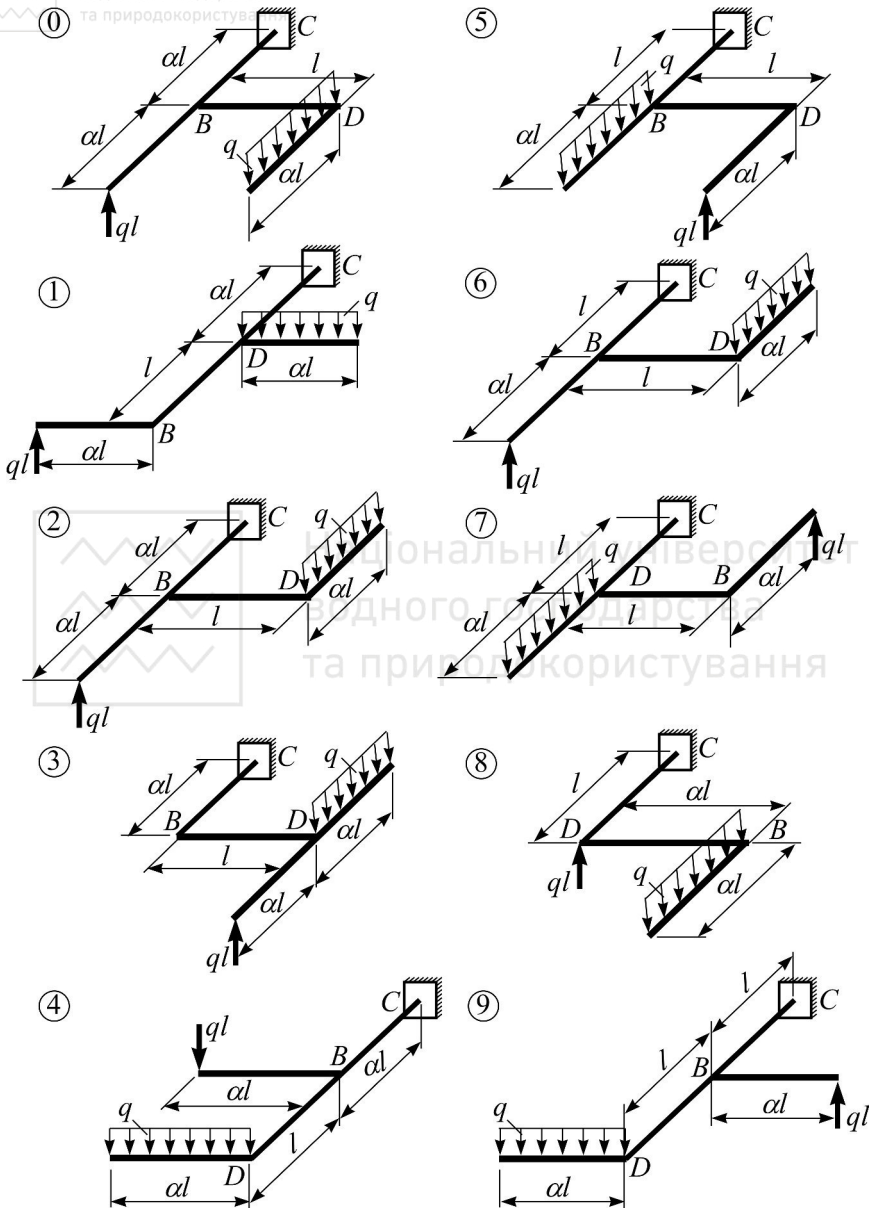


Рис. 4.3. Розрахункова схема бруса

**5. ДІЯ НА БРУС ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ****5.1. Задача 11.** Розрахунок ламаного бруса, що обертається

Умова задачі. Вал і жорстко з'єднаний з ним ламаний брус круглого суцільного поперечного перерізу діаметром d рівномірно обертаються навколо осі AB (рис.5.1). Визначити максимально допустиме число обертів вала за хвилину, якщо задано допустиму напругу σ_{adm} та густину матеріалу бруса ρ . Дані до задачі вибрати з табл.5.1.

Послідовність розв'язання задачі.

1. Побудувати епюру згинних моментів від сил інерції, що виникли на вертикальній (CD) і горизонтальній (DE) ділянках ламаного бруса. Сили інерції вала не враховувати.

2. Визначити допустиме число обертів вала за хвилину.

Статичну дію власної ваги валу та бруса не враховувати.

Таблиця 5.1 (до задачі 11)

| № рядка | Схема бруса (рис. 5.1) | l , см | d , мм | σ_{adm} , МПа | ρ , кг/м ³ |
|---------|-------------------------|----------|----------|----------------------|----------------------------|
| 1 | 0 | 15 | 15 | 160 | 7850 |
| 2 | 1 | 16 | 20 | 158 | 7800 |
| 3 | 2 | 18 | 25 | 156 | 7750 |
| 4 | 3 | 20 | 30 | 155 | 7700 |
| 5 | 4 | 22 | 35 | 154 | 7650 |
| 6 | 5 | 24 | 40 | 152 | 7600 |
| 7 | 6 | 25 | 20 | 150 | 7550 |
| 8 | 7 | 26 | 25 | 148 | 7500 |
| 9 | 8 | 28 | 30 | 146 | 7450 |
| 0 | 9 | 30 | 35 | 145 | 7400 |
| | <i>в</i> | <i>б</i> | <i>в</i> | <i>а</i> | <i>б</i> |

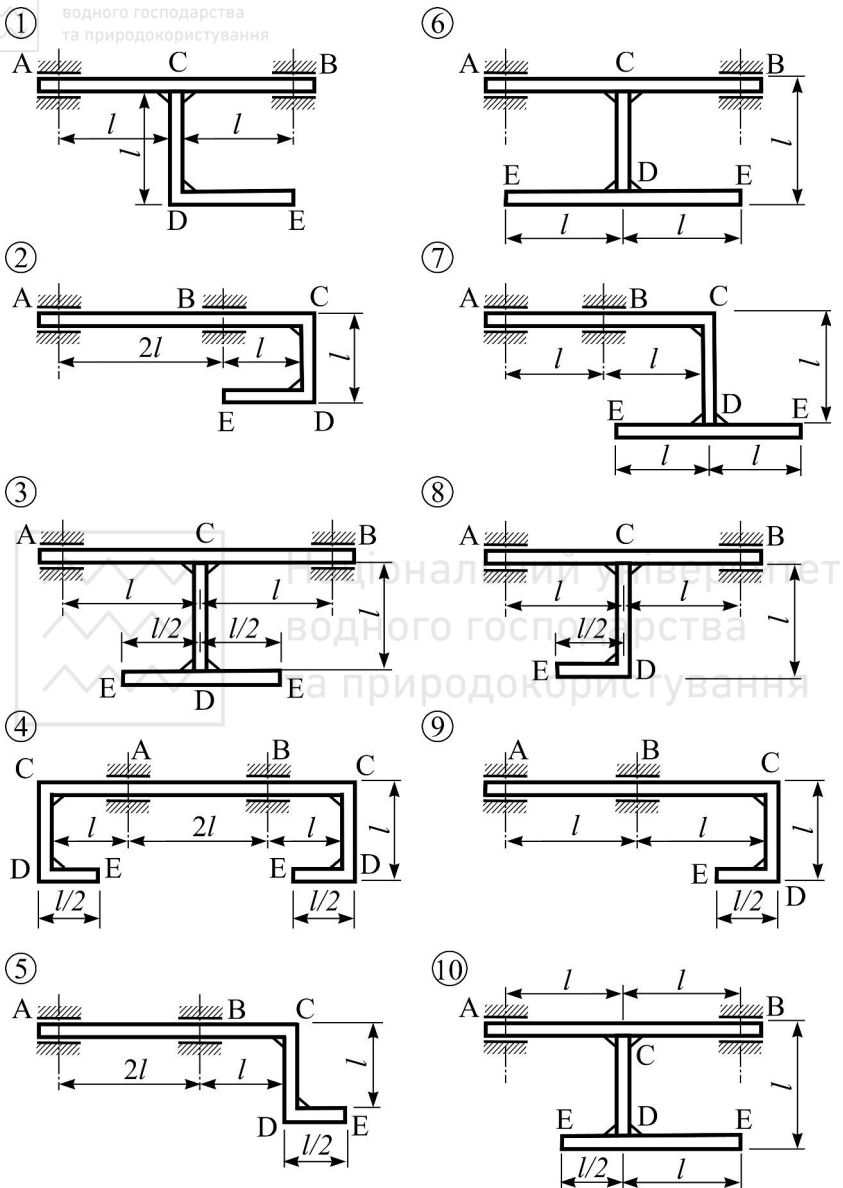


Рис. 5.1. Вал і жорстка з'єднаний з ним ламаний брус, що обертаються навколо осі АВ



5.2. Задача 12. Розрахунок статично визначної балки при коливаннях

Умова задачі. На балці (рис.5.2) встановлено двигун вагою Q , який робить n обертів за хвилину. Внаслідок неврівноваженості рухомих мас двигуна виникає відцентрова сила інерції H . Добрати розміри поперечного перерізу балки, якщо $\sigma_{adm} = 100$ МПа. Визначити максимальну нормальну напругу при динамічній дії навантаження. Власною вагою балки і силами опору знехтувати. Матеріал балки – сталь Ст.3, модуль пружності матеріалу балки $E = 2 \cdot 10^5$ МПа. Дані до задачі взяти з табл.5.2.

Послідовність розв'язання задачі.

1. Побудувати епюру згинних моментів від сили Q при умові її статичної дії.

2. З умови міцності за нормальними напругами добрати переріз балки і обчислити максимальну нормальну напругу для обраної балки від статичної дії сили Q .

3. Визначити частоту вільних коливань

$$\omega_0 = \sqrt{g/y_{st}},$$

де y_{st} – прогин перерізу балки у місці знаходження двигуна від статичної дії сили Q .

4. Визначити частоту зміни збудовуючої сили

$$\omega = \frac{\pi n}{30}.$$

5. Визначити коефіцієнт наростання коливань

$$\beta = \frac{1}{1 - (\omega/\omega_0)^2},$$

(якщо коефіцієнт β від'ємний, він далі береться зі знаком „плюс”).

6. Визначити динамічний коефіцієнт

$$k_d = 1 + \frac{H}{Q} \beta.$$

7. Визначити максимальну динамічну напругу

$$\sigma_d = \sigma_{st} \cdot k_d.$$

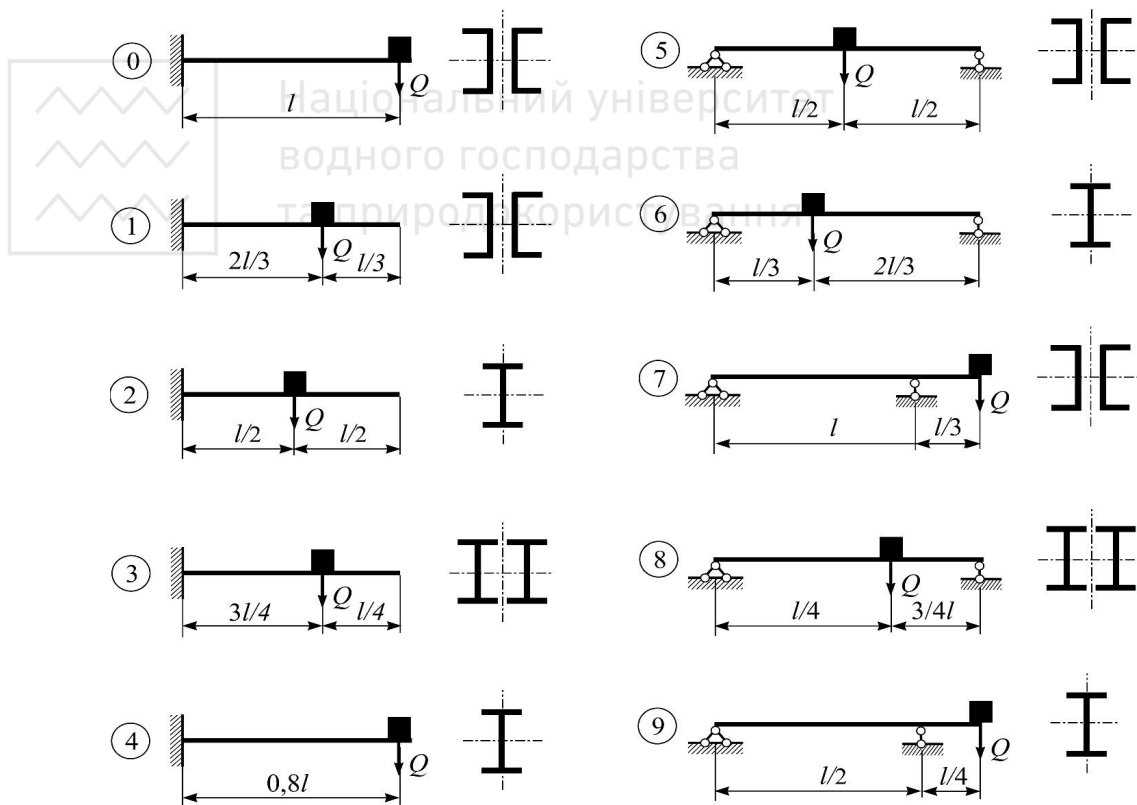


Рис.5.2. Розрахункові схеми та перерізи балок, що зазнають коливань



Якщо динамічна напруга перевищує σ_{adm} більше ніж на 5%, необхідно збільшити розміри поперечного перерізу балки та повторити розрахунок.

Таблиця 5.2. (до задачі 12)

| № рядка | Схема балки (рис.5.2) | l , м | Q , кН | H/Q | n , об/хв |
|---------|-----------------------|---------|-----------|-------|-------------|
| 1 | 0 | 1,0 | 21 | 0,2 | 200 |
| 2 | 1 | 1,2 | 22 | 0,3 | 250 |
| 3 | 2 | 1,4 | 23 | 0,4 | 300 |
| 4 | 3 | 1,6 | 24 | 0,5 | 350 |
| 5 | 4 | 1,8 | 25 | 0,1 | 400 |
| 6 | 5 | 2,0 | 26 | 0,2 | 450 |
| 7 | 6 | 2,2 | 27 | 0,3 | 500 |
| 8 | 7 | 2,4 | 28 | 0,4 | 550 |
| 9 | 8 | 2,0 | 29 | 0,5 | 600 |
| 0 | 9 | 1,5 | 30 | 0,1 | 650 |
| | v | a | \bar{b} | v | a |

ЛІТЕРАТУРА

1. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів: Підручник – 2-ге вид., допов. і переробл. – К.: Вища шк., 2004. – 655 с.
2. Мошинський С.І., Примак О.П., Гуртовий О.Г. Задачі і приклади з опору матеріалів / Навчальний посібник. – К.: „Освіта України”, 2009 – 400с.
3. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності у 2-х ч., 5кн. – Ч.1, кн.1. Загальні основи курсу: Підручник / В.Г.Піскунов, В.К. Присяжнюк; За ред. В.Г. Піскунова.– К.: Вища школа , 1994. – 204 с.
4. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності у 2-х ч., 5кн. – Ч.1, кн.2. Опір бруса: Підручник / В.Г.Піскунов, Ю.М. Федоренко, В.Д. Шевченко та ін.; За ред. В.Г. Піскунова.– К.: Вища школа , 1994. – 335 с.