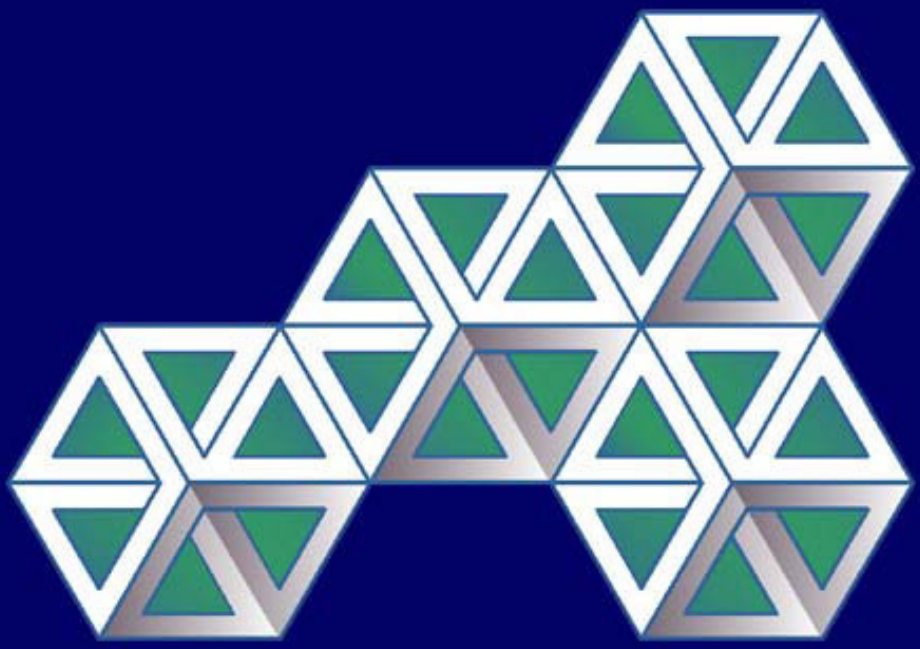
О.М. Бордюженко

ОСНОВИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ



Інтерактивний комплекс навчально-методичного забезпечення

Рівне 2008

Національний університет
водного господарства
та природокористування

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний університет водного господарства
та природокористування

О.М. Бордюженко

ОСНОВИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

Інтерактивний комплекс
навчально-методичного забезпечення дисципліни

Кредитно-модульна система організації
навчального процесу

Для студентів напряму 6.060101 "Будівництво"

Рівне – 2008

Національний університет
водного господарства
та природокористування

УДК 517.1:519.87
ББК 38.1я73
Б82

Затверджено вченою радою Національного університету водного господарства та природокористування.
(Протокол № 11 від 30 листопада 2007 р.)

Рецензенти:

Й.В.Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математичного моделювання ПВНЗ "МЕГУ" ім. акад. С.Дем'янчука;

***Г.Х.Масюк*,** кандидат технічних наук, професор кафедри інженерних конструкцій НУВГП.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Бордюженко О.М.

Б 82 Основи системного аналізу: Інтерактивний комплекс навчально-методичного забезпечення. Рівне: НУВГП, 2008. – 113 с.

Навчально-методичний комплекс "Основи системного аналізу" містить робочу програму, стисло викладено навчальний матеріал дисципліни, що поділений на змістові модулі і теми, питання та вправи для самоконтролю з кожної теми, методичні рекомендації до самостійної роботи; типові завдання для модульної контрольної роботи, список рекомендованої літератури.

Комплекс призначено для самостійного вивчення дисципліни в умовах кредитно-модульної організації навчального процесу студентами вищих навчальних закладів, які навчаються за напрямом 6.060101 "Будівництво".

УДК 517.1:519.87
ББК 38.1я73

© Бордюженко О.М., 2008
© НУВГП, 2008

Національний університет
водного господарства
та природокористування

З М І С Т

ПЕРЕДМОВА 4

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ "ОСНОВИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ" 5

2. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ 6

3. МЕТОДИ КОНТРОЛЮ І РОЗПОДІЛ БАЛІВ 10
3.1. Загальні положення 10
3.2. Критерії, порядок оцінювання та нарахування балів 11

4. КОРОТКИЙ ЗМІСТ ОСНОВНИХ МОДУЛІВ ТА МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ЇХ ВИВЧЕННЯ 13
Змістовий модуль 1. ВСТУП ДО СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ. БУДІВЕЛЬНО-ТЕХНОЛОГІЧНІ СИСТЕМИ ТА МАТЕМАТИЧНЕ ПРОГРАМУВАННЯ 13
Тема 1. Основні положення системного аналізу 13
Тема 2. Ознаки технічних систем 23
Тема 3. Вирішення будівельно-технологічних задач методами математичного програмування 38
Тема 4. Транспортна задача лінійного програмування 45
Змістовий модуль 2. МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ. СОЦІАЛЬНО-ВИРОБНИЧІ СИСТЕМИ 52
Тема 5. Елементи математичної теорії експерименту 52
Тема 6. Статистичне планування експерименту 54
Тема 7. Будівельне підприємство як соціально-виробнича система 68

5. ПЛАНИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ 74

6. ЗАВДАННЯ НА САМОСТІЙНУ ТА ІНДИВІДУАЛЬНУ РОБОТУ 77
6.1. Загальні рекомендації до самостійної роботи 77
6.2. Завдання та рекомендації до виконання індивідуальної розрахункової роботи 78
6.3. Теми рефератів для самостійної роботи 84

7. КОНТРОЛЬНІ ВПРАВИ ТА ЗАВДАННЯ 86

8. ТЕСТОВА ПРОГРАМА ДЛЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ 93

ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК 106

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА 112

Національний університет водного господарства та природокористування

Національний університет
водного господарства
та природокористування

П Е Р Е Д М О В А

Сучасний системний аналіз – прикладна наука, яка орієнтована на вияснення причин реальних труднощів, які виникають перед "власником проблеми" (звичайно – це конкретна організація, установа, підприємство, колектив) та на формування варіантів їх усунення.

Системний аналіз – сукупність методологічних засобів, які використовуються для підготовки та обґрунтування рішень із складних проблем соціального, економічного, технічного та наукового характеру. Основою є системний підхід та ряд методів, математичних дисциплін і сучасної теорії управління. Основна процедура – побудова узагальненої моделі, яка відображає взаємозв'язки реальної ситуації, технічна основа – ЕОМ та інформаційні системи. Часто "системний аналіз" та "системний підхід" використовуються як синоніми.

Об'єктивна необхідність виникнення дисципліни "системний аналіз", сам системний аналіз полягає у потребі проведення досліджень міждисциплінарного характеру:

- створення складних технологічних та виробничих комплексів;
- створення складних систем та управління ними;
- аналізу техніко-економічної (виробничої) ситуації тощо.

Метою даного методичного комплексу є надання методичної допомоги студентам будівельних спеціальностей, які навчаються у Національному університеті водного господарства та природокористування за напрямом 6.060101 "Будівництво", у самостійному вивченні дисципліни "Основи системного аналізу". Комплекс складений на основі нормативної робочої програми дисципліни для освітньо-кваліфікаційного рівня "Бакалавр" і орієнтований на кредитно-модульну систему організації навчального процесу. Він містить необхідний теоретичний, практично-методичний матеріал, який на думку автора дає цілісне уявлення про теорію систем і системний аналіз та буде сприяти більш ефективному засвоєнню основних ідей, підходів і інструментарію цієї дисципліни.

Автор вдячний рецензентам проф. Джуню Й.В. та проф. Масюку Г.Х. за цінні поради та рекомендації, висловлені при написанні комплексу.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

1. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ "ОСНОВИ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ"

Системний аналіз – сукупність методологічних засобів, які використовуються для підготовки та обґрунтування рішень по складним проблемам різного характеру. Основою є системний підхід та ряд методів математичних дисциплін і сучасної теорії управління.

Системний аналіз – дисципліна, яка займається проблемами прийняття рішень в умовах, коли вибір альтернативи потребує аналізу складної інформації різної фізичної природи.

Загальна характеристика дисципліни представлена в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Характеристика дисципліни "Основи системного аналізу"

Курс: підготовка бакалаврів	Напрям, спеціальність, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів, відповідних ECTS – 1,5 Модулів – 1 Змістових модулів - 2 Загальна кількість годин – 54 Тижневих: - аудиторних – 3 - СРС – 3	Напрям: 6.060101 «Будівництво» Спеціальності: – Промислове і цивільне будівництво; – Технологія будівельних конструкцій виробів і матеріалів; – Міське будівництво і господарство; – Автомобільні дороги і аеродроми Освітньо – кваліфікаційний рівень: бакалавр	Дисципліна – обов'язкова, нормативна Рік підготовки – 1- й Лекції – 16 год. Практичні заняття – 8 год. Самостійна робота – 30 год. Вид контролю: Залік

Метою викладання дисципліни "Основи системного аналізу" є вироблення у студентів навичок системного підходу для вирішення технічних задач, вміння використовувати методи математичного моделювання для оптимізації управління технічними об'єктами та системами.

Дана дисципліна навчає основам прогнозування еволюції технічних систем, застосування методів їх моделювання та аналізу при вирішенні складних

Національний університет
водного господарства
та природокористування
проблем в умовах наявності невизначеностей та необмеженої кількості альтернатив.

В результаті вивчення дисципліни студент повинен **знати**:

- ✓ наукові визначення основних понять та постулатів, що характеризують базові ознаки технічних систем;
- ✓ основні елементи математичної теорії експерименту, для можливості їх практичного застосування;
- ✓ методи вирішення екстремальних оптимізаційних та транспортних задач лінійного програмування;
- ✓ дати базові знання про системний підхід в управлінні будівельним підприємством, його властивості, як соціально-виробничої системи.

В результаті вивчення дисципліни студент повинен **вміти**:

- ✓ будувати моделі нескладних систем та вирішувати за допомогою них задачі дослідження та керування їх функціонуванням з використанням методів лінійного програмування;
- ✓ організовувати статистичне планування експерименту та проводити його в натурному або уявному вигляді, проводити обробку результатів експерименту;
- ✓ будувати математичні (експериментально-статистичні) моделі та проводити їх аналіз;
- ✓ використовувати системний підхід при функціонуванні соціально-виробничого об'єкту та його управлінні.

2. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль 1.
Вступ до системного аналізу. Будівельно-технологічні системи та математичне програмування

Тема 1. Основні положення системного аналізу.

Загальні поняття та визначення. Оптимальність системи, системні об'єкти. Моделі і моделювання. Функціональна модель системи у вигляді "чорного ящика". Види математичних моделей. Застосування математичних моделей в інженерно-технічній діяльності.

Тема 2. Ознаки технічних систем.

Поняття мети та функції технічної системи. Структурні елементи систем, типи структур. Принципи побудови структури. Організація та зв'язки між

Національний університет
водного господарства
та природокористування
елементами в системах. Системний ефект (якість). Класифікація систем.

Тема 3. Вирішення будівельно-технологічних задач методами математичного програмування.

Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь методами Гауса і Жордана-Гауса. Загальна постановка задачі лінійного програмування (ЗЛП). Форми запису та поняття плану ЗЛП. Симплекс-метод розв'язання ЗЛП, умови оптимальності плану.

Тема 4. Транспортна задача лінійного програмування.

Постановка транспортної задачі та її математична модель. Поняття відкритої та закритої транспортної задачі. Методи побудови опорних планів перевезень. Розв'язання транспортної задачі методом потенціалів.

Змістовий модуль 2.
Методи математичного планування експерименту.
Соціально-виробничі системи

Тема 5. Елементи математичної теорії експерименту.

Поняття експерименту та його планування. Основні етапи експерименту. Класифікація. Оптимальне керування експериментом. Активний та пасивний експеримент.

Тема 6. Статистичне планування експерименту.

Статистична оцінка результатів досліджень та спостережень. Середнє квадратичне відхилення. Коефіцієнт варіації. Довірча ймовірність. Поняття про кореляційний та регресійний аналіз. Адекватність рівняння регресії. Статистичне планування експерименту та побудова математичних моделей. Аналіз та використання експериментально-статистичних моделей.

Тема 7. Будівельне підприємство як соціально-виробнича система.

Системний підхід в управлінні підприємством. Кібернетична модель управління підприємством. Поняття про ефективність управління виробничою системою. Властивості соціально-виробничої системи. Емержентність системи. Параметри, стан та життєвий цикл будівельної системи.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Розподіл навчального часу за різними формами навчального процесу наведено в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Структура залікового кредиту дисципліни

Назва тем змістових модулів	*Кількість годин*			
	денна форма			
	лекції	практичні заняття	самостійна робота	разом
1	2	3	4	5
Змістовий модуль 1				
Тема 1. Основні положення системного аналізу	2	–	1	3
Тема 2. Ознаки технічних систем	2	–	1	3
Тема 3. Вирішення будівельно-технологічних задач методами математичного програмування	4	2	3	9
Тема 4. Транспортна задача лінійного програмування	2	2	2	6
Змістовий модуль 2				
Тема 5. Елементи математичної теорії експерименту	2	2	2	6
Тема 6. Статистичне планування експерименту	4	2	3	9
Тема 7. Будівельне підприємство як соціально-виробнича система	–	–	3	3
Підготовка до МКР	–	–	13,5	13,5
Опрацювання окремих розділів програми, які не виносяться на лекції	–	–	1,5	1,5
Всього за курс	16	8	30	54

Національний університет водного господарства та природокористування

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Практичні заняття

Змістовий модуль 1

Практичне заняття № 1. Постановка та вирішення задач лінійного програмування. Задача використання ресурсів. Задача раціонального розкрою матеріалу – 2 год.

Практичне заняття № 2. Транспортна задача лінійного програмування – 2 год.

Змістовий модуль 2

Практичне заняття № 3. Побудова математичних, експериментально-статистичних моделей – 2 год.

Практичне заняття № 4. Вирішення задач оптимізації і оцінки ролі факторів – 2 год.

Структура та зміст практичних занять розглянуті в розділі 5.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Завдання для самостійної роботи

За навчальним планом на самостійну роботу студентів відводиться 30 год. Самостійна робота (СРС) включає такі види робіт:

- самостійне опрацювання лекційного матеріалу з кожної теми;
- самостійне опрацювання рекомендованої літератури з навчальної дисципліни;
- підготовка до розв'язання задач на практичних заняттях;
- підготовка до написання модульної контрольної роботи;
- підготовка реферату на певну тему;
- виконання індивідуальної розрахункової роботи.

Рекомендовані завдання для самостійної роботи наведені в розділі 6.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

3. МЕТОДИ КОНТРОЛЮ І РОЗПОДІЛ БАЛІВ

3.1. Загальні положення

Для визначення рівня засвоєння студентами навчального матеріалу використовуються наступні методи контролю і оцінювання знань:

– поточний контроль знань передбачає оцінку систематичності (в тому числі відвідування занять) та активності роботи на практичних заняттях а також контрольне модульне тестування;

– оцінювання самостійної роботи студентів, що передбачає виконання індивідуальної розрахункової роботи (ІРР).

При оцінюванні знань використовується кредитно-модульна система організації навчального процесу (КМСОНП) зі 100-бальною шкалою оцінювання*. Розподіл балів, що присвоюються студентам за кожний модуль, а також шкала оцінювання знань за КМСОНП і ECTS наведені у таблицях 3.1 і 3.2.

Таблиця 3.1

Розподіл балів за модулями

Модуль 1: поточне тестування								Самостійна робота (ІРР)	Всього
Змістовий модуль 1				Змістовий модуль 2			МКР		
22				14					
Т1	Т2	Т3	Т4	Т5	Т6	Т7			
4	4	7	7	4	6	4	40	30	106

Примітки: 1. МКР – модульна контрольна робота. 2. В залікову відомість ставиться не більше 100 балів.

Таблиця 3.2

Шкала оцінювання знань

Сума балів за всі форми навчальної діяльності	Оцінка в ECTS	Значення оцінки ECTS	Оцінка за національною шкалою (залік)
90-100	A	відмінно	зараховано
82-89	B	дуже добре	
74-81	C	добре	
64-73	D	задовільно	
60-63	E	достатньо	
20-59	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано
1-19	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	

* Порядок оцінювання і рейтингування навчальних досягнень студентів у кредитно-модульній системі організації навчального процесу, НУВГП, 2007.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

3.2. Критерії, порядок оцінювання та нарахування балів

1. Оцінювання успішності студента при засвоєнні змістових модулів дисципліни здійснюється виключно на основі результатів поточного контролю.

2. Планом дисципліни передбачено проведення модульної контрольної роботи (МКР) у формі контрольних тестових завдань. МКР може виконуватись як комп'ютерним способом, так і письмово. В останньому випадку використовуються спеціальні картки тестування. Мінімально можлива кількість балів, яку необхідно для зарахування МКР встановлюється додатково викладачем (як правило 35-40% від максимально можливої кількості).

3. Без зарахування МКР а також ІРР, студент не може отримати підсумкову оцінку з дисципліни.

4. Неявка студента на модульний контроль (тестування) у встановлений термін оцінюється нульовим балом.

5. Перездача проміжного модульного контролю а також ІРР на вищу кількість балів дозволяється, як виняток, з поважних причин за погодженням з викладачем, з дозволу декану факультету.

6. У разі невиконання студентом певних завдань поточного контролю за графіком, визначеним індивідуальним навчальним планом, з поважних причин, що підтверджено відповідними документами, студент має право скласти їх у час і в порядку, визначеному викладачем, погодженим з деканом факультету.

7. Студент, який в результаті поточного контролю отримав менше 60 балів, для отримання позитивної оцінки може з дозволу викладача за погодженням завідувача кафедрою повторно виконати МКР або додаткові завдання самостійної роботи до початку наступного семестру.

8. Контроль якості і повноти виконання завдань на практичних заняттях полягає в оцінюванні:

– рівня знань і вмінь, продемонстрованого при розв'язуванні задач;

– вмінь представляти (захищати) результати виконаної роботи;

– активності при вирішенні колективних завдань;

– знань і вмінь під час застосування інших методів практичного або теоретичного навчання.

9. Контроль виконання ІРР, передбаченою робочою навчальною програмою дисципліни, полягає в оцінюванні:

– повноти виконання завдання;

– правильності виконання розрахунків;

– вміння викладати матеріал літературною мовою та якість оформлення звіту;

– результати захисту роботи (вміння представляти результати, повнота відповідей на запитання);

– вміння робити висновки та узагальнення.

Сумарно ІРР оцінюється в 30 балів (див. табл. 3.3).

Національний університет
водного господарства
та природокористування

10. Інші види роботи студентів, не передбачені планово, можуть заохочуватись у вигляді додаткових (понад отриманих в семестрі) балів. Загальна кількість заохочувальних балів не може перевищувати **10**. Сумарна кількість балів в будь-якому випадку не може перевищувати **100**.

11. Результати оцінювання успішності студентів за навчальним модулем реєструються за національною шкалою і шкалою ECTS в заліково-екзаменаційних відомостях.

12. Розподіл балів за формами навчальної діяльності наведено в табл. 3.3.

Таблиця 3.3

Розподіл балів за формами навчальної діяльності

Форма навчальної діяльності	Вид контролю	К-сть балів за одне заняття	К-сть занять	Сума балів	Разом по видам навчання
лекції	відвідування	2	**8**	16	16
практичні	відвідування	2	**4**	8	20
	активність участі в занятті	3	4	12	
Модульна контрольна робота (тестування)					40
Індивідуальна розрахункова робота (ІРР)	вчасність здачі та захисту				5
	якість оформлення				5
	якість захисту				20
	Разом				30
Всього (макс. к-сть балів) без ІРР					**76**
Всього (макс. к-сть балів) разом з ІРР					**106**
Мінім. к-сть балів по модулю з врахуванням ІРР					35
Інші види роботи студентів (заохочувальні бали), не більше *Прим.: В сумі з основною навчальною роботою - не більше 100 балів					10
ЗАЛІКОВИЙ КРЕДИТ (ВСЬОГО max.)					**100**

Національний університет
водного господарства
та природокористування

4. КОРОТКИЙ ЗМІСТ ОСНОВНИХ МОДУЛІВ ТА МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ЇХ ВИВЧЕННЯ

Змістовий модуль 1
Вступ до системного аналізу. Будівельно-технологічні системи та математичне програмування

Тема 1. ОСНОВНІ ПОЛОЖЕННЯ СИСТЕМНОГО АНАЛІЗУ

1.1. Зміст дисципліни. Загальні поняття та визначення

Навколишній світ і діяльність людини з точки зору сучасної науки мають системний характер.

Системність – це загальна властивість об'єктивно існуючої єдності світу, його структурованості і взаємозв'язку.

Системність як загальна властивість світу виявляється не тільки в системності матеріального світу, але й системності пізнавальної та практичної діяльності. Системність пізнавальної діяльності полягає в тому, що наші знання структуровані, являють собою ієрархічну систему взаємопов'язаних моделей світу. Системність практичної діяльності полягає у використанні взаємозв'язаних процедур для перетворення навколишнього середовища й людини, у врахуванні різних сторін діяльності та всіх можливих її наслідків.

Розглянемо головні поняття дисципліни.

Т е о р і я с и с т е м – це область наукового знання про навколишній світ як сукупність систем різної складності й різного рівня, які взаємодіють між собою. Теорія систем є загальнотеоретичним підходом, заснованим на методах діалектики, використанні знань філософії, прикладної математики, теорій пізнання та інших наукових дисциплін. Вона вивчає закономірності функціонування, взаємодії і розвитку великих систем.

Системний аналіз – це методологія об'єктів, що ґрунтується на концепції систем. Він включає формулювання проблемної ситуації, всебічне кількісне порівняння альтернатив та вибір оптимальних рішень при широкому застосуванні методів моделювання.

Системний аналіз застосовується для підготовки й обґрунтування шляхів вирішення складних проблем політичного, соціального, військового, економічного, технічного характеру. Системний аналіз – це прикладна діалектика.

П р е д м е т о м вивчення системного аналізу є система, незалежно від її природи, організації, способу існування і способу опису.

М е т о ю розгляду системи є рішення задач аналізу, керування і проектування.

Головна процедура системного аналізу – побудова узагальнених моделей, в яких відображені закономірності реальної ситуації. Моделі системного аналізу відображають структуру, взаємозв'язки у складних системах, реальну

Національний університет
водного господарства
та природокористування
ситуацію та проблеми, які в них виникають. За допомогою створених моделей досліджують системи й знаходять шляхи вирішення складних проблем практичної діяльності людини.

Технічна основа системного аналізу – інформаційні системи, обчислювальна техніка і сучасні методи керування.

Системний аналіз вивчає такі питання:

- утворення цілого;
- побудова цілого;
- зростання і розвиток цілого;
- відношення між цілісною системою та іншими системами;
- відношення між системою та метасистемою, великою зовнішньою системою, до складу якої вона входить.

Системний аналіз ґрунтується на системному підході, а також на ряді математичних дисциплін та сучасних методах керування.

Системний підхід – це напрямок дослідження, вивчення світу, в основі якого лежить розгляд об'єктів як системи, орієнтація на розкриття цілісності об'єкта, виявлення різноманітності зв'язків у ньому і приведення їх до єдиної теоретичної картини.

Основними принципами системного підходу є:

1. Принцип взаємозв'язку – система вивчається як частина певної макросистеми. Вона зв'язана безліччю зв'язків з іншими системами, взаємодіє та існує в єдності з ними.
2. Принцип багатоплановості – система як деяка самостійна одиниця вивчається з різних сторін зі своїми особливостями.
3. Принцип багатомірності, який полягає в тому, що вивчаються різні характеристики систем, які об'єднують в групи (кластери): об'єкт описується як сукупність деяких характеристик та взаємозв'язків між ними.
4. Принцип ієрархічності – система розглядається як складна структура з різними рівнями, між якими встановлюються певні зв'язки.
5. Принцип різнопорядковості – полягає у тому, що різні ієрархічні рівні системи породжують закономірності різного порядку. Одні закономірності властиві тільки всім елементам або деякій групі елементів, а інші тільки окремим елементам.
6. Принцип динамічності – система розглядається в рухові й розвитку.

Практичне значення системного аналізу полягає в тому, що він є методологією і практикою цілеспрямованого перетворення як самої людини, так і навколишнього світу.

Центральним поняттям системного аналізу є система.

Термін "система" використовується у тих випадках, коли треба охарактеризувати об'єкт, який досліджується чи проектується як дещо ціле, складне, про який неможливо одразу дістати просте уявлення.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Єдине визначення поняття "система" дати досить важко, оскільки під нього повинні підпадати будь-які існуючі системи: технічні, біологічні, екологічні, соціальні, природні і т.д.

Існує понад 30 визначень системи. В енциклопедії система визначається прямим перекладом з грецької мови як об'єднання частин (σύστημα – "складений"). Найбільш відомі визначення системи такі:

Система – це сукупність взаємопов'язаних елементів, яка відособлена від середовища і взаємодіє з ним як єдине ціле.

Система – це організований комплекс засобів досягнення мети (або вирішення проблеми).

Це визначення базується на тому, що існування будь-якої системи має цілеспрямований характер. Відповідність мети й системи неоднозначне, а саме: різні системи можуть орієнтуватись на одну мету, а одна система може мати різні цілі.

Система – це сукупність елементів, яка має нові властивості, відсутні у кожного елемента.

Це визначення відображає наявність у системи і н т е г р а т и в н и х властивостей (властивість "емержентності" – буде розглянута далі), які властиві системі в цілому, але не властиві жодному її елементу окремо: систему не можна зводити до простої сукупності елементів.

Е л е м е н т – це найпростіша неподільна частина системи, властивості якої визначаються конкретною задачею.

Елемент завжди зв'язаний із самою системою. Елемент складної системи може бути у свою чергу складною системою в іншій задачі.

П і д с и с т е м а – частина (або компонента) системи, яка розглядається як об'єднання елементів, але за масштабом менша ніж система в цілому.

Якщо розглядати певний технологічний комплекс, то елементом може бути технологічний процес, технологічний апарат чи конкретна конструкція, підсистемами виступають об'єднання технологічних процесів чи апаратів на рівні технологічних відділень чи цехів.

Оскільки даний курс спрямований на підготовку технічних спеціалістів і розглядатись будуть переважно технічні системи, то необхідно дати визначення цього поняття.

Т е х н і ч н а с и с т е м а – це сукупність впорядковано взаємодіючих елементів, що має властивості, які не зводяться до властивостей окремих елементів, і призначена для виконання певних корисних функцій.

Технічні системи відносять також до групи штучних систем, тобто систем, створених людино в результаті науково-технічного прогресу. Вони призначені для підвищення ефективності праці, його механізації, автоматизації і кібернетизації. Джерелами "життєдіяльності" цих систем є інші види систем (фізичні, хімічні, біологічні, тощо). Класифікаційні ознаки систем наведені в п. 1.5.

Система – одне з основних понять кібернетики.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

К і б е р н е т и к а – це наука, що вивчає загальні закономірності будови складних систем та оптимальне управління ними в умовах невизначеності.

1.2. Системні об'єкти. Оптимальність системи

Система визначається заданням системних об'єктів, їх властивостей та зв'язків між ними. До системних об'єктів відносяться: м е т а , в х і д , п р о ц е с , в и х і д , з в о р о т н і й з в ' я з о к . Взаємодію системних об'єктів можна прослідкувати за рис. 1.1.

Метою системного аналізу в кінцевому результаті є оптимізація досліджуваної системи, а **метою** будь-якої **системи** досягнення нею оптимального стану.

В загальному вигляді знаходження оптимального стану системи можна сформулювати таким чином: визначити невід'ємні значення факторів X_1, X_2, …, X_k, що задовольняють системі нерівностей (обмежень):

$$\begin{cases} P_1 = f_1(x_1, x_2, \dots, x_k) \ge P_1^o; \\ P_2 = f_2(x_1, x_2, \dots, x_k) \ge P_1^o; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ P_n = f_n(x_1, x_2, \dots, x_k) \ge P_1^o; \end{cases} \qquad (1.1)$$

при яких $P_m = f_m(x_1, x_2, \dots, x_k) = min\ (max)$,

де P_1, P_2,…, P_n – показники якості системи; P_1^o, P_2^o,…, P_n^o – задані граничні показники якості; P_m – критерій оптимальності, або цільова функція.

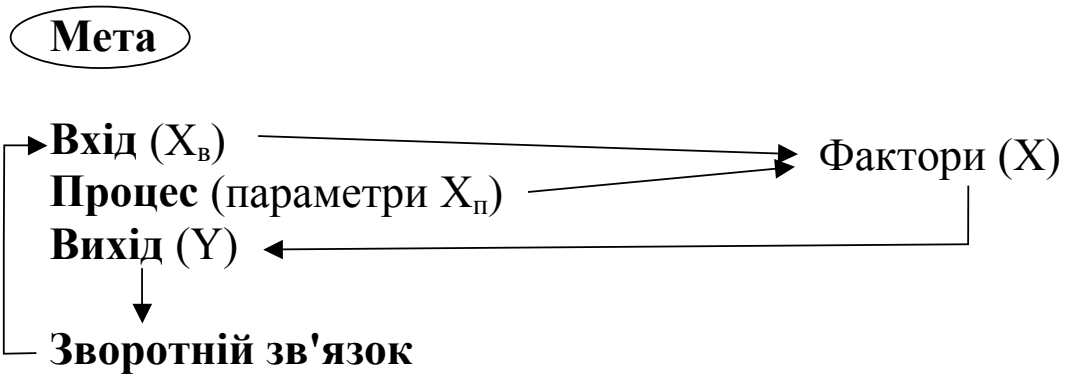


Рис. 1.1. Взаємодія системних об'єктів в системі
(див. також рис. 1.2)

Критерій оптимальності (ефективності) системи характеризує ступінь досягнення мети і є засобом, за допомогою якого вибирають альтернативи. Ефективність будь-якого технологічного рішення можна виміряти розмірами затрат при забезпеченні необхідних властивостей продукції. При вирішенні

Національний університет
водного господарства
та природокористування

окремих технічних задач, можливі різноманітні критерії ефективності (максимальна міцність, строк безвідмовної служби агрегату і т.п.), однак при системному аналізі переважно використовують вартісні критерії, з яких найбільш загальним є п р и в е д е н і з а т р а т и :

$$S = C+E_н \cdot K+ E_н \cdot \Sigma K_{сг} , \qquad (1.2)$$

де С – собівартість одиниці продукції; К – питомі капіталовкладення на одиницю продукцію; $E_н$ – нормативний коефіцієнт ефективності капітальних вкладень (в середньому – 0,15…0,3 залежно від галузі економіки); $\Sigma K_{сг}$ – сумарні питомі капіталовкладення в суміжні галузі.

Вибір варіанту за критерієм мінімуму питомих приведених затрат забезпечує прийняття необхідного рішення.

Розглянемо поняття системних об'єктів на прикладі технології будівельних матеріалів як системи (рис. 1.2).

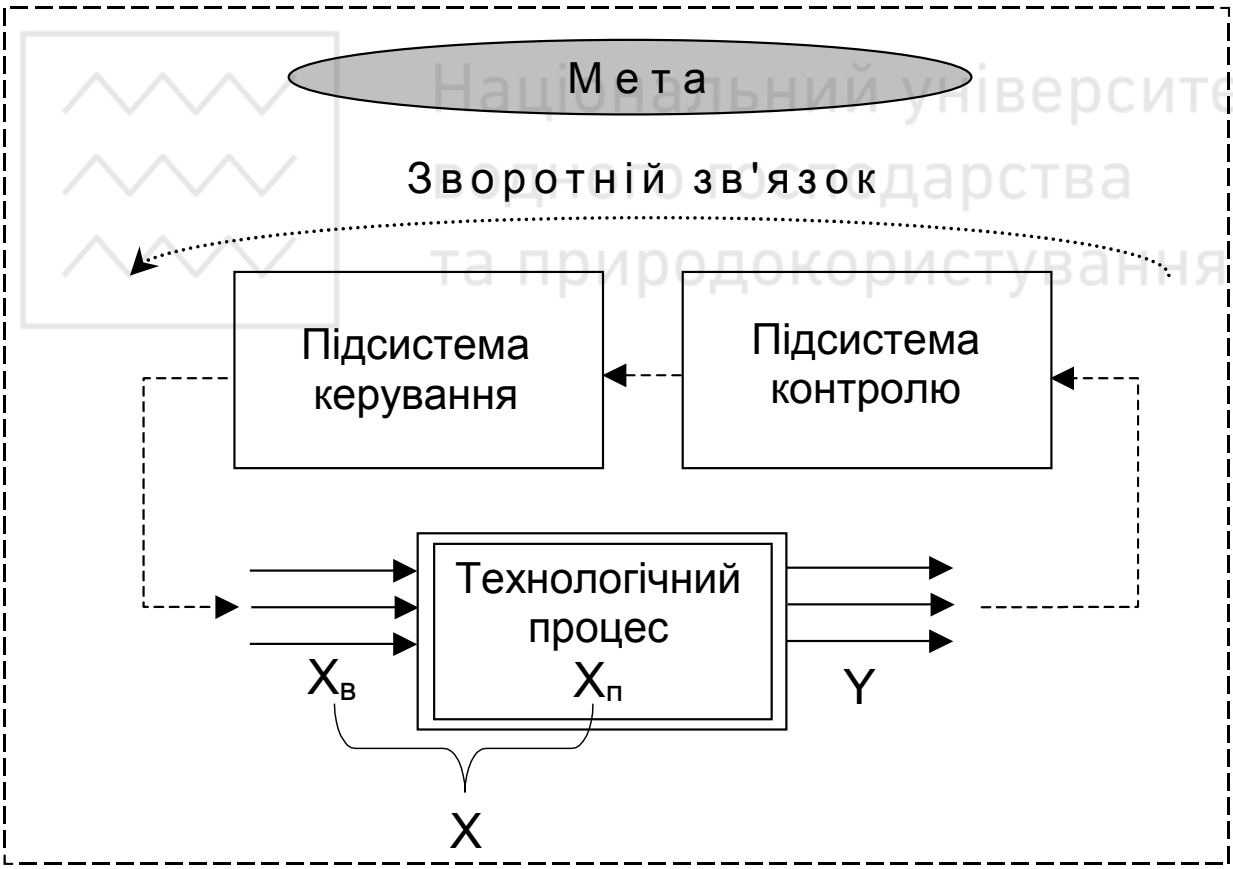


Рис. 1.2. Зв'язки між системними об'єктами та підсистемами технічної системи

М е т у такої системи можна визначити як досягнення матеріалом оптимальної якості і підтримання її на цьому рівні з максимальною стабільністю (до тих пір поки не зміниться комплекс вимог до оптимальної якості). Цієї мети необхідно досягнути хоча б при двох обмеженнях:

Національний університет
водного господарства
та природокористування

- кількість матеріалу не повинна бути менша заданого рівня;
- витрати на функціонування всієї системи не повинні перевищувати певних величин.

В х о д а м и системи ($X_в$) є якість вихідних компонентів матеріалу, що характеризується набором властивостей кожного з них.

П р о ц е с о м є власне технологія, тобто визначення співвідношення між компонентами, проведення певних хімічних реакцій та інших процесів за наперед визначеними режимами.

Процес характеризується набором параметрів $X_п$, які разом з входами $X_в$ утворюють комплекс факторів X, що визначають виходи системи (Y). В даному випадку, в и х і д – це якість матеріалу, що характеризується набором його властивостей, або приведеними затратами, про що було сказано вище.

Кожен з факторів X і кожен з виходів Y також має обмеження:

$$X_z \le X \le X_w , \quad Yz \le Y \le Yw, \tag{1.3}$$

де X_Z, Y_Z, ... , X_W, Y_W – певні конкретні величини $(-\infty;+\infty)$.

В системі доцільно виділяти три п і д с и с т е м и : технологічного процесу, контролю і керування.

Для цілеспрямованої зміни виходів Y необхідно змінювати значення факторів X, тобто керувати технологією. Це здійснюється п і д с и с т е м о ю к е р у в а н н я (людина-оператор, машина), в яку поступає через п і д с и с т е м у к о н т р о л ю (людина-оператор, контрольно-вимірювальні прилади) необхідна для прийняття рішень інформація про стан входів ($X_в$), процесу ($X_п$) і виходів (Y) системи. Так як вибір керуючих дій (значень $X_в$ і $X_п$) пов'язаний із станом виходів (зі значеннями Y як результатом зміни X) системи, то такий зв'язок є з в о р о т н і м .

Схема, що пояснює взаємодію системних об'єктів розглянутої системи а також її підсистем (як складових системних об'єктів), наведена на рис. 1.2.

Розглянемо типові техніко-економічні задачі, які можуть бути поставлені і вирішені в такій системі:

- **по входу системи** ($X_в$) при збереженні Y постійним – мінімізація витрати сировинних компонентів на одиницю продукції, що випускається, заміна дорогих компонентів на менш вартісні або дефіцитних на розповсюджені; введення спеціальних добавок – регуляторів $X_п$ і Y;
- **по процесу** ($X_п$) при збереженні Y постійним – скорочення тривалості режимів переробки в цілому або на окремих переділах, переведення окремих параметрів режимів в некритичні зони, поліпшення умов праці і техніки безпеки, підвищення продуктивності праці або зниження трудових витрат на одиницю продукції і т.д.;

Національний університет
водного господарства
та природокористування

- **по виходу системи** (Y) – покращення окремих показників властивостей і загальної кількості готової продукції, підвищення однорідності якості і надійності виробів, зниження собівартості готової продукції, підвищення рентабельності виробництва, збільшення валового продукту і розширення його номенклатури;
- **по підсистемах керування і контролю** – збільшення надійності і швидкодії керування, зниження рівня помилок контролю входів, процесу і виходу системи за рахунок впровадження нових методів і апаратури, вдосконалювання нормативної документації та ін.

1.3. Моделі і моделювання

При вивчені конкретної системи завжди доводиться абстрагуватись від ряду виникаючих в ній явищ. Така наукова абстракція дозволяє виділяти і аналізувати найбільш важливі для даного дослідження характеристики системи (структуру, взаємозв'язки між елементами, властивості, риси поведінки і т.д.) із множини реально існуючих в даній системі. Особливою формою такого абстрагування є м о д е л ь .

Модель – це уявна, або матеріально-реалізуєма система, яка, відображаючи чи відтворюючи об'єкт дослідження, здатна давати нову інформацію про цей об'єкт.

Модель та оригінал не є тотожні в усьому, а лише а н а л о г і ч н і хоча б в одному певному визначенні.

В залежності від того які сторони об'єкта представленні в моделі останні можуть бути: субстанціональними, структурними і функціональними.

На даний час найбільшу роль відіграють ф у н к ц і о н а л ь н і м о д е л і , що імітують способи поведінки оригіналу. Функція як деякий стабільний, характерний для даної системи спосіб поводження є однією з найважливіших сторін сутності системи. Функціональний підхід характеризується якби подвійною абстракцією: абстрагуванням спочатку від речовинного складу системи з вичленовуванням її внутрішньої структури і наступним абстрагуванням від останньої з виділенням функціональних зв'язків системи із середовищем. Складна матеріальна система розглядається як єдність трьох об'єктивних начал: речовини, структури внутрішніх відносин і функціональних зв'язків із середовищем.Функціональний підхід до системи не вичерпує повністю її сутності, але дозволяє наблизитись до розкриття природи цієї системи.

Узагальненим абстрактним методом функціональної моделі є широко розповсюджений і теоретично розроблений в кібернетиці м е т о д " ч о р н о г о я щ и к а " . Під ним розуміється система, внутрішня будова якої невідома спостерігачу, але він може досліджувати входи (X) та виходи (Y) цієї системи (рис. 1.3).

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Функціональна модель "чорного ящика" повинна відповідати об'єкту за входами (X) та виходами (Y), тобто при тих же вхідних діях виявляти аналогічну з об'єктом реакцію на виходах. Такий кібернетичний підхід дозволяє тимчасово відмежуватись від деяких складних явищ (фізико-хімічних, техніко-економічних та ін.), що відбуваються в досліджуваній системі і, в результаті, значно прискорити вирішення ряду практичних задач (управління, оптимізації тощо). Звичайно, цей підхід не заперечує необхідності подальших досліджень причин явищ, структури і субстанції системи; більш того, такі дослідження стимулюються конкретними результатами вивчення матеріальних систем за моделлю "чорного ящика".

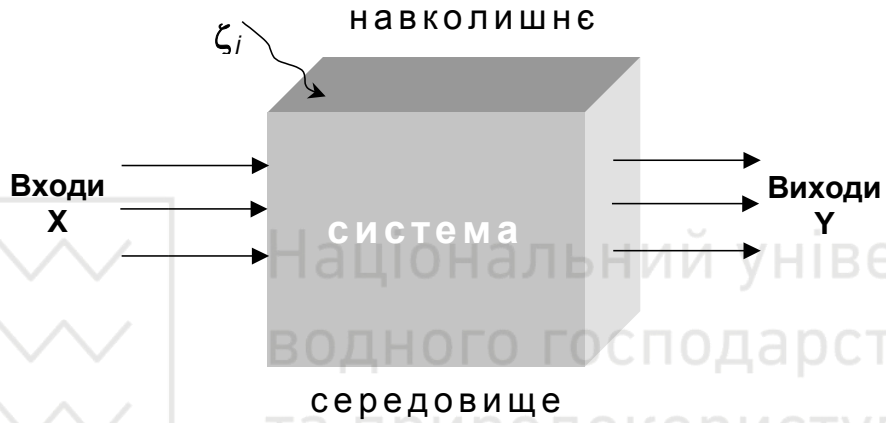


Рис. 1.3. Кібернетична модель "чорного ящика"

Як і моделі інших класів, функціональні моделі можуть бути ф і з и ч н и м и (тобто виготовленими в натурі) і а б с т р а к т н о - з н а к о в и м и. До останніх відносяться функціональні м а т е м а т и ч н і м о д е л і, якими можна назвати формальні описи системи (у вигляді набору чисел, графіків, рівнянь, нерівностей, логічних виразів, алгоритмів і т.п.), що дозволяють робити висновки про деякі риси поведінки цієї системи за допомогою формальних процедур над її описами.

В загальному вигляді математична модель системи для кожного виходу Y записується як функція, яка додатково включає групу факторів, що змінюються випадково (ζ_j) за рахунок впливу навколишнього середовища:

$$Y = f(x_i; \zeta_j), \tag{1.4}$$

де x_i – прогнозовані фактори впливу; ζ_j – випадкові фактори навколишнього середовища.

Те, що математичні моделі є не предметно-фізичними, а абстрактно-знаковими, не применшує їхньої об'єктивності за умови, що вони з достатньою точністю описують поводження системи.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Як і моделі інших класів, математична модель М повинна відповідати об'єкту-прототипу (зокрема, системі на рис.1.2) лише *обмежено* в рамках, обумовлених цілями аналізу або керування поведінкою ситеми. К р и т е р і є м і с т и н н о с т і м о д е л і служить інженерна або техніко-економічна корисність нової інформації, отриманої по М при наступній перевірці її в системі.

Щоб модель виявилася корисною, вона повинна володіти двома взаємопов'язаними властивостями:

1) модель повинна бути економічною, тобто дозволяти досягнути поставленої мети при меншій витраті ресурсів ніж при використанні самої системи (об'єкта-прототипу);
2) модель повинна забезпечувати можливість розповсюдження без суттєвого спотворення (з відомим ризиком помилитися) інформації на систему, тобто мати властивість транзитивності (лат. *transitivus* – перехідний).

При математичному моделюванні використовуються практично всі математичні моделі. В основі їх вибору лежить цільова установка моделювання, теоретичні уявлення про об'єкт, накопичена інформація, обмеження на матеріальні і часові ресурси і т.п.

З урахуванням сформованої практики рішення інженерних задач в області будівельного матеріалознавства і технології доцільно виділити п'ять основних типів математичних моделей [4], різних за своєю природою.

- Моделі типу $\mathbf{M_1}$ – *рівняння математичної фізики*.

Ґрунтуються на аналізі нескінченно малих змін в фізичній системі нескінченно малого об'єму.

Приклад: рівняння руху в'язкої рідини Нав'є-Стокса. При такому аналізі число припущень незначне (наприклад, "потік нерозривний" і в'язкість рідини залежить тільки від температури, тобто рідина – "ньютонівська"), а при складанні таких моделей – використовуються фундаментальні закони природи (зокрема, знак рівності в рівнянні Нав'є-Стокса відбиває закон збереження енергії). Для інженерних розрахунків потрібен перехід від нескінченно малих до кінцевих (вимірних) змін в реальній системі, однак саме цей перехід, як правило, аналітично настільки складний (або взагалі неможливий в загальному вигляді), що інтегрування заміняється тими або іншими наближеними методами.

- Моделі типу $\mathbf{M_2}$ – *концептуальні математичні моделі*.

Мають в своїй основі перш за все деяку інженерну концептуальну (лат. *conseptus* – уявлення, думка) модель, початково виражену словами в термінах даної науки (матеріалознавство, технологія). Далі ця модель описується абстрактно-знаково за допомогою диференційних чи алгебраїчних рівнянь, логічних операцій тощо.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Приклад: Модель поведінки реального матеріалу під навантаженням, що аналогічна поведінці послідовно з'єднаної пружини і поршня, які рухаються у в'язкому середовищі.

Варто підкреслити, що для використання моделей M_2 необхідно дослідне визначення різних параметрів об'єкта.

- Моделі типу **M_3** – *експериментально-статистичні моделі*.

Описують з відомою точністю зв'язок між входами X_i і виходом Y системи на основі експериментальних даних без аналізу внутрішньої структури системи, яку можна розглядати як "чорний ящик".

Приклад: Формула міцності бетону Боломея-Скрамтаєва:

$R_б = AR_ц(Ц/В-b) = b_{12}x_1^{-1}\cdot x_2+b_2x_2$.

Моделі M_3 відрізняються вкрай простими вихідними передумовами ("зв'язок може існувати і його можна описати формулою або алгоритмом"), що є джерелом і переваг, і недоліків. Одна з основних переваг моделей M_3 – універсальність методології оптимального збору експериментальної інформації і побудови моделей. Недоліки – складність всебічної інтерпретації параметрів моделей і обмеженість області їх дії рамками тих конкретних об'єктів, для яких вони побудовані. Дані моделі займають основне місце в інженерній практиці.

- Моделі типу **M_4** – *моделі дослідження операцій*.

Ці моделі досліджують певні операції як сукупність дій, спрямованих на досягнення деякої мети і характерні, головним чином, для техніко-економічних задач.

Приклади: задачі управління запасами, розподілення ресурсів між виробництвами, транспортні задачі. Розв'язуються вони, як правило, методами математичного програмування.

В реальних задачах, як правило, немає чітких границь між зазначеними типами моделей (причому найбільш часто поєднуються моделі M_1+M_2 і M_2+M_3. Однак дійсне поєднання моделей усіх типів для всебічного опису, аналізу й оптимізації поведінки об'єкта стало можливим лише завдяки використанню сучасних програмно-апаратних комплексів.

- Моделі типу **M_5** – *імітаційні моделі*.

Імітаційна модель включає в єдину програму моделі будь-яких типів, що об'єднані правилами взаємопереходу, а також генератор випадкових чисел, що моделює збурюючу дію середовища ζ_i на систему.

Математичні моделі є ефективним засобом вирішення задач в усіх трьох основних областях діяльності інженерів-будівельників: при дослідженні систем; їх проектуванні та керуванні їх функціонуванням.

В задачах дослідження особливе значення мають моделі M_1 і M_2, що дають поглиблену інтерпретацію результатів моделювання. В задачах керування системою в конкретних умовах пріоритет належить моделям M_3 і M_5, в

Національний університет
водного господарства
та природокористування

яких цю конкретність вдається відобразити з достатньою повнотою та точністю.

При проектуванні системи на етапі пошуку найкраще використовувати моделі M_1 іM_2, що дають більш загальну інформацію про системи даного класу, а на стадії підготовки системи до реалізації підвищується значення моделей M_3, M_4 і особливо M_5.

Тема 2. ОЗНАКИ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

Зміст системного підходу при дослідженні процесів розвитку в техніці полягає в розгляді будь-якого технічного об'єкта як системи взаємозалежних елементів, що утворюють єдине ціле. Лінія розвитку являє собою сукупність декількох вузлових точок – технічних систем, що різко відрізняються одна від одної (якщо їх порівнювати тільки між собою). Між вузловими точками лежить безліч проміжних технічних рішень – технічних систем з невеликими змінами в порівнянні з попереднім кроком розвитку. Системи як би "перетікають" одна в іншу, повільно еволюціонуючи, відсуваючись усе далі від вихідної системи, перетворюючись – іноді до невпізнанності. Дрібні зміни накопичуються і стають причиною крупних якісних перетворень. Щоб пізнати ці закономірності, необхідно визначити, що таке технічна система, з яких елементів вона складається, як виникають і функціонують зв'язки між частинами, які наслідки від дії зовнішніх і внутрішніх факторів і т.д. Незважаючи на величезну розмаїтість, технічні системи володіють рядом загальних властивостей, ознак і структурних особливостей, що дозволяє вважати їх єдиною групою об'єктів.

Які основні ознаки технічних систем? До них можна віднести наступні:

- системи складаються з частин, елементів, тобто мають структуру;
- системи створені для якихось цілей, тобто виконують корисні функції;
- елементи (частини) системи мають зв'язки один з одним, з'єднані певним чином, організовані в просторі і часі;
- кожна система в цілому володіє якоюсь особливою якістю, не рівною простій сумі властивостей складових її елементів, інакше пропадає сенс створення системи (цільної, функціонуючої, організованої).

Таким чином, будь-яка технічна система (ТС)* має 4 головні ознаки: функціональність, цілісність (структура), організація, системна якість. Відсутність хоча б однієї з наведених ознак не дозволяє вважати об'єкт технічною системою.

Розглянемо ці ознаки більш детально.

---

* Визначення поняття "технічна система" наведено в п.1.1.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

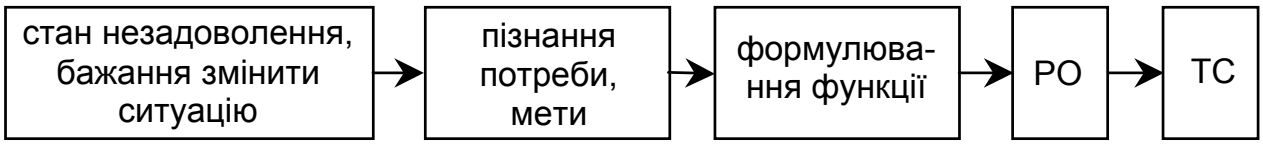
2.1. Функціональність

В основі будь-якого трудового процесу лежить поняття мети. В технічних системах мета задається людиною і, відповідно, вони призначені для виконання корисної функції. М е т а – це уявний підсумок, до якого прагнуть, задовольняючи потребу.

Поява мети – це результат усвідомлення потреби. Потреба (постановка задачі) – це те, що необхідно мати (зробити), а функція – реалізація потреби в ТС.

Потреба може бути задоволена декількома функціями, наприклад, потреба в обміні продуктами праці – натуральний обмін, по еквівалентах, грошова система. Так само й обрана функція може бути втілена в декількох реальних об'єктах, наприклад, гроші – мідь, золото, папір і т.д. І, нарешті, будь-який реальний об'єкт може бути отриманий (синтезований) декількома шляхами або його робота може бути заснована на різних фізичних принципах, наприклад, папір можна одержати різними способами, малюнок нанести фарбою, у вигляді голограми і т.д. Таким чином, технічні системи, в принципі, мають множинні шляхи розвитку. Людина, певним чином, обирає один шлях втілення потреби. Критерій тут єдиний – мінімум МГЕ (маси, габаритів, енергоємності), оскільки обмеження по ресурсах було і залишається актуальним питанням.

Виникнення потреб, усвідомлення мети і формулювання функції – це процеси, що відбуваються всередині людини. Але реально діюча функція – це вплив на предмет праці (виріб) або служіння людині. Тобто не вистачає проміжної ланки – р о б о ч о г о о р г а н а (РО). Це і є носій функції в чистому виді. РО – єдина функціонально корисна людині частина технічної системи. Всі інші частини допоміжні. ТС і виникали на перших етапах як робочі органи (замість органів тіла і на додаток їм). І тільки потім, для збільшення корисної функції, до робочого органа "пристроювалися" інші частини, підсистеми, допоміжні системи. Вище описаний процес можна зобразити так:



Для полегшення переходу від функції до її носія – робочого органа майбутньої ТС – необхідна точність в описанні функції. Чим конкретніше описана функція, чим більше додаткових умов, тим вужчий діапазон засобів для її реалізації, тим більш визначена ТС і її структура.

Таким чином, можна дати таке визначення функції:

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Функція – це здатність ТС проявляти свою властивість (якість, корисність) при певних умовах і перетворювати предмет праці (виріб) в необхідну форму або величину.

Для визначення функції необхідно відповісти на питання: що робить ця ТС? (для існуючих ТС), або – що повинна зробити ТС? (для створюваних ТС).

2.2. Структура

Сукупність (цілісність) елементів і властивостей – невід'ємна ознака системи. З'єднання елементів в єдине ціле необхідне для одержання (утворення, синтезу) корисної функції, тобто для виконання поставленої мети.

Якщо визначення функції (мети) системи якоюсь мірою залежить від людини, то структура – найбільш об'єктивна ознака системи, вона залежить тільки від виду і матеріального складу використовуваних в ТС елементів, а також від загальних законів світу, що диктують визначені способи поєднання, види зв'язку і режими функціонування елементів в структурі. В цьому сенсі структура – це спосіб взаємного поєднання елементів в системі. Складання структури – це програмування системи, задання поводження ТС із метою одержання в результаті корисної функції. Необхідна функція й обраний фізичний принцип її здійснення однозначно задають структуру.

Структура – це сукупність елементів і зв'язків між ними, які визначаються фізичним принципом здійснення необхідної корисної функції.

Структура залишається незмінної в процесі функціонування, тобто при зміні стану, поводження, здійсненні операцій і будь-яких інших діях.

Головне в структурі: елементи, зв'язки, незмінність у часі.

Елемент структури – відносно ціла частина системи, що володіє деякими властивостями, не змінними при відділені від системи і здатна до виконання певної елементарної функції.

Однак в системі властивості елемента не дорівнюють властивостям окремо узятого елемента.

Сума властивостей елемента в системі може бути більшою або меншою суми його властивостей поза системою. Інакше кажучи, частина властивостей елемента, що включається в систему, гаситься або до елемента додаються нові властивості. В переважній більшості випадків частина властивостей елемента нейтралізується в системі, ніби зникає. В залежності від величини цієї частини говорять про ступінь втрати індивідуальності елемента, включеного в систему.

Система має частину властивостей елементів її складових, але жоден елемент колишньої системи не володіє властивістю усієї системи (системним ефектом, якістю).

Національний університет
водного господарства
та природокористування

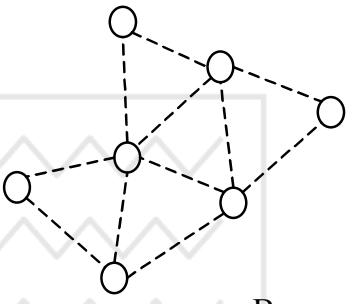
Елемент – мінімальна одиниця системи, здатна до виконання деякої елементарної функції. Усі технічні системи починалися з одного елемента, призначеного для виконання однієї елементарної функції.

Типи структур

Типи структур, як правило, зображуються структурними схемами (графами), які включають в себе позначення елементів і зв'язків між ними. При потребі також вказується певний конкретний вид зв'язку (ці зв'язки будуть розглядатись далі), та відмінність між елементами.

Виділимо декілька найбільш характерних для техніки структур:

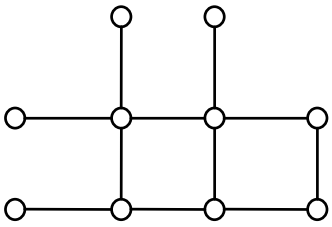
1. Корпускулярна. Складається з однакових елементів, слабо зв'язаних між собою. Зникнення частини елементів майже не відображається на функції системи. Приклади: піщаний фільтр, пісок.



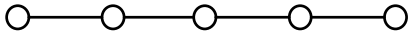
або

В схемі структури позначені т.зв. „нульові" зв'язки (штрихова лінія або відсутність позначення)

2. Матрична. Складається з однакових, жорстко зв'язаних між собою елементів. Приклади: цегляна стіна, арка.

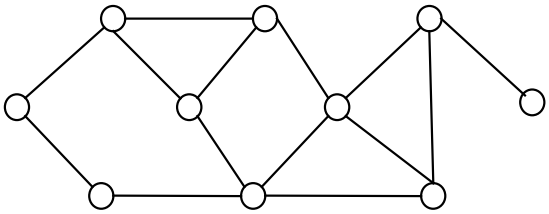


3. Лінійна. Складається з однотипних шарнірно зв'язаних елементів. Приклади: ланцюг, гусениця.

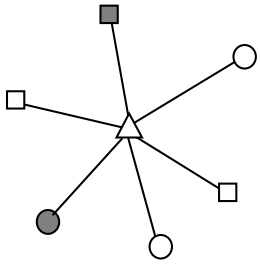


4. Сітьова. Складається з одно-, або різнотипних елементів, зв'язаних між собою або транзитом через інші, або через центральний (вузловий) елемент. (т.зв. "зіркова" система). Приклади: телефонна мережа, система тепло-, водопостачання.

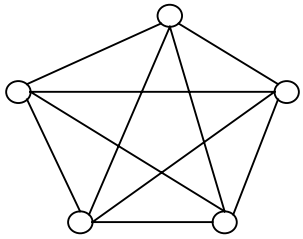
Національний університет
водного господарства
та природокористування



або

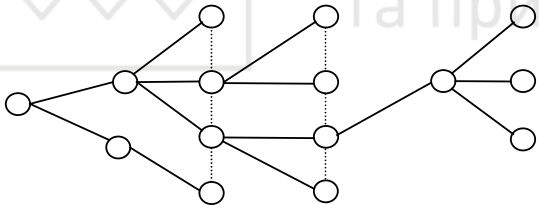


5. Багатозв'язна (варіант сітьової). Включає множину перехресних зв'язків в сітьовій моделі.



6. Ієрархічна (деревоподібна). Складається з різнорідних елементів, кожен з яких є складовим елементом більш високого рангу і має зв'язки по "горизонталі" (з елементами одного рівня) і по "вертикалі" (з елементами різних рівнів).

Прикладом може бути будь-який складний механізм, напр. автомобіль. Серед соціально-виробничих систем ця схема відображатиме структуру управління виробництвом (підприємством).



За типом розвитку у часі структури можуть:

- р о з г о р т а т и с я – з часом при розширенні (збільшенні) функції ТС, зростає кількість елементів.
- з г о р т а т и с я – з часом при збільшенні або незмінному значенні функції кількість елементів зменшується.
- с к о р о ч у в а т и с я (редукувати) – в певний момент часу починається зменшення кількості елементів при одночасному зменшенні функції.
- д е г р а д у в а т и – зменшення функції при зменшенні зв'язків, потужності, ефективності.

<u>Принципи побудови структури</u>

Головний орієнтир в процесі синтезу системи – одержання майбутньої системної властивості (ефекту, якості). Важливе місце в цьому процесі займає етап підбору (побудови) структури.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Для однієї і тієї ж системи можна підібрати декілька різних структур – в залежності від вибору фізичного втілення функції ТС. Вибір фізичного принципу повинен ґрунтуватися на мінімізації маси, габаритів, енергоємності при збереженні ефективності ТС.

Розглядають 4 принципи формування структури:

1. Принцип функціональності.

Цей принцип відображає переважання (примат) функції над структурою. Структура обумовлюється попереднім вибором:

функція → принцип дії → структура.

Вибір принципу дії однозначно визначає структуру, тому їх розглядають разом. Принцип дії, а, отже, і структура, – це відображення мети – функції.

2. Принцип причинності.

Кожна подія в ТС має одну або декілька причин і сама є причиною наступних подій.

Важливий момент функціонування ТС – забезпечення "запуску" причини. Для цього необхідна наявність таких умов:

а) забезпечити зовнішні умови, що не перешкоджають проявленню дії;

б) забезпечити внутрішні умови, при яких здійснюється подія;

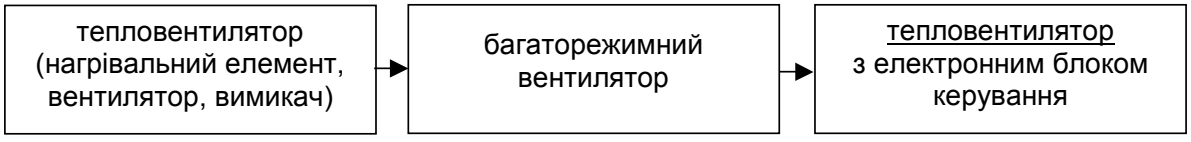
в) забезпечити ззовні підведення "іскри" для "запуску" дії;

Головний зміст у виборі принципу дії – найкраще здійснення принципу причинності.

3. Принцип повноти частин.

Принцип повноти частин (закон повноти частин системи) може бути взятий за основу при першій побудові функціональної схеми. Можлива наступна послідовність кроків:

1. Формулюється головна функція.
2. Визначається фізичний принцип дії робочого органу.
3. Відбирається або синтезується робочий орган.
4. До робочого органа "прилаштовуються" інші частини, наприклад двигун, джерело енергії, орган керування.
5. Будується в першому наближенні функціональна схема, яка відображає ланцюжок дій – від початкової події до кінцевої.
6. Виявляються недоліки і можливі збої в схемі. Розробляються більш докладні схеми з врахуванням ієрархії підсистем. Підсистеми, що недостатньо добре виконують функції, добудовуються новими елементами. Наприклад:



Національний університет
водного господарства
та природокористування

4. Принцип доповнюваності.

Полягає в особливому способі з'єднання елементів при включенні їх в систему. Елементи повинні бути не тільки узгодженні за формою і властивостям (для того, щоб мати принципову можливість взаємного з'єднання), але і доповнювати один одного, взаємно посилюватись, додавати корисні властивості і нейтралізувати шкідливі.

Це основний механізм виникнення системного ефекту (якості) (див. п. 2.4).

Форма

Форма – це зовнішнє виявлення структури ТС, а структура – внутрішній вміст форми. Ці два поняття тісно взаємопов'язані. В ТС може переважати одне з них і диктувати умови втілення іншої (напр. форма крила літака обумовлює його структуру). Логіка побудови структури в основному визначається внутрішніми принципами і функціями системи. Форма в більшості випадків залежить від вимог надсистеми. Основні вимоги до форми:

- функціональні (напр. форма нарізки на гвинті і т.п.);
- ергономічні (зручність для людини, напр. рукоятка інструмента, сидіння водія і т.п.);
- технологічні (простота і зручність виготовлення, обробки, транспортування);
- експлуатаційні (строк служби, міцність, стійкість, зручність ремонту);
- естетичні (дизайн, зовнішній вигляд і т.п.).

2.3. Організація

За своєю сутністю **організація** – це алгоритм спільного функціонування елементів системи, з'єднаних між собою певним чином у часі і просторі.

Організація виникає одночасно зі структурою, коли між елементами виникають об'єктивно закономірні, узгоджені, стійкі у часі зв'язки (відносини); при цьому одні властивості (якості) елемента висуваються на перший план (працюють, реалізуються, посилюються), а інші – обмежуються, гасяться, маскуються.

Головна умова виникнення організації – зв'язки між елементами або їх властивостями повинні перевищувати за силою зв'язки із несистемними елементами.

Ступінь організованості відбиває ступінь передбачуваності поводження системи при здійсненні головної функції. Абсолютна передбачуваність неможлива або можлива тільки для непрацюючих ("мертвих") систем. Повна непередбачуваність – коли системи не існує, дезорганізація.

Складність організації характеризується кількістю і різноманітністю елементів, зв'язків, кількістю рівнів ієрархії.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Зв'язки

Зв'язок – це відношення між елементами системи, це реальний фізичний канал для передачі енергії, речовини або інформації (остання, знову ж таки, представлена або енергією або речовиною).

Головна умова роботи зв'язку – "різниця потенціалів" між елементами, тобто градієнт поля або речовини (відхилення від термодинамічної рівноваги). При градієнті виникає рухома сила, що викликає потік енергії або речовини. Наприклад:

- градієнт температури – потік теплоти (теплопровідність);
- градієнт концентрації – потік речовини (дифузія);
- градієнт швидкості – потік імпульсу;
- градієнт електричного поля – електричний струм, а також градієнти тиску, магнітного поля, густини і т.д.

Основними характеристиками зв'язку є фізичне наповнення і потужність. Фізичне наповнення – це вид речовини або поля, що використовується в зв'язку. Потужність – це інтенсивність потоку речовини або енергії.

Потужність зв'язку повинна бути більше потужності позасистемних зв'язків, вище граничної – рівня шуму зовнішнього середовища.

Зв'язки в системі можуть бути:

- функціонально необхідні, для виконання головної функції;
- допоміжні, що підвищують надійність;
- шкідливі (зайві, надлишкові).

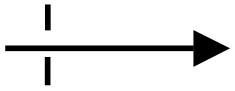
За типом з'єднання зв'язки бувають: лінійні, кільцеві, зіркові, транзитні, розгалужені і змішані.

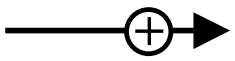
Основні види зв'язків в ТС:

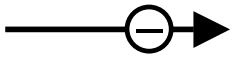
1. Елементарні:

односторонній (напівпровідний);

рефлексивний (виникає під дією зовнішньої причини);

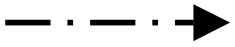

селективний (відсіває зайві потоки);


позитивний (потужність збільшується при збільшенні різниці потенціалів);


негативний (потужність зменшується при збільшенні різниці потенціалів);

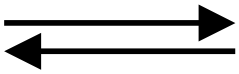
нейтральний (байдужий до напрямку);

нульовий;


проектний;

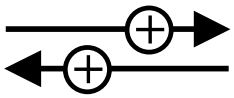
Національний університет
водного господарства
та природокористування

2. К о м б і н о в а н і :

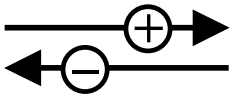


двосторонній (повністю провідний);

контрзв'язок (пропорційно залежний від стану елементів, напр. полюси магніту, або потенціали джерел струму);



позитивний зворотній (при збільшенні потужності одного зв'язку збільшується потужність іншого), механізм взаємної стимуляції функцій веде до наростання процесів;



від'ємний зворотній (при збільшенні потужності одного зв'язку зменшується потужність іншого), стабілізуючий механізм веде до стійкої рівноваги або до коливань навколо точки рівноваги.

Керування

Одна з важливих властивостей організації – можливість к е р у в а н н я , тобто зміни або підтримки стану елементів в процесі функціонування системи. Керування йде по спеціальним зв'язкам і представляє собою послідовність команд у часі. Найбільш розповсюдженим і достовірним способом є керування за відхиленням величини.

Фактори, що руйнують організацію

До таких факторів відносяться три групи шкідливих впливів:

- зовнішні (надсистема, природа, людина);
- внутрішні (форсоване або випадкове взаємопідсилення шкідливих властивостей);
- ентропійні (саморуйнування елементів внаслідок кінцевості строку життя).

Зовнішні фактори руйнують зв'язки, якщо їх потужність перевищує потужність внутрішньосистемних зв'язків.

Внутрішні фактори первісно є в системі, але з часом, через порушення в структурі їх кількість критично збільшується.

Приклади ентропійних факторів: зношення частин (винос із системи частини речовини), переродження зв'язків (втома пружин, іржа).

2.4. Системний ефект (якість)

Кожна система в цілому володіє певною особливою якістю, яка не рівна простій сумі властивостей елементів, що її складають.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Всі елементи в системі і сама система володіють рядом властивостей, а саме:

1) структурно-речовинні: властивості речовини, що визначаються її складом, видом компонентів, фізичними особливостями (вода, повітря, сталь, бетон);
2) структурно-польові (наприклад, вага є невід'ємною властивістю будь-якого елемента, магнітні, електричні властивості тощо);
3) функціональні: спеціалізовані властивості, які можуть бути отриманні з різних речовинно-польових поєднань.
4) системні: сукупні (інтегральні) властивості – вони не рівні властивостям елементів, що входять в систему і бувають двох типів:

   а) **системний ефект** – непропорційно велике підсилення (зменшення) властивостей, що є у елементів;

   б) **системна якість** або **емержентність** (англ. *emergence* – несподіване виникнення) – поява нової властивості (надвластивості), якої не було в жодного з елементів до включення їх в систему.

Щоб точніше визначити системний ефект (якість) даної ТС, можна скористатися простим прийомом: треба розділити систему на складові елементи і подивитися, яка якість (який ефект) зникла. Наприклад, окремо жодна з частин літака літати не може, як не може виконати свою функцію і "урізана" система – літак без крила або керування. Це, до речі, переконливий спосіб доказу, що всі об'єкти в світі – системи. Уявно розділіть вугілля, цукор, голку, – на якому етапі поділу вони перестають бути самими собою, втрачають головні ознаки? Всі вони відрізняються один від одного лише тривалістю процесу поділу – голка перестає бути голкою при поділі на дві частини, вугілля і цукор – при поділі до атома. Очевидно, так званий діалектичний закон переходу кількісних змін в якісні відбиває лише змістовну сторону більш загального закону – *закону утворення системного ефекту (якості)*.

Ще один приклад системного ефекту: швидкість звуку в рідини, наприклад, в воді складає близько 1500 метрів на секунду, в газі (повітрі) – 340, а в газово-водяній суміші (5 відсотків об'ємних пухирців газу) швидкість падає до 30…100 метрів на секунду.

Будь-який елемент володіє багатьма властивостями. Одні з них при формуванні зв'язків послаблюються, інші, навпаки, набувають виразного вигляду, одні властивості можуть складатися, інші – нейтралізуватися.

Можливі три випадки виникнення системного ефекту (якості):

- позитивні властивості додаються, взаємопосилюються, а негативні залишаються незмінними;
- позитивні властивості додаються, а негативні взаємно знищуються;
- до суми позитивних властивостей додаються перетворені негативні.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

2.5. Класифікація систем

При порівнянні різних систем необхідно їх розрізняти, тому виникає необхідність у введенні певних класифікаційних ознак систем.

Класифікаційними ознаками є ті ознаки, які, на думку того, хто виконує класифікацію, є визначальними для даного класу об'єктів. Поняття "система" охоплює всі об'єкти навколишнього світу. Тому існує велика різноманітність класифікацій систем за різними ознаками (критеріями), які характеризують структуру системи, її призначення, особливості функціонування та ін.

Найбільш узагальнена і розповсюджена класифікація [13], яка відображає принципи класифікації а також класи і підкласи систем, наведена в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Класи та підкласи систем

№ з/п	*Основа класифікації систем*	*Класи і підкласи систем*
1	2	3
1	За матеріалом, з якого створені	1.1. Матеріальні 1.2. Ідеальні (абстрактні)
2	За походженням	2.1. Штучні 2.2. Природні 2.3. Змішані
3	За характером зв'язку з навколишнім середовищем	3.1. Відкриті 3.2. Закриті
4	За складністю	4.1. Неживі 4.1.1. Статичні структури чи їх основи (кристал) 4.1.2. Прості динамічні із заданим законом поведінки (годинник) 4.1.3. Кібернетичні системи з циклами керування, що мають зворотний зв'язок (термостат, робот)
		4.2. Живі 4.2.1. Відкриті системи з самозберігаючою структурою (клітка) 4.2.2. Живі організми з низькою здатністю сприймати інформацію (рослини) 4.2.3. Живі організми з більш розвинутою системою сприйняття інформації (тварини) 4.2.4. Живі організми із самосвідомістю (людина) 4.2.5. Соціальні системи (етнос, нація) 4.2.6. Трансцендентні системи чи системи, що знаходяться поза нашою свідомістю

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Продовження табл. 1.1

1	2	3
5	За принципами поведінки	5.1. Матеріальні 5.2. Гомеостатичні 5.3. Вирішуючі (без передбачення) 5.4. Здатні передбачувати 5.5. Рефлексивні
6	За ступенем організованості	6.1. Добре організовані 6.2. Погано організовані 6.3. Самоорганізуючі 6.3.1. Саморегулюючі 6.3.2. Самонавчаючі 6.3.3. Самонастроюючі 6.3.4. Самовідновлювальні 6.3.5. Самовідтворюючі
7	За ступенем ресурсної забезпеченості	7.1. Малі 7.2. Великі 7.3. Прості 7.4. Складні 7.5. Звичайні 7.6. Енергокритичні
8	За характером цілей	8.1. Призначені для певної цілі 8.2. Здатні обирати ціль і до неї прагнути
9	За описом змінних	9.1. Якісний опис 9.2. Кількісний опис 9.3. Змішаний опис
10	За способом керування	10.1. Керування зовні 10.2. Самокерування 10.3. З комбінованим керуванням
11	За типом операторів системи *f*	11.1. Чорний ящик (*f* невідомо) 11.2. Непараметризований клас (*f* відомо частково) 11.3. Параметризований клас (*f* відомо до параметра) 11.4. Білий ящик (*f* відомо повністю)

Розглянемо детальніше деякі з класифікацій систем за певними ознаками.

Оскільки поділ систем на природні, штучні й змішані є досить загальним, то необхідно ввести наступний рівень класифікації. Класифікація систем за походженням на другому рівні наведена на рис. 1.4.

Класифікація систем за описом змінних наведена на рис. 1.5. Дана класифікація здійснюється залежно від ступеня складності системи, наших знань про неї і від того, як ми описуємо функціонування системи. Змінними системи є вхідні величини x_i, вихідні y_i та внутрішні параметри системи z_i. Відповідно до типу цих величин розрізняють системи з кількісним

Національний університет
водного господарства
та природокористування

описом змінних, системи з якісним описом та системи зі змішаним (частково з кількісним, а частково з якісним) описом.

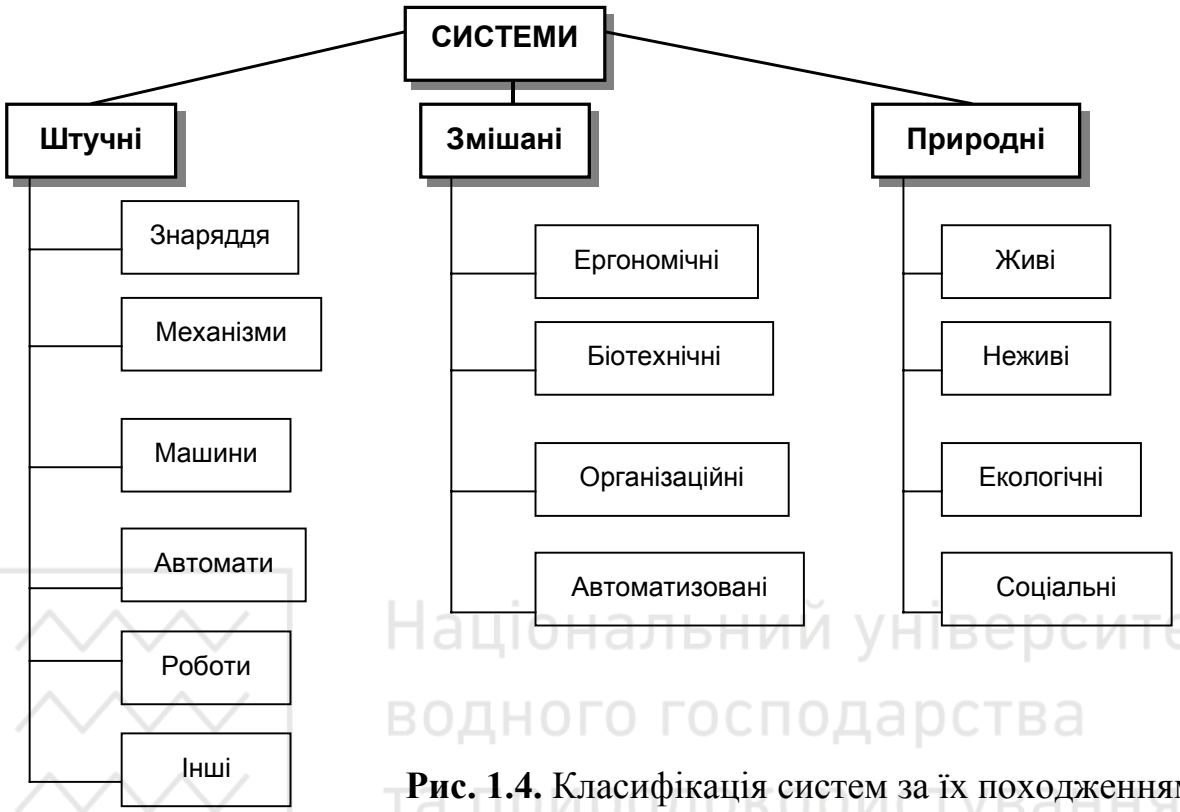


Рис. 1.4. Класифікація систем за їх походженням

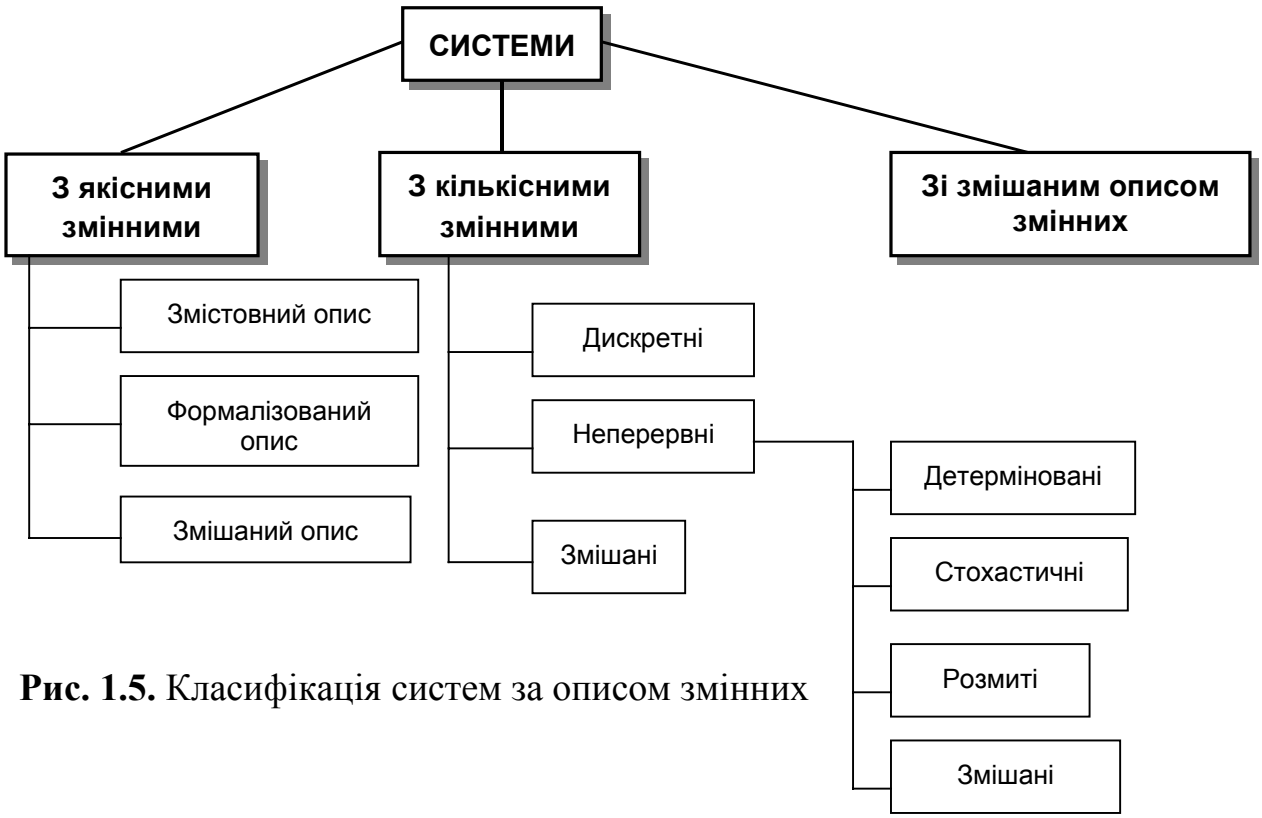


Рис. 1.5. Класифікація систем за описом змінних

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Якщо класифікація систем за типом змінних обумовлює якими є вхідні, вихідні й внутрішні змінні системи, то класифікація за типом операторів відображає зв'язок між цими змінними в системі, тобто вона несе інформацію про те, які процеси відбуваються в системі, динаміку системи. Змінні системи, її вхідні й вихідні величини між собою завжди зв'язані певними залежностями, співвідношеннями. Ці залежності можуть бути описані певними операторами системи, які визначають перетворення вхідних величин у вихідні.

Оператор системи f – це тип функціонального зв'язку між вхідними і вихідним змінними, наприклад: $Y = f(x)$. Класифікація систем за цією ознакою наведена на рис. 1.6.

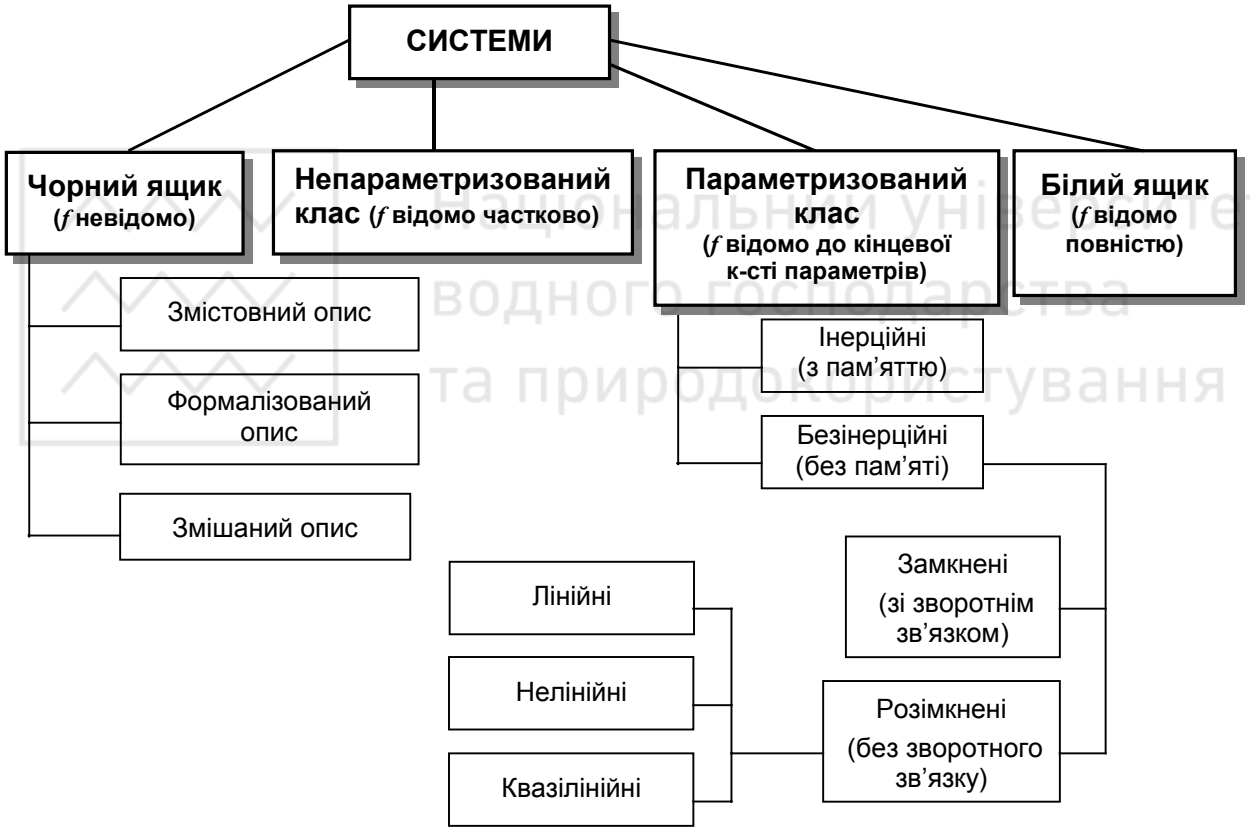


Рис. 1.6. Класифікація за типом операторів систем

Принцип ресурсної забезпеченості повністю відноситься до можливостей створення та реалізації моделі системи. Модель створюють для того, щоб відтворити роботу системи, вивчити процеси в ній, її розвиток. Вимагається, щоб модель дозволяла вирішити проблему за обмежений час. Для того, щоб реалізувати таку модель потрібні певні енергетичні, матеріальні й інформаційні ресурси. У реальних випадках виявляється, що наявні

Національний університет
водного господарства
та природокористування

ресурси не завжди дозволяють створити потрібну модель. Класифікація систем за ступенем ресурсної забезпеченості показана на рис. 1.7.

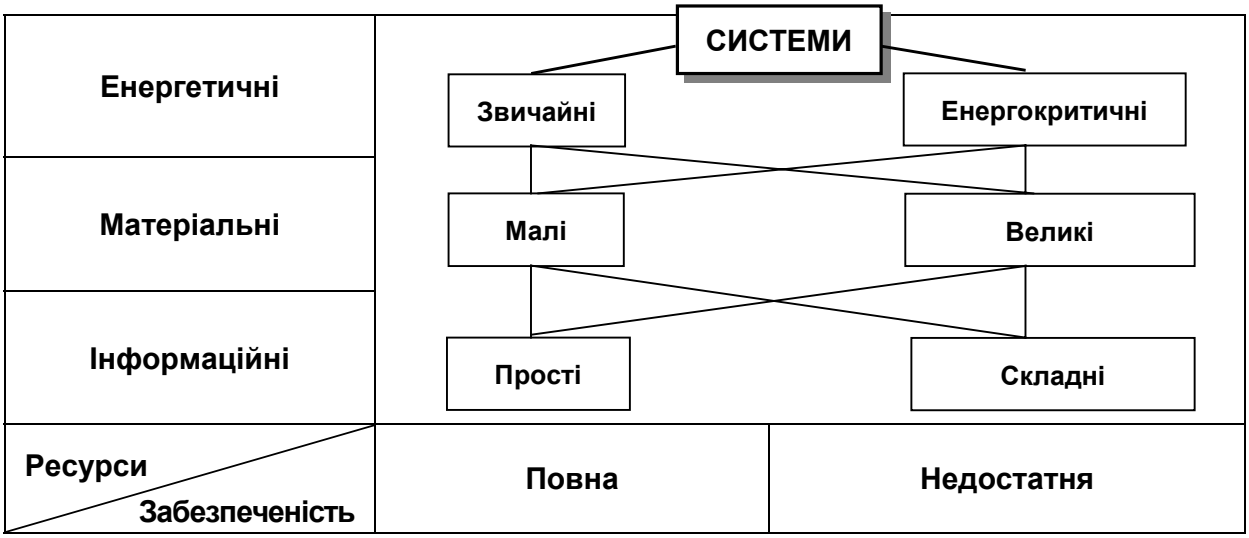


Рис. 1.7. Класифікація за ступенем ресурсної забезпеченості

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Часто вважають тотожними поняття "складна система" і "велика система", що не є правильним, хоча чіткої границі між цими термінами немає.

Системи, моделювання яких ускладнене внаслідок їх розмірності, називається **великими**.

Складна система – це система, в моделі якої не вистачає інформації для ефективного керування.

Велика система характеризуються, перш за все значною кількістю елементів, в той час як головною ознакою складної системи є високий показник "живучості": при відмові певної кількості елементів система продовжує виконувати свої функції, хоча, можливо, з меншою ефективністю.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Тема 3. ВИРІШЕННЯ БУДІВЕЛЬНО-ТЕХНОЛОГІЧНИХ ЗАДАЧ МЕТОДАМИ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Вступ

Математичне програмування – це розділ прикладної математики, який займається вивченням екстремальних задач, розробкою методів їх вирішення та застосуванням стосовно моделей дослідження операцій.

В загальному випадку математична постановка експериментальної задачі (або моделі дослідження операцій) полягає в знаходженні екстремуму (мінімуму або максимуму) функції.

$$f(x_1, x_2, ..., x_n) \to max\,(min) \tag{3.1}$$

при обмеженнях $$S_i(x_1, x_2, ..., x_n) \le b_{i,} \quad i = \overline{1, m,} \tag{3.2}$$

де f і s_i – задані функції; b_i – певні задачі числа.

В залежності від властивостей функцій f і s_i, математичне програмування можна розглядати як ряд самостійних дисциплін, що займаються вивченням і розробкою методів розв'язання відповідних класів задач. В найбільш загальній класифікації задачі математичного програмування поділяються на таки класи:

– задачі лінійного програмування, нелінійного, цілочисельного, дробово-лінійного, параметричного, стохастичного, динамічного програмування.

Даним курсом передбачається вивчення задач лінійного програмування, як найбільш розповсюдженого класу задач математичного програмування.

3.1. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) та їх розв'язання методами Гауса і Жордана – Гауса

3.1.1. Основні поняття та форми запису СЛАР

Математичні моделі M_4 (моделі дослідження операцій) (див. тему 2) найчастіше зводяться до складання і розв'язування СЛАР, яка є прикладом найпростішої математичної моделі.

Тому вміння розв'язувати СЛАР дуже важливе для сучасного інженера. До них зводиться розв'язання більш складних задач, а саме: задач оптимального керування, обробки даних експерименту, планування виробничих процесів тощо.

В загальному вигляді система m лінійних рівнянь з n невідомими записується так:

Національний університет
водного господарства
та природокористування

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ ..... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}, \qquad (3.3)$$

де a_{ij} – коефіцієнти системи рівнянь; b_i – вільні члени; x_j – невідомі (i $=\overline{1,m}$, j$=\overline{1,n}$).

Існують різні форми запису СЛАР. Форма запису СЛАР (3.3) називається **розгорнутою**. З використанням оператора сумування (Σ) СЛАР можна занизити у вигляді **скороченого запису:**

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j = b_i, \quad i = \overline{1,m}. \qquad (3.4)$$

Матрична форма запису СЛАР:

$$A \cdot X = B, \qquad (3.5)$$

де A=(a_{ij}); i $=\overline{1,m}$, j$=\overline{1,n}$ – матриця системи; X=(x_j), j$=\overline{1,n}$ – матриця-стовпець (вектор) невідомих ; B=(b_i), i $=\overline{1,m}$ – матриця-стовпець (вектор) вільних членів.

Якщо в загальному розв'язку СЛАР вільні невідомі прирівняти до нуля, то такий розв'язок називають базисним. Базисний розв'язок системи *m* рівнянь, який містить *n* відмінних від нуля невідомих, називають не виродженим. Якщо хоча б одна з базисних невідомих дорівнює нулю, то такий розв'язок називають виродженим.

У випадку *m*=*n* матриця А є квадратною і розв'язок СЛАР (3.3) можна отримати з використанням оберненої матриці A^{-1}:

$$X = A^{-1} \cdot B. \qquad (3.6)$$

Знаходження оберненої матриці A^{-1} – досить трудомісткий обчислювальний процес, який складає окрему задачу.

Тому найчастіше для розв'язання СЛАР використовують **метод Гауса** або **Жордана-Гауса.**

3.1.2. Методи Гауса та Жордана-Гауса розв'язання СЛАР

3.1.2.1. Метод Гауса

Даний метод – один з прямих методів розв'язання СЛАР (існують також ітераційні методи – тобто методи послідовних наближень). В основі методу лежить ідея послідовного виключення невідомих.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

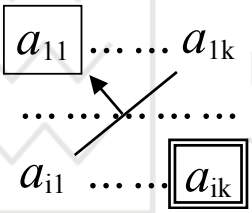
Процес знаходження коефіцієнтів при невідомих $a_{ij}^{(k)}$ та вільних членів $b_i^{(k)}$ (де k – номер перетворення) перетвореної системи називається прямим ходом методу Гауса. В наслідок зворотного ходу послідовно вираховуються значення невідомих x_n, x_{n-1},..., x_1.

Нехай система (3.3) при $m = n$ сумісна (тобто має розв'язок) і $a_{11} \neq 0$ (в іншому випадку перестановкою рівнянь досягають того, щоб $a_{11} \neq 0$). Коефіцієнт a_{11} називається головним елементом. Коефіцієнти першого рівняння перетворюються таким чином:

$$a'_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{11}}, \quad j = \overline{1, n}, \tag{3.7}$$

тобто коефіцієнти першого рівняння системи діляться на головний елемент (який не дорівнює 0).

Виключення невідомих проводимо лише нижче головної діагоналі. При цьому решта коефіцієнтів СЛАР перетворюється за т.зв. "правилом прямокутника":



$$a'_{ik} = a_{ik} - \frac{a_{i1} \cdot a_{1k}}{a_{11}}, \tag{3.8}$$

де a'_{ik} – нове значення коефіцієнта, який перераховується, a_{ik} – попереднє значення цього коефіцієнту.

В результаті прямого ходу матриця А, що складається з коефіцієнтів системи, зводиться до трикутної матриці і СЛАР (3.3) набуває вигляду:

$$\begin{cases} x_1 + a_{12}^{(1)} \cdot x_2 + a_{13}^{(1)} \cdot x_3 + \ldots + a_{1n}^{(1)} \cdot x_n = b_1^{(1)} \\ x_2 + a_{23}^{(2)} \cdot x_3 + \ldots + a_{2n}^{(2)} \cdot x_n = b_2^{(2)} \\ x_3 + \ldots + a_{3n}^{(3)} \cdot x_n = b_3^{(3)} \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{mn}^{(k)} \cdot x_n = b_m^{(k)} \end{cases} \tag{3.9}$$

де $a_{ij}^{(k)}$, $b_i^{(k)}$ – коефіцієнти перетвореної системи; k – номер кроку перетворень.

В результаті зворотного ходу послідовно знаходяться значення невідомих. Спочатку з останнього рівняння СЛАР (3.9) знаходимо x_n : $x_n = \frac{b_m^{(k)}}{a_{nn}^{(k)}}$.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Далі підставляючи x_n в передостаннє рівняння системи, знаходимо x_{n-1} і т.д. до x_1 .

В кінці з першого рівняння знаходимо x_1.

3.1.2.2. Метод Жордана-Гауса (метод повного виключення)

Даний метод є модифікацією методу Гауса і є більш зручним, оскільки дозволяє отримувати розв'язок системи без використання зворотного ходу.

Перетворення коефіцієнтів системи здійснюється за формулами (3.7) і (3.8), а виключення невідомих проводиться не лише під головною діагоналлю, але і над нею. В результаті цього матриця А системи (3.3) зводиться до одиничної матриці і, таким чином, на k-му кроці відразу отримується розв'язок системи:

$$\begin{cases} x_1 = b_1^k \\ x_2 = b_2^k \\ x_3 = b_3^k \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ x_n = b_m^k \end{cases} \qquad (3.10)$$

В процесі розв'язання СЛАР можливі таки випадки:

1) якщо хоча б в одному з рівнянь перетвореної СЛАР зліва отримаємо нуль, тобто $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 0$, а справа відмінне від нуля число, тобто $b_i \neq 0$, то дана СЛАР не має розв'язку;

2) якщо хоча б в одному з рівнянь зліва і справа отримано нулі, тобто $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} = 0$ і $b_i = 0$, то дана СЛАР має безліч розв'язків.

Приклади розв'язання СЛАР розглянутими вище методами наведені в [1, 7-9].

3.2. Загальна постановка задачі лінійного програмування (ЗЛП). Форми запису і поняття плану ЗЛП

При моделюванні та вирішенні задач з використанням моделей дослідження операцій найбільшого поширення отримали ЗЛП. Для таких задач, і цільова функція, і система обмежень записуються в лінійному вигляді.

а) розгорнута форма запису ЗЛП.

Нехай задано лінійну функцію

Національний університет
водного господарства
та природокористування

$$Z = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + ... + c_n \cdot x_n \to min\ (max) \qquad (3.11)$$

і систему лінійних обмежень

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ ..... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}, \qquad (3.12)$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1,n}), \qquad (3.13)$$

де a_{ij}, b_i, c_j (i $=\overline{1,m}$, j$=\overline{1,n}$) – задані постійні величини.

Необхідно знайти такі невід'ємні значення $x_1, x_2, ..., x_n$, які задовольняють систему обмежень (3.12) і надають лінійній функції (3.11) мінімального або максимального значення.

Лінійна функція (3.11) називається цільовою функцією ЗЛП, а умови (3.12) і (3.13) – обмеженнями даної задачі.

б) матрична форма запису ЗЛП.

Мінімізувати (максимізувати) лінійну функцію

$$Z = C \cdot X \to min\ (max), \qquad (3.14)$$

при обмеженнях

$$A \cdot X = A_0;\ X \geq 0, \qquad (3.15)$$

де C=(c_1, c_2,..., c_n) – матриця-рядок ; A=(a_{ij}) – матриця системи (див. розгорнуту форму); X=(x_j); A_0=(b_i) – матриці-стовпці (невідомих і вільних членів).

в) запис ЗЛП з використанням знаків сумування.

Мінімізувати (максимізувати) лінійну функцію

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j \cdot x_j \to min(max), \qquad (3.16)$$

при обмеженнях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} \cdot x_j = b_i;\ x_j \geq 0, \qquad (3.17)$$

В залежності від виду обмежень розрізняють три ЗЛП :

Національний університет
водного господарства
та природокористування

1) якщо обмеження задані у вигляді рівностей (3.17), то така ЗЛП називається канонічною (основною);

2) задача називається загальною ЗЛП, якщо в обмеженнях містяться як рівності, так і нерівності;

3) якщо обмеження містять лише нерівності, то така ЗЛП називається стандартною .

Планом (допустимим розв'язком) ЗЛП називається вектор $X=(x_1, x_2,..., x_n)$, який задовольняє умови (3.12) і (3.13).

План $X=(x_1,x_2,...,x_n)$ називається опорним, якщо вектори A_j, на які розкладається система (3.12) з додатними коефіцієнтами x_j, є лінійно незалежними.

Оптимальним планом (оптимальним розв'язком) ЗЛП називається план (або вектор X_{opt}), при якому значення цільової функції досягає найменшого (найбільшого) значення.

Приклади запису ЗЛП наведено в [1, 7-9].

3.3. Симплекс-метод розв'язання ЗЛП

3.3.1. Необхідність використання симплекс-методу.

Нехай задана ЗЛП в канонічній формі (якщо, це не так, то необхідно звести її до канонічної форми):

$$Z = c_1 \cdot x_1 + c_2 \cdot x_2 + ... + c_n \cdot x_n \to max\,, \tag{3.18}$$

$$\begin{cases} a_{11} \cdot x_1 + ... + a_{1,m+1} \cdot x_{m+1} + ... + a_{1n} \cdot x_n = b_1 \\ a_{m1} \cdot x_1 + ... + a_{m,m+1} \cdot x_{m+1} + ... + a_{mn} \cdot x_n = b_m \end{cases}, \tag{3.19}$$

$$X_j \geq 0\,, \tag{3.20}$$

де a_{ij}, b_i, c_j ($i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$) – задані постійні величини, причому $m \leq n$, $b_i>0$.

При великих n і m знайти оптимальний план ЗЛП простим перебором всіх опорних планів не просто і це часто не вдається навіть з використанням сучасних ЕОМ. Тему розроблені спеціальні методи пошуку розв'язку, які базуються на цілеспрямованому переході від одного опорного плану до іншого, що веде до покращеного значення цільової функції.

Один з таких методів – це **симплекс-метод** (або метод послідовного покращення плану). Він дозволяє з відомого опорного плану задачі за певне скінчене число кроків побудувати її оптимальний план . Кожен з кроків зводиться до знаходження нового опорного плану, якому відповідає покращене значення цільової функції (3.18).

Симплексом інколи називають випуклу оболонку (випуклий багатогранник) n-вимірного векторного простору, в якому будь-які m вершин лінійно незалежні. Отже, симплекс-метод – це скінчений ітераційний метод для роз-

Національний університет
водного господарства
та природокористування

в'язання ЗЛП, який полягає в цілеспрямованому переборі вершин багатогранника, що веде до покращення значення цільової функції.

3.3.2. Знаходження оптимального плану. Умови оптимальності

Якщо для деякої ЗЛП, хоча б для одного вектора A_j виконується умова:

$$Z_j - C_j > 0 \qquad \text{(при ЗЛП } \underline{min}\text{)}$$

або $Z_j - C_j < 0$ (при ЗЛП $\underline{max}$),

то опорний план X_o не є оптимальний, і можна побудувати такий план X, для якого виконується нерівність :

$$Z(X) < Z(X_o) \qquad \text{(при ЗЛП } \underline{min}\text{)}$$

або $Z(X) > Z(X_o)$ (при ЗЛП $\underline{max}$),

де Z_j – значення цільової функції для A_j вектора, C_j – коефіцієнт цільової функції при цьому векторі.

Величини $\Delta_j = Z_j - C_j$ називаються **симплекс-різницями** або **оцінками плану.**

Якщо для деякого опорного плану X_o розклад всіх векторів A_j, $j=\overline{1,n}$ в даному базисі задовольняє умову:

$$Z_j - C_j \le 0 \qquad \text{(при ЗЛП } \underline{min}\text{)} \qquad (3.21)$$

або $Z_j - C_j \ge 0$ (при ЗЛП $\underline{max}$),

то план X_o є **оптимальним**.

Реалізація симплекс-методу при невеликих *m* і *n* є найбільш зручною з використанням т.зв. симплекс-таблиць (табл.3.1).

Таблиця 3.1

Форма симплекс-таблиці

Б	$C_б$	A_o	C_1=...	C_2=...	...	C_m=...	C_{m+1}=...	...	C_n=...	θ_{ij}
			A_1	A_2	...	A_m	A_{m+1}	...	A_n	
A_1	C_1	b_1	1	0	.	0	$a_{1,m+1}$	.	a_{1n}	θ_{1j}
A_2	C_2	b_2	0	1	.	0	$a_{2,m+1}$	.	a_{2n}	θ_{2j}
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
A_m	C_m	b_m	0	0	.	1	$a_{m,m+1}$	.	a_{mn}	θ_{mj}
$m+1$	$\Delta_j = Z_j - C_j$	Z_{max}	Δ_1	Δ_2	...	Δ_m	Δ_{m+1}	...	Δ_n	–

Б – базис; $C_б$ – коефіцієнти цільової функції при базисних невідомих;
θ_{ij} – числа , за допомогою яких визначають т.зв. „ведучий” елемент.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

3.3.3.Алгоритм симплекс-методу з використанням симплекс-таблиць

1. Записуємо ЗЛП в канонічній формі.

2.Заповнюємо вихідну симплекс-таблицю, за формою таблиці 3.1 і виписуємо з неї початковий опорний план.

3.Якщо для всіх оцінок плану в даній симплекс-таблиці виконується одна з умов (3.21) (в залежності від ЗЛП), то даний план є оптимальний і задача розв'язана.

4.Якщо для ЗЛП *(min)* серед додатних оцінок Δ_j, або для ЗЛП *(max)* серед від'ємних оцінок Δ_j є стовпці A_{kj} , для яких всі елементи $a_{ij} \le 0$, то дана ЗЛП не має розв'язку.

5.Для покращення опорного плану знаходимо ведучий елемент симплекс-таблиці, що вказує який вектор A_j потрібно ввести в базис, а який вивести з базису.

Для цього потрібно для ЗЛП *(min)* відмітити стовпець симплекс-таблиці з найбільшою додатною оцінкою Δ_j , а для ЗЛП *(max)* – стовпець з найменшою від'ємною оцінкою Δ_j. Це визначить ведучий стовпець симплекс-таблиці. Для додатних елементів $a_{ij} > 0$ ведучого стовпця знаходимо відношення

$$\theta_{oj} = min\left(\frac{b_i}{a_{ij}}\right), \quad i = \overline{1,m}, \quad j = \overline{1,n}.$$

Число θ_{oj} визначає ведучий рядок симплекс-таблиці.

На перетині ведучого рядка та ведучого стовпця знаходиться ведучий елемент симплекс-таблиці.

6. Після вибору ведучого елементу наступну симплекс-таблицю перераховуємо за методом Жордана-Гауса і переходимо до п.3 даного алгоритму. Таким чином за цим алгоритмом або буде досягнуто оптимальний розв'язок ЗЛП, або встановлена її нерозв'язаність.

Тема 4. ТРАНСПОРТНА ЗАДАЧА ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ

Під час організації та оптимального планування вантажопотоків, виникає широкий клас задач, пов'язаних з мінімізацією витрат або часу на перевезення. Такі задачі розв'язуються за допомогою математичного апарату т.зв. *транспортної задачі лінійного програмування.*

Ця задача є найважливішою спеціальною задачею лінійного програмування про найекономніший (за часом чи затратами) план перевезень однорідного вантажу з пунктів виробництва (відправлення) у пункти споживання (призначення). Постановка і розв'язання транспортної задачі має практичне застосування не тільки до проблем транспорту.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

4.1. Постановка транспортної задачі (ТЗ)

Нехай є m постачальників $A_1....A_m$ із запасами однорідних вантажів $a_1....a_m$, які необхідно доставити n споживачам $B_1....B_n$ з потребами $b_1....b_n$.

Тарифи перевезень вантажів, які можуть виражатись різними показниками (відстанями, вартостями або часовими показниками перевезень між постачальниками та споживачами) задані у вигляді матриці:

$$C(m,n)=\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{m1} & C_{m2} & \dots & C_{mn} \end{bmatrix}. \qquad (4.1)$$

Необхідно скласти такий план перевезень, який би дозволяв по можливості вивести всі вантажі, повністю задовольнити потреби і характеризувався мінімальними транспортними витратами.

4.2. Математична модель транспортної задачі

Для запису математичної моделі ТЗ введемо такі позначення:

- x_{ij} – кількість одиниці вантажу, запланованих для перевезень від i-го постачальника j-го споживача;
- Z – сумарні транспортні витрати на перевезення вантажів.

Умову транспортної задачі найбільш зручно записувати у вигляді табл. 4.1, яку ще називають матрицею планування $X = (x_{ij})$, $i=\overline{1,m}$, $j=\overline{1,n}$.

Таблиця 4.1

Таблична форма умови транспортної задачі

Постачальники	Споживачі					Запаси
	B_1	....	B_j	.....	B_n	
A_1	C_{11} x_{11}	.....	C_{1j} x_{1j}	....	C_{1n} x_{1n}	a_1
.....	....	....	....	....	...	....
A_i	C_{i1} x_{i1}	....	C_{ij} x_{ij}	....	C_{in} x_{in}	a_i
.....	....	....	.....	....	....	....
A_m	C_{m1} x_{m1}	....	C_{mj} x_{mj}	....	C_{mn} x_{mn}	a_m
Потреби	b_1	....	b_j	....	b_n	$\Sigma a_i=\Sigma b_j$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Сумарні транспортні витрати на перевезення всіх вантажів складуть:

$$Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij} \cdot x_{ij} \to min \qquad (4.2)$$

Систему обмежень отримаємо з таких умов задачі:
а) всі запаси постачальників повинні бути вивезені:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = a_i, \quad i = \overline{1,m}; \qquad (4.3)$$

б) всі потреби споживачів повинні бути задоволені:

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = b_j, \quad j = \overline{1,n}. \qquad (4.4)$$

Отже для отримання розв'язку ТЗ, необхідно знайти такі невід'ємні значення $x_{ij} \geq 0$, які мінімізують цільову функцію (4.2) і задовольняють систему обмежень (4.3) і (4.4).

Базисним або **допустимим планом** (розв'язком) ТЗ, називається будь-яка сукупність невід'ємних значень x_{ij}, які задовольняють умови (4.3), (4.4).

Базисний план, при якому значення змінних x_{ij} забезпечують мінімум функції (4.2) називається **оптимальним**. Функція (4.2) називається **критерієм оптимальності**, або **цільовою функцією**.

Необхідною умовою розв'язку ТЗ є рівність сумарних запасів вантажів у постачальників та сумарних потреб споживачів:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j . \qquad (4.5)$$

ТЗ, для якої виконується умова (4.5) називається **закритою транспортною задачею**.

На практиці більш частіше зустрічається т.зв. *відкрита* ТЗ.

Транспортна задача називається **відкритою**, якщо сумарні запаси не дорівнюють сумі потреб:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j . \qquad (4.6)$$

Розрізняють два випадки <u>відкритої ТЗ</u>:

<u>Випадок 1.</u> Сума запасів перевищує суму потреб, тобто:

Національний університет
водного господарства
та природокористування

$$\sum_{i=1}^{m} a_i > \sum_{j=1}^{n} b_j \,. \tag{4.7}$$

Випадок 2. Сума потреб перевищує суму запасів, тобто:

$$\sum_{i=1}^{m} a_i < \sum_{j=1}^{n} b_j \,. \tag{4.8}$$

Цільова функція залишається незмінною в обох випадках і відповідає цільовій функції закритої ТЗ (4.2). Змінюється лише система обмежень:

Випадок 1.

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} X_{ij} \le a_j \\ \sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j \end{cases}. \tag{4.9}$$

Випадок 2.

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_j \\ \sum_{i=1}^{m} X_{ij} \le b_j \end{cases}. \tag{4.10}$$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Умова відкритої ТЗ :

Знайти такий план перевезень, при якому сумарна вартість перевезень мінімальна (4.2) при…:

– випадок 1: …повному забезпеченні всіх потреб споживачів, та необов'язковому вивезенні всіх запасів вантажів від постачальників (4.9);

– випадок 2: …повному вивезенні вантажів від постачальників та не обов'язковому забезпеченні всіх потреб споживачів (4.10).

Відкрита модель ТЗ вирішується приведенням її до закритої. В першому випадку вводиться фіктивний споживач B_{n+1}^{ϕ}, потреби якого складають:

$$b_{n+1} = \sum_{i=1}^{m} a_i - \sum_{j=1}^{n} b_j$$

де b_{n+1} – це залишок вантажів, який не вивозиться від постачальників.

В другому випадку вводиться фіктивний постачальник A_{m+1}^{ϕ}, запаси якого складають:

$$a_{m+1} = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{i=1}^{m} a_i$$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

де a_{m+1} – це об'єм вантажу, якого не вистачає для повного забезпечення потреб споживачів.

Тариф перевезень одиниці вантажу як до фіктивного, так і від фіктивного постачальника приймається рівним нулю, оскільки вантажі в обох випадках не перевозяться:

$$C_{i,n+1}=0;\ C_{m+1,j}=0.$$

4.3. Поняття циклу перевезень. Методи побудови опорних планів

Циклом перевезень називається замкнена лінія, всі вершини якої знаходяться в заповнених клітинках табл. 4.1, крім однієї порожньої, з якої починається побудова циклу.

Якщо ламана лінія, що утворює цикл, перетинається, то точки самоперетину не є вершинами. Приклади деяких циклів наведено на рис. 4.1.

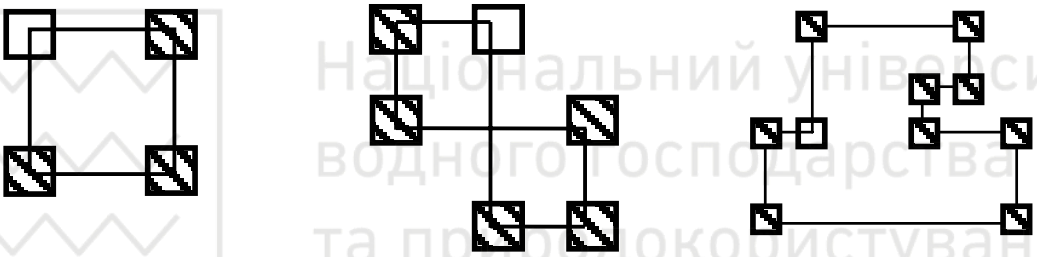


Рис. 4.1. Можливі конфігурації циклів у транспортній таблиці

Цикли використовуються для перерахунку та переходу від одного опорного плану до іншого при його оптимізації.

План називається **опорним**, якщо в табл. 4.1, не можна побудувати замкнутого циклу, всі вершини якого лежать в заповнених клітинах. При правильній побудові опорного плану для будь-якої вільної клітини можна побудувати лише один цикл.

Опорний план називається **невиродженим**, якщо кількість заповнених клітинок табл. 4.1 дорівнює $m+n-1$ (m – кількість постачальників; n – кількість споживачів). В іншому випадку опорний план називається **виродженим**.

Для побудови опорного плану перевезень найчастіше використовують такі методи:

а) *метод північно-західного кута.*

При знаходженні розв'язку задачі за допомогою методу північно-західного кута заповнення клітинок значеннями перевезень починається від верхнього лівого ("північно-західного") кута таблиці; надалі рух та заповнення відповідних клітинок відбувається зліва направо до моменту вичерпання

Національний університет
водного господарства
та природокористування

запасу відповідного пункту; якщо запас вичерпаний, опускаємося на клітинку вниз і продовжуємо рух до моменту вичерпання всіх запасів.

б) *метод мінімального елемента.*

На кожному кроці з числа незаповнених клітинок таблиці транспортної задачі обираємо клітинку з мінімальним значенням тарифу, заповнюємо її та виключаємо з подальшого розгляду стовпчик або рядок, в якому знаходиться ця клітинка, в залежності від того, чи задоволені відповідні потреби, чи вичерпані відповідні запаси.

в) *метод подвійної переваги.*

Є модифікацією попереднього методу і полягає в знаходженні клітинок, що характеризуються найменшими тарифами як по рядку, так і по стовпцю.

г) *евристичний метод Фойґеля.*

На кожній ітерації методу Фойґеля для кожного стовпчика та рядка таблиці обчислюється різниця між значеннями мінімального та найближчого до нього тарифів відповідного стовпчика чи рядка та записується у відповідні клітинки додаткового стовпчика та рядка. Серед обчислених різниць обираємо максимальну і у відповідному стовпчику чи рядку знаходимо мінімальний тариф з призначенням перевезення цій клітинці.

Якщо є декілька однакових тарифів, то для заповнення обирається клітинка, що відповідає максимальній різниці.

Більш детально ці та інші методи розглянуті [1, 7-9].

4.4. Розв'язання ТЗ методом потенціалів

Процес розв'язання ТЗ методом потенціалів складається з таких етапів:

1. Визначають модель ТЗ. Якщо ТЗ закрита, то переходять до побудови опорного плану перевезень, якщо відкрита – зводять ТЗ до закритої, шляхом введення фіктивного споживача або постачальника.

2. Після побудови опорного плану перевіряють його на виродженість. Якщо план вироджений, то шляхом введення нульового вантажу в одну з порожніх клітинок табл. 4.1, зводять його до невиродженого.

3. Складають систему потенціалів, розв'язують її та перевіряють опорний план на оптимальність. При невиконанні умови оптимальності, покращують опорний план шляхом побудови циклу перевезень, та перерозподілу вантажів у циклі.

Алгоритм методу потенціалів.

Нехай одним з наведених вище методів побудовано початковий опорний невироджений план перевезень. Запишемо систему потенціалів для цього плану. Кожному постачальнику A_i присвоїмо деяке число U_i, а кожному споживачу B_j – деяке число V_j. Числа U_i і V_j називаються відповідно потенціалами постачальників і споживачів.

Для кожної заповненої клітинки значення потенціалів повинні задовольняти виконання умови:

Національний університет
водного господарства
та природокористування

$$U_i + V_j = C_{ij}\,. \tag{4.11}$$

Оскільки кількість потенціалів U_i і V_j становить *(m+n)*, а заповнених клітинок в таблиці *(m+n−1)* і відповідно стільки ж незалежних рівнянь, то така система невизначена. Для її розв'язання одному з невідомих (найчастіше U_1) надають нульового значення і після цього визначають значення решти потенціалів.

Для того, щоб опорний план був оптимальний, необхідне виконання таких умов:

а) для кожної заповненої клітинки, сума потенціалів повинна дорівнювати тарифу перевезень, тобто повинна виконуватись умова (4.11);

б) для кожної порожньої клітинки повинна виконуватись умова:

$$U_i + V_j \le C_{ij}\,. \tag{4.12}$$

Якщо хоча б для однієї порожньої клітинки не виконується умова (4.12), то опорний план не оптимальний і його необхідно покращити, шляхом доповнення цієї клітинки при перерозподілі вантажів. Для цього для порожніх клітинок знаходять оцінки плану:

$$d_{ij} = (U_i + V_j) - C_{ij} \tag{4.13}$$

Найбільша додатна оцінка d_{ij}, відповідає клітинці для якої необхідно зробити перерозподіл вантажів.

Відмітимо її знаком "+" і побудуємо замкнений цикл, вершини якого лежать в заповнених клітинках з чергуванням знаків "−" і "+". Серед клітинок із знаком "−" знаходимо найменшу кількість вантажу θ, що буде перерозподілятись. Вантажі у клітинках із значенням "+" збільшуємо на величину θ, а в клітинках із знаком "−" – зменшуємо на θ. В результаті отримаємо новий опорний план, який перевіряємо на оптимальність. Процес продовжуємо до тих пір, поки для одного з планів не виконаються умови (4.11-4.12). Після цього для оптимального плану визначаємо сумарну вартість перевезень Z, яка буде мінімальною.

Приклади розв'язання ТЗ наведені в [1, 7-9].

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Змістовий модуль 2

Методи математичного планування експерименту.
Соціально-виробничі системи

Тема 5. ЕЛЕМЕНТИ МАТЕМАТИЧНОЇ ТЕОРІЇ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Моделювання поведінки системи проводиться дослідником тільки на основі фактичних *даних*, тобто відомостей про стан конкретного об'єкта дослідження. Іншими словами, ці дані представляють собою *інформацію* про об'єкт.

Існує два шляхи отримання вихідної інформації для моделювання або два основних методи емпіричного дослідження: спостереження і експеримент.

Спостереження – цілеспрямоване сприйняття об'єкту без активного втручання в його поведінку. Дослідник змушений пасивно очікувати природного проявлення необхідних ефектів в поведінці об'єкта, що значно подовжує очікуваний час збору необхідної інформації.

Прикладами технологічних спостережень є фіксація температури, тиску, техніко-економічних спостережень – вивчення структури робочого часу певної категорії робітників. Широко розповсюджене статистичне спостереження – отримання даних про явища і процеси суспільного життя шляхом реєстрації їх суттєвих ознак (аналіз документів, усне опитування, безпосереднє спостереження і т.д.).

Щоб спостереження було плідним, воно повинно бути:

а) умисним, тобто проводитись для вирішення чітко поставленої задачі;

б) цілеспрямованим і активним – фіксувати тільки риси об'єкта, що цікавлять спостерігача і включати активний пошук цих рис;

в) планомірним і систематичним – проводиться за планом, що враховує задачі дослідження і можливість сприйняття об'єкту в різних умовах.

Проте, навіть вдало організоване спостереження має обмежені властивості, оскільки містить головний недолік – пасивність спостерігача по відношенню до об'єкту дослідження.

Експеримент – вид діяльності, що застосовується з метою наукового пізнання, відкриття об'єктивних закономірностей; полягає в цілеспрямованій дії на досліджуваний об'єкт (процес) за допомогою спеціальних засобів та приладів.

Завдяки експерименту вдається :

1) ізолювати досліджуване явище від подібних та несуттєвих явищ та вивчати його в чистому вигляді;
2) багатократно відтворювати хід процесу в чітко фіксованих, контрольованих умовах;
3) планомірно змінювати, варіювати, комбінувати різні умови з метою отримання необхідного результату.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

За класом об'єкту розрізняють експеримент із *неживою і живою природою* (в природознавстві, техніці, медицині, сільському господарстві) і експеримент із соціальними явищами (в суспільних та гуманітарних науках). Причому особливо складною специфікою, в тому числі з етичної і політичної точок зору, характеризуються людина (і як біологічна система, і як особистість) і соціальні групи (від родини до людства в цілому). За масштабністю можна розрізняти *лабораторний* експеримент (натурний, модельний і уявний) та *"польовий"* (розглядаючи поняття "поле" як широку категорію, що включає всі градації виробництва від агрегату або цеху до народного господарства в цілому і всі градації соціальних груп від виробничого колективу до держави в цілому в залежності від формулювання загальної мети дослідження). За цілями проведення експеримент може бути *науковим*, в якому ведучу роль відіграє пізнання, і *"прикладним"*, в основі якого лежить необхідність досягнення визначеної виробничої або соціальної мети.

В реальних умовах наведена класифікація експерименту може виявитися умовною і неоднозначною, що добре видно з найпростішого прикладу. Якщо бригаді робітників запропонувати перевірити вплив нової конструкції різця на продуктивність праці, то об'єктом експерименту можна вважати неживу природу (новий інструмент або оброблювана деталь) і соціальну групу (бригаду), за масштабністю експеримент є лабораторним (стосовно всього заводу) і виробничим (стосовно конструкторського бюро, що створило різець), за цілями – науковим (для пізнання процесів різання на основі емпіричних фактів) і прикладним (для збільшення продуктивності праці на заводі). Подібну неоднозначність варто враховувати при формулюванні і вирішенні на основі експериментального дослідження кожної техніко-економічної задачі.

Експеримент завжди повинен плануватися дослідником (як, загалом, і правильно організоване спостереження), причому розглядаються (далеко не завжди) наступні основні взаємозалежні етапи експерименту:

1) формулюється мета і задачі експерименту з висуненням основних гіпотез, що підлягають перевірці;
2) обирається об'єкт дослідження, параметри, що вивчаються Y_q (виходи системи), фактори X_i (входи системи), які будуть активно змінюватись в експерименті та фактори X_j=const, які будуть стабілізовані в ході дослідження;
3) визначаються методики експерименту як по обладнанню та інструментам, так і по системі операцій; на цьому ж етапі обирається метод фіксації виходів Y_q і оцінюється можлива точність та правильність результатів вимірювань;
4) намічаються межі варіювання в експерименті факторів X_i;
5) назначаються N дослідів – комбінації рівнів факторів X_i, при яких буде досліджуватись поведінка системи;
6) визначається повторюваність кожного досліду або вимірювання і, з врахуванням етапу 5, підраховується загальна кількість дослідів;

Національний університет
водного господарства
та природокористування

7) перевіряється витрата матеріальних і часових ресурсів на експеримент і вносяться корективи в попередні етапи плану;
8) назначається порядок здійснення дослідів в експерименті;
9) обирається метод обробки результатів і шляхи перевірки висунутих гіпотез;
10) проводиться аналіз результатів експерименту та робляться необхідні висновки.

Техніко-економічний результат емпіричного дослідження істотно залежить від правильності і чіткості кожного з вищевказаних етапів (а також від проведення експерименту та інтерпретації дослідних фактів). Проте особливу роль відіграють етапи, що утворюють власне **план експерименту:** вибір факторів x_i та діапазону їх варіювання, загальної кількості дослідів і порядок їх реалізації.

Питання складання плану експерименту розглядається з позиції математичної теорії експерименту – наукової дисципліни, що вивчає оптимальне керування експериментом.

Математична теорія експерименту розрізняє два принципи постановки експерименту: пасивний і активний. При пасивному експерименті визначення етапів 4, 5 і 6 ведеться на інтуїтивному рівні без попереднього врахування методів подальшої математичної обробки інформації.

Внаслідок зростання кількості факторів X_i задача інтуїтивного планування значно ускладнюється і експериментальні точки розташовуються лише по деяким перерізам факторного простору, вибраним досить безсистемно. Це ускладнює розрахунок а також ускладнює практичне використання моделей і їх техніко-економічну інтерпретацію.

Значно більшу цінність має інформація, що зібрана при активному експерименті за методично обґрунтованим планом, що враховує цілі експерименту і методи обробки його результатів. При цьому завжди є меншими затрати матеріальних і часових ресурсів ніж при пасивному експерименті. Інтуїтивне розташування точок у факторному просторі замінюється алгоритмізованим, яке в певному розумінні оптимальне. Наслідком є суттєве зменшення кількості дослідів і підвищення контролю за точністю експерименту.

Тема 6. СТАТИСТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ

6.1. Статистична оцінка результатів експерименту

При багатократному вимірювані довільного показника, що характеризує певну властивість матеріалу, отримується ряд неоднакових чисел. Це обумовлене мінливістю самих досліджуваних властивостей (показників), границями точності вимірювальних приладів, суб'єктивними особливостями експериментатора і т.п.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Мінливість властивостей (показників) є наслідком дії на них як контрольованих, так і випадкових неконтрольованих факторів.

Метою статистичної обробки при вивченні мінливих властивостей матеріалів є виокремлення із маси фактів інформації, що в них міститься та отримання на основі проведених досліджень об'єктивних висновків.

З деякої можливої сукупності всіх уявних спостережень, або т.зв. генеральної сукупності чисел в реальному експерименті вивчають певну вибірку, що включає n спостережень.

Найважливішими характеристиками вибірок є наступні показники.

1. Середнє арифметичне значення:

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}, \qquad (6.1)$$

де ΣX_i – сума виміряних значень; n – кількість спостережень;

2. Середнє квадратичне відхилення, що показує границі мінливості досліджуваної властивості, тобто ступінь розсіву окремих її значень відносно середнього.

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X})^2}{n-1}}, \qquad (6.2)$$

де n-1 = f – число ступенів вільності, тобто кількість вільно варійованих членів генеральної сукупності.

Середнє квадратичне відхилення виражається в тих же одиницях вимірювання, що і досліджувана властивість. Чим сильніше варіюється властивість, тим більша величина S і навпаки.

3. Величина S^2 називається дисперсією вимірюваної величини в межах даної вибірки.

Дисперсія та середнє квадратичне відхилення характеризують абсолютну мінливість вимірюваної властивості.

4. Для вираження відносної мінливості служить коефіцієнт варіації:

$$C_V = \frac{S}{\overline{X}} \cdot 100\% \cdot \qquad (6.3)$$

Коефіцієнт варіації широко використовується, наприклад, для оцінки однорідності бетону за міцністю.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

5. Для того, щоб за значенням середнього арифметичного даної вибірки судити більш точно про середню величину вимірюваної властивості знаходять середню похибку:

$$m = \pm \frac{S}{\sqrt{n}} \cdot \tag{6.4}$$

6. Відношення величини середньої похибки до величини середнього арифметичного називається показником точності:

$$\varepsilon = \pm \frac{m}{\overline{X}} \cdot 100\% \cdot \tag{6.5}$$

Статистична обробка результатів вимірювань (випробувань) передбачає також оцінку довірчої ймовірності 1-P або рівня значимості P отриманого результату.

7. Рівнем значимості (P) отриманого результату називають кількість (або процент) таких малоймовірних випадків, в яких дослідник ризикує помилитися, визнавши отриманий результат правильним. Кількість або процент достовірних (не викликаючих сумнівів) значень досліджуваної властивості називається довірчою ймовірністю 1−P.

В залежності від конкретних обставин приймається різна довірча ймовірність, найчастіше 1-P = 0,95; 0,99; 0,999.

В першому випадку правильність результатів не підтверджується тільки 5 раз із 100, в другому – 1 раз із 100 і в третьому – 1 раз із 1000. Відповідно рівень значимості P складає 0,05(5%); 0,01(1%); 0,001(0,1%). Він показує скільки разів в ста або в тисячі випробуваннях є ризик помилитись, оголосивши отриманий результат правильним.

Довірча ймовірність і рівень значимості встановлюється в залежності від ступеня точності, з якою проводиться дослідження і відповідальності висновків, що випливають з нього.

8. Кількість спостережень (вимірювань), необхідних для отримання достатньо надійних і достовірних результатів знаходяться за формулою:

$$n = \frac{C_V^2 \cdot t^2}{\varepsilon^2} \ , \tag{6.6}$$

де t – критерій Ст'юдента, який визначається у відповідності з прийнятою довірчою ймовірністю (рівнем значимості) і числом ступенів свободи f (табл. 6.1).

9. Для правильного використання статистичних оцінок необхідно виключити можливі грубі помилки в експерименті, тобто перевірити однорідність спостережень. З цією метою використовується величина максимального відносного відхилення τ :

Національний університет
водного господарства
та природокористування

$$\tau = \frac{X - \overline{X}}{S}\ , \qquad (6.7)$$

де X – це крайній елемент вибірки, що викликає сумнів і підлягає перевірці.

Отримана величина τ повинна бути не більшою за табличне значення τ*-критерію при заданому Р та об'єму вибірки *n* (табл. 6.2). В протилежному випадку крайнє значення відкидається як грубо помилкове.

Таблиця 6.1

Значення критерію Ст'юдента (t-критерію)

f	Рівень значимості Р		*f*	Рівень значимості Р		*f*	Рівень значимості Р	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
1	12,71	63,66	6	2,45	3,71	15	2,13	2,95
2	4,30	9,92	7	2,36	3,50	20	2,09	2,85
3	3,18	5,84	8	2,31	3,36	30	2,04	2,75
4	2,78	4,60	9	2,26	3,25	60	2,00	2,66
5	2,57	4,03	10	2,29	3,17	120	1,98	2,62

Таблиця 6.2

Значення критерію τ-критерію

n	Рівень значимості Р		*n*	Рівень значимості Р		*n*	Рівень значимості Р	
	0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
3	1,41	1,41	11	2,34	2,61	19	2,60	2,93
5	1,87	1,96	13	2,43	2,71	21	2,64	2,88
7	2,09	2,27	15	2,49	2,80	23	2,68	3,03
9	2,24	2,46	17	2,55	2,87	25	2,72	3,07

6.2. Кореляція та рівняння регресії

При проведенні експериментально-дослідних робіт часто виникає необхідність в знаходженні кількісної залежності між вимірюваною властивістю (вихідний параметр Y) і технологічними факторами (X_i). Така залежність може бути функціональною або кореляційною. В першому випадку функція і аргументи зв'язані строго і однозначно.

Так, наприклад існує функціональний зв'язок між пористістю матеріалу і його густиною: П = *f*(ρ). Певним значенням аргументу відповідає тільки одне значення функції.

Проте, однозначні або функціональні зв'язки в технічних системах зустрічаються далеко не завжди. Досить часто зустрічаються випадки, коли одному

Національний університет
водного господарства
та природокористування

значенню незалежної змінної можуть відповідати декілька значень вихідного параметру. Наприклад, бетонні зразки-куби, виготовлені із суміші одного й того ж складу, характеризуються різною міцністю, густиною, морозостійкістю тощо.

Такого виду залежність між змінними і вихідними параметрами називається кореляційною або просто кореляцією.

За напрямом кореляція буває додатною, або прямою і від'ємною, або оберненою. За формою – лінійною і нелінійною.

При лінійній кореляції ступінь залежності між двома випадковими величинами виражається т.зв. простим коефіцієнтом кореляції або коеф. парної кореляції:

$$r_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2 (y_i - \bar{y})^2}}\ , \qquad (6.8)$$

Коефіцієнт кореляції може знаходитись в інтервалі від −1 до +1. Чим вища абсолютна величина коефіцієнта, тим тісніший зв'язок і навпаки. Знак коефіцієнту показує характер зв'язку: "+" – прямий, тобто із збільшенням X зростає Y, а "–" – обернений. Граничні значення коефіцієнту (±1; 0) показують, що між змінними існує відповідно строгий лінійний зв'язок або вони лінійно не корельовані.

Функція, що дозволяє за величиною одного параметру (X) знаходити середні (очікувані) значення іншого (Y), пов'язаного з X кореляційно, називається **регресією.** Статистичний аналіз регресії носить назву **регресійного аналізу.**

Для вираження кількісного зв'язку між вихідним параметром і факторами, встановлюють вид рівняння на основі вивчення та аналізу досліджуваного явища.

В експериментальній практиці використовуються рівняння наближеної регресії – це рівняння виду:

$$y = a + bx\ , \qquad (6.9)$$

де a і b – коефіцієнти рівняння, для визначення яких застосовують принцип найменших квадратів.

В загальному вигляді цей принцип формується так: найкраще рівняння наближеної регресії дає та функція, для якої сума квадратів

Національний університет
водного господарства
та природокористування

$S = \sum_{1=1}^{n} \left[y_i - f(x_i) \right]^2$ має найменше значення. Для визначення коефіцієнтів рівняння наближеної регресії знаходять і розв'язують систему нормальних рівнянь з умови мінімізації величини S:

$$\frac{ds}{da} = 0; \frac{ds}{db} = 0 . \tag{6.10}$$

В результаті розв'язку такої системи значення коефіцієнтів будуть становити:

$$b = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i \cdot y_i - \sum x_i \cdot \sum y_i}{n \cdot \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2} ; \tag{6.11}$$

$$a = \frac{\sum y_i - b \sum x_i}{n} = \overline{y} - b\overline{x} , \tag{6.12}$$

Перевірка адекватності (достовірності) рівняння регресії експериментальним даним проводиться за критерієм Фішера (F-критерієм):

$$F = \frac{S_{зал}^2}{S_y^2} , \tag{6.13}$$

де $S_{зал}^2$ – залишкова дисперсія, що характеризує розсів експериментальних даних відносно лінії регресії:

$$S_{зал}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - к - 1} , \tag{6.14}$$

де $\hat{y}_i$ – розрахункове значення залежної змінної; $к$ – кількість незалежних змінних (технологічних факторів); S_y^2 – дисперсія фактичних значень y, або т.зв. дисперсія відтворювання (визначається за (6.2)).

Гіпотеза про адекватність рівняння регресії приймається, якщо розрахункове значення F-критерія не перевищує табличного з певною, найчастіше 95%, довірчою ймовірністю (табл. 6.3).

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Таблиця 6.3

Табличне значення критерію Фішера $F_т$
(рівень значимості P=0,05)

f	Кількість ступенів свободи дисперсії адекватності $f_{ад}$							
	1	3	5	10	20	50	100	∞
1	161	216	230	242	248	252	253	254
2	18,1	19,2	19,3	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,3	9,0	8,8	8,7	8,6	8,6	8,5
4	7,7	6,6	6,3	6,0	5,8	5,7	5,7	5,6
5	6,6	5,4	5,1	4,7	4,6	4,4	4,4	4,4
10	5,0	3,7	3,3	3,0	2,8	2,6	2,6	2,5
20	4,4	3,1	2,7	2,4	2,1	2,0	1,9	1,8
100	3,9	2,7	2,3	1,9	1,7	1,5	1,4	1,3
∞	3,8	2,6	2,2	1,8	1,6	1,4	1,2	1,0

Національний університет
водного господарства
та природокористування

6.3. Статистичне планування експерименту та побудова математичних моделей

Під **статистичним** (математичним) плануванням експерименту розуміють постановку дослідів за попередньо складеною схемою, що володіє оптимальними властивостями.

Статистичне планування дозволяє при мінімально можливій кількості дослідів вирішити задачу побудови математичної моделі у вигляді рівняння регресії, що зв'язує вхідні і вихідні параметри.

Експеримент планується у відповідності з типовою матрицею, тобто таблицею із *n* рядків та *m* стовпців, в якій приводиться набір комбінацій факторів, симетрично варійованих відносно деякого початку координат або нульового (основного) рівня. Допустима область варіювання факторів (факторний простір) вибирається на основі попереднього вивчення об'єкту у відповідності з поставленою метою.

Для спрощення запису умов експерименту і обробки експериментальних даних верхній рівень факторів кодується +1, нижній – 1, а основний 0.

Взаємозв'язок між натуральними X_i і кодованими x_i значеннями факторів визначається за формулою:

$$x_i = \frac{X_i - X_{io}}{\Delta X_i} \ , \qquad (6.15)$$

де X_{io} – натуральне значення фактора на нульовому рівні; ΔX_i – інтервал варіювання фактора.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Вид планування залежить від характеру досліджуваного явища. Якщо можна апріорно передбачити прямолінійний зв'язок між параметрами в обраній області варіювання факторів, застосовують планування на двох рівнях. Воно дозволяє отримати модель у вигляді полінома першого ступеня для *k* безрозмірних факторів x_i :

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i \cdot x_i \ , \tag{6.16}$$

де $\hat{y}$ – розрахункове значення вихідного параметру; b_0 і b_i – вибіркові коефіцієнти регресії.

Однак задана точність розв'язків, навіть при дуже вузькому діапазоні зміни факторів, за допомогою такої моделі досягається рідко. Поліноміальна модель мусить найчастіше враховувати нелінійність впливу факторів на вихід і явище синергізму, тобто не прямо пропорційне посилення виходу при одночасній зміні двох і більше факторів. Нелінійність враховується додаванням до поліному першого порядку ще *k* елементів $b_{ii}x_i^2$. В результаті отримується модель головних ефектів другого порядку:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + \sum_{i=1}^{k} b_{ii} x_i^2 \ . \tag{6.17}$$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

В цій моделі кожен фактор впливає на $\hat{y}$ квадратичною параболою.

Синергізм двох факторів враховується взаємодією $b_{ij}x_i x_j$. Їх додавання переводить модель у повний поліном другого ступеня:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + \sum_{i=1}^{k} b_{ii} x_i^2 + \sum_{i<j} b_{ij} x_i x_j \ . \tag{6.18}$$

Якщо всі квадратичні елементи b_{ii} відсутні, але взаємодія залишається, буде отриманий неповний поліном другого ступеня:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + \sum_{i<j} b_{ij} x_i x_j \ . \tag{6.19}$$

Для побудови лінійних і неповних квадратичних моделей використовують **повний факторний експеримент** (ПФЕ), планування якого здійснюється на двох рівнях: верхньому (+1) і нижньому (−1). В цьому плані передбачені всі можливі комбінації факторів на вказаних рівнях (планування типу 2^k). В табл. 6.4 наведено приклади матриць ПФЕ для k = 2…4.

Для отримання повних квадратних моделей при досліджені нелінійних залежностей застосовують плани другого порядку. При цьому кожен фактор

Національний університет
водного господарства
та природокористування

планується не менше ніж на трьох рівнях: +1; 0; −1. Плани повних квадратичних залежностей отримують шляхом додавання до ядра (тобто плану ПФЕ) додаткових т.зв. "зіркових точок", а в деяких випадках і нульових з відповідним інтервалом варіювання α.

Таблиця 6.4

Приклади добудови матриць ПФЕ для k = 2…4

Точки плану N	Фактори			
	X_1	X_2	X_3	X_4
1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	+1
3	-1	+1	+1	+1
4	-1	-1	+1	+1
5	+1	+1	-1	+1
6	+1	-1	-1	+1
7	-1	+1	-1	+1
8	-1	-1	-1	+1
9	+1	+1	+1	-1
10	+1	-1	+1	-1
11	-1	+1	+1	-1
12	-1	-1	+1	-1
13	+1	+1	-1	-1
14	+1	-1	-1	-1
15	-1	+1	-1	-1
16	-1	-1	-1	-1

Національний університет
водного господарства
та природокористування

В практиці досліджень найчастіше застосовують ротатабельні плани, Бокса – Бенкіна, а також двох -, трьох -, чотирьох- (B_4) та п'ятифакторні (B_5 і Ha_5) плани.

Матриці цих планів наведено у відповідній літературі [3, 4, 6, 15].

Для запобігання впливу систематичних похибок і для рівномірного розподілу чи усунення некерованих впливів на весь експеримент, досліди проводять не за вказаним у матриці плану порядком, а в деякій випадковій (рандомізованій) послідовності.

Результати дослідів обробляють за допомогою методів математичної статистики, згідно з якими обчислювальна процедура визначення коефіцієнтів b_0, b_i, b_{ii} та b_{ij} моделі побудована на основі методу найменших квадратів.

Розглянемо етапи отримання квадратичного рівняння з використанням двохфакторного трьохрівневого плану (k=2; 11 точок плану).

1. Визначення коефіцієнтів рівняння регресії.

$$b_0 = T_1 \cdot O_y - T_2 \cdot \sum_{i=1}^{k} iiy \ , \tag{6.20}$$

$$b_i = T_3(iy) \ , \tag{6.21}$$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

$$b_{ii} = T_4(iiy) - T_5 \sum_{i=1}^{k} iiy - T_2\left(O_y\right), \tag{6.22}$$

$$b_{ij} = T_6\left(ijy\right), \tag{6.23}$$

де $O_y = \sum_{u=1}^{n} y_u$; $\left(iy\right) = \sum_{u=1}^{n} x_{iu} \cdot y_u$; $\left(ijy\right) = \sum_{u=1}^{n} x_{iu} \cdot x_{ju} \cdot y_u$;

$\left(ijy\right) = \sum_{u=1}^{n} (x_{iu})^2 \cdot y_u$;

де y_u – експериментальне значення вихідного параметру в точках $u_1 \ldots u_n$ плану; x_{iu} та x_{iy} – значення відповідно *i*-го та *j*-го факторів в u-ій точці плану; значення параметрів(k=2):

T_1=0,2632; T_2=0,1579; T_3= 0,1667; T_4 =0,5; T_5 = −0,1053; T_6 = 0,25.

2. Статистичний аналіз рівняння регресії.

Проведення експерименту завжди пов'язане з похибками внаслідок того, що досліджувані залежності та процеси носять ймовірний характер, а отримані рівняння не є їх точною копією, а лише відображенням з певним ступенем ймовірності. Тому обов'язковим етапом при проведенні досліджень є статистичний аналіз, основна мета якого – оцінка значимості коефіцієнтів рівняння та перевірка адекватності рівняння.

Оцінка значимості коефіцієнтів рівняння регресії.

Дисперсію відтворюваності вихідного параметру знаходять за формулою:

$$S_y^2 = \frac{\sum_{1}^{n_0} (y_{ou} - \overline{y}_o)^2}{n_o - 1}, \tag{6.24}$$

де y_{ou} – значення вихідного параметру в u-ій нульовій точці; n_0 – кількість нульових точок (в даному плані n_0 =3); $\overline{y}_o = \frac{\sum_{1}^{n_0} y_{ou}}{n_o}$ – середньоарифметичне значення вихідного параметру по нульовим точкам.

Середньоквадратичне відхилення вихідного параметру:

$$S_y = \sqrt{S_y^2}. \tag{6.25}$$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Середньоквадратичні похибки при визначенні коефіцієнтів :

$$\begin{cases} S_{bo} = 0{,}513 \cdot S_y ; \; S_{bi} = 0{,}4083 \cdot S_y ; \\ S_{bii} = 0{,}6282 \cdot S_y ; \; S_{bij} = 0{,}5 \cdot S_y . \end{cases} \tag{6.26}$$

Далі визначають розрахункове значення критерія Ст'юдента t_p для кожного коефіцієнта рівняння регресії:

$$\begin{cases} t_\rho^{bo} = \dfrac{|b_o|}{S_{bo}}; \; t_\rho^{bi} = \dfrac{|b_i|}{S_{bi}}; \; t_\rho^{bij} = \dfrac{|b_{ij}|}{S_{bij}}; \\ t_\rho^{bii} = \dfrac{|b_{ii}|}{S_{bii}}. \end{cases} \tag{6.27}$$

Коефіцієнти рівняння вважаються значимими, якщо розрахункове значення t_p виявиться більше табличного t_T, яке встановлюється [6, 15] в залежності від заданого рівня значимості і кількості ступенів вільності f. Для даних умов при рівні значимості P = 0,05 і $f = n_0 - 1 = 3 - 1 = 2$, $t_T = 4{,}3$.

Якщо коефіцієнт виявиться не значимим, він відкидається без перерахунку решти. Коефіцієнти квадратичних членів залишають в рівнянні навіть, якщо вони не значимі.

Перевірка адекватності отриманого рівняння регресії.

Дисперсія адекватності визначається за формулою:

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_{u=1}^{n} (\hat{y}_u - y_u)^2}{n - m - (n_o - 1)} , \tag{6.28}$$

де $\hat{y}_u$ – розрахункове значення вихідного параметру в u-ій точці за отриманим рівнянням регресії із значимими коефіцієнтами; m – кількість значимих коефіцієнтів, в т.ч. b_0.

Для оцінки однорідності дисперсій використовують критерій Фішера, розрахункове значення F_p якого визначають :

- при $S_{ad}^2 > S_y^2$: $\quad F_\rho = \dfrac{S_{ad}^2}{S_y^2}$, (6.29)

- при $S_{ad}^2 < S_y^2$: $\quad F_\rho = \dfrac{S_y^2}{S_{ad}^2}$. (6.30)

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Табличне значення критерія Фішера F_T знаходять в залежності від прийнятого рівня значимості і кількості ступенів вільності дисперсії адекватності $f_{ад}$ за табл. 6.3. При цьому:

$$f_{ад} = n - m - (n_o - 1). \qquad (6.31)$$

Рівняння вважається адекватним для прийнятого рівня довірчої ймовірності, якщо $F_P < F_T$. Якщо виявилось, що дане рівняння неадекватне, то при проведенні дослідів були допущені грубі помилки, або вибраний поліном недостатньо повно відображає дослідну залежність. В таких випадках необхідно або повторити досліди, або змінити інтервали варіювання, або застосувати інший план.

6.4. Аналіз та використання математичних (експериментально-статистичних) моделей

Коефіцієнти повної квадратичної моделі (6.18) характеризують ступінь впливу факторів на вихідний параметр Y. В математичній теорії експерименту такий "ступінь впливу" носить назву ефекту фактора x_i.

Розрізняють три види ефектів:

1) лінійний або головний ефект, що чисельно рівний абсолютному значенню коефіцієнта b_i;

2) квадратичний ефект, що чисельно рівний b_{ii} і характеризує нелінійність моделі по фактору x_i;

3) ефект взаємодії, рівний b_{ij}, який характеризує спільний вплив на Y двох факторів x_i та x_j.

Коефіцієнт b_0, як вільний член рівняння, тотожньо рівний розрахунковому значенню $\hat{y}$ в центрі факторного простору ($\hat{y} = b_0$, при $x_i=0$, $i=\overline{1,k}$) .

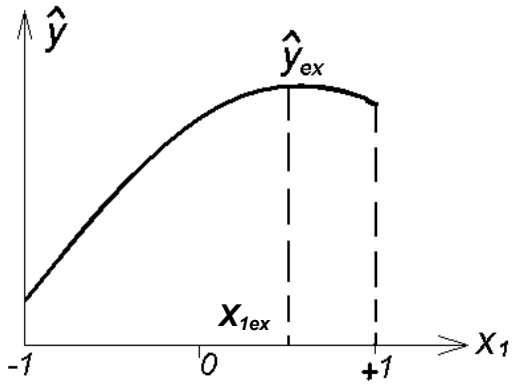


Рис. 6.1. Парабола, як геометричний образ однофакторної моделі другого порядку

Аналіз індивідуального впливу факторів здійснюється шляхом оцінки впливу на Y кожного з факторів x_i після розташування решти факторів на певних функціонально зв'язаних($x_j = f(x_i)$), або стабільних рівнях (x_j=const). Фактори можна стабілізувати як на рівнях, на яких ставився експеримент, тобто −1; 0; +1, так і на рівнях, що відповідають двом екстремальним точкам моделі. В останньому випадку аналіз буде найбільш інформативним, оскільки він проводиться в максимально контрастних умовах.

Після закріплення всіх факторів, крім одного, на певних рівнях модель (6.18) прийме вигляд однофакторної моделі

Національний університет
водного господарства
та природокористування

другого порядку (6.32), що представляє собою параболу з екстремумом Y_{ex}, в точці x_{1ex} (рис. 6.1):

$$\hat{y} = b_o + b_1 \cdot x_1 + b_{11} \cdot x_1^2 \ , \tag{6.32}$$

$$x_{1ex} = -\frac{b_1}{2b_{11}}; \ \hat{y}_{ex} = b_o - \frac{b_1^2}{4b_{11}} \ , \tag{6.33}$$

Абсолютне чисельне значення коефіцієнта b_1 показує швидкість зміни Y в залежності від фактору x_1. Знак при коефіцієнті показує характер впливу: "+" свідчить при те, що із збільшенням x_1 величина Y зростає, "–" – про те, що зменшується. Чим більше значення коефіцієнта, тим сильніший вплив фактора.

Величина квадратичного коефіцієнту b_{11} характеризується прискоренням зміни Y при зміні x_1 і, разом з b_1 (в залежності від їх знаків), повністю визначає форму параболи.

Двохфакторна модель другого порядку має вигляд (6.34) і в залежності від наявності коефіцієнтів b_i ,b_{ii} та b_{ii} представляє собою одну з поверхонь другого порядку (рис. 6.2).

$$\hat{y} = b_o + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_{11} \cdot x_1^2 + b_{22} \cdot x_2^2 + b_{12} x_1 x_2 \ . \tag{6.34}$$

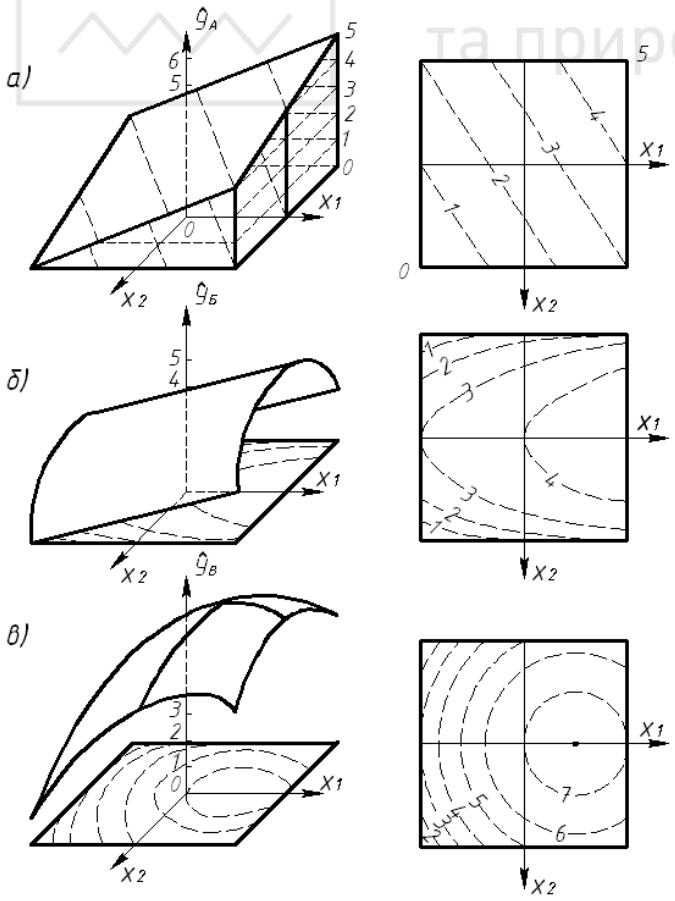


Рис. 6.2. Геометричні образи поверхонь другого порядку

Абсолютне числове значення коефіцієнту взаємодії b_{12} показує наскільки зміниться швидкість зростання $\hat{y}$ в залежності від x_1, якщо фактор x_2 зміниться від 0 до |1|. Знак "+" перед b_{12} свідчить про те, що збільшення вихідного параметру можливе лише якщо x_1 і x_2 знаходяться однозначно на верхньому або нижньому рівні, а знак "–" дасть збільшення Y, якщо фактори знаходяться на протилежних рівнях .

Проекція поверхні двох факторної моделі Y на площину факторів x_1 і x_2 зображується у вигляді ліній однакового виходу (ізоліній) (рис. 6.2). В усіх точках таких ліній вихід Y має постійне значення Y_a незалежно від координат x_1 і x_2. Таким чи-

Національний університет
водного господарства
та природокористування

ном, якщо заданому набору координат x_1 і x_2 відповідає одне значення Y, то одному заданому Y може відповідати множина x_1 і x_2 , що лежать на ізолінії.

Принцип побудови ізоліній аналогічний побудові висотних ліній (ліній однакових висот) на топографічних картах.

Деякі типові двохфакторні ситуації зображені на рис. 6.2.

Для побудови ізоліній необхідно вибрати декілька перерізів факторного простору з відповідними значеннями $\hat{y}$, задатися рядом значень одного з фактора x_i і розв'язати зведене квадратичне рівняння типу (6.32) відносно фактора x_j по цим значенням. Після цього отримати точки ізоліній сполучають плавними кривими.

За допомогою математичних моделей (рівняння регресії) можна вирішувати ряд задач :

- інтерполяційні (дозволяють знайти значення Y в межах області варіювання факторів від −1 до +1 при будь-яких значеннях факторів);
- екстраполяційні (дозволяють прогнозувати значення Y за межами області варіювання при $x_i > |1|$);
- оцінки ролі факторів (за абсолютними величинами коефіцієнтів);
- регулювання (полягають у визначені такого поєднання факторів, яке забезпечує задані показники вихідного параметру);
- оптимізаційні (полягають у визначенні такого поєднання факторів, що забезпечують максимальне (мінімальне) значення Y – критерію ефективності при заданих обмеженнях);
- мінімізаційні (визначають таке співвідношення факторів, при якому забезпечується задане значення Y при мінімальному значенні даного з факторів);
- аналітично-геометричні (на основі рівняння регресії будують графічні залежності та номограми для Y в межах області варіювання факторів, що дозволяють оперативно визначити значення Y при різноманітних поєднаннях факторів).

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Тема 7. БУДІВЕЛЬНЕ ПІДПРИЄМСТВО ЯК СОЦІАЛЬНО-ВИРОБНИЧА СИСТЕМА

4.1. Системний підхід в управлінні підприємством

Будівельне підприємство відноситься до соціально-виробничих систем, які характеризуються тим, що складовою частиною цієї системи, головним і найбільш активним елементом у виробничому і соціальному процесах є людина.

В процесі функціонування будь-яка соціально-виробнича система з часом змінює свій стан, який описується множиною різних факторів як зовнішнього так і внутрішнього середовища цієї системи.

З метою оптимального управління такими системами та досягнення заданих кінцевих результатів їх описують за допомогою кібернетичних моделей*.

На рис. 7.1 показана кібернетична модель системи управління будівельним підприємством (виробництвом).

Кожний елемент системи характеризується вибором параметрів, що визначають його стан. Параметр стану змінюється під дією вхідного сигналу, що надходить через вхідні канали (входи), а зміна стану елементу приводить до утворення вхідних сигналів, які передаються через вихідні канали (виходи) на інші елементи системи. Зовнішні дії на будівельну систему (Z_1, Z_2, ... , Z_k – входи в систему) проявляються у вигляді замовлень, контрактів, договірних умов, нормативів, що приводить до зміни параметрів елементів.

Блок управління формує керуючі команди у вигляді планових завдань U_1, U_2, ..., U_n. Зміни параметрів елементів системи Q_1, Q_2, ...,Q_m передаються на блок управління по зворотньому зв'язку.

На стійкість параметрів елементів будівельної системи впливають характеристики регіональних умов будівництво (виробництво) Y_1, Y_2,...,Y_p, а також випадкові фактори невизначеності X_1, X_2,...,X_j, які створюють активний вплив зовнішнього середовища. Тому виробничі системи завжди є відкритими.

Ефективність управління системи по випуску готової будівельної продукції може характеризуватись різними критеріями: E_1, E_2,..., E_e (наприклад, кількістю, собівартістю, прибутком і т.п.). Таким чином, в загальному вигляді ефективність функціонування системи може бути виражена у вигляді рівняння:

$$E_i = f(Z_1,\ldots Z_k;\ Y_1,\ldots.Y_p;\ U_1,\ldots,U_n;\ Q_1,\ldots Q_m) \qquad (7.1)$$

В процесі управління на систему будуть впливати *фактори невизначеності* X_1, X_2,..., X_j, які описують динамічну зміну умов виробництва (наприклад, зміну технологічних режимів, зриви постачання матеріалів, різні

* Поняття "кібернетика" розглядалось в п.1.1.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

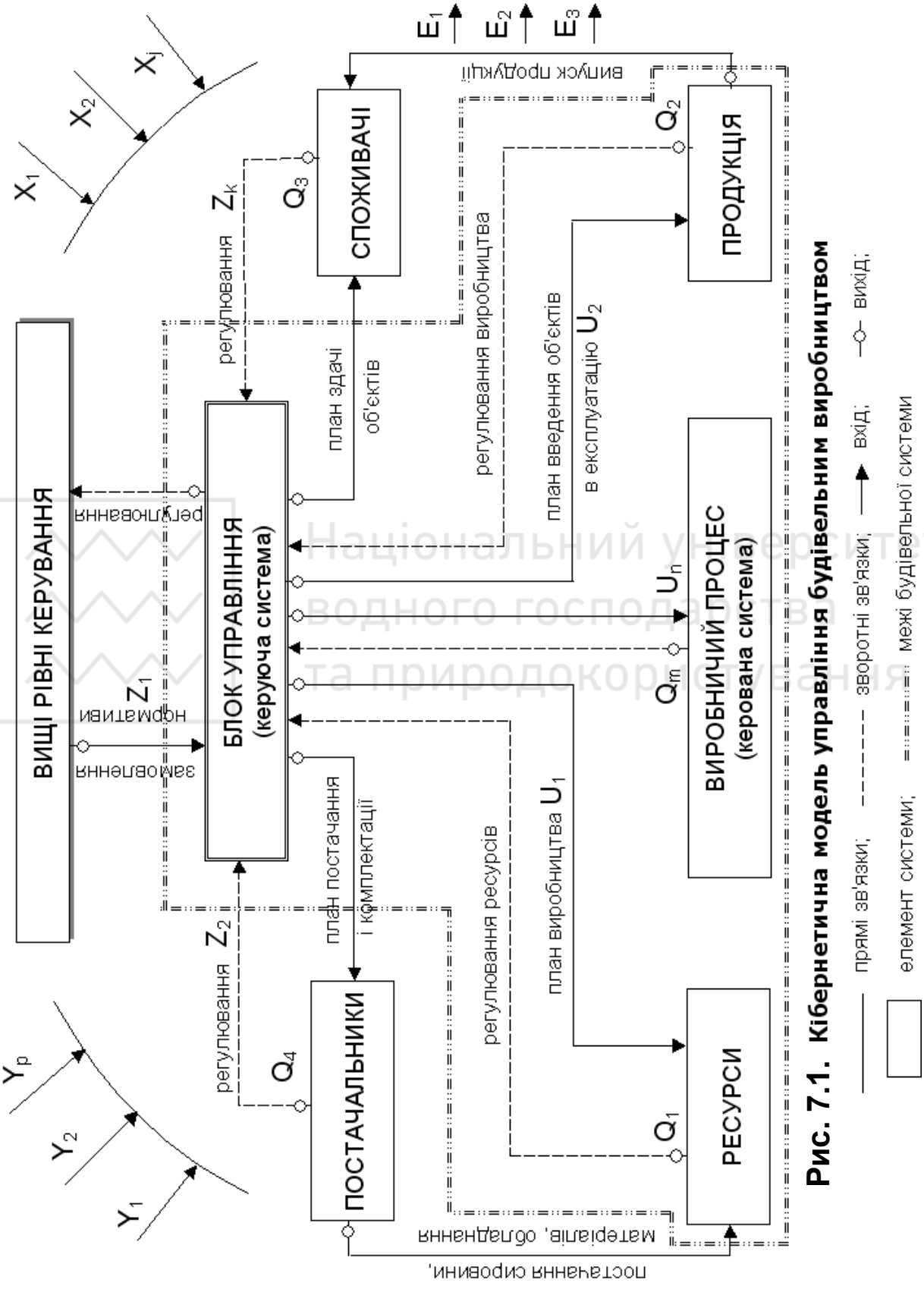


Рис. 7.1. Кібернетична модель управління будівельним виробництвом

Національний університет
водного господарства
та природокористування

форс-мажорні обставини). Тоді рівняння (7.1) може бути записане у вигляді матричної системи:

$$E_i = \phi \begin{vmatrix} Z_k = f(x_{11}, x_{12}, \dots x_{1j}) \\ Y_p = f(x_{21}, x_{22}, \dots x_{2j}) \\ U_n = f(x_{31}, x_{32}, \dots x_{3j}) \\ Q_m = f(x_{41}, x_{42}, \dots x_{4j}) \end{vmatrix} \qquad (7.2)$$

Для оцінки розв'язків систем (4.2) відносно факторів Z_k, Y_p, X_j, U_n, Q_m необхідно знайти оптимальне значення параметра E_i, яке в залежності від критерію оптимальності може досягати мінімальних $E_i \rightarrow \min$ (наприклад, витрата ресурсів) або максимальних $E_i \rightarrow \max$ (наприклад, прибуток) значень.

Виробничі системи поділяються на детерміновані і ймовірнісні. В детермінованих системах події в одних її елементах можуть змінювати параметри в інших однозначно, тобто в таких системах зв'язки між елементам і подіями в них наперед чітко визначені. В ймовірнісних системах зв'язки між елементам і подіями в них носять ймовірнісний (стохастичний) характер. Для таких систем події в елементах викликають можливість виникнення вторинних подій з різним ступенем ймовірності.

При управлінні будівельним підприємством доводиться систематично враховувати *динамічний та варіантний аспекти* його розвитку при зміні стану соціально-виробничої системи.

Врахування динамічного розвитку підприємства у часі необхідне при зміні організаційних форм роботи, техніки, технології, матеріально-технічної бази, методів планування виробництва. Все це викликає зміну структури і зв'язків підсистем, а відповідно і всього організаційно-технологічного процесу будівельної системи в цілому.

В певний момент часу τ змінюються параметри X_{ij}, і якщо через коефіцієнти a_{ij} записати темпи їх зміни, то матриця управління системою (4.2) значно ускладниться:

$$E_i(\tau) = \phi \begin{vmatrix} Z_k(\tau) = f\,[a_{11}(\tau) \cdot x_{11}(\tau), \dots, a_{1j}(\tau) \cdot x_{1j}(\tau)] \\ Y_p(\tau) = f\,[a_{21}(\tau) \cdot x_{21}(\tau), \dots, a_{2j}(\tau) \cdot x_{2j}(\tau)] \\ U_n(\tau) = f\,[a_{31}(\tau) \cdot x_{31}(\tau), \dots, a_{3j}(\tau) \cdot x_{3j}(\tau)] \\ Q_m(\tau) = f\,[a_{41}(\tau) \cdot x_{41}(\tau), \dots, a_{4j}(\tau) \cdot x_{4j}(\tau)] \end{vmatrix} \qquad (7.3)$$

Варіантний аспект розвитку підприємства дозволяє проаналізувати "е" можливих організаційно-управлінських рішень:

Національний університет
водного господарства
та природокористування

$$\left.\begin{array}{l} E_1(\tau) \\ E_2(\tau) \\ \ldots\ldots\ldots \\ E_e(\tau) \end{array}\right\} A_p, A_{opt} \qquad (7.4)$$

При цьому є можливість вибирати раціональне рішення A_p з декількох варіантів, що представлені для аналізу, або знайти оптимальне рішення A_{opt} серед всіх можливих варіантів.

Системний підхід при виборі управлінських рішень потребує знань та уміння описувати основні властивості соціально-виробничих систем, їх параметри, структури управління, визначати і моделювати основні стани цих систем і враховувати специфічні особливості будівельного виробництва.

4.2. Властивості соціально-виробничої системи

Реальні соціально-виробничі будівельні системи, як правило відрізняються різноманітністю технічних a_1, економічних a_2, соціальних a_3 та інших a_m елементів, а також зв'язків між ними U_{ij}. На рис 7.2 представлена схема взаємодії соціально-виробничої системи із навколишнім середовищем.

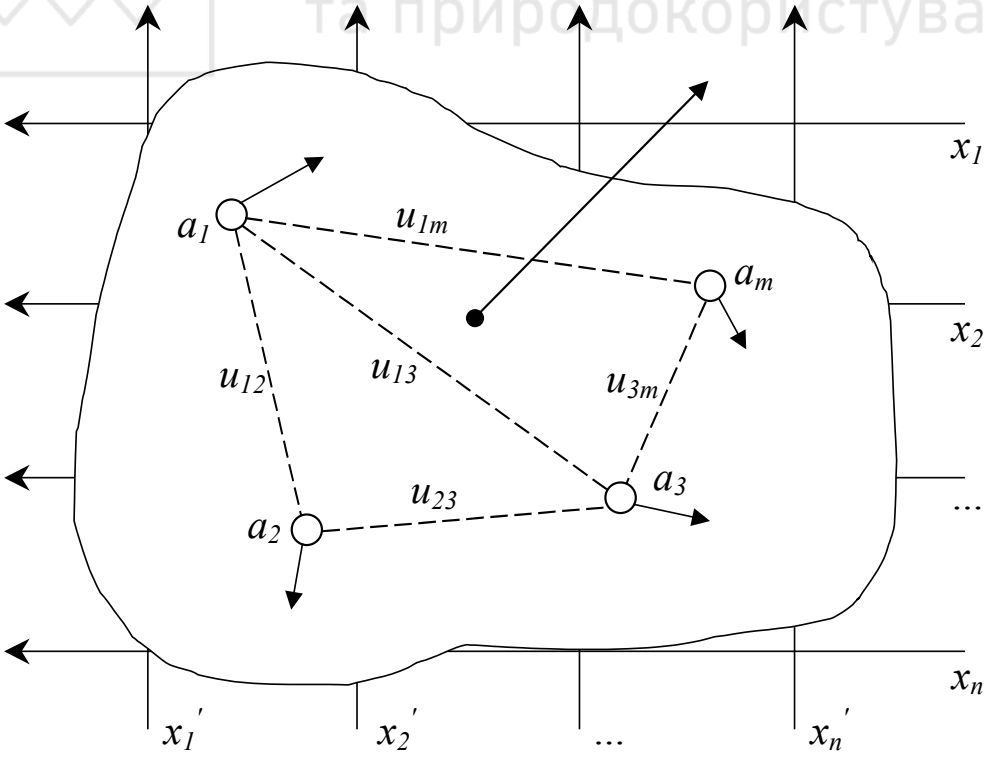


Рис. 7.2. Динамічна схема соціально-виробничої системи

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Дана система знаходиться в певному зовнішньому середовищі, наприклад середовищі будівельного комплексу, яке представлене факторами впливу X_1, X_2,...,X_n. Також система сприймає вплив факторів невизначеності в середовищі самої системи X_1', X_2',...,X_n'.

Різноманітність елементів системи визначає її властивості, такі як: *потенціал і потужність, емерженттність, множинність, складність, ділимість та адаптивність*.

С о ц і а л ь н о - в и р о б н и ч и й п о т е н ц і а л системи можна розглядати як сукупність джерел, запасів та засобів, що є в наявності і можуть бути мобілізовані і приведені в дію по своїм максимальним абсолютним величинам a_1, a_2, ..., a_m з врахуванням всіх резервів для досягнення поставленої мети (тобто отримання кінцевого продукту, тощо). Отже, п о т е н ц і а л – це вхідний параметр будівельної системи.

При цьому розуміється, що максимально досягнута величина потенціалу П є постійною, тобто стійкою на протязі всього планового періоду $П \in a_1, a_2, ..., a_m$.

Такий ідеальний варіант в практичних умовах недосяжний, так як у часі змінюються параметри зовнішнього середовища X_1, X_2,...,X_n (наприклад, змінюються види замовлень, їх пріоритет, регіон будівництва і т.п.), а також на систему будуть впливати фактори невизначеності X_1', X_2',...,X_n'. Все це викликає коливання параметрів елементів системи, зв'язків між ними U_{ij} та знижує її можливості.

На стабілізацію параметрів системи необхідно перевести частину потенціалу і використати її на організацію резервів в усіх елементах виробництва та їх зв'язках. Зовнішнє та внутрішнє середовище змінюють спрямованість дії елементів системи. В цьому випадку величина ресурсів (по елементам) виразиться у вигляді векторів $\overrightarrow{b_1}, \overrightarrow{b_2}, ..., \overrightarrow{b_m}$, а п о т у ж н і с т ь с и с т е м и Р – у вигляді узагальнюючого вектора $\overrightarrow{A_i}$:

$$P = \overrightarrow{A_i} \in \overrightarrow{b_1}, \overrightarrow{b_2}, \ldots, \overrightarrow{b_m} \qquad (7.5)$$

Виходячи з цього за в и р о б н и ч у п о т у ж н і с т ь будівельної системи (будівельного підприємства) приймають частину її потенціалу, направлену на виконання максимально можливого річного обсягу будівельно-монтажних робіт певної структури з врахуванням раціонального поєднання елементів виробництва і величини резервів, що забезпечують задану організаційно-технологічну надійність цієї системи. Таким чином, виробнича потужність – це вихідний параметр будівельної системи.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Е м е р ж е н т н і с т ь [*] (англ. *emergence* – виникнення) системи характеризується якістю її множинності, тобто сукупністю властивостей окремих елементів, що не відповідає загальній властивості всієї системи. Наприклад, жодна будівельна дільниця не може забезпечити випуск будівельної продукції, що виготовляється всією будівельною організацією.

Емержентність є однією з форм проявлення діалектичного принципу переходу кількісних змін в якісні.

В результаті синтезу (формування) системи за рахунок залучення нових елементів, різноманітності їх зв'язків, об'єкт, як елемент цілісної системи не тотожний аналогічному об'єкту, взятому ізольовано поза системою.

За показником *складності* всі системи поділяються на три групи – прості, складні і особливо складні.

Будівельне підприємство, як об'єкт управління є *особливо складною, ймовірнісною системою*, так як кількість елементів і зв'язків між ними надзвичайно велика і поведінку окремих елементів не можна точно передбачити. Різні відхилення у виробничих процесах, режимах, в поставках ресурсів постійно порушують нормальний хід виробництва. Виникнення цих відхилень носить випадковий (стохастичний) характер.

Властивість д і л и м о с т і виробничої системи дозволяє відокремлювати певні елементи і підсистеми, встановлювати їх зв'язок з іншими елементами, що особливо важливо при прийнятті управлінських та організаційних рішень. Наприклад, будівельний трест поділяється на будівельні управління, дільниці і т.п.

А д а п т и в н і с т ь – це здатність системи пристосовуватись до умов свого функціонування. В процесі пристосування повинні легко змінюватись кількісні характеристики системи з об'єднанням або діленням її елементів та зв'язків. Відповідно до цього адаптуєма система повинна володіти певною гнучкістю.

Г н у ч к і с т ь будівельної системи характеризується її здатністю швидко сприймати нововведення, адаптуватись до нових умов функціонування і бути стійкою до виробничих відхилень при одночасному досягненні запропонованої мети без значного збільшення витрат часу та інших видів ресурсів.

Виявлення та врахування сукупності розглянутих властивостей в соціально-виробничих будівельних системах підвищують їх ефективність та визначають раціональні шляхи виконання поставлених цілей.

[*] "Емержентність" – це поняття, тотожне поняттям "системний ефект" або "системна якість" (див. п.2.4).

Національний університет
водного господарства
та природокористування

5. ПЛАНИ ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ

Змістовий модуль 1. Вступ до системного аналізу. Будівельно-технологічні системи та математичне програмування

Практичне заняття № 1. Постановка та вирішення задач лінійного програмування. Задача використання ресурсів. Задача раціонального розкрою матеріалу – *2 год.*

Мета заняття – набуття практичних навичок формулювання умови, постановки та розв'язання задач лінійного програмування, вміння техніко-економічної інтерпретації розв'язку задач.

План викладення та засвоєння матеріалу:

1. Місце лінійного програмування в математичному програмуванні і системному аналізі.
2. Формальна постановка задачі лінійного програмування.
3. Побудова моделей задач лінійного програмування.
4. Загальна схема алгоритму симплекс-методу та його таблична форма.
5. Види задач лінійного програмування. Особливості знаходження початкового базисного розв'язку.
6. Економічна інтерпретація задач лінійного програмування.

Питання для самоконтролю

1. Наведіть загальний вигляд задачі математичного програмування.
2. Яке місце посідає задача лінійного програмування серед задач математичного програмування і чому?
3. Назвіть основні класи задач математичного програмування.
4. Наведіть формальну постановку задачі лінійного програмування в загальній та канонічній формі.
5. Які умови повинні виконуватися для задачі, щоб вона могла бути представленою у вигляді задачі лінійного програмування?
6. Наведіть формулювання задачі лінійного програмування в матричній та векторній формі.
7. Що називається базисним розв'язком задачі лінійного програмування та яким чином можна знайти всі базисні розв'язки для задачі ЛП?
8. На якій ідеї ґрунтується симплекс-метод?
9. Опишіть укрупнену схему алгоритму симплекс-методу та дайте її змістовну інтерпретацію.
10. Яким чином інтерпретується розв'язок задачі лінійного програмування?

Рекомендована література: [1, 4, 7, 8, 9].

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Практичне заняття № 2. Транспортна задача лінійного програмування – *2 год.*

Мета заняття – набуття практичних навичок формулювання умови, постановки та розв'язання транспортної задачі лінійного програмування, вміння техніко-економічної інтерпретації її розв'язку.

План викладення та засвоєння матеріалу:

1. Математична та змістовна постановка транспортної задачі (ТЗ).
2. Методи знаходження опорного плану ТЗ.
3. Метод потенціалів. Розв'язування транспортних задач з ускладненнями в постановці.
4. Інтерпретація методу потенціалів як симплекс-методу.
5. Економічна інтерпретація розв'язку транспортних задач лінійного програмування.

Питання для самоконтролю

1. Дайте змістовне формулювання транспортної задачі.
2. Наведіть формальну постановку транспортної задачі.
3. Чим відрізняється транспортна задача закритого типу від відкритої?
4. Наведіть основні властивості транспортної задачі та розкрийте їх значення.
5. Які методи використовуються для знаходження початкового опорного плану транспортної задачі та чим вони відрізняються один від одного?
7. Які основні кроки включає алгоритм методу потенціалів?
8. За якими правилами будується цикл в таблиці транспортної задачі?
9. Яким чином розв'язуються транспортні задачі з ускладненнями в постановці?
10. Яким чином усувається виродження при розв'язуванні транспортної задачі?
11. Інтерпретація розв'язку транспортних задач.

Рекомендована література: [1, 4, 7, 8, 9].

<u>Змістовий модуль 2.</u> Методи математичного планування експерименту. Соціально-виробничі системи

Практичне заняття № 3. Побудова математичних, експериментально-статистичних моделей – *2 год.*

Мета заняття – набуття практичних навичок статистичного планування експерименту та побудови математичних моделей у вигляді рівнянь регресії а також аналізу коефіцієнтів рівнянь та факторних графічних залежностей.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

План викладення та засвоєння матеріалу:

1. Необхідність статистичної обробки результатів експерименту.

2. Поняття кореляції та регресії. Регресійний аналіз. Статистичне планування експерименту.

3. Повний факторний експеримент і його планування.

4. Види рівнянь регресії. Повні та неповні квадратичні моделі. Особливості їх побудови.

5. Етапи отримання квадратичного рівняння з використанням двохфакторного трьохрівневого плану.

6. Оцінка значимості коефіцієнтів рівняння регресії. Перевірка адекватності рівняння.

7. Аналіз та використання математичних (експериментально-статистичних) моделей.

Питання для самоконтролю

1. Які основні показники використовуються при статистичній обробці результатів експерименту?

2. В чому відмінність між поняття кореляції і регресії? Для чого проводиться регресійний аналіз?

3. Охарактеризуйте етапи статистичного планування експерименту.

4. За якими принципами проводять вибір області варіювання факторів?

5. Що розуміють під повним факторним експериментом?

6. Які вам відомі види рівнянь регресії? В яких випадках вони використовуються?

7. Назвіть основні етапи отримання математичної (експериментально-статистичної) моделі.

8. Як оцінити ступінь впливу факторів?

9. Назвіть приклади вирішення практичних будівельно-технологічних задач з використанням математичних моделей.

10. Яким чином графічно зображується вплив технологічних факторів на вихідні параметри моделі?

Рекомендована література: [2-6, 11, 15].

Практичне заняття № 4. Вирішення задач оптимізації і оцінки ролі факторів – *2 год.*

Мета заняття – набуття практичних навичок вирішення оптимізаційних задач на основі побудованих математичних моделей а також оцінки ступенів впливу (ефектів) факторів.

План викладення та засвоєння матеріалу:

1. Постановка задач оптимізації в загальному вигляді.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

2. Типи задач оптимізації та їх постановка.

3. Вирішення за допомогою поліноміальних моделей задач оптимізації першого виду (пошук екстремуму виходу).

4. Вирішення за допомогою поліноміальних моделей задач оптимізації другого виду (мінімізації витрати ресурсів).

5. Вирішення задач оцінки ролі факторів за трьома видами ефектів. Ізопараметричний аналіз.

Питання для самоконтролю

1. В чому полягає зміст задачі оптимізації в умовах необхідності прийняття інженерно-технічного рішення?

2. Які два типи задач оптимізації використовують на практиці?

3. Охарактеризувати основні етапи вирішення задач оптимізації першого і другого виду.

4. Який характер носять рішення отримані в результаті розв'язку задач мінімізації витрати ресурсів?

5. Які види ефектів розрізняють в математичній теорії експерименту при характеристиці "ступенів впливу" факторів?

6. Що характеризує квадратичний ефект рівняння регресії?

7. В яких випадках ефект взаємодії двох факторів в поліноміальній моделі рівний нулю?

Рекомендована література: [2, 4, 5, 11, 15].

6. ЗАВДАННЯ НА САМОСТІЙНУ ТА ІНДИВІДУАЛЬНУ РОБОТУ

6.1. Загальні рекомендації до самостійної роботи

Більшу частину часу, відведеного навчальним планом на вивчення дисципліни "Основи системного аналізу", передбачено для виконання самостійної роботи. Повноцінне засвоєння теоретичного матеріалу неможливе без його обговорення та розв'язування задач на практичних заняттях, тому окремі теми розглядаються на передбачених планом аудиторних практичних заняттях. В той же час, у зв'язку з недостатністю аудиторного часу для повного охоплення всіх тем дисципліни, самостійна робота набуває особливо важливого значення.

Самостійна робота включає такі види діяльності:

1) поглиблене вивчення програмного матеріалу, викладеного на лекційних заняттях, за конспектами лекцій, підручниками та посібниками;
2) самостійне вивчення за підручниками та навчальними посібниками розділів програми, не включених в лекційний курс;
3) самостійне розв'язання задач за відповідними розділами курсу;

Національний університет
водного господарства
та природокористування

4) виконання студентами індивідуальної розрахункової роботи протягом семестру під керівництвом і контролем викладача.
5) підготовка реферату на певну тему серед запропонованих або вибрану самостійно і погоджену з викладачем.

Після вивчення відповідного розділу програми за конспектом лекцій та рекомендованою літературою, необхідно в першу чергу дати відповіді на "Питання та вправи для самоконтролю", наведені в кінці кожної теми.

Перш ніж приступати до самостійного вирішення задач по кожній з тем, необхідно глибоко засвоїти відомості теоретичного курсу та зрозуміти зв'язок з іншими темами дисципліни.

З наведених видів самостійної роботи дві останні підлягають оцінюванню в балах і вимагають відповідної форми звітності. Особливості цих видів роботи та рекомендовані завдання наведені далі.

6.2. Завдання та рекомендації до виконання індивідуальної розрахункової роботи

Загальні вимоги до оформлення роботи

Індивідуальна розрахункова робота (ІРР) оформляється у вигляді зброшурованого звіту на стандартних аркушах формату А4. Розв'язок завдань наводиться з однієї сторони аркушів рукописним способом або за допомогою друкарських пристроїв.

Кожне завдання розпочинається з його назви а також вихідних даних, записаних в повному обсязі. Кожне наступне завдання необхідно розпочинати з нового аркушу. При вирішенні завдань слід звернути увагу на обов'язкове коротке пояснення основних розрахункових дій. Завдання необхідно завершувати техніко-економічним висновком (поясненням) одержаних результатів. У випадку відсутності розв'язку (або єдиного розв'язку) необхідно обґрунтувати причини такого явища.

В задачі математичного планування експерименту, окрім побудови власне математичної моделі у вигляді рівняння регресії та перевірки її адекватності, необхідно дати аналіз отриманої моделі, бажано з використанням графічних залежностей (однофакторний та ізопараметричний аналіз).

При використанні літературних джерел, в кінці роботи подається їх перелік.

Робота повинна бути виконана згідно варіанту завдань, призначеного викладачем. На титульній сторінці необхідно вказати назву вищого навчального закладу, кафедру, тему самостійної роботи, прізвище, ім'я та по батькові студента, номер варіанту а також посаду, прізвище та ініціали викладача, що перевіряє та приймає контрольну роботу.

Студент, що виконав роботу не за варіантом а також не у відповідності із зазначеними вимогами не допускається до її захисту.

ІРР оцінюється згідно критеріїв, які описані в п. 3.2 інтерактивного комплексу.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Завдання на ІРР

Завдання І. Задача лінійного програмування

І.1. Задача використання ресурсів

Для виготовлення різних виробів *A*, *B* і *C* підприємство використовує три різних види сировини (I, II і III). Норми витрати сировини на виробництво одного виробу, ціна одного виробу *A*, *B* і *C*, а також загальна кількість сировини кожного виду, яка може бути використана підприємством, наведені в табл. 6.1.

Таблиця 6.1

Вид сировини	Норми витрат сировини (кг) на один виріб			Загальна кількість сировини, кг
	A	*B*	*C*	
I	a_{11}	a_{12}	a_{13}	b_1
II	a_{21}	a_{22}	a_{23}	b_2
III	a_{31}	a_{32}	a_{33}	b_3
Ціна одного виробу, у.о.	c_1	c_2	c_3	–

Вироби *A*, *B* і *C* можуть вироблятись в будь-яких співвідношеннях, але виробництво обмежене виділеною підприємству сировиною кожного виду.

Скласти план виготовлення виробів, при якому загальна вартість всієї виробленої підприємством продукції є максимальною.

І.2. Задача про комплексне використання сировини

На деревообробному підприємстві із стандартних листів фанери необхідно вирізати заготовки трьох видів в кількостях відповідно рівних b_1; b_2 і b_3. Кожен лист фанери може бути розрізаний на заготовки двома способами. Кількість заготовок, що можна отримати при даному способі різання, наведено в табл.6.2. В ній також вказана кількість відходів, що отримується при даному способі різання одного листа фанери.

Таблиця 6.2

Вид заготовки	Кількість заготовок (шт) при розкрою за способом	
	1	2
I	a_{11}	a_{12}
II	a_{21}	a_{22}
III	a_{31}	a_{32}
Кількість відходів різання, см^2	c_1	c_2

Визначити скільки листів фанери і за яким способом необхідно розрізати так, щоб було отримано не менше необхідної кількості заготовок при мінімальних відходах.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Таблиця 6.3

Вихідні дані до завдання І

Варі-ант	Вид за-дачі	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{31}	a_{32}	a_{33}
		b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3	–	–	–
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	I.1	18	15	12	6	4	8	5	3	3
		360	192	180	9	10	16	–	–	–
2	I.2	2	6	–	5	4	–	2	3	–
		24	31	18	12	16	–	–	–	–
3	I.1	20	10	18	15	2	2	1	9	3
		450	110	159	5	15	3	–	–	–
4	I.2	4	5	–	2	1	–	7	6	–
		32	12	54	5	14	–	–	–	–
5	I.1	7	5	11	10	6	0	0	4	15
		200	50	200	8	12	14	–	–	–
6	I.2	0	2	–	2	5	–	3	1	–
		7	25	16	27	8	–	–	–	–
7	I.1	1	6	0	8	3	4	5	6	2
		25	60	96	10	5	3	–	–	–
8	I.2	1	2	–	3	7	–	3	1	–
		15	42	22	10	19	–	–	–	–
9	I.1	25	17	22	4	1	5	12	11	5
		590	44	170	22	3	8	–	–	–
10	I.2	5	2	–	9	6	–	4	6	–
		21	86	80	10	6	–	–	–	–
11	I.1	8	12	15	17	5	1	5	10	5
		710	620	211	5	6	16	–	–	–
12	I.2	1	4	–	0	2	–	3	1	–
		8	7	6	21	13	–	–	–	–
13	I.1	0	5	6	8	4	3	1	3	2
		58	67	34	7	18	12	–	–	–
14	I.2	5	2	–	7	6	–	0	5	–
		34	100	25	9	17	–	–	–	–
15	I.1	16	4	11	5	1	2	4	5	10
		295	88	300	15	10	4	–	–	–
16	I.2	2	3	–	1	5	–	4	1	–
		18	30	20	5	15	–	–	–	–

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Продовження табл. 6.3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
17	I.1	2	14	5	0	6	9	6	0	11
		140	100	355	16	22	10	–	–	–
18	I.2	10	5	–	6	3	–	6	7	–
		90	105	82	14	9	–	–	–	–
19	I.1	12	5	17	2	3	4	2	10	7
		500	47	180	2	10	6	–	–	–
20	I.2	6	3	–	4	9	–	6	1	–
		20	41	16	12	23	–	–	–	–
21	I.1	20	8	16	7	3	11	4	1	9
		115	90	200	12	25	5	–	–	–
22	I.2	7	2	–	5	5	–	3	4	–
		38	17	44	13	29	–	–	–	–
23	I.1	5	9	9	8	16	5	3	10	1
		80	165	220	5	15	18	–	–	–
24	I.2	2	9	–	3	7	–	5	9	–
		29	33	23	46	9	–	–	–	–
25	I.1	14	13	5	7	7	5	10	12	6
		350	188	200	7	20	22	–	–	–
26	I.2	5	5	–	3	1	–	2	7	–
		40	12	27	14	35	–	–	–	–

Завдання ІІ. Транспортна задача

Для будівництва n об'єктів $B_1,\ldots,B_n$ використовується цегла, що виготовляється на m заводах $A_1,\ldots,A_m$. Щоденно кожен із заводів може виготовляти $a_1,\ldots,a_m$ ум.од. цегли. Щоденні потреби в цеглі на кожному із будівельних об'єктів відповідно рівні $b_1,\ldots,b_n$. Тарифи перевезень 1 ум.од. цегли від кожного із заводів до кожного з об'єктів (год) задаються матрицею $T\ (m, n)$.

Скласти такий план перевезень цегли до будівельних об'єктів, при якому загальна вартість перевезень є мінімальною.

1.

T=					a_i
	1	8	2	3	30
	4	7	5	1	50
	5	3	4	4	40
b_j	15	15	40	30	

2.

T=					a_i
	1	2	6	4	40
	3	1	3	2	30
	5	7	5	1	20
b_j	30	25	18	20	

3.

T=					a_i
	2	4	3	2	60
	3	1	2	3	65
	5	4	1	5	70
b_j	40	65	70	25	

Національний університет
водного господарства
та природокористування

4. T=

					a_i
2	4	1	3		30
5	6	5	4		20
3	7	9	5		40
1	2	2	7		50
35	20	55	30		

(b_j)

5. T=

					a_i
2	6	3	4	8	40
1	5	6	9	7	30
3	4	1	6	10	35
20	34	16	10	15	

(b_j)

6. T=

				a_i
2	3	9	7	20
3	4	6	1	16
5	1	2	2	14
4	5	8	1	11
16	18	12	15	

(b_j)

7. T=

				a_i
1	9	7	2	30
3	1	5	5	40
6	8	3	4	70
2	3	1	3	60
35	80	25	70	

(b_j)

8. T=

				a_i
1	3	3	8	10
8	6	2	6	20
4	7	7	3	35
5	2	4	5	45
25	30	40	15	

(b_j)

9. T=

				a_i
2	3	1	8	20
8	4	2	6	20
7	4	3	9	40
3	5	2	7	45
25	30	40	15	

(b_j)

10. T=

					a_i
4	5	6	8	10	130
10	3	2	3	15	50
4	10	5	1	16	40
110	30	50	80	90	

(b_j)

11. T=

				a_i
2	5	3	4	45
6	1	2	5	35
3	4	3	8	70
20	60	55	45	

(b_j)

12. T=

				a_i
1	2	9	7	60
3	40	15	5	55
6	4	8	3	40
24	3	3	1	35
70	5	45	70	

(b_j)

13. T=

				a_i
4	5	5	7	100
8	7	5	4	120
9	6	4	5	150
3	2	9	3	130
140	130	90	140	

(b_j)

14. T=

				a_i
2	7	3	6	30
9	4	5	7	70
5	7	6	2	50
10	40	20	60	

(b_j)

15. T=

				a_i
1	7	2	5	40
3	8	4	1	30
6	3	5	3	50
20	18	44	75	

(b_j)

16. T=

				a_i
6	5	4	10	50
3	1	7	2	20
5	1	2	4	55
8	6	3	3	35
30	45	25	48	

(b_j)

17. T=

					a_i
7	6	5	2	9	55
5	1	4	8	3	35
3	4	4	10	2	45
16	40	15	34	25	

(b_j)

18. T=

				a_i
1	3	3	4	50
5	2	7	5	20
6	4	8	2	30
7	1	5	7	20
40	30	35	15	

(b_j)

19. T=

					a_i
6	10	8	3	2	30
7	4	3	2	5	65
3	9	5	5	6	25
17	25	15	13	35	

(b_j)

20. T=

				a_i
5	2	6	6	25
1	4	9	7	25
3	1	2	5	60
28	45	18	30	

(b_j)

21. T=

				a_i
4	8	2	3	20
4	7	7	1	60
5	3	4	9	50
25	15	30	40	

(b_j)

22. T=

				a_i
2	4	1	3	30
5	6	5	4	20
3	2	9	3	40
1	8	2	7	50
40	30	50	20	

(b_j)

23. T=

				a_i
9	1	7	2	30
3	1	5	5	35
5	8	6	4	70
3	2	1	3	60
35	80	25	75	

(b_j)

24. T=

				a_i
3	7	2	6	30
9	4	5	7	70
5	8	6	2	50
40	10	25	55	

(b_j)

Національний університет водного господарства та природокористування

Національний університет
водного господарства
та природокористування

25.

T=						a_i
	4	5	7	8	10	120
	10	3	2	3	11	50
	4	10	1	5	16	60
b_j	110	30	40	80	70	

26.

T=						a_i
	7	5	7	8	10	110
	8	3	2	7	11	65
	4	14	2	5	12	75
b_j	95	40	20	80	20	

Завдання ІІІ. Задача математичного планування експерименту

Побудувати математичну модель (у вигляді повного квадратичного рівняння регресії) вихідного параметру Y в залежності від факторів X_1 та X_2 у відповідності із заданими вихідними умовами (табл. 6.4, 6.5).

На основі побудованої моделі провести аналіз індивідуального та спільного впливу факторів на вихідний параметр.

Таблиця 6.4

Умови планування експерименту

Фактори		Рівні варіювання			Інтервал варіювання
натуральний вид	кодований вид	–1	0	+1	
X_1, ум.од.	x_1	20	60	100	40
X_2, ум.од.	x_2	0	15	30	15

Таблиця 6.5

Матриця планування та експериментальні дані

Точки плану	Фактори		Експериментальні значення Y
	x_1	x_2	
1	+1	+1	Y_1
2	+1	–1	Y_2
3	–1	+1	Y_3
4	–1	–1	Y_4
5	+1	0	Y_5
6	–1	0	Y_6
7	0	+1	Y_7
8	0	–1	Y_8
9	0	0	Y_9
10	0	0	Y_{10}
11	0	0	Y_{11}

Національний університет
водного господарства
та природокористування

6.3. Теми рефератів для самостійної роботи

Реферат з дисципліни “Основи системного аналізу” є додатковим видом самостійної роботи студента з даного курсу, яка виконується за його бажанням.

Тему реферату студент обирає із запропонованого переліку або формулює сам, попередньо погодивши її з викладачем.

Розкриття теми реферату повинно бути ґрунтовним і по суті, наповнене критичним аналізом стану питання та не повинно містити тривіальних і загальновідомих положень і даних.

При підготовці реферату необхідно використовувати сучасні інформаційні джерела, зокрема ресурси Інтернету, посилання на які є обов'язковими.

Бажаним є використання ілюстративного матеріалу (схеми, рисунки, діаграми та ін.).

Реферат оформляється у вигляді зброшурованого звіту на стандартних аркушах формату А4 обсягом 10...15 сторінок основного тексту а також переліку використаної літератури та інформаційних джерел. Розкриття теми роботи виконується з однієї сторони аркушів рукописним способом або за допомогою друкарських пристроїв. Бажаним є виконання реферату комп'ютерним способом з обов'язковим представленням тексту роботи на електронному носії.

На титульній сторінці необхідно вказати назву вищого навчального закладу, кафедру, тему реферату, прізвище, ім'я та по батькові студента, посаду, прізвище та ініціали викладача, що перевіряє та зараховує реферат.

Термін здачі реферату – не пізніше, ніж через 1 місяць з моменту призначення та затвердження теми викладачем.

Максимальна кількість балів, якою оцінюється виконання реферату – 10.

Отримана кількість балів повинна узгоджуватись із загальними принципами оцінювання і нарахування балів за весь курс (див. п. 3.2 інтерактивного комплексу).

У випадках невідповідності змісту реферату його темі а також явного плагіату (повторного використання готових, раніше виконаних робіт, в т.ч. розміщених в Інтернеті) представлений реферат не приймається до захисту і оцінка за його виконання не ставиться.

Приклади тем рефератів:

Змістовий модуль №1

1. Системність та її роль в науці і техніці.
2. Характеристика основних етапів становлення і розвитку системного підходу.
3. Предмет загальної теорії систем.
4. Застосування теорії систем в різних науках.
5. Роль системного підходу в практичній діяльності людини.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

6. Аналіз основних визначень поняття "система".
7. Категоріальний апарат системного підходу і його розвиток.
8. Світ складних систем і тенденції його розвитку.
9. Сутність і основні характеристики складних систем.
10. Управлінські системи: сутність і різновиди.
11. Застосування структурно-функціонального підходу в управлінні.
12. Діалектика взаємозв'язку складу, структури і організації системи.
13. Проблеми функціонування соціально-економічних систем.
14. Синергетика і її роль в пізнанні.
15. Моделювання і його роль в пізнанні.
16. Кібернетика та її можливості.
17. Тенденції розвитку кібернетики.
18. Процес формалізації при побудові математичних моделей.
19. Системні закони і їх роль в аналітичній діяльності.
20. Методи системного аналізу.

Змістовий модуль №2

21. Математична теорія експерименту в загальному циклі вирішення будівельно-технологічних задач.
22. Системний підхід як методологічний принцип дослідження.
23. Принципи побудови та інтерпретації математичних моделей.
24. Метрологічні проблеми в техніко-економічних експериментах.
25. Основні ідеї математичного планування експерименту.
26. Регресійний аналіз при плануванні експерименту.
27. Особливості проведення техніко-економічних експериментів.
28. Методи побудови емпіричних формул в задачах будівництва.
29. Імовірнісно-статистичний підхід до оцінки результатів експерименту.
30. Прийняття інженерних рішень за експериментально-статистичними моделями.
31. Системний підхід до проектування оптимального складу і оптимальної структури будівельного матеріалу або конструкції.
32. Застосування методик системного аналізу при розробці перспективних планів підприємств.
33. Організаційно-технологічний рівень будівельної системи.
34. Економічна оцінка будівельної системи з врахуванням рівня її мобільності.
35. Автоматизовані системи управління будівельними підприємствами (виробництвами).

Національний університет
водного господарства
та природокористування

7. КОНТРОЛЬНІ ВПРАВИ ТА ЗАВДАННЯ

Змістовий модуль 1. Вступ до системного аналізу. Будівельно-технологічні системи та математичне програмування

1. Назвіть об'єкти з числа перерахованих нижче, які можна віднести до поняття "система" і назвіть мету їхнього функціонування: ЕОМ; табурет; годинник; ножиці; купа піску, насипана людиною; купа піску, нанесена вітром; людина; людство; ліс; молекула; Сонце; Всесвіт; океан.

2. Якщо елементи деякої системи мають невисокі показники, то система в цілому завжди буде мати такі властивості? Приведіть приклади в якості доказу.

3. Якими особистими якостями з числа перерахованих нижче повинен володіти майбутній працівник з погляду відділу кадрів при прийомі на роботу:

а) в органи охорони природи;

б) в хімчистку;

в) в магазин;

г) для викладацької роботи в інститут.

Якості: порядність, добросердя, чесність, акуратність, освіченість, вихованість, володіння ораторським мистецтвом, гарна зовнішність, великий діапазон знань. При відповіді на кожне питання якості розставте по пріоритеті. Які висновки можна зробити?

4. Структура системи впливає на інтегративні якості системи? Наведіть приклади.

5. Чи є атом системою, вона мала, *так* чи *ні*? Це проста система, *так* чи *ні*?

6. Наведіть приклади систем: а) малих і простих; б) малих і складних; в) великих і простих; г) великих і складних. Обґрунтуйте приведених Вами як приклади систем до того або іншого класу.

7. Назвіть до яких класів систем (великих, складних, малих, простих) відносяться сучасні ЕОМ, екскаватор, Земля, сучасний космічний корабель, Сонце, Сонячна система. Обґрунтуйте коректність поставленого питання.

8. Наведіть приклади неправильно поставленої мети в процесі експлуатації системи.

9. Скласти математичну модель наступної задачі:

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Підприємство після виконання основної виробничої програми має запаси зекономленої сировини трьох видів (S_1, S_2 і S_3) у кількостях відповідно рівних *20*, *25* і *32 у.о.* З цієї сировини підприємство може виготовляти два типи продукції P_1 та P_2. Кількість сировини, що йде на виготовлення продукції, наведена в табл. Прибуток від реалізації одиниці продукції P_1 та P_2 складає відповідно *17* та *26 грн.*

Вид сировини	Витрати сировини, *(ум.од.)* на одиницю продукції	
	P_1	P_2
S_1	4	1
S_2	2	3
S_3	7	11

Скласти такий план випуску продукції при якому прибуток підприємства був би максимальний.

10. Скласти математичну модель наступної задачі:

В арматурному цеху із стандартного сталевого листового прокату певного розміру необхідно вирізати заготовки трьох видів в кількостях відповідно рівних 85; 27 і 65 шт. Кожен лист сталі може бути розрізаний на заготовки двома способами. Кількість заготовок, що можна отримати при даному способі різання, наведено в табл. В ній також вказана кількість відходів, що отримується при даному способі різання одного листа.

Вид заготовок	К-сть заготовок, (*шт.*) при розкрою за способом	
	1	*2*
I	3	5
II	4	2
III	7	4
Кількість відходів різання, *%*	22	38

Визначити скільки листів сталі і за яким способом необхідно розрізати так, щоб було отримано не менше необхідної кількості заготовок при мінімальних відходах.

11. Скласти математичну модель наступної задачі:

Три механізми (*I, II, III*) можуть виконувати три види земляних робіт (*A, B, C*). Ресурси робочого часу кожного механізму та вартість 1 год. роботи механізму вказана в табл.

Механізми	Питома вартість роботи, у.о./год.			Ресурс часу, год.
	A	*B*	*C*	
I	2	4	3	400
II	2	2	5	300
III	5	3	6	280

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Знайти оптимальне завантаження обладнання, що мінімізує сумарні витрати при таких об'ємах робіт: $A = 6000\ м^3$; $B = 50000\ м^3$; $C = 8000\ м^3$.

12. Скласти математичну модель наступної задачі:

Підприємство (*П*) для організації перевезення своєї продукції в чотири міста M_1, M_2, M_3, M_4 має три групи автомобільного транспорту. Перша складається з 10, друга – 25 і третя – з 35 автомобілів різного типу. Кількість продукції (ум.од.), що перевозиться одним автомобілем даного типу по кожному з маршрутів за 1 місяць і пов'язані з цим експлуатаційні витрати на 1 автомобіль (тис. грн.) вказані в табл. Кількість вантажів, що необхідно перевезти по кожному маршруту протягом місяця складає відповідно 30, 40, 30 і 20 тис. ум.од., а вартість одиниці продукції дорівнює 22, 16, 14 і 32 грн.

Тип автомобіля	Кількість вантажів/експлуатаційні витрати за маршрутами			
	П-М₁	*П-М₂*	*П-М₃*	*П-М₄*
I	16/1,2	30/0,8	19/1,5	25/1,6
II	20/1,4	25/1,5	17/2,0	16/2,9
III	25/1,0	18/1,1	20/1,8	20/1,7

Розподілити автомобілі за маршрутами, виходячи з умови досягнення максимального прибутку підприємства.

13. Скласти математичну модель наступної задачі:

Деталі *A, B, C* можна обробляти на трьох верстатах (W_1, W_2, W_3). В таблиці вказані норми витрати часу на обробку верстатом відповідної деталі, вартість 1 год. роботи верстата і гранична тривалість роботи верстата. Припускаючи, що кожна деталь може оброблятись на будь-якому з верстатів, визначити оптимальну виробничу програму по максимуму сумарного прибутку за умови, що кожен верстат обробляє тільки одну деталь і за планом передбачений випуск усіх трьох деталей.

Верстати	Норма часу обробки деталі			Вартість 1 год., ум.од.	Тривалість роботи верстата, год.
	A	*B*	*C*		
W_1	0,3	0,1	0,2	30	50
W_2	0,5	0,2	0,4	20	60
W_3	0,4	0,5	0,3	15	40

14. Отримати початковий опорний план задачі лінійного програмування, представленої у вигляді математичної моделі:

$$Z = 3\cdot x_1 - 2\cdot x_2 \to max;$$
$$2\cdot x_1 + x_2 \le 11,$$
$$-3\cdot x_1 + 2\cdot x_2 \le 10,$$
$$3\cdot x_1 + 4\cdot x_2 \ge 20;$$
$$x_1,\ x_2 \ge 0.$$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

15. Отримати початковий опорний план задачі лінійного програмування, представленої у вигляді математичної моделі:

$$F = 5\cdot x_1 - 3\cdot x_2 \to min;$$
$$3\cdot x_1 + 2\cdot x_2 \geq 6,$$
$$2\cdot x_1 - 3\cdot x_2 \geq -6,$$
$$x_1 - x_2 \leq 4,$$
$$4\cdot x_1 + 7x_2 \leq 28;$$
$$x_1,\ x_2 \geq 0.$$

16. Розв'язати задачу лінійного програмування за допомогою симплекс-методу, якщо задана така система векторів, що виражають початковий опорний план задачі:

$$A_1 = \begin{pmatrix}2\\8\\5\end{pmatrix},\ A_2 = \begin{pmatrix}5\\5\\6\end{pmatrix},\ A_3 = \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\ A_4 = \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\ A_5 = \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix},\qquad A_o = \begin{pmatrix}20\\40\\30\end{pmatrix}.$$

Цільова функція: $Z = C\cdot X \to max,$

$C = (50, 40, 0, 0, 0);\ X = (x_1, \ldots, x_5);\ X \geq 0.$

17. Для будівництва чотирьох доріг $B_1,\ldots,B_4$ використовується гравій з трьох кар'єрів $A_1,\ldots,A_3$. Запаси гравію в кожному з кар'єрів відповідно рівні *30; 50 і 40 т.* Потреби в гравію для будівництва кожної з доріг відповідно рівні *15; 15; 40 і 30 т*. Відомі також тарифи перевезень 1 т гравію від кожного із кар'єрів до кожної з доріг виражені в *км*, які задаються матрицею *L (3, 4)*.

	B_1	B_2	B_3	B_4	
	1	8	2	3	A_1
L=	4	7	5	1	A_2
	5	3	4	4	A_3

Скласти такий план перевезень гравію, при якому потреби в ньому кожної із доріг, що будуються, були б максимально задоволені при найменшій загальній вартості перевезень. Опорний план перевезень побудувати за допомогою методу подвійної переваги.

18. На чотирьох цементних заводах $A_1,\ldots,A_4$ відповідно виготовляється *30; 20; 40; 50 т/год* портландцементу, який повинен бути доставлений на чотири підприємства по виробництву збірного залізобетону $B_1,\ldots,B_4$. Потреби підприємств в портландцементі складають *35; 20; 55; 30* т/год. Затрати, пов'язані з виробництвом і доставкою 1 т портландцементу, виражені в *ум.од.,* задані у вигляді матриці тарифів перевезень *C (4, 4)*.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Скласти такий план прикріплення споживачів до виробників, при якому загальні затрати є мінімальними. Опорний план перевезень побудувати за допомогою методу мінімального елементу.

C=	B_1	B_2	B_3	B_4	
	2	4	1	3	A_1
	5	6	5	4	A_2
	3	7	9	5	A_3
	1	2	2	7	A_3

19. Для будівництва чотирьох споруд $B_1,...,B_4$ використовуються бетонні блоки з чотирьох підприємств $A_1,...,A_4$. Запаси блоків в *m* на кожному з кар'єрів a_i та потреби в ньому для будівництва споруд b_j приведені в матриці *L (4, 4),* де також вказані тарифи перевезень 10 блоків, виражені в *км*.

L=					a_i
	15	6	2	8	50
	11	7	5	7	20
	7	9	4	13	25
	4	2	2	5	15
b_j	20	45	25	20	

Для даної схеми існує такий план перевезень вантажів (в *шт×10*):

–	25	25	–
–	20	–	–
20	–	–	5
–	–	–	15

<u>Змістовий модуль 2.</u> Методи математичного планування експерименту. Соціально-виробничі системи

20. При дослідженні деформативних властивостей залізобетонної балки, було проведено 5 вимірювань величини модуля пружності і зафіксовані такі результати: 202; 195; 203; 198 і 200 МПа. Оцінити абсолютну та відносну мінливість середньої величини модуля пружності по величинам середнього квадратичного відхилення та коефіцієнта варіації.

21. В процесі випробовування двохпролітної нерозрізної залізобетонної балки, визначалася величина опорного моменту. Відомо, що середнє значення опорного моменту для певного навантаження склало 8.91 кН·м по об'єму, а його дисперсія – 1.42 $(кН·м)^2$. Визначити кількість проведених вимірювань,

Національний університет
водного господарства
та природокористування

якщо рівень показник точності вимірювань ε=0,95 %, а критерій Ст'юдента при рівні значимості 0.05 дорівнює t=1.96.

22. Вивчення тріщиностійкості залізобетонної конструкції передбачало проведення ряду вимірювань значення граничного згинального моменту, що показали такі результати: 35.4; 34.9; 35.2; 34.1; 35.1 і 35.0 кН·м. Знайти середню похибку та точність вимірювань. Перевірити однорідність вимірювань за величиною максимального відносного відхилення τ для елементу вибірки, якому відповідає M=34.1 кН·м. Табличне значення τ*– критерію (при рівні значимості 0.01) складає 2.11.

23. За коефіцієнтом парної кореляції r_{xy} встановити характер та величину сили кореляційного зв'язку між двома випадковими величинами X та Y, значення яких наведені в таблиці.

X	1,66	1,60	1,72	1,64
Y	64	58	79	61

Перевірити значимість коефіцієнта кореляції, якщо для рівня значимості P=0.05 табличне значення r=0.878.

24. В результаті проведення експерименту, спланованого за двохфакторним трирівневим планом встановлено, що залежність міцності залізобетонної колони (R) від діаметру повздовжнього армування (D) та кількості циклів навантажень (n) має вигляд повного квадратичного рівняння регресії:

$$R=9,25+1,1\cdot D-3,1\cdot n+2,15\cdot D^2+0,79\cdot n^2.$$

Перевірити адекватність даного рівняння, якщо залишкова сума квадратів відхилень складає $\sum\left(R-\hat{R}\right)^2=7.63$; а дисперсія відтворюваності $S_R^2=0.173$.

Табличне значення критерію Фішера для даних умов: $F_T=19.25$.

25. В результаті реалізації плану ПФЕ для двох факторів отримані такі результати:

Точки плану	Кодовані значення факторів		Середнє значення вихідного параметру Y
	X_1	X_2	
1	+1	+1	43,6
2	+1	−1	48,7
3	−1	+1	40,9
4	−1	−1	44,4

Побудувати математичну модель у вигляді лінійного рівняння регресії вихідного параметру Y від факторів, без перевірки значимості коефіцієнтів рівняння.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

26. Для деякого об'єкту існує математична модель, що пов'язує його параметр S з факторами зовнішнього впливу L та M:

$$S=9,09-2,22\cdot L+2,67\cdot M+1,97\cdot L^2+0,32\cdot M^2-3,63\cdot L\cdot M.$$

Проаналізувати дану модель з метою оцінки ступеня впливу факторів. Визначити такі поєднання факторів, що забезпечують максимальне та мінімальне значення вихідного параметру в заданому факторному просторі (рівні варіювання факторів – від 0 до 1).

27. При дослідженні впливу ряду технологічних факторів на міцність бетону ($R_б$) отримана така експериментально-статистична модель у вигляді лінійного рівняння регресії:

$$R_б=27,3+11,2\cdot x_1+5,3\cdot x_2+1,1\cdot x_3-1,0\cdot x_4+0,7\cdot x_1\cdot x_2+0,5\cdot x_1\cdot x_3-0,6\cdot x_1\cdot x_4.$$

Експеримент проводився у відповідності з планом ПФЕ (2^4), умови якого приведені в таблиці:

Фактори		Рівні варіювання		
натуральний вид	кодований вид	–1	0	+1
Ц/В	x_1	1,4	2,0	2,6
Активність цементу $R_{ц}$, МПа	x_2	35	45	55
Модуль крупності піску $M_к$	x_3	1,4	2,2	3,0
Вміст глинистих домішок Д, %	x_4	1	3	5

28. З метою підвищення водостійкості матеріалу конструктивного шару основи дорожнього одягу, досліджувався вплив добавок малих доз портландцементу та просочування нафтовим гудроном. Експеримент проводився у відповідності з трирівневим двохфакторним планом, умови якого приведені в таблиці:

Фактори		Рівні варіювання		
натуральний вид	кодований вид	–1	0	+1
Кількість цементу, %	x_1	1,5	2,5	3,5
Тиск просочування гудроном, МПа	x_2	0	2,5	5,0

В результаті отримана математична модель коефіцієнту водостійкості (К) в кодованому вигляді:

$$K=0,51-0,09\cdot x_1+0,27\cdot x_2+0,97\cdot x_1^2-0,32\cdot x_2^2-1,15\cdot x_1\cdot x_2.$$

Встановити, яким буде прогнозований коефіцієнт водостійкості при витраті цементу 1.7% і тиску просочування 4.5 МПа.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

8. ТЕСТОВА ПРОГРАМА ДЛЯ МОДУЛЬНОЇ КОНТРОЛЬНОЇ РОБОТИ

Змістовий модуль 1.
Вступ до системного аналізу. Будівельно-технологічні системи та математичне програмування

№1

Дайте визначення поняття системи.

1. Система представляє собою сукупність взаємопов’язаних елементів, яка відособлена від середовища і взаємодіє з ним як ціле.
2. Система – це організований комплекс засобів досягнення загальної мети, що представляє собою сукупність взаємопов’язаних елементів, яка відособлена від середовища і взаємодіє з ним як ціле.
3. Система – це сукупність певних частин будь-якого об'єкту або тіла.
4. Система представляє собою матеріальне тіло, що складається із системно пов'язаних частин.

№2

Що називається кібернетикою?

1. Галузь знань, пов'язана з вивченням штучно створених систем.
2. Це наука про системи, що зберігають і переробляють інформацію.
3. Це наука, що вивчає оптимальне управління складними системами в процесі їх функціонування.
4. Це наука, що вивчає загальні закономірності будови складних систем та оптимальне управління ними.

№3

Чим відрізняється технічна система?

1. Штучним створенням та виконанням певної корисної функції (функцій).
2. Можливістю роботи в автономному режимі.
3. Штучним створенням та можливістю роботи в автономному режимі.
4. Наявністю автономних частин (елементів), здатних до створення корисних функцій.

№4

Назвіть системні об'єкти.

1. Мета, вхід, процес, вихід.
2. Мета, вхід, процес, вихід, зворотній зв'язок.
3. Мета, вхід, процес, вихід, інформація.
4. Інформація, вхід, процес, вихід.
5. Інформація, вхід, процес, вихід, зворотній зв'язок.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

№5

Що є метою будь-якої системи?

1. Саме існування системи.
2. Досягнення ефективного стану.
3. Відтворення системи.
4. Досягнення кінцевої мети.
5. Досягнення оптимального стану.

№6

Що є метою системного аналізу в кінцевому результаті?

1. Дослідження системних об'єктів та зв'язків між ними.
2. Вивчення закономірностей будови системи.
3. Вивчення закономірностей функціонування системи.
4. Оптимізація досліджуваної системи.

№7

Що з наведеного не може характеризувати ефективність роботи (діяльності)?

1. Собівартість продукції.
2. Асортимент продукції.
3. Строк безвідмовної служби агрегату.
4. Якісний показник продукції.
5. Кількість випущеної продукції.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

№8

Які підсистеми вирізняють в технічних системах?

1. Технологічного процесу, контролю і керування.
2. Збору інформації, контролю і керування.
3. Технологічного процесу, контролю і забезпечення.
4. Збору інформації, технологічного процесу, контролю і керування.

№9

Можливість чого забезпечує зворотній зв'язок в технічній системі (на прикладі технології виробництва)?

1. Можливість забезпечення довільної якості продукції.
2. Можливість зміни мети системи.
3. Можливість проведення певних технологічних операцій.
4. Можливість керування технологією.

№10

Що утворює комплекс факторів X в технічній (технологічній) системі?

1. Входи Хв та виходи Y.
2. Параметри Хп, входи Хв та виходи Y.
3. Параметри Хп та входи Хв.
4. Параметри Хп, та виходи Y.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

№11

Що є моделлю технічної системи?

1. Абсолютно тотожна копія технічної системи, що повністю відтворює її структуру, форму та функції.
2. Матеріально реалізована система, яка відтворює технічну систему за певною ознакою (функцією).
3. Копія технічної системи, що частково відтворює її структуру, форму та функції.
4. Уявна або матеріально реалізована система, яка відображає або відтворює технічну систему за певною ознакою (функцією).

№12

Що з нижче наведеного відображає субстанціональна модель системи?

1. Речовинний склад системи.
2. Взаємодію системи з навколишнім середовищем.
3. Структурну будову системи.
4. Особливості поєднання структурних елементів в системі.

№13

Якими бувають моделі в залежності від представлення сторін об'єкта?

1. Субстанціональними, структурними, функціональними.
2. Субстанціональними, функціональними, імітаційними.
3. Структурними, функціональними, експериментально-статистичними.
4. Субстанціональними, структурними, функціональними, фізичними.

№14

Що відтворюють (відображають) функціональні моделі?

1. Способи поведінки системи.
2. Функціональну взаємодію елементів системи між собою.
3. Функціональну взаємодію елементів системи з навколишнім середовищем.
4. Структуру системи.

№15

До якого виду моделей відносять модель "чорного ящика"?

1. Субстанціональна.
2. Структурна.
3. Інформаційна.
4. Економічна.
5. Функціональна.

№16

Чи відома внутрішня будова системи спостерігачу при відтворенні її за допомогою моделі "чорного ящика"?

1. Відома.
2. Частково відома.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

3. Не відома.
4. Відома при наявності спеціальних засобів.

№17

Які системні об'єкти може досліджувати спостерігач при вивченні моделі "чорного ящика"?

1. Входи, виходи та процес.
2. Входи та виходи.
3. Тільки входи.
4. Тільки виходи.
5. Входи, виходи, процес та інформацію.

№18

До якого виду моделей відносять математичні моделі?

1. Абстрактно-знакових.
2. Абстрактно-знакових та фізичних.
3. Фізичних.
4. Фізично-знакових.

№19

Що не може бути математичною моделлю системи?

1. Функціональна залежність (рівняння).
2. Алгоритм.
3. Графічна залежність.
4. Структурна схема.
5. Таблиця даних.

№20

Що служить критерієм істинності моделі?

1. Вартість побудови моделі.
2. Точність відтворення (відображення) змодельованої ознаки системи.
3. Техніко-економічна корисність інформації отриманої по моделі.
4. Кількість інформації отриманої по моделі .

№21

Які головні ознаки має будь-яка технічна система?

1. Функціональність, цілісність (структура), організація, системна якість (ефект).
2. Технологічність, цілісність (структура), організація.
3. Функціональність, цілісність (структура), повнота частин, системна якість (ефект).
4. Функціональність, ергономічність, організація, системна якість (ефект).

№22

Що є носієм функції в технічній системі?

Національний університет
водного господарства
та природокористування

1. Робочий орган системи.
2. Людина-оператор.
3. Елемент системи.
4. Функціональна підсистема.

№23

Чим визначається конкретна структура технічної системи?

1. Видом зв'язків між елементами системи.
2. Впливом навколишнього середовища та інших систем.
3. Фізичним принципом здійснення необхідної корисної функції.
4. Можливістю поєднання елементів системи між собою.

№24

Що називають елементом структури?

1. Відносно цілу частину системи, що володіє деякими властивостями, не змінними при відділенні від системи і здатну до виконання певної елементарної функції.
2. Відносно цілу частину системи, що володіє деякими властивостями, не змінними при відділенні від системи і не здатну до виконання певної елементарної функції без участі інших елементів.
3. Будь-яку відносно цілу частину системи, здатну виконувати окремі функції системи.

№25

Наведіть приклад корпускулярної структури.

1. Телефонна мережа.
2. Піщаний фільтр.
3. Пінопласт.
4. Цегляна стіна.

№26

Який з типів структур передбачає жорсткі зв'язки між елементами?

1. Корпускулярний.
2. Лінійний.
3. Багатозв'язний.
4. Матричний.
5. Сітьовий.

№27

Що не може бути прикладом зіркової структури?

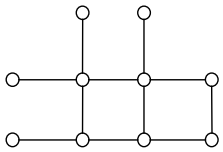
1. Телефонна мережа.
2. Бібліотека.
3. Телебачення.
4. Система теплопостачання.
5. Мережа автомобільних доріг.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

№28

Як називається зображений тип структури?

1. Матричний.
2. Лінійний.
3. Сітьовий.
4. Ієрархічний.



№29

Які види зв'язків зустрічаються між елементами в ієрархічній структурі?

1. Перпендикулярні і паралельні.
2. Горизонтальні, вертикальні і перпендикулярні.
3. Горизонтальні і вертикальні.
4. Паралельні

№30

Оберіть схему, яка відображає принцип функціональності побудови структури.

1. Структура → функція → принцип дії
2. Структура → принцип дії → функція
3. Принцип дії → функція → структура
4. Функція → принцип дії → структура

№31

На якому принципі ґрунтується розробка функціональної схеми ТС?

1. Принцип функціональності.
2. Принцип причинності.
3. Принцип доповнюваності.
4. Принцип повноти частин.

№32

Які з наведених вимог до форми є несуттєвими (зайвими)?

1. Функціональні.
2. Ергономічні.
3. Технологічні.
4. Речовинні.
5. Експлуатаційні
6. Естетичні.

№33

Яка головна умова виникнення організації в системі?

1. Зв'язки між елементами або їх властивостями не повинні перевищувати за силою зв'язки із несистемними елементами.
2. Зв'язки між елементами або їх властивостями повинні перевищувати за силою зв'язки із несистемними елементами.
3. Зв'язки між елементами повинні перевищувати за силою зв'язки між їх властивостями.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

4. Зв'язки між елементами не повинні перевищувати за силою зв'язки між їх властивостями.

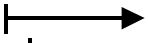
№34

Що є основними характеристиками зв'язку між елементами системи?

1. Фізичне наповнення і потужність.
2. Тривалість і потужність.
3. Фізичне наповнення і тривалість.
4. Стійкість і тривалість.

№35

Яке з наведених позначень вказує на рефлексивний зв'язок?

1. 
2.
3.
4.

№36

Що називається системним ефектом?

1. Зникнення однієї з властивостей, що були в елемента до включення його в систему.
2. Поява нової властивості, якої не було в жодного елемента до включення їх в систему.
3. Непропорційно велике посилення (послаблення) властивостей, що є у елементів після включення їх в систему.
4. Пропорційне посилення (послаблення) властивостей, що є у елементів після включення їх в систему.

№37

Який з випадків виникнення системного ефекту (якості) неможливий?

1. До суми позитивних властивостей додаються перетворені негативні.
2. Позитивні властивості додаються, взаємно посилюються а негативні залишаються незмінними.
3. Позитивні властивості додаються, а негативні взаємно знищуються.
4. Позитивні і негативні властивості додаються, взаємно посилюються.

№38

Що є цільовою функцією в задачі лінійного програмування?

1. Будь-яка лінійна функція, що може приймати довільне значення.
2. Лінійна функція, що відповідно до постановки задачі, повинна набувати максимального або мінімального значення.
3. Лінійна функція, що залежно від умов задачі, може приймати максимальне або мінімальне значення.
4. Функція, значення якої повинно забезпечувати систему обмежень задачі.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

№39

Задача лінійного програмування, обмеження якої містять як рівності, так і нерівності називається…

1. Стандартною.
2. Загальною.
3. Канонічною.
4. Динамічною.

№40

Що називається планом або допустимим розв'язком задачі лінійного програмування?

1. Будь-яка сукупність невід'ємних змінних.
2. Будь-який вектор $X=(x_1, x_2, ..., x_n)$, який задовольняє виконанню умов, наведених в обмеженнях задачі.
3. Будь-який вектор $X=(x_1, x_2, ..., x_n)$, який задовольняє виконанню умов, наведених в обмеженнях задачі а також максимізує (мінімізує) цільову функцію.
4. Сукупність змінних, що надають цільовій функції максимального або мінімального значення.

№41

В чому полягає симплекс-метод розв'язання задачі лінійного програмування?

1. В побудові оптимального плану з відомого опорного шляхом його перерахунку в інший з покращеним значенням цільової функції.
2. В побудові декількох опорних планів і виборі серед них оптимального.
3. В побудові декількох опорних планів і виборі серед них плану з найкращим значенням цільової функції.

№42

Якою є умова оптимальності задачі максимізації?

1. $Z_j - C_j \le 0$.
2. $Z_j - C_j \ge 0$.
3. $Z_j + C_j \ge 0$.
4. $Z_j - C_j = 0$.

№43

Яке число визначає ведучий стовпець симплекс-таблиці в задачі мінімізації?

1. Найменша по модулю оцінка (симплекс-різниця) плану.
2. Найменша від'ємна оцінка (симплекс-різниця) плану.
3. Найбільша по модулю оцінка (симплекс-різниця) плану.
4. Найбільша додатна оцінка (симплекс-різниця) плану.
5. Нульова оцінка (симплекс-різниця) плану.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

№44

Визначити який вектор і замість якого з'явиться в наступній симплекс-таблиці задачі максимізації після перерахунку даної таблиці?

Б	$C_б$	A_0	C_1=8	C_2=30	C_3=10	C_4=0	C_5=0	C_6=0
			A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6
A_4	0	15	0	5	44	1	0	5
A_5	0	55	0	1.25	-4.75	0	1	1.75
A_1	12	5	1	0.25	2.25	0	0	0.25

1. A_2 замість A_4
2. A_1 замість A_5
3. A_3 замість A_1
4. A_6 замість A_4
5. A_5 замість A_1

№45

Що є критерієм оптимальності або цільовою функцією ТЗ?

1. Сумарний тариф перевезень вантажів.
2. Максимальний тариф перевезень вантажів.
3. Кількість одиниць вантажу запланованих для перевезення.
4. Загальна відстань перевезень вантажів.

№46

Який план ТЗ називається оптимальним?

1. При якому значення x_{ij}, забезпечують:
2. Невід'ємне значення цільової функції.
3. Мінімум цільової функції.
4. Максимум цільової функції.
5. Рівність запасів та потреб споживачів.

№47

Що є необхідною умовою розв'язку ТЗ?

1. Перевищення сумарних запасів вантажів над сумарними потребами.
2. Переважання сумарних потреб у вантажах над сумарними запасами.
3. Рівність сумарних запасів вантажів у постачальників і сумарних потреб споживачів.
4. Нерівність сумарних запасів вантажів у постачальників і сумарних потреб споживачів.

№48

Який вираз описує умову відкритої ТЗ?

1. $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$.
2. $\sum_{i=1}^{m} a_i \neq \sum_{j=1}^{n} b_j$.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

3. $\sum_{i=1}^{m} a_i \geq \sum_{j=1}^{n} b_j$.

4. $\sum_{i=1}^{m} a_i \leq \sum_{j=1}^{n} b_j$.

№49

Чому рівний тариф перевезень одиниці вантажу до фіктивного постачальника?

1. Середньому тарифу всіх перевезень.
2. Максимальному тарифу серед всіх перевезень.
3. Мінімальному тарифу серед всіх перевезень.
4. Фіктивному тарифу.
5. Нулю.

№50

Розподіл вантажів за методом мінімального елементу проводять…

1. В довільному порядку.
2. В порядку зростання тарифів перевезень.
3. В порядку спадання тарифів перевезень.
4. Лише серед маршрутів (клітинок) з мінімальними тарифами.
5. За виключенням маршрутів (клітинок) з мінімальними тарифами.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Змістовий модуль 2.
Методи математичного планування експерименту. Соціально-виробничі системи

№51

Що є основою для моделювання поведінки системи?

1. Фактичні дані про стан об'єкта досліджень.
2. Дані про стан аналогічних (подібних) об'єктів досліджень.
3. Теоретичні та нормативні відомості щодо об'єкта досліджень.

№52

Які існують основні шляхи отримання вихідної інформації для моделювання?

1. Спостереження і експеримент.
2. Експеримент, споглядання, очікування.
3. Опитування і спостереження.
4. Очікування, спостереження і експеримент.

№53

Яка суттєва відмінність спостереження від експерименту?

1. Нейтральність спостерігача по відношенню до об'єкта досліджень.
2. Пасивність спостерігача по відношенню до об'єкта досліджень.
3. Активність спостерігача по відношенню до об'єкта досліджень.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

№54

Яка з наведених ознак не є характерною для спостереження?

1. Систематичність.
2. Відтворюваність.
3. Цілеспрямованість.
4. Планомірність.
5. Активність.

№55

Дайте визначення поняттю "експеримент".

1. Вид діяльності, що застосовується з метою розкриття об'єктивних закономірностей і полягає в цілеспрямованій дії на досліджуваний об'єкт (процес) за допомогою спеціальних засобів та приладів.
2. Особливий вид спостереження, що полягає в цілеспрямованій дії на досліджуваний об'єкт (процес) за допомогою спеціальних засобів та приладів.
3. Вид діяльності, що застосовується з метою планомірної і систематичної дії на досліджуваний об'єкт (процес), при потребі, з використанням спеціальних засобів та приладів.

№56

Що з наведеного є особливою властивістю експерименту?

1. Можливість фіксувати зміни в ході процесу без активного втручання з боку дослідника.
2. Можливість багатократно відтворювати хід процесу в чітко фіксованих, контрольованих умовах.
3. Можливість планомірно і систематично досліджувати хід процесу.

№57

Як класифікують експеримент за масштабністю?

1. Лабораторний і польовий.
2. Лабораторний, польовий і науковий.
3. Лабораторний і науковий.
4. Лабораторний, науковий і соціальний.

№58

Як класифікують експеримент за цілями проведення?

1. Науковий і прикладний.
2. Лабораторний і польовий.
3. Лабораторний, науковий і прикладний.
4. Прикладний і польовий.

№59

Від чого залежить загальна кількість дослідів в експерименті?

1. Від повторюваності кожного досліду і методів подальшої обробки результатів експерименту.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

2. Від кількості комбінацій рівнів факторів і повторюваності кожного досліду.
3. Від повторюваності кожного досліду.
4. Від кількості комбінацій рівнів факторів.

№60

Що є метою статистичної обробки результатів експерименту?

1. Виокремлення з результатів експерименту інформації для отримання об'єктивних висновків.
2. Забезпечення можливості повторного проведення експерименту.
3. Усунення небажаних значень вимірюваної величини (властивості) серед кінцевих результатів експерименту.

№61

За яким виразом визначають середнє квадратичне відхилення?

1. $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi - \overline{X})^2}{n-1}}$.
2. $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi - \overline{X})^2}{n}}$.
3. $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi - \overline{X})^2}{n+1}}$
4. $S = \frac{\sum_{i=1}^{n}(Xi - \overline{X})^2}{n-1}$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

№62

Що характеризує коефіцієнт варіації вимірюваної величини (властивості)?

1. Відносну мінливість.
2. Абсолютну мінливість.
3. Похибку вимірювань.
4. Показник точності

№63

Що характеризує довірча ймовірність?

1. Кількість або процент достовірних значень вимірюваної величини.
2. Кількість або процент недостовірних (помилкових) значень вимірюваної величини.
3. Кількість або процент малоймовірних значень вимірюваної величини.

№64

Хто є головним і найбільш активним елементом в соціально-виробничих системах?

1. Людина.
2. Механізми.
3. Автоматичні засоби контролю і керування.

№65

За допомогою яких моделей описують стан соціально-виробничих систем?

1. Структурних.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

2. Кібернетичних.
3. Функціональних.
4. Динамічних.

№66

Чому виробничі системи вважаються відкритими?

1. Внаслідок впливу факторів зовнішнього середовища.
2. За рахунок можливості зростання ступеня складності системи з часом.
3. Внаслідок можливості зростання функції системи.

№67

Що називають детермінованими виробничими системами?

1. Це системи, в яких події в одних елементах можуть змінювати параметри інших неоднозначно.
2. Це системи, в яких події в одних елементах можуть змінювати параметри інших однозначно.
3. Це системи, в яких події в елементах змінюють параметри цих елементів неоднозначно.
4. Це системи, в яких події в елементах не змінюють параметри цих елементів.

№68

Які аспекти розвитку соціально-виробничої системи необхідно враховувати при управлінні будівельним підприємством?

1. Варіантний і кінетичний.
2. Статичний і варіантний.
3. Динамічний і варіантний.

№69

Що є вихідним параметром будівельної системи?

1. Виробничий потенціал.
2. Виробнича потужність.
3. Виробничий потенціал і потужність.

№70

Емержентність будівельної системи є тотожньою до поняття...

1. Системної якості.
2. Системної кількості.
3. Функціональності.
4. Експлуатаційної надійності.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК

А

Адекватність (з лат. – відповідний, рівний, тотожній) – правильне відображення в моделі суттєвих зв'язків і відношень об'єкта моделювання.

Адекватність моделі – здатність моделі дати правильну відповідь на запитання відносно об'єкта моделювання.

Алгоритм – опис послідовності дій, що приводить до досягнення деякої мети або текст, що представляє собою такий опис.

Аналіз – процедура уявного, а часто також і реального розчленовування предмета (явища, процесу), властивості предмета (предметів) або відносин між предметами на частини (ознаки, властивості, співвідношення).

АСУ – автоматизована система управління – людино-машинна система керування, що використовує автоматичні засоби обробки інформації.

В

Виходи системи – результат діяльності системи, те, що вона створює, у що перетворює вхідні величини відповідно до своїх функцій.

Відображення – притаманна всім об'єктам органічної та неорганічної природи властивість, яка виявляється у тому, що стан одного об'єкта знаходиться залежно від стану іншого об'єкта.

Властивості системи – найбільш істотні закономірні ознаки системи, серед яких звичайно виділяють обмеженість, цілісність, структурність, взаємозв'язок із середовищем, ієрархічність, множинність описів.

Входи системи – це те, що система використовує для своєї діяльності, з чим вона працює і що перетворює.

Д

Динамічні моделі – моделі, що зображають динаміку, рух, розвиток, функціонування системи.

Довірча ймовірність – кількість або процент достовірних (не викликаючих сумнівів) значень досліджуваної величини або властивості.

Е

Експеримент – вид діяльності, що застосовується з метою наукового пізнання, відкриття об'єктивних закономірностей; полягає в цілеспрямованій дії на досліджуваний об'єкт (процес) за допомогою спеціальних засобів та приладів.

Елемент – 1) відносно самостійна частина системи, що на даному рівні аналізу розглядається як одне ціле зі своєю поведінкою, направленою на реалізацію властивої цьому елементу функції; 2) одиниця, що входить до складу системи і далі не розкладається при даному способі розчленовування. Наявність зв'язків між елементами веде до появи в цілісній системі нових властивостей (*див. "емержентність"*), не властивим елементам окремо. В силу цієї підмножини елементів системи можуть розглядатися як підсистеми (компоненти), що залежить від цілей дослідження.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Емержентність – 1) збігається з поняттям цілісність; 2) наявність у системи таких властивостей, яких немає в її окремих елементів, незвідність системи до властивостей елементів системи.(*також див. "системний ефект", "інтегративні якості системи"*).

Ентропія – характеристика, яка показує ступінь безпорядку системи, її невпорядкованість, хаотичність.

Ж

Живучість структури – здатність зберігати значення інших показників при руйнуванні частини структури. Характеризується відносним числом елементів, при знищенні яких інші показники не вийдуть за припустимі межі.

З

Зворотний зв'язок – вплив результатів функціонування якої-небудь системи (об'єкта) на характер цього функціонування. Якщо вплив зворотного зв'язку підсилює результати функціонування, то такий зворотний зв'язок називається позитивним; якщо послабляє – негативним. Застосовується в системах автоматичного керування, у пристроях радіоелектроніки та ін.; зворотний зв'язок діє також у всіх живих організмах.

Зв'язок – взаємне обмеження на поводження об'єктів, що створює залежність між ними, обмін між елементами речовиною, енергією, інформацією (*також див. с. 31*).

І

Ієрархія – розташування частин або елементів цілого в порядку від вищого до нижчого.

Імітаційна модель – це модель, що відтворює роботу системи і служить для вивчення поведінки системи в процесі її функціонування.

Імовірність – міра можливості, кількісна характеристика її здійсненності при даній сукупності конкретних умов.

Інтегративні якості системи – якості, що властиві системі в цілому, але не властиві жодному її елементові окремо.

Інтуїтивні моделі – це моделі, які будуються на вербальному (описовому) рівні. Вони мають характер гіпотез, розуміння загальних характеристик розвитку об'єктів.

Інформація – 1) в повсякденному: повідомлення, усвідомлення стану речей, відомості про що-небудь, передані людьми; 2) в теорії інформації: зменшення або зняття невизначеності в результаті одержання відомостей; 3) в науково-технічному застосуванні: повідомлення, нерозривно пов'язане з керуванням, те, що несе сигнали в єдності синтаксичних, семантичних і прагматичних характеристик; 4) в філософії: передача, відображення розмаїтості в будь-яких об'єктах і процесах (неживої і живої природи).

К

Керування (управління) – це процес приведення системи в стан рівноваги або досягнення мети.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Кібернетика – 1) наука про загальні закономірності процесів керування і передачі інформації в машинах, живих організмах і суспільстві; 2) наука, що вивчає загальні закономірності будови складних систем та оптимальне управління ними в умовах невизначеності.

Комплекс (в перекладі з лат. – зв'язок, сполучення) – сукупність, сполучення предметів, дій, явищ або властивостей, що складають одне ціле.

Критерій вибору – умова, яка дозволяє з множини альтернатив відібрати альтернативи, що якнайкраще відповідають заданій цілі.

Критерій оптимальності – показник, екстремальне значення якого характеризує гранично досяжну ефективність системи, стан або траєкторію розвитку об'єкта керування (*також див. с. 17*).

М

Математична модель – модель, яка містить виділені в системі кількісні властивості і встановлені співвідношення між ними.

Математичне (статистичне) планування експерименту – постановка дослідів за попередньо складеною схемою, що володіє оптимальними властивостями.

Математичне програмування – це розділ прикладної математики, який займається вивченням екстремальних задач, розробкою методів їх вирішення та застосуванням стосовно моделей дослідження операцій.

Мета системи – найкращий для неї стан. Мета системи звичайно виражають у вигляді цільової функції. Система використовує, як правило, декілька цілей, що утворюють ієрархію (*також див. с. 17, 43*).

Метасистема – велика зовнішня система, до складу якої входить дана система.

Метод (з грецьк. – шлях, дослідження, простежування) – сукупність визначених правил, прийомів, норм пізнання, оцінки або дії.

Моделювання – дослідження певних явищ, процесів або систем об'єктів шляхом побудови і вивчення їх моделей; використання моделей для визначення або уточнення характеристик і раціоналізації способів побудови знову конструйованих об'єктів. Моделювання – одна з основних категорій теорії пізнання: на ідеї моделювання власне кажучи базується будь-який метод наукового дослідження як теоретичний (при якому використовуються різного роду знакові, абстрактні моделі), так і експериментальний (що використовує предметні моделі).

Модель – 1) матеріальна, знакова або уявна система, що відтворює, імітує чи відображає принципи внутрішньої організації, функціонування, ознаки, характеристики об'єкта дослідження, безпосереднє вивчення якого неможливе, ускладнене чи недоцільне; 2) спеціально створений для зручності дослідження об'єкт, який має потрібний ступінь подібності до об'єкта, що моделюється, адекватний цілям дослідження, створений суб'єктом чи особою, яка приймає рішення відносно досліджуваної системи.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

О

Операція – елементарна раціональна дія в діяльнісній системі.

Організація – представляється як властивість матеріальних і абстрактних об'єктів виявляти взаємозалежне поводження частин у рамках цілого. Організація виступає не тільки як властивість усього сущого, а як деяка упорядкованість змісту, упорядкованість системи відповідно до системоутворюючого фактору (*також див. с. 30*).

П

Параметри системи – кількісні характеристики властивостей середовища, істотні для функціонування системи або кількісні характеристики входу системи.

Практичне значення системного аналізу – полягає у тому, що він є методологією і практикою цілеспрямованого перетворення як самої людини, так і навколишнього світу.

Проблема – складне теоретичне або практичне завдання, яке вимагає свого вирішення, але наявних в даній системі засобів його вирішення недостатньо.

Прогноз (з грецьк. – передбачення, пророкування) – імовірнісне науково обґрунтоване судження про перспективи, можливі стани того або іншого явища в майбутньому і про альтернативні шляхи і терміни їхнього здійснення. Виділяються нормативні прогнози, що визначають шляхи і терміни досягнення можливих станів, прийнятих як мету, і пошукові прогнози, що визначають можливі стани системи в майбутньому.

Р

Рішення – вибір однієї альтернативи або власної підмножини альтернатив з безлічі розглянутих альтернатив; акт управлінської діяльності, що припускає деякі впливи на об'єкт керування з боку суб'єкта.

Рівень значимості отриманого результату – кількість (або процент) таких малоймовірних випадків, в яких дослідник ризикує помилитися, визнавши отриманий результат правильним

С

Середовище – являє собою те, що обмежено від системи, не належить їй, це сукупність об'єктів, зміна яких впливає на систему, а також тих об'єктів, чиї властивості змінюються в результаті поводження системи.

Синтез – поєднання різних елементів, сторін предмету в єдине ціле (систему), що здійснюється як у практичній діяльності, так і в процесі пізнання.

Система – сукупність елементів, що знаходяться у відношеннях і зв'язках один з одним, що утворює визначену цілісність, єдність (*також див. с. 16*).

Система велика – це система, для актуалізації моделі якої з метою керування бракує матеріальних ресурсів (машинного часу, ємності пам'яті та ін.).

Система відкрита – система, яка активно обмінюється з навколишнім середовищем речовиною, енергією та інформацією.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Система ізольована (замкнута система) – термодинамічна система, поміщена в оболонку, що виключає обмін теплом і речовиною з зовнішнім середовищем, тобто адіабатично ізольована від зовнішнього середовища. Стан такої системи може бути змінено тільки в результаті зміни зовнішніх параметрів (наприклад, об'єму). В ізольованій системі завжди встановлюється термодинамічно рівноважний стан.

Система соціальна – складно організоване, упорядковане ціле, що включає окремих індивідів і соціальні спільності, об'єднані різноманітними зв'язками і взаєминами, специфічно соціальними за своєю природою.

Система штучна – система, створена людиною в результаті науково-технічного прогресу.

Системний аналіз – сукупність методологічних засобів, що використовуються для підготовки й обґрунтування рішень по складних проблемах економічного, наукового, технічного та ін. характеру. Спирається на системний підхід, а також на ряд математичних дисциплін і сучасних методів керування. Основна процедура побудова узагальненої моделі, що відображає взаємозв'язку реальної ситуації; технічна основа системного аналізу обчислювальні машини й інформаційні системи. Термін "системний аналіз" іноді вживається як синонім системного підходу (*також див. с. 14*).

Системний ефект – непропорційно велике підсилення (зменшення) властивостей, що є у елементів; ефект множення результату функціонування системи, що перевищує суму результатів функціонування її окремих складових. (*також див. "емержентність")*.

Системний підхід – напрямок методології наукового пізнання і соціальної практики, в основі якого лежить розгляд об'єктів як систем; орієнтує дослідження на розкриття цілісності об'єкта, на виявлення різноманітних типів зв'язків у ньому і зведення їх в єдину теоретичну картину (*також див. с. 15*).

Системність – загальна властивість навколишнього світу, яка полягає в об'єктивно існуючій єдності світу, його структурованості та взаємозв'язку.

Стан системи – сукупність значень показників системи.

Структура – сукупність стійких зв'язків об'єкта, що забезпечують збереження його основних властивостей при різних зовнішніх і внутрішніх змінах; основна характеристика системи, її інваріантний аспект (*також див. с. 26*).

Ступінь організованості системи – визначається тим, наскільки властивості системи відрізняються від властивостей її складових частин, емержентністю.

Ступінь складності системи – на скількох структурних рівнях розміщені складові частини системи.

Т

Теорія систем – область наукового знання про навколишній світ як сукупності систем різної складності та різного рівня, що взаємодіють між собою.

Технічна система – сукупність деталей, технічний пристрій, що функціонує як ціле (*також див. с. 16*).

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Ф

Фактор (з лат. – той, що робить, виробляючий) – рушійна причина, сила якого-небудь процесу, явища (*також див. с. 54, 61*).

Функціональна модель – модель, призначена для аналізу функціонування технічних та організаційних систем, відображає процеси в системі, взаємодію її частин у процесі функціонування.

Функція – призначення виконувати якісь перетворення, для реалізації яких система і її елементи приводяться в рух; це взаємодія системи з оточуючим її середовищем в процесі досягнення цілей або збереження рівноваги; відповідність між змінними величинами x і y, в результаті якого кожне значення x (незалежної змінної, аргументу) зіставляється з одним-єдиним значенням величини y (незалежної змінної).

Ц

Цілісність – об'єднання частин, яке по відношенню до навколишнього оточення виступає як одне ціле.

Ч

Чорний ящик – кібернетичний термін, що визначає систему, щодо внутрішньої організації, структури і поводження елементів немає ніяких відомостей, але є можливість впливати на систему через її входи і реєструвати реакції через виходи (*також див. с. 20*).

Я

Якісна визначеність – сукупність елементів, яка має свої якісні ознаки, характерні тільки для даної системи й відсутні в інших системах.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах. – М.: Высшая шк., 1986. – 320 с.
2. Баженов Ю.М., Вознесенский В.А. Перспективы применения математических методов в технологии сборного железобетона. – М.: Стройиздат, 1974. – 192 с.
3. Вознесенский В.А. Статистические методы планирования эксперимента в технико-экономических исследованиях. – М.: Статистика, 1974. – 192 с.
4. Вознесенский В.А., Ляшенко Т.В., Огарков Б.Л. Численные методы решения строительно-технологических задач на ЭВМ. – К.: Вища шк., 1989. – 328 с.
5. Дворкин Л.И. Оптимальное проектирование составов бетонов. – Львов: Вища шк., 1981. – 158 с.
6. Дворкин Л.И., Шестаков В.Л., Шамбан И.Б. Материаловедческие задачи в промышленном и гражданском строительстве. – К.: НМК ВО, 1989.
7. Зайченко Ю.П. Исследование операций. – К.: Вища шк., 1984.– 319 с.
8. Ісаханов Г.В., Чорний С.М. Чисельні методи розв'язування задач будівництва. – К.: ВШ, 1995. – 374 с.
9. Катренко А.В. Дослідження операцій: Підручник. – Львів.: "Магнолія 2006", 2007. – 480 с.
10. Ладанюк А.П. Основи системного аналізу. Навч. посібник. – Вінниця: Нова книга, 2004. – 176 с.
11. Математические модели задач строительного профиля и численные методы их исследования: Учеб пособие / В.В.Карпов, А.В.Коробейников; Из-во АСВ; СПбГАСУ. – М.; СПб., 1999. – 188 с.
12. Моисеев Н.Н. Математические основы системного анализа. – М.: Наука, 1981.– 487 с.
13. Перегудов Ф.И., Тарасенко Ф.П. Введение в системный анализ. – М.: ВШ, 1989. – 367 с.
14. Прыкин Б.В. и др. Основы управления. Производственно-строительные системы: Учеб. для вузов.– М.: Стройиздат, 1991.– 336 с.
15. Рекомендации по применению методов математического планирования эксперимента в технологии бетона. – М.: НИИЖБ, 1982. – 103 с.
16. Сорока К.О. Основи теорії систем і системного аналізу. – Харків: ПП Тимченко, 2005. – 288 с.
17. Сурмин Ю.П. Теория систем и системный анализ. – К.: МАУП, 2003. – 368 с.
18. Шарапов О.Д. Системний аналіз: Навч. посібник. – К.: ВШ, 1993. – 303 с.
19. http://www.natm.ru/triz/sistem/sis_01.htm

Національний університет
водного господарства
та природокористування