ГИДРАВЛИКА

И

ГИДРАВЛИЧЕСКІЕ ДВИГАТЕЛИ.

ЛЕКЦІИ,

читанныя въ Технологическомъ Институтѣ Императора Николая I

Проф. **А. М. Самусемъ.**

Съ 288 чертежами въ текстѣ.

Второе изданіе, исправленное и дополненное.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
Изданіе К. Л. Риккера.
Невскій пр., № 14.
1908.

Курсъ сопротивленія строительныхъ матеріаловъ. Пособіе для студентовъ технологическихъ институтовъ и для самообразованія, проф. *М. Н. Демьянова.* Съ 186 рис. 1900, ц. 4 р., въ пер. 4 р. 50 к.

Способы опредѣленія сопротивленія стержней и всякихъ системъ ихъ. Основы статики сооруженій для слушателей технологическихъ институтовъ проф. *М. Н. Демьянова.* Съ 133 рис. 1902, ц. 3 р. 60 к., въ перепл. 4 р. 10 к.

Сопротивленіе матеріаловъ. Лекціи читанныя въ Морскомъ Инженерн. Училищѣ *П. Лукинымъ.* VIII + 193 стр. съ 186 рис. 1907, ц. 2 р., въ пер. 2 р. 50 к.

Строительная механика. Аналитическій и графическій расчетъ сооруженій по новѣйшимъ методамъ, проф. *М. Черепашинскаго.* Часть 1-я. 2-е пересмотрѣнное и дополн. изданіе. Съ 205 черт. 1904, ц. 3 р. Часть 2-я. Стропильныя и мостовыя фермы. Съ 209 черт. 1904, 3 р., въ пер. на 50 к. дороже.

Начальное руководство къ самостоятельному изученію высшей математики и механики. Сост. проф. *Н. Б. Делоне.* Съ 321 фигурой въ текстѣ, 1900, ц. 4 р. 20 к., въ изящн. перепл. 5 р.

Начальный курсъ высшаго математическаго анализа. Курсъ старшаго класса Николаевск. инж. училища, проф. *А. Саткевича.* 1905, ц. 3 р.

Высшая математика въ примѣненіи къ вопросамъ естествознанія проф. *А. Фурмана.* Перев. съ нѣм. подъ редак. проф. *Н. А. Гезехуса.* Съ 101 черт. 1903, ц. 3 р. 20 к., въ перепл. 3 р. 70 к.

Основы механики. Курсъ Николаевскаго Инженернаго Училища, сост. *С. Балдинъ.* XVIII + 371 стр. съ 184 черт. и 258 задачами. 1906, ц. 3 р. 40 к., въ пер. 3 р. 90 к.

Бесѣды о механикѣ, заслуж. проф. *В. Л. Кирпичева.* IX + 371 стр. 1907, ц. 2 р. 80 к., въ пер. 3 р. 30 к.

Основанія теоретической механики. Проф. *П. О. Сомова.* Съ 276 фиг. и 700 упражненіями и задачами. 1904, ц. 5 р., въ пер. 5 р. 80 к.

Курсъ теоретической механики, для техниковъ и инженеровъ. Сост. проф. *Н. Б. Делоне.* Съ 163 рис. 1902, ц. 3 р. 50 к., въ перепл. 4 р.

Н... Делоне издалъ свои интересн. лекціи и за это ему можно быть вполнѣ бла... ...ованій теорет... ...н. соедин... ...и вполнѣ по...

...ит. Инст., ор...

...тавленное по... ...сообщенія, А...

...для само- об... ...подъ ре- да... ...въ перепл. 3

...является гл... ...като изло- же... ...ка Губера пр... ...ниги, отвѣ- ча... ...женіе при ст... ...книгу рус- ск... ...2, № 44.

...й. Часть I. С... ...ыхъ движе- ні... ...задачъ, съ 2...

...мамъ, под- п... ...ельной ме- ханики, для офицеровъ инжен. войскъ, техниковъ и студентовъ. *С. П. Бобровскаго.* Съ приложеніемъ 32 примѣровъ и съ 185 черт. 1906, ц. 3 р.

Проектированіе и подсчеты по устройству отопленія и вентиляціи въ жилыхъ домахъ и общ. зданіяхъ. *О. Випрехта.* Перев. съ 2 нѣм. изд. инжен.-мех. Л. Я. Бершадскаго. Съ 15 черт. 1903, ц. 90 к. въ пер. 1 р. 30 к.

ГИДРАВЛИКА
И
ГИДРАВЛИЧЕСКІЕ ДВИГАТЕЛИ.

ЛЕКЦІИ,

читанныя въ Технологическомъ Институтѣ Императора Николая I

Проф. **А. М. Самусемъ.**

Съ 288 чертежами въ текстѣ.

Второе изданіе, исправленное и дополненное.

С.-ПЕТЕРБУРГЪ.
Изданіе К. Л. Риккера.
Невскій пр., № 14.
1908.

Типографія Ю. Н. Эрлихъ, Садовая, № 9.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

ГИДРАВЛИЧЕСКІЕ ДВИГАТЕЛИ.

§§ **Турбины.** стр.

Замѣченныя опечатки:

Страница:	*Строка:*	*Напечатано:*	*Слѣдуетъ:*
22	5 снизу	$b = z_1 - z_0 + \frac{1}{3}\frac{r^2}{z_0}$	$b = z_1 - z_0 = \frac{1}{3}\frac{r^2}{z_0}$
34	22 сверху	*Независимое*	*б) Независимое*
190	9 „	остается	остаются
216	9 „	γ	β
236	2 „	cost.	const.
237	14 „	(599_0)	(599)

При составленіи настоящаго курса мы пользовались слѣдующими сочиненіями:

И. А. Евневичъ. Курсъ Гидравлики. Лекціи, читанныя въ С.-Петербургскомъ Технологическомъ Институтѣ. 1891.

И. Тиме. Курсъ Гидравлики. 1891—1894.

А. А. Бриксъ. Теоретическій курсъ гидравлики и гидравлическихъ движителей. 1892.

M. Rühlmann. Hydromechanik. 1857.

C. Bach. Die Wasserräder. 1886.

G. Meissner. Die Hydraulik und die hydraulischen Motoren. B. II. 1895.

L. Vigreux. Traité théorique et pratique d'Hydraulique appliquée. 1886.

M. Bresse. Cours de Mécanique appliquée. Seconde partie. Hydraulique. 1879.

F. Grashof. Theoretische Maschinenlehre. Hydraulik. 1875.

G. Zeuner. Vorlesungen über Theorie der Turbinen. 1899.

W. Müller. Die Francis-Turbinen. 1901.

G. Herrmann. Die graphische Theorie der Turbinen und Kreiselpumpen. 1887.

V. Gelpke. Turbinen und Turbinenanlagen. 1906.

A. Pfarr. Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb. 1907.

ГИДРОСТАТИКА.

Предметъ гидравлики.

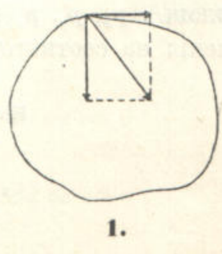
1. Часть теоретической механики, занимающаяся изученіемъ свойствъ жидкихъ тѣлъ, называется Гидравликой, которая раздѣляется на Гидростатику—излагающую законы равновѣсія и Гидродинамику—излагающую законы движенія жидкостей.

Опредѣленія жидкостей.

Совершенною жидкостью называется тѣло способное оказывать сопротивленіе только силамъ его сжимающимъ. Существующія въ природѣ дѣйствительныя (несовершенныя) жидкости обладаютъ этимъ свойствомъ, но обладаютъ только до извѣстной степени, такъ какъ онѣ оказываютъ сопротивленіе, хотя и очень ничтожное, силамъ: растягивающимъ и производящимъ сдвигъ. По характеру оказываемаго сопротивленія сжимающимъ силамъ, жидкости можно раздѣлить на два класса: а) капельныя (неупругія) жидкости, обнаруживающія едва замѣтное измѣненіе объема отъ самыхъ большихъ давленій и ихъ можно разсматривать какъ несжимаемыя и б) газообразныя (упругія) — измѣняющія значительно свой объемъ отъ дѣйствія сжимающихъ силъ.

Внѣшнія силы должны быть направлены по нормалямъ.

2. Принимая вышеуказанное опредѣленіе жидкихъ тѣлъ, мы должны допустить, что разъ тѣло находится въ равновѣсіи, то внѣшнія силы, на него дѣйствующія, должны быть направлены по нормалямъ, идущимъ во внутрь жидкаго тѣла. Дѣйствительно, если бы допустить противное, то всякую силу можно бы было разложить: на одну—направленную по нормали и другую—направленную по касательной (фиг. 1); послѣдняя составляющая заставила бы частицу скользить по поверхности, а такъ какъ жидкость не можетъ оказывать сопротивленія этому перемѣщенію, то

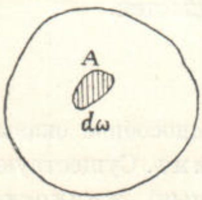


1.

тѣло не находилось бы въ равновѣсіи. Теперь яснымъ становится, что всякая частица жидкости должна испытывать давленія отъ сосѣднихъ частицъ ее окружающихъ, Гидростатика и изучаетъ свойства этихъ давленій, опредѣляющихъ собою условія равновѣсія жидкаго тѣла.

Гидростатическое давленіе.

3. Выдѣлимъ въ массѣ жидкости какую-нибудь поверхность и вообразимъ на ней нѣкоторую безконечно-малую площадку $d\omega$, точка A которой есть центръ ея тяжести (фиг. 2). Частицы, расположенныя на этой площадкѣ, испытываютъ отъ сосѣднихъ частицъ давленія, которыя можно разсматривать какъ силы, направленныя нормально къ площадкѣ, а такъ какъ размѣры ея безконечно-малы, то можемъ считать, что силы распредѣляются равномѣрно, т. е. онѣ равны между собою и пусть полное давленіе на площадь $d\omega$ будетъ dP, тогда



2.

$$\frac{dP}{d\omega} = p \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

изображаетъ собою гидростатическое давленіе въ разсматриваемой точкѣ A жидкости (давленіе на единицу площади).

Полное давленіе на площадь $d\omega$ слѣдовательно

$$dP = p \, . \, d\omega \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Давленіе въ какой нибудь точкѣ не зависитъ отъ направленія выбраннаго элемента поверхности.

4. Докажемъ, что давленіе въ какой нибудь точкѣ не зависитъ отъ направленія выбраннаго элемента поверхности. Вообразимъ внутри жидкости безконечно-малый тетраэдръ (фиг. 3), на грани котораго дѣйствуютъ силы, направленныя по нормалямъ внутрь (на един. площ.): p_x, p_y, p_z и p_n. Положимъ N—нормаль къ грани BCD. Давленія на соотвѣтствующія грани будутъ:

на грань ABD . . . . . $p_x \cdot \frac{1}{2}\, dy\, dz$

» » ABC . . . . . $p_y \cdot \frac{1}{2}\, dx\, dz$

» » ACD . . . . . $p_z \cdot \frac{1}{2}\, dx\, dy$

Положимъ, площадь грани $BCD = \omega$, полное давленіе на эту грань $= p_n \cdot \omega$, найдемъ проекціи этого давленія на три взаимно перпендикул. оси, онѣ будутъ:

$$- p_n \cos (N,x)\,\omega$$

$$- p_n \cos (N,y)\,\omega$$

$$- p_n \cos (N,z)\,\omega$$

Кромѣ указанныхъ силъ есть силы объемныя, которыя дѣйствуютъ на всю массу (тяжесть, притяженіе луны и т. п.).

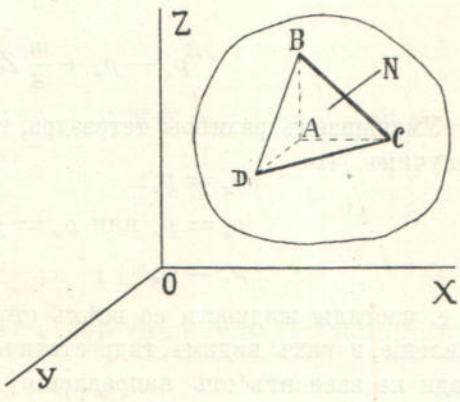
Положимъ X, Y и Z—проекціи ускоренія объемной силы (отнесенной къ единицѣ массы жидкости), дѣйствующей на нашъ тетраэдръ, объемъ котораго $= \frac{1}{6}\, dx \,.\, dy \,.\, dz$, m—масса единицы объема (плотность), (X, Y и Z можно также разсматривать, какъ проекціи внѣшней силы, отнесенной къ единицѣ массы жидкости и дѣйствующей на весь объемъ).

Проекціи объемной силы будутъ:

$$\frac{m}{6}\, dx \,.\, dy \; dz \; X$$

$$\frac{m}{6}\, dx \; dy \,.\, dz \,.\, Y$$

$$\frac{m}{6}\, dx \,.\, dy \,.\, dz \,.\, Z.$$



3.

Введеніемъ новыхъ связей въ какую-бы то ни было систему матеріальныхъ точекъ, находящуюся въ состояніи равновѣсія, мы это послѣднее не нарушаемъ, а потому мы можемъ нашъ тетраэдръ разсматривать какъ твердое тѣло и полагать суммы проекцій на оси всѣхъ дѣйствующихъ на него силъ $= 0$, т. е. написать слѣдующія уравненія:

$$\frac{1}{2} p_x \,.\, dy\, dz - p_n \,.\, \cos (N, x)\, \omega + \frac{m}{6} X\, dx\, dy\, dz = 0$$

$$\frac{1}{2} p_y \; dx\, dz - p_n \,.\, \cos (N, y)\, \omega + \frac{m}{6} Y\, dx\, dy\, dz = 0$$

$$\frac{1}{2} p_z \,.\, dx\, dy - p_n \,.\, \cos (N, z)\, \omega + \frac{m}{6} Z\, dx\, dy\, dz = 0$$

но
$$\frac{1}{2}\,dy\,dz = \omega \cos(N, x)$$

$$\frac{1}{2}\,dx\,dz = \omega \cos(N, y)$$

$$\frac{1}{2}\,dx\,dy = \omega \cos(N, z)$$

а потому уравненіе

$$\frac{1}{2}\,p_x \,.\, dy\,dz - p_n \,.\, \frac{1}{2}\,dy\,dz + \frac{m}{6}\,X\,dx\,dy\,dz = 0$$

послѣ сокращенія приметъ видъ:

$$p_x - p_n + \frac{m}{3}\,X\,dx = 0$$

точно такимъ же образомъ сокращая другія уравненія, получимъ:

$$p_y - p_n + \frac{m}{3}\,Y\,dy = 0$$

$$p_z - p_n + \frac{m}{3}\,Z\,dz = 0.$$

Уменьшаемъ размѣры тетраэдра, тогда при предѣлѣ, для точки A, получимъ, что

$$\begin{aligned} &p_x = p_n \\ &p_y = p_n \text{ или } p_x = p_y = p_z = p_n \quad \ldots\ldots \quad (3) \\ &p_z = p_n \end{aligned}$$

т. е. частицы жидкости со всѣхъ сторонъ испытываютъ одинаковое давленіе, и какъ видимъ, гидростатическое давленіе на единицу площади не зависитъ отъ направленія выбранной площадки, но зависитъ отъ положенія этой площадки, т. е. для другой точки давленіе можетъ быть другимъ и потому оно будетъ функціею координатъ:

$$p = f(x, y, z) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Уравненія равновѣсія жидкаго тѣла.

5. Посмотримъ какимъ образомъ мѣняется гидростатическое давленіе при переходѣ отъ одной точки къ другой.

Выдѣлимъ мысленно внутри жидкости параллелопипедъ съ ребрами dx, dy и dz (фиг. 4), параллельными взаимно-перпендикулярнымъ осямъ x, y и z. Положимъ, гидростатическое давленіе въ точкѣ A будетъ p, тогда давленіе на грань ABC будетъ:

$$p \,.\, dy \,.\, dz.$$

Давленіе на единицу площади грани, параллельной грани ABC (по ур. 4) будетъ:

$$p = f(x + \partial x, y, z)$$

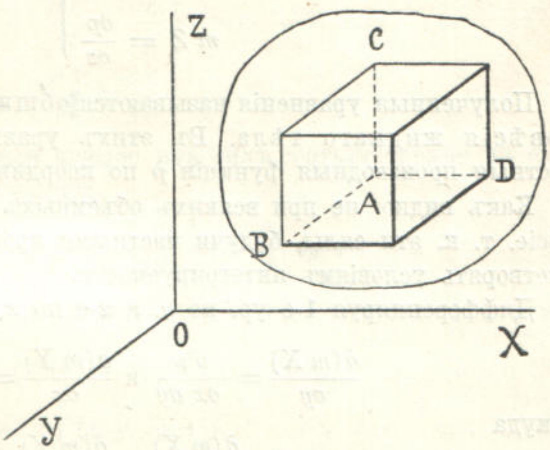
т. к. при переходѣ къ упомянутой грани только перемѣнная x и получитъ приращеніе $= \partial x$ и давленіе будетъ:

$$p + \frac{\partial p}{\partial x}\partial x.$$

Давленіе на всю грань будетъ:

$$-\left(p + \frac{\partial p}{\partial x}\partial x\right)\partial y \,.\, \partial z.$$

Точно такимъ же образомъ опредѣлимъ давленія и на другія грани, и такъ будемъ имѣть слѣдующія силы



4.

давленія по направленію оси x . $p\,\partial y\,\partial z$ и $-\left(p + \frac{\partial p}{\partial x}\partial x\right)\partial y\,\partial z$

» » » » y . $p\,\partial x\,\partial z$ и $-\left(p + \frac{\partial p}{\partial y}\partial y\right)\partial x\,\partial z$

» » » » z . $p\,\partial x\,\partial y$ и $-\left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\partial z\right)\partial x\,\partial y.$

Кромѣ этихъ силъ дѣйствуютъ объемныя силы, соотвѣтственно величины которыхъ будутъ:

$$m\,X\,\partial x\,\partial y\,\partial z$$

$$m\,Y\,\partial x\,\partial y\,\partial z$$

$$m\,Z\,\partial x\,\partial y\,\partial z.$$

Такъ какъ разсматриваемый параллелопипедъ находится въ равновѣсіи, то должны имѣть мѣсто слѣдующія уравненія:

$$p\,\partial y\,\partial z - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}\partial x\right)\partial y\,\partial z + m\,X\,\partial x\,\partial y\,\partial z = 0$$

$$p\,\partial x\,\partial z - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y}\partial y\right)\partial x\,\partial z + m\,Y\,\partial x\,\partial y\,\partial z = 0$$

$$p\,\partial x\,\partial y - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z}\partial z\right)\partial x\,\partial y + m\,Z\,\partial x\,\partial y\,\partial z = 0$$

или

$$\left.\begin{aligned} m\,X &= \frac{\partial p}{\partial x} \\ m\,Y &= \frac{\partial p}{\partial y} \\ m\,Z &= \frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

Полученныя уравненія называются **общими уравненіями равновѣсія жидкаго тѣла**. Въ этихъ уравненіяхъ вторыя части— частныя производныя функціи p по координатамъ.

Какъ видно, не при всякихъ объемныхъ силахъ возможно равновѣсіе, т. к. эти силы, будучи частными производными, должны удовлетворять условіямъ интегрируемости.

Дифференцируя 1-е ур. по y, а 2-е по x, получимъ

$$\frac{\partial\,(m\,X)}{\partial y} = \frac{\partial^2 p}{\partial x\,\partial y} \text{ и } \frac{\partial\,(m\,Y)}{\partial x} = \frac{\partial^2 p}{\partial x\,\partial y}$$

откуда

$$\frac{\partial\,(m\,X)}{\partial y} = \frac{\partial\,(m\,Y)}{\partial x}$$

изъ 2-го и 3-го уравн. имѣемъ:

$$\frac{\partial\,(m\,Y)}{\partial z} = \frac{\partial^2 p}{\partial y\,\partial z} \text{ и } \frac{\partial\,(m\,Z)}{\partial y} = \frac{\partial^2 p}{\partial y\,\partial z}$$

или

$$\frac{\partial\,(m\,Y)}{\partial z} = \frac{\partial\,(m\,Z)}{\partial y}.$$

Изъ 1-го и 3-го уравн. имѣемъ:

$$\frac{\partial\,(m\,X)}{\partial z} = \frac{\partial^2 p}{\partial x\,\partial z} \text{ и } \frac{\partial\,(m\,Z)}{\partial x} = \frac{\partial^2 p}{\partial x\,\partial z}$$

или

$$\frac{\partial\,(m\,X)}{\partial y} = \frac{\partial\,(m\,Z)}{\partial x}.$$

Итакъ имѣемъ слѣдующія три уравненія:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial\,(m\,X)}{\partial y} &= \frac{\partial\,(m\,Y)}{\partial x} \\ \frac{\partial\,(m\,Y)}{\partial z} &= \frac{\partial\,(m\,Z)}{\partial y} \\ \frac{\partial\,(m\,X)}{\partial z} &= \frac{\partial\,(m\,Z)}{\partial x} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (6)$$

Т. е. внѣшнія объемныя силы должны удовлетворять послѣднимъ тремъ уравненіямъ и только тогда жидкое тѣло будетъ находиться въ равновѣсіи. Если имѣемъ дѣло съ капельною однородною жидкостью, то m—постоянная и уравненія (6) примутъ видъ:

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial X}{\partial y} &= \frac{\partial Y}{\partial x} \\ \frac{\partial Y}{\partial z} &= \frac{\partial Z}{\partial y} \\ \frac{\partial X}{\partial z} &= \frac{\partial Z}{\partial x} \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

Изъ уравн. (5), помножая каждое изъ нихъ соотвѣтственно на ∂x, ∂y и ∂z и складывая, получимъ:

$$m\,(Xdx + Ydy + Zdz) = \frac{\partial p}{\partial x}\,dx + \frac{\partial p}{\partial y}\,dy + \frac{\partial p}{\partial z}\,dz$$

или

$$dp = m\,(Xdx + Ydy + Zdz)\ \ldots\ldots\ldots (8)$$

и

$$p = \int m\,(Xdx + Ydy + Zdz) + C\ \ldots\ldots\ldots (9)$$

или

$$p = f\,(x, y, z) + C\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (10)$$

гдѣ C есть постоянная произвольная, опредѣляемая заданною величиною гидростатическаго давленія для любой точки жидкости.

Уравненіе (8) есть основное уравненіе гидростатики. Разсматривая равновѣсіе однороднаго газа, мы также можемъ пользоваться ур. (8). Для постоянныхъ газовъ

$$m = k \,.\, p\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (11)$$

гдѣ k—коэффиціентъ, зависящій отъ температуры, а потому полагая газъ одинаково нагрѣтымъ во всѣхъ точкахъ, получимъ для него:

$$dp = kp\,(Xdx + Ydy + Zdz)$$

или

$$\frac{dp}{p} = d\ lognat\ p = k\,(Xdx + Ydy + Zdz)\ \ldots\ldots (12)$$

Т. е. чтобы газъ былъ въ равновѣсіи, необходимо, чтобы вторая часть уравненія удовлетворяла условіямъ интегрируемости, которыя при $k = const.$ приводятся къ условіямъ (7).

При рѣшеніи уравненій (5) приходится также разсматривать частицы жидкости, находящіяся на периферіи, т. е. на поверхности, ограничивающей жидкое тѣло. Эти поверхности могутъ быть двухъ родовъ: поверхности, соприкасающіяся съ поверхностью сосуда, въ которомъ заключается жидкость, и свободная поверхность, не соприкасающаяся съ поверхностями стѣнокъ сосуда. Если будемъ разсматривать точки на свободной поверхности, то для нихъ

$$p = \pi\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (13)$$

гдѣ π есть внѣшнее давленіе, отнесенное къ единицѣ площади; если сосудъ открытъ, то это будетъ давленіе атмосферы.

Поверхность уровня.

6. Поверхность, всѣ точки которой подвергаются одинаковому гидростатическому давленію, называется поверхностью уровня.

Само собою разумѣется, для подобной поверхности

$$p = const. \text{ и } dp = 0$$

а потому

$$dp = m\,(Xdx + Ydy + Zdz) = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\; (14)$$

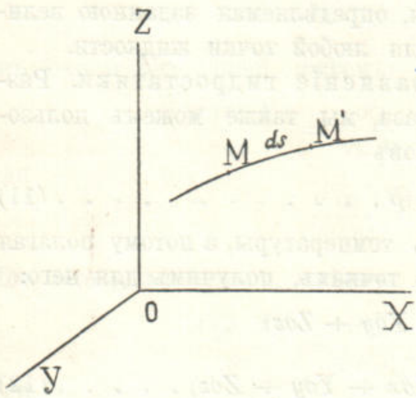
или при $m = const.$

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\; (15)$$

Это и есть уравненіе поверхности уровня *).

Свойства поверхности уровня.

7. Возьмемъ на поверхности уровня точки M и M' (фиг. 5), на разстояніи ds одна отъ другой. Положимъ R — объемная сила, приложенная въ точкѣ M, составляющая съ осями координатъ углы α, β и γ. Сила R будетъ равнодѣйствующая объемныхъ силъ X, Y и Z. Положимъ также, что α', β' и γ' — углы, составляемые элементомъ ds съ осями координатъ, тогда:



5.

$$X = R\cos\alpha \qquad dx = ds\cos\alpha'$$

$$Y = R\cos\beta \quad \text{и} \quad dy = ds\cos\beta'$$

$$Z = R\cos\gamma \qquad dz = ds\cos\gamma'$$

Помножимъ ур. (15) на $\frac{1}{Rds}$, тогда получимъ:

$$\frac{X}{R}\cdot\frac{dx}{ds} + \frac{Y}{R}\cdot\frac{dy}{ds} + \frac{Z}{R}\cdot\frac{dz}{ds} = 0.$$

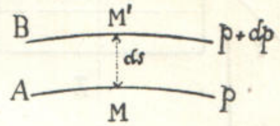
---

*) Мы имѣли урав. (10): $p = f(x, y, z) + c$. Дифференціальныя урав. (5) требуютъ, чтобы X, Y, Z были частными производными по x, по y, по z отъ функціи f. Эта функція f называется потенціальною функціею объемныхъ силъ, а объемныя силы называются объемными силами, имѣющими потенціалъ. Слѣдовательно поверхность уровня есть такая, всѣ точки который обладаютъ одинаковымъ потенціаломъ (эквипотенціальная поверхность).

Въ силу вышеприведенныхъ равенствъ имѣемъ:

$$\cos\alpha \,.\, \cos\alpha' + \cos\beta \,.\, \cos\beta' + \cos\gamma \,.\, \cos\gamma' = 0$$

послѣднее выраженіе указываетъ на то, что $\cos(R, ds) = 0$, т. е. что сила R перпендикулярна къ любому элементу ds, взятому на поверхности уровня, другими словами, сила R направлена по нормали къ поверхности уровня. Это одно изъ свойствъ поверхностей уровня; другое свойство состоитъ въ томъ, что двѣ поверхности уровня, имѣющія различныя гидростатическія давленія, не касаются и не пересѣкаются между собою.



6.

Возьмемъ двѣ поверхности уровня съ гидростатическими давленіями p и $p + dp$ (ф. 6) и на нихъ двѣ точки M и M' на разстояніи ds одна отъ другой, причемъ ds нормально къ поверхности A.

Разсматривая X, Y и Z—какъ проекціи объемной силы R и dx, dy и dz—какъ проекціи ds, мы можемъ уравн. (8) представить въ такомъ видѣ:

$$dp = m\,[R\cos(R, x) \,.\, ds\cos(ds, x) + R\cos(R, y) \,.\, ds\cos(ds, y) + \\ + R\cos(R, z) \,.\, ds\cos(ds, z)]$$

или

$$dp = m \,.\, R\cos(R, ds)\, ds \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (16)$$

Такъ какъ R и ds нормальны къ поверхности, то они параллельны между собою и уголъ между ними $= 0$, а слѣдовательно

$$\cos(R, ds) = \pm 1.$$

Подставляя это значеніе въ уравн. (16), получимъ, что

$$dp = \pm m \,.\, R \,.\, ds$$

откуда

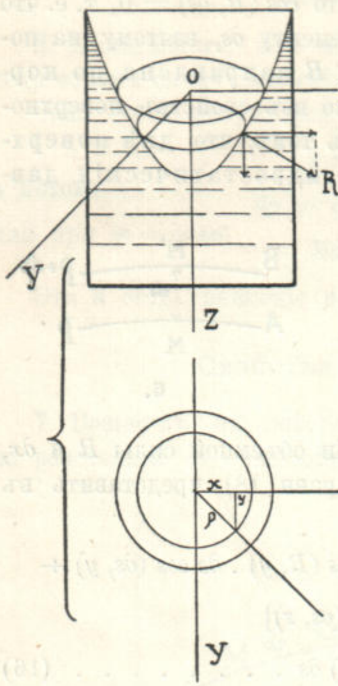
$$ds = \pm \frac{dp}{m \,.\, R} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (17)$$

dp по условію не нуль, m и R имѣютъ конечныя значенія, а потому и ds не можетъ обратиться въ нуль, слѣдовательно поверхности уровня не могутъ касаться и не могутъ пересѣкаться между собою.

Поверхности уровня для нѣкоторыхъ частныхъ случаевъ.

8. а) Посмотримъ — какую форму приметъ поверхность уровня, если частицы жидкости подвергаются только дѣйствію силы тяжести, т. е. положимъ, что жидкость заключена въ сосудѣ.

Располагая координатныя оси x и y въ горизонтальной плоскости, а ось z—въ вертикальной и обозначая черезъ g—ускореніе силы тяжести, получимъ для даннаго случая:



7.

$$X = 0, \quad Y = 0 \quad \text{и} \quad Z = g$$

а потому уравн. (15) приметъ видъ

$$gdz = 0$$

и слѣдовательно

$$dz = 0 \quad \text{и} \quad z = const.$$

т. е. въ данномъ случаѣ поверхность уровня будетъ горизонтальная плоскость.

Если бы сосудъ былъ огромныхъ размѣровъ (море), то силы тяжести не параллельны, а сходятся въ центрѣ земли, понятно тогда и поверхность уровня будетъ сферическая.

б) Положимъ жидкость заключена въ сосудѣ и вращается вмѣстѣ съ нимъ около вертикальной оси, съ которою совмѣщается ось координатъ z (ф. 7).

Частицы жидкости подвергаются дѣйствію силы тяжести, ускореніе которой $= g$ и вліянію центробѣжной силы $\left(m\,\frac{v^2}{\rho}\right)$, ускореніе коей $= \frac{v^2}{\rho}$. Если обозначимъ постоянную угловую скорость вращенія сосуда черезъ ω, то $v = \omega\rho$ и $\frac{v^2}{\rho} = \omega^2\rho$.

Мы въ данномъ случаѣ имѣемъ относительный покой (по отношенію къ стѣнкамъ сосуда), а потому вправѣ примѣнять уравненія гидростатики.

Чтобы найти поверхность уровня, будемъ пользоваться уравн. (15):

$$Xdx + Ydy + Zdz = 0.$$

Опредѣлимъ значенія X, Y и Z:

$$X = R\,cos\,(R, x) = g\,cos\,(g, x) + \omega^2\rho\;.\;cos\,(\rho, x)$$

$$Y = R\,cos\,(R, y) = g\,cos\,(g, y) + \omega^2\rho\;.\;cos\,(\rho, y)$$

$$Z = R\,cos\,(R, z) = g\,cos\,(g, z) + \omega^2\rho\;.\;cos\,(\rho, z)$$

но

$$\cos(\rho, x) = \frac{x}{\rho},\ \cos(\rho, y) = \frac{y}{\rho} \text{ и } \cos(\rho, z) = 0$$

$$\cos(g, x) = 0,\ \ \cos(g, y) = 0 \text{ и } \cos(g, z) = 1$$

а потому

$$X = \omega^2\rho \cdot \frac{x}{\rho} = \omega^2 x$$

$$Y = \omega^2\rho \cdot \frac{y}{\rho} = \omega^2 y$$

$$Z = g$$

Подставляя эти значенія въ уравненіе, получимъ:

$$\omega^2\, xdx + \omega^2 y \cdot dy + gdz = 0$$

или

$$\omega^2\,(xdx + ydy) + gdz = 0$$

интегрируя, получимъ:

$$\omega^2\, \frac{x^2 + y^2}{2} + gz = const.$$

Это есть уравненіе параболоида вращенія, слѣдовательно поверхность уровня—поверхность параболоида вращенія.

в) Жидкость вмѣстѣ съ сосудомъ вращается около горизонтальной оси MN. Въ этомъ случаѣ мы также имѣемъ относительный покой. Частицы жидкости подвергаются дѣйствію силъ-тяжести и центробѣжной (ф. 8). Равнодѣйствующая ускореній $\omega^2\rho$ и g пусть будетъ R, она должна быть нормалью къ поверхности уровня и направленіе ея пересѣкаетъ отвѣсную линію въ точкѣ b.

Заштрихованные треугольники подобны, а потому имѣемъ:

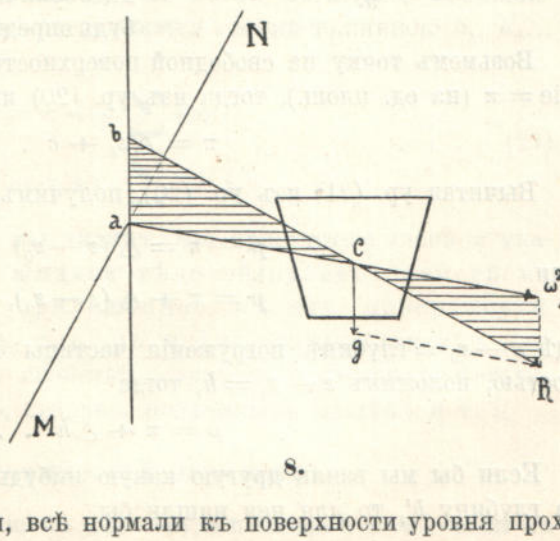
$$ab : ac = g : \omega^2\rho$$

или

$$ab : \rho = g : \omega^2\rho$$

откуда

$$ab = \frac{\rho \cdot g}{\omega^2\rho} = \frac{g}{\omega^2}.$$



8.

Какъ видно, разстояніе ab не зависитъ отъ ρ, другими словами, всѣ нормали къ поверхности уровня проходятъ черезъ точку b, т. е. поверхность уровня—цилиндрическая съ круговымъ основаніемъ. Указанное свойство поверхности можно было бы доказать точно такимъ же образомъ, какъ это мы дѣлали въ предыдущемъ случаѣ.

При $\omega = 0$, т. е. когда сосудъ находится въ покоѣ, $ab = \infty$, слѣдовательно поверхность уровня горизонтальна.

Опредѣленіе давленія въ различныхъ точкахъ тяжелой жидкости, когда внѣшняя сила есть сила тяжести.

9. Обратимся опять къ ур. (8):

$$dp = m\,(Xdx + Ydy + Zdz).$$

Въ данномъ случаѣ (фиг. 9) для любой точки a:

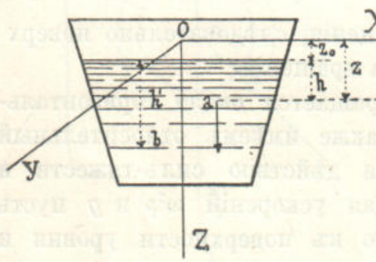
$$X = 0,\quad Y = 0 \;\text{ и }\; Z = g$$

а потому

$$dp = mgdz.$$

Если жидкость однородна, то $m = const.$ и

$$p = mgz + c\;.\;.\;.\;(18)$$



9.

Произведеніе $mg =$ вѣсу единицы объема, положимъ

$$mg = \triangle\;.\;.\;.\;.\;(19)$$

тогда

$$p = \triangle z + c\;.\;.\;.\;(20)$$

Чтобы найти постоян. c, надо задать величину давленія въ какой нибудь опредѣленной точкѣ жидкости.

Возьмемъ точку на свободной поверхности, пусть для нея давленіе $= \pi$ (на ед. площ.), тогда изъ ур. (20) имѣемъ:

$$\pi = \triangle z_0 + c\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(21)$$

Вычитая ур. (21) изъ ур. (20), получимъ:

$$p - \pi = \triangle\,(z - z_0)$$

или

$$p = \pi + \triangle\,(z - z_0),\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(22)$$

гдѣ $z - z_0 =$ глубинѣ погруженія частицы подъ свободною поверхностью, положимъ $z - z_0 = h$, тогда

$$p = \pi + \triangle h\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(23)$$

Если бы мы взяли другую какую нибудь точку b, погруженную на глубину h', то для нея нашли бы

$$p' = \pi + \triangle h'.$$

Вычитая изъ этого уравненія ур. (23), получимъ:

$$p' - p = \triangle (h' - h) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (24)$$

Изъ уравн. (23) видно, что гидростатическое давленіе въ какой либо точкѣ однородной жидкости=давленію на един. площади свободной поверхности+вѣсъ столба жидкости, основаніе котораго = единицѣ плоскостной мѣры, а высота = глубинѣ погруженія точки подъ свободною поверхностью.

Уравн. (24) показываетъ, что разность давленій, опредѣленныхъ для точекъ различныхъ поверхностей уровня = вѣсу столба жидкости основаніемъ равнаго единицѣ плоскостной мѣры, а высотою равнаго разности глубинъ погруженія разсматриваемыхъ точекъ подъ свободной поверхностью.

Если жидкость неоднородна, то для того, чтобы произведеніе mdz было полнымъ дифференціаломъ, необходимо, чтобы

$$m = \varphi (z) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (25)$$

и

$$p = g \int mdz + c \quad \ldots \ldots \ldots \quad (26)$$

Изъ ур. (25) видно, что частицы одной и той же горизонтальной поверхности уровня [(z для нихъ $const$) должны имѣть одинаковую плотность. Для устойчиваго равновѣсія необходимо, чтобы плотность m возрастала по мѣрѣ увеличенія глубины z. Отсюда видно, что несмѣшивающіяся жидкости должны располагаться слоями и жидкости, подверженныя дѣйствію только силы тяжести, должны располагаться горизонтальными слоями. Если будемъ имѣть нѣсколько несмѣшивающихся жидкостей, то онѣ расположатся слоями толщиною h_1, h_2... и давленіе на дно будетъ:

$$\left.\begin{aligned} p &= \pi + g \sum mh \\ \text{или} \quad p &= \pi + \sum \triangle h \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (27)$$

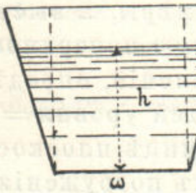
Разсматривая ур. (23), мы видимъ, что присутствіе члена π указываетъ намъ на то, что жидкое тѣло обладаетъ свойствомъ передавать давленіе, приложенное къ его поверхности, всѣмъ своимъ точкамъ, т. е. по всѣмъ направленіямъ (законъ Паскаля). На этомъ свойствѣ жидкости основано устройство гидравлическихъ прессовъ, гидравл. подъемныхъ машинъ и т. п.

Гидростатическій парадоксъ.

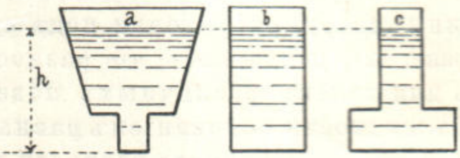
10. Опредѣлимъ давленіе на дно сосуда площадью $= \omega$,—если въ сосудѣ имѣется жидкость, глубина которой $= h$ (фиг. 10), то на основаніи формулы (23) давленіе на дно будетъ

$$\omega\pi + \triangle\,\omega h,$$

но съ нижней стороны на дно также давитъ атмосфера, а потому дно испытываетъ давленіе $= \triangle\,\omega h$. Возьмемъ сосуды различной формы

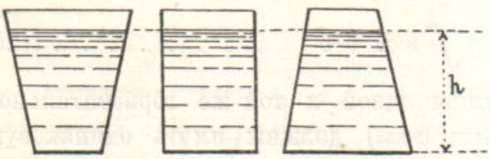


10.



11.

и обозначимъ для каждаго изъ нихъ вѣсъ жидкости черезъ P и черезъ ω площадь дна (фиг. 11 и 12). Тогда дѣйствительное давленіе на дно въ каждомъ сосудѣ $= \triangle\,\omega h$ и



12.

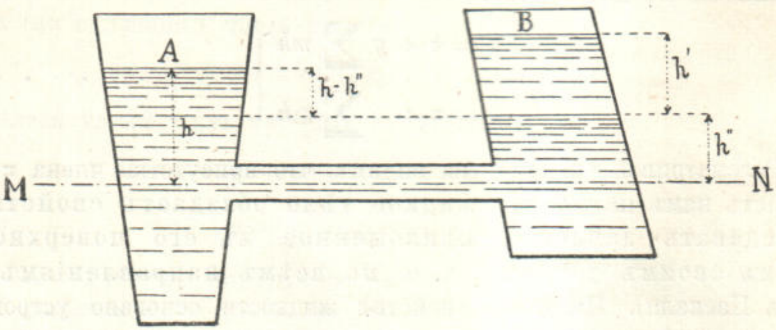
для сосуда a . . . $\triangle\,\omega h < P$

» » b . . . $\triangle\,\omega h = P$

» » c . . . $\triangle\,\omega h > P$.

Сообщающіеся сосуды.

11. Положимъ, мы имѣемъ два сообщающіеся между собою сосуда A и B, въ которыхъ заключается несмѣшивающіяся жидкости



13.

(ф. 13). Какъ мы видѣли въ § 9 эти жидкости должны располагаться слоями. Положимъ, плотность жидкостей будетъ m и m' и соотвѣтственно вѣса един. объемовъ — $\triangle$ и $\triangle'$.

Проведемъ поверхность уровня MN, тогда для точекъ на этой поверхности въ сосудахъ A и B получимъ слѣдующія давленія:

$$\pi + \triangle h \text{ и } \pi + \triangle h'' + \triangle' h'.$$

Эти давленія, принадлежа одной поверхности уровня, должны быть равны между собою, а потому

$$\pi + \triangle h = \pi + \triangle h'' + \triangle' h'$$

или

$$\triangle h = \triangle h'' + \triangle' h'$$

откуда

$$\triangle (h - h'') = \triangle' h'$$

и

$$\frac{h - h''}{h'} = \frac{\triangle'}{\triangle} = \frac{m'}{m}, \quad \ldots \ldots \quad (28)$$

т. е. **толщины слоевъ жидкостей, надъ плоскостью ихъ раздѣла, должны быть обратно-пропорціональны плотностямъ.**

Само собою разумѣется, если $\triangle' = \triangle$, то $h - h'' = h'$, т. е. свободныя поверхности одной и той же жидкости, въ сообщающихся сосудахъ, будутъ находиться въ одной горизонтальной плоскости.

Давленіе на наклонную стѣнку.

12. Разобьемъ наклонную стѣнку, площадь которой $= A$, на элементы dA (фиг. 14). Давленіе на элементъ dA будетъ (см. форм. 23):

$$pdA = (\pi + \triangle h)\, dA.$$

Эти силы будутъ нормальны къ наклонной стѣнкѣ, а потому будутъ параллельны между собою и давленіе на всю стѣнку =

$$R = \int pdA = \pi A + \triangle \int hdA.$$

Если c—центръ тяжести площадки A, то

$$AH = \int hdA$$

и

$$R = \int pdA = \pi A + \triangle AH, \ldots (29)$$

14.

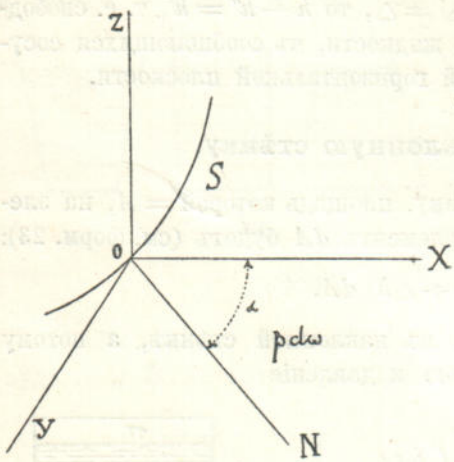
т. е. давленіе на плоскую негоризонтальную стѣнку = давленію на такую же по величинѣ площадь свободной поверхности + вѣсъ столба жидкости, основаніемъ равнаго площади стѣнки, а высотою — глубинѣ погруженія центра тяжести c стѣнки подъ свободною поверхностью.

Какъ видно, величина давленія на наклонную стѣнку не зависитъ отъ угла наклона. Равнодѣйствующая этого давленія приложена ниже центра тяжести наклонной площадки, такъ какъ чѣмъ ниже взять элементъ, тѣмъ большее давленіе онъ испытываетъ. Точка приложенія равнодѣйствующей называется **центромъ давленія**, который слѣдовательно лежитъ ниже центра тяжести наклонной стѣнки

Положеніе центра давленія легко опредѣлить, такъ какъ давленія перпендикулярны къ стѣнкѣ, а слѣдовательно параллельны между собою и вопросъ сводится къ опредѣленію точки приложенія равнодѣйствующей параллельныхъ силъ.

Давленіе на криволинейную стѣнку.

13. Въ случаѣ криволинейной стѣнки, представляетъ большой интересъ — опредѣлить давленіе на элементъ этой стѣнки и разсмотрѣть тѣ результаты, какіе изъ этого вытекаютъ. Положимъ S криволинейная стѣнка, возьмемъ въ точкѣ O элементъ на ея поверхности $d\omega$ (фиг. 15) и проведемъ плоскость xoz, проходящую черезъ нормаль N въ точкѣ O къ стѣнкѣ, тогда давленіе на площадку $d\omega$ будетъ:



15

$$pd\omega.$$

Проекція этого давленія на ось X будетъ:

$$p \; d\omega \, . \, \cos\alpha$$

или

$$p \, (d\omega \, . \, \cos\alpha) \quad . \quad . \quad (30)$$

но $d\omega \, . \, \cos\alpha$ представляетъ собою проекцію элемента $d\omega$ на плоскость yoz, перпендикулярную къ оси ox, а потому, чтобы опредѣлить проекцію давленія на элементъ $d\omega$ — на ось, слѣдуетъ давленіе помножить на проекцію $d\omega$ на плоскость, перпендикулярную къ упомянутой оси. Проекція полнаго давленія на ось x будетъ:

$$\int pd\omega \, . \, \cos\alpha = \int p \, (d\omega \, . \, \cos\alpha) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (31)$$

Если мы будемъ пренебрегать дѣйствіемъ силы тяжести на жидкость и будемъ принимать во вниманіе только внѣшнее давленіе на жидкость, то въ этомъ случаѣ можно считать $p = const.$ и

$$\int pd\omega \, . \, \cos\alpha = p \int d\omega \, . \, \cos\alpha, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (32)$$

т. е. сумма проекцій, на какую либо ось, давленій испытуемыхъ криволинейною стѣнкою = давленію помноженному на проекцію стѣнки на плоскость перпендикулярную къ упомянутой оси.

Давленіе на сферическое дно сосуда.

14. Положимъ, имѣемъ цилиндрическій резервуаръ, наполненный до краевъ жидкостью, требуется опредѣлить полное давленіе на его дно (фиг. 16).

Давленіе на элементъ $d\omega$ въ точкѣ n будетъ:

$$\triangle h d\omega.$$

Проекція этого давленія на ось yy' будетъ:

$$\triangle h d\omega \,.\, \cos\alpha.$$

Равнодѣйствующая этихъ давленій или полное давленіе на дно будетъ:

$$R = \int \triangle\, h d\omega \,.\, \cos\alpha = \triangle \int h d\omega \,.\, \cos\alpha,$$

гдѣ $h = H + mn$, а потому

$$R = \triangle \left[\int H d\omega \,.\, \cos\alpha + \int mn \,.\, d\omega \,.\, \cos\alpha \right] =$$

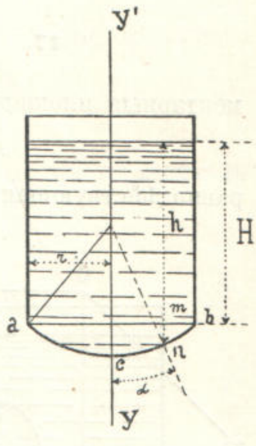
$$= \triangle \left[H \int d\omega \,.\, \cos\alpha + \int mn \,.\, d\omega \,.\, \cos\alpha \right]$$

но

$$\int d\omega \,.\, \cos\alpha = \pi r^2$$

а потому

$$R = \triangle H \pi r^2 + \triangle \int mn \,.\, d\omega \,.\, \cos\alpha \quad . \; . \; . \quad (33)$$



16.

$\int mn \;\; d\omega \,.\, \cos\alpha$ представляетъ собою объемъ сферическаго сегмента acb, обозначая его черезъ v, получимъ:

$$R = \triangle\, (\pi r^2 H + v), \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (34)$$

т. е. давленіе на дно = вѣсу жидкости, заключенной въ резервуарѣ.

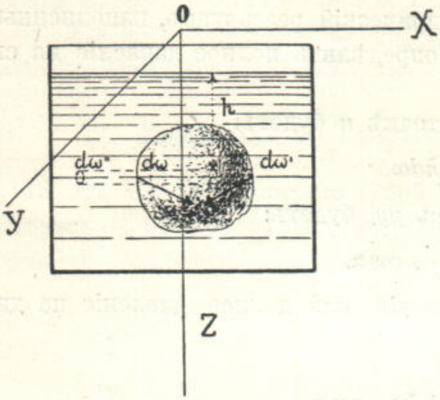
Равновѣсіе плавающаго твердаго тѣла.

15. Положимъ, твердое тѣло погружено въ сосудъ съ однородною жидкостью, опредѣлимъ условія его равновѣсія (фиг. 17). Возьмемъ элементарныя площадки $d\omega$ и $d\omega'$, которыя образуются пересѣченіемъ цилиндра съ поверхностью тѣла, причемъ производящая цилиндра параллельна оси x, давленія на площадки будутъ:

$$\triangle\, h d\omega \text{ и } \triangle\, h d\omega'.$$

Спроектируемъ эти давленія на ось x-овъ,—полагая проекціи $d\omega$ и $d\omega'$ на плоскость $yoz = d\omega''$, на основаніи выраженія (30) можемъ написать, что искомыя проекціи будутъ:

$$\triangle\, h d\omega'' \text{ и } -\triangle\, h d\omega''.$$



17.

Какъ видно, проекціи имѣютъ одинаковыя величины и разные знаки, а потому сумма этихъ проекцій $= 0$. Къ такому же точно заключенію мы придемъ, опредѣляя проекціи на ось y-овъ.

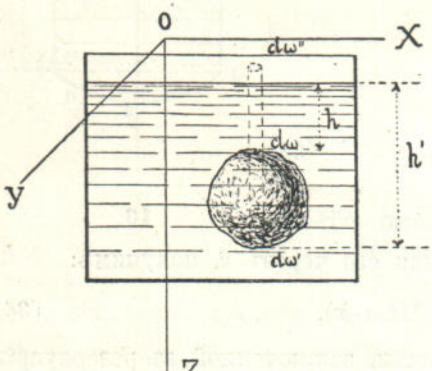
Слѣдовательно давленіе жидкости на наше тѣло будетъ направлено вертикально.

Проектируя давленія на элементарныя площадки на ось oz (фиг. 18), получимъ:

$$+\triangle\, h d\omega'' \text{ и } -\triangle\, h' d\omega''$$

равнодѣйствующая этихъ давленій направлена обратно силѣ тяжести и будетъ равна:

$$-\triangle\,(h'-h)\, d\omega''.$$



18.

Сумма подобныхъ давленій $=$ проекціи полнаго давленія на ось z-овъ; она будетъ:

$$-\sum \triangle\,(h'-h)\, d\omega \;\ldots\; (35)$$

и представляетъ вѣсъ вытѣсненной тѣломъ жидкости (законъ Архимеда).

Если объемъ тѣла равенъ v, то вѣсъ вытѣсненной тѣломъ жидкости будетъ

$$\triangle\, v.$$

Если обозначимъ черезъ p вѣсъ тѣла, то при

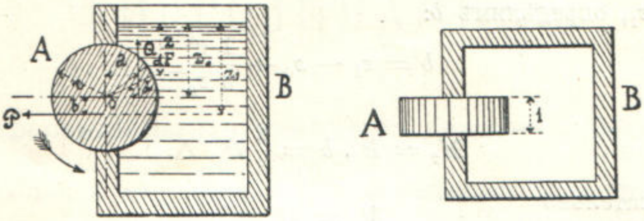
$$p > \triangle\, v$$

равновѣсія не можетъ быть и тѣло опускается на дно, если же

$$p < \triangle\, v$$

то тѣло будетъ плавать, причемъ погруженная въ жидкость часть тѣла вытѣсняетъ объемъ жидкости, вѣсъ котораго = вѣсу p тѣла.

Рѣшимъ слѣдующую задачу: половина цилиндра A, могущаго вращаться около оси O, входитъ въ сосудъ B, наполненный жидкостью (фиг. 19); погруженная въ жидкость часть цилиндра A теряетъ



19.

въ вѣсѣ, требуется доказать, что цилиндръ A не можетъ вращаться (perpetuum mobile).—

Примемъ высоту цилиндра = 1.

Величина давленія Q жидкости, дѣйствующаго въ вертикальномъ направленіи, даетъ моментъ относительно оси O:

$$Q \cdot a = M_1$$

Величина давленія P жидкости, дѣйствующаго въ горизонтальномъ направленіи даетъ моментъ

$$P \cdot b = M_2.$$

Цилиндръ будетъ находиться въ покоѣ, если

$$M_1 = M_2.$$

Докажемъ справедливость послѣдняго равенства:

$$Q = \frac{\pi r^2}{2} \cdot \triangle \quad \text{и} \quad a = \frac{4}{3} \cdot \frac{r}{\pi}$$

а потому

$$M_1 = \frac{2}{3} r^3 \cdot \triangle.$$

Горизонтальная составляющая давленія на элементъ поверхности dF равняется

$$\triangle \cdot z \cdot dF \cdot \cos \alpha = \triangle z \, dz$$

а потому

$$P = \int_{z_0 - r}^{z_0 + r} \triangle z \, dz = 2r \triangle z_0$$

и

$$P \, . \, z_1 = \int\limits_{z_0 - r}^{z_0 + r} \triangle z^2 dz = \triangle \left(\frac{z^3}{3} \right)_{z_0 - r}^{z_0 + r}$$

откуда

$$z_1 = P \, . \, z_1 : P = z_0 + \frac{1}{3} \frac{r^2}{z_0}.$$

Зная z_1, опредѣлимъ b:

$$b = z_1 - z_0 + \frac{1}{3} \frac{r^2}{z_0}$$

и

$$M_2 = P \, . \, b = \frac{2}{3} r^3 \quad \triangle.$$

Слѣдовательно

$$M_1 = M_2.$$

ГИДРОДИНАМИКА.

Дифференціальныя уравненія движенія (Эйлера).

16. Движеніе сплошного деформирующагося тѣла будетъ намъ извѣстно, если имѣется возможность перейти отъ начальныхъ координатъ всякой точки тѣла къ координатамъ въ любой моментъ времени. Давленіе, плотность, скорость и проч. должно разсматривать какъ функціи координатъ x, y, z и времени t. По смыслу рѣшаемаго вопроса перемѣнныя x, y, z и t могутъ разсматриваться или какъ независимыя перемѣнныя, или первыя три изъ нихъ — какъ функціи t. Чѣмъ проще видъ функціи, тѣмъ она удобнѣе для приложеній, наиболѣе же простая зависимость — зависимость между силами и скоростями, такъ какъ она выражается дифференціальными уравненіями 1-го порядка. Мы уже упомянули, что скорость будетъ функціею перемѣнныхъ x, y, z и t, т. е.

$$V = f(x, y, z, t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Если мы желаемъ найти скорости различныхъ частицъ жидкости, проходящихъ черезъ опредѣленную точку, опредѣляемую координатами, то слѣдуетъ въ ур—ніи (36), сохраняя для координатъ x, y и z опредѣленныя значенія, перемѣнной t придавать различныя значенія. Наоборотъ, сохраняя опредѣленное значеніе для t и придавая различныя значенія перемѣннымъ x, y и z—мы будемъ опредѣлять въ данный моментъ скорости различныхъ частицъ жидкости. Наконецъ, желая опредѣлить скорости одной и той же частицы жидкости въ различные моменты времени, при движеніи ея по опредѣленной траэкторіи, мы должны придавать различныя значенія t и перемѣннымъ x, y и z, которыя въ этомъ случаѣ связаны уравненіемъ траэкторіи. Положимъ, частица жидкости перемѣщается по нѣкоторой траэкторіи и положеніе частицы во время t опредѣляется координатами x, y и z, затѣмъ дадимъ времени t нѣкоторое приращеніе dt, тогда частица перемѣстится, пройдетъ путь ds и положеніе ея будетъ опредѣляться координатами $x + dx$, $y + dy$ и $z + dz$. Само собою разумѣется, dx, dy и dz будутъ проекціями перемѣщенія ds. Если мы черезъ V обозначимъ скорость, черезъ u, v и w — проекцію скорости на оси x, y и z, т. е.

$$u = V\cos(V, x),\ v = V\cos(V, y) \text{ и } w = V\cos(V, z)$$

то

$$u = \frac{\partial x}{\partial t},\ v = \frac{\partial y}{\partial t} \text{ и } w = \frac{\partial z}{\partial t} \quad \dots\dots\dots (37)$$

Полная производная скорости по времени будетъ *):

$$\left(\frac{dV}{dt}\right) = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}\cdot\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial y}\cdot\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial z}\cdot\frac{\partial z}{\partial t} \quad \dots\dots (38)$$

Разсматривая движеніе частицы по своей траекторіи, подставимъ значенія (37), тогда получимъ:

$$\left(\frac{dV}{dt}\right) = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x}u + \frac{\partial V}{\partial y}v + \frac{\partial V}{\partial z}w \quad \dots\dots (39)$$

Разсматривая и давленіе какъ функцію перемѣнныхъ t, x, y и z, точно такимъ же образомъ найдемъ полную производную его:

$$\left(\frac{dp}{dt}\right) = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x}\,u + \frac{\partial p}{\partial y}.v + \frac{\partial p}{\partial z}.w \quad \dots\dots (40)$$

Опредѣляя въ § 5 условія равновѣсія безконечно малаго параллелопипеда (фиг. 4) мы нашли, что проекціи силъ къ нему приложенныхъ будутъ:

$$p\,dy\,dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dy\,dz + mX\,dx\,dy\,dz$$

$$p\,dx\,dz - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y}dy\right)dx\,dz + mY\,dx\,dy\,dz$$

$$p\,dx\,dy - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z}dz\right)dx\,dy + mZ\,dx\,dy\,dz$$

или послѣ сокращенія

$$\left.\begin{array}{l} dx\,dy\,dz\left(mX - \dfrac{\partial p}{\partial x}\right) \\ dx\,dy\,dz\left(mY - \dfrac{\partial p}{\partial y}\right) \\ dx\,dy\,dz\left(mZ - \dfrac{\partial p}{\partial z}\right) \end{array}\right\} \quad \dots\dots\dots (41)$$

Раздѣляя эти величины на массу параллелопипеда $m\,.\,dx\,.\,dy\,.\,dz$,

---

*) $\left(\frac{dV}{dt}\right)$ обозначаетъ полную производную, $\frac{\partial V}{\partial t}$ — частную.

получимъ проекцiи ускоренiя равнодѣйствующей силы:

$$\left.\begin{aligned} &X - \frac{1}{m}\cdot\frac{\partial p}{\partial x} \\ &Y - \frac{1}{m}\cdot\frac{\partial p}{\partial y} \\ &Z - \frac{1}{m}\cdot\frac{\partial p}{\partial z} \end{aligned}\right\} \qquad (42)$$

По началу д'Аламбера должно быть:

$$X - \frac{1}{m}\cdot\frac{\partial p}{\partial x} - \left(\frac{du}{dt}\right) = 0$$

$$Y - \frac{1}{m}\cdot\frac{\partial p}{\partial y} - \left(\frac{dv}{dt}\right) = 0$$

$$Z - \frac{1}{m}\cdot\frac{\partial p}{\partial z} - \left(\frac{dw}{dt}\right) = 0$$

или

$$\left.\begin{aligned} X - \frac{1}{m}\cdot\frac{\partial p}{\partial x} = \left(\frac{du}{dt}\right) = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x}\cdot u + \frac{\partial u}{\partial y}\cdot v + \frac{\partial u}{\partial z}\cdot w \\ Y - \frac{1}{m}\cdot\frac{\partial p}{\partial y} = \left(\frac{dv}{dt}\right) = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x}\cdot u + \frac{\partial v}{\partial y}\cdot v + \frac{\partial v}{\partial z}\cdot w \\ Z - \frac{1}{m}\cdot\frac{\partial p}{\partial z} = \left(\frac{dw}{dt}\right) = \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x}\cdot u + \frac{\partial w}{\partial y}\cdot v + \frac{\partial w}{\partial z}\cdot w \end{aligned}\right\} \qquad (43)$$

Эти уравненiя были выведены Эйлеромъ и называются **общими уравненiями движенiя**, онѣ примѣнимы въ случаѣ совершенной жидкости, въ которой отсутствуетъ тренiе частицъ между собою и о поверхность *).

Этими уравненiями можно пользоваться при опредѣленiи движенiя какой угодно частицы жидкости по своей траэкторiи.

Уравненiе неразрывности массы.

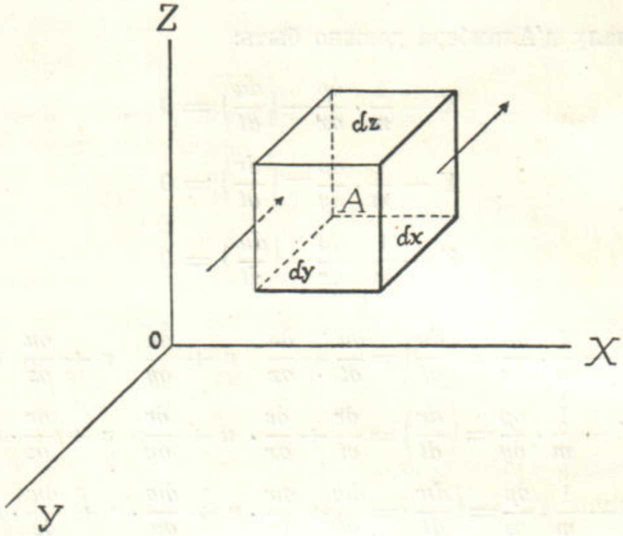
17. Въ ур—нiя (43) входятъ пять неизвѣстныхъ m, p, u, v и w, слѣдовательно для опредѣленiя ихъ недостаточно указанныхъ трехъ уравненiй и приходится дѣлать нѣкоторыя допущенiя.

Обыкновенно въ гидродинамикѣ разсматривается только движенiе жидкости сплошной, т. е. жидкости, внутри которой не образуется пустотъ и слѣдовательно не происходитъ разрыва струй. Выдѣлимъ

---

*) Изъ ур-нiя (43) можно получить общiя уравненiя равновѣсiя (5)—полагая $\left(\frac{du}{dt}\right) = 0, \left(\frac{dv}{dt}\right) = 0$ и $\left(\frac{dw}{dt}\right) = 0$.

въ жидкости безконечно-малый параллелопипедъ съ ребрами ∂x, ∂y и ∂z, допустимъ, что положенiе параллелопипеда въ пространствѣ не мѣняется, слѣдовательно и координаты точки A не мѣняются (фиг. 20). Положимъ, черезъ грань, площадью $= \partial y \,.\, \partial z$, вливается во время ∂t объемъ жидкости, который = объему наклонной призмы съ ребрами ∂y, ∂z и $V \partial t$, гдѣ V скорость. Высота призмы $= V \partial t \,.\, \cos{(V, x)}$



20.

(= проекцiи на ось X-овъ). Слѣдовательно объемъ втекающей жидкости $= \partial y \,.\, \partial z \,.\, V \,.\, \partial t \,.\, \cos{(V, x)} = \partial y \,.\, \partial z \,.\, \partial t \,.\, V \,.\, \cos{(V, x)} = \partial y \,.\, \partial z \,.\, \partial t \,.\, u$, масса котораго $= m \,.\, u \,.\, \partial y\, \partial z\, \partial t$.

Предполагая, что нѣтъ быстрыхъ измѣненiй скоростей, можно опредѣлить массу вытекающей жидкости изъ грани, площадью $= \partial y \,.\, \partial z$. Эта масса, въ силу сдѣланнаго предположенiя, можетъ отличаться только безконечно-малою величиною отъ массы втекающей, и, такъ какъ абсцисса грани вытеканiя $= x + \partial x$, то масса вытекающей жидкости будетъ:

$$\left(mu + \frac{\partial\,(mu)}{\partial x}\,\partial x\right) \partial y \,.\, \partial z \,.\, \partial t \;.$$

И приращенiе массы внутри параллелопипеда, вслѣдствiе движенiя по направленiю оси X-овъ, будетъ:

$$mu \,.\, \partial y\, \partial z\, \partial t - \left(mu + \frac{\partial\,(mu)}{\partial x}\,\partial x\right) \partial y\, \partial z\, \partial t$$

или

$$-\frac{\partial\,(mu)}{\partial x}\,\partial x\, \partial y\, \partial z\, \partial t.$$

То же самое мы можемъ сказать и о массахъ входящихъ и выходящихъ черезъ площадки $\partial x\,.\,\partial z$ и $\partial x\,\partial y$. Разсматривая эти движенія, найдемъ приращеніе массъ внутри параллелопипеда:

$$-\frac{\partial\,(mv)}{\partial y}\,\partial x\,\partial y\,\partial z\,\partial t$$

и

$$-\frac{\partial\,(mw)}{\partial z}\,\partial x\,\partial y\,\partial z\,\partial t.$$

Сумма этихъ приращеній = общему приращенію массы внутри параллелопипеда (въ зависимости отъ времени), т. е. должна равняться

$$\frac{\partial m}{\partial t}\,\partial t\,.\,\partial x\,\partial y\,\partial z$$

или

$$\frac{\partial m}{\partial t}\,\partial t\,\partial x\,\partial y\,\partial z = -\left(\frac{\partial\,(mu)}{\partial x} + \frac{\partial\,(mv)}{\partial y} + \frac{\partial\,(mw)}{\partial z}\right)\partial x\,\partial y\,\partial z\,\partial t$$

послѣ сокращенія получимъ

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\frac{\partial\,(mu)}{\partial x} - \frac{\partial\,(mv)}{\partial y} - \frac{\partial\,(mw)}{\partial z}$$

или

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial\,(mu)}{\partial x} + \frac{\partial\,(mv)}{\partial y} + \frac{\partial\,(mw)}{\partial z} = 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (44)$$

Это четвертое уравненіе и есть **уравненіе сплошности или неразрывности массы жидкости**. Ур. (44) одинаково примѣнимо какъ къ капельнымъ жидкостямъ, такъ и къ газамъ, но оно принимаетъ болѣе простой видъ для жидкостей. Это уравненіе можно еще написать иначе:

$$\frac{\partial m}{\partial t} + \frac{\partial m}{\partial x}u + \frac{\partial m}{\partial y}v + \frac{\partial m}{\partial z}w + m\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}\right) = 0 \; . \; . \; (45)$$

Принимая жидкость несжимаемою, можно положить, что m не измѣняется для частицы при ея движеніи по траэкторіи. При m постоянномъ должно быть

$$dm = 0 = \frac{\partial m}{\partial x}\,\partial x + \frac{\partial m}{\partial y}\,\partial y + \frac{\partial m}{\partial z}\,\partial z + \frac{\partial m}{\partial t}\,dt$$

$$\text{но } \frac{\partial x}{\partial t} = u \text{ или } \partial x = udt$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = v \text{ или } \partial y = vdt$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = w \text{ или } \partial z = wdt$$

подставляя и сокращая, получимъ:

$$\frac{\partial m}{\partial x} u + \frac{\partial m}{\partial y} v + \frac{\partial m}{\partial z} w + \frac{\partial m}{\partial t} = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (46)$$

а слѣдовательно и

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (47)$$

т. е. ур. (45) распадается на два уравненія, (46 и 47), изъ которыхъ при $m = const.$, т. е. когда капельная жидкость однородна *), остается только одно уравненіе (47). Само собою разумѣется, въ этомъ случаѣ долженъ быть извѣстенъ родъ жидкости.

Если имѣемъ жидкость газообразную, то слѣдуетъ еще присоединить уравненіе, выражающее законъ Mariotte'а и Gay-Lussac'а:

$$m = \frac{Kp}{1 + \alpha\Theta} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (48)$$

гдѣ K—постоянное, α—коэффиціентъ расширенія газа и Θ—температура.

Когда температура Θ постоянна, то ур. (48) можно представить въ болѣе простой формѣ (см. форм. 11):

$$m = kp.$$

Итакъ, для опредѣленія неизвѣстныхъ мы имѣемъ ур. (43) и (44) или (47), затѣмъ принимаемъ $m = const.$ или полагаемъ, что m измѣняется согласно какому либо опредѣленному закону. При интегрированіи уравненій войдутъ постоянныя произвольныя величины, или произвольныя функціи, которыя можно опредѣлить, разсматривая частицы, лежащія на поверхности, ограничивающей жидкость. Къ сожалѣнію, эти уравненія настолько неудобны, какъ говоритъ Лагранжъ, **) что только въ нѣкоторыхъ, очень ограниченныхъ, случаяхъ удается ихъ рѣшеніе.

Уравненія Эйлера (43) можно представить въ другомъ видѣ, если за независимыя перемѣнныя принять время t и координаты a, b, c какой либо частицы жидкости, соотвѣтствующія опредѣленному мгновенію t_0, т. е. положить:

$$x = f\,(a,\ b,\ c,\ t);\ y = f_1\ (a,\ b,\ c,\ t) \text{ и } z = f_2\ (a,\ b,\ c,\ t)\ .\ \ (49)$$

Исключая изъ этихъ уравненій время t, получимъ уравненіе траэкторіи разсматриваемой частицы жидкости, придавая же различ-

---

*) Несжимаемая жидкость можетъ быть и неоднородна.

**) Malheureusement ces équations sont *si rebelles*, qu'on n'y a reussi que dans quelques cas très-limités (M. Bresse).

ные знаки величинамъ a, b и c — получимъ уравненія траэкторій для другихъ частицъ жидкости. Само собою разумѣется, принимая за независимыя перемѣнныя величины a, b, c и t,—мы должны разсматривать u, v, w, p и m также какъ функціи этихъ перемѣнныхъ.

Помножаемъ каждое изъ уравненій Эйлера (43) послѣдовательно 1-ое на $\frac{\partial x}{\partial a}$, 2-ое на $\frac{\partial y}{\partial a}$ и 3-ье на $\frac{\partial z}{\partial a}$ и складывая всѣ уравненія, затѣмъ помножая 1-ое на $\frac{\partial x}{\partial b}$, 2-ое на $\frac{\partial y}{\partial b}$ и 3-ье на $\frac{\partial z}{\partial b}$ и опять складывая и наконецъ помножая 1-ое на $\frac{\partial x}{\partial c}$, 2-ое на $\frac{\partial y}{\partial c}$ и 3-ье на $\frac{\partial z}{\partial c}$ и складывая—получимъ слѣдующія уравненія:

$$\left.\begin{aligned}
\left[\left(\frac{du}{dt}\right)-X\right]\frac{\partial x}{\partial a}+\left[\left(\frac{dv}{dt}\right)-Y\right]\frac{\partial y}{\partial a}+\left[\left(\frac{dw}{dt}\right)-Z\right]\frac{\partial z}{\partial a}+\frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial a}=0\\
\left[\left(\frac{du}{dt}\right)-X\right]\frac{\partial x}{\partial b}+\left[\left(\frac{dv}{dt}\right)-Y\right]\frac{\partial y}{\partial b}+\left[\left(\frac{dw}{dt}\right)-Z\right]\frac{\partial z}{\partial b}+\frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial b}=0\\
\left[\left(\frac{du}{dt}\right)-X\right]\frac{\partial x}{\partial c}+\left[\left(\frac{dv}{dt}\right)-Y\right]\frac{\partial y}{\partial c}+\left[\left(\frac{dw}{dt}\right)-Z\right]\frac{\partial z}{\partial c}+\frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial c}=0
\end{aligned}\right\}\quad(50)$$

Эти уравненія движенія предложены были Лагранжемъ. Примѣняя эти уравн. понятно слѣдуетъ соотвѣтственно измѣнить ур. (44), т. е. уравненіе сплошности или неразрывности массы жидкости.

Установившееся движеніе.

18. Положимъ, что имѣемъ дѣло съ установившимся движеніемъ, т. е. съ такимъ движеніемъ, при которомъ въ опредѣленной точкѣ пространства плотность, давленіе и скорость съ теченіемъ времени не мѣняются, но въ различныхъ точкахъ пространства могутъ имѣть разныя величины, т. е. упомянутыя величины—функціи только координатъ, тогда:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=0, \frac{\partial v}{\partial t}=0, \frac{\partial w}{\partial t}=0, \frac{\partial p}{\partial t}=0, \frac{\partial m}{\partial t}=0.$$

Точно также положимъ, что

$$Xdx+Ydy+Zdz$$

есть дифференціальная функція только координатъ, т. е.

$$Xdx+Ydy+Zdz=dT \quad \ldots\ldots\ldots \quad (51)$$

гдѣ T—функція координатъ x, y, z.

Обозначимъ черезъ J ускореніе въ какой нибудь точкѣ и J_x, J_y, J_z—проекціи ускоренія на оси, тогда ур. (43) можно написать такъ:

$$\left.\begin{aligned} X - \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p}{\partial x} &= J_x \\ Y - \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p}{\partial y} &= J_y \\ Z - \frac{1}{m} \cdot \frac{\partial p}{\partial z} &= J_z \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (52)$$

Помножая ур. (52) соотвѣтственно на ∂x, ∂y и ∂z и складывая ихъ, въ силу ур. (51), получимъ:

$$dT - \frac{1}{m}\left(\frac{\partial p}{\partial x}\,\partial x + \frac{\partial p}{\partial y}\,\partial y + \frac{\partial p}{\partial z}\,\partial z\right) = J_x\,\partial x + J_y\,\partial y + J_z\,\partial z,$$

но p не зависитъ отъ времени, а потому $\frac{\partial p}{\partial x}\,\partial x + \frac{\partial p}{\partial y}\,\partial y + \frac{\partial p}{\partial z}\,\partial z$ — полный дифференціалъ и $= dp$, подставляя это значеніе, получимъ:

$$dT - \frac{1}{m}\,dp = J_x\,\partial x + J_y\,\partial y + J_z\,\partial z. \quad \ldots \ldots (53)$$

Съ другой стороны V есть скорость въ разсматриваемой точкѣ и

$$V^2 = u^2 + v^2 + w^2. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (54)$$

Дифференцируя, получимъ:

$$V\,dV = u\,\partial u + v\,\partial v + w\,\partial w.$$

Такъ какъ частица двигается по своей траэкторіи, то

$$\partial x = u\,\partial t, \quad \partial y = v\,\partial t, \quad \partial z = w\,\partial t,$$

$$\partial u = J_x\,\partial t, \quad \partial v = J_y\,\partial t, \quad \partial w = J_z\,\partial t,$$

подставляя въ предыдущее ур., получимъ:

$$V\,dV = J_x\,\partial x + J_y\,\partial y + J_z\,\partial z. \quad \ldots \ldots \ldots (55)$$

Сравнивая ур. (53) и (55), получимъ:

$$dT - \frac{1}{m}\,dp = V\,dV. \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (56)$$

Пользуясь этимъ уравненіемъ, надо помнить, что дифференціалы dT, dp и dV соотвѣтствуютъ элементарному перемѣщенію ds, взятому на траэкторіи одной изъ частицъ.

Интегрированіе уравненія (56) становится возможнымъ и даже легкимъ, когда считаемъ жидкость однородною, а если имѣемъ дѣло съ газомъ, то полагая температуру его постоянною. Въ первомъ случаѣ m—постоянна и ур. (56), послѣ интегрированія, принимаетъ видъ:

$$T - \frac{p}{m} - \frac{1}{2}\,V^2 = const. \quad \ldots \ldots \ldots (57)$$

Перемѣняя знаки, получимъ:

$$\frac{1}{2}V^2 + \frac{p}{m} - T = const. \quad \text{. . . . . (58)}$$

Во второмъ случаѣ (газъ) принимаемъ:

$$m = kp,$$

тогда

$$T - \frac{1}{k}\,lognat\,p - \frac{1}{2}V^2 = const. \quad \text{. . . . . . (59)}$$

Слѣдуетъ имѣть въ виду, что выраженія (57) и (59) примѣнимы только для точекъ, черезъ которыя проходитъ частица при своемъ движеніи. Этими выраженіями удобно пользоваться въ томъ случаѣ, когда траэкторія точки извѣстна.

Теорема Даніила Бернулли.

19. Примѣнимъ предыдущіе выводы къ тяжелой и однородной жидкости. — Если жидкость подвергается дѣйствію только силы тяжести и при томъ ось координатъ z мы положимъ направленною вертикально вверхъ, то:

$$X = 0, \quad Y = 0, \quad Z = -g$$

и изъ ур. (51) получимъ, что

$$T = -gz. \quad \text{. . . . . (60)}$$

Обозначимъ вѣсъ единицы объема (который $= mg$) черезъ $\triangle$, тогда въ силу равенства (60) уравн. (57) приметъ видъ:

$$-gz - g\frac{p}{\triangle} - \frac{V^2}{2} = const.$$

или

$$z + \frac{p}{\triangle} + \frac{V^2}{2g} = const. \quad \text{. . . . . (61)}$$

Это уравненіе, примѣнимое для капельной тяжелой однородной жидкости, въ случаѣ установившагося движенія, извѣстно подъ именемъ теоремы Даніила Бернулли. Всѣ члены ур. (61)—линейные: 1-й выражаетъ собою высоту разсматриваемой точки относительно горизонтальной плоскости координатъ; 2-й выражаетъ высоту столбика жидкости, основаніемъ = квадратной единицѣ, вѣсъ котораго равенъ давленію p $\left(\text{т. к. высота } \frac{p}{\triangle} = \frac{p}{mg}\right.$ помноженная на вѣсъ единицы объема mg даетъ величину p), эта высота называется высотою, соотвѣтствующею давленію p, или піезометрическою *); 3-й

---

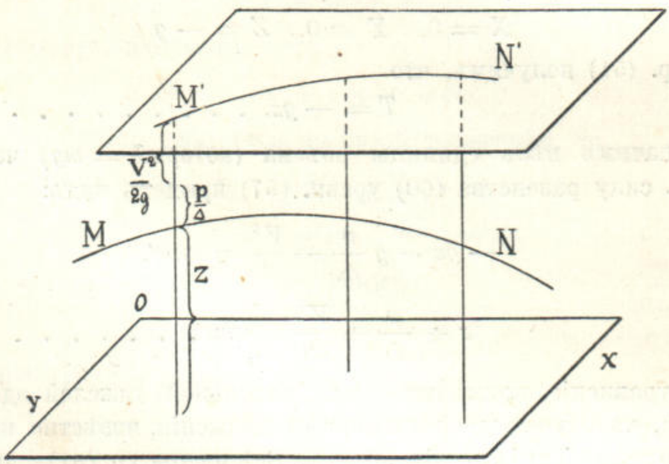
*) Піезометромъ называется стеклянная трубочка, открытая съ обоихъ концовъ. Погружая ее вертикально въ жидкость, опредѣляютъ высоту послѣдней въ трубкѣ, тогда, зная эту высоту h, опредѣлимъ давленіе p изъ ур. (23): $p = \pi + \triangle h$.

членъ $\frac{V^2}{2g}$ представляетъ собою высоту, съ которой должно свободно падать тяжелое тѣло, чтобы пріобрѣсти въ концѣ своего паденія скорость V, эта высота называется высотою, соотвѣтствующею скорости V.

Слѣдовательно, теорема Д. Бернулли показываетъ, что при установившемся движеніи тяжелой, совершенной жидкости, для различныхъ положеній частицы на своей траэкторіи, сумма высотъ, соотвѣтствующихъ давленію $\left(\frac{p}{\Delta}\right)$ и скорости $\left(\frac{V^2}{2g}\right)$, съ высотою положенія точки (z) есть величина постоянная.

Плоскость напора.

20. Если бы построить всѣ указанныя высоты, откладывая ихъ по вертикалямъ, то получили бы точки, лежащія въ горизонтальной плоскости, параллельной плоскости координатъ, эта плоскость называется плоскостью напора. Сдѣлаемъ подобное построеніе,—пусть



21.

xoy—координатная горизонтальная плоскость, MN—траэкторія точки, откладывая выше ея величины $\frac{p}{\Delta}$ и $\frac{V^2}{2g}$, получимъ линію $M'N'$, лежащую въ плоскости напора (фиг. 21). Если обозначимъ разстояніе между плоскостями черезъ H, то,

$$z + \frac{p}{\Delta} + \frac{V^2}{2g} = H \quad \ldots\ldots\ldots \quad (62)$$

Для точекъ, лежащихъ въ плоскости напора, т. е. на траэкторіи $M'N'$, $z = H$ и урав. (62) приметъ видъ:

$$\frac{p}{\triangle} + \frac{V^2}{2g} = 0, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (63)$$

т. к. p не можетъ быть < 0, то должно быть

$$p = 0 \quad \text{и} \quad V = 0,$$

т. е. выше плоскости напора жидкость подняться не можетъ. Если принять плоскость напора за координатную и координаты, направленныя внизъ, будемъ обозначать черезъ φ, то уравн. (61) приметъ видъ

$$\varphi = \frac{p}{\triangle} + \frac{V^2}{2g}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (64)$$

Частные случаи движенія жидкости.

а) Прямолинейное движеніе тяжелой капельной жидкости.

21. Разсмотримъ нѣкоторые частные случаи движенія тяжелой капельной жидкости. Положимъ, частицы движутся по прямымъ, параллельнымъ между собою, линіямъ, составляющимъ съ горизонтальною плоскостью уголъ α. Положимъ ось x совпадаетъ съ направленіемъ движенія, ось y — горизонтальна и ось z направлена внизъ (фиг. 22), тогда:

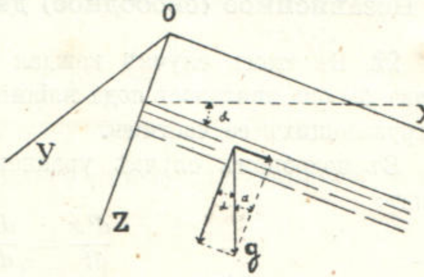
$$X = g\sin\alpha, \quad Y = 0, \quad Z = g\cos\alpha$$

и вслѣдствіе того, что частицы движутся параллельно оси x-овъ

$$v = 0 \quad \text{и} \quad w = 0,$$

а уравн. неразрывности (47) даетъ:

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0.$$



22.

Вслѣдствіе указанныхъ значеній, основныя ур. (43) обращаются въ слѣдующія:

$$\left.\begin{aligned} g\sin\alpha - \frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial x} &= \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \\ g\cos\alpha - \frac{1}{m}\frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (65)$$

Сравнивая эти уравненія съ уравненіями (5), видимъ, что послѣднія два уравненія одинаковы съ уравненіями равновѣсія жидкости, а потому заключаемъ, что въ точкахъ, лежащихъ въ сѣкущихъ плоскостяхъ, перпендикулярныхъ къ направленію движенія, распредѣленіе давленія p слѣдуетъ законамъ гидростатики.

Слѣдовательно, если жидкость въ этомъ случаѣ имѣетъ свободную поверхность, подверженную во всѣхъ точкахъ одинаковому давленію, то свободную поверхность сѣкущія плоскости, перпендикулярныя къ направленію движенія, должны пересѣкать по прямымъ горизонтальнымъ линіямъ, или иначе говоря, свободная поверхность должна представлять собою наклонную къ горизонту подъ угломъ α плоскость. Условіе $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$ указываетъ на то, что частицы, расположенныя въ какомъ либо сѣченіи на одной изъ прямыхъ, параллельныхъ оси x-овъ, въ данное мгновеніе, имѣютъ одинаковую скорость, хотя для различныхъ прямыхъ эти скорости могутъ быть и неодинаковы, т. к. $\frac{\partial u}{\partial y}$ и $\frac{\partial u}{\partial z}$ могутъ и не равняться нулю. Если разсматриваемое движеніе есть установившееся, то (см. § 18) $\frac{\partial u}{\partial t} = 0$ или $u = const.$, т. е. движеніе будетъ равномѣрнымъ, хотя скорости отдѣльныхъ струй могутъ быть и не равны. Эти результаты могутъ быть примѣнимы во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, когда можно считать линіи тока параллельными, напр. въ трубахъ, каналахъ и т. п.

Независимое (свободное) движеніе частицъ жидкости.

22. Въ этомъ случаѣ каждая частица жидкости движется такъ, какъ бы она двигалась подъ вліяніемъ тѣхъ же силъ, если бы не было окружающихъ ее частицъ.

Въ подобномъ случаѣ уравненія движенія частицы принимаютъ видъ:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2 x}{dt^2} &= \frac{du}{dt} = X \\ \frac{d^2 y}{dt^2} &= \frac{dv}{dt} = Y \\ \frac{d^2 z}{dt^2} &= \frac{dw}{dt} = Z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (66)$$

Сравнивая эти уравн. съ уравненіями (43), получимъ, что:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial z} = 0,$$

т. е., что давленіе p, въ случаѣ свободнаго движенія, въ каждый данный моментъ одинаково для всѣхъ точекъ и зависитъ только отъ внѣшняго давленія. Если, кромѣ того, движеніе будетъ установившимся, то давленіе p будетъ не только постояннымъ для всѣхъ точекъ, но и во всѣ мгновенія времени (вытеканіе жидкости изъ отверстія въ стѣнкѣ сосуда).

Движеніе дѣйствительныхъ жидкостей.

23. Разсматривая движенія дѣйствительныхъ жидкостей, приходится встрѣчаться съ различнаго рода сопротивленіями—гидравлическими сопротивленіями. Законы дѣйствія этихъ сопротивленій отличаются отъ законовъ тренія твердыхъ тѣлъ. Гидравлическое треніе при покоѣ $= 0$, оно не зависитъ отъ давленія, но зависитъ отъ скорости движенія частицъ. Принимая гипотезу Ньютона, что внутреннія гидравлическія тренія—линейныя функціи относительныхъ скоростей, Навье ввелъ въ уравненія движенія жидкости члены, зависящіе отъ этихъ треній *).

Такъ какъ во многихъ случаяхъ удобно пользоваться уравненіемъ (57) и въ частности уравн. Д. Бернулли, то введемъ въ него поправку, зависящую отъ вредныхъ сопротивленій, для этого обратимся опять къ ур. (57) и укажемъ на механическое значеніе его. Формула установившагося движенія есть выраженіе закона сохраненія энергіи: сумма кинетической энергіи (живой силы) точки, или системы точекъ, и потенціальной энергіи (запаса работы дѣйствующихъ силъ) есть величина постоянная. Силъ, дѣйствующихъ на элементъ жидкости, двѣ:

1-я внѣшняя $P = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$

2-я . . . . . гидравлическое давленіе p.

Первый членъ ур. (58) выражаетъ живую силу единицы массы жидкости, дѣйствительно:

$$M\frac{V^2}{2} : M = \frac{V^2}{2},$$

гдѣ M — масса жидкости.

Посмотримъ, что собою представляетъ 2-й членъ уравн. $\frac{p}{m}$.—Если на длинѣ s струйки возьмемъ элементъ жидкости, масса котораго $= dM$, поперечное сѣченіе $= d\omega$ и длина $= ds$, то

$$dM = m \,.\, d\omega \,.\, ds.$$

При установившемся движеніи p — функція только пути s. На

*) См. Курсъ Гидравлики И. А. Евневича, 1891, стр. 81 и M. Bresse: Cours de Mécanique appliquée, 1879, p. 29.

грани элемента давятъ силы

$$p\, d\omega \text{ и } -\left(p+\frac{dp}{ds}\, ds\right) d\omega.$$

Сумма работъ ихъ, при перемѣщеніи ds, будетъ

$$p\, d\omega\, .\, ds - \left(p+\frac{dp}{ds}\, ds\right) d\omega\, .\, ds = -\, dp\, .\, d\omega\, .\, ds$$

или такъ какъ изъ предыдущаго уравненія

$$d\omega\, ds = \frac{dM}{m},$$

то

$$-\, dp\, .\, d\omega\, .\, ds = -\, dM\, \frac{dp}{m}.$$

Израсходованная работа, отнесенная къ единицѣ массы, будетъ

$$-\, \frac{dp}{m}.$$

Приращеніе же запаса работы будетъ

$$\frac{dp}{m}$$

и

$$\frac{p}{m} = \int \frac{dp}{m} \qquad (67)$$

выражаетъ приращеніе энергіи внутренняго давленія, или превышеніе энергіи при давленіи p надъ энергіей, соотвѣтствующей давленію, которое обращаетъ $\int \frac{dp}{m}$ въ нуль. Теперь посмотримъ, что представляетъ собою послѣдній членъ уравненія $-\, T$.

Положимъ перемѣщеніе точки приложенія усилія $P = ds$. Работа силы $P =$ работѣ силъ составляющихъ, т. е.

$$P\, ds \cos\, (P, ds) = X\, dx + Y\, dy + Z\, dz.$$

Сравнивая эти уравненія съ уравненіемъ (51) видимъ, что:

$$P\, ds\, .\, \cos\, (P, ds) = dT.$$

Слѣдовательно dT выражаетъ элементарную работу внѣшней силы P (отнесенной къ единицѣ массы), т. е. расходъ энергіи, а $(-\, dT)$ выражаетъ приращеніе, такъ что потенціалъ $(-\, T)$ выражаетъ превышеніе энергіи надъ энергіей, коей потенціалъ $T = 0$.

Итакъ — 1-й членъ уравненія (58) представляетъ собою кинетическую энергію, 2-й и 3-й — потенціальную, а все уравненіе выражаетъ собою законъ сохраненія энергіи.

Обратимся теперь къ дифференціальному уравненію установившагося движенія (56)

$$dT - \frac{dp}{m} = V\,dV,$$

которое можно написать иначе:

$$d\left(\frac{V^2}{2}\right) = dT - \frac{dp}{m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (68)$$

Обозначимъ ускореніе, которое сообщается гидравлическими сопротивленіями какой-нибудь точкѣ струи черезъ j *), тогда работа этихъ сопротивленій будетъ

$$-j\,ds\cos(j, ds),$$

которая войдетъ во вторую часть уравн. (68) и

$$d\left(\frac{V^2}{2}\right) = dT - \frac{dp}{m} - j\,ds\cos(j, ds).$$

Интегрируя, получимъ:

$$\frac{V^2}{2} - T + \frac{p}{m} + \int j\,ds\cos(j, ds) = const. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (69)$$

Выбирая соотвѣтственно оси и поступая точно такъ же, какъ мы дѣлали это при выводѣ уравн. (61), получимъ

$$z + \frac{p}{\triangle} + \frac{V^2}{2g} + \frac{1}{g}\int j\,ds\cos(j, ds) = const. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (70)$$

$\frac{1}{g}\int j\,ds\cos(j, ds)$ представляетъ такъ называемую высоту, соотвѣтствующую вреднымъ сопротивленіямъ, положимъ

$$\frac{1}{g}\int j\,ds\cos(j, ds) = \zeta,$$

тогда уравн. (70) приметъ видъ:

$$z + \frac{p}{\triangle} + \frac{V^2}{2g} + \zeta = const. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (71)$$

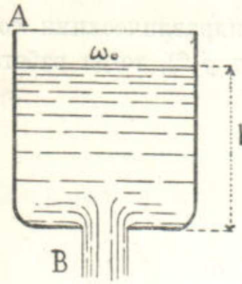
Для начала движенія $\zeta_0 = 0$. Эта высота выражается различными эмпирическими формулами. Добавочный членъ ζ представляетъ собою, съ механической точки зрѣнія, энергію, перешедшую въ теплоту, электричество и т. п.

---

*) j = силѣ, отнесенной къ единицѣ массы.

Истеченіе тяжелой капельной жидкости черезъ отверстія. Отверстіе въ днѣ сосуда.

24. Положимъ сосудъ наполненъ тяжелою жидкостью и въ днѣ его имѣется отверстіе (фиг. 23). Положимъ также, что площади поперечныхъ сѣченій сосуда измѣняются непрерывно, тогда скорости можно считать совпадающими съ вертикальною линіею, или другими словами—проекціи ихъ на вертикальную ось z будутъ почти равны самимъ скоростямъ, а проекціи на оси x и y будутъ весьма малы въ сравненіи съ проекціями на ось z. Явленіе истеченія мы будемъ считать установившимся, не разсматривая начала вытеканія, когда движеніе еще не установилось, такъ какъ продолжительность этого періода весьма мала.



23.

Примѣнимъ къ этому случаю теорему Д. Бернулли (форм. 71).

Положимъ для точекъ жидкости на свободной поверхности A значенія величинъ, входящихъ въ уравненіе, будутъ:

$$z_0,\ p_0 \text{ и } V_0.$$

Относя значенія z, p и V къ мѣсту разсматриваемаго сѣченія сосуда, на основаніи уравн. (71) можемъ написать:

$$\left.\begin{array}{l} z + \dfrac{p}{\triangle} + \dfrac{V^2}{2g} + \zeta = const = z_0 + \dfrac{p_0}{\triangle} + \dfrac{V_0^2}{2g} \\ \text{или} \\ \dfrac{V^2}{2g} = \dfrac{V_0^2}{2g} + (z_0 - z) + \dfrac{p_0 - p}{\triangle} - \zeta \ {}^{*)} \end{array}\right\} \ldots (72)$$

Если будемъ разсматривать совершенную жидкость, то въ уравн. (72) надо положить

$$\zeta = 0.$$

Присоединяя къ уравн. (72) уравненіе неразрывности жидкости:

$$\omega_0 V_0 = \omega V, \ldots \ldots \ldots \ldots (74)$$

гдѣ ω_0 и ω — площади свободной поверхности и любого, разсматриваемаго сѣченія сосуда, легко опредѣлить величину V.—

---

*) Изъ этого уравн. можно получить уравн., выражающее собою начало живыхъ силъ

$$\frac{V^2}{2g} - \frac{V_0^2}{2g} = (z_0 - z) + \frac{p_0 - p}{\triangle} - \zeta \text{ или } \frac{\Delta V^2}{2g} - \frac{\Delta V_0^2}{2g} = \Delta(z_0 - z) + p_0 - p - \Delta\zeta. \ . \ (73)$$

Изъ уравн. (74) имѣемъ:

$$V_0 = V\frac{\omega}{\omega_0},$$

подставляя это значеніе въ уравн. (72), получимъ:

$$\frac{V^2\left[1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right]}{2g} = z_0 - z + \frac{p_0 - p}{\triangle},$$

откуда

$$V = \sqrt{2g\frac{z_0 - z + \frac{p_0 - p}{\triangle}}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (75)$$

Разсматривая истекающую струю, когда уровень жидкости въ сосудѣ **постояненъ** и полагая напоръ $z_0 - z = h$, а величину отверстія ω весьма малою въ сравненіи съ площадью ω_0, формулу (75) можемъ представить въ болѣе простомъ видѣ:

$$V = \sqrt{2g\left(h + \frac{p_0 - p}{\triangle}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (76)$$

Полагая же, что свободныя поверхности сообщаются съ атмосферою, на основаніи § 22, можемъ принять

$$p = p_0,$$

и тогда формула (76) приметъ очень простой видъ:

$$V = \sqrt{2gh} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (77)$$

Эта формула была найдена Торичелли ранѣе формулы Д. Бернулли и была выведена изъ наблюденій надъ высотою струй воды въ фонтанахъ. Формулою (76) можно пользоваться и въ тѣхъ случаяхъ, когда давленіе на отверстіе истеченія не равно давленію на свободной поверхности. Это имѣетъ мѣсто, напримѣръ, въ томъ случаѣ, когда отверстіе погружено въ другой сосудъ съ подобною же жидкостью, на нѣкоторую глубину h_1 подъ свободною поверхностью, тогда давленіе $p = p_0 + \triangle h_1$. Въ этомъ случаѣ, т. е. при **истеченіи черезъ затопленное отверстіе**

$$V = \sqrt{2g\left(h + \frac{p_0 - p_0 - \triangle h_1}{\triangle}\right)}$$

или

$$V = \sqrt{2g\,(h - h_1)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (78)$$

Изъ уравн. (72) имѣемъ:

$$\frac{p_0 - p}{\triangle} = \frac{V^2 - V_0^2}{2g} - (z_0 - z) + \zeta$$

откуда

$$p = p_0 + \frac{\triangle}{2g}(V_0^2 - V^2) + \triangle(z_0 - z) - \triangle\zeta$$

Для совершенныхъ жидкостей $\zeta = 0$, а потому

$$p = p_0 + \frac{\triangle}{2g}(V_0^2 - V^2) + \triangle(z_0 - z) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (79)$$

Въ этомъ уравненіи величина

$$p_0 + \triangle(z_0 - z)$$

представляетъ собою гидростатическое давленіе въ разсматриваемомъ сѣченіи.

Изъ уравн. (79) видно, что гидродинамическое давленіе p вообще не равно гидростатическому. При $V_0 > V$, т. е. для сѣченій, площадь которыхъ болѣе площади свободной поверхности (см. ур. 74)

$$p > p_0 + \triangle(z_0 - z).$$

Для сѣченій, площади которыхъ менѣе площади свободной поверхности ($V_0 < V$)

$$p < p_0 + \triangle(z_0 - z)$$

и при равенствѣ площадей ($V_0 = V$)

$$p = p_0 + \triangle(z_0 - z).$$

При выводѣ формулъ истеченія, мы полагали жидкость совершенною, при разсмотрѣніи же истеченія дѣйствительной жидкости приходится принимать во вниманіе гидравлическія сопротивленія и вводить въ формулы поправки, о чемъ сказано будетъ ниже.

Обратимся еще разъ къ форм. (75) и положимъ, пренебрегаемъ величиною $\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2$, вслѣдствіе того, что площадь ω мала сравнительно съ площадью ω_0, тогда форм. (75), при постоянномъ уровнѣ, т. е. при $z_0 - z = h$, приметъ видъ

$$V = \sqrt{2g\,\frac{\triangle h + p_0 - p}{\triangle}},$$

гдѣ $\triangle h + p_0 - p = P =$ полному давленію (на единицу площади), которому подвергается жидкость; подставляя величину P въ вышеприведенное уравненіе, получимъ:

$$V = \sqrt{2g\,\frac{P}{\triangle}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (80)$$

Если имѣется еще сосудъ съ другой жидкостью, то для нея

$$V_1 = \sqrt{2g\frac{P_1}{\triangle_1}}.$$

Отношеніе скоростей будетъ:

$$\frac{V}{V_1} = \sqrt{\frac{P}{P_1} \cdot \frac{\triangle_1}{\triangle}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (81)$$

При $\triangle_1 = \triangle$

$$\frac{V}{V_1} = \sqrt{\frac{P}{P_1}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (82)$$

При $P = P_1$

$$\frac{V}{V_1} = \sqrt{\frac{\triangle_1}{\triangle}}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (83)$$

т. е. при одинаковыхъ плотностяхъ, скорости истеченія пропорц. $\sqrt{\ }$ изъ давленій, а при одинаковыхъ давленіяхъ, скорости обратно пропорц. $\sqrt{\ }$ изъ плотностей, т. е. чѣмъ плотность жидкости меньше, тѣмъ скорость истеченія ея будетъ больше. Формулы (82) и (83) какъ бы противорѣчатъ форм. (77), но чѣмъ больше $\triangle$, тѣмъ больше давленіе p, а чтобы жидкость болѣе легкая производила бы то же давленіе—она должна имѣть большую высоту въ сосудѣ и скорость $V = \sqrt{2gh}$, при большей высотѣ h, будетъ больше.

Опредѣленіе расхода.

25. При извѣстной скорости истеченія V легко опредѣлить такъ называемый р а с х о д ъ, т. е. объемъ жидкости, вытекающій въ единицу времени.

Предположимъ, что направленія движенія частицъ при выходѣ изъ отверстія перпендикулярны къ плоскости послѣдняго и скорости для всѣхъ одинаковы, тогда расходъ будетъ:

$$Q = \omega V \quad \ldots \ldots \ldots \quad (84)$$

Если движеніе неустановившееся, то скорость V будетъ функціею времени и

$$Q = \omega \int_t^{t+1} V dt \quad \ldots \ldots \ldots \quad (85)$$

Истеченіе изъ отверстія въ боковой стѣнкѣ сосуда.

26. При истеченіи изъ отверстія въ боковой стѣнкѣ сосуда различныя струйки обладаютъ различными скоростями, такъ какъ онѣ находятся на различныхъ глубинахъ подъ свободною поверхностью. Разобьемъ отверстіе на безконечно узкія горизонтальныя полоски, шириною $= y$ и высотою $= db$. Положимъ стѣнка, въ которой имѣется отверстіе, наклонена къ горизонту подъ угломъ α (ф. 24). Положимъ у насъ имѣется совершенная жидкость, тогда элементарный расходъ будетъ:

$$dQ = y \,.\, db \sqrt{2gz}.$$

гдѣ

$$db = \frac{dz}{\sin\alpha}$$

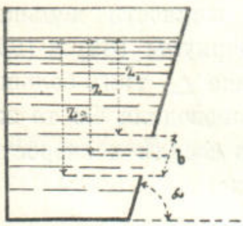
а потому

$$dQ = \frac{ydz}{\sin\alpha}\sqrt{2gz}$$

или

$$Q = \frac{\sqrt{2g}}{\sin\alpha}\int_{z_1}^{z_2} y\sqrt{z}\,.\,dz \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (86)$$

Если отверстіе будетъ прямоугольное, ширина котораго $= l$ и высота b, то предыдущее уравненіе приметъ видъ:



24.

$$Q = \frac{\sqrt{2g}}{\sin\alpha}\int_{z_1}^{z_2} l\sqrt{z}\,.\,dz = \frac{2}{3}\frac{\sqrt{2g}}{\sin\alpha}\, l\,(z_2^{3/2} - z_1^{3/2})$$

но такъ какъ

$$z_2 - z_1 = b\sin\alpha$$

и

$$\sin\alpha = \frac{z_2 - z_1}{b},$$

то предыдущее уравненіе приметъ слѣдующій видъ:

$$Q = \frac{2}{3} b \,.\, l\sqrt{2g}\,\frac{z_2^{3/2} - z_1^{3/2}}{z_2 - z_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (87)$$

Въ этой формулѣ произведеніе $bl = \omega =$ площади отверстія.

Если величина $z_2 - z_1$ будетъ невелика въ сравненіи съ глубиною погруженія отверстія, то форм. (87) можно упростить, полагая скорости во всѣхъ точкахъ одинаковыми и равными скорости въ центрѣ тяжести площади отверстія, [т. е. принять расходъ равнымъ

$$Q = \omega\sqrt{2gh}, \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (88)$$

гдѣ h—глубина погруженія центра тяжести площади отверстія. Примѣняя формулу (88), мы дѣлаемъ весьма небольшую ошибку *).

*) Въ справедливости этого заключенія можно убѣдиться, если z_1 и z_2 выразить черезъ μ и h, гдѣ

$$\mu = \frac{z_2 - z_1}{2h}.$$

Такъ какъ

$$h = \frac{z_2 + z_1}{2},$$

Если отверстіе симметрично относительно горизонтальной оси, то $h = \frac{z_1 + z_2}{2}$ и формула (88) приметъ видъ:

$$Q = \omega \sqrt{2g \frac{z_1 + z_2}{2}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (89)$$

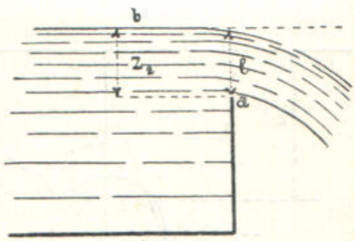
Если въ формулѣ (87) принять $z_1 = 0$, то получимъ:

$$Q = \frac{2}{3}\, bl \sqrt{2gz_2} = \frac{2}{3}\, \omega \,.\, \sqrt{2gz_2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (90)$$

Эта формула опредѣляетъ расходъ въ случаѣ истеченія черезъ водосливъ (ф. 25).

Слѣдовательно при водосливѣ средняя скорость истеченія $= \frac{2}{3} \sqrt{2gz_2}$. Наибольшая скорость у порога a водослива $= \sqrt{2gz_2}$, откуда видно, что средняя скорость при водосливѣ $= \frac{2}{3}$ наибольшей скорости у порога водослива.

Паденіе уровня воды при водосливѣ начинается въ нѣкоторой точкѣ b, не доходя до порога.



25.

При свободномъ истеченіи жидкости въ воздушное пространство (ф. 25), имѣется такъ называемый полный водосливъ, въ отличіе отъ случая, когда порогъ водослива погруженъ въ жидкость ниже лежащаго сосуда (ф.26), т. е. когда у насъ имѣется такъ называемый неполный водосливъ, и въ этомъ случаѣ паденіе начинается въ нѣкоторой точкѣ b. Положимъ ширина водослива будетъ l.

то

$$z_1 = \frac{z_2 + z_1}{2} - \frac{z_2 - z_1}{2} = h\,(1 - \mu)$$

$$z_2 = \frac{z_2 + z_1}{2} + \frac{z_2 - z_1}{2} = h\,(1 + \mu)$$

и (см. ур. 87)

$$Q = \omega \sqrt{2gh}\; \frac{(\mu + 1)^{3/2} - (1 - \mu)^{3/2}}{3\mu}\,.$$

Разлагая $(1 + \mu)^{3/2} - (1 - \mu)^{3/2}$ въ рядъ по степенямъ и ограничиваясь четвертыми степенями μ, можемъ принять

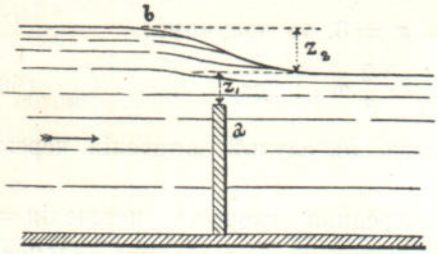
$$\frac{(1+\mu)^{3/2} - (1-\mu)^{3/2}}{3\mu} = 1 - \frac{\mu^2}{24}$$

а тогда

$$Q = \omega \sqrt{2gh}\left(1 - \frac{(z_2 - z_1)^2}{96h^2}\right).$$

Если положить $z_2 - z_1 = h$, т. е. $\mu = \frac{1}{2}$, то $\frac{\mu^2}{24} = \frac{1}{96}$. Какъ видно, принимая величину въ скобкахъ $= 1$, дѣлаемъ очень незначительную ошибку, даже при неособенно малой величинѣ $z_2 - z_1$.

Расходъ жидкости можно разсматривать состоящимъ изъ 2-хъ частей: 1) расхода черезъ полный водосливъ при напорѣ z_2 и 2) расхода черезъ отверстіе сѣченіемъ $l \,.\, z_1$, погруженное въ другой сосудъ (фиг. 26). Слѣдовательно на основаніи формулъ (78) и (90) можно написать:



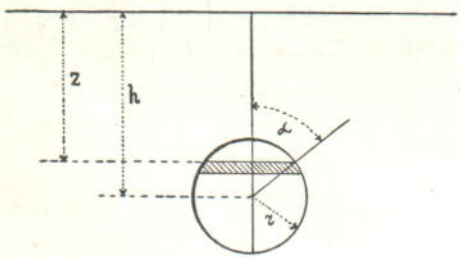
26.

$$Q = l \quad z_1 \sqrt{2g\,(z_2 + z_1 - z_1)} + $$
$$+ \frac{2}{3}\, l \,.\, z_2 \sqrt{2gz_2}$$

или

$$Q = l \sqrt{2gz_2}\left(z_1 + \frac{2}{3}\, z_2\right) \ldots (91)$$

Какъ уже было указано, паденіе уровня жидкости начинается въ точкѣ b (фиг. 25 и 26). Обозначимъ толщину слоя жидкости надъ порогомъ a черезъ e (фиг. 25), черезъ l и L ширину водослива и сосуда, тогда по даннымъ Понселе при



27.

$$\frac{l}{L} = 1 \quad . \;.\; .\; .\; . \quad \frac{z_2}{e} = 1{,}25$$

и при

$$\frac{l}{L} = 1{,}86 \quad . \;.\; . \quad \frac{z_2}{e} = 1{,}178.$$

Если отверстіе въ боковой вертикальной стѣнкѣ, положимъ, будетъ круглое и центръ его помѣщается на глубинѣ h (фиг. 27), то возьмемъ полоску на глубинѣ z, для нея:

$$y = 2r \sin\alpha \quad \text{и} \quad h = z + r\cos\alpha,$$

гдѣ r—радіусъ отверстія; $dz = r \sin\alpha\, d\alpha$, а потому уравненіе

$$dQ = y\; db \sqrt{2gz}$$

приметъ слѣдующій видъ:

$$dQ = \sqrt{2g} \,.\, 2r \sin\alpha \,.\, r \sin\alpha\, d\alpha \sqrt{h - r\cos\alpha} \,.\, d\alpha =$$
$$= \sqrt{2g} \quad 2r^2 \sin^2\alpha \sqrt{h - r\cos\alpha} \,.\, d\alpha$$

и

$$Q = 2r^2 \sqrt{2gh} \int_0^{\pi} \sin^2\alpha \sqrt{1 - \frac{r}{h}\cos\alpha} \,.\, d\alpha$$

по биному Ньютона

$$\left(1-\frac{r}{h}\cos\alpha\right)^{1/2}=1-\frac{1}{2}\frac{r}{h}\cos\alpha-\frac{1}{8}\left(\frac{r}{h}\right)^2\cos^2\alpha$$

и

$$Q=2r^2\sqrt{2gh}\left[\int\limits_0^\pi \sin^2\alpha\, d\alpha-\frac{1}{2}\frac{r}{h}\int\limits_0^\pi \sin^2\alpha\quad\cos\alpha\,.\,d\alpha-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{8}\left(\frac{r}{h}\right)^2\int\limits_0^\pi \sin^2\alpha\,.\,\cos^2\alpha\, d\alpha\right]$$

или

$$Q=\pi r^2\sqrt{2gh}\left(1-\frac{1}{32}\frac{r^2}{h^2}\right)\quad.\;.\;.\;.\;.\;.\quad(92)$$

Истеченіе изъ отверстія въ боковой стѣнкѣ, когда жидкость въ сосудѣ, передъ выпускнымъ отверстіемъ, имѣетъ замѣтную скорость.

27. Если жидкость передъ отверстіемъ истеченія имѣетъ замѣтную скорость v, то необходимо принять во вниманіе вліяніе напора $\frac{v^2}{2g}$ соотвѣтствующаго скорости v, а потому расходъ будетъ (см. форм. 86)

$$Q=\frac{\sqrt{2g}}{\sin\alpha}\int\limits_{z_1+\frac{v^2}{2g}}^{z_2+\frac{v^2}{2g}} y\sqrt{z}\quad dz\quad.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\quad(93)$$

Если стѣнка вертикальна, отверстіе имѣетъ видъ прямоугольника и $y=l$, то

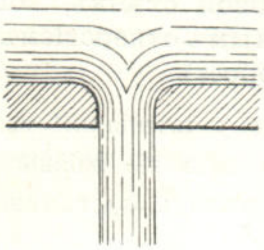
$$Q=l\sqrt{2g}\int\limits_{z_1+\frac{v^2}{2g}}^{z_2+\frac{v^2}{2g}}\sqrt{z}\,.\,dz=\frac{2}{3}\,l\sqrt{2g}\left[\left(z_2+\frac{v^2}{2g}\right)^{3/2}-\left(z_1+\frac{v^2}{2g}\right)^{3/2}\right]\quad.\quad(94)$$

Для полнаго водослива $z_1=0$, а потому

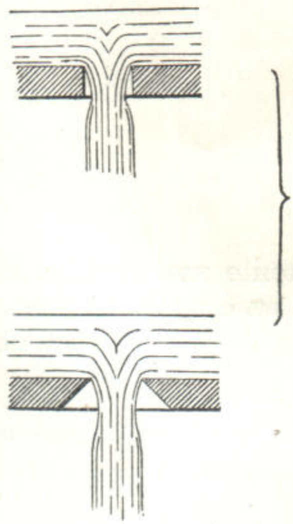
$$Q=\frac{2}{3}\,l\sqrt{2g}\left[\left(z_2+\frac{v^2}{2g}\right)^{3/2}-\left(\frac{v^2}{2g}\right)^{3/2}\right]\;.\;.\;.\;.\;.\quad(95)$$

Коэффиціенты расхода, сжатія и скорости.

28. При выводѣ формулъ предыдущихъ §§, мы не принимали во вниманіе вліянія гидравлическихъ сопротивленій и полагали кромѣ того, что струйки при выходѣ изъ отверстія перпендикулярны къ площади послѣдняго, что справедливо не для всѣхъ струекъ. Вслѣдствіе уклоненія струекъ отъ нормальнаго направленія, происходитъ ударъ частицъ о частицы, перемѣщеніе послѣднихъ или такъ называемое сжатіе струи—явленіе въ первый разъ замѣченное Ньютономъ. Вслѣдствіе сжатія струи на нѣкоторомъ, весьма близкомъ, разстояніи отъ отверстія, площадь поперечнаго сѣченія струи достигаетъ наименьшаго значенія, въ этомъ сжатомъ мѣстѣ струйки протекаютъ, сохраняя свою параллельность. Если края отверстія въ толстой стѣнкѣ закруглены, то эти закругленія способствуютъ постепенному сжатію струи (фиг. 28) и частицы вытекающей воды можно считать перемѣщающимися па-



28.



29.

раллельно самимъ себѣ, и слѣдовательно давленіе здѣсь должно распредѣляться по гидростатическому закону. Сжатіе же замѣтно при отверстіяхъ, не имѣющихъ закругленій или сдѣланныхъ въ тонкихъ стѣнкахъ (фиг. 29).

Пусть Q_1 будетъ дѣйствительный расходъ жидкости, V_1 — дѣйствительная средняя скорость и ω_1 — площадь поперечнаго сжатаго сѣченія струи, тогда

$$Q_1 = \omega_1 V_1 \qquad (96)$$

Теоретическій расходъ Q опредѣлялся нами по форм. (84). Найдемъ отношеніе $\frac{Q_1}{Q}$:

$$\frac{Q_1}{Q} = \frac{\omega_1}{\omega} \frac{V_1}{V}.$$

Положимъ

$$\frac{Q_1}{Q} = \mu, \quad \frac{\omega_1}{\omega} = \alpha \quad \text{и} \quad \frac{V_1}{V} = \varphi \qquad (97)$$

тогда

$$\mu = \alpha\varphi \qquad (98)$$

Коэффиціенты μ, α и φ называются коэффиціентами **расхода**, **сжатія** и **скорости**, каждый изъ нихъ меньше единицы.

Уравненіе (98) показываетъ, что коэффиціентъ расхода = произведенію изъ коэффиціента сжатія на коэффиціентъ скорости.

Для прямоугольныхъ и круглыхъ отверстій, въ тонкой стѣнкѣ, согласно опытамъ, можно принять слѣдующія численныя значенія:

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= 0{,}64 \\ \varphi &= 0{,}97 \text{ до } 0{,}975 \\ \mu &= 0{,}64 \,.\, 0{,}97 = 0{,}62 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (99)$$

Величина φ болѣе или менѣе постоянна, а потому μ исключительно зависитъ отъ α. Численная величина μ обыкновенно измѣняется отъ 0,60 до 0,64, при очень малыхъ же отверстіяхъ и малыхъ напорахъ μ доходитъ до 0,68—0,70.

Зная коэффиціенты скорости и расхода, мы можемъ опредѣлить дѣйствительную скорость и дѣйствительный расходъ помощью тѣхъ же формулъ, какія были нами выведены выше. Дѣйствительная скорость (см. форм. 77) будетъ $V_1 = \varphi \sqrt{2gh}$ или напишемъ безъ значковъ

$$V = \varphi \sqrt{2gh} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (100)$$

Дѣйствительный расходъ (см. форм. 84) равенъ:

$$Q = \omega_1 V_1 = \frac{\omega_1}{\omega} \,.\, \omega \,.\, V_1$$

или

$$Q = \alpha \varphi \omega \sqrt{2gh} = \mu \omega \sqrt{2gh} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (101)$$

Пользуясь формулою (100) можно, напримѣръ, опредѣлить дѣйствительную высоту струи фонтана, пренебрегая сопротивленіемъ воздуха. Теоретическая высота, пренебрегая сопротивленіями, опредѣлится изъ формулы (77):

$$h = \frac{V^2}{2g} \,.$$

Дѣйствительная высота фонтана

$$h_1 = \frac{V_1^{\,2}}{2g}$$

но $V_1 = \varphi V$, а потому

$$h_1 = \varphi^2 \frac{V^2}{2g} = \varphi^2 h,$$

т. е. дѣйствительная высота = произведенію квадрата коэффиціента скорости на напоръ.

Что касается формы струи истеченія, то измѣняя видъ и расположеніе отверстія, можно получить струю самой разнообразной и даже причудливой формы.

Различные случаи сжатія струи жидкости.

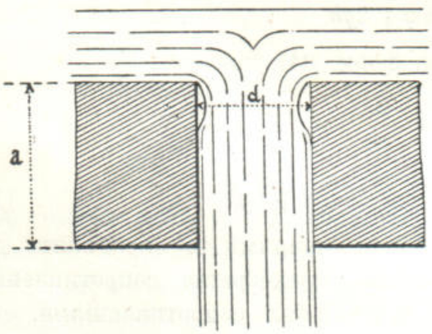
29. Въ предыдущемъ параграфѣ мы видѣли, что при толстой стѣнкѣ, съ закругленными краями отверстія, $\alpha = 1$. Другое нѣсколько явленіе происходитъ, если не закруглять края отверстія; въ этомъ случаѣ жидкость, какъ и въ случаѣ истеченія черезъ отверстіе въ тонкой стѣнкѣ, сначала сжимается, но затѣмъ опять пристаетъ къ стѣнкамъ отверстія, если размѣръ a не менѣе $1{,}5d$ (фиг. 30), и вытекаетъ, заполняя отверстіе, слѣдовательно и въ данномъ случаѣ надо принять

$$\alpha = 1 \quad \text{и} \quad \mu = \alpha\varphi = \varphi.$$

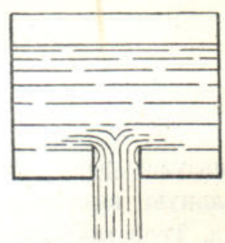
По опытамъ оказывается, что въ этомъ случаѣ коэффиціентъ расхода

$$\mu = 0{,}815 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (102)$$

а не 0,62, какъ это имѣло мѣсто въ случаѣ отверстія въ тонкой стѣнкѣ. Тѣ же явленія происходятъ и въ томъ случаѣ, когда къ отверстію въ тонкой стѣнкѣ присоединяется призматическая или



30.


31.

цилиндрическая трубочка (фиг. 31). Какъ въ томъ, такъ и въ другомъ случаѣ увеличивается расходъ въ $\frac{815}{620} = 1{,}314$ разъ, т. е. болѣе чѣмъ на 30%.

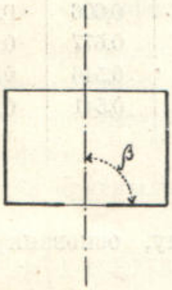
Въ разсматриваемомъ случаѣ и $\varphi = 0{,}815$, изъ табл. же (99) $\varphi = 0{,}970$, а потому скорость истеченія уменьшается въ $\frac{970}{815} = 1{,}19$ разъ.

Живая сила движущейся струи жидкости пропорціональна расходу и квадрату скорости, дѣйствительно живая сила будетъ:

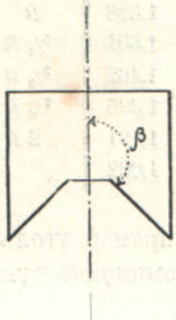
$$\frac{\triangle Q}{g} \cdot \frac{V^2}{2} = \frac{\triangle Q V^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (103)$$

Слѣдовательно въ вышеприведенномъ случаѣ истеченія живая сила уменьшается въ $\frac{1{,}19^2}{1{,}314} = 1{,}078$ раза, т. е. почти на 8%.

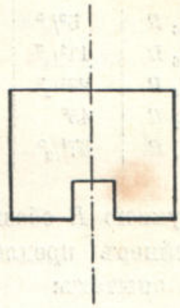
Изъ сказаннаго вытекаетъ, что если хотимъ скорѣе опорожнить сосудъ, то отверстіе слѣдуетъ дѣлать въ толстой стѣнкѣ; если же



32.



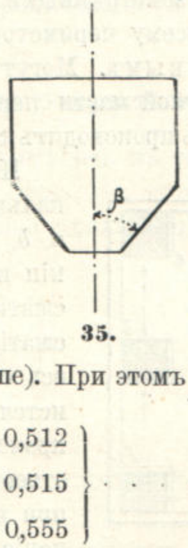
33.



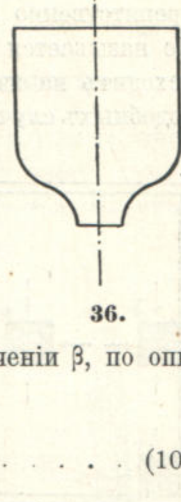
34.

вытекающею струею приводится въ движеніе какой нибудь пріемникъ, то выгоднѣе отверстіе дѣлать въ тонкой стѣнкѣ. Вообще степень сжатія зависитъ отъ угла β, составляемаго дномъ сосуда съ его осью (фиг. 32 — 36). Наименьшее сжатіе будетъ при $\beta = 0$ (фиг. 36). Для такихъ сосудовъ $\alpha = \infty 1$, слѣдовательно

$$\mu = \varphi = 0,975 \quad . \; . \; . \quad (104)$$



35.



36.

Максимальное сжатіе будетъ при $\beta = 180°$ (фиг. 34, если длина трубки близка къ діаметру, при большей же длинѣ можетъ имѣть мѣсто случай, разсмотрѣнный выше). При этомъ значеніи β, по опытамъ Борда,

$$\left.\begin{array}{ll} & \alpha = 0,512 \\ \text{и} & \mu = 0,515 \\ \text{по Бидону} & \mu = 0,555 \end{array}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (105)$$

При $\beta = 90°$ (фиг. 32) коэффиціенты имѣютъ значенія, приведенныя въ таблицѣ 99. Для сосудовъ, представленныхъ на фиг. 33 и 35, коэффиціенты имѣютъ промежуточныя значенія.

По опытамъ Вейсбаха для круглыхъ отверстій зависимость между β, μ и $\frac{\mu}{\mu_0}$ (гдѣ μ_0 — коэффиціентъ расхода при $\beta = R = 90°$) выражается слѣдующею таблицею *):

*) См. Grashof. Hydraulik. 1875, s. 447.

β		μ	$\frac{\mu}{\mu_0}$	β		μ	$\frac{\mu}{\mu_0}$
0	0	0,966	1,528	R	90°	0,632	1,000
$^1/_{16}\,R$	$5^3/_4{}^\circ$	0,949	1,501	$^5/_4\,R$	$112^1/_2{}^\circ$	0,606	0,959
$^1/_8\,R$	$11^1/_4{}^\circ$	0,924	1,462	$^3/_2\,R$	135°	0,577	0,913
$^1/_4\,R$	$22^1/_2{}^\circ$	0,882	1,395	$^7/_4\,R$	$157^1/_2{}^\circ$	0,546	0,864
$^1/_2\,R$	45°	0,753	1,191	$2\,R$	180°	0,541	0,856
$^3/_4\,R$	$67^1/_2{}^\circ$	0,684	1,082				

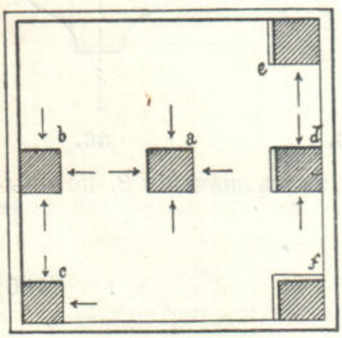
гдѣ буквою R обозначенъ прямой уголъ.

Цейнеръ предложилъ эмпирическую формулу, основанную на этихъ опытахъ:

$$\frac{\mu}{\mu_0} = 1 + 0{,}33214\, cos^2\beta + 0{,}16672\, cos^4\beta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (106)$$

Неполное сжатіе.

30. Въ выше разсмотрѣнныхъ случаяхъ сжатіе происходило безпрепятственно по всему периметру выпускного отверстія, такое сжатіе называется полнымъ. Могутъ быть случаи, когда сжатіе происходитъ на извѣстной части периметра выпускного отверстія, при подобныхъ случаяхъ происходитъ такъ называемое неполное сжатіе.



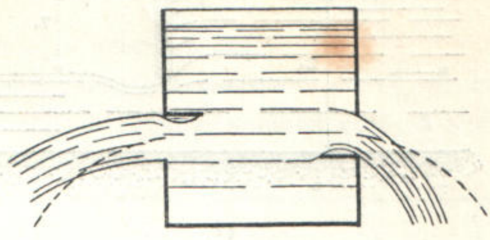
37.

Положимъ, въ днѣ сосуда съ вертикальными стѣнками имѣются отверстія: a, b, c, d, e и f (фиг. 37). При истеченіи изъ отверстія a происходитъ полное сжатіе, при истеченіи изъ отверстія b сжатіе происходитъ съ трехъ сторонъ и ось струи отклоняется въ сторону, при истеченіи изъ отверстій c и d — сжатіе происходитъ съ двухъ сторонъ (около отверстія d имѣется внутри стѣнка), но при истеченіи изъ c происходитъ отклоненіе струи, при истеченіи же изъ d — струя сохраняетъ вертикальное направленіе. При истеченіи изъ отверстія e сжатіе происходитъ съ одной стороны и при истеченіи изъ f сжатія не происходитъ. Тѣ же самыя явленія происходятъ, если отверстія имѣются въ боковой стѣнкѣ сосуда, причемъ помѣщенная около отверстія пластинка отклоняетъ струю (см. фиг. 38, пунктиромъ обозначены направленія струй при полномъ сжатіи).

На основаніи опытовъ Бидона и Вейсбаха зависимость между коэффиціентами μ_1 и μ выражается слѣдующ. формул.:

$$\mu_1 = \mu\left(1 + 0{,}152\,\frac{N}{P}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \qquad (107)$$

гдѣ μ_1—коэффиціентъ расхода при неполномъ сжатіи и μ = коэф. расхода при полномъ сжатіи (см. табл. 99), $\frac{N}{P}$ — отношеніе закрытой части периметра къ полному периметру даннаго отверстія.



38.

Для круглыхъ отверстій

$$\mu_1 = \mu\left(1 + 0{,}128\,\frac{N}{P}\right) \ldots (108)$$

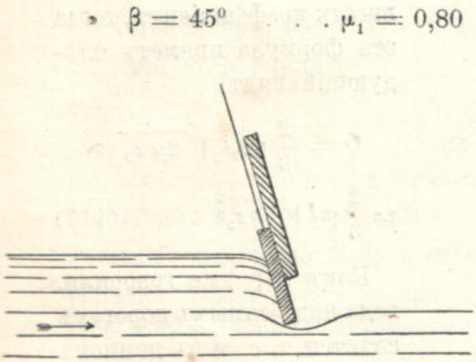
Различаютъ еще несовершенное сжатіе, происходящее въ томъ случаѣ, когда отношеніе площади отверстія къ площади сосуда имѣетъ болѣе значительную величину сравнительно съ тою, которая была разсмотрѣна нами выше.

Отверстіе снабжено открытымъ русломъ.

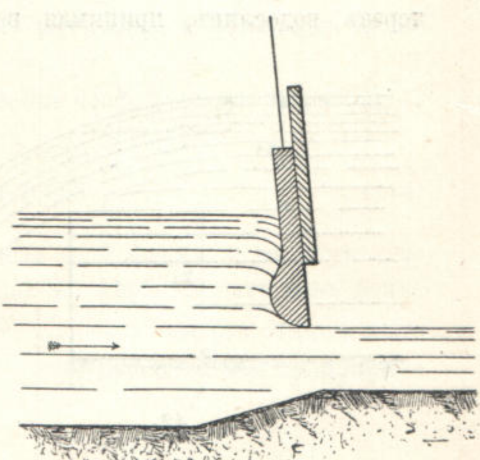
31. Формулу (107) можно примѣнять въ тѣхъ случаяхъ, когда въ рабочемъ руслѣ имѣется щитъ (фиг. 39), которому часто даютъ наклонъ,—теперь понятно съ какою цѣлью это дѣлается. По опытамъ Понселе

при $\beta = 63^1/_2{}^0$ . . . $\mu_1 = 0{,}75$

» $\beta = 45^0$ . . . $\mu_1 = 0{,}80$



39.

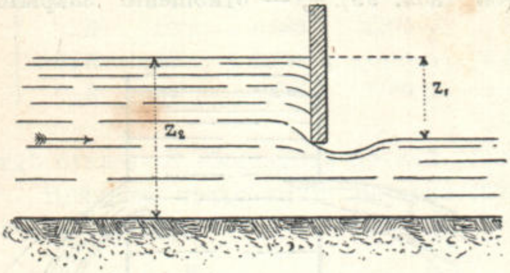


40.

По Редтенбахеру въ подобныхъ случаяхъ величину μ_1 можно опредѣлять по формулѣ:

$$\mu_1 = 1 - 0{,}0043 \cdot \beta^0 \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \quad (109)$$

причемъ ширина отверстія полагается = ширинѣ русла.



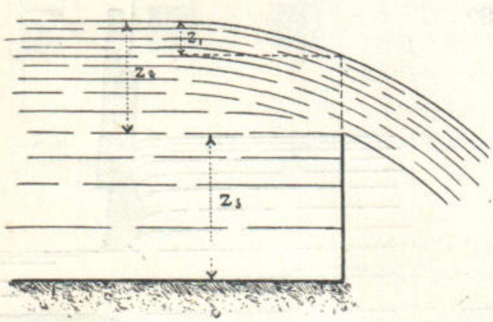
41.

Весьма часто щитъ ставятъ вертикально. Для уменьшенія сжатія—нижнюю часть щита дѣлаютъ закругленною. Если бы пожелали увеличить коэф. расхода, то по руслу подъ щитомъ, надо придавать особую форму (фиг. 40). Если отверстіе снабжено русломъ, въ которомъ вода движется прямолинейно (фиг. 41), то для опредѣленія расхода можно пользоваться формулою (89) и вводя коэф. расхода получимъ

$$Q = \mu_1 \, . \, \omega \sqrt{2g \frac{z_1 + z_2}{2}} \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \quad (110)$$

Опредѣленіе расхода черезъ водосливъ, принимая во вниманіе гидравлическія сопротивленія.

32. Въ § 26 была выведена формула (90), опредѣляющая расходъ черезъ водосливъ, принимая во вниманіе вредныя сопротивленія, необходимо въ формулу ввести коэффиціентъ, тогда эта формула приметъ слѣдующій видъ:



42.

$$Q = \frac{2}{3} \mu z_2 l \sqrt{2g z_2} =$$

$$= \frac{2}{3} \mu \, l \sqrt{2g} \, z_2^{\frac{3}{2}} \; . \; . \; . \quad (111)$$

Какъ мы уже говорили, вода надъ самымъ порогомъ садится, т. е. и въ данномъ случаѣ происходитъ сжатіе и верхнія струйки въ моментъ прохожденія надъ порогомъ находятся подъ давленіемъ z_1 (фиг. 42).

Слѣдовательно въ этомъ случаѣ можно пользоваться и форм. (89), которая въ данномъ случаѣ можетъ быть написана такъ:

$$Q = l\,(z_2 - z_1)\sqrt{2g\frac{z_1 + z_2}{2}}$$

гдѣ l = ширинѣ водослива.

Вводя коэф. расхода получимъ

$$Q = \mu\, l (z_2 - z_1)\sqrt{2g\frac{z_1 + z_2}{2}} \quad \ldots\ldots \quad (112)$$

гдѣ величины z_1 и z_2 опредѣляются опытомъ.

Понселе и Лебро даютъ прямо значенія коэффиц. $\mu' = \frac{2}{3}\,\mu$ въ форм. (111), для водосливовъ въ тонкой стѣнкѣ, ширина которой значительно больше ширины водослива.

$z_2 = 0{,}01$ $\mu' = 0{,}424$	0,02 0,417	0,03 0,412	0,04 0,407	0,05 0,404	0,06 0,401	0,07 0,398	0,08 0,397
$z_2 = 0{,}09$ $\mu' = 0{,}396$	0,10 0,395	0,14 0,393	0,16 0,393	0,20 0,390	0,25 0,379	0,30 0,371	метр.

Вейсбахъ совѣтуетъ исправлять коэффиц., опредѣленный по этой таблицѣ, и брать вмѣсто него коэффиц. μ'', который опредѣляется изъ формулы

$$\mu'' = \mu'\left[1 + 1{,}718\left(\frac{l\,.\,z_2}{L\quad z_3}\right)^4\right] \quad \ldots\ldots \quad (113)$$

гдѣ L — ширина стѣнки, l — ширина водослива, а остальныя величины обозначены на черт. 42.

Редтенбахеръ даетъ для опредѣленія коэф. $\frac{2}{3}\,\mu$ въ форм. (111) слѣдующую формулу:

$$\frac{2}{3}\,\mu = 0{,}381 + 0{,}062\,\frac{l}{L} \quad \ldots\ldots \quad (114)$$

при чемъ обусловливаетъ правильность этой формулы въ томъ случаѣ, когда сѣченіе резервуара по крайней мѣрѣ въ пять разъ болѣе площади $l\,.\,z_2$, когда дробь $\frac{l}{L}$ не менѣе $\frac{1}{3}$, когда высота порога надъ уровнемъ нижняго резервуара, въ который вода вливается, не менѣе $2z_2$ и когда стѣнка, образующая водосливъ, тонкая.

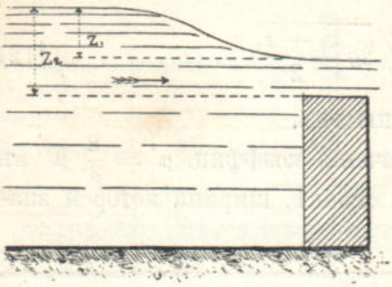
При $$\frac{l}{L} = 1$$

$$\frac{2}{3}\,\mu = 0{,}443$$

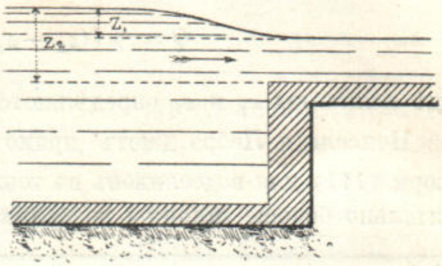
и

$$Q = 0{,}443\ z_2\ l\sqrt{2g\ z_2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (115)$$

Когда стѣнка водослива толстая, то образуется какъ бы русло (фиг. 43—44). Въ этомъ случаѣ въ руслѣ частицы движутся по пря-



43.



44.

мымъ, параллельнымъ дну русла, и потому скорости всѣхъ струекъ должны считать одинаковыми со скоростью верхнихъ струекъ, *) которыя находятся подъ напоромъ z_1 и

$$Q = \mu\ l\ (z_2 - z_1)\sqrt{2g\ z_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (116)$$

Опыты указываютъ на очень интересный фактъ: высота надъ порогомъ $(z_2 - z_1)$ устанавливается приблизительно такая, при которой Q достигаетъ своего *maximum*'а, а потому приравнивая нулю производную по z_1 отъ функціи $(z_2 - z_1)\sqrt{z_1}$ т. е.

$$z_2 - 3z_1 = 0$$

получимъ, что

$$z_1 = \frac{z_2}{3}$$

или

$$z_2 - z_1 = \frac{2}{3}\, z_2$$

а потому приблизительно

$$Q = \frac{2}{3}\mu\ l\ z_2 \sqrt{2g\,\frac{z_2}{3}} = 0{,}385\ \mu\ l\ z_2\sqrt{2g\ z_2} \quad \ldots\ldots \quad (117)$$

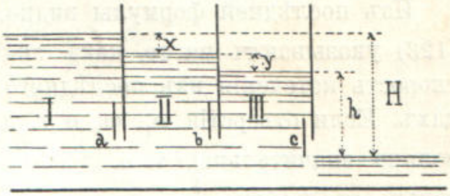
Истеченіе жидкости изъ сообщающихся сосудовъ.

33. Весьма часто приходится наблюдать истеченіе жидкости изъ сосудовъ, которые находятся въ сообщеніи между собою и изъ которыхъ каждый имѣетъ щиты, измѣняющіе величину отверстій.

---

*) Пренебрегаемъ треніемъ частицъ жидкости о дно и стѣнки русла.

Положимъ полный напоръ $= H$. Если закрыть щитъ c, то, при открытыхъ щитахъ a и b, жидкость во всѣхъ трехъ сосудахъ I, II, III (фиг. 45) будетъ стоять на одномъ уровнѣ. Откроемъ щитъ c, тогда произойдетъ пониженіе уровней въ сосудахъ и для переливанія жидкости изъ сосуда I во II (сосудъ I положимъ питающій и имѣетъ постоянный уровень) необходимъ напоръ x, а для переливанія изъ сосуда II въ III — напоръ y. Допустимъ непрерывность тока, тогда



45.

$$Q = \mu\,\omega_1\sqrt{2g\,x} = \mu\,\omega_2\sqrt{2g\,y} = \\ = \mu\,\omega_3\sqrt{2g\,h}\;\ldots\;(118)$$

или

$$Q = \mu\,\omega_3\sqrt{2g\,(H - x - y)}\;\ldots\;(119)$$

Въ этихъ формулахъ $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ изображаютъ собою площади отверстій истеченія и для всѣхъ принятъ одинаковый коэффиціентъ расхода, хотя само собою разумѣется, могутъ быть коэффиценты разные.

Изъ уравн. (118 и 119) получимъ:

$$x = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\mu\,\omega_1}\right)^2,\; y = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\mu\,\omega_2}\right)^2,\; H - x - y = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\mu\,\omega_3}\right)^2$$

или

$$H = \frac{1}{2g}\left(\frac{Q}{\mu\,\omega_3}\right)^2 + x + y = \frac{Q^2}{2g}\left[\frac{1}{(\mu\,\omega_1)^2} + \frac{1}{(\mu\,\omega_2)^2} + \frac{1}{(\mu\,\omega_3)^2}\right]$$

откуда

$$Q = \mu\sqrt{\frac{2g\,H}{\frac{1}{\omega_1^{\,2}} + \frac{1}{\omega_2^{\,2}} + \frac{1}{\omega_3^{\,2}}}}$$

Если бы число сосудовъ было положимъ n, то:

$$Q = \mu\sqrt{\frac{2g\,H}{\frac{1}{\omega_1^{\,2}} + \frac{1}{\omega_2^{\,2}} + \cdot\;\cdot\;\cdot + \frac{1}{\omega_n^{\,2}}}}\;\ldots\;.\;(120)$$

Скорость истеченія въ n-мъ сосудѣ будетъ

$$V_n = \frac{Q}{\alpha\,\omega_n} = \varphi\sqrt{\frac{2g\,H}{\left(\frac{\omega_n}{\omega_1}\right)^2 + \left(\frac{\omega_n}{\omega_2}\right)^2 + \;.\;.\;. + \left(\frac{\omega_n}{\omega_{n-1}}\right)^2 + 1}}\;.\;(121)$$

Если $\omega_1 = \omega_2 = \;.\;.\;.\; = \omega_n$

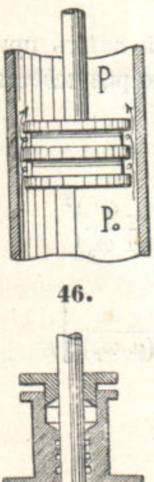
то

$$Q=\mu\sqrt{\frac{\frac{2gH}{n}}{\frac{1}{\omega_n^{\,2}}}}=\mu\omega_n\sqrt{\frac{2gH}{n}}\quad\ldots\ldots\ldots(122)$$

и

$$V_n=\varphi\sqrt{\frac{2gH}{n}}\quad\ldots\ldots\ldots(123)$$

Изъ послѣдней формулы видно, что $h=\frac{H}{n}$. Формулы (122) и (123) указываютъ на то, какъ значительно уменьшается расходъ и скорость истеченія изъ послѣдняго сосуда при сообщающихся сосудахъ. Если отверстія ω_1, ω_2 и т. д. будутъ сравнительно съ ω_n довольно значительны, т. е. дроби $\frac{1}{(\omega_1)^2}$, $\frac{1}{(\omega_2)^2}\ldots$ будутъ малы—сравнительно съ дробью $\frac{1}{(\omega_n)^2}$, то приблизительно:



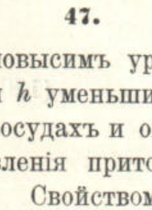
46.

$$Q=\mu\sqrt{\frac{2gH}{\frac{1}{\omega_n^{\,2}}}}=\mu\omega_n\sqrt{2gH}\quad\ldots(124)$$

и

$$V_n=\varphi\sqrt{2gH}\quad\ldots\ldots(125)$$

Какъ видно, въ этомъ случаѣ вліяніе остальныхъ сосудовъ сводится на нуль и мы пользуемся полнымъ напоромъ. Вотъ почему, когда русло развѣтвляется и вода подводится на гидравлическіе пріемники отдѣльными руслами, то не слѣдуетъ стѣснять воду при переходѣ изъ одного русла въ другое.



47.

Уменьшать количество жидкости, вытекающей изъ послѣдняго отверстія, можно различнымъ образомъ: уменьшая отверстіе c—мы уменьшаемъ расходъ Q и, слѣдовательно жидкость въ сосудахъ II и III подымется и h увеличится—это наиболѣе раціональный способъ регулированія, уменьшая отверстіе b—повысимъ уровень во II сосудѣ и понизимъ въ III, слѣдовательно и h уменьшится, уменьшая отверстіе a—понизимъ уровни во II и III сосудахъ и опять h уменьшится, а потому послѣдніе два способа управленія притокомъ жидкости въ нижнее русло менѣе раціональны.

Свойствомъ сообщающихся сосудовъ понижать напоръ h пользуются и въ машиностроеніи, напримѣръ, имѣя поршни безъ колецъ съ кольцеобразными каналами (лабиринтная набивка) мы можемъ уменьшить протокъ жидкости или газа (фиг. 46).

Положимъ величина площади кольцеобразнаго зазора между поршнемъ и стѣнками ω_0, то при давленіяхъ p и p_0 жидкости, съ каждой стороны поршня, потеря жидкости черезъ зазоры (въ 1 секунду) будетъ (см. форм. 124):

$$Q = \mu \cdot \omega_0 \sqrt{\frac{2g\,(p - p_0)}{\triangle}} \quad \ldots\ldots\ldots (126)$$

гдѣ $\triangle$ плотность данной жидкости (вѣсъ ед. объема). Если будемъ имѣть n заточекъ, т. е. n неглубокихъ желобковъ (фиг. 46), то вышеуказанная потеря будетъ

$$Q = \mu\, \omega_0 \sqrt{\frac{2g\,(p - p_0)}{n\triangle}} \quad \ldots\ldots\ldots (127)$$

т. е. значительно меньше первой.

Подобно поршнямъ устраиваются и сальники, которые также снабжаются кольцевыми каналами — для уменьшенія протока жидкости или газа (фиг. 47).

Истеченіе жидкостей изъ насадокъ.

34. Насадками называются трубки различной формы, длина которыхъ $l = (2$ до $3)\ d$, гдѣ $d =$ діаметру насадки. Если трубка въ поперечномъ сѣченіи имѣетъ форму правильнаго многоугольника или квадрата, то за d принимаютъ діаметръ вписаннаго круга.

Въ случаѣ четыреугольнаго отверстія, за d принимается наименьшая сторона четыреугольника. Толстыя стѣнки сосудовъ тоже играютъ роль насадокъ, если толщина стѣнки болѣе діаметра отверстія въ 2 — 3 раза. Обыкновенно насадки подраздѣляютъ на два класса.

I) Насадки съ острыми кромками въ отверстіи сосуда (фиг. 48) и II) насадки (коноидическія) съ внутренними округленными кромками (фиг. 49). Насадки (II) даютъ болѣе правильную струю и большей скорости.

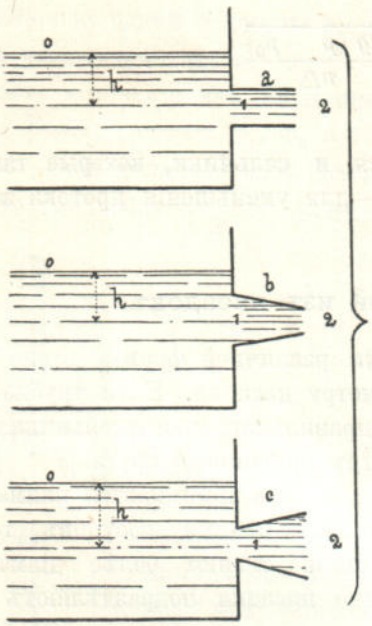
При $\frac{l}{d} > 3$ вредныя сопротивленія настолько возрастаютъ, что скорости и расходъ уменьшаются и въ этомъ случаѣ отъ насадки мы переходимъ къ трубѣ.

Для того, чтобы жидкость выполняла насадку, необходимо соблюдать извѣстныя условія, благопріятствующія тѣсному соприкосновенію жидкости со стѣнками (напр. если открыть быстро отверстіе насадки, то можетъ случиться, что жидкость будетъ выливаться неполною струею).

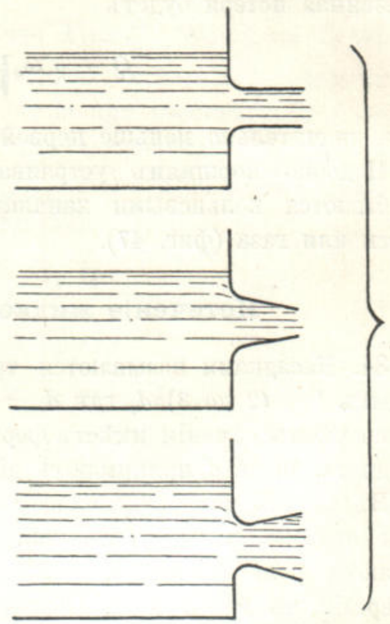
Разсмотримъ насадки перваго типа (фиг. 48). Пренебрегая треніемъ, положимъ, что движеніе установилось при постоянномъ уровнѣ и со скоростями v_1 и v_2 въ сѣченіяхъ (1) и (2). Пользуясь уравн. Д. Бернулли и считая высоты отъ горизонтальной плоскости, проходящей черезъ ось насадки, можемъ написать:

$$\frac{p_0}{\triangle} + h = \frac{v_1^{\,2}}{2g} + \frac{p_1}{\triangle} = \frac{v_2^{\,2}}{2g} + \frac{p_2}{\triangle}.$$

Примемъ $p_2 = p_0$, т. е. положимъ, что давленіе той среды, въ которую вытекаетъ струя, одинаково съ давленіемъ, дѣйствующимъ на



48.



49.

свободную поверхность, тогда изъ приведеннаго уравненія получимъ:

$$\frac{v_1^{\,2}}{2g} = h + \frac{p_0 - p_1}{\triangle} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (128)$$

или

$$v_1 = \sqrt{2g\left(h + \frac{p_0 - p_1}{\triangle}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (129)$$

и

$$\frac{v_2^{\,2}}{2g} = h,$$

или

$$v_2 = \sqrt{2gh} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (130)$$

Вслѣдствіе непрерывности движенія жидкости

$$Q = \omega_1 v_1 = \omega_2 v_2 = \omega_1 \sqrt{2g\left(h + \frac{p_0 - p_1}{\triangle}\right)}, \quad \ldots \quad (131)$$

гдѣ ω_1 и ω_2 — площади сѣченій 1 и 2.

Изъ уравн. (128) имѣемъ:

$$\frac{p_0 - p_1}{\triangle} = \frac{v_1^2}{2g} - h,$$

но

$$v_1 = \frac{\omega_2}{\omega_1} v_2$$

$$\frac{v_1^2}{2g} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \cdot \frac{v_2^2}{2g} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 h,$$

а потому

$$\frac{p_0 - p_1}{\triangle} = \left[\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 - 1\right] h. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (132)$$

Такъ какъ p_1 не можетъ < 0, то максимальное значеніе Q будетъ

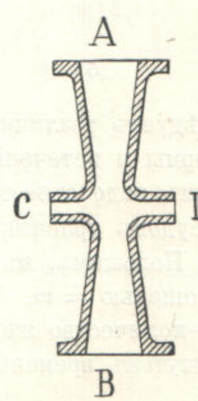
$$Q_{max.} = \omega_1 \sqrt{2g\left(h + \frac{p_0}{\triangle}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (133)$$

Это значеніе показываетъ намъ, что данный случай истеченія подобенъ тому, когда истеченіе совершается черезъ сѣченіе ω_1 въ безвоздушное пространство.

Отношеніе площадей ω_2 и ω_1, при которомъ давленіе $p_1 = 0$, получается изъ уравн. (132):

$$\left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 = 1 + \frac{p_0}{\triangle h} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (134)$$

Въ дѣйствительности очень трудно достигнуть того, чтобы $p_1 = 0$, такъ какъ при значительномъ уменьшеніи p_1 струя стремится отдѣлиться отъ стѣнокъ и малѣйшаго сотрясенія достаточно, чтобы произошло отдѣленіе. Если возьмемъ расходящуюся насадку (фиг. 48—c), то для нея $\omega_2 > \omega_1$ и изъ уравн. (132) видно, что въ этомъ случаѣ $p_1 < p_0$. Это можно наблюдать на опытѣ: если сдѣлать отверстіе въ насадкѣ, въ мѣстѣ, соотвѣтствующемъ сѣченію ω_1, то воздухъ будетъ всасываться и вытекать вмѣстѣ съ жидкостью изъ насадки. Если такихъ отверстій сдѣлать много, то всасывающее дѣйствіе насадки прекратится и получится случай истеченія черезъ отверстіе въ тонкой стѣнкѣ. Итакъ давленіе жидкости въ послѣднемъ случаѣ, при переходѣ отъ сѣченія ω_1 къ сѣченію ω_2, возрастаетъ до внѣшняго давленія. Если расширеніе слишкомъ значительно, то давленіе возрастаетъ до внѣшняго уже въ нѣкоторомъ промежуточномъ сѣченіи и жидкость далѣе движется подъ постояннымъ давленіемъ, т. е.



50.

равномѣрно и не заполняетъ остальной части трубки, а потому эта часть становится совершенно лишней.

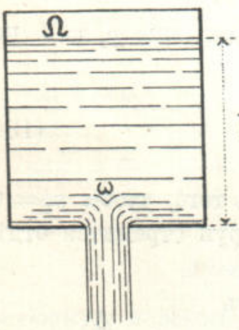
На указанномъ свойствѣ расширяющейся струи основанъ водоструйный воздушный насосъ Нагеля и Кемпе (фиг. 50). Черезъ трубку AB пропускается токъ воды, одна изъ трубокъ C или D соединяется съ вакуумметромъ, а другая съ резервуаромъ, изъ котораго желаютъ выкачать воздухъ.

Изъ уравн. (131) видно, что при $\omega_2 = \omega_1$, скорости v_2 и v_1 равны между собою, при $\omega_2 < \omega_1 \ldots v_2 > v_1$ и при $\omega_2 > \omega_1 \ldots v_2 < v_1$.

На свойствѣ коническихъ насадокъ основаны приборы, служащіе для питанія паровыхъ котловъ, такъ называемые **инжекторы** *).

Истеченіе при перемѣнномъ уровнѣ.

35. До сихъ поръ мы разсматривали истеченіе жидкостей изъ отверстій при постоянномъ уровнѣ или напорѣ, что имѣетъ мѣсто въ томъ случаѣ, когда притокъ равенъ расходу жидкости или когда площадь сосуда въ отношеніи къ площади отверстія сравнительно очень значительна, т. е. другими словами, когда измѣненіе горизонта жидкости, въ разсматриваемый промежутокъ времени, весьма ничтожно (заводскіе пруды).



Фиг. 51.

Теперь разсмотримъ истеченіе въ томъ случаѣ, когда имѣется перемѣнный уровень. При постоянномъ уровнѣ на теоретическую скорость истеченія форма сосуда не имѣетъ вліянія, при перемѣнномъ же уровнѣ форма сосуда имѣетъ существенное вліяніе на скорость истеченія и на расходъ жидкости, а потому и слѣдуетъ различить два случая: истеченіе изъ сосудовъ правильной формы и истеченіе изъ сосудовъ неправильной формы; къ послѣднимъ надо отнести озера, пруды и проч. Разсмотримъ истеченіе изъ сосудовъ правильной формы (фиг. 51).

Положимъ, въ данное мгновеніе t высота напора для отверстія, площадью $= \omega$, будетъ h, Ω — площадь свободной поверхности и q—количество жидкости, притекающее въ единицу времени. Въ промежутокъ времени dt притокъ жидкости $=$

$$q\,dt, \quad \text{а} \quad \text{убыль} = \mu \omega v\, dt,$$

гдѣ v — скорость истеченія.

*) Подробности о коническихъ насадкахъ см. въ соч. И. Тиме: Курсъ Гидравлики.

Повышеніе или пониженіе уровня въ промежутокъ времени dt будетъ положимъ $= dh$, тогда приращеніе объема жидкости, положительное или отрицательное, въ сосудѣ равняется

$$q\,dt - \mu\omega v\,dt = (q - \mu\omega v)\,dt = \Omega\,dh \quad \ldots\ldots (135)$$

Допустимъ, что величины q и Ω постоянны, т. е. что количество притекающей жидкости постоянно и сосуды призматической формы, тогда

$$t = \int dt = \int \frac{\Omega\,dh}{q - \mu\omega v} = \int \frac{\Omega\,dh}{q - \mu\omega\sqrt{2g}\cdot\sqrt{h}} =$$

$$= \frac{\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int \frac{dh}{\frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}} - \sqrt{h}}.$$

Положимъ $h = z^2$ и $dh = 2z\,dz$, тогда

$$t = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \int \frac{z\,dz}{\frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}} - z} =$$

$$= \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \left[C - z - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}\,log\left(\frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}} - z\right)\right] =$$

$$= \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}} \left[C - \sqrt{h} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}\,log\left(\frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}} - \sqrt{h}\right)\right].$$

Положимъ при $t = 0$, $h = H$, тогда

$$0 = C - \sqrt{H} - \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}\,log\left(\frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}} - \sqrt{H}\right),$$

откуда

$$C = \sqrt{H} + \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}\,log\left(\frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}} - \sqrt{H}\right).$$

Подставляя найденную величину C, получимъ:

$$t = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\left[\sqrt{H} - \sqrt{h} + \frac{q}{\mu\omega\sqrt{2g}}\,log\left(\frac{q - \mu\omega\sqrt{2gH}}{q - \mu\omega\sqrt{2gh}}\right)\right] \quad . . (136)$$

Такъ какъ логариѳмъ отрицательнаго числа—количество мнимое, а величина t мнимою быть не можетъ, то разности:

$$q - \mu\omega\sqrt{2gH}$$

и

$$q - \mu\omega\sqrt{2gh}$$

должны имѣть одинаковые знаки. Слѣдовательно, если при началѣ истеченія было

$$\mu\omega\sqrt{2gH} > q,$$

то во все время истеченія должно быть

$$\mu\omega\sqrt{2gh} > q.$$

Если притока нѣтъ, то $q = 0$ и

$$t = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}(\sqrt{H} - \sqrt{h}), \quad \ldots\ldots\ldots (137)$$

получается формула, опредѣляющая время, необходимое для пониженія горизонта на величину $H - h$. Время, необходимое для опоражниванія сосуда (при $q = 0$), опредѣлится изъ формулы (137), полагая въ ней $h = 0$, тогда получимъ:

$$t = \frac{2\Omega}{\mu\omega\sqrt{2g}}\sqrt{H}. \quad \ldots\ldots\ldots (138)$$

Эту формулу можно написать иначе:

$$t = \frac{2\Omega H}{\mu\omega\sqrt{2gH}};$$

въ ней ΩH — объемъ, занятый жидкостью въ сосудѣ, $\mu\omega\sqrt{2gH}$ — объемъ, вытекающій въ каждую единицу времени, при постоянномъ напорѣ H, а потому видимъ, что время для опоражниванія сосуда будетъ въ два раза болѣе времени, потребнаго для удаленія того же объема жидкости при постоянномъ напорѣ. Пользуясь форм. (137) можно опредѣлить коэффиціентъ расхода μ при перемѣнномъ напорѣ изъ опыта — опредѣляя t.

Случай истеченія при перемѣнномъ уровнѣ въ сообщающихся сосудахъ.

36. Положимъ имѣемъ два сосуда A и B, которые сообщаются между собою (фиг. 52), въ которыхъ уровни въ данное время t находятся на высотѣ z и z_1 надъ дномъ и h = разности высотъ уровней, т. е.

$$z - z_1 = h,$$

тогда

$$dz - dz_1 = dh.$$

Количество вытекающей черезъ отверстіе изъ сосуда A въ сосудъ B жидкости во время dt будетъ

$$\mu\omega\sqrt{2gh}\;dt,$$

гдѣ ω — площадь отверстія.

Положимъ площадь свободной поверхности въ сосудѣ $A = \Omega$ и въ сосудѣ $B = \Omega_1$, тогда

$$\mu\omega\sqrt{2gh}\,dt = -\Omega\,dz = \Omega_1\,dz_1 \quad \ldots\ldots (139)$$

и

$$dz_1 = -\frac{\Omega\, dz}{\Omega_1},$$

но

$$dz = dh + dz_1,$$

а потому

$$dz_1 = -\frac{\Omega}{\Omega_1}(dh + dz_1)$$

и

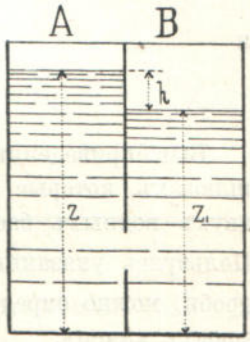
$$dz_1 = -\frac{\Omega}{\Omega + \Omega_1}\, dh.$$

Подставляя это значенiе dz_1 въ ур. (139), получимъ:

$$\mu\omega\sqrt{2gh}\,.\,dt = -\frac{\Omega\,.\,\Omega_1}{\Omega + \Omega_1}\, dh,$$

или

$$\mu\omega\sqrt{2g}\,dt = -\frac{\Omega\,.\,\Omega_1}{\Omega + \Omega_1}\,\frac{dh}{\sqrt{h}}.$$



52.

Положимъ въ началѣ истеченiя, т. е. при $t = 0$, разность уровней $= H$, тогда

$$\mu\omega\sqrt{2g}\int_0^t dt = \int_H^h -\frac{\Omega\Omega_1}{\Omega + \Omega_1}\,\frac{dh}{\sqrt{h}} =$$

$$= \frac{\Omega\Omega_1}{\Omega + \Omega_1}\int_h^H \frac{dh}{\sqrt{h}},$$

или

$$\mu\omega\sqrt{2g}\quad t = \frac{2\Omega\Omega_1}{\Omega + \Omega_1}(\sqrt{H} - \sqrt{h})\;.\;.\;.\;.\;.\;(140)$$

и

$$t = \frac{2\Omega\Omega_1}{\mu(\Omega + \Omega_1)\,\omega\sqrt{2g}}(\sqrt{H} - \sqrt{h}).\;.\;.\;.\;.\;.\;(141)$$

Изъ этого уравн. можно опредѣлить время, необходимое для того, чтобы уровни сравнялись, для этого положимъ $h = 0$, тогда

$$t = \frac{2\Omega\Omega_1\,.\,\sqrt{H}}{\mu(\Omega + \Omega_1)\,\omega\sqrt{2g}}.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(142)$$

Такъ какъ эта величина t не зависитъ отъ перестановки величинъ Ω и Ω_1, то заключаемъ, что время, необходимое для того, чтобы уровни сравнялись, одинаково, будетъ ли жидкость переливаться изъ сосуда A въ сосудъ B (когда уровень въ сосудѣ A выше, чѣмъ въ сосудѣ B) или изъ сосуда B въ сосудъ A (когда уровень въ сосудѣ B выше, чѣмъ въ сосудѣ A).

Если хотимъ получить время t при постоянномъ уровнѣ въ одномъ изъ сосудовъ, то надо положить площадь этого сосуда безконечно большою, сравнительно съ площадью сосуда, въ которомъ уровень перемѣнный. Положимъ, уровень въ сосудѣ A постоянный, то при сдѣланныхъ предположеніяхъ:

$$\frac{\Omega\Omega_1}{\Omega+\Omega_1}=\Omega_1$$

и изъ форм. 142 получимъ

$$t=\frac{2\Omega_1\sqrt{H}}{\mu\omega\sqrt{2g}}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(143)$$

Если сосудъ B имѣетъ неограниченные размѣры, то

$$\frac{\Omega\Omega_1}{\Omega+\Omega_1}=\Omega$$

и

$$t=\frac{2\Omega\sqrt{H}}{\mu\omega\sqrt{2g}}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(144)$$

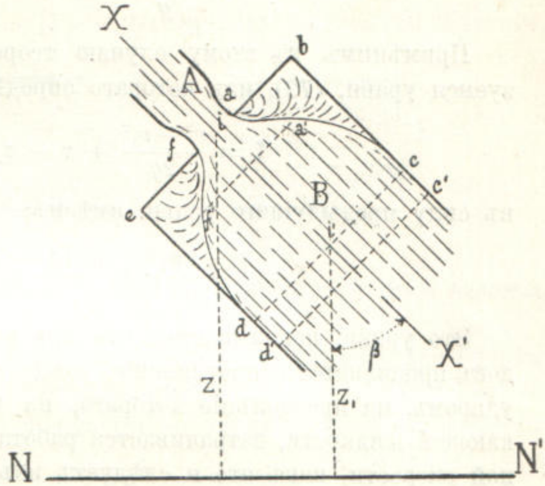
Вышеприведенныя формулы имѣютъ практическое примѣненіе при шлюзахъ, которые служатъ для судоходнаго сообщенія между собою двухъ водныхъ бассейновъ, расположенныхъ на различной высотѣ. Пользуясь указанными формулами $\left(\text{когда } \frac{\omega}{\Omega} \text{ или } \frac{\omega}{\Omega_1}\right.$ весьма малыя дроби) можно опредѣлить время наполненія и опоражниванія шлюзовыхъ камеръ.

Случаи движенія, при которыхъ нельзя пренебрегать гидравлическими сопротивленіями.

37. Теперь разсмотримъ случаи движенія, при которыхъ нельзя пренебрегать гидравлическими сопротивленіями и разберемъ тотъ случай, когда рѣзко измѣняются поперечныя сѣченія сосудовъ.

Положимъ жидкость вытекаетъ изъ сосуда A въ сосудъ B, при этомъ площадь сѣченія въ сосудѣ B значительно больше площади сѣченія af сосуда A (фиг. 53). При истеченіи частицы сталкиваются между собою и теряютъ пріобрѣтенныя скорости, вслѣдствіе того, что въ сѣченіи af движеніе совершается параллельными струйками— можно допустить, что давленія въ сѣченіи be распредѣляются по законамъ Гидростатики, тому же закону слѣдуетъ распредѣленіе давленія и въ сѣченіи cd, такъ какъ и здѣсь можно разсматривать движеніе параллельными струйками.

Примѣнимъ уравн. количествъ движенія къ части воды, заключающейся между сѣченіями be и cd. Въ промежутокъ времени dt объемъ жидкости $acdf$ займетъ положеніе $a'c'd'f'$. Вмѣсто этого безконечно малаго перемѣщенія объема $acdf$, при движеніи установившемся, можно разсматривать конечное перемѣщеніе безконечно малаго объема $aa'ff'$ въ положеніи $cc'dd'$. За ось проекцій примемъ ось XX', совпадающую съ геометрическою осью сосудовъ, высоты же будемъ считать отъ горизонтальной плоскости NN'.



53.

Положимъ площадь сѣченія $af = \omega$ и площадь сѣченія $cd = \Omega$, соотвѣтственно скорости въ этихъ сѣченіяхъ пусть будутъ v и v_1, тогда приращеніе количествъ движенія будетъ:

$$\frac{\triangle \Omega v_1\, dt}{g} \cdot v_1 - \frac{\triangle \omega \cdot v\, dt}{g} v,$$

непрерывность теченія требуетъ, чтобы

$$\omega \cdot v = \Omega \cdot v_1.$$

Положимъ давленія въ разсматриваемыхъ сѣченіяхъ будутъ p и p_1, тогда опредѣлятся импульсы силъ, дѣйствующихъ на объемъ $bcde$ жидкости.

Кромѣ указанныхъ силъ, дѣйствующихъ на сѣченія be и cd, и импульсы которыхъ $=$

$$p\Omega\, dt \text{ и } -p_1\Omega\, dt,$$

надо принять во вниманіе вѣсъ разсматриваемаго объема жидкости, равный

$$\triangle \Omega \cdot \overline{ii'},$$

импульсъ котораго, спроектированный на ось XX', будетъ

$$\triangle\Omega \cdot \overline{ii'} \cdot dt \cdot \cos\beta = \triangle\Omega\, (\overline{ii'} \cdot \cos\beta) \quad dt = \triangle\Omega\, (z - z_1)\, dt.$$

Проекціи же импульсовъ давленій, дѣйствующихъ на боковую поверхность разсматриваемаго объема жидкости будутъ $= 0$, т. к. давленія перпендикулярны къ оси XX'.

Всѣ вышеприведенныя величины связываются уравн. количествъ движенія, которое будетъ имѣть слѣдующій видъ:

$$\frac{\triangle\Omega\; v_1\, dt}{g} v_1 - \frac{\triangle\omega\; v\, dt}{g} v = \triangle\Omega\, (z - z_1)\, dt + \Omega\, (p - p_1)\, dt.$$

но $\omega v = \Omega v_1$, а потому

$$\frac{\triangle\Omega\, v_1\, dt}{g} (v_1 - v) = \triangle\Omega\, (z - z_1)\, dt + \Omega\, (p - p_1)\, dt\,. \quad . \,(145)$$

откуда

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\triangle}{g}v_1(v_1-v)=\triangle(z-z_1)+p-p_1\\ \text{или}\quad&\frac{v_1(v_1-v)}{g}=z-z_1+\frac{p-p_1}{\triangle}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\ldots(146)$$

Примѣнимъ къ этому случаю теорему Д. Бернулли и воспользуемся уравн. (72), изъ котораго опредѣлимъ величину ζ:

$$\zeta=\frac{v^2-v_1{}^2}{2g}+z-z_1+\frac{p-p_1}{\triangle}$$

въ силу предыдущаго уравн. имѣемъ:

$$\zeta=\frac{v^2-v_1{}^2}{2g}+\frac{v_1(v_1-v)}{g}=\frac{(v-v_1)^2}{2g}\quad\ldots\ldots(147)$$

Это уравн. показываетъ, что при внезапномъ расширеніи сосудовъ проявляется сопротивленіе, тождественное съ такъ называемымъ ударомъ, на преодолѣніе котораго, на каждую единицу вѣса протекающей жидкости, затрачивается работа = живой силѣ отъ потерянной скорости, какъ это и слѣдуетъ изъ начала Карно. Имѣя значеніе ζ мы можемъ написать ур. Д. Бернулли въ общемъ видѣ:

$$z+\frac{p}{\triangle}+\frac{v^2}{2g}=z_1+\frac{p_1}{\triangle}+\frac{v_1{}^2}{2g}+\frac{(v-v_1)^2}{2g}\quad\ldots(148)$$

Итакъ, изъ всего сказаннаго видно, что при разсматриваемомъ движеніи жидкости высота ζ, потерянная на ударъ, опредѣляется форм. (147). При данномъ расходѣ $Q=\omega v=\Omega v_1$, высота напора потерянная на ударъ будетъ:

$$\zeta=\frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\omega}-\frac{1}{\Omega}\right)^2\quad\ldots\ldots\ldots(149)$$

Если форма сосудовъ такова, что должно происходить сжатіе струи, то слѣдуетъ ввести коэффиціентъ расхода. Такъ, напримѣръ, если бы имѣлась тонкая стѣнка съ отверстіемъ (фиг. 54) (отверстіе для клапана), то въ данномъ случаѣ $Q=\mu\omega v$ и

$$\zeta=\frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\mu\omega}-\frac{1}{\Omega}\right)^2\quad\ldots\ldots\ldots(150)$$

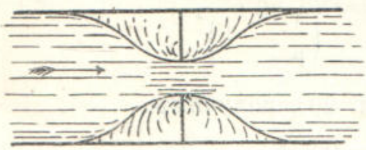
Если положить $\Omega=\omega$, тогда получимъ случай истеченія, показанный на фиг. 55, т. е. изъ широкаго сосуда въ узкій и

$$\zeta=\frac{Q^2}{2g\,\omega^2}\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2\quad\ldots\ldots\ldots(151)$$

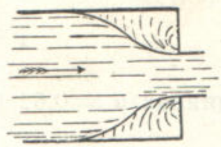
Если положимъ $\Omega=\infty$, то это будетъ соотвѣтствовать истеченію въ резервуаръ, въ которомъ жидкость находится въ покоѣ (фиг. 56) и высота напора теряющаяся на ударъ равна

$$\zeta = \frac{Q^2}{2g\,(\mu\omega)^2} = \frac{(\mu\omega\, v)^2}{2g\,(\mu\omega)^2} = \frac{v^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (152)$$

Пользуясь уравн. (148) и (151) мы можемъ объяснить явленія



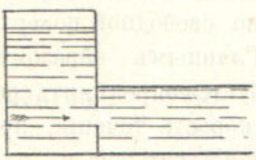
54.



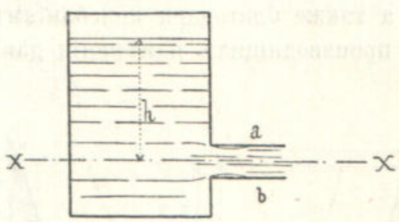
55.

истеченія черезъ насадки при постоянномъ уровнѣ. Считаемъ высоты отъ оси XX' (фиг. 57).

Давленіе на свободной поверхности $= \pi$, это же давленіе будетъ и въ плоскости сѣченія ab, площадь котораго $= \omega$ и скорость въ которомъ обозначимъ черезъ v. Жидкость, проходя въ насадку, испыты-



56.



57.

ваетъ сжатіе и положимъ скорость и давленіе въ сжатомъ мѣстѣ $= v_1$ и p_1, тогда высота напора, теряющаяся на ударъ, будетъ:

$$\frac{(v_1 - v)^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\,\omega^2}\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2$$

или такъ какъ $Q = \omega v$, то

$$\frac{(v_1 - v)^2}{2g} = \frac{(\omega\, v)^2}{2g\,\omega^2}\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2 = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2.$$

Примѣняя ур. 148 къ свободной поверхности и къ разсматриваемымъ сѣченіямъ, получимъ:

$$h + \frac{\pi}{\Delta} = \frac{p_1}{\Delta} + \frac{v_1^{\,2}}{2g} = \frac{\pi}{\Delta} + \frac{v^2}{2g} + \frac{(v_1 - v)^2}{2g}$$

или въ силу предыдущаго уравненія

$$h + \frac{\pi}{\Delta} = \frac{p_1}{\Delta} + \frac{v_1^{\,2}}{2g} = \frac{\pi}{\Delta} + \frac{v^2}{2g}\left[1 + \left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2\right] \quad . \quad . \quad (153)$$

откуда

$$v = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2}} \sqrt{2gh} = \varphi \sqrt{2gh} \quad . \quad . \quad (154)$$

Какъ видно, коэффиціентъ скорости для истеченія изъ насадки

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . (155)$$

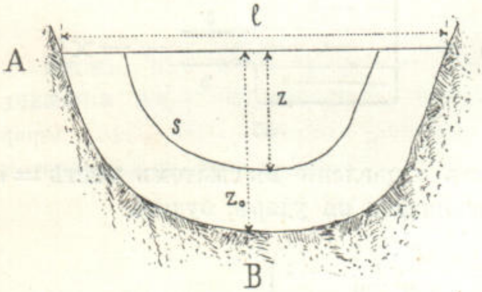
Принимая $\mu = 0{,}62$ (см. табл. 99), получимъ:

$$\varphi = 0{,}855.$$

Это значеніе очень близко къ тому, которое опредѣлено опытомъ 0,815—0,82.

Движеніе воды въ каналахъ и рѣкахъ.

38. При движеніи воды въ открытыхъ каналахъ и рѣкахъ, правильность движенія нарушается благодаря неровностямъ дна и береговъ, а также благодаря колебаніямъ и движенію атмосфернаго воздуха, производящихъ измѣненія давленія на свободной поверхности. Главнымъ образомъ требуется опредѣлить среднюю скорость теченія, произведеніе которой на площадь поперечнаго сѣченія (живого сѣченія) даетъ объемъ, протекающій въ секунду.



58.

Разсматривая движеніе воды въ каналахъ, приходится дѣлать различныя предположенія.

Сдѣлаемъ сѣченіе разсматриваемаго прямолинейнаго потока, и допустимъ, что подводный периметръ ABC имѣетъ плавное очертаніе и въ точкѣ B, т. е. низшей точкѣ, не имѣется перелома (фиг. 58). Допустимъ, что вліяніе дна и береговъ распространяется одинаково на частицы, находящіяся на равныхъ разстояніяхъ, считая по нормалямъ къ подводному периметру, отъ подводнаго периметра. Дѣлая это допущеніе, мы слѣдовательно полагаемъ, что частицы, имѣющія равныя скорости, располагаются по линіямъ параллельнымъ подводному периметру. Мы вправѣ дѣлать подобное заключеніе, такъ какъ опыты съ жидкостями показали, что треніе пропорціонально величинѣ трущейся поверхности, пропорціонально нѣкоторой функціи отъ скорости, но не зависитъ отъ давленія.

Возьмемъ одну изъ такихъ линій, длина которой положимъ $= s$ и верхняя площадь ею ограничиваемая положимъ $= \omega$. Пусть длина подводнаго периметра $= s_0$ и площадь живого сѣченія $= \omega_0$. Примемъ глубину погруженія точки $B = z_0$ и нижайшей точки разсматриваемой линіи $= z$, тогда можно положить приблизительно

$$\frac{s}{s_0} = \left(\frac{z}{z_0}\right)^n \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (156)$$

Взявши узкую полоску, ограниченную кривою s и кривою ей концентричною, проведенною на разстояніи dz, найдемъ, что

$$d\omega = s dz$$

и

$$\omega = \int s dz = \int s_0 \left(\frac{z}{z_0}\right)^n dz = \frac{s_0 \cdot z_0}{n+1} \left(\frac{z}{z_0}\right)^{n+1} \quad \ldots (157)$$

Подставляя въ эту формулу вмѣсто z величину z_0, получимъ площадь ω_0 и

$$\omega_0 = \frac{s_0 z_0}{n+1}$$

слѣдовательно:

$$\omega = \frac{s_0 z_0}{n+1} \left(\frac{z}{z_0}\right)^{n+1} = \omega_0 \left(\frac{z}{z_0}\right)^{n+1} \quad \ldots \ldots (158)$$

и

$$n + 1 = \frac{s_0 z_0}{\omega_0} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (159)$$

Это уравненіе даетъ возможность отыскать среднее значеніе n. Для полукруга $s_0 z_0 = \pi \cdot z_0^{\,2} = 2\omega_0$, слѣдовательно $n = 1$. Для площадей живыхъ сѣченій, въ которыхъ l значительно больше z_0 и образуемыхъ дугами круга или параболою можно n опредѣлить приблизительно,—такъ напр., для параболы такого вида можно принять (фиг. 59):

$$s_0 = l \left[1 + \frac{2}{3} \left(\frac{z_0}{\frac{l}{2}}\right)^2 - \frac{2}{5} \left(\frac{z_0}{\frac{l}{2}}\right)^4 \right]$$

или приблизительно

$$s_0 = l$$

$$\text{Площадь } \omega_0 = \frac{2}{3}\, l \cdot z_0$$

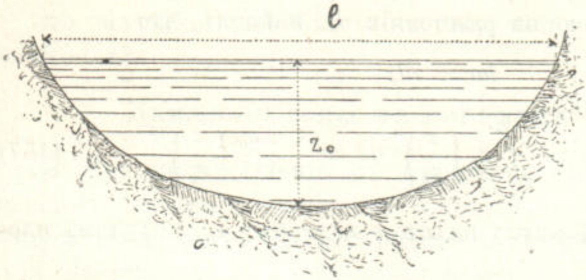
$$n + 1 = \frac{l \cdot z_0}{\frac{2}{3} l \cdot z_0} = 1{,}5$$

откуда

$$n = 0{,}5.$$

При безконечно широкомъ потокѣ $n = 0$.

По кинетической теорiи газовъ и жидкостей, молекулы жидкихъ тѣлъ предполагаются подвижными, постоянно сталкивающимися между собою и ударяющимися о стѣнки сосуда. Общая живая сила всѣхъ молекулъ и средняя скорость всѣхъ частицъ остаются безъ измѣненiя, благодаря полной упругости ударовъ. Этими ударами молекулъ и объясняются законы давленiя газовъ. Отъ ударовъ о стѣнки сосудовъ уменьшается видимая скорость молекулъ жидкости и увеличивается относительная разность скоростей. Съ увеличенiемъ разности скоростей въ двухъ данныхъ слояхъ — увеличивается, понятно, величина тренiя, которая оказывается пропорцiональною увеличенiю скорости на единичномъ разстоянiи, т. е. другими словами — внутреннiя гидравлическiя тренiя (тренiе жидкости о жидкость) суть линейныя функцiи относительныхъ скоростей. Ньютонъ первый предложилъ эту гипотезу, а Навье, какъ нами уже указывалось, примѣнилъ ее первый и дополнилъ уравненiя движенiя жидкости членами, зависящими отъ этихъ тренiй. Если проекцiи скорости элемента жидкости, опредѣляемаго координатами x, y и z, назовемъ черезъ u, v и w, то скорости, въ тотъ же моментъ времени t, элемента, коего координаты будутъ $x + dx$, $y + dy$ и $z + dz$ представятся такъ:



59.

$$u + \frac{du}{dx}\,dx + \frac{du}{dy}\,dy + \frac{du}{dz}\,dz$$

$$v + \frac{dv}{dx}\,dx + \frac{dv}{dy}\,dy + \frac{dv}{dz}\,dz$$

$$w + \frac{dw}{dx}\,dx + \frac{dw}{dy}\,dy + \frac{dw}{dz}\,dz$$

относительныя же скорости равняются:

$$\frac{\partial u}{\partial x}\,\partial x + \frac{\partial u}{\partial y}\,\partial y + \frac{\partial u}{\partial z}\,\partial z$$

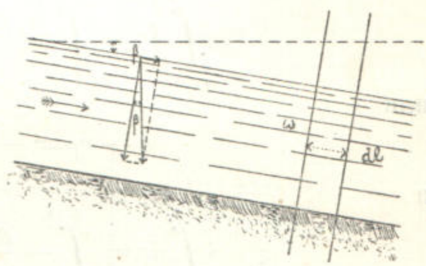
$$\frac{\partial v}{\partial x}\,\partial x + \frac{\partial v}{\partial y}\,\partial y + \frac{\partial v}{\partial z}\,\partial z$$

$$\frac{\partial w}{\partial x}\,\partial x + \frac{\partial w}{\partial y}\,\partial y + \frac{\partial w}{\partial z}\,\partial z.$$

Какъ видимъ, относительныя скорости второго разсматриваемаго элемента выражаются линейнымъ образомъ черезъ производныя скоростей u, v и w по координатамъ, слѣдовательно и гидравлическія сопротивленія пропорціональны этимъ производнымъ. Принимая во вниманіе сдѣланныя допущенія и примѣняя сказанное къ нашему случаю, т. е. разсматривая данное сѣченіе и опредѣляя сопротивленіе f на единицу поверхности, найдемъ, что

$$f = k\,\frac{dv}{dz}\,, \quad . \;.\; . \;(160)$$

гдѣ k — нѣкоторый коэффиціентъ.



60.

Разсмотримъ равномѣрное движеніе.—Движеніе частицъ жидкости происходитъ благодаря дѣйствію силы тяжести (фиг. 60), проекція которой на направленіе движенія заставляетъ частицы двигаться; это и есть сила, производящая ускореніе, но разъ движеніе равномѣрное, то слѣдовательно сила сопротивленія уравновѣшиваетъ силу, производящую ускореніе, а потому сумма проекцій этихъ силъ на направленіе движенія должна $= 0$. Возьмемъ два сѣченія безконечно близкія другъ къ другу, т. е. на разстояніи dl и опредѣлимъ вѣсъ объема воды, основаніемъ $= \omega$ и другой размѣръ котораго $= dl$, этотъ вѣсъ будетъ: $\triangle\omega\,.\,dl$.

Сопротивленіе на поверхности разсматриваемаго объема $= f\,.\,s\,.\,dl$, гдѣ s — подводный периметръ.

Сумма проекцій этихъ силъ, какъ было указано, должна $= 0$, т. е.

$$\triangle\,.\,\omega\,.\,dl\,.\,\sin\beta + f\,.\,s\,.\,dl = 0,$$

или такъ какъ уголъ β весьма малъ, то можно принять $\sin\beta = \beta$ и уравненіе, послѣ сокращенія на dl, приметъ слѣдующій видъ:

$$\triangle\,\omega\beta + fs = 0\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(161)$$

Но изъ уравн. (158): $\omega = \omega_0 \left(\frac{z}{z_0}\right)^{n+1}$.

Имѣя это значеніе ω и подставляя въ ур. (161) вмѣсто f и s ихъ величины (см. ур. 156 и 160), получимъ:

$$\triangle\omega_0\beta\left(\frac{z}{z_0}\right)^{n+1}+ks_0\left(\frac{z}{z_0}\right)^n\cdot\frac{dv}{dz}=0$$

или

$$\triangle\omega_0\beta\frac{z}{z_0}+ks_0\frac{dv}{dz}=0,$$

откуда

$$dv=-\frac{\triangle\omega_0\beta}{k\,.\,s_0}\cdot\frac{z}{z_0}\,dz=-\frac{\triangle\omega_0\beta}{k\,.\,s_0}\cdot\frac{z}{z_0}\,dz\,.\,\frac{z_0}{z_0}=$$

$$=-\frac{\triangle\omega_0\beta\,.\,z_0}{k\,.\,s_0}\left(\frac{z}{z_0}\right)d\left(\frac{z}{z_0}\right)\quad\ldots\ldots(162)$$

Если на свободной поверхности обозначимъ скорость черезъ v_1, то

$$\int_{v_1}^{v}dv=\int_{z=0}^{z}-\frac{\triangle\omega_0\beta z_0}{ks_0}\left(\frac{z}{z_0}\right)d\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

или

$$v-v_1=-\frac{\triangle\omega_0\beta z_0}{2ks_0}\left(\frac{z}{z_0}\right)^2$$

и

$$\int_{v_1}^{v_0}dv=\int_{z=0}^{z=z_0}-\frac{\triangle\omega_0\beta z_0}{ks_0}\left(\frac{z}{z_0}\right)d\left(\frac{z}{z_0}\right)$$

или

$$v_0-v_1=-\frac{\triangle\omega_0\beta z_0}{2ks_0}$$

слѣдовательно

$$v-v_1=(v_0-v_1)\left(\frac{z}{z_0}\right)^2$$

или

$$v=v_1-(v_1-v_0)\left(\frac{z}{z_0}\right)^2\quad\ldots\ldots\ldots(163)$$

Это уравненіе показываетъ, что законъ распредѣленія скоростей слѣдуетъ ординатамъ параболы и скорости убываютъ пропорціонально квадрату углубленія, что подтверждается большей частью опытовъ, но благодаря тренію верхнихъ частицъ о воздухъ, наибольшая скорость лежитъ немного ниже или на поверхности, смотря по направленію вѣтра; при вѣтрѣ вершина параболы можетъ находиться и выше свободной поверхности (фиг. 61). Что касается измѣненія скоростей по направленію отъ середины потока къ берегамъ, то и здѣсь происходитъ почти то же самое и скорости, начиная отъ середины потока, къ берегамъ уменьшаются.

Среднюю скорость легко опредѣлить изъ уравненія:

$$v_c \cdot \omega_0 = \int_0^{\omega_0} v d\omega$$

Въ силу уравн. (163) имѣемъ:

$$v_c = \frac{1}{\omega_0} \int \left[v_1 - (v_1 - v_0) \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right] d\omega = \frac{1}{\omega_0} \int v_1 \, d\omega - \left(\frac{v_1 - v_0}{\omega_0} \right) \int \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 d\omega$$

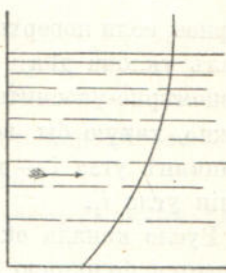
но изъ ур. 158 имѣемъ:

$$d\omega = \omega_0 d \left[\left(\frac{z}{z_0} \right)^{n+1} \right] = (n+1) \, \omega_0 \left(\frac{z}{z_0} \right)^n \, d \left(\frac{z}{z_0} \right)$$

а потому

$$v_c = \frac{1}{\omega_0} \int_0^{\omega_0} v_1 \, d\omega - (n+1) \, (v_1 - v_0) \int_{z=0}^{z=z_0} \left(\frac{z}{z_0} \right)^{n+2} d \left(\frac{z}{z_0} \right) =$$

$$= v_1 - (n+1) \, (v_1 - v_0) \left[\frac{\left(\frac{z}{z_0} \right)^{n+3}}{n+3} \right]_{z=0}^{z=z_0}$$



61.

или

$$v_c = v_1 - \frac{n+1}{n+3} (v_1 - v_0) = v_1 +$$

$$+ \frac{v_0 - v_1}{2} - \frac{n+1}{n+3} (v_1 - v_0) - \frac{v_0 - v_1}{2}$$

и

$$v_c = \frac{v_1 + v_0}{2} + \frac{1 - n}{2(n+3)} (v_1 - v_0) \quad . \quad . \quad . \, (164)$$

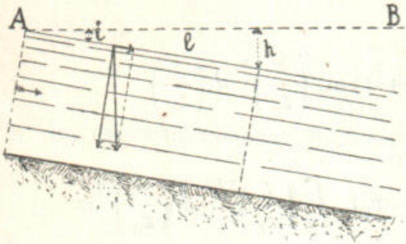
При $n = 1$ послѣдній членъ обращается въ нуль, да и при другихъ значеніяхъ n величина этого члена очень незначительна, такъ что средняя скорость v_c очень близка къ средней ариѳметической изъ v_1 и v_0, т. е. изъ скоростей на поверхности и у дна, что въ большей или меньшей степени подтверждается опытами.

Сопротивленіе русла канала.

39. Мы уже говорили, что движеніе частицъ жидкости происходитъ благодаря дѣйствію силы тяжести, составляющая которой, совпадающая съ направленіемъ движенія, и производитъ перемѣщеніе частицъ (фиг. 62). Положимъ имѣется часть канала. Проведемъ горизонталь AB, тогда уголъ i, составляемый поверхностью воды съ горизонтомъ называется угломъ паденія или уклона. Разность уровней h называется паденіемъ канала на длинѣ l. Паденіе на единицу длины будетъ:

$$\tau = \frac{h}{l} = \sin i \ldots \ldots \ldots (165)$$

и называется уклономъ или относительнымъ паденіемъ. Уклонъ каналовъ измѣняется въ предѣлахъ 0,02 до 0,0001. Уклонъ обыкновенно имѣетъ одинаковую величину по всей длинѣ канала. Въ естественныхъ потокахъ уклонъ къ устью уменьшается. Въ большихъ рѣкахъ уклонъ у верховья = 0,005 до 0,001, а у устья = 0,0005 до 0,0001.



62.

Движеніе можетъ быть равнопеременное, что зависитъ отъ относительнаго положенія поверхности воды и дна канала. Если поверхность воды параллельна дну, то движеніе равномѣрное, если поверхность не параллельна, то при углѣ $i > i_1$ (гдѣ i_1 — уголъ уклона дна) движеніе равномѣрно-ускоренное, и при $i < i_1$ — равномѣрно-укоснительное. При углѣ $i = 0$, движеніе воды невозможно, какую бы величину не имѣлъ уголъ i_1. При конечной же величинѣ угла i — движеніе будетъ совершаться и при всякомъ значеніи угла i_1.

Русло канала оказываетъ сопротивленіе движенію; сопротивленіе является функціею средней скорости v_c. Если мы черезъ F обозначимъ сопротивленіе на единицу длины русла, черезъ u—подводный периметръ и черезъ ω—площадь живого сѣченія, то

$$F = u\,(\alpha v_c + \beta v_c^2), \ldots \ldots \ldots (166)$$

гдѣ α и β—коэффиціенты.

Если обозначимъ черезъ $\triangle$ вѣсъ единицы объема воды, то F можно замѣнить давленіемъ столба воды высотою ζ:

$$\zeta = \frac{F}{\triangle\omega} = \frac{u}{\omega}\left(\frac{\alpha}{\triangle} v_c + \frac{\beta}{\triangle} v_c^2\right) \ldots \ldots (167)$$

Положимъ $\frac{\omega}{u} = R$ (такъ называемый среднiй радіусъ сѣченія), $\frac{\alpha}{\triangle} = a$ и $\frac{\beta}{\triangle} = b$, такъ какъ высота ζ есть не что иное, какъ паденіе на единицѣ длины канала, т. е. $= \tau$, то

$$R \cdot \tau = a v_c + b v_c^2 \ldots \ldots \ldots (168)$$

Изъ опытовъ Дюбуа (Dubuat), Прони (Prony) опредѣлилъ коэффиціенты a и b и нашелъ, что

$$\left.\begin{aligned} a &= 0{,}000044 \\ b &= 0{,}000309 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (169)$$

Дарси (Darcy) и Базенъ (Bazin) изъ многочисленныхъ опытовъ нашли, что

$$R\tau = b_1 v_c^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (170)$$

Матеріалъ стѣнокъ канала:	*Значенія b_1:*
Стѣнки очень ровныя, гладко отштукатуренныя цементомъ или строганныя деревянныя	$0{,}00015\left(1+\frac{0{,}03}{R}\right)$
Стѣнки ровныя, облицованныя тесанымъ камнемъ или обшитыя досками	$0{,}00019\left(1+\frac{0{,}07}{R}\right)$
Стѣнки не такъ ровныя, облицованныя камнемъ	$0{,}00024\left(1+\frac{0{,}25}{R}\right)$
Земляныя стѣнки	$0{,}00028\left(1+\frac{1{,}25}{R}\right)$

. . . (171)

Въ этой таблицѣ $R = \frac{\omega}{u}$. Средняя скорость опредѣлялась по формулѣ: $v_c = \frac{Q}{\omega}$, гдѣ Q—объемъ протекающей воды.

Итальянскій инженеръ Кези (Chezy) придаетъ формулѣ, для опредѣленія средней скорости, слѣдующій видъ:

$$v_c = k\sqrt{R\tau}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (172)$$

гдѣ коэффиціентъ k по Тадини $= 50$; подставляя вмѣсто k его величину, можно опредѣлить $R\tau$ и получимъ:

$$R\tau = 0{,}0004\, v_c^2,$$

т. е. въ данномъ случаѣ въ форм. (170) вмѣсто b_1 можно подставить 0,0004.

Сопротивленіе на длинѣ l будетъ:

$$\tau \,.\, l = Z = \frac{u}{\omega}\left(a v_c + b v_c^2\right) l \quad \ldots\ldots\ldots \quad (173)$$

Bazin на основаніи своихъ обширныхъ изслѣдованій предложилъ другую формулу, хорошо согласующуюся съ дѣйствительностью, при самыхъ разнообразныхъ уклонахъ:

$$\frac{\tau \,.\, R}{v_c^2} = \frac{\alpha}{R} + \beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (174)$$

или полагая $\alpha_1 = \frac{\alpha}{\beta}$, формулу можно написать въ другомъ видѣ:

$$\frac{\tau \cdot R}{v_c^{\,2}} = \beta \left(1 + \frac{\alpha_1}{R}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (175)$$

Значенія коэффиціентовъ слѣдующія:

При весьма гладкомъ (каменномъ или бетонномъ) руслѣ, съ цементной обмазкой (безъ песка) или обшитомъ тщательно выстроганными досками	$\alpha_1 = 0{,}03;\ \beta = 0{,}00015;\ \alpha = 0{,}0000045$	(176)
При гладкомъ руслѣ, выложенномъ изъ тесаныхъ камней, кирпича покрытаго цемент. обмазкой съ пескомъ или нестроганными досками	$\alpha_1 = 0{,}07;\ \beta = 0{,}00019;\ \alpha = 0{,}0000133$	
Не вполнѣ гладкое русло, выложенное бутовымъ камнемъ . .	$\alpha_1 = 0{,}25;\ \beta = 0{,}00024;\ \alpha = 0{,}00006$	
Земляное русло . .	$\alpha_1 = 1{,}25;\ \beta = 0{,}00028;\ \alpha = 0{,}00035$	
Шероховатое русло, покрытое гальками и валунами	$\alpha_1 = 1{,}75;\ \beta = 0{,}00040;\ \alpha = 0{,}0007$	

Неравномѣрное движеніе воды въ руслѣ.

40. Разсмотримъ неравномѣрное движеніе воды въ руслѣ. Возьмемъ элементъ длины русла — dl, площадь въ сѣченіи AB положимъ $= \omega$ и средняя скорость v, а въ сѣченіи CD площадь $= \omega + d\omega$ и средняя скорость $v + dv$ (фиг. 63). Приращенія $d\omega$ и dv могутъ быть положительныя и отрицательныя, но всегда съ разными знаками, потому что, если обозначимъ объемъ протекающей жидкости черезъ Q, который постояненъ, то

$$Q = \omega v = (\omega + d\omega)(v + dv)$$

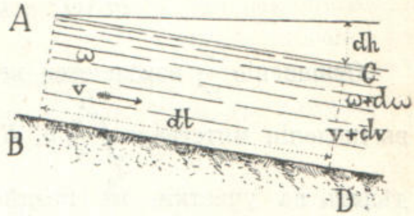
$$dQ = \omega dv + v d\omega = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (177)$$

откуда

$$\omega dv = - v d\omega$$

такъ какъ ω и v всегда положительны, то dv и $d\omega$ должны имѣть разные знаки.

Если мы черезъ dh обозначимъ паденіе, то эта высота затрачивается на высоту, соотвѣтствующую приращенію скорости и на высоту, которою преодолѣваются сопротивленія на пути dl, но эта послѣдняя высота на единицу длины опредѣляется изъ уравн. (170):



63.

$$\tau = \frac{b_1 v^2}{R}$$

такъ какъ $R = \frac{\omega}{u}$, то

$$\tau = \frac{u b_1 v^2}{\omega} \text{ и на пути } dl \ . \ . \ . \ \tau dl = \frac{u b_1 v^2}{\omega}\, dl.$$

Слѣдовательно

$$dh = \frac{(v + dv)^2 - v^2}{2g} + \frac{u b_1 v^2}{\omega}\, dl,$$

въ выраженіи

$$(v + dv)^2 - v^2 = 2v dv + (dv)^2$$

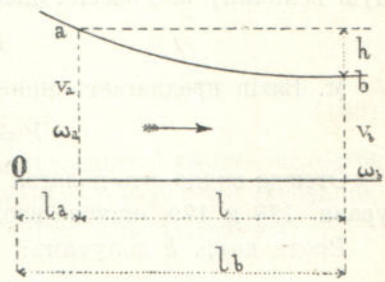
безконечно малыми 2-го порядка пренебрегаемъ, а потому можемъ положить

$$(v + dv)^2 - v^2 = 2v dv$$

и наше уравненіе приметъ видъ:

$$dh = \frac{v dv}{g} + \frac{u \ \ b_1 \ . \ v^2}{\omega}\, dl \ . \ . (178)$$

Это и есть диференціальное уравненіе для неравномѣрнаго движенія воды въ каналахъ.



64.

Разсматривая какой нибудь участокъ на разстояніи l_a отъ пункта O (фиг. 64) и полагая въ сѣченіи a среднюю скорость $= v_a$, площадь живого сѣченія $= \omega_a$ и въ сѣченіи b, на разстояніи l_b отъ пункта O и на l отъ сѣченія a, соотвѣтственно среднюю скорость $= v_b$ и площадь живого сѣченія $= \omega_b$, можемъ опредѣлить паденіе h. Интегрируя ур. (178) получимъ:

$$h = \int_{v_a}^{v_b} \frac{v\, dv}{g} + \int_{l_a}^{l_b} \frac{u b_1 \ v^2}{\omega}\, dl$$

откуда

$$h = \frac{v_b^{\,2}}{2g} - \frac{v_a^{\,2}}{2g} + \int_{l_a}^{l_b} \frac{u b_1 \ v^2}{\omega}\, dl \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (179)$$

но

$$Q = \omega_a v_a = \omega_b v_b = \omega v \text{ или } v_a = \frac{Q}{\omega_a}, \quad v_b = \frac{Q}{\omega_b} \text{ и } v = \frac{Q}{\omega}$$

а потому

$$h = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\omega_b^{\,2}} - \frac{1}{\omega_a^{\,2}}\right) + Q^2 \int_{l_a}^{l_b} \frac{u}{\omega^3}\, b_1\, dl \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (180)$$

Отношеніе $\frac{u}{\omega^3}$ измѣняется между сѣченіями a и b, а потому для вычисленія интеграла $\int_{l_a}^{l_b} \frac{u}{\omega^3} b_1\, dl$ придется всю длину $l = l_b - l_a$ раздѣлить на участки, въ предѣлахъ которыхъ можно считать $\frac{u}{\omega^3}$ постояннымъ и для каждаго участка вычислить u и ω (по форм. Симпсона) и величину интеграла.

При выводѣ уравн. (179) мы полагали въ каждой точкѣ разсматриваемаго сѣченія скорость = средней, вслѣдствіе чего входитъ ошибка въ величины $\frac{v_b^2}{2g}$ и $\frac{v_a^2}{2g}$, которая, впрочемъ, очень невелика. Чтобы поправить ошибку слѣдуетъ каждую изъ упомянутыхъ величинъ помножить на коэф. $k > 1$, при выборѣ котораго должно слѣдовать закону измѣненія скоростей каждаго сѣченія, но законъ этотъ точно не извѣстенъ, а потому невозможно вычислить дѣйствительную величину k. Poncelet полагаетъ

$$k = 1{,}10.$$

M. Bazin предлагаетъ принимать

$$k = 1 + 2{,}10 b_1$$

Отсюда видно, что полагая $k = 1$, какъ это мы дѣлали при выводѣ уравн. 178 и 179, ошибка вводимая въ вычисленіе будетъ не велика.

Вводя коэф. k получимъ:

$$h = \int_{v_a}^{v_b} \frac{kvdv}{g} + \int_{l_a}^{l_b} \frac{u}{\omega}\, b_1 v^2\, dl.$$

или

$$h = \frac{k\,(v_b^{\,2} - v_a^{\,2})}{2g} + Q^2 \int_{l_a}^{l_b} \frac{u}{\omega^3}\, b_1 dl \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (181)$$

Средняя скорость теченія.

41. При устройствѣ каналовъ важно знать зависимость между скоростями: v_1 — наибольшей близъ поверхности, v_0 — наименьшей около дна и v_c — средней скоростью.

Если будемъ опредѣлять опытомъ скорости v теченія на различныхъ разстояніяхъ x отъ берега и если число сдѣланныхъ наблюденій $= n$, то

$$v_c = k \frac{\Sigma v_x}{n} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (182)$$

гдѣ k — коэффиціентъ, по опытамъ Дарси и Базена при земляномъ грунтѣ $k = 0{,}65$. Вейсбахъ полагаетъ $k = 0{,}92$. Среднее значеніе $k = 0{,}8$. Въ § 39 мы уже привели нѣсколько формулъ для опредѣленія средней скорости, дадимъ еще нѣсколько формулъ, которыя имѣютъ практическое примѣненіе

По Баумгартену

$$v_c = 0{,}842\ v_1\ max \quad \ldots\ldots\ldots \quad (183)$$

по Ламейеру

$$v_c = 0{,}75\ \ v_1\ max \quad \ldots\ldots\ldots \quad (184)$$

по Базену

$$v_c = 0{,}85\ \ v_1\ max \quad \ldots\ldots\ldots \quad (185)$$

Какъ мы видѣли, можно принимать (см. фор. 164)

$$v_c = \frac{v_1 + v_0}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (186)$$

Прони даетъ слѣдующую эмпирическую формулу:

$$v_c = v_{1\,max} \left(\frac{v_{1\,max} + a}{v_{1\,max} + b} \right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (187)$$

гдѣ $a = 2{,}372$ и $b = 3{,}153$.

Если взять формулу

$$v_c = k\sqrt{R\,.\,\tau} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (188)$$

то Гангилье и Куттеръ, на основаніи изслѣдованія Гумпрея и Абота въ рѣкѣ Миссисипи, а также на основаніи другихъ изслѣдованій, дали для коэффиц. k въ формулѣ 188 слѣдующее выраженіе:

$$k = \frac{23 + \frac{1}{n} + \frac{0{,}00155}{\tau}}{1 + \left(23 + \frac{0{,}00155}{\tau}\right)\frac{n}{\sqrt{R}}}$$

гдѣ n опредѣляется согласно матеріалу дна и береговъ канала:

Каналы со стѣнками гладкими (цементированныя или изъ тщательно обстроганнаго дерева) . . . . $n = 0{,}010$.
Стѣнки канала досчатыя . . . . » $= 0{,}012$.
Стѣнки облицованы тесанымъ камнемъ или кирпичемъ . » $= 0{,}013$.
Стѣнки изъ бутоваго камня . . . . » $= 0{,}017$.
Земляныя стѣнки . . . . » $= 0{,}025$.
Каналы съ водными растеніями . . . . » $= 0{,}030$.

Эйтельвейнъ для опредѣленія средней скорости даетъ слѣдующее уравненіе:

$$\tau = k\frac{u}{\omega} \cdot \frac{v_c^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (189)$$

гдѣ $k = 0{,}007565$.

При устройствѣ канала, сообразно свойству грунта, задается скорость на днѣ v_0, при которой не должно повреждаться русло, а затѣмъ выбравши v_0, изъ форм. 186 и 187, сравненіемъ послѣднихъ, можно опредѣлить величину v_1, а зная v_0 и v_1, опредѣлимъ, какая должна быть средняя скорость v_c; сообразно полученной величинѣ не трудно опредѣлить необходимое паденіе τ.

Матеріалъ русла:	v_0 *max.* въ 1 сек. въ метрахъ:	
Рыхлая земля	0,076	
Жирная глина	0,152	
Песокъ	0,305	
Хрящъ	0,609	
Гравій	0,914	. . . . (190)
Дресва (чура)	1,220	
Слоистыя твердыя породы	1,830	
Неслоистыя твердыя породы	3,050	

При опредѣленіи размѣровъ каналовъ, подводящихъ воду для дѣйствія машинъ, обыкновенно берутъ:

$$v_c = 0{,}5 \text{ до } 1{,}5 \text{ m въ сек.} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (191)$$

Форма поперечнаго профиля каналовъ. Величина паденія.

42. Наивыгоднѣйшій профиль канала будетъ въ томъ случаѣ, когда подводный периметръ получаетъ минимальное значеніе, т. е. когда отношеніе $\frac{u}{\omega} = \frac{1}{R}$ будетъ имѣть минимальную величину. При минимальной величинѣ этого отношенія будетъ и наименьшее сопротивленіе русла.

Изъ прямоугольныхъ фигуръ наименьшее отношеніе $\frac{u}{\omega}$ будетъ имѣть квадратъ, но то же будетъ и для полуквадрата, а потому въ каналахъ прямоугольнаго профиля выгодно ширину канала дѣлать = = удвоенной глубинѣ его.

Изъ всѣхъ замкнутыхъ фигуръ, для круга отношеніе $\frac{u}{\omega}$ — наименьшее. Но подобный профиль, по трудности исполненія и дороговизнѣ, примѣняется только при устройствѣ водостоковъ.

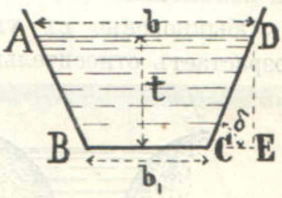
При каналахъ значительнаго размѣра, полукруглый профиль за-мѣняется профилемъ въ видѣ трапеціи. Уголъ δ (фиг. 65) зависитъ отъ матеріала стѣнокъ канала. Изъ чертежа видно, что

$$\frac{CE}{DE} = cotg\,\delta = \frac{CE}{t}.$$

Матеріалъ стѣнокъ и дна русла:	$cotg\,\delta$	δ
Металлическое или деревянное русло	0 . .	90°
Хорошая камен. кладка при малыхъ каналахъ . .	0 . .	90°
Каменная облицовка	0,5 . .	$63^1/_2$°
Твердыя земляныя стѣнки, откосы покрыты дерномъ и вообще укрѣплены	1 . .	45°
Твердыя земляныя стѣнки безъ укрѣпленія откосовъ	1,5 . .	$33^1/_2$°
Рыхлое земляное русло	2 . .	$26^1/_2$°

Для судоходныхъ каналовъ Редтенбахеръ даетъ слѣдующія формулы:

$$\left.\begin{aligned} \frac{b_1}{t} &= 2{,}7 + 0{,}9\omega \\ \frac{b}{t} &= 2{,}7 + 0{,}9\omega + 2\,cotg\,\delta \end{aligned}\right\} \ldots (192)$$



65.

гдѣ ω — площадь живого сѣченія

Эта формула устарѣла и даетъ слишкомъ малую глубину для большихъ судоходныхъ каналовъ, а потому пользуются и другими формулами:

$$\left.\begin{aligned} \frac{b_1}{t} &= 1{,}7 + 0{,}09\omega \\ \frac{b}{t} &= 1{,}7 + 0{,}09\omega + 2\,cotg\,\delta \end{aligned}\right\} \ldots\ldots (193)$$

Площадь живого сѣченія для профиля въ видѣ трапеціи:

$$\omega = \frac{b + b_1}{2}\,t, \quad \ldots\ldots\ldots (194)$$

гдѣ

$$b = b_1 + 2t\;cotg\,\delta; \ldots\ldots\ldots (195)$$

изъ этихъ уравненій имѣемъ:

$$t = \sqrt{\frac{\omega}{\frac{b_1}{t} + cotg\,\delta}} \ldots\ldots\ldots (196)$$

Задавшись отношеніемъ $\frac{b_1}{t}$, найдемъ t и слѣдовательно опредѣлимъ и b_1.

Подводный периметръ будетъ:

$$u = b_1 + \frac{2t}{\sin\delta} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (197)$$

Пользуясь формулой Эйтельвейна (189) и опредѣляя среднюю скорость, получимъ

$$v_c = \sqrt{\frac{\omega}{u} \cdot \frac{2g\tau}{k}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (198)$$

Если величина t — постоянна *), то при глубинѣ t_1 и соотвѣтственной величинѣ ω_1

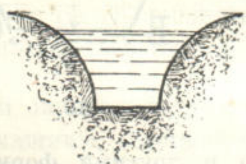
$$v_c' = \sqrt{\frac{\omega_1}{u_1} \cdot \frac{2g\tau}{k}}$$

и

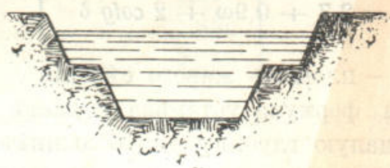
$$\frac{v_c'}{v_c} = \sqrt{\frac{u \,.\, \omega_1}{u_1 \,.\, \omega}}, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (199)$$

этою формулою опредѣляется соотношеніе между средними скоростями съ измѣненіемъ t и ω, но при постоянномъ τ.

Обыкновенно съ увеличеніемъ живого сѣченія ω, периметръ u возрастаетъ относительно ничтожно, а потому съ повышеніемъ уровня



66.



67.

воды въ каналѣ — средняя скорость въ немъ увеличивается. Если желаемъ, чтобы средняя скорость не измѣнялась (при постоянномъ τ) съ измѣненіемъ глубины t, то слѣдуетъ, чтобы отношеніе $\frac{\omega}{u}$ оставалось постояннымъ, т. е. чтобы съ увеличеніемъ ω и подводный периметръ u увеличивался въ соотвѣтственной степени, что достигается приданіемъ бокамъ канала незначительнаго уклона. Вольтманъ совѣтуетъ въ этомъ случаѣ берегамъ давать очертаніе въ видѣ параболы (фиг. 66), что затруднительно осуществить на практикѣ. Удобнѣе въ этомъ отношеніи профиль, предложенный Прони (фиг. 67).

Что касается величины паденія τ, то въ руслахъ, подводящихъ воду на гидравлическіе пріемники,

$$\tau = 0{,}0003 \text{ до } 0{,}0005 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (200)$$

---

*) Это не всегда справедливо, такъ какъ съ повышеніемъ уровня воды въ каналѣ, величина τ можетъ и уменьшиться.

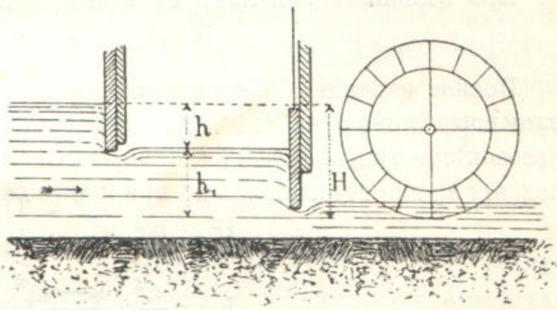
для каналовъ, отводящихъ воду,

$$\tau = 0{,}0005 \text{ до } 0{,}001 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (201)$$

хотя, само собою разумѣется, иногда приходится въ большей или меньшей степени отклоняться отъ указанныхъ предѣловъ въ ту или другую сторону.

Сопротивленія въ каналахъ при входѣ и выходѣ воды.

43. Каналами отводится вода изъ озеръ, прудовъ и т. п. При заводскихъ каналахъ, подводящихъ воду на гидравлическіе пріемники, обыкновенно въ началѣ и концѣ канала имѣются щиты (фиг. 68). Судоходные каналы обыкновенно изгибовъ не имѣютъ (фиг. 69). При проходѣ воды черезъ щиты, теряется обыкновенно часть напора на преодолѣніе вредныхъ сопротивленій. Вслѣдствіе этихъ



68.

причинъ, каналу приходится придавать большій уклонъ, чѣмъ тотъ, который опредѣлялся по формуламъ §§ 39, 40. Потеря напора происходитъ вслѣдствіе удара частицъ воды; эта потеря опредѣляется формулою (147):

$$\zeta = \frac{(v - v_1)^2}{2g}.$$

a) Если будемъ разсматривать судоходный каналъ (фиг. 69), то при началѣ канала происходитъ неполное сжатіе; если обозначимъ площадь живого сѣченія канала черезъ Ω и среднюю скорость въ немъ черезъ v_c, площадь въ сжатомъ мѣстѣ потока черезъ ω, и скорость черезъ v, то вслѣдствіе непрерывности тока должно быть

69.

$$v\omega = \Omega v_c$$

и

$$v = \frac{\Omega}{\omega} v_c,$$

но мы обозначили коэффиціентъ сжатія черезъ α, въ данномъ случаѣ

$$\alpha = \frac{\omega}{\Omega},$$

 $v > v_0$

слѣдовательно

$$v = \frac{v_c}{\alpha}.$$

Въ формулу (147) придется вмѣсто v подставить $\frac{v_c}{\alpha}$ и вмѣсто v_1 величину v_c, а потому потеря напора будетъ:

$$\zeta = \frac{1}{2g}\left(\frac{v_c}{\alpha} - v_c\right)^2 = \frac{v_c^2}{2g}\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right)^2 = \frac{v_c^2}{2g}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^2 \quad . \; . \; . \; (202)$$

Дюбуа для коэффиціента сжатія даетъ слѣдующія значенія:

$$\alpha = 0{,}73 \text{ до } 0{,}91 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (203)$$

При большихъ каналахъ съ незначительною скоростью теченія

$$\alpha = 0{,}97 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (204)$$

Полное паденіе H состоитъ изъ трехъ частей: h_1 паденія, составляющаго потерю на сжатіе, которое мы опредѣлили, паденія h_2 на преодолѣніе гидравлическихъ сопротивленій въ каналѣ и наконецъ паденія h_3 для сообщенія водѣ при концѣ канала скорости v_c, а потому

$$H = h_1 + h_2 + h_3,$$

гдѣ

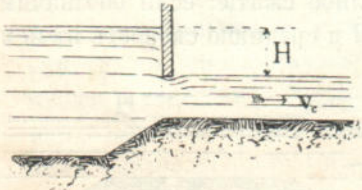
$$h_1 = \frac{v_c^2}{2g}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^2,$$

h_2 можно опредѣлить по формулѣ (189):

$$h_2 = k \cdot \frac{u}{\omega} \cdot \frac{v_c^2}{2g} \cdot l,$$

гдѣ коэффиціентъ k можетъ быть взятъ тотъ, который далъ Эйтельвейнъ, а можно также его опредѣлить путемъ сравненія форм. (189) съ другими формулами, опредѣляющими среднюю скорость; паденіе

$$h_3 = \frac{v_c^2}{2g}.$$



70.

Итакъ

$$H = \frac{v_c^2}{2g}\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^2 + k\frac{u}{\omega}\frac{v_c^2}{2g} \cdot l + \frac{v_c^2}{2g}$$

или

$$H = \frac{v_c^2}{2g}\left[\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^2 + k\frac{ul}{\omega} + 1\right] . \; (205)$$

б) Эту же формулу можно примѣнить и къ тому случаю, когда въ началѣ канала имѣется щитъ (фиг. 70). Обозначимъ черезъ ω_1 — площадь щитового отверстія и черезъ Ω — площадь живого сѣченія канала, тогда площадь сѣченія въ сжатомъ мѣстѣ струи будетъ:

$$\omega = \alpha\omega_1$$

и

$$v \cdot \alpha\omega_1 = v_c \Omega,$$

откуда

$$v = v_c \frac{\Omega}{\alpha\omega_1},$$

слѣдовательно

$$h_1 = \frac{1}{2g}\left(v_c \frac{\Omega}{\alpha\omega_1} - v_c\right)^2 = \frac{v_c^2}{2g}\left(\frac{\Omega}{\alpha\omega_1} - 1\right)^2$$

и

$$H = \frac{v_c^2}{2g}\left[\left(\frac{\Omega}{\alpha\omega_1} - 1\right)^2 + k\frac{ul}{\omega} + 1\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \; (206)$$

в) Если каналъ имѣетъ въ началѣ и въ концѣ щиты (фиг. 68), то подобнымъ же образомъ можно опредѣлить паденіе. Обозначимъ черезъ H напоръ, считая отъ уровня воды въ резервуарѣ до центра тяжести выпускного отверстія нижняго щита, черезъ v — скорость истеченія воды изъ этого отверстія и черезъ h_1—напоръ надъ центромъ тяжести отверстія, тогда

$$H = \frac{v_c^2}{2g}\left[\left(\frac{\Omega}{\alpha\omega_1} - 1\right)^2 + k\frac{ul}{\omega}\right] + \frac{v^2}{2g}$$

скорость v получается вслѣдствіе напора h_1 и напора соотвѣтствующаго скорости v_c, съ которою вода подходитъ къ щитовому отверстію, потому

$$\frac{v^2}{2g} = h_1 + \frac{v_c^2}{2g}$$

и

$$\left.\begin{aligned} H - h_1 &= \frac{v_c^2}{2g}\left[\left(\frac{\Omega}{\alpha\omega_1} - 1\right)^2 + k\frac{ul}{\omega} + 1\right] \\ \text{или} \quad h &= \frac{v_c^2}{2g}\left[\left(\frac{\Omega}{\alpha\omega_1} - 1\right)^2 + k\frac{ul}{\omega} + 1\right] \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (207)$$

т. е. получилась формула 206, что и надо было ожидать, т. к. скорость передъ щитомъ = скорости въ концѣ канала, представленнаго на фиг. 70.

Въ форм. 206 и 207 численныя значенія коэффиціента α надо выбирать согласно указаніямъ, сдѣланнымъ въ §§ 28, 29 и 30.

Образованіе водяного порога въ каналахъ и рѣкахъ.

44. При малой глубинѣ и большой скорости теченія, при впаденіи каналовъ или рѣкъ въ бассейны или при перегибахъ дна, иногда замѣчается образованіе на поверхности воды порога (фиг. 71). Положимъ скорость воды до порога $= v$ и за порогомъ $= v_1$, t и t_1 соот-

вѣтствующія глубины, $b =$ ширинѣ потока, $h =$ высотѣ порога. Беланже и др. гидравлики опредѣляютъ высоту порога приблизительно по слѣдующей формулѣ

71.

$$h = \frac{1}{2g}(v^2 - v_1^2),$$

т. е. слѣдовательно полагаютъ высоту $=$ разности высотъ, соотвѣтствующихъ скоростямъ v и v_1. Вслѣдствіе непрерывности теченія

$$b \,.\, t \,.\, v = b \,.\, (t + h) \,.\, v_1$$

или

$$tv = (t + h)\, v_1,$$

откуда

$$v_1 = \frac{t \,.\, v}{t + h},$$

слѣдовательно

$$h = \frac{v^2}{2g}\left[1 - \left(\frac{t}{t+h}\right)^2\right]$$

откуда

$$(t+h)^2 = \frac{v^2}{2g}\left[\frac{(t+h)^2 - t^2}{h}\right]$$

или

$$h^2 + h\left(2t - \frac{v^2}{2g}\right) = \frac{v^2 t}{g} - t^2,$$

слѣдовательно

$$h = \frac{v^2}{4g} - t + \sqrt{\frac{v^2}{2g}\left(\frac{v^2}{8g} + t\right)} \quad \ldots \ldots \quad (208)$$

Чтобы существовалъ порогъ — должно быть

$$h > 0$$

или

$$\frac{v^2}{4g} - t + \sqrt{\frac{v^2}{2g}\left(\frac{v^2}{8g} + t\right)} > 0,$$

или

$$\sqrt{\frac{v^2}{2g}\left(\frac{v^2}{8g} + t\right)} > t - \frac{v^2}{4g}$$

возвышая въ квадратъ и сокращая, получимъ

$$\frac{tv^2}{g} > t^2$$

или

$$\frac{v^2}{g} > t,$$

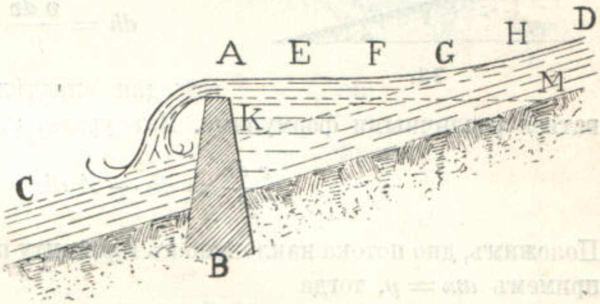
т. е. должно быть

$$t < 2\,\frac{v^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (209)$$

Другими словами, глубина потока должна быть менѣе удвоеннаго напора, соотвѣтствующаго скорости теченія до порога и только въ такомъ случаѣ образуется порогъ.

Подпоръ (подпруда). Опредѣленіе амплитуды подпора.

45. Если рѣка въ своемъ теченіи встрѣчаетъ какія-либо препятствія, которыя, хотя и не совершенно, но на нѣкоторомъ протяженіи ея живого сѣченія прерываютъ это теченіе, какъ напримѣръ, устои мостовъ, то уровень воды передъ этими препятствіями нѣсколько повышается и повышеніе воды, надъ поверхностью свободно протекающей воды, называется подпоромъ или подпрудою. Длина отъ точки, гдѣ теченіе встрѣчаетъ препятствіе, до точки, гдѣ уровень прежняго свободнаго теченія рѣки не измѣнился, называется длиною или амплитудою подпора.

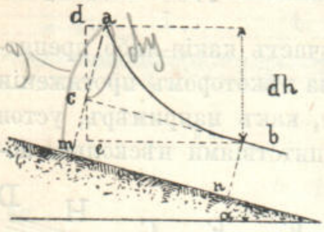


72.

Если CD — поверхность воды въ рѣкѣ до запруды, при свободномъ теченіи, то съ устройствомъ плотины AB (фиг. 72), преграждающей все теченіе рѣки, уровень воды въ послѣдней передъ плотиною подымется. Если бы предположить, что теченіе рѣки вверху плотины вдругъ прекратилось, то свободная поверхность воды передъ плотиною сдѣлалась бы горизонтальною плоскостью и изобразилась бы линіею KM. Но если теченіе продолжается, то свободная поверхность приметъ видъ вогнутой поверхности, слѣдъ которой, при пересѣченіи съ вертикальною плоскостью, изобразится линіею $AEFGH$. Теорія указываетъ намъ, что эта кривая должна быть высшаго порядка и принадлежитъ къ числу ассимптотическихъ, т. е. слѣдовательно вліяніе подпора распространяется на безконечную длину, но однако на разстояніи уже полуторной длины KM отъ плотины, разстояніе между ассимптотой CD и кривой представляетъ такую ничтожную величину, что можно ее считать практически не существующею. Амплитуда KM называется гидростатическою амплитудою подпора. Итакъ гидродинамическая амплитуда значительно болѣе амплитуды гидростатической.

При устройствѣ плотинъ необходимо принимать во вниманіе производимый ими подпоръ; само собою разумѣется, точно опредѣлить величину послѣдняго невозможно, обыкновенно на практикѣ довольствуются приближенными способами вычисленій; приведемъ одинъ изъ нихъ, рѣшающій вопросъ о подпорѣ съ достаточною точностью.

Какъ уже мы видѣли, зависимость между паденіемъ и скоростью воды въ руслѣ выражается уравненіемъ (178):



73.

$$dh = \frac{v\,dv}{g} + \frac{u\,.\,b_1\,.\,v^2}{\omega}\,dl$$

или вообще

$$dh = \frac{v\,dv}{g} + A\,dl, \quad . \; . \; . \; . \; (210)$$

гдѣ для опредѣленія A можно пользоваться различными формулами. Изъ уравн. (210) имѣемъ:

$$\frac{v\,dv}{g} = dh - A\,dl. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (211)$$

Положимъ, дно потока наклонено къ горизонту подъ угломъ α (фиг. 73), примемъ $am = y$, тогда

$$\overline{bn} = y - \overline{ac} = y - dy$$

$$dh = \overline{dc} + \overline{ce} = \overline{ac}\,.\,cos\,\alpha + \overline{eb}\,.\,sin\,\alpha = dy\,.\,cos\,\alpha + dl\,.\,sin\,\alpha$$

и

$$\frac{v\,dv}{g} = dy\,.\,cos\,\alpha + dl\,.\,sin\,\alpha - A\,dl.$$

Положимъ, $dv = 0$, т. е. $v = const.$, тогда

$$0 = dy\,.\,cos\,\alpha + dl\,.\,sin\,\alpha - A\,.\,dl.$$

Если примемъ $cos\,\alpha = 1$ и $sin\,\alpha = \tau$ (см. равен. 165), то

$$0 = dy + dl\,.\,\tau - A\,.\,dl$$

и

$$dy = (A - \tau)\,dl. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (212)$$

Для опредѣленія A воспользуемся формулою Кези (172):

$$A = \frac{v^2}{k^2}\cdot\frac{1}{R},$$

гдѣ $v =$ средней скорости. Для канала прямоугольнаго сѣченія можно принять

$$R = \frac{\omega}{u} = y$$

и

$$dy = \left(\frac{v^2}{k^2}\cdot\frac{1}{y} - \tau\right) dl. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (213)$$

Если расходъ воды въ сек. $= Q$ и $b =$ ширинѣ русла, то

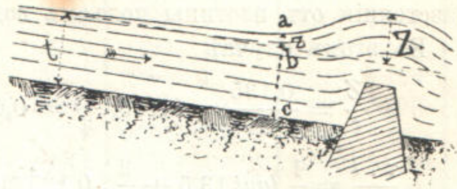
$$Q = b \,.\, t \,.\, v_c = b \,.\, y \,.\, v,$$

гдѣ $v_c =$ средней скорости, при глубинѣ t рѣки или потока до устройства запруды или плотины (фиг. 74). Если ширина потока не измѣняется, то

$$\frac{v_c}{v} = \frac{y}{t}$$

или

$$v_c = v\frac{y}{t}$$



74.

и

$$\tau = \frac{v_c^2}{k^2}\cdot\frac{1}{R} = \frac{v_c^2}{k^2}\cdot\frac{1}{t} = \frac{v^2}{k^2}\cdot\frac{y^2}{t^3}.$$

Подставляя это значенiе для τ въ уравн. 213, получимъ:

$$dy = \left(\frac{v^2}{k^2}\cdot\frac{1}{y} - \frac{v^2}{k^2}\cdot\frac{y^2}{t^3}\right)dl = \frac{v^2}{k^2}\left(\frac{1}{y} - \frac{y^2}{t^3}\right)dl$$

и

$$\frac{\tau}{dy} = \frac{y^3}{(t^3 - y^3)\,dl}$$

или

$$\tau \,.\, dl = \frac{y^3\,dy}{t^3 - y^3} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (214)$$

Въ любомъ сѣченiи глубина $y = ac = ab + bc = z + t$, гдѣ $z =$ подъему воды надъ естественнымъ уровнемъ рѣки или потока до устройства запруды, а потому

$$dy = dz$$

и

$$\tau \,.\, dl = \frac{(t+z)^3 .\, dz}{t^3 - (t+z)^3}$$

или

$$\tau \,.\, dl = -\left[1 + \frac{t^3}{(t+z)^3 - t^3}\right] dz \;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (215)$$

Болѣе удобно для вычисленiй брать отношенiе $\tau\, dl$ къ t, непосредственнымъ дѣленiемъ, получаемъ:

$$\frac{\tau \,.\, dl}{t} = -\left[\frac{1}{3}\frac{dz}{z} + \frac{2}{3}\frac{dz}{t} + \frac{2}{9}\frac{z\,dz}{t^2} - \frac{1}{9}\frac{z^2\,dz}{t^3} + \frac{1}{27}\frac{z^3\,dz}{t^4}\dots\right] \;.\;. \quad (216)$$

Произведя интегрированiе, получимъ:

$$\frac{\tau \,.\, l}{t} = -\int_Z^z \frac{1}{3}\frac{dz}{z} - \int_Z^z \frac{2}{3}\frac{dz}{t}\dots = \int_z^Z \frac{1}{3}\frac{dz}{z} + \int_z^Z \frac{2}{3}\frac{dz}{t}\dots = \frac{1}{3}\,lgnt\,\frac{Z}{z} +$$

$$+ \frac{2}{3}\,\frac{Z - z}{t} + \frac{1}{9}\,\frac{Z^2 - z^2}{t^2} - \frac{1}{27}\,\frac{Z^3 - z^3}{t^3} + \frac{1}{108}\,\frac{Z^4 - z^4}{t^4} \;.\;. \quad (217)$$

Если будемъ углублять дно, то Z и z мѣняють знаки и

$$\frac{\tau \,.\, l}{t} = \frac{1}{3}\, lgnt\, \frac{Z}{z} - \frac{2}{3}\,\frac{Z-z}{t} + \frac{1}{9}\,\frac{Z^2-z^2}{t^2} + \frac{1}{27}\,\frac{Z^3-z^3}{t^3} + \frac{1}{108}\,\frac{Z^4-z^4}{t^4}. \quad (218)$$

Примѣръ 1. Вода поднята плотиною на 0,135 m ($=Z$), глубина рѣки $t = 1$ m, наклонъ дна $= \frac{1}{3000}$. Спрашивается—на какомъ разстояніи отъ плотины подъемъ воды $= 0{,}01$ m?

Въ этомъ случаѣ

$$\frac{Z}{t} = \frac{0{,}135}{1} = 0{,}135;\ \frac{z}{t} = 0{,}01 \text{ и } \frac{Z}{z} = \frac{0{,}135}{0{,}01} = 13{,}5$$

$$\frac{\tau \,.\, l}{t} = \frac{1}{3}\, lgnt\, 13{,}5 + \frac{2}{3} \,.\, 0{,}125 + \frac{1}{9}\,(0{,}018225 - 0{,}0001) -$$

$$- \frac{1}{27}\,(0{,}002360 - 0{,}000001)$$

или

$$\frac{\tau \,.\, l}{t} = 0{,}867563 + 0{,}083333 + 0{,}002014 - 0{,}000097 = 0{,}952813$$

и

$$l = 0{,}952813 \,.\, 1 \,.\, 3000 = 2858{,}439 \text{ m}.$$

Примѣръ 2. На какомъ разстояніи отъ даннаго пункта, для котораго повышеніе $= 0{,}01$ m, повышеніе будетъ 0,0098 m?

Въ этомъ случаѣ

$$\frac{Z}{t} = 0{,}01;\ \frac{z}{t} = 0{,}0098 \text{ и } \frac{Z}{z} = \frac{0{,}01}{0{,}0098} = 1{,}02$$

$$\frac{\tau \,.\, l}{t} = \frac{1}{3}\, lgnt\, 1{,}02 + \frac{2}{3} \,.\, 0{,}0002 = 0{,}00666$$

и

$$l = 0{,}00666 \,.\, 1 \,.\, 3000 = 19{,}98 \text{ m}.$$

Примѣръ 3. Положимъ, рѣка имѣетъ глубину 1 m, наклонъ дна $= \frac{1}{4000}$, отъ углубленія дна уровень понизился на 0,225 m. Спрашивается на какомъ разстояніи уровень потока понизился на 0,01 m?

Въ этомъ случаѣ

$$\frac{Z}{t} = \frac{0{,}225}{1} = 0{,}225;\ \frac{z}{t} = 0{,}01 \text{ и } \frac{Z}{z} = 22{,}5$$

$$\frac{\tau \,.\, l}{t} = \frac{1}{3}\, lgnt\, 22{,}5 - \frac{2}{3} \,.\, 0{,}215 + \frac{1}{9} \,.\, 0{,}050525 + \frac{1}{27} \,.\, 0{,}011389625 +$$

$$+ \frac{1}{108} \cdot 0{,}00256288 = 0{,}9005675$$

и

$$l = 0{,}9005675 \,.\, 1 \,.\, 4000 = 3602{,}27 \text{ m}.$$

Для облегченія вычисленій ниже приведены таблицы. Указанные примѣры выясняютъ — какимъ образомъ пользоваться таблицами.

I. Таблица для опредѣленія повышеній уровня.

$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$
0,010	0,0067	0,235	1,2148	0,455	1,5958	0,675	1,8951	0,895	2,1625
0,015	0,1452	0,240	1,2254	0,460	1,6032	0,680	1,9014	0,900	2,1683
0,020	0,2444	0,245	1,2358	0,465	1,6106	0,685	1,9077	0,905	2,1742
0,025	0,3222	0,250	1,2461	0.470	1,6179	0,690	1,9140	0,910	2,1800
0,030	0,3863	0,255	1,2563	0,475	1,6252	0,695	1,9203	0,915	2,1858
0,035	0,4411	0,260	1,2664	0,480	1,6324	0.700	1,9266	0,920	2.1916
0,040	0.4889	0,265	1,2763	0,485	1,6396	0,705	1,9329	0,925	2,1974
0,045	0,5316	0,270	1,2861	0,490	1,6468	0,710	1,9392	0,930	2,2032
0,050	0,5701	0,275	1,2958	0,495	1,6540	0,715	1,9455	0,935	2,2090
0,055	0,6053	0,280	1,3054	0.500	1,6611	0,720	1,9517	0,940	2,2148
0,060	0.6376	0,285	1,3149	0,505	1,6682	0,725	1,9579	0,945	2,2206
0,065	0,6677	0,290	1,3243	0,510	1,6753	0,730	1,9641	0,950	2,2264
0,070	0,6958	0,295	1,3336	0,515	1,6823	0,735	1,9703	0,955	2,2322
0,075	0,7222	0,300	1,3428	0,520	1,6893	0,740	1,9765	0,960	2,2380
0,080	0,7482	0,305	1,3519	0,525	1,6963	0.745	1,9827	0,965	2,2438
0,085	0,7708	0,310	1,3610	0,530	1,7032	0,750	1,9888	0,970	2,2496
0,090	0,7933	0,315	1,3700	0,535	1,7101	0,755	1,9949	0,975	2,2554
0,095	0,8148	0,320	1,3789	0,540	1,7170	0,760	2,0010	0.980	2,2611
0,100	0,8353	0,325	1,3877	0,545	1,7239	0,765	2,0071	0,985	2,2668
0,105	0,8550	0,330	1,3964	0,550	1,7308	0,770	2,0132	0,990	2,2725
0,110	0,8739	0,335	1,4050	0,555	1,7376	0,775	2,0193	0,995	2,2782
0,115	0,8922	0,340	1,4136	0,560	1,7444	0,780	2,0254	1,000	2,2839
0,120	0,9098	0,345	1,4221	0,565	1,7512	0,785	2,0315	1,100	2,3971
0,125	0,9269	0,350	1,4306	0.570	1,7589	0,790	2,0375	1,200	2,5683
0,130	0,9434	0,355	1,4390	0,575	1,7647	0,795	2,0435	1,300	2,6179
0,135	0,9595	0,360	1,4473	0,580	1,7714	0,800	2,0495	1,400	2,7264
0,140	0,9751	0,365	1,4556	0,585	1,7781	0.805	2,0555	1,500	2,8337
0,145	0,9903	0,370	1,4638	0,590	1,7848	0,810	2,0615	1,600	2.9401
0,150	1,0051	0,375	1,4720	0,595	1,7914	0,815	2,0675	1,700	3,0458
0,155	1,0195	0,380	1,4801	0,600	1,7980	0,820	2,0735	1,800	3,1508
0,160	1,0335	0,385	1,4882	0,605	1,8046	0,825	2,0795	1,900	3,2553
0,165	1,0473	0,390	1,4962	0,610	1,8112	0,830	2,0855	2,000	3,3594
0,170	1,0608	0,395	1,5041	0,615	1,8178	0,835	2,0915	2,100	3,4631
0,175	1,0740	0,400	1,5119	0,620	1,8243	0,840	2,0975	2,200	3,5564
0,180	1,0869	0,405	1,5197	0,625	1,8308	0,845	2,1035	2,300	3,6694
0,185	1,0995	0,410	1,5275	0,630	1,8373	0,850	2,1095	2,400	3,7720
0,190	1,1119	0,415	1,5353	0,635	1,8438	0,855	2,1154	2,500	3,8745
0,195	1,1241	0,420	1,5430	0,640	1,8503	0,860	2,1213	2,600	3,9768
0,200	1,1361	0,425	1,5507	0,645	1,8567	0,865	2,1272	2,700	4,0789
0,205	1,1479	0,430	1,5583	0,650	1,8631	0,870	2,1331	2,800	4,1808
0,210	1,1595	0,435	1,5659	0,655	1,8695	0,875	2,1390	2,900	4,2826
0,215	1,1709	0,440	1,5734	0,660	1,8759	0,880	2,1449	3,000	4,3843
0,220	1,1821	0,445	1,5809	0,665	1,8823	0,885	2,1508	3,500	5,4366
0,225	1,1931	0,450	1,5884	0,670	1,8887	0,890	2,1567	4,000	6,4342
0,230	1,2040								

II. Таблица для опредѣленія пониженій уровня.

$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$	$\frac{z}{t}$	$f\left(\frac{z}{t}\right)$
0,010	0,0067	0,140	0,7886	0,270	0,9275	0,395	0,9819	0,520	1,0063
0,015	0,1251	0,145	0,7971	0,275	0,9306	0,400	0,9833	0,525	1,0069
0,020	0,2287	0,150	0,8053	0,280	0,9336	0,405	0,9847	0,530	1,0075
0,025	0,2888	0,155	0,8131	0,285	0,9365	0,410	0,9860	0,535	1,0081
0,030	0,3463	0,160	0,8205	0,290	0,9394	0,415	0,9873	0,540	1,0086
0,035	0,3943	0,165	0,8276	0,295	0,9421	0,420	0,9885	0,545	1,0091
0,040	0,4356	0,170	0,8344	0,300	0,9448	0,425	0,9897	0,550	1,0096
0,045	0,4715	0,175	0,8410	0,305	0,9473	0,430	0,9909	0,555	1,0101
0,050	0,5034	0,180	0,8473	0,310	0,9498	0,435	0,9920	0,560	1,0106
0,055	0,5319	0,185	0,8533	0,315	0,9522	0,440	0,9931	0,565	1,0111
0,060	0,5577	0,190	0,8591	0,320	0,9546	0.445	0,9941	0,570	1,0116
0,065	0,5811	0,195	0,8647	0,325	0,9569	0,450	0,9951	0,575	1,0121
0,070	0,6025	0,200	0,8700	0,330	0,9591	0,455	0,9961	0,580	1,0125
0,075	0,6222	0,205	0,8751	0,335	0,9612	0,460	0,9971	0,585	1,0129
0,080	0,6405	0,210	0,8801	0,340	0,9632	0,465	0,9980	0,590	1,0133
0,085	0,6575	0,215	0,8848	0,345	0,9652	0,470	0,9989	0,595	1,0137
0,090	0,6733	0,220	0,8895	0,350	0,9671	0,475	0,9998	0,600	1,0140
0,095	0,6881	0,225	0,8939	0,355	0,9690	0,480	1,0006	0,650	1,0166
0,100	0,7020	0,230	0,8982	0,360	0,9708	0,485	1,0014	0,700	1,0184
0,105	0,7150	0.235	0,9023	0,365	0,9725	0,490	1,0022	0,750	1,0194
0,110	0,7273	0,240	0,9063	0,370	0,9742	0,495	1,0029	0,800	1,0199
0,115	0,7389	0,245	0,9101	0,375	0,9759	0,500	1,0036	0,850	1,0203
0,120	0,7500	0,250	0,9138	0,380	0,9775	0,505	1,0043	0,900	1,0203
0,125	0,7603	0,255	0,9174	0,385	0,9790	0,510	1,0050	0,950	1,0203
0,130	0,7703	0,260	0,9209	0,390	0,9805	0,515	1,0057	1,000	1,0203
0,135	0,7796	0,265	0,9242						

Изъ таблицы I-й для $\frac{z}{t} = 0{,}01$ (для 1-го примѣра) найдемъ значеніе $f\left(\frac{z}{t}\right) = 0{,}0067$ $\left(\text{значеніе } \frac{\tau \,.\, l}{t} \text{ для 2-го примѣра}\right)$. Складываемъ величины отношеній $\frac{\tau \,.\, l}{t}$ для 1-го и 2-го примѣровъ:

$$0{,}952813 + 0{,}00666 = 0{,}959479.$$

Если по таблицѣ отыскать значеніе $\frac{z}{t}$ соотвѣтствующее $f\left(\frac{z}{t}\right) = 0{,}959479$, то найдемъ, что $\frac{z}{t} = 0{,}135$, а это равняется величинѣ отношенія $\frac{Z}{t}$ для 1-го примѣра, итакъ

$$0{,}952813 = 0{,}959479 - 0{,}00666,$$

или

$$\frac{\tau \, . \, l}{t} = f\left(\frac{Z}{t}\right) - f\left(\frac{z}{t}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (219)$$

Это и есть уравненіе, при помощи котораго можно рѣшать чрезвычайно разнообразныя задачи. Численныя значенія соотвѣтствующихъ величинъ для 1-го примѣра будутъ:

$$\frac{\tau \, . \, l}{t} = 0{,}9595 - 0{,}0067 = 0{,}9528$$

и

$$l = 0{,}9528 \, . \, 3000 = 2858{,}4 \text{ m.}$$

Такъ какъ уравн. (219) выражаетъ собою связь между опредѣленными отношеніями и въ приведенныхъ таблицахъ даются численныя значенія отношеній, то безразлично, въ какихъ мѣрахъ мы производимъ вычисленія и таблицы годны для всѣхъ мѣръ.

Рѣшимъ еще двѣ задачи. —

Примѣръ 1. Потокъ имѣетъ паденіе $\frac{1}{5000}$, средняя глубина 2 фута. Плотиною уровень воды поднятъ на 3 фута, такъ что полная высота воды у плотины = 5 ф. Спрашивается — въ какихъ разстояніяхъ отъ плотины подпоръ =

$$= 2 \text{ ф.}, \; 1 \text{ ф.}, \; {}^1/_2 \text{ ф. и } {}^1/_4 \text{ ф.?}$$

$$\frac{Z}{t} = \frac{3}{2} = 1{,}5; \;\; \frac{z}{t} = \frac{2}{2} = 1; \;\; f\left(\frac{Z}{t}\right) = 2{,}8337; \;\; f\left(\frac{z}{t}\right) = 2{,}2839;$$

$$\frac{\tau \, . \, l}{t} = f\left(\frac{Z}{t}\right) - f\left(\frac{z}{t}\right) = 0{,}5498.$$

При

$$\tau = \frac{1}{5000} \text{ и } t = 2, \;\; l = 0{,}5498 \, . \, 2 \, . \, 5000 = 5498 \text{ ф.}$$

Точно такимъ же образомъ опредѣлимъ амплитуды подпора и для другихъ повышеній уровня.

Сравнимъ величины, опредѣленныя изъ вышеприведеннаго уравненія при помощи таблицы съ величинами, опредѣляемыми для даннаго случая таблицами Hagen'a и формулами Heinemann'a:

Амплитуды подпора.				
Подпоръ.	$z = 2$ ф.	$z = 1$ ф.	$z = {}^1/_2$ ф.	$z = {}^1/_4$ ф.
По Hagen'y	5496	11745	15880	19067
» Heinemann'y . . .	5487	11682	15797	18948
» приведенной таблицѣ	5498	11726	15876	19068

Примѣръ 2. Рѣка имѣетъ вездѣ постоянное паденіе 0,0003, глубина была 1,2 m, вслѣдствіе углубленія дна уровень понизился на 0,36 m. Спрашивается—на какомъ разстояніи отъ указаннаго мѣста пониженіе уровня $= 0{,}12$ m?

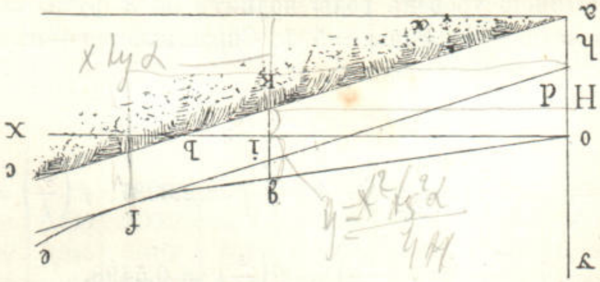
$$\frac{Z}{t} = \frac{0{,}36}{1{,}2} = 0{,}3; \quad \frac{z}{t} = \frac{0{,}12}{1{,}2} = 0{,}1;$$

изъ II-й таблицы имѣемъ:

$$f\left(\frac{Z}{t}\right) = 0{,}9448; \quad f\left(\frac{z}{t}\right) = 0{,}7020$$

$$\frac{\tau \, . \, l}{t} = 0{,}9448 - 0{,}7020 = 0{,}2428 \text{ и } l = 0{,}2428 \, . \, 1{,}2 \, . \, \frac{10000}{3} = 971{,}2 \text{ m.}$$

Для опредѣленія амплитуды подпора въ нѣкоторыхъ случаяхъ можно пользоваться приближеннымъ способомъ вычисленій, предложеннымъ Пуаре (Poirée), состоящимъ въ томъ, что кривая подпора



75.

принимается за параболу 2-го порядка, касающуюся одной вѣтвью горизонтали ox въ точкѣ o, составляющей гребень запруды (фиг. 75), другой вѣтвью она касается линіи средняго уклона de въ точкѣ f поверхности рѣки, гдѣ начинается подтопъ отъ запруды.

Положимъ, линія de (фиг. 75) представляетъ собою поверхность воды въ ея естественномъ состояніи до запруды, линія ac (параллельная de) изображаетъ дно рѣки, и слѣдовательно $h =$ высотѣ воды въ рѣкѣ въ моментъ наблюденія.

Пусть $H =$ высотѣ подпора. Отнесемъ параболу ogf къ осямъ координатъ ox и oy, тогда уравненіе ея будетъ:

$$x^2 = 2py \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, (\beta)$$

Уравненія прямыхъ de и ac будутъ:

$$y = tg\,\alpha \, . \, x - H \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, (\gamma)$$

$$y = tg\,\alpha \, . \, x - (H + h) . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, . \, (\delta)$$

Прямая de совпадаетъ съ касательною къ параболѣ въ точкѣ f, а потому

$$\frac{dy}{dx} = \frac{x}{p} = tg\,\alpha. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (\varphi)$$

Изъ уравн. (β), (γ) и (φ) исключаемъ x и y, получимъ:

$$p = \frac{2H}{tg^2\,\alpha}.$$

Подставляя эту величину для p въ уравн. параболы (β), получимъ:

$$x^2 = \frac{4H}{tg^2\,\alpha}\;y. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (220)$$

Величина ob опредѣлится, если въ уравн. (δ) положимъ $y = 0$, тогда

$$tg\,\alpha\,.\,ob - (H + h) = 0$$

и

$$ob = \frac{H + h}{tg\,\alpha}.$$

Теперь легко опредѣлить величину подпора для любой точки i, находящейся на разстояніи x отъ гребня плотины; глубина воды для точки i будетъ изображаться прямою $gk = h_x$, но

$$gk = gi + ik$$

или

$$h_x = \frac{tg\alpha^2\,.\,x^2}{4H} - tg\,\alpha\,.\,x + H + h \quad \ldots\ldots \quad (221)$$

Разсматриваемый вопросъ имѣетъ большое значеніе въ смыслѣ затопленія чужихъ угодій запрудою. Неоднократно по этому предмету возникавшія тяжбы ставили иногда неопытныхъ юристовъ въ большое затрудненіе. Владѣлецъ плотины, ссылаясь обыкновенно только на высоту воды у плотины и слѣдовательно принимая во вниманіе только гидростатическую амплитуду, доказывалъ невозможность потопленія чужихъ угодій и нивеллировка, конечно, его оправдывала, но тѣмъ не менѣе фактъ затопленія существовалъ на самомъ дѣлѣ, вслѣдствіе гидродинамической амплитуды подпора, которая, если ее вычислить, иногда болѣе чѣмъ въ $1^1/_2$ раза превосходитъ гидростатическую. При правильномъ способѣ эксплоатаціи водяной силы требуется, чтобы ранѣе сооруженія необходимыхъ для вододѣйствія построекъ, путемъ вышеуказанныхъ вычисленій была бы опредѣлена площадь затопленія *) и затопляемая земля пріобрѣталась бы въ собственность, или пользованіе ею устанавливалось актами согла-

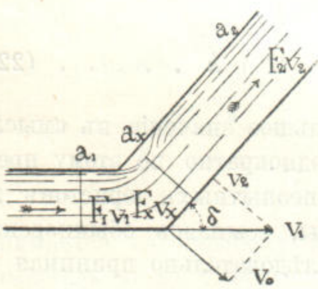
*) См. курсъ автора: Гидротехническія сооруженія. 1899—1900. Изданіе Тех. Инст. Императора Николая I (литограф. записки).

шенія. При сложной фигураціи мѣстности возможно ожидать значительныхъ несогласій съ вычисленіями, а потому, само собою разумѣется, всѣ возможныя отступленія слѣдуетъ предвидѣть и ихъ оговорить при заключеніи условій.

Иногда на подпруду имѣетъ вліяніе проростаніе дна осокою и другими растеніями; проростаніе мѣняется и бываетъ чрезвычайно разнообразно, а потому вліяніе его трудно поддается вычисленіямъ. При возникновеніи тяжбъ слѣдуетъ имѣть въ виду это вліяніе и чтобы опредѣлить его, приходится производить спускъ и подъемъ воды въ то время, когда русло свободно отъ растеній. Еще больше затрудненій является въ томъ случаѣ, когда имѣется нѣсколько водоемовъ или озеръ, соединенныхъ протоками съ различными паденіями; имѣя дѣло съ подобною мѣстностью, для болѣе правильнаго рѣшенія задачи—придется всю затопляемую площадь разбить на отдѣльные участки и разсматривать каждый участокъ въ отдѣльности.

Движеніе по трубамъ. Вліяніе колѣнъ и закругленій.

46. Разсмотримъ теперь движеніе воды по трубамъ и опредѣлимъ вліяніе колѣнъ и закругленій, помощью которыхъ измѣняется направленіе тока. Положимъ, вода течетъ по трубѣ сѣченія F_1 (фиг. 76) и отклоняется въ сторону трубою, площадь сѣченія которой $= F_2$, оси этихъ трубъ пусть составляютъ уголъ δ. Вслѣдствіе центробѣжной силы въ колѣнѣ произойдетъ сжатіе струи. Положимъ въ сѣченіи F_x скорость $= v_x$ и піезометрическая высота $= a_x$, для сѣченій F_1 и F_2 соотвѣтственно скорости будутъ v_1 и v_2 и піезометрическія высоты a_1 и a_2.



76.

Если F_x — площадь въ сжатомъ сѣченіи, то на основаніи форм. (149) потеря напора выразилась бы формулою

$$\zeta = \frac{(v_x - v_2)^2}{2g}$$

или

$$\zeta = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{F_x} - \frac{1}{F_2}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (222)$$

но т. к. $Q = F_1 v_1 = F_2 v_2 = F_x v_x$ и при $F_1 = F_2$, $v_1 = v_2$ и $v_x =$

$$= v_1 \frac{F_1}{F_x} = v_2 \frac{F_2}{F_x},$$

то

$$\zeta = \frac{v_1^2}{2g}\left[\frac{F_1}{F_x} - 1\right]^2 = \frac{v_2^2}{2g}\left[\frac{F_2}{F_x} - 1\right]^2 \ldots\ldots \quad (223)$$

Цейнеръ *) опредѣляетъ потерю напора инымъ путемъ.

На основаніи закона сохраненія энергіи мы можемъ написать:

$$a_1 + \frac{v_1^2}{2g} = a_x + \frac{v_x^2}{2g}$$

т. к. при переходѣ отъ сѣченія F_1 къ сѣченію F_x не происходитъ потери энергіи. При переходѣ же отъ сѣченія F_x къ сѣченію F_2 происходитъ внезапное измѣненіе скорости и слѣдовательно является потеря $h = \frac{(v_x - v_2)^2}{2g}$, а потому

$$a_x + \frac{v_x^2}{2g} - \frac{(v_x - v_2)^2}{2g} = a_2 + \frac{v_2^2}{2g}.$$

Изъ послѣднихъ двухъ уравненій имѣемъ:

$$h = \frac{(v_x - v_2)^2}{2g} = \left(a_1 + \frac{v_1^2}{2g}\right) - \left(a_2 + \frac{v_2^2}{2g}\right) \ldots \quad (224)$$

Эту потерю можно выразить еще иначе (фиг. 76): скорость v_1 можно разложить на составляющія v_2 и v_0, гдѣ v_0 — потерянная скорость и

$$h = \frac{v_0^2}{2g}$$

или

$$v_0^2 = 2gh = v_1^2 + v_2^2 - 2v_2 \, . \, v_2 \, . \cos\delta$$

но

$$\cos\delta = 1 - 2\sin^2\frac{\delta}{2},$$

а потому

$$2gh = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1 \, . \, v_2 + 4v_1 v_2 \sin^2\frac{\delta}{2}$$

или

$$h = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} + \frac{4v_1 v_2 \sin^2\frac{\delta}{2}}{2g} \ldots\ldots \quad (225)$$

Первый членъ выражаетъ собою потерю энергіи, которая происходитъ вслѣдствіе измѣненія скорости v_1 въ скорость v_2, второй членъ выражаетъ вліяніе отклоненія.

Изъ уравн. (224) имѣемъ:

$$h = a_1 - a_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g}$$

---

*) D-r Gustav Zeuner, Vorlesungen über Theorie der Turbinen. 1899. s. 39.

или

$$a_2 - a_1 = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h.$$

Помножимъ обѣ части уравн. на $2g$ и вмѣсто h подставимъ его величину изъ уравн. (225), тогда получимъ:

$$2g\,(a_2 - a_1) = v_1^2 - v_2^2 - (v_1 - v_2)^2 - 4\,v_1 v_2 \sin^2\frac{\delta}{2}$$

или

$$2g\,(a_2 - a_1) = 2v_2\,(v_1 \cos\delta - v_2) \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (226)$$

Принимаемъ потерянную высоту напора

$$h = \gamma\frac{v_2^2}{2g}$$

гдѣ γ представляетъ въ данномъ случаѣ коэф. сопротивленія; т. к.

$$F_x \cdot v_x = F_2 \cdot v_2$$

то

$$h = \frac{(v_x - v_2)^2}{2g} = \frac{\left(\frac{F_2}{F_x} \cdot v_2 - v_2\right)^2}{2g} = v_2^2\,\frac{\left(\frac{F_2}{F_x} - 1\right)^2}{2g}$$

слѣдовательно *)

$$\gamma = \left(\frac{F_2}{F_x} - 1\right)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (227)$$

Съ другой стороны

$$F_1 \cdot v_1 = F_2 \cdot v_2$$

и если положимъ $\frac{F_2}{F_1} = \lambda$, то изъ уравн. (225) имѣемъ

$$h = \gamma\frac{v_2^2}{2g} = \frac{\left(\frac{F_2}{F_1} \cdot v_2 - v_2\right)^2}{2g} + \frac{4\,\frac{F_2}{F_1}\,v_2^2 \sin^2\frac{1}{2}\,\delta}{2g}$$

или

$$h = \gamma\frac{v_2^2}{2g} = \frac{v_2^2}{2g}\left[(\lambda - 1)^2 + 4\lambda \sin^2\frac{1}{2}\,\delta\right]$$

откуда

$$\gamma = (\lambda - 1)^2 + 4\lambda \sin^2\frac{1}{2}\,\delta \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (228)$$

При чемъ, если $F_2 > F_1$, то и $\lambda > 1$.

Если величина λ и уголъ δ заданы, то опредѣлимъ γ изъ послѣдняго уравненія, а изъ уравн. (227) найдется величина сѣченія F_x, т. е. опредѣлится величина сжатія. Слѣдовательно опредѣлится также величина v_x, а изъ уравненія

$$a_x + \frac{v_x^2}{2g} = a_1 + \frac{v_1^2}{2g}$$

опредѣлимъ піезометрическую высоту a_x.

---

*) Какъ видимъ, потеря напора выражается формулою — аналогичною съ форм. 223.

Если колѣна не имѣется, то $\delta = 0$ и полагая $F_x = F_1$, т. е. $\lambda = 1$, а также $v_x = v_1$ и $a_x = a_1$, получимъ случай истеченія, представленный на фиг. 53.

Если $F_2 < F_1$, то $\lambda < 1$ (см. фиг. 77), въ этомъ случаѣ первые члены въ уравн. (225) и (228), при $v_2 = v_1$, пропадаютъ, а при $v_2 > v_1$ величина ихъ очень незначительна и коэф. сопротивленія выражается болѣе простою формулою:

77.

$$\gamma = 4 \lambda \sin^2 \frac{1}{2} \delta \; . \; . \; . \; . \quad (229)$$

Имѣя величину γ, изъ уравн. 227 опредѣлимъ степень сжатія струи.

Мы имѣли уравненіе:

$$a_2 - a_1 = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - h$$

подставляя вмѣсто h величину $\gamma \frac{v_2^2}{2g}$ и помножая на $2g$, получимъ:

$$2g\,(a_2 - a_1) = v_1^2 - v_2^2 - \gamma v_2^2$$

или

$$2g\,(a_1 - a_2) = v_2^2 - v_1^2 + \gamma v_2^2 \; . \; . \; . \; . \; . \quad (230)$$

Этимъ уравненіемъ опредѣляется измѣненіе піезометрическихъ высотъ въ направленіи движенія.

Вейсбахъ разсматриваетъ перегибъ трубы одинаковаго діаметра; въ выведенныхъ формулахъ, въ этомъ случаѣ, слѣдуетъ положить $F_1 = F_2$, т. е. $\lambda = 1$ и $v_1 = v_2$, тогда изъ равенства (228) получимъ:

$$\gamma = 4 \sin^2 \frac{1}{2} \delta \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (231)$$

но такъ какъ

$$\sin^2 \frac{1}{2} \delta = \frac{1 - \cos \delta}{2}$$

то равенство (231) можно написать въ другомъ видѣ:

$$\gamma = 2\,(1 - \cos \delta) \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (232)$$

Вейсбахъ *) производилъ опыты надъ трубою круглаго сѣченія въ 30 mm діаметромъ и опредѣлялъ коэффиціентъ сопротивленія γ при различныхъ углахъ δ и далъ слѣдующую эмпирическую формулу:

$$\gamma = 0{,}9457 \sin^2 \frac{1}{2} \delta + 2{,}047 \sin^4 \frac{1}{2} \delta \; . \; . \; . \; . \; . \quad (233)$$

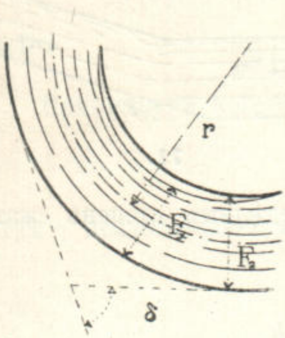
*) Weisbach, „Lehrbuch der Ingenieur-und Maschinen-Mechanik“.

По этой формулѣ для $\delta = 90^\circ$ получаемъ:

$$\gamma = 0,984$$

и соотвѣтственный коэф. сжатія: $\alpha = F_x : F_2 = 0.502$. Между тѣмъ теоретическая форм. (231 или 232) въ этомъ случаѣ ($\delta = 90^\circ$) даетъ другую величину для γ, а именно:

$$\gamma = 2.$$



78.

Изъ форм. (227) получаемъ величину α

$$\alpha = \frac{F_x}{F_2} = 0,414.$$

При такомъ же углѣ отклоненія Вейсбахъ нашелъ для трубы въ 10 mm діаметромъ: $\gamma = 1,536$ и $\alpha = 0,446$.

Несогласіе съ выведенными формулами, какъ видно, становится еще болѣе. Вейсбахъ это уклоненіе отъ форм. (233) объясняетъ вліяніемъ діаметра трубы. Закругленія производятъ дѣйствіе подобное нами разсмотрѣннымъ колѣнамъ (фиг. 78). Для коэффиціента γ въ этомъ случаѣ Дюбуа даетъ слѣдующую формулу:

$$\gamma = \left(\frac{F_2}{F_x} - 1\right)^2 = (0,0039 + 0,0185\,r)\frac{l}{r^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (234)$$

гдѣ r — радіусъ закругленія оси трубы и l = длинѣ криволинейной части трубы, причемъ r и l выражены въ метрахъ.

Вейсбахъ для этого случая даетъ слѣдующую формулу:

$$\gamma = \left[0,131 + 0,163\left(\frac{d}{r}\right)^{\frac{7}{2}}\right]\frac{\delta^\circ}{90} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (235)$$

гдѣ d — діаметръ трубы, а r имѣетъ прежнее значеніе. Для облегченія вычисленій приведемъ таблицу, которая даетъ величины $0,163\left(\frac{d}{r}\right)^{\frac{7}{2}}$

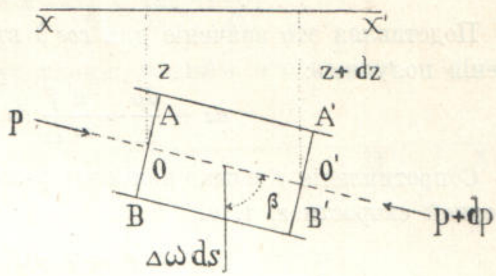
$\frac{d}{r} =$	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
$0,163\left(\frac{d}{r}\right)^{\frac{7}{2}} =$	0,007	0,027	0,075	0,163	0,309	0,530	0,846	1,277	1,848

Потеря напора отъ тренія въ трубахъ.

47. Частицы воды, двигаясь по трубамъ, испытываютъ вліяніе стѣнокъ трубъ, которыя задерживаютъ ихъ движеніе, вслѣдствіе этого частицы, расположенныя около оси трубы, имѣютъ наибольшую скорость.

Въ практикѣ не принимаютъ во вниманіе этихъ измѣненій скоростей и считаютъ, что всѣ частицы въ данномъ сѣченіи движутся съ одинаковою скоростью = средней скорости теченія, при чемъ полагаютъ, что всѣ струйки параллельны оси трубы.

Сопротивленіе движенію воды (треніе) пропорціонально величинѣ поверхности, смоченной жидкостью (поверхности тренія) и нѣкоторой функціи отъ средней скорости, сопротивленіе зависитъ отъ рода стѣнокъ и не зависитъ отъ давленія.



79.

Предположимъ, что у насъ движеніе установившееся, или въ данный промежутокъ времени протекаетъ опредѣленное количество воды, т. е. положимъ, напримѣръ, что въ секунду протекаетъ объемъ Q воды; если обозначимъ черезъ ω, ω' ω'' и т. д. площади нормальныхъ къ оси трубы сѣченій и черезъ v, v' v'' и т. д. среднія скорости въ этихъ сѣченіяхъ, то

$$\omega v = \omega' v' = \omega'' v'' = \ldots\ldots = Q \quad \ldots\ldots \quad (236)$$

Если діаметръ трубы постоянный, то

$$\omega = \omega' = \omega'' \ldots\ldots$$

и

$$v = v' = v'' \ldots\ldots$$

Разсмотримъ часть трубы между сѣченіями AB и $A'B'$, находящимися на безконечно близкомъ разстояніи одно отъ другого (фиг. 79). Положимъ:

ds = разстоянію между сѣченіями AB и $A'B'$;
β = углу, образуемому осью трубы съ вертикалью;
ω = площади поперечнаго сѣченія трубы;
u = периметру, смоченному жидкостью въ разсматриваемомъ сѣченіи;
p = среднему давленію на единицу площади въ сѣченіи AB;
$p + dp$ = среднему давленію въ сѣченіи $A'B'$;
f = сопротивленію на единицу площади, направленному касательно къ стѣнкамъ трубы;
$\triangle$ = вѣсу единицы объема воды.

Такъ какъ мы разсматриваемъ равномѣрное движеніе, то силы производящія движеніе и силы сопротивляющіяся движенію должны уравновѣшиваться, а потому, проектируя дѣйствующія силы на ось трубы и приравнивая сумму проекцій нулю, получимъ:

$$p\omega + \triangle \omega ds \cos \beta - (p + dp)\, \omega - fuds = 0 \;.\;.\;. \quad (237)$$

Положимъ z — ордината точки 0 и $z + dz$ ордината точки $0'$, тогда

$$dz = ds \cos \beta$$

и

$$\cos \beta = \frac{dz}{ds}.$$

Подставляя это значеніе для $\cos \beta$ въ уравн. (237), послѣ сокращенія получимъ:

$$dz - \frac{dp}{\triangle} - \frac{u}{\omega} \frac{f}{\triangle} ds = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (238)$$

Сопротивленіе f можно положить равнымъ нѣкоторой функціи отъ средней скорости v, т. е.

$$f = \varphi(v).$$

Принимаютъ весьма часто

$$\varphi(v) = \psi v^2$$

гдѣ коэф. ψ измѣняется въ зависимости отъ скорости и убываетъ съ возрастаніемъ послѣдней:

$v = 0{,}25$ m . . . . $\psi = 0{,}446$
» $= 0{,}50$ m . . . . $\psi = 0{,}368$
» $= 1$ m . . . . $\psi = 0{,}314$
» $= 2$ m . . . . $\psi = 0{,}275$
» $= 4$ m . . . . $\psi = 0{,}248$
» $= 6$ m . . . . $\psi = 0{,}236$
» $= 8$ m . . . . $\psi = 0{,}229$
» $= 10$ m . . . . $\psi = 0{,}224$

Уравн. (238) послѣ подстановки представится въ слѣдующемъ видѣ:

$$dz - \frac{dp}{\triangle} - \frac{u}{\omega} \frac{\varphi(v)}{\triangle} ds = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (239)$$

Интегрируя это уравненіе въ предѣлахъ отъ $s = 0$ до $s = s$, т. е. разсматривая отрѣзокъ трубы между точками M_0 $(0, z_0, p_0)$ и M (s, z, p) и полагая $M_0M = s$ (фиг. 80), получимъ:

$$z - z_0 - \left(\frac{p}{\triangle} - \frac{p_0}{\triangle}\right) - \frac{u}{\omega} \frac{\varphi(v)}{\triangle} s = 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (240)$$

Положимъ, точки A и B (фиг. 80) будутъ вершины піезометрическихъ высотъ, тогда

$$M_0A = \frac{p_0}{\triangle} \text{ и } MB = \frac{p}{\triangle}.$$

Проведемъ линію AE параллельную горизонт. оси xx', тогда

$$BE = BD - AC = (MD - MB) - (M_0C - M_0A)$$

или

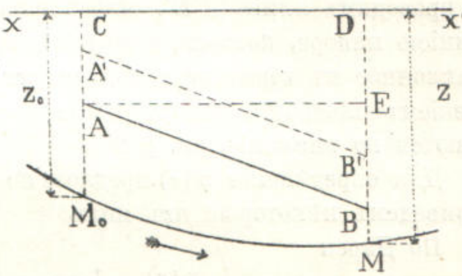
$$BE = \left(z - \frac{p}{\triangle}\right) - \left(z_0 - \frac{p_0}{\triangle}\right).$$

Изъ уравненія же (240) имѣемъ

$$\frac{u}{\omega} \cdot \frac{\varphi(v)}{\triangle} s = z - \frac{p}{\triangle} - \left(z_0 - \frac{p_0}{\triangle}\right).$$

Сравнивая послѣднія два уравненія, видимъ, что паденіе напора

$$BE = \frac{u}{\omega} \frac{\varphi(v)}{\triangle} s$$



80.

Этотъ потерянный напоръ затратился на преодолѣніе вредныхъ сопротивленій.

Уравненіе (240) можно написать въ другомъ видѣ:

$$-z_0 + \frac{p_0}{\triangle} = -z + \frac{p}{\triangle} + \frac{u}{\omega} \cdot \frac{\varphi(v)}{\triangle} s$$

или

$$-z_0 + \frac{p_0}{\triangle} + \frac{v^2}{2g} = -z + \frac{p}{\triangle} + \frac{v^2}{2g} + \frac{u}{\omega} \frac{\varphi(v)}{\triangle} s \quad . \quad . \quad . \quad (241)$$

Сравнивая эти уравненія съ уравн. (72), видимъ, что

$$\zeta = \frac{u}{\omega} \frac{\varphi(v)}{\triangle} s$$

слѣдовательно $BE = \zeta$, т. е. дѣйствительно равняется напору, теряющемуся на треніе.

Потеря напора на единицу длины трубы будетъ

$$\frac{BE}{s} = \frac{u}{\omega} \frac{\varphi(v)}{\triangle} = J \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (242)$$

Если $d =$ діаметру трубы, то

$$u = \pi d \text{ и } \omega = \frac{\pi d^2}{4}$$

и тогда

$$\frac{Jd\triangle}{4} = \varphi(v) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (243)$$

Соединивши верхнія точки піезометрическихъ высотъ, получимъ линію AB, видъ которой зависитъ отъ направленія оси водопроводной трубы: если ось трубы прямая линія, то и линія піезометрическихъ высотъ будетъ прямая.

Въ практикѣ водопроводныя трубы извѣстной длины всегда состоятъ изъ звеньевъ, замѣтно прямолинейныхъ, уклоненія въ большинствѣ случаевъ незначительны, такъ что безъ затрудненій можно опредѣлить направленіе линіи AB. Если обратимся къ уравн. (241), то изъ него видно, что подобнымъ же построеніемъ легко опредѣлить и линію или плоскость напора. Дѣйствительно, откладываемъ вверхъ величину (фиг. 80)

$$AA' = \frac{v^2}{2g}$$

и проводимъ линію $A'B'$, параллельную AB, линія $A'B'$ и будетъ линіею напора, которая, вслѣдствіе вредныхъ сопротивленій, имѣетъ наклонное къ горизонтальной оси xx' положеніе (сравнить съ положеніемъ плоскости напора, когда вредныя сопротивленія не принимаются во вниманіе, см. § 20).

Для опредѣленія $\varphi(v)$ предложено очень много формулъ; мы здѣсь приведемъ нѣкоторыя изъ нихъ.

По Дарси

$$\frac{\varphi(v)}{\triangle} = \frac{1}{4} Jd = \left(\alpha + \frac{\beta}{d}\right) v^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (244)$$

гдѣ d — діаметръ трубы, выраженный въ метрахъ. Для новыхъ чугунныхъ трубъ, гладкихъ внутри, Дарси даетъ коэффиціенты

$$\alpha = 0{,}0002535 \text{ и } \beta = 0{,}00000647$$

которые совѣтуетъ удваивать для трубъ старыхъ, покрытыхъ известковыми осадками. Указанныя значенія α и β для старыхъ трубъ слишкомъ велики, какъ это оказалось по опытамъ другихъ инженеровъ. Дарси даетъ таблицы для опредѣленія коэффиціентовъ для трубъ до 0,5 m.

Въ случаяхъ, когда не требуется большой точности, для упрощенія принимаютъ для старыхъ трубъ:

$$\alpha = 0{,}000625 \text{ и } \beta = 0.$$

М. Фламанъ (M. Flamant) на основаніи болѣе чѣмъ 500 опытовъ во Франціи и Англіи вывелъ формулу слѣдующаго вида:

$$\frac{1}{4} Jd = 0{,}00023 \sqrt[4]{\frac{v^7}{d}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (245)$$

въ этой формулѣ d и v выражены въ метрахъ, она примѣнима даже для очень значительныхъ діаметровъ, до 1,2 m.

По Вейсбаху

$$\frac{1}{4} Jd = \left(\alpha + \frac{\beta}{\sqrt{v}}\right) v^2 \ldots \ldots \ldots \quad (246)$$

гдѣ

$$\alpha = 0,0007336$$

и

$$\beta = 0,0004828.$$

Гангилье (Ganguillet) и Куттеръ (Kutter) предлагаютъ болѣе новую формулу

$$\frac{1}{4} Jd = \left(0,0001 + 0,00028 \frac{\alpha}{\sqrt{\frac{d}{2}}} + 0,0004 \frac{\alpha^2}{d}\right) v^2 \ldots \quad (247)$$

гдѣ $\alpha = 0,15$ для новыхъ трубъ
» $\alpha = 0,25$ для старыхъ трубъ.

Франкъ (Franck) даетъ для опредѣленія $\frac{1}{4} Jd$ слѣдующую формулу:

$$\frac{1}{4} Jd = \left(\alpha + \frac{\beta}{\sqrt{d}}\right) v^2 \ldots \ldots \ldots \quad (248)$$

гдѣ

$$\alpha = 0,000512$$
$$\beta = 0,000385.$$

Проф. M. Robert Manning предлагаетъ формулу для трубъ, покрытыхъ осадками, которая имѣетъ видъ очень удобный для логариѳмированія:

$$\frac{1}{4} Jd = \frac{0,00078}{\sqrt{d}} v^2 \ldots \ldots \ldots \quad (249)$$

Лампе (Lampe) для такихъ же трубъ даетъ формулу слѣдующаго вида:

$$\frac{1}{4} Jd = \frac{0,0001889\, v^{\frac{9}{5}}}{\sqrt[4]{d}} \ldots \ldots \ldots \quad (250)$$

Наконецъ, проф. Унвинъ (Unwin) рекомендуетъ опредѣлять сопротивленіе по формулѣ:

$$\frac{1}{4} Jd = \frac{a}{4} \frac{v_n}{d^{2-n}} \ldots \ldots \ldots \quad (251)$$

гдѣ a и n имѣютъ различныя значенія и зависятъ отъ состоянія стѣнокъ трубы, и измѣняются между 1,79 и 2.

Опредѣливши по одной изъ формулъ величину $\frac{1}{4} Jd$, мы опредѣлимъ сопротивленіе J на единицу длины водопровода, помноживши—

J на полную длину водопровода, діаметра d, найдемъ полное сопротивленіе на этомъ пути.

Присоединяя къ приведеннымъ формуламъ равенство

$$Q = \frac{\pi d^2}{4} . v \quad . . . . \quad (252)$$

мы можемъ рѣшать различнаго рода задачи.

Наиболѣе къ дѣйствительности приближается формула Дарси-Базена, по которой полная потеря напора на длинѣ L водопровода, при скорости v въ метрахъ и діам. d въ метрахъ $=$

$$\left(a + \frac{4b}{d}\right)\frac{4v^2}{d} \times L \quad . . . . \quad (253)$$

Выбирая a и b для трубъ, бывшихъ въ дѣйствіи, полагаемъ

$$a = 0{,}00019, \; b = 0{,}0000133.$$

Тогда полная потеря напора будетъ

$$\left(0{,}00019 + \frac{0{,}0000532}{d}\right)\frac{4v^2}{d} \times L$$

или

$$\left(0{,}00076 + \frac{0{,}0002128}{d}\right)\frac{v^2}{d} \times L \quad . . . . . . \quad (254)$$

Если обозначить расходъ воды черезъ Q, то

$$v^2 = \left(\frac{4Q}{\pi d^2}\right)^2 = 1{,}62112\,\frac{Q^2}{d^4}$$

и полная потеря напора будетъ

$$\left(0{,}001232 + \frac{0{,}00034497}{d}\right)\frac{Q^2}{d^5}\,L \text{ метровъ} \quad . . . . \quad (255)$$

Для опредѣленія потерь напора можно также пользоваться графическимъ методомъ, значительно облегчающимъ вычисленія *).

Водопроводы.

48. Проводъ воды трубами представляетъ въ извѣстныхъ случаяхъ большія преимущества сравнительно съ открытыми каналами. Примѣняя трубы, мы избѣгаемъ дорого стоющихъ тунелей и акведуковъ, главное же преимущество трубъ — можно имѣть значительный напоръ.

---

*) См. Труды Донского Отдѣленія Императорскаго Русскаго Техническаго Общества. 1901. Докладъ инженеръ-технолога П. Ф. Горбачева: о расчетѣ скоростей теченія и отводоспособностей въ водопроводахъ и водостокахъ.

Системъ снабженія водою существуетъ три:

1) Система постоянная (непрерывная), при этой системѣ вода постоянно находится во всѣхъ трубахъ, такъ что ее всегда можно получать, во всякое время дня и ночи.

2) Система перемѣнная (перемежающаяся), при ней пускаютъ воду въ ту или другую часть города только на нѣсколько часовъ, послѣ чего трубы запираютъ. При этой системѣ въ каждомъ домѣ или, какъ обыкновенно дѣлается въ большихъ домахъ, въ каждой квартирѣ, находится особый резервуаръ, который наполняется водою въ тѣ часы, когда она бываетъ отперта. Изъ резервуаровъ вода расходится для хозяйственныхъ и другихъ потребностей, въ продолженіе времени выключенія сѣти.

3) Смѣшанная система, состоящая изъ соединенія первыхъ двухъ и проявляющаяся въ весьма разнообразныхъ видахъ: въ однихъ городахъ нѣкоторыя части снабжаются по постоянной системѣ, другія—по перемѣнной; въ другихъ городахъ принято постоянное снабженіе въ теченіе осени, зимы и весны, а въ теченіе лѣта—перемѣнное; въ третьихъ—вода бываетъ въ трубахъ въ продолженіе всего дня и запирается на ночь и т. п.

Самая удобная система — первая. Перемѣнная система имѣетъ очень много неудобствъ:

а) устройство баковъ, (если баки имѣютъ течь, то можно остаться безъ воды); б) опасность во время пожара, вслѣдствіе могущаго быть недостатка воды; в) при гористой мѣстности вода будетъ стекать въ нижнюю часть города и черезъ неплотности въ трубахъ можетъ всасываться грунтовая вода и воздухъ вмѣстѣ съ міазмами, а при наполненіи трубъ водою, она растворяетъ всѣ эти прибавки, слѣдовательно, какъ видно, трубы не должны оставаться безъ воды; г) наконецъ, въ бакахъ и цистернахъ вода загрязняется и портится, въ особенности лѣтомъ.

Достоинства перемѣнной системы:

а) городъ разбивается на отдѣльныя части, приблизительно съ равнымъ расходомъ воды, вслѣдствіе чего въ магистраляхъ сохраняется постоянная, наивыгоднѣйшая скорость и размѣры трубъ можно уменьшить; б) расходуется вода болѣе экономическимъ образомъ. При постоянной же системѣ тратится зря много воды, что само собою разумѣется, повышаетъ ея стоимость.

Источники, изъ которыхъ производится снабженіе городовъ водою, обыкновенно бываютъ различнаго рода; разсмотримъ нѣкоторые изъ нихъ.—Наиболѣе часто приходится для водоснабженія пользоваться горными источниками, озерами, рѣками и колодцами. Если пользуются горными источниками, то такъ какъ они всегда протекаютъ въ долинахъ между горами, то въ наиболѣе узкомъ мѣстѣ этой долины обыкновенно возводится плотина, за которою уровень воды поднимается до опредѣленной высоты и такимъ образомъ получается резервуаръ, уровень котораго иногда лежитъ на нѣсколько сотъ футовъ выше уровня города, а потому вода изъ него самотекомъ можетъ быть направлена въ городъ. Вода подобныхъ горныхъ источниковъ большей частью такого хорошаго качества, что можетъ быть употребляема непосредственно, безъ фильтраціи. По такой системѣ, напримѣръ, устроены водопроводы въ Ливерпулѣ, Эдинбургѣ, Шефильдѣ и др. гор. Англіи.

При полученіи воды изъ озеръ, иногда благодаря значительно высокому расположенію озера, возможно воду спускать въ городъ самотекомъ; такъ, напримѣръ, снабжается водою Глазго, въ который вода идетъ самотекомъ изъ озера Loch-Katrine; уровень озера на 367 фут. выше уровня города.

При снабженіи городовъ водою изъ рѣкъ и озеръ, расположенныхъ низко, приходится подымать воду машинами. Вода поступаетъ сперва въ осадочные бассейны, гдѣ она отстаивается, а потомъ пускается на фильтры для очищенія. Иногда осадочныхъ бассейновъ не имѣется и вода прямо поступаетъ на фильтры.

При устройствѣ колодцевъ мы пользуемся подпочвенною водою.

Водопроводы съ постояннымъ діаметромъ, расходъ на оконечности.

49. Положимъ, имѣемъ два сосуда A и B, сообщающіеся при помощи трубы съ постояннымъ діаметромъ d, при чемъ длина трубы $= L$ (фиг. 81). Нижній резервуаръ B питается водою изъ верхняго резервуара A; на трубѣ имѣется кранъ C, запирая который, мы можемъ прекратить притокъ воды. Допустимъ что разность уровней $= H$ и положеніе ихъ въ каждомъ резервуарѣ съ теченіемъ времени не измѣняется. Такое движеніе воды мы можемъ принять за установившееся и примѣнить къ нему теорему Д. Бернулли.

Положимъ:

$v_a =$ скорости на свободной поверхности резервуара A,

$v_b =$ » » » » B,

$\omega_a =$ площади свободной поверхности резервуара A,

$\omega_b =$ » » » B,

$v =$ средней скорости теченія въ трубѣ,

$v_c =$ скорости въ отверстіи крана C, черезъ который вода вливается въ резервуаръ B,

$\omega = \frac{\pi d^2}{4} =$ площади сѣченія трубы,

$\omega_c =$ площади отверстія крана,

$l =$ разстоянію разсматриваемаго сѣченія E отъ начала трубы,

$p =$ давленію въ этомъ сѣченіи,

$Y =$ напору, потерянному на гидравл. сопротивленіи на полномъ протяженіи L длины трубы,

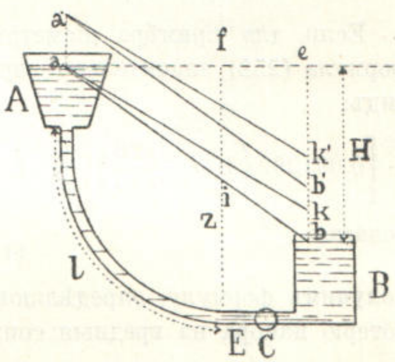
$y =$ напору, потерянному на протяженіи l,

$P =$ давленію атмосферы на ед. пл. свободной поверхности.

Уровень воды въ верхнемъ резервуарѣ примемъ за координатную плоскость, вертикальное разстояніе центра сѣченія E до этой плоскости положимъ $= z$, тогда

$$O + \frac{P}{\triangle} + \frac{v_a^2}{2g} = -z + \frac{p}{\triangle} + \frac{v^2}{2g} +$$

$$+ y = -H + \frac{P}{\triangle} + \frac{v_b^2}{2g} + Y \ . \quad (256)$$



81.

Предполагая движеніе сплошнымъ, т. е. допуская неразрывность массы, мы имѣемъ еще уравненіе:

$$\omega_a . v_a = \omega_b . v_b = \omega . v = Q \ \ldots \ (257)$$

Резервуары A и B обыкновенно настолько значительныхъ размѣровъ, что скорости v_a и v_b будутъ весьма малы, а потому треніемъ жидкости о стѣнки резервуаровъ можно свободно пренебрегать; то же самое можно сказать и о сопротивленіяхъ въ изгибахъ и закругленіяхъ, которыми обыкновенно пренебрегаютъ, такъ какъ они значительно меньше сопротивленія отъ тренія въ трубѣ. Остается, слѣдовательно, принять во вниманіе потерю напора на сжатіе, при переходѣ воды изъ верхняго резервуара въ трубу, и потерю напора на треніе въ трубѣ на длинѣ ея l. Зная эти потери, мы опредѣлимъ величину y.

Для опредѣленія величины Y надо принять во вниманіе потерю напора на сжатіе при входѣ въ трубу, потерю на треніе во всей трубѣ, т. е. на длинѣ L и потерю на ударъ при входѣ воды въ нижній резервуаръ B. Напоръ, потерянный на сжатіе при входѣ въ трубу, выражается форм. (151) и будетъ:

$$\frac{Q^2}{2g\omega^2}\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2 = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2$$

такъ какъ $Q = \omega \ . \ v$.

Коэффиціентъ расхода $\mu = 0{,}62$ (см. табл. 99) и

$$\left(\frac{1}{\mu} - 1\right)^2 = 0{,}38.$$

Проф. Евневичъ совѣтуетъ этотъ коэффиціентъ увеличивать, такъ какъ нѣкоторыя сопротивленія не принимаются во вниманіе и полагаетъ

$$\left(\frac{1}{\mu}-1\right)^2 = 0{,}50.$$

Напоръ, теряющійся на треніе въ трубѣ, будемъ опредѣлять по формулѣ Дарси-Базена (255), которую можно представить въ другомъ видѣ:

$$\left[\frac{0{,}001232\,(d+0{,}28)}{d}\right]\frac{Q^2}{d^5}\,L \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (258)$$

Если для примѣра діаметръ положить $= 6''$ (около 0,15 m), то формула (258) значительно упростится и получитъ логариѳмическій видъ:

$$\left[0{,}001232\left(1+\frac{0{,}28}{0{,}15}\right)\right]\frac{Q^2}{d^5}\,L = 0{,}00353584\,\frac{Q^2L}{d^5} = \infty\,\frac{1}{(16)^2}\,\frac{Q^2L}{d^5}$$

полагая

$$(16)^2 = \gamma \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (259)$$

получимъ формулу, опредѣляющую, въ данномъ случаѣ, въ метрахъ потерю напора на вредныя сопротивленія и имѣющую видъ:

$$\frac{Q^2L}{\gamma d^5} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (260)$$

Разсматривая отдѣльные участки магистралей, въ которыхъ не имѣется значительнаго различія между діаметрами трубъ, можно безъ большой погрѣшности для указанныхъ участковъ принимать $\gamma =$ постоянной величинѣ, соотвѣтствующей среднему значенію d.

Для болѣе точнаго опредѣленія потерь слѣдуетъ пользоваться формулою (258), причемъ для облегченія вычисленій приводимъ ниже таблицу.

Напоръ, теряющійся на ударъ, при проходѣ воды черезъ кранъ въ нижній резервуаръ, опредѣлится по форм. (150) и будетъ:

$$\frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\mu\omega_c}-\frac{1}{\omega_b}\right)^2 = \frac{Q^2}{2g\omega^2}\left(\frac{\omega}{\mu\omega_c}-\frac{\omega}{\omega_b}\right)^2$$

но $Q = \omega\,.\,v$; если подставить это значеніе, то получимъ для величины потеряннаго напора слѣдующее выраженіе:

$$\frac{v^2}{2g}\left(\frac{\omega}{\mu\omega_c}-\frac{\omega}{\omega_b}\right)^2.$$

Такимъ образомъ

$$y = 0{,}50\,\frac{Q^2}{2g\omega^2} + \frac{Q^2l}{\gamma d^5}$$

Діаметры d		Величины d^5.	$\frac{0{,}001232\ (d + 0{,}28)\ .\ 1000}{d^6}$ метр.
въ дм.	въ метрахъ.		
4	0,100	0,00001	468170,00
5	0,125	0,00003	130801,00
6	0,150	0,00008	46509,60
7	0,175	0,00016	19515,90
8	0,201	0,00032	8985,67
9	0,230	0,00064	4244,29
10	0,254	0,00106	2450,04
12	0,305	0,00264	895,30
14	0,356	0,00572	384,92
16	0,408	0,01131	183,76
18	0,459	0,02037	97,36
20	0,510	0,03450	55,37
22	0,561	0,05557	33,22
24	0,609	0,08377	21,46
26	0,660	0,1252	14,12
28	0,711	0,1817	9,45
30	0,762	0,2569	6,56
32	0,813	0,3552	4,66
34	0,864	0,4814	3,38
36	0,914	0,6379	2,52
38	0,965	0,8369	1,89
40	1,015	1,077	1,46

и

$$Y = 0{,}50\,\frac{Q^2}{2g\omega^2} + \frac{Q^2L}{\gamma d^5} + \frac{Q^2}{2g\omega^2}\left(\frac{\omega}{\mu\omega_c} - \frac{\omega}{\omega_b}\right)^2$$

Подставляя эти значенія въ ур. (256), получимъ:

$$\frac{P}{\triangle} + \frac{v_a^2}{2g} = -z + \frac{p}{\triangle} + \frac{v^2}{2g} + 0{,}50\,\frac{Q^2}{2g\omega^2} + \frac{Q^2l}{\gamma d^5} = -H + \frac{P}{\triangle} +$$

$$+ \frac{v_b^2}{2g} + 0{,}50\,\frac{Q^2}{2g\omega^2} + \frac{Q^2L}{\gamma d^5} + \frac{Q^2}{2g\omega^2}\left(\frac{\omega}{\mu\omega_c} - \frac{\omega}{\omega_b}\right)^2 \qquad (261)$$

Это выраженіе можно упростить, если принять во вниманіе, что скорость движенія воды въ трубахъ очень близка къ одному метру, слѣдовательно при $v = 1$

$$\frac{v^2}{2g} = \frac{1}{2\ .\ 9{,}81} = \infty\,\frac{1}{20},$$

но $\frac{P}{\triangle} = \frac{10333}{1000} = 10\,\frac{1}{3}$ m, а потому

$$\frac{v^2}{2g} : \frac{P}{\triangle} = \frac{1}{20} : 10\,\frac{1}{3} = \infty\,\frac{1}{200},$$

т. е. высота, соотвѣтствующая скорости v, составляетъ почти $\frac{1}{200}$ часть высоты, измѣряющей атмосферное давленіе. Высоты же, соотвѣтствующія скоростямъ v_a и v_b, т. е. $\frac{v_a^2}{2g}$ и $\frac{v_b^2}{2g}$, будутъ значительно меньше высоты $\frac{v^2}{2g}$, а потому безъ большой погрѣшности этими высотами можно пренебречь. Точно также отношенія

$$\frac{\omega}{\omega_a} \text{ и } \frac{\omega}{\omega_b}$$

можно разсматривать какъ весьма малыя дроби. Вслѣдствіе этихъ соображеній малыми членами пренебрегаемъ и ур. (256) и (261) можно представить въ слѣдующемъ видѣ:

$$\frac{P}{\triangle} = -z + \frac{p}{\triangle} + y = -H + \frac{P}{\triangle} + Y \quad \ldots (262)$$

и

$$\frac{P}{\triangle} = -z + \frac{p}{\triangle} + \frac{Q^2 l}{\gamma d^5} = -H + \frac{P}{\triangle} + \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} + \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\mu\omega_c}\right)^2 \quad . (263)$$

слѣдовательно для величинъ y и Y мы принимаемъ слѣдующія значенія:

$$y = \frac{Q^2 l}{\gamma d^5} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (264)$$

и

$$Y = \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} + \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\mu\omega_c}\right)^2 \quad \ldots \ldots \ldots (265)$$

Если кранъ C будетъ вполнѣ открытъ, то послѣднимъ членомъ въ уравн. (265) можно пренебречь и положить

$$Y = \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} \ldots \ldots \ldots \ldots (266)$$

Изъ уравненія (262) видно, что

$$Y = H.$$

Подставляя вмѣсто Y его величину, опредѣляемую формулами (265) и (266), получимъ:

$$H = \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} + \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\mu\omega_c}\right)^2$$

откуда

$$Q = \sqrt{\frac{H}{\frac{L}{\gamma d^5} + \frac{1}{2g}\left(\frac{1}{\mu\omega_c}\right)^2}} \quad \ldots \ldots \ldots (267)$$

и

$$H = \frac{Q^2 L}{\gamma d^5}$$

откуда

$$Q = \sqrt{\frac{\gamma d^5 H}{L}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (268)$$

Формулами (267) и (268) опредѣляется количество воды Q, доставляемое нижнему резервуару въ единицу времени, при постоянномъ напорѣ H, причемъ формулою (267) пользуемся въ томъ случаѣ, когда кранъ C прикрытъ, а формулою (268), когда кранъ совершенно открытъ.

Само собою разумѣется, примѣняя формулу (268), мы предполагаемъ, что потеря напора происходитъ только вслѣдствіе тренія въ трубѣ, что болѣе или менѣе справедливо при значительной длинѣ трубы.

Изъ уравн. (263) имѣемъ:

$$\frac{p}{\Delta} = z + \frac{P}{\Delta} - \frac{Q^2 l}{\gamma d^5} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (269)$$

откуда

$$\frac{p - P}{\Delta} = z - \frac{Q^2 l}{\gamma d^5} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (270)$$

$p - P =$ давленію, которому подвергается стѣнка въ сѣченіи E, и $\frac{p-P}{\Delta}$ будетъ піезометрическая высота въ сѣченіи E.

Уравн. (269) можно представить въ слѣдующемъ видѣ:

$$\frac{p}{\Delta} = z + \frac{P}{\Delta} - \frac{Q^2 L}{\gamma d^5} \frac{l}{L}$$

но

$$\frac{Q^2 L}{\gamma d^5} = H - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu \omega_c}\right)^2$$

а потому

$$\frac{p}{\Delta} = z + \frac{P}{\Delta} - \left[H - \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{\mu \omega_c}\right)^2\right] \frac{l}{L} \quad \ldots \ldots \quad (271)$$

Если кранъ C вполнѣ открытъ, то членомъ $\frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\mu\omega_c}\right)^2$ пренебрегаемъ и

$$\frac{p}{\Delta} = z + \frac{P}{\Delta} - H \frac{l}{L} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (272)$$

При выводѣ вышеуказанныхъ уравненій, потерю напора на треніе мы принимали

$$= \frac{Q^2 l}{\gamma d^5},$$

которую получили изъ формулы Дарси-Базена.

Вернемся къ уравн. (270),—изъ этого уравненія видно, что если мы отъ горизонтальной плоскости ae внизъ будемъ откладывать величины $fi = \frac{Q^2 l}{\gamma d^5}$, то получимъ кривую дѣйствительныхъ давленій ab, причемъ величины Ei будутъ піезометрическими высотами. Чтобы получить кривую внутреннихъ давленій, т. е. такую кривую, которою опредѣляются высоты $\frac{p}{\triangle}$, то, какъ видно изъ уравн. (269), слѣдуетъ ординаты кривой ab увеличить на высоту $\frac{P}{\triangle}$ и тогда получится искомая кривая $a'b'$ (фиг. 81).

Если кранъ C будетъ прикрытъ, то кривыя дѣйствительныхъ и внутреннихъ давленій будутъ другія. Уравненіемъ (271) опредѣляются величины $\frac{p}{\triangle}$ и $\frac{p-P}{\triangle}$ и можно будетъ вычертить кривыя $a'k'$ и ak, соотвѣтствующія этимъ давленіямъ.

Если кранъ C закрытъ, то $Q=0$ и изъ уравн. (270), имѣемъ

$$p-P=\triangle z$$

или

$$p=P+\triangle z$$

т. е. гидродинамическое давленіе превратится въ гидростатическое и верхнія точки піезометрическихъ высотъ будутъ находиться въ горизонтальной плоскости ae.

Опредѣленіе высоты фонтана.

50. Если бы труба выпускала струю въ атмосферу черезъ отверстіе въ стѣнкѣ или черезъ особый наконечникъ, то напоръ H расходовался бы на преодолѣніе тренія въ трубѣ и на сообщеніе вытекающей водѣ скорости v, т. е.

$$H=\frac{Q^2L}{\gamma d^5}+\frac{v^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (273)$$

но $Q=\mu\,.\,\omega\,.\,v$ или $v=\frac{Q}{\mu\omega}$

гдѣ ω — площадь отверстія для струи, слѣдовательно

$$H=\frac{Q^2L}{\gamma d^5}+\frac{Q^2}{2g\mu^2\,.\,\omega^2}=\frac{Q^2}{2g\mu^2\,.\,\omega^2}\left(2g\,\mu^2\,\omega^2\,\frac{L}{\gamma d^5}+1\right)$$

откуда

$$Q=\mu\omega\sqrt{\frac{2gH}{1+2g\mu^2\omega^2\frac{L}{\gamma d^5}}} \quad \ldots\ldots\ldots (274)$$

и

$$v=\frac{Q}{\mu\omega}=\sqrt{\frac{2gH}{1+2g\mu^2\omega^2\frac{L}{\gamma d^5}}} \quad \ldots\ldots\ldots (275)$$

Сравнивая эту формулу съ форм. (77) видимъ, что струя будетъ подыматься на высоту

$$h=\frac{H}{1+2g\,\mu^2\omega^2\frac{L}{\gamma d^5}} \quad \ldots\ldots\ldots (276)$$

Въ дѣйствительности высота фонтана бываетъ нѣсколько меньше— вслѣдствіе сопротивленій, оказываемыхъ струѣ воздухомъ, по опытамъ Маріотта зависимость между дѣйствительною высотою h_1 и теоретическою h (по форм. 276) выражается слѣдующимъ уравненіемъ

$$h = h_1 + 0{,}01\, h_1^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (277)$$

гдѣ h и h_1 должны быть выражены въ метрахъ.

По Вейсбаху

$$h_1 = h\left(1 - \alpha\frac{h}{\delta}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad (278)$$

гдѣ $\alpha = 0.000054$ и $\delta =$ діам. отверстія; всѣ величины выражены въ метрахъ

Если даны будутъ H (напоръ надъ отверстіемъ) и Q (расходъ воды въ единицу времени), затѣмъ высота h_1 (которая должна быть $< H$) и длина L трубы, то чтобы найти діаметръ трубы d и величину отверстія ω, поступаемъ такъ: изъ уравн. (277) опредѣлимъ h, зная h найдемъ v, которая будетъ

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Опредѣливши v, найдемъ ω:

$$\omega = \frac{Q}{\mu v}$$

и изъ уравн. (273) найдемъ d.

Водопроводъ съ постояннымъ діаметромъ, расходъ на оконечности, при чемъ высота напора сравнительно съ длиною водопровода весьма незначительна.

51. Перейдемъ къ случаю, когда разность высотъ весьма мала сравнительно съ длиною трубы (водопроводъ въ Петербургѣ). Въ этомъ случаѣ безъ большой погрѣшности можно считать, что длина трубы = горизонтальной ея проекціи (фиг. 82). Допустимъ, что ось трубы лежитъ въ вертикальной плоскости, тогда можно положить, что

$$l = x.$$

Потеря напора на треніе, какъ мы видѣли, равняется

$$\frac{Q^2 l}{\gamma d^5}.$$

Откладывая отъ горизонтальной линіи ae внизъ величины

$$fi = y = \frac{Q^2 l}{\gamma d^5},$$

получимъ линію ab дѣйствительныхъ давленій; уравненіе этой линіи, при сдѣланныхъ предположеніяхъ, будетъ

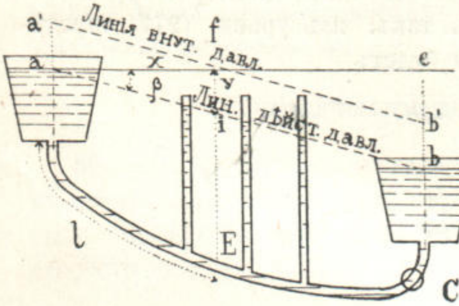
$$y = \frac{Q^2 x}{\gamma d^5} \quad \ldots \ldots \quad (279)$$

т. е. уравн. прямой линіи. Тангенсъ угла наклона β этой прямой будетъ $\frac{Q^2}{\gamma d^5}$, т. е.

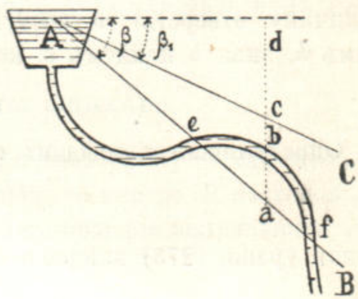
$$tg\beta = \frac{Q^2}{\gamma d^5} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (280)$$

Линія $a'b'$, параллельная ab, будетъ линіею внутреннихъ давленій, причемъ $aa' = \frac{P}{\Delta}$.

Если мы начнемъ кранъ C закрывать, то Q будетъ уменьшаться, слѣдовательно будетъ уменьшаться и уголъ β (см. уравн. 280), т. е.



82.



83.

линіи ab и $a'b'$ будутъ вращаться около точекъ a и a' и когда кранъ C закроемъ, т. е. сдѣлаемъ $Q = 0$, то и β обратится въ нуль и линія ab совпадетъ съ ae, а линія $a'b'$ будетъ параллельна ab. Какъ видно, въ этомъ случаѣ давленія будутъ распредѣляться по законамъ гидростатики.

Положеніемъ линіи дѣйствительныхъ давленій опредѣляются, какъ видно, давленія въ различныхъ сѣченіяхъ трубы. Если бы труба пересѣкала линію AB (фиг. 83)—линію дѣйствительныхъ давленій, то для точки b, напримѣръ, по уравненію (270), опредѣляя дѣйствительное давленіе, получили бы

$$\frac{p-P}{\Delta} = z - \frac{Q^2 l}{\gamma d^5}$$

но въ данномъ случаѣ

$$z = bd$$

и

$$\frac{Q^2 l}{\gamma d^5} = ad$$

слѣдовательно

$$\frac{p-P}{\triangle}=bd-ad=-ab$$

и это показываетъ, что

$$p<P$$

т. е. внутреннее давленіе меньше атмосфернаго и если бы въ части трубы ebf поставить кранъ, то онъ не давалъ бы воды, хотя эта часть трубы и лежитъ ниже резервуара A, а напротивъ всасывался бы воздухъ. Для того же, чтобы возможно было получать воду и въ этой части трубы—необходимо притворить кранъ C (фиг. 82), тогда уголъ β уменьшится, станетъ $=\beta_1$ и часть трубы ebf будетъ находиться ниже линіи дѣйствительныхъ давленій AC.

Вода обыкновенно заключаетъ въ себѣ растворенный воздухъ. Если уменьшать давленіе на воду, то этотъ воздухъ выдѣляется. Въ силу этихъ соображеній, подобное расположеніе трубы, при которомъ являются части, находящіяся выше линій дѣйствительныхъ давленій, не желательно, такъ какъ въ этихъ частяхъ, вслѣдствіе уменьшенія давленія, выдѣляется воздухъ и водоснабженіе можетъ прерваться; чтобы его возстановить, придется воздухъ въ этихъ частяхъ трубы по мѣрѣ его скопленія выкачивать.

Простой водопроводъ съ перемѣннымъ діаметромъ.

52. Предположимъ, что у насъ имѣются такіе же два резервуара A и B, сообщающіеся при помощи трубы. Такіе водопроводы называются простыми, въ отличіе отъ сложныхъ, когда имѣется болѣе или менѣе значительное число водопроводныхъ трубъ, питающихся изъ одного или изъ нѣсколькихъ резервуаровъ. Предположимъ, что у насъ діаметръ d перемѣнный, измѣняющійся постепенно. Такой случай въ практикѣ обыкновенно не встрѣчается, но части съ постепенно измѣняющимся діаметромъ служатъ для соединеній трубъ различныхъ діаметровъ. Такіе соединительные ставы обыкновенно бываютъ небольшой длины.

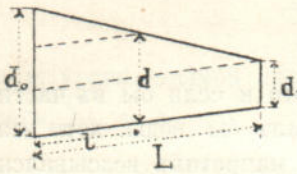
Положимъ, слѣдовательно, что діаметръ на протяженіи l измѣняется постепенно, допустимъ также, что всѣ сопротивленія движенію весьма незначительны, сравнительно съ треніемъ въ трубѣ, тогда уравненіе (269) приметъ слѣдующій видъ:

$$\frac{p}{\triangle}=z+\frac{P}{\triangle}-Q^2\int_0^l\frac{dl}{\gamma d^5} \quad \ldots \quad (281)$$

Чтобы рѣшить предлагаемую задачу, надо задаться формою трубы; положимъ, что діаметръ трубы постепенно уменьшается (фиг. 84).

Изъ чертежа видно, что

$$\frac{d_0 - d}{d_0 - d_1} = \frac{l}{L}$$



84.

откуда

$$d = d_0 - (d_0 - d_1)\frac{l}{L} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (282)$$

и

$$\partial d = -\frac{d_0 - d_1}{L}\,\partial l \text{ или } \partial l = -\frac{L\,\partial d}{d_0 - d_1}.$$

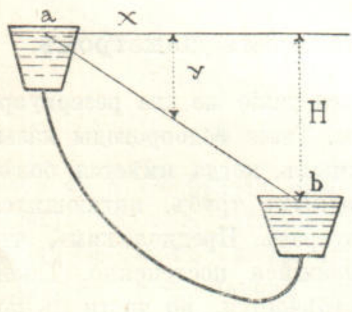
Если за d принять среднiй дiаметръ, то для каждаго даннаго случая можно считать величину γ постоянною и тогда

$$\frac{p}{\triangle} = z + \frac{P}{\triangle} + \frac{Q^2 L}{\gamma(d_0 - d_1)}\int_{d_0}^{d} \frac{\partial d}{d^5}$$

или

$$\frac{p}{\triangle} = z + \frac{P}{\triangle} - \frac{Q^2 L}{4\gamma(d_0 - d_1)}\left(\frac{1}{d^4} - \frac{1}{d_0^{\,4}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (283)$$

Слѣдовательно ординаты кривой дѣйствительныхъ давленiй ab могутъ быть опредѣляемы изъ слѣдующаго уравненiя (фиг. 85):



85.

$$y = \frac{Q^2 L}{4\gamma(d_0 - d_1)}\left(\frac{1}{d^4} - \frac{1}{d_0^{\,4}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (284)$$

Для послѣдняго сѣченiя $y = H$ и $d = d_1$, а потому

$$H = \frac{Q^2 L}{4\gamma(d_0 - d_1)}\left(\frac{1}{d_1^{\,4}} - \frac{1}{d_0^{\,4}}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (285)$$

Чтобы найти зависимость y отъ l — въ уравн. (284) вмѣсто d надо подставить величину, опредѣляемую уравн. (282). Если высота напора сравнительно съ длиною водопровода незначительна, то вмѣсто l можно подставить проекцiю l на горизонталь, т. е. величину x.

Такъ какъ для перваго сѣченiя $d = d_0$, и $y = 0$, для послѣдняго сѣченiя $d = d_1$ и $y = H$, то кривая ab начинается на уровнѣ верхняго резервуара и кончается на уровнѣ нижняго.

Простой водопроводъ съ рядомъ цилиндрическихъ трубъ неравнаго дiаметра.

53. Какъ мы уже говорили, водопроводы съ постепенно измѣняющимися дiаметрами трубъ обыкновенно не устраиваются и замѣняются водопроводами, въ которыхъ имѣется цѣлый рядъ трубъ съ постоянными, но неравными діаметрами. Въ стыкахъ трубъ будутъ потери напора, вслѣдствіе перехода отъ площади одного сѣченія трубы къ большей или меньшей площади сѣченія другой трубы. Но эти потери, при длинныхъ водопроводахъ, ничтожны сравнительно съ потерею на треніе, а потому, какъ и въ предыдущихъ случаяхъ, мы будемъ принимать во вниманіе потери только на треніе.

Для опредѣленія полной потери напора придется подсчитать отдѣльно потери для трубъ одинаковаго діаметра и затѣмъ эти потери сложить. Положимъ, мы весь водопроводъ раздѣлимъ на участки съ одинаковыми діаметрами трубъ (фиг. 86), тогда

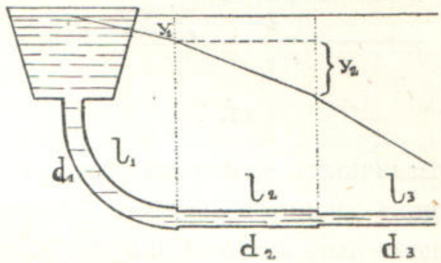
$$y_1 = \frac{Q^2 l_1}{\gamma_1 d_1^{\,5}};\ y_2 = \frac{Q^2 l_2}{\gamma_2 d_2^{\,5}} \text{ и т. д.}$$

и полный потерянный напоръ

$$H = Q^2\left[\frac{l_1}{\gamma_1 d_1^{\,5}} + \frac{l_2}{\gamma_2 d_2^{\,5}} + \ldots\right]$$

или

$$H = Q^2 \sum \frac{l}{\gamma d^5}$$



86.

Если γ измѣняется незначительно, то можно положить

$$H = \frac{Q^2}{\gamma}\left[\frac{l_1}{d_1^{\,5}} + \frac{l_2}{d_2^{\,5}} + \ldots\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (286)$$

или

$$H = \frac{Q^2}{\gamma}\sum\frac{l}{d^5} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (287)$$

Какъ видно, въ данномъ случаѣ линія дѣйствительныхъ давленій будетъ ломанною.

Можно представить себѣ такую трубу постояннаго діаметра D, для которой потеря напора H будетъ такою же, какъ общая потеря напора въ составномъ водопроводѣ, съ трубами различнаго діаметра. Эта величина D опредѣлится изъ уравненія:

$$\frac{Q^2 L}{\gamma_1 D^5} = \frac{Q^2}{\gamma}\sum\frac{l}{d^5}$$

Если принять $\gamma_1 = \gamma$, то

$$\frac{L}{D^5} = \sum\frac{l}{d^5} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (288)$$

Изъ этого уравненія можно опредѣлить D, если будетъ задана длина L, такъ напримѣръ, можно положить

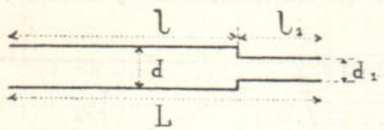
$$L = \Sigma l = l_1 + l_2 + \ldots$$

имѣя это соотношеніе, легко уже найти D.

Для болѣе точнаго рѣшенія вопроса придется пользоваться формулой 258.

Вліяніе трубъ малаго діаметра на потерю напора.

54. Разсматривая уравненіе (287), мы видимъ, что величина діаметра вліяетъ на потерю напора значительно болѣе, чѣмъ длина трубы; увеличивая длину, напр. въ два раза, мы и потери увеличимъ въ два раза, уменьшая ихъ діаметръ въ два раза—потерю увеличимъ въ 2^5 разъ, т. е. въ 32 раза.



87.

На примѣрахъ болѣе всего выясняется вліяніе длины и діаметра трубы. Положимъ, имѣемъ водопроводъ, состоящій изъ трубъ двухъ различныхъ діаметровъ (фиг. 87) при чемъ длина части съ меньшимъ діаметромъ $=$ всего $\frac{1}{10}$ полной длины L, т. е. $l_1 = 0{,}1L$, а слѣдовательно $l = 0{,}9L$ и $d_1 = \frac{1}{3}d$.

Подставляя эти значенія въ уравн. (287), и принимая $\gamma =$ постоянной величинѣ, найдемъ общую потерю напора на треніе.

$$\frac{Q^2}{\gamma}\left(\frac{l}{d^5}+\frac{l_1}{{d_1}^5}\right)=\frac{Q^2}{\gamma}\left[\frac{0{,}9L}{d^5}+\frac{0{,}1L}{\left(\frac{1}{3}d\right)^5}\right]=\frac{Q^2}{\gamma}\left[\frac{0{,}9L}{d^5}+\frac{243.0{,}1L}{d^5}\right]=$$

$$=\frac{Q^2}{\gamma}\left[\frac{0{,}9L}{d^5}+\frac{24{,}3L}{d^5}\right].$$

Какъ видно, потеря въ трубѣ большого діаметра будетъ:

$$\frac{0{,}9Q^2L}{\gamma d^5}$$

потеря въ трубѣ малаго діаметра будетъ:

$$\frac{24{,}3Q^2L}{\gamma d^5}$$

т. е. потеря во второй трубѣ, несмотря на ея малую длину, будетъ въ 27 разъ болѣе, чѣмъ въ 1-й трубѣ. Еще рельефнѣе выступаетъ невыгода употребленія трубъ малаго діаметра, [если поставить вопросъ иначе, такъ напримѣръ, положимъ, требуется опредѣлить длину водопровода, имѣющаго вышеопредѣленную полную потерю напора, если діаметръ трубы сдѣлать постояннымъ и равнымъ діаметру меньшей трубы, т. е. d_1. Длина трубы L_1 съ діаметромъ d_1, при томъ же расходѣ Q, опредѣлится изъ уравненія.

$$\frac{Q^2 L_1}{\gamma d_1{}^5} = \frac{Q^2}{\gamma}\left[\frac{0{,}9L}{d^5} + \frac{24{,}3L}{d^5}\right] = \frac{25{,}2Q^2 L}{\gamma d^5}$$

или

$$\frac{L_1}{d_1{}^5} = \frac{25{,}2L}{d^5}$$

но

$$d = 3d_1$$

слѣдовательно

$$\frac{L_1}{d_1{}^5} = \frac{25{,}2L}{(3d_1)^5} = \frac{25{,}2L}{243 d_1{}^5}$$

откуда

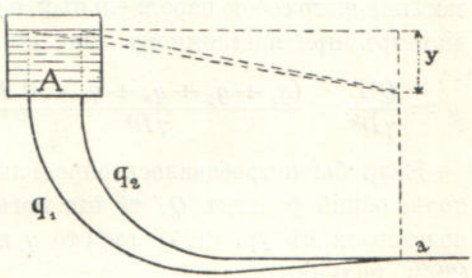
$$L_1 = 0{,}1037L$$

т. е. получили длину почти равную l_1, слѣдовательно, почти вся потеря въ первомъ случаѣ происходитъ въ трубѣ малаго діаметра, а отсюда видно, что при устройствѣ водопровода желательно избѣгать трубъ малаго діаметра, которыя, главнымъ образомъ, вліяютъ на потерю напора. Если въ существующей сѣти потребовалось бы увеличить напоръ, не увеличивая напора на станціи, или потребовалось бы увеличить расходъ, то слѣдуетъ смѣнить трубы малаго діаметра, если таковыя имѣются и замѣнить ихъ трубами большаго діаметра. Вслѣдствіе тѣхъ же причинъ въ магистраляхъ трубы меньше 4 дюймовъ діаметромъ не ставятъ.

Сложный водопроводъ съ параллельными трубами.

55. Въ § 52 мы опредѣлили—что называется сложными водопроводами. Положимъ, имѣемъ сложный водопроводъ, въ которомъ изъ одного резервуара (фиг. 88) или изъ нѣсколькихъ (фиг. 89), но имѣющихъ уровни на одинаковой высотѣ, вода подается нѣсколькими параллельными магистралями до узла a *). Положимъ, параллельныхъ трубъ 2. Расходы для каждой изъ нихъ будутъ q_1 и q_2, длины ихъ $= l_1$ и l_2 и діаметры $= d_1$ и d_2, тогда общій расходъ

$$Q = q_1 + q_2 \;.\;\;.\;\;. \quad (289)$$



88.

Такъ какъ въ узлѣ a трубы сходятся, то въ этомъ мѣстѣ давле-

*) Такой водопроводъ называютъ также параллельнымъ.

ніе имѣетъ опредѣленную величину и потеря напора:

$$y = \frac{q_1^2 l_1}{\gamma_1 d_1^5} = \frac{q_2^2 l_2}{\gamma_2 d_2^5} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (290)$$

Если принять $\gamma_1 = \gamma_2 = \ldots = \gamma$, то

$$y = \frac{q_1^2 l_1}{\gamma d_1^5} = \frac{q_2^2 l_2}{\gamma d_2^5}$$

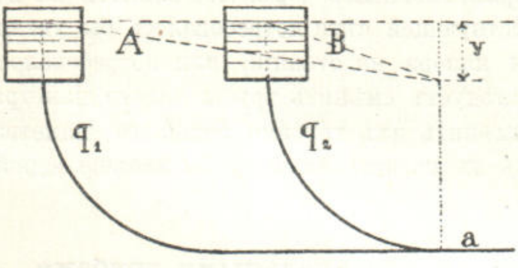
Если бы было трубъ больше, то

$$Q = q_1 + q_2 + q_3 + q_4 + \quad \ldots\ldots \quad (291)$$

и (при $\gamma = const.$)

$$y = \frac{q_1^2 l_1}{\gamma d_1^5} = \frac{q_2^2 l_2}{\gamma d_2^5} = \frac{q_3^2 l_3}{\gamma d_3^5} = \frac{q_4^2 l_4}{\gamma d_4^5} = \quad \ldots\ldots \quad (292)$$

Такъ какъ длины трубъ и діаметры ихъ различны, то является вопросъ, почему же потери одинаковы. Дѣло въ томъ, что вода въ большомъ количествѣ будетъ вливаться въ тѣ трубы, въ которыхъ меньше сопротивленіе, т. е. другими словами—въ сторону наименьшаго сопротивленія и слѣдовательно для трубъ болѣе короткихъ или съ большимъ діаметромъ количество q будетъ другое.



89.

Этимъ измѣненіемъ величины q и объясняется возможность равенства (292).

Если бы потребовалось опредѣлить діаметръ D простого водопровода, замѣняющаго собою параллельный, и длина трубы котораго $= L$, то этотъ діаметръ при постоянномъ значеніи γ опредѣлился бы изъ уравненія:

$$y = \frac{Q^2 L}{\gamma D^5} = \frac{(q_1 + q_2 + q_3 + q_4 \ldots)^2 \, L}{\gamma D^5} = \frac{q_1^2 l_1}{\gamma d_1^5} = \frac{q_2^2 l_2}{\gamma d_2^5} = \frac{q_3^2 l_3}{\gamma d_3^5} = . \quad (293)$$

Если бы потребовалось опредѣлить, при данной потерѣ y въ напорѣ, общій расходъ Q, то это легко сдѣлать, зная размѣры трубъ, подставляя въ ур. (291) вмѣсто q ихъ величины, опредѣляемыя ур. (292), получимъ:

$$Q = \sqrt{\gamma y}\left(\sqrt{\frac{d_1^5}{l_1}} + \sqrt{\frac{d_2^5}{l_2}} + \sqrt{\frac{d_3^5}{l_3}} + \ldots\right) =$$

$$= \sqrt{\gamma y} \sum \sqrt{\frac{d^5}{l}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (294)$$

Если

$$l_1 = l_2 = l_3 = l_4 = \ldots = l,$$

то

$$Q = \sqrt{\frac{\gamma y}{l}}\,(\sqrt{d_1^{\,5}} + \sqrt{d_2^{\,5}} + \ldots) = \sqrt{\frac{\gamma y}{l}} \sum \sqrt{d^5}\,. \quad (295)$$

Если бы пожелали сложный водопроводъ замѣнить простымъ, то размѣры его опредѣлились бы изъ уравненія (см. ур. 293 и 294):

$$Q = \sqrt{\gamma y}\sqrt{\frac{D^5}{L}} = \sqrt{\gamma y}\sum\sqrt{\frac{d^5}{l}}$$

или

$$\sqrt{\frac{D^5}{L}} = \sum\sqrt{\frac{d^5}{l}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (296)$$

При $L = l_1 = l_2 = l_3 = \ldots = l$

$$\sqrt{D^5} = \sum\sqrt{d^5} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (297)$$

Если

$$d_1 = d_2 = d_3 = \ldots = d,$$

то

$$\sqrt{D^5} = n\sqrt{d^5}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (298)$$

гдѣ n—число параллельныхъ магистралей. Это послѣднее уравненіе указываетъ намъ на то, что устройство простого водопровода обходится дешевле, чѣмъ параллельнаго. Изъ опытовъ оказывается, что стоимость устройства водопровода (считая и укладку) пропорціональна діаметру трубъ и ихъ длинѣ. Если затраченный капиталъ обозначимъ черезъ k, то

$$k = \varphi dl, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (299)$$

гдѣ φ коэффиціентъ.

Стоимость всѣхъ n параллельныхъ магистралей, положимъ, будетъ k_1, а стоимость простого водопровода $= k$, тогда

$$k = \varphi DL \text{ и } k_1 = n \,.\, \varphi dl$$

но мы положили $L = l$, а потому

$$\frac{k_1}{k} = n\,\frac{d}{D}\,.$$

По уравн. (298)

$$D = \sqrt[5]{n^2}\,.\,d = n^{2/5}d$$

слѣдовательно

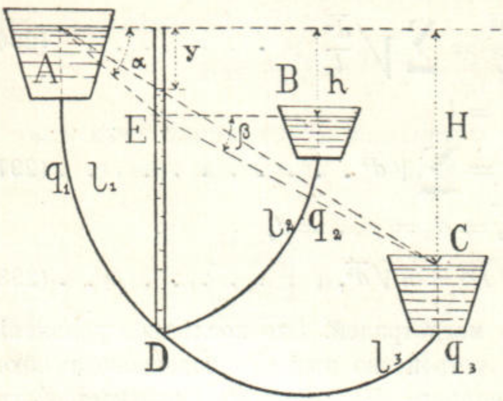
$$\frac{k_1}{k} = n^{1-2/5} = n^{3/5} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (300)$$

Откуда видно, что чѣмъ больше n, тѣмъ больше разница между k_1 и k и такъ какъ $n > 1$, то всегда

$$k_1 > k.$$

Сложный водопроводъ съ резервуарами различнаго напора.

56. Пользуясь ур. (288) и (296) всегда возможно водопроводъ съ перемѣннымъ діаметромъ и сложный, съ параллельными магистралями, замѣнить простымъ водопроводомъ съ постояннымъ діаметромъ и обратно, а потому, для упрощенія выводовъ, далѣе будемъ разсматривать только водопроводы съ постояннымъ діаметромъ и въ каждомъ частномъ случаѣ, согласно смыслу рѣшаемаго вопроса, всегда возможно произвести измѣненія въ ту или другую сторону.



90.

Положимъ, имѣется нѣсколько, сообщающихся между собою, резервуаровъ, въ которыхъ уровни на различной высотѣ (фиг. 90).

Понятно, что верхній резервуаръ A, какъ имѣющій наибольшій напоръ, можетъ только питать нижніе резервуары B и C.

Что касается резервуаровъ B и C, то функціи ихъ опредѣляются обстоятельствами. Пусть q_1, q_2 и q_3—объемы воды, протекающіе въ секунду по соотвѣтствующимъ трубамъ, діаметры которыхъ $= d$ и длины l_1, l_2 и l_3.

Допустимъ, что $H > h$. Если въ узлѣ D поставить піезометръ, то высота воды въ немъ опредѣлитъ дѣйствительное давленіе въ узлѣ и потерю y. Отъ этой величины y зависитъ характеръ службы дополнительныхъ резервуаровъ. Если $y < h$, то резервуаръ B будетъ питаемымъ, если же $y > h$, то резервуаръ B будетъ питающимъ.

При $O < y < h$

$$q_1 = q_2 + q_3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (301)$$

и соотвѣтственно потери напоровъ будутъ:

$$\left.\begin{aligned} &\text{въ трубѣ } AD \ldots y &&= \frac{q_1^2 l_1}{\gamma d^5} \\ &\quad » \quad » \quad BD \ldots h - y &&= \frac{q_2^2 l_2}{\gamma d^5} \\ &\quad » \quad » \quad CD \ldots H - y &&= \frac{q_3^2 l_3}{\gamma d^5} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (302)$$

Подставляя въ ур. (301) вмѣсто q_1, q_2 и q_3 ихъ величины, опредѣляемыя изъ ур. (302), получимъ:

$$\sqrt{\gamma d^5}\sqrt{\frac{y}{l_1}} = \sqrt{\gamma d^5}\sqrt{\frac{h-y}{l_2}} + \sqrt{\gamma d^5}\sqrt{\frac{H-y}{l_3}}$$

или

$$\sqrt{\frac{y}{l_1}} = \sqrt{\frac{h-y}{l_2}} + \sqrt{\frac{H-y}{l_3}} \quad \ldots\ldots \quad (303)$$

Изъ этого уравненія можно найти y, зная величину h, H, l_1, l_2 и l_3. Послѣднее уравненіе можно представить иначе:

$$\sqrt{\frac{y}{l_1}} - \sqrt{\frac{h-y}{l_2}} - \sqrt{\frac{H-y}{l_3}} = 0.$$

Подставляя вмѣсто y въ это уравненіе низшій и высшій предѣлы, т. е. O и h, получимъ слѣдующія два неравенства:

$$-\sqrt{\frac{h}{l_2}} - \sqrt{\frac{H}{l_3}} < 0$$

и

$$\sqrt{\frac{h}{l_1}} - \sqrt{\frac{H-h}{l_3}} > 0.$$

Изъ послѣдняго неравенства имѣемъ:

$$\frac{h}{l_1} > \frac{H-h}{l_3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (304)$$

Если можно будетъ за длину трубы принимать длину проекціи, то

$$\frac{h}{l_1} = tg\,\alpha \text{ и } \frac{H-h}{l_3} = tg\,\beta$$

и слѣдовательно должно быть

$$tg\,\alpha > tg\,\beta$$

или

$$\alpha > \beta, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (305)$$

т. е при этомъ условіи: $O < y < h$ и средній резервуаръ B будетъ питаемымъ, т. е. получающимъ воду. Это соотношеніе между углами возможно, если точка E лежитъ ниже линіи AC — линіи дѣйствительныхъ давленій въ водопроводѣ ADC (предполагая магистраль BD несуществующею).

Если

$$\frac{h}{l_1} < \frac{H-h}{l_3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (306)$$

то

$$tg\,\alpha < tg\,\beta$$

или

$$\alpha < \beta \quad \ldots\ldots\ldots \quad (307)$$

Въ этомъ случаѣ средній резервуаръ будетъ питающимъ сѣть, т. е. расходующимъ воду и точка E будетъ лежать выше линіи AC (фиг. 91).

Если бы пожелали, напротивъ, питать резервуаръ B, то слѣдуетъ узелъ D подвинуть ближе къ верхнему резервуару, напримѣръ, въ точку D_1, тогда точка E_1 будетъ лежать ниже линіи AC и будетъ имѣть мѣсто неравенство (304), при которомъ резервуаръ B получаетъ воду.

Если точка E будетъ лежать на линіи AC, то

$$\frac{h}{l_1} = \frac{H-h}{l_3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (308)$$

и

$$\alpha = \beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (309)$$

При этомъ (при $y = h$)

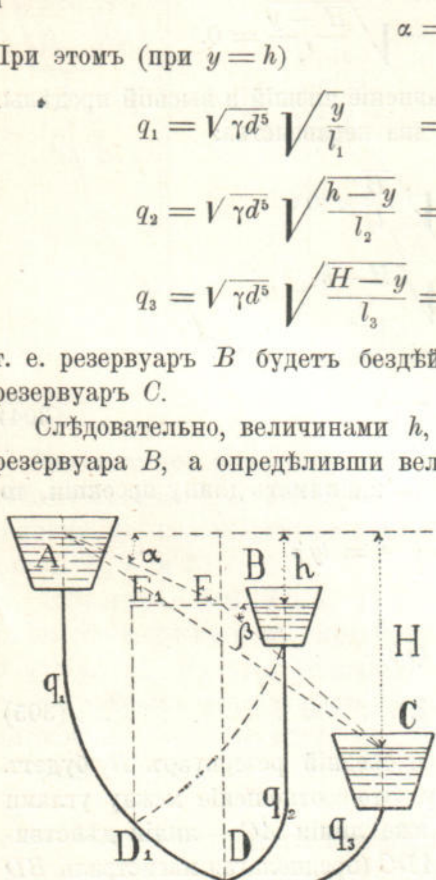
$$q_1 = \sqrt{\gamma d^5}\sqrt{\frac{y}{l_1}} = \sqrt{\gamma d^5}\sqrt{\frac{h}{l_1}}$$

$$q_2 = \sqrt{\gamma d^5}\sqrt{\frac{h-y}{l_2}} = \sqrt{\gamma d^5}\sqrt{\frac{h-h}{l_2}} = 0$$

$$q_3 = \sqrt{\gamma d^5}\sqrt{\frac{H-y}{l_3}} = \sqrt{\gamma d^5}\sqrt{\frac{H-h}{l_3}} = q_1,$$

т. е. резервуаръ B будетъ бездѣйствовать и вся вода пойдетъ въ резервуаръ C.

Слѣдовательно, величинами h, H, l_1 и l_3 опредѣляется функція резервуара B, а опредѣливши величину y (изъ ур. 303) — найдемъ значенія q_1, q_2 и q_3, т. е. расходы въ магистраляхъ.



91.

Положимъ, средній резервуаръ B имѣетъ кранъ.

Когда кранъ закрытъ, то питается только нижній резервуаръ C и потеря напора

$$H = \frac{Q^2\,(l_1 + l_3)}{\gamma d^5}, \quad \ldots (310)$$

гдѣ Q — количество воды, подаваемое въ этомъ случаѣ въ нижній резервуаръ, которое при данномъ напорѣ H, вполнѣ опредѣляется приведеннымъ равенствомъ.

Если кранъ открытъ, то будетъ имѣть мѣсто уравненіе (301), въ которомъ q_3 выражаетъ собою количество воды, поступающее въ резервуаръ C, въ случаѣ дѣйствія резервуара B. Чтобы выяснить вліяніе послѣдняго на притокъ воды въ нижній резервуаръ C—найдемъ соотношеніе между величинами q_3 и Q.

Обратимся къ уравн. (302), складывая первое съ 3-мъ, получимъ:

$$H = \frac{q_1^2 l_1}{\gamma d^5} + \frac{q_3^2 l_3}{\gamma d^5}.$$

Сравнивая это уравненіе съ уравн. (310), видимъ, что вторыя части должны быть равны, т. е.

$$\frac{q_1^2 l_1}{\gamma d^5} + \frac{q_3^2 l_3}{\gamma d^5} = \frac{Q^2 (l_1 + l_3)}{\gamma d^5}$$

или

$$q_1^2 l_1 + q_3^2 l_3 = Q^2 (l_1 + l_3).$$

Въ силу уравн. (301), имѣемъ:

$$(q_2 + q_3)^2 l_1 + q_3^2 l_3 = Q^2 (l_1 + l_3)$$

или

$$q_2^2 l_1 + 2 q_2 q_3 l_1 + q_3^2 l_1 + q_3^2 l_3 = Q^2 (l_1 + l_3)$$

откуда

$$q_3^2 (l_1 + l_3) + 2 q_2 q_3 l_1 = Q^2 (l_1 + l_3) - q_2^2 l_1$$

или

$$q_3^2 + \frac{2 q_2 q_3 l_1}{l_1 + l_3} = Q^2 - \frac{q_2^2 l_1}{l_1 + l_3}.$$

Рѣшая это уравненіе, получимъ:

$$q_3 = \frac{-q_2 l_1}{l_1 + l_3} + Q \sqrt{1 - \frac{q_2^2 l_1 l_3}{Q^2 (l_1 + l_3)^2}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (311)$$

Обратимъ вниманіе на дробь $\frac{l_1 l_3}{(l_1 + l_3)^2}$, — положимъ $l_1 + l_3 = L$, въ зависимости отъ положенія узла D (фиг. 90) мѣняются величины l_1 и l_3, но сумма ихъ остается постоянною и $= L$, слѣдовательно максимальное значеніе вышеуказанной дроби будетъ при максимальномъ значеніи произведенія $l_1 l_3$, т. е. при

$$l_1 = l_3 = \frac{L}{2},$$

тогда

$$\frac{l_1 l_3}{(l_1 + l_3)^2} = \frac{\frac{1}{4} L^2}{L^2} = \frac{1}{4}.$$

Предполагая, что $\frac{q_2}{Q} < 1$ и вообще малая дробь, какъ это бываетъ часто на практикѣ, и разлагая корень по биному Ньютона, получимъ:

$$q_3 = \frac{-q_2 l_1}{l_1 + l_3} + Q \left[1 - \frac{1}{2} \frac{l_1 l_3}{(l_1 + l_3)^2} \left(\frac{q_2}{Q} \right)^2 \right] \quad . \; . \; . \; (312)$$

Вслѣдствіе вышеуказанныхъ соображеній, безъ большой погрѣшности, можно принять

или

$$\left.\begin{aligned} q_3 &= Q - \frac{q_2 l_1}{l_1 + l_3} \\ q_3 &= Q - q_2 \frac{l_1}{L} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (313)$$

Изъ послѣдняго уравненія видно, что открывая кранъ у средняго резервуара, въ предположеніи, что онъ питается водою, мы этимъ самымъ уменьшаемъ притокъ воды въ нижній резервуаръ, который получилъ бы объемъ Q, при закрытомъ кранѣ у резервуара B, но уменьшаемъ не на $Q - q_2$, какъ это кажется на первый взглядъ, а на величину $q_2 \frac{l_1}{L}$, тѣмъ меньшую, чѣмъ меньше величина l_1 сравнительно съ L и только при $l_1 = L$, т. е. когда резервуары расположены рядомъ, расходъ Q будетъ уменьшаться на полный расходъ q_2. Какъ видимъ, величина q_3 зависитъ отъ положенія узла D. Интересно прослѣдить — какъ измѣняется расходъ q_1 изъ верхняго резервуара A въ зависимости отъ положенія того же узла D. —

Величина q_1 опредѣляется уравненіемъ (301):

$$q_1 = q_2 + q_3.$$

Въ силу уравн. (313) имѣемъ:

$$q_1 = Q + q_2 \frac{L - l_1}{L} \quad \ldots\ldots\ldots (314)$$

Слѣдовательно расходъ изъ верхняго резервуара увеличивается на количество, составляющее часть количества q_2, причемъ эта часть увеличивается съ уменьшеніемъ l_1, т. е. съ приближеніемъ узла D къ резервуару A.

Водопроводъ, расходующій воду и на оконечности и на пути.

57. Представимъ себѣ водопроводъ, магистраль котораго имѣетъ довольно значительное количество боковыхъ отвѣтвленій. Соединеніе каждой боковой вѣтви съ магистралью образуетъ узелъ, слѣдовательно число узловыхъ точекъ соотвѣтствуетъ числу боковыхъ вѣтвей, изъ которыхъ каждая, въ свою очередь, можетъ быть магистралью и снабжать отдѣльныя боковыя вѣтви водою.

Такимъ образомъ водопроводъ расходуетъ воду и по пути и на оконечности. Обыкновенно въ каждомъ боковомъ отвѣтвленіи ставится кранъ. Положимъ расходы для боковыхъ вѣтвей соотвѣтственно будутъ (фиг. 92): $q_1, q_2, q_3 \ldots$

Часть магистрали AB проводитъ объемъ $= q_1 + q_2 + q_3 + \ldots$
Часть магистрали BC проводитъ объемъ воды $= q_2 + q_3 + \ldots$
Соотвѣтственно потери напоровъ въ узловыхъ точкахъ будутъ:

$$y_1 = \frac{(q_1 + q_2 + q_3 + \ldots + q_n)^2 \, l_1}{\gamma d^5}$$

$$y_2 = \frac{(q_2 + q_3 + \ldots + q_{n-1} + q_n)^2 \, l_2}{\gamma d^5} \text{ и т. д.,}$$

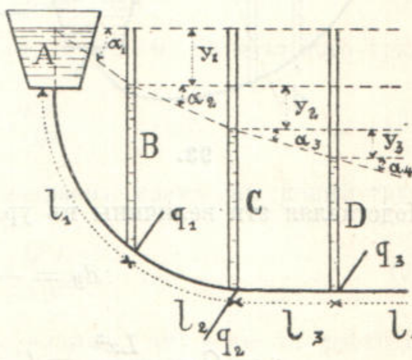
гдѣ $l_1, l_2 \ldots$ будутъ длинами частей магистрали AB, BC и т. д., діаметры которыхъ $= d$.

Полныя потери напоровъ для узловъ будутъ:

узелъ B . . . . y_1
» C . . . . $y_1 + y_2$
» D . . . . $y_1 + y_2 + y_3$ и т. д.

Если мы можемъ замѣнить длины l_1, l_2 и т. д. проекціями ихъ на горизонталь, то линія дѣйствительныхъ давленій будетъ ломанною и тангенсы угловъ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \ldots$ опредѣлятся, если извѣстны y_1, $y_2, \ldots$ и величины проекцій $l_1, l_2, l_3 \ldots$

$$tg\, \alpha_1 = \frac{y_1}{l_1}; \quad tg\, \alpha_2 = \frac{y_2}{l_2} \ldots$$



92.

Такъ какъ обыкновенно разница между $l_1, l_2, l_3 \ldots$ не велика, то, какъ видно,

$$tg\, \alpha_1 > tg\, \alpha_2 > tg\, \alpha_3 > \ldots$$

и

$$\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \ldots$$

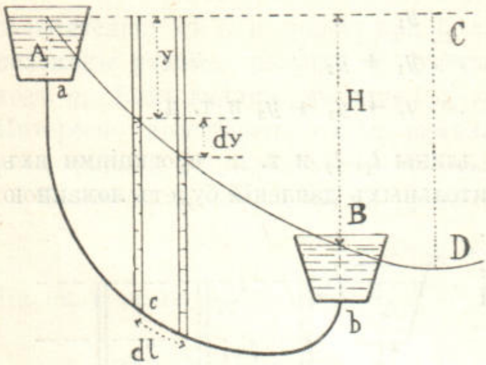
т. е. наклонъ линій дѣйствительныхъ давленій къ горизонту будетъ постепенно уменьшаться.

Уменьшая постепенно величины $l_1, l_2, l_3 \ldots$ мы, безъ чувствительной погрѣшности, можемъ ломанную линію замѣнить кривою, т. е. можемъ предположить, что у насъ имѣется безчисленное множество узловъ. безконечно близко расположенныхъ и образующихъ какъ бы непрерывную щель во всю длину трубы. Такой случай легко подчиняется математическому анализу и имѣетъ практическое значеніе, такъ какъ при расчетѣ водопроводной сѣти обыкновенно и принимаютъ подобнаго рода допущенія.

Водопроводы съ непрерывнымъ расходомъ на пути.

58. Предположимъ, что у насъ имѣется водопроводъ съ непрерывнымъ расходованіемъ объема Q на пути и объема q на оконечности (фиг. 93); вводя подобное предположеніе, мы допускаемъ въ трубѣ образованіе какъ бы сплошной щели. Полная длина трубы $= L$ и паденіе напора на оконечности $= H$, паденіе напора на длинѣ $l = y$ и слѣдовательно на длинѣ ∂l паденіе $= \partial y$. Расходъ на пути на единицу длины $= \frac{Q}{L}$. Возьмемъ какое нибудь сѣченіе c, черезъ это сѣченіе долженъ протечь въ секунду объемъ воды, равный

$$q + \frac{Q}{L}(L - l)$$



93.

а потому

$$\partial y = \frac{\left[q + \frac{Q}{L}(L - l)\right]^2}{\gamma d^5} . \partial l \ldots (315)$$

Положимъ

$$q + \frac{Q}{L}(L - l) = x$$

тогда

$$\partial x = -\frac{\partial l}{L} Q$$

и

$$\partial l = -\frac{L \partial x}{Q} .$$

Подставляя эти величины въ ур. (315), получимъ:

$$dy = -\frac{x^2}{\gamma d^5} \cdot \frac{L\partial x}{Q}$$

и

$$y = C - \frac{Lx^3}{3\gamma d^5 Q} = C - \frac{L}{3\gamma d^5 Q}\left[q + \frac{L - l}{L} Q\right]^3 \quad . \quad . \quad (316)$$

при $l = 0$ и $y = 0$, слѣдовательно

$$O = C - \frac{L}{3\gamma d^5 Q}(q + Q)^3$$

и

$$C = \frac{L(q + Q)^3}{3\gamma d^5 Q}$$

а потому

$$y = \frac{L}{3\gamma d^5 Q}\left[(q + Q)^3 - \left(q + \frac{L - l}{L} Q\right)^3\right] \quad . \quad . \quad (317)$$

Если возможно длину l считать равною проекціи на горизонталь, то уравненіе (317) будетъ уравненіемъ линіи дѣйствительныхъ давленій. Какъ видно, эта кривая—кубическая парабола. Вершина D параболы найдется изъ условія, что

$$\frac{\partial y}{\partial l} = 0$$

или въ силу уравн. (315) имѣемъ

$$q + Q\frac{L - l}{L} = 0$$

слѣдовательно

$$l = AC = L + \frac{q}{Q}L$$

и

$$y = CD = \frac{L\,(q + Q)^3}{3\gamma d^5 Q}.$$

Потеря напора на всей длинѣ будетъ:

$$H = \frac{L}{3\gamma d^5 Q}\left[(q + Q)^3 - q^3\right] = \frac{L}{3\gamma d^5 Q}\left[3q^2 Q + 3qQ^2 + Q^3\right] \quad . \; . \; (318)$$

или

$$H = \frac{q^2 L}{\gamma d^5} + \frac{qQL}{\gamma d^5} + \frac{Q^2 L}{3\gamma d^5} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (319)$$

Если расхода на пути не будетъ, т. е. $Q = 0$, то изъ этого уравн. имѣемъ:

$$H = \frac{q^2 L}{\gamma d^5} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (320)$$

что и слѣдовало ожидать. Если закроемъ кранъ на концѣ трубы, т. е. положимъ $q = 0$, то

$$H = \frac{Q^2 L}{3\gamma d^5} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (321)$$

Сравнивая формулы (321) и (320), видимъ, что если бы расходы q и Q были одинаковы, то потеря напора во второмъ случаѣ, т. е. при расходованіи на пути, была бы въ 3 раза менѣе потери при расходованіи на оконечности. Если бы пожелали имѣть одинаковыя потери напора при $q = Q$, то должно имѣть мѣсто равенство

$$3d_1^{\,5} = d^5,$$

гдѣ d_1 — соотвѣтствующій діаметръ трубы, полагая расходъ только на пути, и

$$d = d_1\sqrt[5]{3} = 1{,}25\,d_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (322)$$

слѣдовательно діаметръ водопровода, расходующаго воду только на оконечности, долженъ быть въ 1,25 раза болѣе діаметра водопровода, расходующаго тотъ же объемъ воды только на пути. Зная это соотношеніе, при составленіи предварительныхъ соображеній относительно всего водоснабженія, можно расходъ на пути отнести къ оконечности, этимъ мы увеличимъ размѣръ діаметровъ приблизительно процентовъ на 25.

Изъ уравн. (319) имѣемъ:

$$H = \frac{\left(q^2 + qQ + \frac{Q^2}{3}\right) L}{\gamma d^5} \quad \ldots\ldots\ldots (323)$$

Разсматривая q^2—какъ квадратъ 1-го члена и qQ—какъ удвоенное произведеніе 1-го члена на 2-й, можемъ написать формулу (323) въ другомъ видѣ

$$H = \frac{\left(q + \frac{Q}{2}\right)^2 + \frac{Q^2}{12}}{\gamma d^5} L.$$

Разсматривая q^2—какъ квадратъ 1-го члена и $\frac{Q^2}{3}$ — какъ квадратъ 2-го члена, можемъ формулѣ (323) дать слѣдующій видъ:

$$H = \frac{\left(q + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)^2 + qQ - \frac{2qQ}{\sqrt{3}}}{\gamma d^5} L.$$

Итакъ

$$q^2 + qQ + \frac{Q^2}{3} = \left(q + \frac{Q}{2}\right)^2 + \frac{Q^2}{12} = \left(q + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)^2 + qQ - \frac{2qQ}{\sqrt{3}}$$

но

$$\left(q + \frac{Q}{2}\right)^2 + \frac{Q^2}{12} > \left(q + \frac{Q}{2}\right)^2$$

или

$$q^2 + qQ + \frac{Q^2}{3} > \left(q + \frac{Q}{2}\right)^2$$

и

$$\left(q + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)^2 + qQ - \frac{2qQ}{\sqrt{3}} < \left(q + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)^2$$

или

$$q^2 + qQ + \frac{Q^2}{3} < \left(q + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)^2$$

слѣдовательно

$$\left(q + \frac{Q}{\sqrt{3}}\right)^2 > q^2 + qQ + \frac{Q^2}{3} > \left(q + \frac{Q}{2}\right)^2$$

или

$$(q + 0{,}58Q)^2 > q^2 + qQ + \frac{Q^2}{3} > (q + 0{,}5Q)^2.$$

Слѣдовательно можно принять съ небольшою погрѣшностью

$$H = \frac{(q + 0{,}55Q)^2 L}{\gamma d^5} \quad \ldots\ldots\ldots (324)$$

Итакъ, прибавивъ къ расходу въ концѣ $55^0/_0$ расхода на пути, можемъ считать весь расходъ сосредоточеннымъ на концѣ.

Если нашъ водопроводъ, расходующій на пути, замѣнить водопроводомъ такого же діаметра, но съ расходомъ R только на концѣ, то этотъ расходъ опредѣлялся бы формулою:

$$H = \frac{R^2 L}{\gamma d^5} \quad \text{. . . . .} \quad (325)$$

Сравнивая эту формулу съ формулою (323), получимъ, что

$$R^2 = q^2 + qQ + \frac{Q^2}{3} \quad \text{. . . . .} \quad (326)$$

Рѣшая уравненіе (326) относительно q, получимъ:

$$q = -\frac{Q}{2} + \sqrt{R^2 + \frac{Q^2}{4} - \frac{Q^2}{3}} = -\frac{Q}{2} + \sqrt{R^2 - \frac{Q^2}{12}} \quad . \ (327)$$

Величина $q = 0$, если

$$\frac{Q}{2} = \sqrt{R^2 - \frac{Q^2}{12}}$$

или

$$Q = R\sqrt{3}.$$

Если

$$Q < R\sqrt{3}, \text{ то } q > 0$$

и если

$$Q > R\sqrt{3}, \text{ то } q < 0.$$

Въ послѣднемъ случаѣ нижній резервуаръ питаетъ часть водопровода.

Опредѣленіе діаметра трубы. Равномѣрное нагнетаніе.

59. Для того, чтобы опредѣлить размѣры водопроводной сѣти необходимо знать количество воды, проводимое всей сѣтью и отдѣльными трубами. Зная количество воды для отдѣльныхъ проводовъ, легко опредѣлить діаметры ихъ. Это опредѣленіе діаметра можетъ быть произведено двумя способами: а) задаваясь среднею скоростью теченія или б) руководствуясь экономическими соображеніями, т. е. чтобы расходы на устройство и эксплоатацію были наименьшими.

а) При опредѣленіи діаметра трубы по первому способу, задаютъ секундный расходъ воды Q и среднюю скорость теченія v, которая выбирается обыкновенно равною 90—100 cm. (3 фута) въ сек., тогда

$$d = \sqrt{\frac{4\,Q}{v\,.\,\pi}} \quad \text{. . . . .} \quad (328)$$

б) Опредѣлимъ діаметръ трубы при условіи наименьшихъ денежныхъ затратъ,—при чемъ разсмотримъ два случая: 1-й—равномѣрное нагнетаніе воды въ теченіе t часовъ въ сутки и 2-й — неравномѣрное нагнетаніе.

1-й случай—равномѣрное нагнетаніе.

Положимъ:

L = длинѣ нагнетательной трубы въ метр.;

p = стоимости погонной единицы, въ данномъ случаѣ 1 пог. метра, нагнет. трубы діаметра d, который выраженъ также въ метрахъ;

N_n = эффективной (дѣйствительной) силѣ насосовъ;

c = стоимости одной эффективной паровой силы насосовъ, включая капитализированный расходъ на ея эксплоатацію.

Тогда полная стоимость трубы и подачи воды:

$$K = N_n \,.\, c + Lp \quad \ldots\ldots\ldots \quad (329)$$

Опредѣлимъ каждую величину, входящую въ ур. (329):

если Q = среднему секундному расходу воды въ трубѣ въ куб. метрахъ,

» Q_0 = среднему суточному расходу въ куб. метр. *),

» t = числу часовъ качки въ сутки.

Положимъ H = требуемой высотѣ подъема воды насосами въ метрахъ; если не считать вредныхъ сопротивленій въ трубѣ, эта высота равняется суммѣ двухъ высотъ: высоты оси насоса надъ низшимъ горизонтомъ воды въ источникѣ и высоты уровня напорнаго бака надъ осью насоса; первая высота, т. е. высота всасыванія, не должна быть больше 7 m (23 ф.).

Положимъ $\triangle$ = вѣсу 1 m^3 воды.

Принимая вышеуказанныя обозначенія, получимъ для величины Q слѣдующее выраженіе:

$$Q = \frac{Q_0}{t \,.\, 60 \,.\, 60} = \frac{Q_0}{3600\,t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (330)$$

Потеря напора на длинѣ L трубы будетъ:

$$h = \frac{Q^2 L}{\gamma d^5}$$

на эту высоту слѣдуетъ увеличить высоту H.

Слѣдовательно эффективная работа машинъ равняется

$$Q \triangle (H + h) = Q \triangle \left(H + \frac{Q^2 L}{\gamma d^5}\right)$$

---

*) Въ городахъ максимальный суточный расходъ воды въ году можно принимать въ 1,5 раза болѣе средняго, а максимальный часовой расходъ въ году можно принимать = отъ $\frac{1}{12}$ до $\frac{1}{10}$ средняго суточнаго расхода, въ среднемъ $\frac{1}{11}$, хотя колебанія бываютъ довольно значительны $\left(\text{отъ } \frac{1}{4} \text{ до } \frac{1}{18}\right)$.

или

$$N_n = \frac{\triangle Q}{75}\left(H + \frac{Q^2 L}{\gamma d^5}\right) \quad \ldots\ldots\ldots (331)$$

Что касается опредѣленія величины c, то она состоитъ изъ двухъ величинъ: c_1—стоимости одной эффективной паровой силы въ рубляхъ (считая доставку съ завода и установку) и величины c_2—стоимости эксплоатаціи 1 паров. силы.

Положимъ N_i обозначаетъ число индикаторныхъ силъ машины, тогда

$$N_n = \eta N_i, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (332)$$

гдѣ η—коэф. полезнаго дѣйствія = отъ 0,65 до 0,8, въ среднемъ 0,75.

Обыкновенно затраты на эксплоатацію обусловливаются количествомъ топлива, расходуемаго въ 1 часъ на индикаторную силу.

Положимъ:

q = числу kg угля, расходуемаго въ 1 часъ на индикаторную силу,
t = числу часовъ качки,
e = стоимости одного kg угля въ копѣйкахъ.

Тогда для эксплоатаціи насосовъ въ годъ придется затратить рублей

$$N_i \,.\, q \,.\, t \,.\, e \frac{365}{100}$$

или въ силу равенства (332) затраченная сумма на эксплоатацію будетъ равна

$$\frac{365 N_n \,.\, q \,.\, t \,.\, e}{100\eta}.$$

Капитализируя этотъ расходъ по m процентовъ въ годъ, легко опредѣлить необходимый эксплоатаціонный капиталъ P, который равняется

$$P = \frac{100}{m} \cdot \frac{365 N_n \,.\, q \,.\, t \,.\, e}{100\eta} = 365 N_n \, qte \frac{1}{m\eta} \quad \ldots (333)$$

Слѣдовательно расходъ на 1 эффективную силу равняется

$$c = c_1 + 365\, qte \frac{1}{m\eta} \quad \ldots\ldots\ldots (334)$$

Опредѣлимъ величину p—стоимость 1 погон. метра трубы, діаметра d. Какъ мы видѣли выше (см. равенство 299), стоимость трубы съ укладкою можно принимать равною

$$\varphi \,.\, d \,.\, l$$

или стоимость 1 погоннаго метра

$$p = \varphi d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (335)$$

Въ настоящее время, считая доставку не далѣе 600 верстъ, при глубинѣ заложенія около 2 метровъ (6′—7′), можно принять

$$\varphi = 70—80 \text{ руб.}$$

Подставляя найденныя значенія въ форм. (329), получимъ:

$$K = \frac{\triangle Q}{75}\left(H + \frac{Q^2 L}{\gamma d^5}\right)\left(c_1 + 365\, qte\, \frac{1}{m\eta}\right) + \varphi\; d\;\; L \qquad (336)$$

Чтобы получить значеніе для d, при которомъ величина K становится минимальною, слѣдуетъ взять производную по d и приравнять нулю:

$$\frac{\partial K}{\partial d} = -\frac{5 \triangle Q^3 L \,.\, c}{75\,.\,\gamma d^6} + \varphi L = 0$$

или

$$\frac{\triangle Q^3 c}{15\gamma d^6} = \varphi$$

откуда

$$d^6 = \frac{\triangle Q^3 c}{15\gamma\varphi} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (337)$$

слѣдовательно

$$Q = d^2 \sqrt[3]{\frac{15\gamma\varphi}{\triangle c}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (338)$$

Средняя скорость теченія

$$v = \frac{4Q}{\pi d^2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (339)$$

а потому наивыгоднѣйшая въ экономическомъ отношеніи скорость теченія въ метрахъ:

$$v = \frac{4}{\pi}\sqrt[3]{\frac{15\gamma\varphi}{\triangle c}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (340)$$

Подставляя вмѣсто γ значеніе, указанное въ примѣрѣ § 49, т. е. 16^2, и вмѣсто Δ—1000, получимъ:

$$v = 2\sqrt[3]{\frac{\varphi}{c}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (341)$$

или при $\varphi = 70$

$$v = \frac{8{,}22}{\sqrt[3]{c}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (342)$$

гдѣ величина c опредѣляется уравн. (334).

Обыкновенно задается величина Q_0, по форм. (330) мы опредѣлимъ Q, по форм. (334) опредѣлимъ c, подставляя это значеніе въ форм. (341 или 342), найдемъ v, зная v и Q изъ форм. (339) опредѣлимъ d. Или зная Q и c прямо изъ формулы (337), опредѣляемъ d, подставляя вмѣсто γ и φ—ихъ величины.

Неравномѣрное нагнетаніе.

60. Въ этомъ второмъ случаѣ машины разбиваются на группы и въ зависимости отъ расхода — работаетъ та или другая группа, или работаютъ совмѣстно всѣ группы. Благодаря подобному устройству емкость напорнаго бака можетъ быть сдѣлана меньше.

Положимъ w_1, w_2, w_3 . . . — правильныя дроби, показывающія каждая—какая часть средняго суточнаго расхода Q_0 нагнетается въ часъ въ продолженіе t_1, t_2, t_3 . . . часовъ работы насосовъ. Поэтому, помножая каждую часть соотвѣтственно на время t и складывая, должны получить полную часть расхода, т. е.

$$w_1 t_1 + w_2 t_2 + \ldots = 1.$$

Въ продолженіе t_1 часовъ расходуется въ каждый часъ $w_1 Q_0$ воды или секундный расходъ равняется

$$\frac{w_1 Q_0}{3600}.$$

Въ продолженіе t_2 часовъ расходуется въ каждый часъ $w_2 Q_0$ воды или секундный расходъ равняется

$$\frac{w_2 Q_0}{3600} \text{ и т. д.}$$

Слѣдовательно, если обратиться къ формулѣ (337), опредѣляющей наивыгоднѣйшій діаметръ d, соотвѣтствующій наименьшимъ денежнымъ затратамъ, въ случаѣ равномѣрнаго нагнетанія, то мы вправѣ принимать ее для каждаго періода дѣйствія насосовъ.

Въ формулѣ (337) величина

$$c = c_1 + 365\, qte \frac{1}{m\,.\,\eta},$$

гдѣ t—число часовъ качки въ сутки.

Величина Q для каждаго періода равняется

$$\frac{w Q_0}{3600}$$

и

$$Q^3 = w^3 \left(\frac{Q_0}{3600}\right)^3$$

слѣдовательно, примѣняя форм. (337), придется t помножать на w^3 или вмѣсто t подставить: $\Sigma w^3 t$, гдѣ

$$\Sigma w^3 t = w_1{}^3 t_1 + w_2{}^3 t_2 + w_3{}^3 t_3 + \ldots$$

Что касается величины c_1, то слѣдуетъ эту величину помножить на максимальное значеніе w^3, такъ какъ разсматриваемъ самый невыгодный случай. Итакъ вмѣсто формулы (337), въ данномъ случаѣ получится слѣдующая:

$$d^6 = \frac{\triangle Q_0^3}{15 \cdot 3600^3 \gamma \cdot \varphi} \left(c_1 w^3_{max} + 365 q \cdot e \frac{1}{m \eta} \Sigma w^3 t \right) \quad . \quad . \ (343)$$

Вычисляя d по одной изъ приведенныхъ формулъ § 59 или по форм. (343) и опредѣляя стоимость водопровода, слѣдуетъ принимать во вниманіе и стоимость сооруженія водопроводной станціи, вмѣстѣ съ напорною башнею, если таковая имѣется, фильтрами и т. п. сооруженіями.

При опредѣленіи діаметровъ трубъ многіе инженеры совѣтуютъ задаваться величиною скорости и брать ее равною около 1 метра (3 ф.). Зная скорость, по опредѣленнымъ расходамъ, легко уже найти соотвѣтствующіе діаметры трубъ *).

Опредѣленіе скорости и расхода воды въ естественныхъ и искусственныхъ потокахъ.

61. Въ зависимости отъ величины потока примѣняется тотъ или другой способъ для опредѣленія расхода или скорости. При маломъ расходѣ, напр. въ родникахъ, ключахъ и т. п., величина его опредѣляется непосредственнымъ измѣреніемъ помощью сосудовъ опредѣленной емкости.

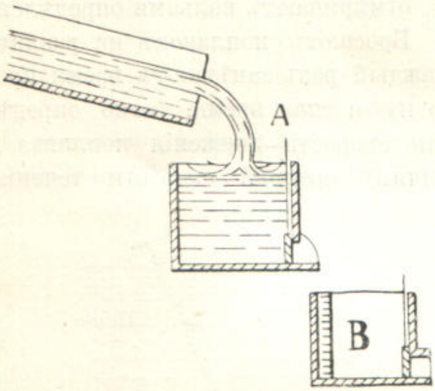
При среднемъ расходѣ, напр. въ рѣчкахъ, заводскихъ каналахъ— величину его опредѣляютъ съ помощью перемычки, заставляя воду стекать черезъ водосливъ или пропуская ее черезъ отверстіе въ вертикальной стѣнкѣ. Или же перемычку не ставятъ, а поступаютъ точно такимъ же образомъ, какъ въ большихъ потокахъ, рѣкахъ, т. е. при помощи особыхъ приборовъ—тахометровъ—опредѣляютъ среднюю скорость v движенія воды въ данномъ живомъ сѣченіи и расходъ считаютъ $= v \cdot \omega$, гдѣ ω—площадь живого сѣченія.

Для опредѣленія расхода непосредственнымъ измѣреніемъ можно поступать различнымъ образомъ.—

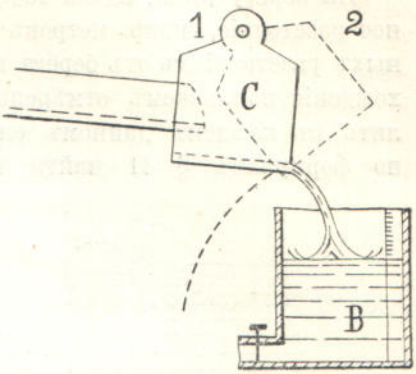
Деревяннымъ жолобомъ подводятъ воду къ сосуду A бо̀льшей емкости, изъ котораго по временамъ выпускаютъ воду въ сосудъ B меньшей емкости, объемъ котораго точно вымѣренъ (фиг. 94); обыкновенно въ этомъ сосудѣ ставится еще рейка съ дѣленіями. Такимъ

*) Болѣе подробныя указанія относительно расчета водопроводной сѣти съ наименьшими эксплоатаціонными расходами можно найти въ русскомъ переводѣ соч. проф. Люгера: Водоснабженіе городовъ, 1903, и въ курсѣ Водоснабженія проф. Б. К. Правдзика, ч. I, 1903 г., а также въ соч.: Handbuch der Ingenieurwissenschaften. Bd. III. Der Wasserbau. 1893.

образомъ, пропуская воду черезъ сосудъ B, опредѣлимъ ея количество, и зная время притока—опредѣлимъ расходъ въ одну секунду. Можно избѣжать постановки сосуда A, подвѣшивая вращающуюся



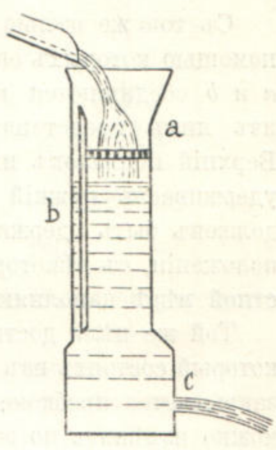
94.



95.

часть C (фиг. 95). При положенiи 1—вода вливается въ сосудъ B, при положенiи 2—вода будетъ стекать помимо сосуда.

Вмѣсто указанныхъ приборовъ примѣняется иногда такъ называемое гидрометрическое ведро, состоящее изъ цилиндрическаго сосуда, внутри котораго, съ цѣлью умѣрить колебанія воды, помѣщается на желаемой высотѣ сѣтка a. Внизу имѣется небольшое отверстіе c. Приборъ тарированъ, и трубкою b опредѣляется высота воды и соотвѣтствующій расходъ (фиг. 96). Различнымъ высотамъ воды, соотвѣтствуютъ различные расходы. Когда вода остановится на опредѣленномъ уровнѣ—особою скалою на трубкѣ b отмѣчается соотвѣтствующій расходъ.



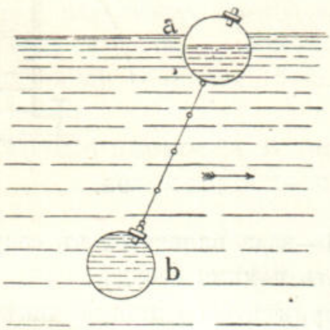
96.

При измѣреніи расхода устройствомъ водослива, или пропускомъ воды черезъ отверстіе опредѣленныхъ размѣровъ, пользуются соотвѣтствующими формулами, которыя намъ уже извѣстны.

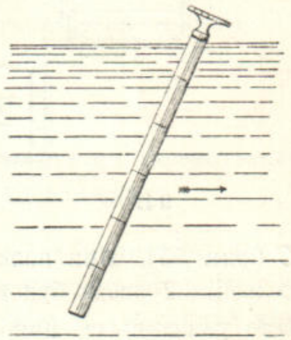
При опредѣленіи расхода въ рѣкахъ и каналахъ значительныхъ размѣровъ, прибѣгаютъ къ поплавкамъ или особымъ приборамъ. Помощью поплавковъ и приборовъ опредѣляютъ среднюю скорость теченія, а зная живое сѣченіе рѣки, не трудно вычислить расходъ.

При опредѣленіи скорости поплавками, мѣсто для опытовъ избираютъ тамъ, гдѣ теченіе болѣе правильное, прямое, берега между собою параллельны, т. е. ширина потока измѣняется незначительно, гдѣ берега болѣе возвышены и дно очищено отъ водяныхъ растеній.

На берегу рѣки, вдоль теченія, отмѣриваютъ кольями опредѣленное разстояніе, напр. метровъ 40. Бросаютъ поплавокъ на различныхъ разстояніяхъ отъ берега и каждый разъ замѣчаютъ время прохожденія поплавкомъ отмѣреннаго пути; зная время, легко опредѣлить въ каждомъ данномъ случаѣ скорости движенія поплавка и по формуламъ § 41 найти величину средней скорости теченія.



97.



98.

Съ тою же цѣлью употребляютъ двойные поплавки (фиг. 97), помощью которыхъ опредѣляется средняя скорость теченія. Поплавки *a* и *b* соединяются шнуромъ, проволокою или цѣпочкою, каждый изъ нихъ представляетъ собою шаръ, закупориваемый пробкою. Верхній поплавокъ имѣетъ плавучесть настолько значительную, что удерживаетъ нижній поплавокъ, при чемъ въ стоячей водѣ шнуръ долженъ быть удерживаемъ нижнимъ поплавкомъ въ вертикальномъ положеніи, съ нѣкоторою натянутостью, для чего поплавки въ извѣстной мѣрѣ наполняются водою или дробью.

Той же цѣли достигаютъ, примѣняя плавучій шестъ (фиг. 98), который состоитъ изъ отдѣльныхъ, свинчиваемыхъ трубокъ и сверху закрывается пробкою; благодаря подобному устройству длину шеста можно измѣнять по желанію. Шестъ заполняется дробью настолько, чтобы въ стоячей водѣ немного выступалъ надъ поверхностью.

Теперь разсмотримъ различные приборы (тахометры) для опредѣленія скорости.

Гидрометрическій маятникъ. Приборъ состоитъ изъ квадранта, раздѣленнаго на градусы, въ центрѣ *a* его закрѣплена нить, удерживающая металлическій шарикъ *b*. Водянымъ уровнемъ *c* вывѣряется положеніе прибора. Теченіемъ шарикъ b отклоняется и увлекаетъ съ собою нить, которая будетъ составлять съ вертикалью нѣкоторый уголъ α (фиг. 99). Обозначимъ вѣсъ шарика черезъ G, полное давленіе на него воды черезъ P, тогда

$$P = G \, tg \, \alpha$$

и

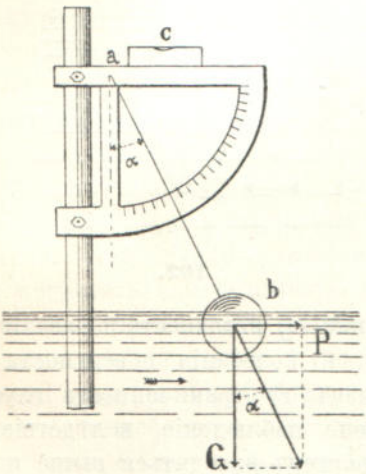
$$P = k \triangle \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{v^2}{2g} \text{ *)}, \quad \ldots \ldots \ldots (344)$$

гдѣ d—діаметръ шарика.

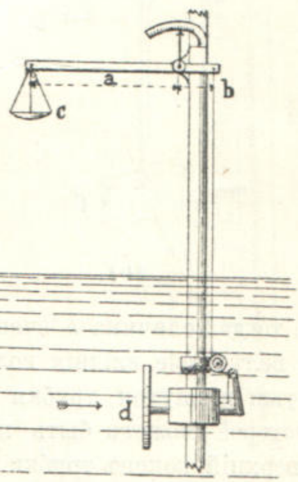
Изъ послѣдняго уравненія имѣемъ:

$$v = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{2gP}{k\pi\triangle}} = \frac{2}{d} \sqrt{\frac{2g \, G \, tg \, \alpha}{k\pi\triangle}} \quad \ldots \ldots (345)$$

Коэффиціентъ k опредѣляется предварительными опытами. Вслѣд-



99.



100.

ствіе вибраціи нити трудно производить наблюденія и потому этотъ приборъ малоупотребителенъ.

Реометры. Въ этихъ приборахъ при помощи рычага и чашки съ гирями c опредѣляется давленіе воды на нѣкоторую поверхность ∂ (фиг. 100). Обозначая черезъ ω площадь пластинки ∂, черезъ a и b—плечи рычага и черезъ P—грузъ чашки c, уравновѣшивающій давленіе воды, найдемъ, что должно имѣть мѣсто слѣдующее равенство:

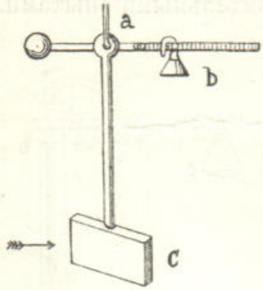
$$k \triangle \omega \, \frac{v^2}{2g} \, . \, b = P \, . \, a \quad \ldots \ldots \ldots (346)$$

*) См. ниже форм. 352.

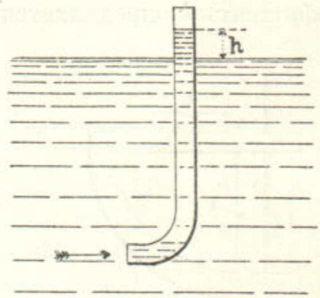
изъ котораго и опредѣлится v, если извѣстна величина коэффиціента k, который опредѣляется опытомъ.

Вродѣ этого прибора устроенъ гидрометрическій безмѣнъ, который подвѣшивается за ось a, вода давитъ на пластинку c, и это давленіе уравновѣшивается подвижною гирею b (фиг. 101).

Трубка Пито. Въ 1732 г. итальянецъ Пито предложилъ для опредѣленія скорости особаго вида стеклянную трубку (фиг. 102). Трубка, какъ видно изъ чертежа, внизу загнута подъ прямымъ угломъ и отверстіе располагается противъ теченія, тогда въ верхней части трубки вода подымется на нѣкоторую высоту h, зная которую можно опредѣлить скорость въ любомъ пунктѣ. Недостатки этой трубки: а) неудобство опредѣленія высоты h при малыхъ скоростяхъ, такъ



101.



102.

какъ тогда величина h очень невелика, б) неточность показанія прибора вслѣдствіе вліянія волосности, в) колебанія поверхности воды снаружи и внутри трубки и наконецъ г) ограниченность глубины, на которой можетъ быть произведено наблюденіе, вслѣдствіе того, что верхній конецъ трубки всегда долженъ находиться выше поверхности воды.

Эти недостатки были устранены въ приборѣ Дарси, который представляетъ собою улучшенную трубку Пито, и этотъ улучшенный приборъ носитъ названіе трубки Пито-Дарси. Приборъ состоитъ изъ двухъ трубокъ a и b (фиг. 103). Трубка a имѣетъ отверстіе, сдѣланное сбоку, и въ этомъ мѣстѣ прикрывается трубкою c, внутрь которой вода можетъ свободно проходить; въ трубкѣ b отверстіе сдѣлано по направленію оси. Нижніе концы трубокъ располагаются противъ теченія. Благодаря подобному устройству въ трубкѣ a вода понижается, а въ трубкѣ b повышается. Какъ высота пониженія h_1 уровня, такъ и высота повышенія h_2 должны быть пропорціональны v^2, т. е.

$$v^2 = k_1 \,.\, 2gh_1$$

и $$v^2 = k_2 \,.\, 2gh_2,$$

гдѣ k_1 и k_2 коэффиціенты.

h_1 обыкновенно не равняется h_2 и весьма часто въ нѣкоторыхъ приборахъ $h_1 > h_2$, т. е. пониженіе уровня воды въ трубкѣ a болѣе повышенія его h_2 въ трубкѣ b.

Опредѣляя изъ вышеприведенныхъ уравненій величины h_1 и h_2 и складывая ихъ, получимъ:

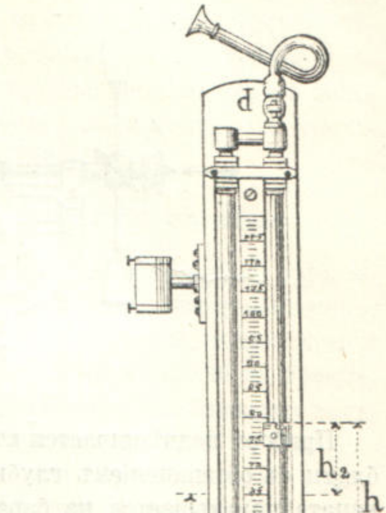
$$h = h_1 + h_2 = \frac{k_1 + k_2}{k_1 k_2} \frac{v^2}{2g}$$

откуда имѣемъ:

$$v = k' \sqrt{2gh} = k \sqrt{h}, \quad . \quad . \quad (347)$$

гдѣ k есть коэффиціентъ опредѣляемый опытомъ.

Нижній кранъ e запираетъ обѣ трубки и тѣмъ даетъ возможность наблюдать уровни, вынувши трубку изъ воды. Запираніе подъ водою крана e совершается при помощи шнуровъ. Въ верхней части трубки соединяются между собою и при помощи крана d и гуттаперчевой трубки есть возможность нагнетать или всасывать воздухъ и тѣмъ производить измѣренія на значительной глубинѣ и на поверхности воды. Этотъ приборъ очень удобенъ и употребляется очень часто.



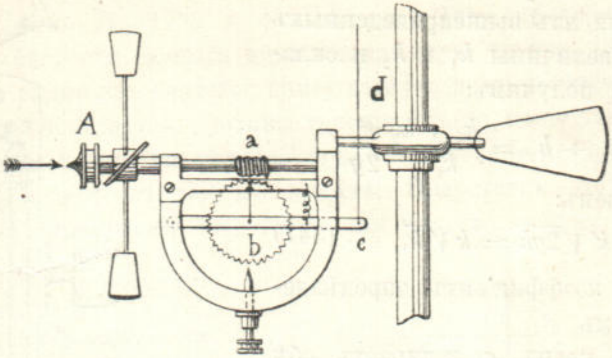
103.

Вертушка Вольтмана. Вертушка или мельница Вольтмана принадлежитъ къ очень распространеннымъ приборамъ. Колесо съ крыльями A приводитъ во вращеніе винтъ a, который вращаетъ счетный приборъ b, поджимаемый къ винту рычагомъ c при помощи шнура ∂ (фиг. 104).

При каждомъ приборѣ обыкновенно имѣется нѣсколько запасныхъ колесъ A, различнаго діаметра и съ различными углами наклона крыльевъ α (отъ 15° до 55°).

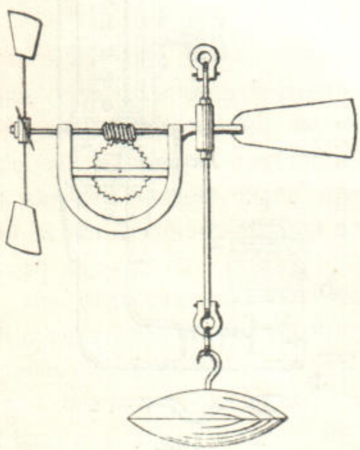
При малыхъ скоростяхъ воды, примѣняются крылья съ большимъ угломъ α и съ большими лопастями, при большихъ скоростяхъ—съ меньшими углами α и меньшими лопастями.

Пользуясь приборомъ, слѣдуетъ опредѣлить число оборотовъ колеса A во время t, т. е. во время дѣйствія счетнаго механизма, для чего приходится каждый разъ вынимать приборъ, это составляетъ его неудобство, которое устранено въ вертушкѣ Амслера (фиг. 105).



104.

Приборъ подвѣшивается къ проволочному канату, который имѣетъ бляхи съ обозначеніемъ глубины погруженія прибора. Верхняя часть каната наматывается на барабанъ ручного воротка, помѣщеннаго на плоту. На плоту помѣщается электрическій звонокъ, проводниками соединенный съ мельницею. Послѣ каждыхъ 100 оборотовъ токъ замыкается и звонокъ даетъ отрывистые сигналы.



105.

Положимъ n оборотовъ колеса совершается въ t сек.; тогда число оборотовъ въ 1 сек. $= \frac{n}{t}$ и скорость теченія воды v опредѣляется слѣдующею эмпирической формулою:

$$v = a + b\,\frac{n}{t} \quad . \; . \; . \; . \; (348)$$

гдѣ коэффиціенты a и b опредѣляются опытомъ, при чемъ коэффиціентъ a измѣряетъ собою вредныя сопротивленія тренія порожняго прибора; какъ только треніе преодолѣно, число оборотовъ будетъ пропорціонально скорости.

Тарированіе вышеописанныхъ приборовъ можно совершать различнымъ путемъ: погружать приборы въ каналы, скорость теченія воды въ которыхъ извѣстна, или перемѣщать приборы съ опредѣленною постоянною скоростью въ бассейнахъ со стоячею водою. Чѣмъ больше будетъ произведено наблюденій, тѣмъ, само собою разумѣется, съ большею точностью опредѣлятся коэффиценты, входящіе въ соотвѣтствующія формулы.

Если имѣется приборъ точно вымѣренный, то путемъ сравненія можно произвести тарированіе любого прибора, но при этомъ слѣдуетъ приборы располагать на довольно близкомъ разстояніи и по возможности въ одинаковыхъ условіяхъ, при чемъ выбирать такія мѣста въ потокахъ, въ которыхъ скорости, въ извѣстныхъ предѣлахъ, можно принимать постоянными и равными.

Давленія, производимыя жидкостями на тѣла.

62. Вопросъ о взаимномъ давленіи жидкостей и твердыхъ тѣлъ во время ихъ относительнаго движенія принадлежитъ къ числу вопросовъ, наименѣе разработанныхъ въ гидравликѣ. При рѣшеніи его приходится довольствоваться грубымъ приближеніемъ и допускать, что въ присутствіи тѣла, движущагося въ жидкости, послѣдняя сама движется такъ, какъ она двигалась бы, если бы разсматриваемаго тѣла не было.

Въ одномъ только случаѣ возможно достаточно точное рѣшеніе—когда твердое тѣло подвергается дѣйствію изолированной струи жидкости.

Быстрое измѣненіе скорости или направленія движенія сопровождается ударомъ.

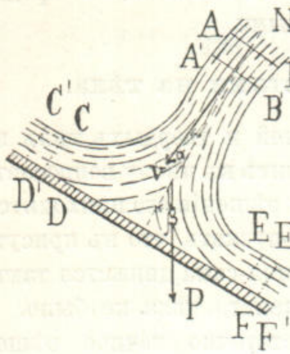
Можно разсматривать давленіе или ударъ, производимый ограниченною, отдѣльною струею, т. е. когда площадь сѣченія струи меньше площади плоскости, на которую она производитъ давленіе или ударъ, или же опредѣлять давленіе или ударъ, производимый неопредѣленною, неограниченною массою воды, т. е. когда размѣры поперечнаго сѣченія потока жидкости весьма велики въ сравненіи съ размѣрами твердаго тѣла.

Ударъ изолированной струи жидкости о плоскую поверхность.

63. Разсмотримъ раньше ударъ изолированной струи жидкости о плоскую поверхность твердаго неподвижнаго тѣла. Положимъ, струю жидкости пересѣкаетъ плоскость DF (фиг. 106), при этомъ форма струи измѣняется и, какъ указываетъ опытъ, струя, приближаясь къ плоскости, постепенно расширяется и затѣмъ покрываетъ плоскость слоемъ постоянной толщины.

Положимъ AB—поперечное сѣченіе струи въ одномъ изъ мѣстъ, на которое плоскость не оказываетъ вліянія, т. е. въ которомъ струя не испытываетъ расширенія.

Пусть $CDEF$ — пересѣченіе слоя жидкости постоянной толщины на плоскости DF съ поверхностью нѣкотораго цилиндра, ось котораго перпендикулярна къ плоскости DF. Въ безконечно-малый промежутокъ времени dt масса жидкости, ограниченная боковою поверхностью и сѣченіями AB и $CDEF$, перемѣстится и займетъ объемъ $A'B'C'D'E'F'$, въ которомъ обладаетъ количествомъ движенія инымъ сравнительно съ первоначальнымъ положеніемъ. Примѣнимъ къ указанному перемѣщенію теорему количествъ движенія, для чего проведемъ нормаль N, на которую и будемъ проектировать скорости и силы. Положимъ ω и v — площадь и скорость поперечнаго сѣченія AB, нормаль къ которому составляетъ уголъ α съ нормалью N.



106.

Въ указанномъ перемѣщеніи можно массу $A'B'CDEF$ считать неподвижною и разсматривать перемѣщеніе массы $ABA'B'$ въ положеніи $CDEFC'D'E'F'$.

Проекція количества движенія массы $CDEFC'D'E'F' = 0$, такъ какъ скорости частицъ между цилиндрическими поверхностями $CDEF$ и $C'D'E'F'$ направлены по линіямъ, перпендикулярнымъ къ нормали N, слѣдовательно проекція приращенія количествъ движенія будетъ

$$-\frac{\triangle\, \omega v \,.\, dt}{g}\, v \cos \alpha$$

Положимъ, вѣсъ массы $ABCDEF = P$ и $R =$ искомому нормальному давленію плоскости на струю жидкости, тогда проекціи импульсовъ этихъ силъ будутъ:

$$P \cos \beta \,.\, dt \text{ и } - R \,.\, dt,$$

гдѣ β — уголъ, образуемый нормалью N съ вертикальною линіею.

Мы имѣемъ не полное давленіе струи на плоскость DF, а избытокъ его надъ атмосфернымъ давленіемъ, и такъ какъ плоскость DF, свободная поверхность $ABCE$ и сѣченія AB и $CDEF$ подвергаются одинаковому давленію атмосферы, то проекція этого давленія, дѣйствующаго на указанныя поверхности, на ось $N = 0$ и импульсъ его также $= 0$.

Пренебрегая треніемъ частицъ жидкости о неподвижную плоскость DF, можемъ написать уравненіе количествъ движенія въ такомъ видѣ:

$$0 - \frac{\triangle\, \omega v \,.\, dt}{g}\, v \cos \alpha = P \cos \beta \; dt - R \; dt$$

откуда

$$R = P\cos\beta + \triangle\,\omega\cos\alpha\,\frac{v^2}{g}\ \ldots\ldots\ldots \quad (349)$$

Изъ этого уравненія видно, что давленіе изолированной или отдѣльной струи на неподвижную плоскость (избытокъ давленія надъ атмосфернымъ) равняется суммѣ такъ называемаго мертваго давленія (pression morte) $P\cos\beta$, зависящаго отъ вѣса жидкости и живого давленія (pressíon vive) $\triangle\,\omega\cos\alpha\,\frac{v^2}{g}$, зависящаго отъ скорости v и размѣровъ поперечнаго сѣченія ω.

Само собою разумѣется, если бы мы взяли сѣченіе въ другомъ мѣстѣ струи и стали бы опредѣлять давленіе R, то получили бы для него то же самое значеніе, а потому, принимая для другого сѣченія соотвѣтствующія количества $= P_1$, ω_1, v_1 и α_1, можемъ написать, что

$$P\cos\beta + \triangle\,\omega\cos\alpha\,\frac{v^2}{g} = P_1\cos\beta + \triangle\,\omega_1\cos\alpha_1\,\frac{v_1^{\,2}}{g}\ \ldots \quad (350)$$

Если плоскость DF вертикальна, т. е. $\beta = 90°$, то

$$R = \triangle\,\omega\cos\alpha\,\frac{v^2}{g}\ \ldots\ldots\ldots \quad (351)$$

Если же при этомъ струя будетъ горизонтальна, т. е. $\alpha = 0$, то

или

$$\left.\begin{aligned} R &= \triangle\,\omega\,\frac{v^2}{g} \\ R &= 2\triangle\,\omega\,\frac{v^2}{2g} \end{aligned}\right\},\ \ldots\ldots\ldots \quad (352)$$

т. е. давленіе $R =$ удвоенному вѣсу столба жидкости, площадь основанія котораго $=$ площади сѣченія струи, а высота $=$ высотѣ, соотвѣтствующей скорости v.

Ударъ отдѣльной струи жидкости о плоскость снабженную закраинами.

64. Положимъ, плоскость, воспринимающая ударъ отдѣльной струи жидкости, имѣетъ закраины, наклоненныя подъ угломъ γ къ нормали N (фиг. 107).

Примѣняемъ опять теорему количествъ движенія къ массѣ жидкости $ABCDEF$ и беремъ проекціи на нормаль N. Въ этомъ случаѣ проекція конечнаго количества движенія не нуль, а равняется

$$-\frac{\triangle\,\omega\,v dt}{g}\,v_1\cos\gamma,$$

гдѣ v_1—скорости струекъ въ сѣченіяхъ CD, EF, слѣдовательно искомая проекція приращенія количествъ движенія будетъ

$$-\frac{\Delta \omega v dt}{g}(v_1 \cos\gamma + v \cos\alpha)$$

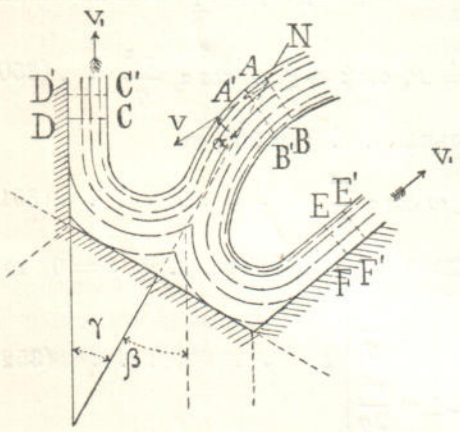
и для опредѣленія R имѣемъ уравненіе:

$$-\frac{\Delta \omega v dt}{g}(v_1 \cos\gamma + v \cos\alpha) = P \cos\beta\, dt - R\, dt$$

откуда

$$R = P \cos\beta + \frac{\Delta \omega v}{g}(v \cos\alpha + v_1 \cos\gamma) \quad \ldots\ldots (353)$$

Изъ этого уравненія видно, что давленіе при существованіи закраинъ болѣе, нежели на плоскость безъ закраинъ, но если послѣднія направлены въ другую сторону, какъ это показано на чертежѣ пунктиромъ, то проекція приращенія количествъ движенія на нормаль N будетъ:



107.

$$\frac{\Delta \omega v dt}{g}(v_1 \cos\gamma - v \cos\alpha)$$

и

$$R = P \cos\beta +$$
$$+ \frac{\Delta \omega v}{g}(v \cos\alpha - v_1 \cos\gamma), \ldots (354)$$

т. е. въ послѣднемъ случаѣ давленіе на плоскость съ закраинами будетъ меньше давленія на плоскость безъ закраинъ, но размѣры которой довольно значительны.

Если $v_1 = v$ и $\gamma = \alpha$, то формулы (353) и (354) примутъ слѣдующій видъ:

$$R = P \cos\beta + \frac{2 \Delta \omega v^2 \cos\alpha}{g} \quad \ldots\ldots (355)$$

и

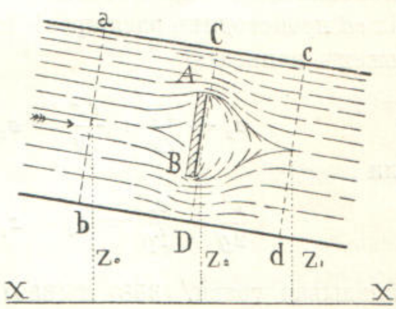
$$R = P \cos\beta \quad \ldots\ldots (356)$$

Выраженіе (355) показываетъ, что живое давленіе въ этомъ случаѣ = удвоенному живому давленію на плоскость безъ закраинъ и выраженіе (356) показываетъ, что живое давленіе = 0, этого послѣдняго условія нельзя достигнуть на практикѣ.

При разсмотрѣніи вопроса объ ударѣ жидкости о неподвижную плоскость мы пользовались теоремою количествъ движенія, которая даетъ намъ возможность опредѣлить полное давленіе, но законъ распредѣленія его остается намъ неизвѣстнымъ. Затѣмъ надо имѣть въ виду, что въ первое мгновеніе величина давленія больше нами найденнаго, соотвѣтствующаго установившемуся движенію, такъ какъ въ послѣднемъ случаѣ импульсъ давленія R уравновѣшиваетъ только разность количествъ движенія, спроектированныхъ на нормаль N, соотвѣтствующихъ массамъ $ABA'B'$ и $CDEFC'D'E'F'$, при началѣ же удара импульсъ давленія долженъ уравновѣшивать и спроектированное количество движенія массы $ABCDEF$.

Давленіе на поверхность неподвижнаго тѣла, помѣщеннаго внутри трубы.

65. Опредѣлимъ давленіе на поверхность неподвижнаго твердаго тѣла, находящагося внутри трубы и разсмотримъ тотъ случай, когда у насъ имѣется тонкая пластинка AB (фиг. 108), поставленная перпендикулярно къ оси трубы.



108.

Пластинка оказываетъ вліяніе на переднія и заднія струйки и въ сѣченіи CD получается наибольшее сжатіе. Измѣненіе направленія струекъ начинается съ сѣченія ab и кончается въ сѣченіи cd.

При рѣшеніи этого вопроса пренебрегаемъ треніемъ жидкости о стѣнки трубы.

Въ сѣченіяхъ ab и cd скорости жидкости одинаковы, а потому количество движенія массы $abcd$ жидкости, въ безконечно-малый промежутокъ времени, не получаетъ приращенія, и слѣдовательно сумма проекцій на ось трубы внѣшнихъ силъ, дѣйствующихъ на эту массу, должна равняться нулю, т. е.

$$\omega\,(p_0 - p_1) + \Delta\,\omega\,(z_0 - z_1) - R = 0$$

откуда

$$R = \Delta\,\omega\left(z_0 - z_1 + \frac{p_0 - p_1}{\Delta}\right), \quad \ldots\ldots\ldots (357)$$

гдѣ R — равнодѣйствующая давленій обѣихъ сторонъ пластинки на жидкость, p_0 и p_1 — давленія жидкости въ сѣченіяхъ ab и cd и ω — площадь того и другого сѣченія, z_0 и z_1 — вертикальныя разстоянія центровъ тяжести этихъ сѣченій отъ горизонтальной плоскости XX_1, $\Delta\,\omega\,(z_0 - z_1)$ — проекція вѣса массы $abcd$ на ось трубы.

Начиная съ сѣченія ab до пластинки AB происходятъ въ нѣкоторой части, ограниченной на чертежѣ линіями, водовороты, но движенія частицъ здѣсь настолько медленны, что можно допустить, что распространеніе давленій слѣдуетъ законамъ гидростатики, поэтому, обозначая черезъ z_2 вертикальное разстояніе центра тяжести наиболѣе сжатаго сѣченія струи CD отъ горизонтальной плоскости XX_1, скорость и давленіе въ этомъ сжатомъ сѣченіи черезъ v_2 и p_2, на основаніи теоремы Д. Бернулли, разсматривая сѣченія ab и CD, можемъ написать:

$$z_0 + \frac{p_0}{\triangle} + \frac{v^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\triangle} + \frac{v_2^{\,2}}{2g}$$

откуда

$$\frac{v_2^{\,2}}{2g} - \frac{v^2}{2g} = z_0 - z_2 + \frac{p_0}{\triangle} - \frac{p_2}{\triangle}, \quad \ldots \ldots \quad (358)$$

гдѣ v — скорость теченія въ сѣченіяхъ ab и cd.

За пластинкой AB также происходяхъ водовороты, постепенно уменьшающіеся къ сѣченію cd. Отъ сжатаго сѣченія CD до сѣченія cd происходитъ расширеніе струи, а потому на основаніи ур. (148) можемъ написать:

$$z_2 + \frac{p_2}{\triangle} + \frac{v_2^{\,2}}{2g} = z_1 + \frac{p_1}{\triangle} + \frac{v^2}{2g} + \frac{(v_2 - v)^2}{2g}$$

или

$$\frac{v^2}{2g} - \frac{v_2^{\,2}}{2g} = z_2 - z_1 + \frac{p_2}{\triangle} - \frac{p_1}{\triangle} - \frac{(v_2 - v)^2}{2g} \quad \ldots \quad (359)$$

Складывая уравн. (358) и (359), получимъ:

$$\frac{(v_2 - v)^2}{2g} = z_0 - z_1 + \frac{p_0 - p_1}{\triangle} \quad \ldots \ldots \quad (360)$$

Сравнивая это уравн. съ уравн. (357), видимъ, что

$$R = \triangle \omega \frac{(v_2 - v)^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (361)$$

Если обозначимъ черезъ a площадь пластинки AB, черезъ α и ω_2—коэффиціентъ сжатія и площадь сжатаго сѣченія CD, то

$$\omega_2 = \alpha\,(\omega - a)$$

и такъ какъ вслѣдствіе сплошности струи

$$v\omega = v_2\omega_2$$

то

$$v_2 = v\,\frac{\omega}{\omega_2} = v\,\frac{\omega}{\alpha\,(\omega - a)} = v\,\frac{\dfrac{\omega}{a}}{\alpha\left(\dfrac{\omega}{a} - 1\right)}.$$

Подставляя это значеніе для v_2 въ формулу (361), получимъ:

$$R = \triangle \omega \frac{v^2}{2g} \left[\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha \left(\frac{\omega}{a} - 1 \right)} - 1 \right]^2 =$$

$$= \triangle a \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{\omega}{a} \left[\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha \left(\frac{\omega}{a} - 1 \right)} - 1 \right]^2 \quad \ldots\ldots (362)$$

Положимъ

$$\frac{\omega}{a} \left[\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha \left(\frac{\omega}{a} - 1 \right)} - 1 \right]^2 = k.$$

Тогда уравн. (362) представится въ такомъ видѣ:

$$R = \triangle a \frac{v^2}{2g} . k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (363)$$

Коэффиціентъ k зависитъ отъ α и $\frac{\omega}{a}$, величина α заключается между 0,62 и 1, примемъ $\alpha = 0{,}85$.

При $a = \omega$, $k = \infty$, этотъ частный случай невозможнаго рѣшенія отстраняемъ (при немъ не будетъ и происходить разсматриваемаго явленія—протока жидкости кругомъ пластинки) и, принимая $\alpha = 0{,}85$, получимъ слѣдующія значенія для k въ зависимости отъ отношенія $\frac{\omega}{a}$:

$\frac{\omega}{a}$	k
2	3,66
3	1,75
4	1,29
5	1,11
10	0,94
20	1,13

Давленіе R есть равнодѣйствующая давленій R_1 и R_2, гдѣ R_1— давленіе грани пластинки, обращенной къ притоку, и R_2—давленіе грани, обращенной къ истоку. Само собою разумѣется, давленія R_1 и R_2 = давленіямъ жидкости на пластинку, которыя мы и опредѣлимъ. Какъ мы уже указывали, пертурбаціонныя движенія частицъ жидкости передъ пластинкою и за нею совершаются съ такими малыми скоростями, что можно принимать, что распредѣленіе давленій въ этихъ мѣстахъ слѣдуетъ законамъ гидростатики, а потому

$$R_2 = p_2 \,.\, a$$

но изъ уравн. (359)

$$p_2 = p_1 - \triangle\,(z_2 - z_1) - \frac{2\triangle v^2}{2g}\left(\frac{v_2}{v} - 1\right)$$

и

$$R_2 = p_2 a = a\left[p_1 - \triangle\,(z_2 - z_1) - 2\triangle\frac{v^2}{2g}\left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)} - 1\right)\right]^{*)}$$

или

$$R_2 = a\,[p_1 - \triangle\,(z_2 - z_1)] - 2\triangle a\frac{v^2}{2g}\left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)} - 1\right) \quad . \quad . \;(364)$$

Зная величину R_2, можно опредѣлить величину R_1, такъ какъ

$$R = R_1 - R_2$$

то

$$R_1 = R + R_2$$

Вставляя вмѣсто R его величину, опредѣляемую уравн. (362), получимъ:

$$R_1 = a\,[p_1 - \triangle\,(z_2 - z_1)] - 2\triangle a\frac{v^2}{2g}\left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)} - 1\right) +$$

$$+ \triangle a\frac{v^2}{2g}\cdot\frac{\omega}{a}\left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)} - 1\right)^2$$

или

$$R_1 = a\,[p_1 - \triangle\,(z_2 - z_1)] + \triangle a\frac{v^2}{2g}\left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)} - 1\right)\times$$

$$\times\left[\frac{\omega}{a}\left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)} - 1\right) - 2\right] \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \;(365)$$

Если бы жидкость была въ состоянiи покоя, то при данномъ

---

*) Такъ какъ $\frac{v_2}{v} = \frac{\omega}{\alpha\,(\omega - a)}$.

давленіи p_1 въ сѣченіи cd, давленіе въ сѣченіи CD было бы:

$$p' = p_1 - \triangle (z_2 - z_1)$$

и давленіе на пластинку съ площадью a было бы

$$a [p_1 - \triangle (z_2 - z_1)]$$

т. е. мы получили величины первыхъ членовъ вторыхъ частей уравненій (364) и (365), эти давленія Дюбуа назвалъ **мертвыми давленіями**; второй членъ второй части уравн. (365) Дюбуа назвалъ **живымъ давленіемъ** и второй членъ второй части уравн. (364) онъ назвалъ **недавленіемъ** (non-pression).

Полагая въ уравн. (364)

$$\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)} - 1 = k_2$$

и въ уравн. (365)

$$\left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)} - 1\right)\left[\frac{\omega}{a}\left(\frac{\frac{\omega}{a}}{\alpha\left(\frac{\omega}{a} - 1\right)} - 1\right) - 2\right] = k_1$$

можемъ для вышеразсмотрѣнныхъ давленій написать слѣдующія формулы:

$$\left.\begin{aligned} R &= k \triangle a \frac{v^2}{2g} \\ R_1 &= ap' + k_1 \triangle a \frac{v^2}{2g} \\ R_2 &= ap' - 2k_2 \triangle a \frac{v^2}{2g} \end{aligned}\right\} \quad \dots\dots\dots \quad (366)$$

Эти формулы, съ извѣстной степенью точности, можно примѣнять и въ случаѣ, когда давленіе производится неопредѣленною массою жидкости, т. е. когда размѣры поперечнаго сѣченія потока жидкости весьма велики въ сравненіи съ размѣрами твердаго тѣла. Весьма вѣроятно, что для живого давленія и для недавленія можно и здѣсь, какъ въ случаѣ трубы, взять выраженія:

$$k_1 \triangle a \frac{v^2}{2g} \text{ и } 2k_2 \triangle a \frac{v^2}{2g}$$

и коэффиціенты k_1 и k_2 нужно искать помощью опытовъ. Дюбуа опредѣлилъ изъ опытовъ величину указанныхъ коэффиціентовъ для пластинки, куба и параллелопипеда, длина котораго была въ три раза болѣе стороны основанія. Для всѣхъ трехъ тѣлъ величина $k_1 = 1{,}19$, для пластинки $k_2 = 0{,}67$, для куба $k_2 = 0{,}27$, для параллелопипеда $k_2 = 0{,}15$.

Вообще давленіе на тѣло или сопротивленіе, обнаруживаемое при движеніи тѣла въ водѣ, выражается формулой:

$$R = K \frac{\triangle\, a}{2g} (v \pm c)^2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (367)$$

гдѣ K—коэффиц. опредѣляемый опытами, v—скорость теченія воды и c—скорость перемѣщенія тѣла. Коэф. K зависитъ отъ формы тѣла.

Центральный ударъ жидкости о неподвижную поверхность тѣла. Активное давленіе.

66. Опредѣлимъ давленіе на поверхность тѣла вращенія (фиг. 109), при чемъ будемъ предполагать прямой или центральный ударъ. Примѣнимъ и въ данномъ случаѣ теорему количествъ движенія, не принимая во вниманіе вѣса струи, или что то же предполагая струю горизонтальною.

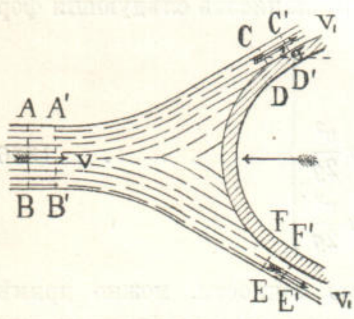
Разсуждая почти такъ же, какъ при выводѣ уравн. (354), получимъ для опредѣленія давленія R уравненіе:

$$\frac{\triangle\, \omega\, v\, dt}{g}(v \ cos\, \alpha - v) = - R\, dt$$

откуда

$$R = \frac{\triangle\, \omega\, v}{g} (v - v_1 \cos \alpha) \quad . \; . \; . \quad (368)$$

гдѣ ω—площадь сѣченія струи AB, v и v_1—скорости въ сѣченіяхъ AB и CD, EF.



109.

Если принять скорость

$$v_1 = v$$

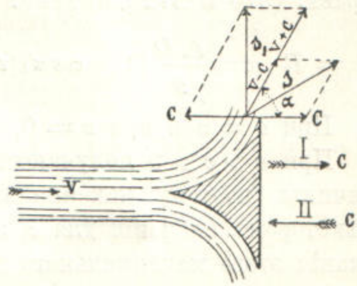
т. е. положить, что величина тренія о поверхность тѣла вращенія = нулю и слѣдовательно предположить, что давленіе R происходитъ только вслѣдствіе отклоненія струи безъ измѣненія ея скорости, то подобное давленіе называется **активнымъ** (акціоннымъ), въ этомъ случаѣ наша формула упрощается, — полагая расходъ $Q = \omega \,.\, v$ и $v = v_1$, получимъ:

$$R = \frac{\triangle\, Q}{g}\, v\, (1 - \cos \alpha) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (369)$$

Центральный ударъ жидкости о подвижную поверхность тѣла вращенія.

67. Если тѣло само движется со скоростью c, то придется разсматривать относительное движеніе и вмѣсто скорости v въ формулу (369) подставить $v - c$ (движеніе тѣла по направл. стѣнки I) или $v + c$ (движеніе по направленію стѣнки II), т. е.

$$R = \frac{\triangle Q}{g}(1 - \cos\alpha)(v \mp c) \ldots (370)$$



110.

Такъ какъ частицы жидкости будутъ достигать тѣла съ относительною скоростью $v \mp c$ и съ тою же скоростью будутъ скользить по поверхности, то равнодѣйствующая, т. е. абсолютная скорость частицъ жидкости, покидающихъ тѣло, будетъ измѣряться діагональю s и s_1 параллелограмма скоростей c и $v - c$ или c и $v + c$ (фиг. 110). Такъ какъ въ данномъ случаѣ

$$Q = \omega (v \mp c) \ldots\ldots\ldots\ldots (371)$$

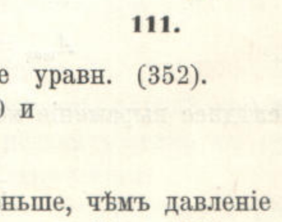
то

$$R = \frac{\triangle \omega}{g}(1 - \cos\alpha)(v \mp c)^2 \ldots\ldots (372)$$

Какъ видно, величина R зависитъ отъ вида поверхности тѣла.

Для плоскости $\alpha = 90^\circ$ и

$$R_1 = \frac{\triangle\, \omega}{g}(v \mp c)^2 \ \ldots\ (373)$$



111.

при $c = 0$

$$R_1 = \frac{\triangle\, \omega\, v^2}{g}$$

т. е. R_1 имѣетъ значеніе, представленное уравн. (352).

Если поверхность выпуклая, то $\cos\alpha > 0$ и

$$R < R_1$$

т. е. давленіе на выпуклую поверхность меньше, чѣмъ давленіе на плоскую. Если поверхность вогнутая, то $\cos\alpha < 0$ (фиг. 111) и

$$R > R_1$$

т. е. давленіе на вогнутую поверхность болѣе, чѣмъ давленіе на плоскую.

При $\alpha = 180^\circ$

$$R = 2R_1.$$

Работа производимая струею жидкости.

68. Опредѣляя работу, производимую струею жидкости, само собою разумѣется, слѣдуетъ разсматривать движеніе поверхности твердаго тѣла и струи въ одномъ направленіи.

Работа, производимая струею въ секунду $= R \cdot c = A$ и въ силу уравн. (370 и 372), имѣемъ:

$$A = R \cdot c = \frac{\triangle Q}{g}(1 - \cos\alpha)(v - c)c = \frac{\triangle \omega}{g}(1 - \cos\alpha)(v - c)^2 c \ldots \quad (374)$$

При $c = v$ и при $c = 0$, работа $A = 0$.

При $v > c > 0$ получаются для A конечныя, положительныя величины, поэтому максимальное значеніе для A имѣетъ мѣсто при нѣкоторомъ значеніи для c, заключающемся между 0 и v. Для отысканія этого максимальнаго значенія A, приравняемъ нулю первую производную по c отъ выраженія $(v - c)^2 c$, т. е. положивъ

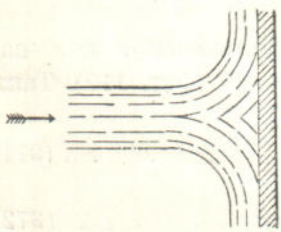
$$-2(v - c)c + (v - c)^2 = 0$$

или

$$-2c + v - c = 0$$

найдемъ, что

$$c = \frac{v}{3}$$



112.

Вторая производная имѣетъ знакъ (—), а потому вышеприведенное значеніе для c соотвѣтствуетъ maximum'у.

Опредѣляя значенія для A, вмѣсто Q придется подставить значеніе (см. равнен. 371).

$$Q = \omega(v - c).$$

Найдемъ максимальное значеніе A при $\alpha = 90°$ (фиг. 112)

$$A_{max} = \frac{\triangle \omega}{g}\left(v - \frac{v}{3}\right)^2 \frac{v}{3} = \frac{4}{27}\frac{\triangle \omega}{g} v^3 \quad \ldots\ldots \quad (375)$$

Послѣднее выраженіе можно написать иначе:

$$\frac{4}{27}\frac{\triangle \omega}{g} v^3 = \frac{8}{27}\triangle \omega v \frac{v^2}{2g}$$

гдѣ $\omega v = Q_1 =$ дѣйствительному, абсолютному расходу воды, $\frac{v^2}{2g} = H =$ напору; подставляя эти значенія, получимъ:

$$A_{max} = \frac{8}{27}\triangle Q_1 H \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (376)$$

Для вогнутой поверхности, при $\alpha = 180°$ (см. уравн. 374)

$$A_{max} = \frac{8}{27}\frac{\triangle\, \omega}{g} v^3 = \frac{16}{27} \triangle\, Q_1 H \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (377)$$

Когда имѣется не одна поверхность, а цѣлая система плоскихъ или кривыхъ лопатокъ, близко отстоящихъ одна отъ другой, при чемъ въ работѣ одна непрерывно смѣняетъ другую, какъ напримѣръ, въ гидравлическихъ пріемникахъ, то на лопатки дѣйствуетъ, очевидно, весь дѣйствительный расходъ воды $Q_1 = \omega v = Q$ и работа

$$A = \frac{\triangle\, Q}{g} (1 - \cos \alpha) (v - c)\, c \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (378)$$

При чемъ въ данномъ случаѣ величина Q не зависитъ отъ c *).

Для того, чтобы въ этомъ случаѣ отыскать максимальное значеніе A, слѣдуетъ приравнять нулю первую производную отъ выраженія $(v - c)\, c$ по c, т. е. положить

$$v - 2c = 0$$

откуда

$$c = \frac{v}{2}$$

и

$$A_{max} = \frac{\triangle\, Q}{4g} (1 - \cos \alpha)\, v^2 = \frac{\triangle\, \omega}{4g} (1 - \cos \alpha)\, v^3. \quad . \; . \quad (379)$$

или

$$A_{max} = 0{,}5 \triangle\, Q\, (1 - \cos \alpha) \frac{v^2}{2g} = 0{,}5 \triangle\, Q\, .\, (1 - \cos \alpha)\, H\, . \quad (380)$$

Если колеса съ прямыми лопатками, то $\alpha = 90°$, и

$$A_{max} = 0{,}5 \triangle\, QH \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (381)$$

Слѣдовательно при прямыхъ лопаткахъ теоретическое полезное дѣйствіе $= 50\%$ и 50% работы уносится водою, безъ пользы для машины.

Для колеса съ кривыми вогнутыми лопатками при $\alpha = 180°$

$$A_{max} = \triangle\, QH \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (382)$$

т. е. теоретическое полезное дѣйствіе въ данномъ случаѣ $= 100\%$, но само собою разумѣется, никогда этого нельзя достичь на практикѣ, благодаря потерямъ и вреднымъ сопротивленіямъ.

Если плоскость перемѣщается вкось по направленію стрѣлки (фиг. 113) со скоростью c, то разлагая эту скорость на составляющія c_1 и c_2, при чемъ первая c_1 направлена по оси струи, а вторая c_2—

*) Еще въ 1766 г. Борда доказалъ, что расходъ воды, дѣйствующій на лопатки колеса, пропорціоналенъ абсолютной скорости v, а не относительной $v-c$.

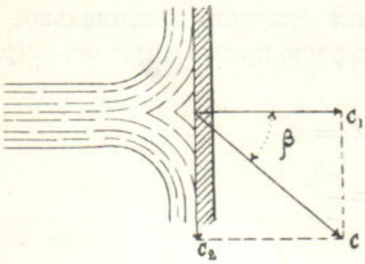
перпендикулярна къ ней, видимъ, что послѣдняя составляющая. никакого вліянія на силу удара струи не имѣетъ, и давленіе (при $\alpha = 90^\circ$ по уравн. 370)

$$R = \frac{\triangle Q}{g}(v - c_1) = \frac{\triangle Q}{g}(v - c \cdot \cos\beta) \quad . \; . \; . \; . \quad (383)$$

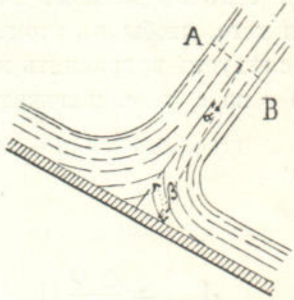
и работа (по уравн. 374).

$$A = \frac{\triangle Q}{g}(v - c_1)\, c_1 = \frac{\triangle Q}{g}(v - c \,.\, \cos\beta)\, c \,.\, \cos\beta \,.\,. \quad (384)$$

Если имѣется косой ударъ (фиг. 114), то давленіе опредѣляется



113.



114.

по форм. (349). Упрощая вопросъ и не принимая во вниманіе вѣса P, можемъ написать, что нормальное давленіе

$$R = \triangle\,\omega \cos\alpha \frac{v^2}{g}$$

За уголъ α, при выводѣ формулы, мы принимали уголъ, образуемый направленіемъ скорости въ сѣченіи AB съ нормалью къ плоскости, если же ввести уголъ β, образуемый осью струи съ плоскостью, то нормальное давленіе

$$R = \triangle\,\omega \sin\beta \frac{v^2}{g} = \triangle\,\omega v \sin\beta \frac{v}{g} = \triangle\, Q \sin\beta \frac{v}{g} \; . \; . \; . \quad (385)$$

Если плоскость имѣетъ движеніе, со скоростью c по направленію струи, то

$$R = \triangle\,\omega \sin\beta \frac{(v-c)^2}{g} = \triangle Q \sin\beta \frac{v-c}{g} \quad . \; . \; . \; . \quad (386)$$

гдѣ

$$Q = \omega\,(v - c)$$

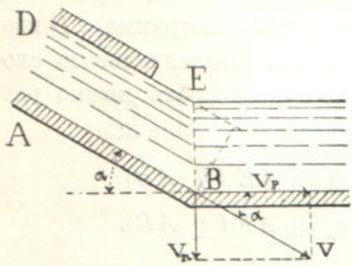
и работа

$$A = Rc \sin\beta = \triangle\,\omega \sin^2\beta \frac{(v-c)^2 c}{g} = \triangle\, Q \sin^2\beta \frac{(v-c)\, c}{g}. \quad (387)$$

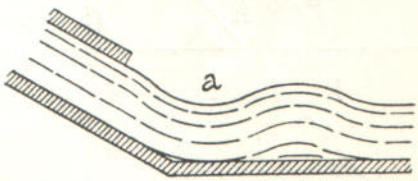
Потеря работы при ударѣ струи жидкости.

69. Такъ какъ вопросъ объ ударѣ струи жидкости о твердое тѣло имѣетъ большое практическое значеніе, то постараемся болѣе наглядным образомъ объяснить тѣ потери въ работѣ, которыя отчасти уже были разсмотрѣны въ предыдущемъ параграфѣ.

Представимъ себѣ, что струя жидкости направляется каналомъ, дномъ которому служатъ плоскости AB и BC. Изъ канала AB вода вытекаетъ со скоростью v (фиг. 115). При вступленіи на плоскость BC подъ угломъ α, происходитъ ударъ, измѣненіе направленія и величины скорости. При ударѣ часть живой силы теряется; для опредѣленія этой потери разложимъ скорость v на двѣ составляющія: $v_p \parallel BC$ и $v_n \perp BC$, такъ что:



115.



116.

$$v_p = v \cdot \cos\alpha$$

$$v_n = v \cdot \sin\alpha$$

Предполагаемъ ударъ совершенно неупругій.

Понятно, что тогда вода можетъ продолжать движеніе только со скоростью v_p.

Для каждаго килограмма воды, испытывающей ударъ, потеря работы на послѣдній = разности между живою силою до и послѣ соприкосновенія съ плоскостью BC *):

$$h_v = \frac{v^2}{2g} - \frac{v_p^2}{2g} = \frac{v^2 - (v\cos\alpha)^2}{2g} = \frac{v^2(1-\cos^2\alpha)}{2g} = \frac{(v\sin\alpha)^2}{2g} = \frac{v_n^2}{2g} \quad (388)$$

т. е. потеря = живой силѣ (для 1 kg), соотвѣтствующей нормальной составляющей скорости.

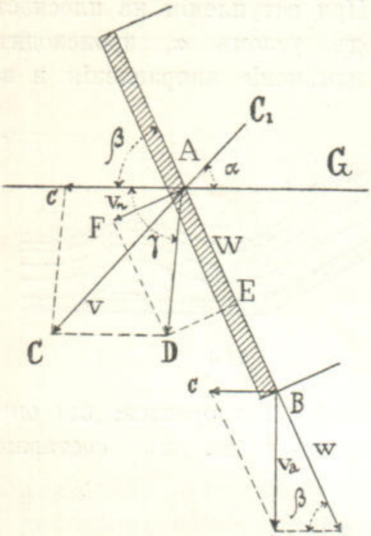
На самомъ дѣлѣ явленіе имѣетъ другой характеръ (фиг. 116).—Въ пунктѣ a поперечное сѣченіе струи уменьшается, затѣмъ опять уве-

*) Живая сила $= \frac{mv^2}{2}$, для 1 kg. $m = \frac{1}{g}$.

личивается и далѣе остается постояннымъ. Точно выяснить происходящія здѣсь явленія, при настоящемъ состояніи гидравлики, невозможно.

Для насъ важно знать, что происходитъ при ударѣ струи о лопатки колеса, прямыхъ опытовъ надъ наполненіемъ водою лопатокъ не было произведено, но во всякомъ случаѣ потеря опредѣляемая форм. (388) будетъ больше, чѣмъ на самомъ дѣлѣ.

Положимъ теперь, что плоскость, о которую ударяется струя воды, сама находится въ движеніи со скоростью c. Пусть по направленію C_1A вступаетъ потокъ воды со скоростью v на дно жолоба AEB, ширина котораго = ширинѣ потока (фиг. 117).



117.

Сторона параллелограмма AD изображаетъ собою относительную скорость воды, эту скорость можно разложить на двѣ составляющія

$$w = AE \ (/\!/ \ AB)$$

и

$$v_n = AF \ (\perp AB).$$

Составляющая v_n уничтожается вслѣдствіе удара, а со скоростью w вода стекаетъ со дна жолоба.

Нѣкоторыя частицы воды движутся въ обратномъ направленіи отъ точки A; если предположить, что и онѣ оставляютъ дно въ точкѣ B также со скоростью w, и не принимать во вниманіе сопротивленія тренія и вліянія силы тяжести на пути AB, то механическая работа, передаваемая руслу 1 kg воды, будетъ:

$$A = \frac{v^2}{2g} - \frac{v_n^{\,2}}{2g} - \frac{v_a^{\,2}}{2g}, \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (389)$$

гдѣ v_a есть равнодѣйствующая c и w, т. е. абсолютная скорость, съ которою вода оставляетъ точку B.

Изъ фиг. 117 находимъ:

$$v^2 = c^2 + \overline{AD}^2 + 2c\,\overline{AD}\cos\gamma$$

но

$$\overline{AD}^2 = \overline{ED}^2 + \overline{AE}^2 = w^2 + v_n^{\,2}$$

$$v_a^{\,2} = c^2 + w^2 - 2c\,.\,w\cos\beta$$

и слѣдовательно

$$v^2 - v_a^{\,2} - v_n^{\,2} = c^2 + \overline{AD}^2 + 2c\,\overline{AD}\cos\gamma - c^2 - w^2 + 2cw\cos\beta - \overline{AD}^2 +$$

$$+ w^2 = 2c\,[w\cos\beta + \overline{AD}\cos\gamma].$$

Выраженіе въ скобкахъ есть сумма проекцій AE и AD на направленіе AG, слѣдовательно = проекціи DE на то же направленіе, т. е.

$$w \cos\beta + \overline{AD} \cos\gamma = v_n \sin\beta.$$

Принимая это во вниманіе, изъ уравн. (389) имѣемъ:

$$A = \frac{2v_n \cdot c \cdot \sin\beta}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (390)$$

Эта работа при данныхъ величинахъ c и β достигаетъ maximum'а тогда, когда v_n получаетъ наибольшее значеніе.

Проектируя ломанную линію ACD на DE, перпендикулярную AB, получимъ:

$$\text{пр. } AD = DE = v_n = v \sin(\alpha + \beta) - c \cdot \sin\beta \quad . \quad . \quad . \quad (391)$$

Опредѣляемъ maximum:

$$\frac{dv_n}{d\alpha} = v \cos(\alpha + \beta) = 0,$$

т. е. при

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

получается максимальное значеніе v_n, и оно будетъ тогда, когда v совпадаетъ съ v_n и перпендикулярна ко дну AB.

При $\alpha + \beta = 90^\circ$ изъ уравн. (391) имѣемъ:

$$v_n = v - c \sin\beta$$

и

$$A = \frac{2c\,(v - c \sin\beta) \sin\beta}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (392)$$

Выраженіе (392) = 0 при $c = \begin{cases} 0 \\ \dfrac{v}{\sin\beta} \end{cases}$, а потому A можетъ имѣть максимальное значеніе при величинѣ c, заключающейся между этими предѣлами; найдемъ maximum:

$$\frac{dA}{dc} = v - 2c \sin\beta = 0$$

откуда

$$c = \frac{v}{2 \sin\beta}.$$

Подставляя это значеніе въ уравн. (392), получимъ:

$$A\ max = \frac{2\,\dfrac{v}{2 \sin\beta}\left(v - \dfrac{v}{2}\right) \sin\beta}{2g} = \frac{1}{2} \cdot \frac{v^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad (393)$$

что составляетъ 50% отъ несомой водою работы, какъ это мы и видѣли въ предыдущемъ параграфѣ, 50% идетъ на потери $\frac{v_n^2}{2g}$ и $\frac{v_a^2}{2g}$.

Первая потеря находится легко:

$$v_n = v - c\sin\beta = v - \frac{v}{2} = \frac{v}{2}\ ^{*)}$$

и

$$\frac{v_n^2}{2g} = \frac{1}{4}\frac{v^2}{2g} \ldots \ldots \ldots \quad (394)$$

т. е. 25% всей возможной работы теряется при ударѣ воды о дно или лопатки.

Вторая потеря можетъ быть также опредѣлена самостоятельно:

$$\frac{v_a^2}{2g} = \frac{c^2 + w^2 - 2cw\cos\beta}{2g}$$

но

$$w = c\,.\cos\beta \text{ (такъ какъ } v \perp AB)$$

$$c = \frac{1}{2}\cdot\frac{v}{\sin\beta}$$

а потому

$$\frac{v_a^2}{2g} = \frac{1}{4}\cdot\frac{v^2}{2g} \ldots \ldots \ldots \quad (395)$$

такъ что вода, оставляя лопатки, могла бы произвести еще 25% работы.

Ударъ жидкихъ тѣлъ между собою.

70. Мы выше видѣли, что быстрое измѣненіе скоростей теченія сопровождается ударомъ, напримѣръ, при истеченіи изъ узкой трубы въ широкую, при быстромъ запорѣ крана въ водопроводной трубѣ и т. п. случаяхъ происходятъ удары жидкости.

Жидкость, заключенная въ сосудахъ, подъ нѣкоторымъ давленіемъ обнаруживаетъ свойства, сходныя съ неупругими твердыми тѣлами, а потому мы въ правѣ примѣнять къ даннымъ случаямъ формулы удара неупругихъ тѣлъ. Пусть M_1 и M_2—сталкивающіяся массы воды, которыя перемѣщались въ одномъ направленіи со скоростями v_1 и v_2, то общая скорость массъ послѣ удара будетъ:

$$v = \frac{M_1v_1 + M_2v_2}{M_1 + M_2} \ldots \ldots \ldots \quad (396)$$

Если одна изъ массъ, положимъ M_2, находится въ покоѣ, т. е. $v_2 = 0$, то

$$v = \frac{M_1v_1}{M_1 + M_2} \ldots \ldots \ldots \quad (397)$$

Если направленія движенія массъ прямо противоположны другъ

---

*) Такъ какъ $c = \dfrac{v}{2\sin\beta}$.

другу, то скорость v_2 имѣетъ знакъ (—) и

$$v = \frac{M_1 v_1 - M_2 v_2}{M_1 + M_2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (398)$$

Потерю живой силы, которая происходитъ при ударѣ, легко опредѣлить.—Живая сила массъ до удара равна

$$E_1 = \frac{M_1 v_1^2}{2} + \frac{M_2 v_2^2}{2}$$

и послѣ удара

$$E_2 = \frac{M_1 v^2}{2} + \frac{M_2 v^2}{2}$$

такъ какъ массы послѣ удара перемѣщаются съ одинаковою скоростью v.

Потеря живой силы

$$E_f = E_1 - E_2$$

или

$$E_f = \frac{M_1 v_1^2}{2} + \frac{M_2 v_2^2}{2} - \frac{M_1 v^2}{2} - \frac{M_2 v^2}{2}\,.$$

Подставляя вмѣсто v величину, опредѣляемую форм. (396), окончательно получимъ:

$$E_f = \frac{1}{2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} (v_1 - v_2)^2 \quad \ldots \ldots \ldots (399)$$

Если $v_2 = 0$ и $M_1 = M_2 = M$, то

$$E_f = \frac{1}{2} \frac{M v_1^2}{2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (400)$$

скорость послѣ удара въ этомъ случаѣ по форм. (397) будетъ:

$$v = \frac{v_1}{2}\,,$$

т. е. ударомъ мы передаемъ массѣ, находящейся до удара въ покоѣ, только $\frac{1}{4}$ живой силы ударяющей массы, и такъ какъ она сама тоже будетъ двигаться послѣ удара съ половинною скоростью, то потеря $= \frac{1}{2}$ живой силы, какъ это и видно изъ равенства (400).

Если масса M_2 значительно больше массы M_1, то безъ большой погрѣшности знаменатель въ форм. (396) и (399) можно замѣнить величиною M_2 и тогда

$$v = \frac{M_1}{M_2} v_1 + v_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (401)$$

или приблизительно

$$v = v_2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (402)$$

или подставляя вмѣсто v_2 величину v, получимъ:

$$E_f = \frac{M_1\,(v_1 - v)^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (403)$$

Если M_1—масса перемѣщающаяся въ 1 секунду и $Q =$ расходу, то

$$M_1 = \frac{\triangle Q}{g}$$

и потеря въ работѣ будетъ

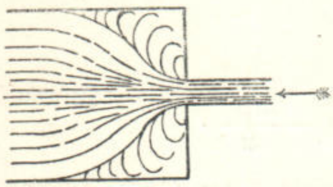
$$E_f = \frac{\triangle Q}{2g}\,(v_1 - v)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (404)$$

Полезная работа удара въ 1 сек.:

$$A = \frac{\triangle Q}{2g}\,v_1^{\,2} - \frac{\triangle Q}{2g}\,(v_1 - v)^2 =$$

$$= \frac{\triangle Q}{2g}\,[v_1^{\,2} - (v_1 - v)^2] =$$

$$= \frac{\triangle Q}{2g}\,(2v_1 v - v^2) \quad \ldots\ldots (405)$$



118.

Давленіе, производимое ударомъ

$$P = \frac{A}{v} = \frac{\triangle Q}{2g}\,(2v_1 - v) \quad \ldots (406)$$

Если напримѣръ происходитъ вытеканіе изъ небольшой трубы въ сосудъ значительныхъ размѣровъ (фиг. 118), то можно положить

$$v = 0$$

и

$$P = 2\triangle Q\,\frac{v_1}{2g} = 2\triangle\omega\,\frac{v_1^{\,2}}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (407)$$

гдѣ $\omega =$ пл. сѣченія трубы и $\frac{v_1^{\,2}}{2g}$ есть напоръ H, соотвѣтствующій скорости v_1, слѣдовательно

$$P = 2\triangle\omega H, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (408)$$

т. е. давленіе $=$ вѣсу столба жидкости, высота котораго равна удвоенному напору, соотвѣтствующему скорости v_1. То же самое явленіе происходитъ, когда сразу закрыть кранъ въ трубѣ.

Если длина трубы l, діаметръ d, и если не обращать вниманія на треніе о стѣнки трубы, то при скорости движенія v, живая сила движущейся массы жидкости будетъ

$$\frac{M\,.\,v^2}{2},$$

гдѣ

$$M = \frac{\triangle\pi d^2 l}{4g}$$

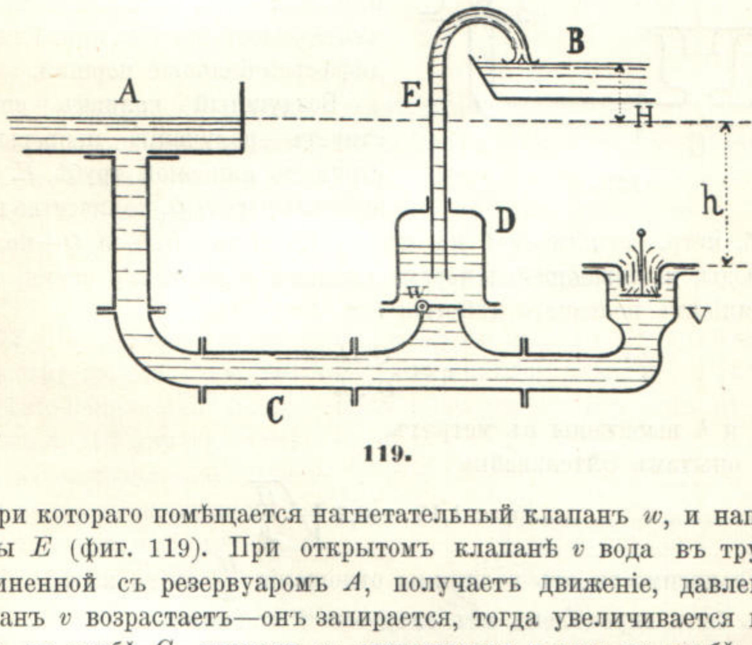
а потому живая сила равна

$$\frac{\triangle\pi d^2 l}{4} \cdot \frac{v^2}{2g}.$$

При моментальномъ закрытіи крана живая сила будетъ уничтожена сопротивленіемъ стѣнокъ.

Гидравлическій таранъ.

71. Въ 1796 году Монгольфье изобрѣлъ особый аппаратъ, такъ называемый гидравлическій таранъ, дѣйствіе котораго основано на ударѣ воды. Приборъ состоитъ изъ слѣдующихъ частей: трубы C, имѣющей ударный или отбойный клапанъ v, воздушнаго колпака D,

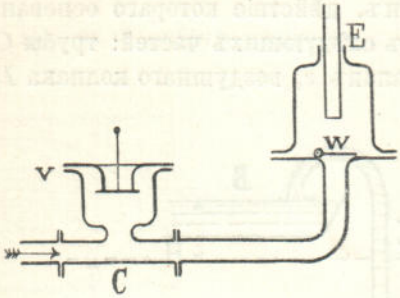


119.

внутри котораго помѣщается нагнетательный клапанъ w, и напорной трубы E (фиг. 119). При открытомъ клапанѣ v вода въ трубѣ C, соединенной съ резервуаромъ A, получаетъ движеніе, давленіе на клапанъ v возрастаетъ—онъ запирается, тогда увеличивается и давленіе въ трубѣ C, клапанъ w открывается и вода по трубѣ E подымается въ резервуаръ B, находящійся выше резервуара A. Скорость воды постепенно уменьшается и клапанъ v снова открывается, затѣмъ повторяются тѣ же самыя явленія.

Для того, чтобы клапанъ v правильно функціонировалъ, вѣсъ его долженъ быть немного больше дѣйствующаго на него гидростатическаго давленія. Если клапанъ v располагается передъ клапаномъ w (фиг. 120), то вѣсъ его дѣлается нѣсколько меньше гидростатическаго на него давленія. Въ этомъ послѣднемъ случаѣ клапанъ открывается оттого, что при движеніи воды по трубѣ C, давленіе на клапанъ уменьшается. Для пуска въ дѣйствіе прибора—стоитъ только клапанъ нажать внизъ, вода будетъ черезъ него выливаться и закроетъ его, послѣ чего вода по трубѣ C направляется къ клапану w и подымается по трубѣ E. При нѣкоторой скорости движенія воды въ трубѣ C клапанъ v откроется, вода начнетъ опять выливаться и т. д.

Существуютъ гидравлическіе тараны двойного дѣйствія, въ которыхъ ударныхъ клапановъ ставится два. Имѣются также тараны, въ которыхъ производящая работу вода независима отъ воды или иной жидкости, подлежащей подъему, въ подобныхъ таранахъ жидкости отдѣляются упругими діафрагмами или поршнями, въ послѣднемъ случаѣ большею частью примѣняются дифференціальные поршни.



120.

Воздушный колпакъ способствуетъ полученію непрерывной струи въ напорной трубѣ E. Обозначимъ черезъ Q_1 количество воды, въ куб. метр., поднимаемой на высоту H по трубѣ E, и Q—количество воды, выливающейся черезъ клапанъ v въ то же время, тогда коэффиціентъ полезнаго дѣйствія (см. фиг. 119):

$$\eta \cong \frac{Q_1 H}{Q \cdot h},$$

гдѣ H и h выражены въ метрахъ.

По опытамъ Эйтельвейна

$$\eta = 1{,}12 - 0{,}2\sqrt{\frac{H}{h}} \quad \ldots \ldots \ldots (409)$$

Въ зависимости отъ величины отношенія $\frac{H}{h}$ этотъ коэффиціентъ можетъ быть опредѣленъ изъ слѣдующей таблицы:

$\frac{H}{h} =$	1	2	3	4	5	6	8	10	12	15	20
$\eta =$	0,920	0,837	0,774	0,720	0,673	0,630	0,555	0,488	0,427	0,345	0,226

Опредѣливши η при данномъ отношеніи $\frac{H}{h}$, легко уже найти для требуемаго количества Q_1 потерю Q:

$$Q = \frac{Q_1 \cdot H}{\eta \cdot h} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (410)$$

Все количество расходуемой воды будетъ

$$Q + Q_1.$$

Діаметръ d трубы C въ мил. опредѣляется слѣдующею формулою:

$$d_{mm} = 300\sqrt{60\,(Q + Q_1)}, \quad \ldots\ldots\ldots (411)$$

гдѣ количество $Q + Q_1$ выражаетъ собою расходъ въ куб. метр. въ секунду.

Діаметръ напорной трубы E

$$d_1 \cong \frac{1}{2}\, d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (412)$$

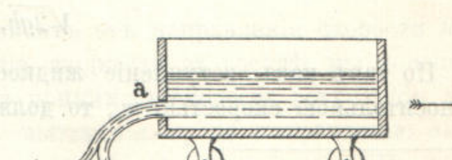
Длина l трубы C должна сообразоваться съ высотою напорной трубы и въ метрахъ

$$l_m = H + 0{,}3\,\frac{H}{h} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (413)$$

Въ большинствѣ случаевъ гидравлическіе тараны имѣютъ семикратную производительность, т. е. при наличности, напримѣръ, напора въ 5 метровъ, они поднимаютъ воду на высоту $5 \times 7 = 35$ метровъ; эту производительность можно считать нормальною.

Реактивное дѣйствіе воды.

72 Выше было разсмотрѣно активное давленіе, но кромѣ него существуетъ еще реактивное (реакціонное) давленіе. Реактивное давленіе появляется при истеченіи жидкости изъ отверстія въ стѣнкѣ сосуда и дѣйствуетъ на стѣнки по направленію діаметрально противоположному вытекающей изъ него струи. Такъ напр., если бы имѣли сосудъ, наполненный водою и поставленный на колеса, то благодаря истеченію воды изъ отверстія a, на противоположную стѣнку жидкость производила бы реактивное давленіе, и сосудъ могъ бы перемѣщаться по направленію стрѣлки (фиг. 121).

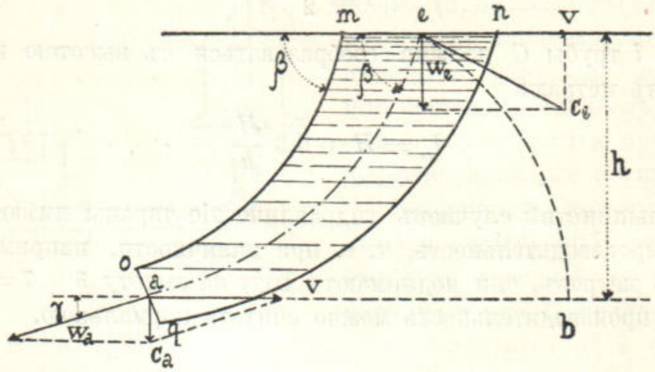


121.

Говоря вообще, одно реактивное дѣйствіе невозможно, такъ какъ истеченіе изъ боковой стѣнки всегда сопровождается отклоненіемъ струи внутри сосуда, что производитъ активное давленіе. Напротивъ, чисто активное дѣйствіе, не только теоретически возможно, но и практически выполнимо.

Для выясненія вопроса — представимъ себѣ, что у насъ имѣется сосудъ—*mnoq*, могущій перемѣщаться въ горизонтальной плоскости (фиг. 122). Предположимъ, что жидкость вступаетъ въ сосудъ съ абсолютною скоростью c_e; если сосудъ перемѣщается со скоростью v, то w_e — относительная скорость вступленія, если послѣдняя совпадаетъ по направленію съ верхними кромками m и n стѣнокъ сосуда, то жидкость вступаетъ безъ удара *).

Положимъ жидкость оставляетъ сосудъ съ относительною скоростью w_a и съ абсолютною скоростью c_a. Если не принимать во вни-



122.

маніе вредныхъ сопротивленій и разсматривать перемѣщеніе частицы жидкости отъ точки e до точки a, вертикальное разстояніе между которыми $= h$, то скорость истеченія въ точкѣ a должна быть равна

$$\sqrt{2gh}.$$

Но такъ какъ вступленіе жидкости въ сосудъ совершается съ относительною скоростью w_e, то долженъ быть принятъ во вниманіе

---

*) Дѣйствительно, чтобы избѣжать удара, слѣдуетъ положить въ ур. (391) $v_n = 0$, тогда

$$v \sin (\alpha + \beta) - c \sin \beta = 0.$$

Въ данномъ случаѣ скорости v и c изображаются буквами c_e и v, а потому выше приведенное уравн. получитъ слѣдующій видъ:

$$c_e \sin (\alpha + \beta) - v \sin \beta = 0$$

откуда

$$\frac{c_e}{v} = \frac{\sin \beta}{\sin (\alpha + \beta)},$$

т. е. уголъ ew_ec_e, равный углу mew_e, долженъ равняться углу β, т. е. скорость w_e должна совпадать съ направленіемъ верхнихъ кромокъ сосуда.

напоръ, соотвѣтствующій этой скорости, т. е. величина

$$\frac{w_e^2}{2g}.$$

Такъ что полный напоръ h_1, подъ вліяніемъ котораго происходитъ истеченіе съ относительною скоростью w_a, равняется

$$h_1 = \frac{w_a^2}{2g} = h + \frac{w_e^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots (414)$$

откуда

$$w_a^2 = 2gh + w_e^2 \quad \ldots\ldots\ldots (415)$$

и

$$w_a = \sqrt{2gh + w_e^2} \quad \ldots\ldots\ldots (416)$$

Если обозначимъ площадь отверстія истеченія черезъ Ω_a и черезъ Q обозначимъ объемъ жидкости, протекающей въ секунду, то

$$\Omega_a = \frac{Q}{w_a} = \frac{Q}{\sqrt{2gh + w_e^2}} \quad \ldots\ldots\ldots (417)$$

Если Ω_e = площади отверстія вступленія, то

$$w_e = \frac{Q}{\Omega_e} \quad \ldots\ldots\ldots (418)$$

Абсолютная скорость вступленія

$$c_e = \sqrt{w_e^2 + v^2 - 2w_e \cdot v \cdot \cos\beta} \quad \ldots\ldots (419)$$

при $\beta = 90°$

$$c_e = \sqrt{w_e^2 + v^2} \quad \ldots\ldots\ldots (420)$$

Абсолютная скорость истеченія

$$c_a = \sqrt{w_a^2 + v^2 - 2w_a v \cos\gamma} \quad \ldots\ldots (421)$$

Какъ видно, величина c_a зависитъ отъ направленія скорости w_a.

Итакъ, разсматривая движеніе жидкости въ сосудѣ, мы должны считать сосудъ неподвижнымъ и принимать скорость вступленія w_e, по направленію ew_e и скорость вытеканія w_a по направленію aw_a. Это движеніе воды въ сосудѣ будетъ движеніе относительное. Въ пространствѣ же частицы воды перемѣщаются по кривой eb и начинаютъ свое движеніе со скоростью c_e. Эта скорость во время перемѣщенія частицы по кривой ea непрерывно уменьшается и въ моментъ истеченія имѣетъ величину c_a.

Работа, несомая водою, передается сосуду активнымъ и реактивнымъ способомъ, при чемъ не весь напоръ h можно использовать для производства работы, такъ какъ живая сила истекающей воды, соотвѣтствующая скорости c_a, теряется.

Часть напора h идетъ на образованіе скорости, т. е. преобразуется въ живую силу, часть же производитъ работу давленіемъ. При чисто активномъ дѣйствіи вся часть напора, которую можно использовать, идетъ на образованіе скорости и полученная живая сила преобразуется въ работу. Полная работа, которая можетъ быть произведена струею воды, вступающею со скоростью c_e въ сосудъ, будетъ

$$A_1 = \triangle Q \left(h + \frac{c_e^2}{2g}\right) \quad \ldots \ldots \quad (422)$$

Подставляя вмѣсто c_e величину, опредѣляемую ур. (419), получимъ:

$$A_1 = \triangle Q \left[h + \frac{w_e^2 + v^2 - 2w_e \cdot v \cos\beta}{2g}\right] \quad \ldots \ldots \quad (423)$$

Работа истекающей воды

$$A_2 = \triangle Q \frac{c_a^2}{2g} \quad \ldots \ldots \quad (424)$$

Въ силу ур. (421) имѣемъ:

$$A_2 = \triangle Q \frac{w_a^2 + v^2 - 2w_a v \cos\gamma}{2g} \quad \ldots \ldots \quad (425)$$

Работа, которая передается сосуду, если не принимать во вниманіе вредныхъ сопротивленій, будетъ равняться:

$$A = A_1 - A_2 = \triangle Q \left[h + \frac{w_e^2 - w_a^2 - 2v\,(w_e \cos\beta - w_a \cos\gamma)}{2g}\right]$$

но изъ уравн. (415) видно, что

$$\frac{w_e^2 - w_a^2}{2g} = -h$$

а потому

$$A = \triangle Q \frac{v\,(w_a \cos\gamma - w_e \cos\beta)}{g} \quad \ldots \ldots \quad (426)$$

при $\beta = 90°$, w_e перпенд. v, и

$$A = \triangle Q \frac{w_a \cdot v \cos\gamma}{g} \quad \ldots \ldots \quad (427)$$

Давленіе P, которое производитъ струя воды на сосудъ, въ направленіи его движенія, опредѣляется изъ уравненія:

$$A = P \cdot v \quad \ldots \ldots \quad (428)$$

откуда, принимая во вниманіе ур. (426), получимъ:

$$P = \frac{A}{v} = \triangle Q \frac{w_a \cos\gamma - w_e \cos\beta}{g} \quad \ldots \ldots \quad (429)$$

при $\beta = 90°$

$$P = \triangle Q \frac{w_a \cos\gamma}{g} \quad \ldots \ldots \quad (430)$$

Полагая площади сѣченій сосуда mn и oq равными Ω_e и Ω_a, можемъ написать, что

$$Q = \Omega_e w_e = \Omega_a w_a$$

откуда

$$w_e = \frac{\Omega_a}{\Omega_e} w_a.$$

Въ силу уравн. (414) имѣемъ:

$$h_1 = \frac{w_a^2}{2g} = h + \frac{w_e^2}{2g} = h + \left(\frac{\Omega_a}{\Omega_e}\right)^2 \cdot \frac{w_a^2}{2g} \quad \ldots \ldots (431)$$

откуда

$$\frac{w_a^2}{2g} = \frac{h}{1 - \left(\frac{\Omega_a}{\Omega_e}\right)^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (432)$$

Имѣя это уравненіе и полагая $Q = \Omega_a w_a$, можемъ написать формулу (430) въ другомъ видѣ:

$$P = \triangle \Omega_a \frac{w_a^2 \cdot \cos\gamma}{g} = 2 \triangle \Omega_a \frac{w_a^2}{2g} \cos\gamma = 2 \triangle \Omega_a \cos\gamma \frac{h}{1 - \left(\frac{\Omega_a}{\Omega_e}\right)^2} \quad (433)$$

Если величина Ω_e сравнительно съ величиною Ω_a очень велика, то можно принять

$$\frac{\Omega_a}{\Omega_e} = \infty 0$$

и

$$P = 2 \triangle . \Omega_a . h . \cos\gamma \quad \ldots \ldots \ldots (434)$$

Этимъ уравненіемъ опредѣляется величина реактивнаго давленія при направленіи истеченія подъ угломъ γ.

Если вытекающая струя направлена горизонтально (фиг. 121), то $\gamma = 0$ и

$$P = 2 \triangle \; \Omega_a . h \quad \ldots \ldots \ldots (435)$$

т. е. горизонтальное реактивное давленіе равняется двойному вѣсу столба воды, площадь основанія котораго $= \Omega_a$ (площади отверстія истеченія), а высота $= h$, при чемъ эта послѣдняя соотвѣтствуетъ такой высотѣ, которая увеличиваетъ относительную скорость и измѣняетъ ее изъ w_e въ w_a. Слѣдовательно, какъ видно изъ уравн. (435), сила реакціи = удвоенному гидростатическому давленію. Объяснимъ, отчего это происходитъ—въ данномъ случаѣ (фиг. 121) является отклоненіе струи на 90°. Какъ было уже указано, здѣсь реактивное дѣйствіе сопровождается активнымъ, это станетъ яснымъ изъ нижеслѣдующаго разсужденія.

Если закрыть отверстіе истеченія, то на площадь его гидростатическое давленіе равняется

$$P_1 = \triangle \cdot \Omega_a \cdot h \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (436)$$

что и будетъ собою представлять реактивное давленіе. Изъ ур. (435), видно, что точно такое же должно быть и активное давленіе и дѣйствительно: струя, какъ мы уже говорили, отклоняется на 90 градусовъ, такъ какъ мы приняли $\beta = 90^\circ$ и $\gamma = 0$. Начальную скорость на поверхности, площадь которой Ω_e значительно больше Ω_a, можно принять $= 0$, при истеченіи же скорость $= w_a$; мы можемъ принять, что отклоненіе струи происходитъ при средней скорости w_m, которая соотвѣтствуетъ напору $\frac{h}{2}$, такъ какъ мы приняли $w_e = 0$, то (см. форм. 416).

$$w_a = \sqrt{2gh}$$

и средняя скорость

$$w_m = \sqrt{2g\,\frac{h}{2}}\,.$$

Давленіе на неподвижную плоскость, соотвѣтствующую этой скорости, при отклоненіи струи на 90°, вычисляется по форм. (352) (см. § 63) и равняется

$$P_2 = 2\,\triangle\,\Omega_a\,\frac{w_m^{\;2}}{2g} = 2\,\triangle\,\Omega_a\,.\,\frac{h}{2} = \triangle\Omega_a h\,.\;.\;.\;.\;.\;(437)$$

какъ видно, дѣйствительно-активное давленіе $=$ реактивному и полное давленіе

$$P = P_1 + P_2 = 2\,\triangle\,\Omega_a h\,.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(438)$$

Этотъ результатъ, т. е. равенство давленій P_1 и P_2, мы получили при $\beta = 90^\circ$, $\gamma = 0$ и очень значительной величинѣ Ω_e сравнительно съ величиною Ω_a.

При другихъ углахъ β и γ, величины P_1 и P_2 будутъ имѣть иныя значенія, такъ что реактивное давленіе не всегда можетъ равняться половинѣ полнаго давленія и можетъ быть больше или меньше активнаго давленія. Далѣе, при величинахъ c_e и w_e не равныхъ нулю, получается большая разница между величинами P_1 и P_2.

По мѣрѣ того, какъ будемъ уменьшать величину Ω_e—уменьшается и реактивное дѣйствіе и если станетъ $\Omega_e = \Omega_a$, то и скорость w_a станетъ равною w_e, при условіи, если одинаковое количество воды Q протекаетъ въ секунду черезъ полныя сѣченія Ω_e и Ω_a. Въ этомъ случаѣ получается только активное давленіе.

Изъ всего сказаннаго вытекаетъ, что максимальное реактивное дѣйствіе получается въ томъ случаѣ, когда $\Omega_e = \infty$ и $w_e = c_e = 0$, чего, само собою разумѣется, невозможно достигнуть на практикѣ.

ГИДРАВЛИЧЕСКІЕ ДВИГАТЕЛИ.

ТУРБИНЫ.

Условія, при которыхъ можно пользоваться водою для производства работы.

73. Гидравлическими или водяными двигателями, или гидравлическими пріемниками называются такого рода машины-двигатели, которые приводятся въ дѣйствіе частицами движущейся жидкости; слѣдовательно пользоваться водою, съ цѣлью производить опредѣленную работу, можно только при извѣстныхъ условіяхъ: 1) вода должна быть живая, т. е. проточная или приводимая въ это состояніе; 2) вода должна находиться или протекать по мѣстности, отъ природы болѣе или менѣе приспособленной для приложенія ея къ дѣйствію помощью искусственныхъ построекъ и, наконецъ, 3) вода должна находиться въ соотвѣтственномъ количествѣ для предполагаемаго ея употребленія.

Весьма часто въ промышленности приходится пользоваться водяными двигателями, удобства и выгоды которыхъ выяснятся ниже, и нѣтъ сомнѣнія, что будущее неминуемо заставитъ стремиться пользоваться все болѣе и болѣе энергіею воды, коль скоро достигнемъ успѣшнаго изготовленія соотвѣтствующихъ аккумуляторовъ и усовершенствуемъ передачу механической работы на большія разстоянія. Въ послѣднее время въ этомъ направленіи сдѣлано уже не мало.

Запасъ работы, существующій въ водѣ.

74. Если обозначимъ черезъ Q объемъ воды въ кубич. метрахъ въ секунду, падающій съ высоты H, то работа (въ kgm), которая можетъ быть произведена при подобныхъ условіяхъ, равняется

$$\triangle QH \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (439)$$

гдѣ $\triangle$ — вѣсъ ед. объема воды, въ данномъ случаѣ вѣсъ $1\ \mathrm{m}^3 = 1000\ \mathrm{kg}$.

Если указанное количество воды находится на высотѣ H надъ нѣкоторымъ опредѣленнымъ пунктомъ, то выраженіе

$$\triangle QH$$

представляетъ собою запасъ работы въ видѣ потенціальной энергіи.

Положимъ, то же самое количество воды вытекаетъ черезъ нѣкоторое отверстіе со скоростью c, то вода съ собою несетъ запасъ работы, въ видѣ кинетической энергіи, равный:

$$\frac{\triangle Q}{g} \cdot \frac{c^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (440)$$

Если отверстіе истеченія находится подъ поверхностью воды на глубинѣ H, то въ данномъ случаѣ мы имѣемъ превращеніе, или преобразованіе потенціальной энергіи въ кинетическую, а тогда

$$\triangle QH = \frac{\triangle Q}{g} \cdot \frac{c^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (441)$$

откуда получимъ ранѣе уже нами выведенное выраженіе (см. форм. 77):

$$c = \sqrt{2gH}.$$

Такимъ образомъ, для приведенія въ движеніе гидравлическаго пріемника, мы можемъ пользоваться потенціальной или кинетической энергіей.

Благодаря нагрѣванію поверхности земли лучами солнца, поднимается огромное количество воды въ видѣ паровъ на значительную высоту, откуда вода обратно падаетъ на землю въ видѣ дождя, снѣга и града, что служитъ причиною образованія ручьевъ, рѣкъ, озеръ и т. п., которыми и можемъ пользоваться для приведенія въ дѣйствіе пріемниковъ воды.

Неравномѣрное распредѣленіе температуры въ массѣ воздуха производитъ вѣтеръ, которымъ и пользуются для приведенія въ дѣйствіе, такъ называемыхъ, вѣтряныхъ двигателей.

Кромѣ лучистой теплоты солнца, существуетъ еще одна причина, заставляющая огромныя массы воды, покрывающей землю, безпрестанно перемѣщаться — это притяженіе ихъ землею и ближайшимъ небеснымъ тѣломъ — луною. Притяженіе это, вслѣдствіе вращательнаго движенія земли около своей оси, производитъ перемѣщеніе большихъ массъ воды, вслѣдствіе чего происходятъ такъ называемые морскіе приливы и отливы, которыми также можно пользоваться для приведенія въ дѣйствіе гидравлическихъ двигателей.

Коэффиціентъ полезнаго дѣйствія.

75. Въ предыдущемъ параграфѣ мы опредѣлили ту работу, которая можетъ быть произведена водою (см. форм. 439) и нашли, что она равняется

$$\triangle QH.$$

Если H выражено въ метрахъ и Q въ кубическихъ метрахъ, то вышеуказанная работа выражена въ килограммометрахъ. Такъ какъ сила одной лошади $= 75$ kgm, то, обозначая черезъ N_0 въ лошадиныхъ силахъ всю работу, которую можетъ произвести вода, найдемъ, что

$$N_0 = \frac{\triangle QH}{75} = 1000\,\frac{QH}{75} \quad \ldots\ldots\ldots (442)$$

Вслѣдствіе вредныхъ сопротивленій и вслѣдствіе того, что вода покидаетъ двигатель съ нѣкоторой опредѣленною скоростью—никогда нельзя использовать всю возможную работу и, если черезъ N обозначимъ число силъ развиваемыхъ двигателемъ, то коэффиціентъ полезнаго дѣйствія будетъ:

$$\left.\begin{aligned} \eta &= \frac{N}{N_0} \\ N &= \eta N_0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (443)$$

и

Полезный напоръ.

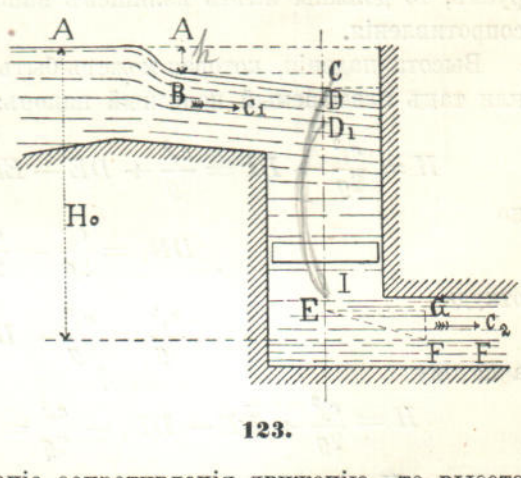
76. Чтобы получить въ какомъ нибудь водоемѣ требуемую скорость теченія воды, надо имѣть въ распоряженіи извѣстное паденіе (напоръ), увеличенное на высоту, соотвѣтствующую величинѣ сопротивленія движенію воды.

Положимъ имѣемъ какой нибудь водоемъ, уровень воды въ которомъ изображается линіею AA (фиг. 123); вода въ немъ, положимъ, находится въ покоѣ. Если желательно, чтобы въ точкѣ B вода текла со скоростью c_1 (среднею), то необходимо имѣть паденіе, высота котораго связана со скоростью (не принимая во вниманіе сопротивленій) уравненіемъ:

$$c_1 = \sqrt{2gh},$$

слѣдовательно необходимая высота равняется

$$h = \frac{c_1^{\,2}}{2g} \quad \ldots (444)$$



123.

Если примемъ во вниманіе сопротивленія движенію, то высота, измѣряющая собою сопротивленія, равна

$$\psi\,\frac{c_1^{\,2}}{2g}$$

такъ что полная высота паденія, необходимая для сообщенія частицамъ воды скорости c_1, будетъ:

$$(1+\psi)\frac{c_1^2}{2g} = AB \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (445)$$

Если бы въ водоемѣ было движенie воды съ нѣкоторою скоростью, то необходимо должно быть въ немъ паденie, соотвѣтствующее этой скорости съ прибавленiемъ нѣкоторой части на сопротивленie. Со скоростью c_1 вода вступаетъ въ русло; если хотимъ, чтобы эта скорость сохранилась въ концѣ русла, необходимо потратить извѣстное паденie CD, идущее на преодолѣнie сопротивленiй. Положимъ скорость, съ которою вода подходитъ къ двигателю $= c_0$.

Если $c_0 > c_1$, то долженъ быть излишекъ напора, равный напримѣръ DD_1, гдѣ

$$DD_1 = \frac{c_0^2}{2g} - \frac{c_1^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (446)$$

Положимъ FF—нижнiй уровень въ отводномъ каналѣ, имѣющiйся въ немъ послѣ того, какъ вода прошла двигатель, и скорость теченiя ея $= c_2$; высота, соотвѣтствующая этой скорости:

$$\frac{c_2^2}{2g} = EI \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (447)$$

Вода, оставляя двигатель, должна преодолѣть сопротивленiя ея движенiю; если желаемъ сохранить скорость теченiя c_2 въ отводномъ руслѣ, то должны имѣть излишекъ напора GF, выражающiй собою сопротивленiя.

Высота паденiя, которая можетъ быть утилизирована двигателемъ, или такъ называемый полезный напоръ:

$$H = \frac{c_1^2}{2g} + DI = \frac{c_1^2}{2g} + DE - EI = \frac{c_1^2}{2g} + DE - \frac{c_2^2}{2g} \quad . (448($$

но

$$DD_1 = \frac{c_0^2}{2g} - \frac{c_1^2}{2g}$$

откуда

$$\frac{c_1^2}{2g} = \frac{c_0^2}{2g} - DD_1$$

а потому

$$H = \frac{c_0^2}{2g} + DE - DD_1 - \frac{c_2^2}{2g} = \frac{c_0^2}{2g} + D_1E - \frac{c_2^2}{2g} \quad . . (449)$$

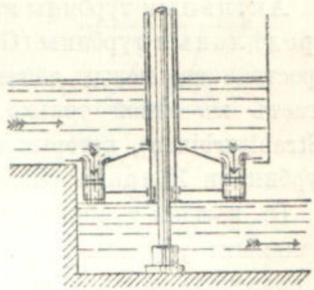
Если $H_0 =$ вертикальному разстоянiю между уровнями (полный напоръ), то $H = H_0 -$ (сумма высотъ, измѣряющихъ сопротивленiя + высоты, соотвѣтствующiя потеряннымъ скоростямъ), т. е.

$$H = H_0 - \left(\psi\frac{c_1^2}{2g} + CD + \frac{c_2^2}{2g} + GF\right) \ldots\ldots (450)$$

Виды гидравлическихъ двигателей.

77. Утилизировать силу воды можно при помощи гидравлическихъ колесъ, турбинъ, водостолбовыхъ машинъ и другого рода двигателей.

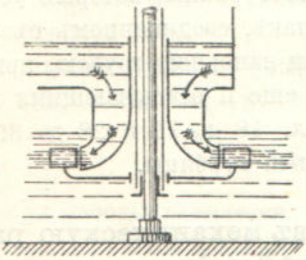
Турбины отличаются отъ гидравлическихъ колесъ, какъ своими размѣрами, которые обыкновенно значительно меньше, такъ и болѣе быстрымъ вращеніемъ. Въ турбинахъ вода дѣйствуетъ, протекая черезъ каналы, образованные лопатками пріемника, такимъ образомъ, что входитъ въ эти каналы съ одного конца ихъ, а выходитъ съ другого, т. е. въ турбинахъ точка входа воды не совпадаетъ съ точкою выхода, въ водяныхъ же колесахъ эти точки совпадаютъ.



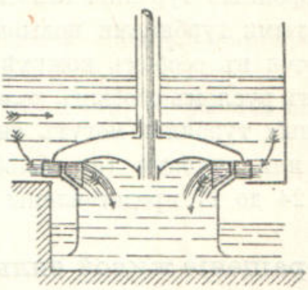
124.

Въ водостолбовыхъ машинахъ мы пользуемся непосредственнымъ давленіемъ воды на поршень, дѣйствуя, въ данномъ случаѣ, водою подобно пару въ паровой машинѣ.

Разсмотримъ первоначально турбины. — Смотря по направленію струи воды, относительно оси турбины, онѣ раздѣляются на осевыя



125.



126.

(фиг. 124) и радіальныя (фиг. 125—126). Турбины, въ которыхъ направленіе струи наклонно къ оси, назовемъ діагональными.

Въ радіальныхъ турбинахъ вода можетъ идти изнутри наружу (фиг. 125) и наоборотъ (фиг. 126), а потому радіальныя турбины бываютъ съ внутреннимъ и наружнымъ (американскія или турбины Френсиса) подводомъ воды.

Если вода вступаетъ на полной окружности, то имѣемъ полныя турбины (Vollturbinen), въ противномъ случаѣ—партіальныя (Partialturbinen). Далѣе различаютъ активныя (акціонныя) турбины

(Druckturbinen) и реактивныя (реакціонныя) турбины (Ueberdruckturbinen).

Ранѣе была объяснена разница между активнымъ и реактивнымъ дѣйствіемъ. Въ активныхъ турбинахъ измѣняется только направленіе относительной скорости и, если измѣняется величина послѣдней, то незначительно, въ реактивныхъ же измѣняется какъ направленіе, такъ и величина относительной скорости.

Активныя турбины въ свою очередь можно раздѣлить на 2 группы: предѣльныя турбины (Grenzturbinen), въ которыхъ вода выполняетъ пространство между лопатками, и турбины, въ которыхъ вода пристаетъ къ одной только стѣнкѣ, такъ называемыя струйчатыя (Strahlturbinen), которыя собственно и называются большею частью турбинами Жирара (Girard-Turbinen).

Въ каждой турбинѣ имѣется направляющее колесо или, при партіальныхъ турбинахъ, часть колеса, лопатки которыхъ направляютъ и подводятъ воду на рабочее или турбинное колесо.

Турбины могутъ быть открытыми и въ этомъ случаѣ онѣ помѣщаются прямо въ руслѣ или въ особомъ колодцѣ, соединенномъ съ русломъ (см. составленный нами Альбомъ примѣрныхъ установокъ водяныхъ двигателей, табл. 1 до 12), могутъ снабжаться всасывающимъ колодцемъ или трубою (см. Альбомъ, табл. 13 до 15), могутъ помѣщаться въ особомъ сифонѣ (см. Альбомъ, табл. 16 и 17).

Сифонныя турбины относятся къ закрытымъ турбинамъ; вообще закрытыми турбинами называются такія турбины, которыя устанавливаются въ особомъ кожухѣ или колпакѣ, соединенномъ съ подводящимъ русломъ особымъ колодцемъ или напорною трубою, при чемъ подобныя турбины могутъ снабжаться еще и всасывающими колодцами или трубами (см. Альбомъ, табл. 18 до 23 и 28 до 36). На табл. 24 до 27 представлены партіальныя турбины.

Превращеніе живой силы воды въ механическую работу при активномъ дѣйствіи.

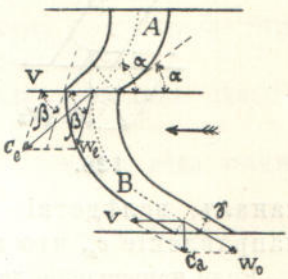
78. Предположимъ, имѣется направляющее и турбинное колесо (фиг. 127), при чемъ каналъ A—направляющій, а B—каналъ турбиннаго колеса. Вода изъ направляющаго канала A вступаетъ въ турбину со скоростью c_e. Каналъ B движется съ постоянною скоростью v справа налѣво. Чтобы воспользоваться всею возможною работою, необходимо сдѣлать вступленіе воды безъ удара и какъ мы видѣли въ § 72 для этого должно быть

$$\frac{c_e}{v} = \frac{\sin\beta}{\sin(\beta+\alpha)}$$

но въ данномъ случаѣ (фиг. 127) мы угломъ β обозначаемъ уголъ, соотвѣтствующій на черт. 122 углу $180-\beta$, а потому должно быть:

$$\frac{c_e}{v} = \frac{\sin(180-\beta)}{\sin[180-(\beta-\alpha)]} = \frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)} \quad \ldots \ldots (451)$$

т. е. чтобы относительная скорость w_e, опредѣляемая скоростями c_e и v, совпадала съ направленіемъ наружнаго элемента лопатки турбиннаго колеса. Относительная скорость вступленія w_e опредѣляется очень легко:



127.

$$\frac{w_e}{c_e} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$$

но имѣя въ виду уравн. (451), получимъ:

$$w_e = c_e \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = v \frac{\sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)} \quad \ldots (452)$$

Если разсматривать активное дѣйствіе. т. е. допустить только отклоненіе струи и пренебрегать гидравлическими сопротивленіями, а также вліяніемъ силы тяжести во время протеканія по каналу B, то относительная скорость истеченія w_a можетъ быть принята равною w_e.

Зная w_a и v, опредѣлимъ абсолютную скорость истеченія c_a, съ которою вода оставляетъ каналы.

Механическая работа, которая передается каналу, есть преобразованная живая сила.

Если пренебрегать вредными сопротивленіями, то работа, передаваемая 1 kg воды, будетъ:

$$A = \frac{c_e^2 - c_a^2}{2g}.$$

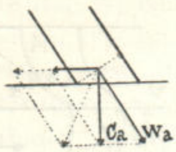
Потеря работы равняется

$$\frac{c_a^2}{2g}.$$

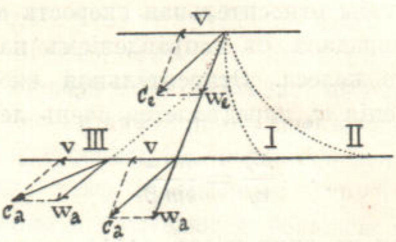
Чѣмъ c_a меньше, тѣмъ меньше потеря и тѣмъ полнѣе пользуемся силою воды, но это уменьшеніе можетъ идти только до извѣстнаго предѣла, такъ какъ скорость c_a мы не можемъ приравнять нулю, вслѣдствіе того, что должно быть обезпечено вытеканіе воды изъ турбиннаго колеса.

Относительно направленія c_a, безъ сомнѣнія, понятно, что c_a должна быть перпендикулярна къ отверстію, черезъ которое вытекаетъ вода. Если c_a имѣетъ наклонное направленіе, какъ обозначено на фиг. 128 пунктиромъ, то при опредѣленіи объема истекающей воды придется принимать во вниманіе только нормальную составляющую, при этомъ получается безполезное увеличеніе потери работы $\frac{c_a^2}{2g}$.

До сихъ поръ многіе придерживаются правила, по которому относительная скорость истеченія w_a должна быть $=$ $=$ абсолютной скорости v, съ которою перемѣщается



128.



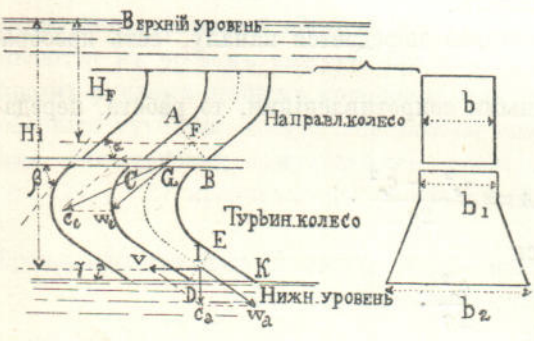
129.

каналъ, вслѣдствіе чего при $\gamma > 0$ получается наклонное направленіе c_a, что не раціонально.

Если направленіе лопатки прямое, какъ это обозначено сплошною линіею на фиг. 129, то при $w_a = w_e$, получится $c_a = c_e$ и

$$A = \frac{c_e^2 - c_a^2}{2g} = 0,$$

т. е. при такой формѣ лопатокъ струя воды не производитъ никакой механической работы, если вступленіе воды совершается безъ удара.



130.

Чтобы преобразовать живую силу въ механическую работу, надо лопатки выкружить вправо (какъ обозначено пунктиромъ I и II); если же ихъ выкружить такъ, какъ показано пунктиромъ III, то $c_a > c_e$ и $A < 0$, что соотвѣтствуетъ перенесенію механической работы на воду, т. е. превращенію механической работы въ живую силу, какъ это мы видимъ въ насосахъ.

Пояснимъ примѣромъ все вышесказанное, разсматривая движеніе воды въ активной турбинѣ (Actions—oder Druckturbine).

Положимъ имѣется осевая турбина (фиг. 130); черезъ b обозначимъ ширину направляющаго колеса, черезъ b_1 и b_2 ширину вверху и внизу турбиннаго колеса. Обыкновенно, какъ увидимъ ниже, $b_1 > b$ и $b_2 \geqq b_1$.

Расширеніе турбиннаго колеса можно сдѣлать настолько значительнымъ, т. е. величину b_2 настолько большою, что вода при прохожденіи канала отдѣлится отъ выпуклой стороны лопатки (фиг. 131).

Положимъ:

$AB \, . \, b$ — площадь поперечнаго сѣченія направляющаго канала, F— центръ тяжести площади,

$CB \, . \, b_1$ — площадь поперечнаго сѣченія входного конца канала турбины, G—центръ тяжести площади,

$DE \, . \, b_2$ — площадь поперечнаго сѣченія выходного конца канала турбины, I—центръ тяжести площади,

c_e — средняя скорость, съ которою вода проходитъ сѣченіе $AB \, . \, b$,

w_e — средняя относительная скорость, съ которою вода начинаетъ движеніе въ турбинномъ каналѣ,

w_a — средняя относительная скорость, которою обладаютъ частицы воды при выходѣ изъ турбины,

H_F — разстояніе между верхнимъ уровнемъ и центромъ тяжести сѣченія $AB \, . \, b$, такъ называемое паденіе (напоръ) направляющаго колеса (Leitradgefälle),

H_i — разстояніе между верхнимъ уровнемъ и центромъ тяжести сѣченія $DE \, . \, b_2$, такъ называемое паденіе (напоръ) въ турбинномъ колесѣ (Laufradgefälle),

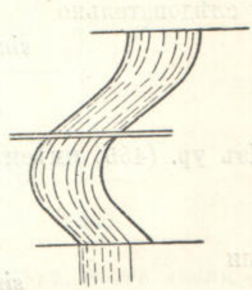
v — скорость, съ которою перемѣщаются каналы турбины.

Если принять ранѣе сдѣланныя допущенія, т. е. пренебречь гидравлическими сопротивленіями и вліяніемъ силы тажести во время протеканія воды по каналамъ турбиннаго колеса, то можно положить

$$c_e = \sqrt{2gH_F} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (453)$$

Вслѣдствіе требованія свободнаго отъ удара вступленія (см. ур. 452), имѣемъ:

$$w_e = v \, \frac{\sin \alpha}{\sin (\beta - \alpha)} \, .$$



131.

Требованіемъ вертикальнаго истеченія опредѣляется величина w_a:

$$w_a = \frac{v}{\cos \gamma} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (454)$$

Въ нашемъ случаѣ вода, вступающая въ турбинное колесо, не имѣетъ излишка давленія, такъ что все паденіе, со включеніемъ разности между уровнями F и G, превращается въ скорость, а потому, на основанiи принятыхъ допущенiй, можно положить

$$w_a = w_e$$

или въ силу предыдущихъ выраженiй:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)} = \frac{1}{\cos\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (455)$$

Если допустимъ, что нѣтъ сжатiя струи при выполненiи каналовъ водою и примемъ ширину отверстiя истеченiя $b_2 = 1{,}5\, b_1$, то объемъ воды, втекающей въ секунду въ турбинное колесо, равенъ

$$w_e \sin\beta \,.\, CB \,.\, b_1.$$

Объемъ воды, вытекающей въ секунду изъ турбиннаго колеса, равенъ

$$w_a \,.\, \sin\gamma \,.\, DK \,.\, 1{,}5\, b_1.$$

Понятно объемы эти должны быть равны между собою и такъ какъ $w_a = w_e$ и $DK = CB$, то

$$w_e \sin\beta \,.\, CB \,.\, b_1 = w_e \sin\gamma \,.\, CB \,.\, 1{,}5\, b_1$$

или

$$\sin\beta = 1{,}5 \sin\gamma.$$

Положимъ $H_F = 6{,}22$ m и $\sin\gamma = 0{,}4$ (ниже будутъ приведены соображенiя, которыми слѣдуетъ руководствоваться при выборѣ угла γ, и будутъ даны уравненiя для опредѣленiя этого угла), тогда

$$\cos\gamma = \sqrt{1 - 0{,}4^2} = 0{,}9165.$$

и слѣдовательно

$$\sin\beta = 1{,}5 \sin\gamma = 1{,}5 \,.\, 0{,}4 = 0{,}6$$

$$\cos\beta = \sqrt{1 - 0{,}6^2} = 0{,}8.$$

Изъ ур. (455) имѣемъ:

$$\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\alpha} = \cos\gamma$$

или

$$\frac{\sin\beta\cos\alpha - \cos\beta \,.\, \sin\alpha}{\sin\alpha} = \cos\gamma$$

и

$$\sin\beta \,.\, ctg\,\alpha - \cos\beta = \cos\gamma$$

откуда

$$ctg\,\alpha = \frac{\cos\gamma + \cos\beta}{\sin\beta} = \frac{0{,}9165 + 0{,}8}{0{,}6} = 2{,}861$$

и

$$\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 + ctg^2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 2{,}861^2}} = 0{,}330.$$

Всѣ скорости легко находятся:

$$c_e = \sqrt{2g\,H_P} = \sqrt{19{,}62\,.\,6{,}22} = 11{,}05 \text{ m}$$

$$w_e = c_e \frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = 11{,}05\,\frac{0{,}330}{0{,}600} = 6{,}08$$

$$w_a = w_e = 6{,}08$$

$$v = c_e \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta} = c_e\left(\cos\alpha - \frac{\cos\beta}{\sin\beta}\sin\alpha\right) =$$

$$= 11{,}05\left(0{,}944 - \frac{0{,}8}{0{,}6}\,.\,0{,}330\right) = 5{,}57 \text{ m}$$

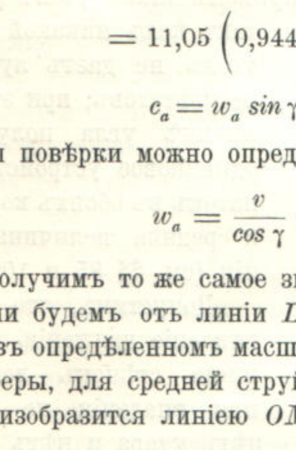
$$c_a = w_a \sin\gamma = 6{,}08\,.\,0{,}4 = 2{,}432.$$

Для повѣрки можно опредѣлить w_a:

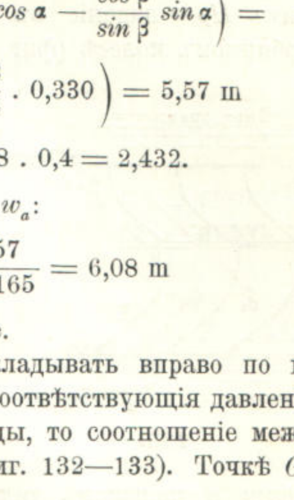
$$w_a = \frac{v}{\cos\gamma} = \frac{5{,}57}{0{,}9165} = 6{,}08 \text{ m}$$

т. е. получимъ то же самое значеніе.

Если будемъ отъ линіи LN откладывать вправо по горизонталямъ, въ опредѣленномъ масштабѣ, соотвѣтствующія давленія, сверхъ атмосферы, для средней струйки воды, то соотношеніе между давленіями изобразится линіею OMN (фиг. 132—133). Точкѣ G соотвѣт-



132. **133.**



134. **135.**

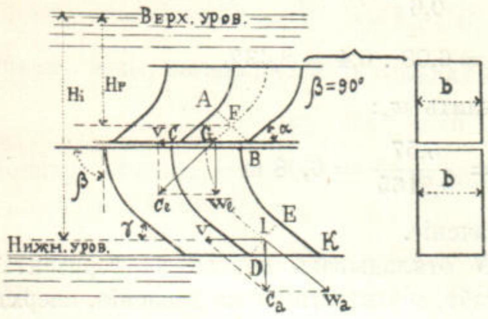
ствуетъ точка M и въ ней уже избытка давленія нѣтъ, и отъ точки G до точки I давленіе въ жидкости = атмосферному. Если бы турбинное колесо погрузить въ воду, то линія давленій приняла бы другой видъ и изобразилась бы линіею OMP (фиг. 134—135). Для отверстія истеченія I давленіе = напору столба воды, высота котораго = = вертикальному разстоянію между точками G и I и изображается линіею NP.

Какъ видно изъ этихъ примѣровъ, давленіе въ зазорѣ между направляющимъ и турбиннымъ колесомъ = атмосферному.

Образованіе давленія воды въ турбинахъ при реактивномъ дѣйствіи.

79. Въ § 72 нами было уже отчасти разсмотрѣно реактивное дѣйствіе, вернемся еще разъ къ этому вопросу, чтобы разъяснить тѣ явленія, которыя имѣютъ мѣсто въ турбинахъ, работающихъ реакціею, при чемъ принимаемъ обозначенія предыдущаго параграфа.

Положимъ H_F — паденіе въ направляющемъ колесѣ, H_i — паденіе въ турбинномъ колесѣ (фиг. 136); примемъ также уголъ $\beta = 90$, такъ какъ никакой другой уголъ не даетъ лучшихъ результатовъ; при этой величинѣ угла получается одинаковое устройство лопатокъ въ обоихъ колесахъ и средняя величина реакціи (см. §§ 85 и 109).



136.

Допустимъ, что сопротивленіе движенію и толщина стѣнокъ лопатокъ при впаденіи не оказываютъ вліянія и положимъ также, что нѣтъ удара и нѣтъ сжатія струи при выполненіи каналовъ водою, т. е. коэффиціентъ сжатія = 1. Такъ какъ въ секунду долженъ протечь опредѣленный объемъ воды, то при выполненныхъ водою каналахъ должно имѣть мѣсто слѣдующее уравненіе:

$$AB \,.\, b \,.\, c_e = CB \,.\, b \,.\, w_e$$

но

$$AB = CB \,.\, \sin\alpha$$

а потому

$$CB \,.\, \sin\alpha \,.\, c_e = CB \,.\, w_e$$

и

$$c_e \sin\alpha = w_e \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (456)$$

Сравнивая съ уравн. (452), видимъ, что это есть условіе вступленія безъ удара при $\beta = 90°$.

Такъ какъ послѣднее уравненіе получилось изъ перваго, то слѣдовательно, чтобы получить свободное отъ удара вступленіе воды, должно исполняться слѣдующее требованіе: **сѣченія при выходѣ изъ направляющаго колеса и при вступленіи въ турбинное колесо должны совершенно выполняться водою.**

Такъ какъ вышеуказанный объемъ воды долженъ весь протечь черезъ турбинное колесо, то

$$CB \,.\, b \,.\, w_e = DE \,.\, b \,.\, w_a$$

но

$$DE = DK \sin\gamma = CB \sin\gamma$$

а потому

$$CB \cdot b \cdot w_e = DE \cdot b \cdot w_a = CB \cdot \sin\gamma \cdot b \cdot w_a$$

и

$$w_a = \frac{w_e}{\sin\gamma} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (457)$$

Обыкновенно γ—малый уголъ, въ среднемъ $\infty 18^\circ$, и $\sin 18^\circ = 0{,}309$. Отсюда слѣдуетъ, что значенiе w_a должно быть болѣе w_e (при данномъ углѣ болѣе, чѣмъ въ 3 раза).

Чтобы могло быть подобное увеличенiе относительной скорости, необходимо допустить въ точкѣ G нѣкоторое давленiе, настолько большое, чтобы вызвать указанную разность между w_a и w_e. Изъ этого слѣдуетъ, что скорость воды въ F должна быть меньше, чѣмъ соотвѣтствующая высотѣ H_F, тогда и будетъ имѣться избытокъ давленiя (при выполненныхъ водою каналахъ). Разность

$$H_F - \frac{c_e^2}{2g} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (458)$$

образуетъ перевѣсъ гидравлическаго давленiя въ F, т. е. такой высоты водяной столбъ, который опредѣляетъ излишекъ давленiя надъ атмосферою.

Этотъ перевѣсъ давленiя, если пренебречь малымъ разстоянiемъ между F и G, долженъ быть и въ G.

Перевѣсъ давленiя, при движенiи отъ G до I, т. е. до точки, гдѣ вода выступаетъ, понизится до нуля.

Для точки G

$$v = w_e \cdot ctg\,\alpha$$

для точки I

$$v = w_a \cdot \cos\gamma$$

какъ видно

$$w_e \cdot ctg\,\alpha = w_a \cdot \cos\gamma$$

но (см. ур. 457)

$$w_a = \frac{w_e}{\sin\gamma}$$

а потому

$$w_e \cdot ctg\,\alpha = w_e \frac{\cos\gamma}{\sin\gamma}$$

или

$$ctg\,\alpha = ctg\,\gamma$$

и

$$\alpha = \gamma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (459)$$

Изъ уравн. (456) и (457) имѣемъ

$$c_e \cdot \sin\alpha = w_e = w_a \cdot \sin\gamma$$

при $\alpha = \gamma$

$$c_e \cdot \sin\alpha = w_e = w_a \cdot \sin\alpha$$

и

$$c_e = w_a = \frac{w_e}{sin\,\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (460)$$

Пояснимъ примѣрами вышесказанное.

Примѣръ I. $H_F = 6$ m (фиг. 136); $H_i = 6{,}22$ m; $\gamma = 17°30'$. Принимая во вниманіе все вышесказанное, найдемъ:

$$\frac{w_a^2}{2g} = \frac{w_e^2}{2g} + \left(H_F - \frac{c_e^2}{2g}\right) + (H_i - H_F) \quad \ldots\ldots (461)$$

или

$$w_a^2 = w_e^2 + 2gH_i - c_e^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (462)$$

откуда

$$c_e^2 = w_e^2 + 2gH_i - w_a^2$$

но по ур. (460)

$$w_a = c_e$$

и

$$w_e = c_e \,.\, sin\,\alpha$$

слѣдовательно

$$c_e^2 = c_e^2 \,.\, sin^2\alpha + 2gH_i - c_e^2$$

или

$$2c_e^2 - c_e^2 \,.\, sin^2\alpha = 2gH_i$$

$$c_e^2\,(2 - sin^2\alpha) = 2gH_i$$

откуда

$$c_e = \sqrt{\frac{2gH_i}{2 - sin^2\alpha}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (463)$$

но такъ какъ $\alpha = \gamma$ (см. ур. 459), то

$$c_e = \sqrt{\frac{2gH_i}{2 - sin^2\gamma}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (464)$$

Если пренебречь высотою $H_i - H_F$, то

$$c_e = \sqrt{\frac{2gH_F}{2 - sin^2\alpha}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (465)$$

Подставляя въ формулу (464) численныя значенія, получимъ:

$$c_e = \sqrt{\frac{2\,.\,9{,}81\,.\,6{,}22}{2 - 0{,}3007^2}} = 7{,}99 \text{ m}.$$

Перевѣсъ давленія въ F будетъ (см. выраж. 458):

$$H_F - \frac{c_e^2}{2g} = H_F - \frac{H_i}{2 - sin^2\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots (466)$$

подставляя численныя значенія, получимъ:

$$H_F - \frac{c_e^2}{2g} = 6 - \frac{6{,}22}{1{,}91} = 2{,}74 \text{ m}.$$

Вертикальное разстояніе между точками F и G не велико, а потому давленіе воды въ точкѣ G мало отличается отъ вышевыведенной величины. Принимая F выше G на 0,03 m, опредѣлимъ перевѣсъ давленія въ точкѣ G, который равняется

$$2{,}74 + 0{,}03 = 2{,}77 \text{ m}.$$

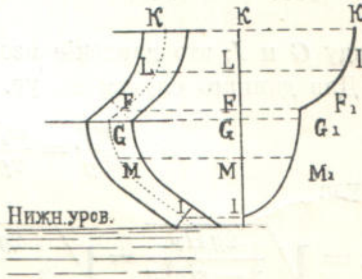
По ур. (456):

$$w_e = c_e \sin\alpha = 7{,}99 \,.\, 0{,}3007 = 2{,}40 \text{ m}.$$

По ур. (460) относительная скорость выхода

$$w_a = c_e = 7{,}99 \text{ m}.$$

Какъ видно, при выходѣ воды изъ направляющаго колеса, только часть паденія (отъ полнаго паденія H_F въ направляющемъ колесѣ) обращается въ скорость, въ нашемъ случаѣ $6 - 2{,}74 = 3{,}26$ m отъ 6 m. Такъ что при вступленіи въ турбинное колесо вода имѣетъ еще давленіе $6 - 3{,}26 + 0{,}03 = 2{,}77$ m, которое увеличиваетъ относительную скорость и измѣняетъ ее отъ $w_e = 2{,}4$ m до $w_a = 7{,}99$ m и способствуетъ выполненію водою каналовъ турбиннаго колеса.



137. **138.**

Чертежами 137 и 138 изображается измѣненіе перевѣса гидравлическаго давленія надъ атмосферою въ каналахъ.

$$FF_1 = 2{,}74 \text{ m} = \text{перевѣсу давленія въ } F,$$
$$GG_1 = 2{,}77 \text{ m} = \quad » \quad » \quad » \; G.$$

Въ точкѣ I перевѣсъ давленія $= 0$ (вода вытекаетъ въ атмосферу).

Построимъ перевѣсъ давленія для точки M, находящейся ниже G на 0,12 m,—для чего необходимо опредѣлить отношеніе площади поперечнаго сѣченія канала въ точкѣ M къ площади поперечнаго сѣченія канала въ точкѣ G, положимъ это отношеніе $= \frac{11}{21}$, тогда относительная скорость въ точкѣ M

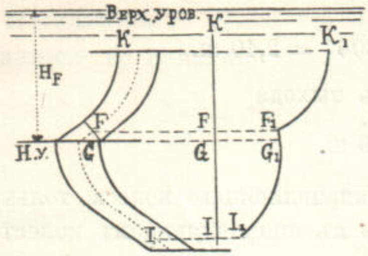
$$w = \frac{21}{11}\, w_e = \frac{21}{11} \,.\, 2{,}40 = 4{,}58 \text{ m}$$

и соотвѣтствующій перевѣсъ давленія въ точкѣ M будетъ:

$$2{,}77 + 0{,}12 - \left[\frac{w^2}{2g} - \frac{w_e^{\,2}}{2g}\right] = 2{,}77 + 0{,}12 - \frac{\overline{4{,}58}^2}{19{,}62} + \frac{\overline{2{,}40}^2}{19{,}62} = 2{,}11$$

такимъ образомъ, отложивши величину $MM_1 = 2{,}11$, опредѣлимъ точку M_1 и т. д.

Примѣръ II. Опредѣлимъ соотношенія между давленіями и скоростями въ той же турбинѣ въ томъ случаѣ, если турбинное колесо будетъ погружено въ нижнюю воду (фиг. 139—140).



139. **140.**

Чертежъ соотвѣтствуетъ погруженію турбины на $H_i - H_F = 0{,}22$ m. Въ данномъ случаѣ $H_F = 6{,}22$ m, а не 6 m, какъ въ I-мъ примѣрѣ. Уравн. 456 — 460 остается безъ измѣненія. Изъ чертежа видно, что для отверстія истеченія I давленіе = напору столба воды, котораго высота = вертикальному разстоянію между G и I; это давленіе изображается линіею II_1.

Для даннаго случая въ ур. (461) $H_i - H_F = 0$, а потому

$$\frac{w_a^2}{2g} = \frac{w_e^2}{2g} + \left(H_F - \frac{c_e^2}{2g}\right)$$

откуда

$$c_e = \sqrt{\frac{2gH_F}{2 - sin^2\,\alpha}} = \sqrt{\frac{2gH_F}{2 - sin^2\,\gamma}} = \sqrt{\frac{2\,.\,9{,}81\,.\,6{,}22}{2 - 0{,}3007^2}} = 7{,}99 \text{ m}.$$

Посему перевѣсъ давленія въ F:

$$H_F - \frac{c_e^2}{2g} = H_F - \frac{H_F}{2 - sin^2\,\alpha} = 6{,}22 - \frac{6{,}22}{1{,}91} = 2{,}96 \text{ m}.$$

Далѣе

$$w_e = c_e\, sin\,\alpha = 7{,}99\,.\,0{,}3007 = 2{,}4 \text{ m}$$

и

$$w_a = c_e = 7{,}99.$$

Какъ видимъ, скорости остались тѣ же самыя. Измѣненія давленій опредѣляются чертежемъ 140. Сравнивая фиг. 133, 135, 138 и 140 видимъ, что въ реактивныхъ турбинахъ давленіе въ зазорѣ между колесами болѣе атмосфернаго, въ активныхъ же равно атмосферному.

Выше было уже указано на разницу между активнымъ и реактивнымъ дѣйствіемъ, здѣсь мы еще разъ коснемся этого вопроса, такъ какъ только при всестороннемъ разсмотрѣніи его выясняются конструктивныя особенности турбинъ, работающихъ реакціею и непосредственнымъ давленіемъ.

Представимъ себѣ каналъ турбиннаго колеса въ покоѣ (фиг. 141). При G черезъ площадь впускного отверстія f_e проекція которой на плоскость чертежа $= AB$, со скоростью w_e въ секунду, проходитъ объемъ воды

$$Q = f_e\,.\,w_e$$

при этомъ вода находится, положимъ, подъ давленіемъ p_e, которое можно изобразить какъ давленіе отъ столба воды высотою h_e, представленнаго на чертежѣ пунктиромъ. Этотъ объемъ воды Q вытекаетъ въ I со скоростью w_a черезъ сѣченіе f_a въ пространство, въ которомъ, положимъ, имѣется давленіе p_a; это послѣднее можетъ быть замѣнено напоромъ столба воды высотою h_a, который имѣется въ случаѣ, если отверстіе истеченія находится подъ водою.

Какъ извѣстно, связь между силою P, массою m и ускореніемъ j выражается слѣдующимъ уравненіемъ:

$$P = mj$$

но

$$j = \frac{dv}{dt},$$

гдѣ $v =$ скорости, а потому

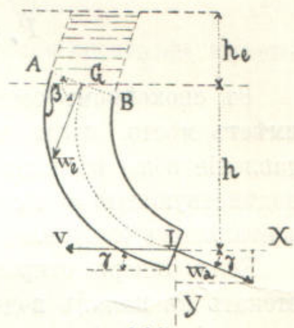
$$P = m\frac{dv}{dt}$$

или

$$Pdt = m \cdot dv$$

и

$$\int_{t_0}^{t} Pdt = \int_{v_0}^{v} m\,dv = m\,(v - v_0)$$



141.

считая величину P постоянною, получимъ извѣстное уравненіе количествъ движенія:

$$P\,(t - t_0) = m\,(v - v_0)$$

и

$$P = \frac{m}{t - t_0}(v - v_0) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (467)$$

Отсюда опредѣляется величина силы P, которая дѣйствуетъ на массу m во время $t - t_0$ и измѣняетъ скорость послѣдней отъ v_0 до v, при чемъ направленіе силы совпадаетъ съ направленіемъ разсматриваемыхъ скоростей перемѣщенія.

Если $\triangle =$ вѣсу единицы объема воды, то во время $t - t_0$ проходитъ масса воды.

$$m = \frac{\triangle Q}{g}(t - t_0)$$

откуда

$$\frac{m}{t - t_0} = \frac{\triangle Q}{g}$$

и слѣдовательно

$$P = \frac{\triangle Q}{g}(v - v_0) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (468)$$

По направленію оси X-овъ приращеніе скорости будетъ (см. фиг. 141):

$$w_a \cos\gamma - (-w_e \cos\beta) = w_a \cos\gamma + w_e \cos\beta$$

по направленію оси Y-овъ:

$$w_a \sin\gamma - w_e \sin\beta.$$

Внѣшняя сила, которая производитъ увеличеніе скорости въ направленіи горизонтальной оси X-овъ, пусть будетъ P_h, и внѣшняя сила, которая производитъ увеличеніе скорости въ направленіи вертикальной оси Y-овъ пусть будетъ P_v, тогда по уравн. 468:

$$\left.\begin{array}{l} P_h = \dfrac{\triangle Q}{g}\,(w_a \cos\gamma + w_e \cos\beta) \\[2ex] P_v = \dfrac{\triangle Q}{g}\,(w_a \sin\gamma - w_e \sin\beta) \end{array}\right| \quad \ldots\ldots (469)$$

Въ спокойномъ состояіи, т. е. когда нѣтъ протеканія воды, что имѣетъ мѣсто, когда закрыто сѣченіе истеченія f_a и при $w_e = 0$, давленіе воды въ каналѣ даетъ въ вертикальномъ направленіи равнодѣйствующую = вѣсу массы воды (если h_e и $h_a = 0$), и въ горизонтальномъ направленіи равнодѣйствующую = 0.

Если теперь откроемъ отверстіе f_a и черезъ сѣченіе f_e будетъ втекать въ каналъ вода со скоростью w_e, то въ каналѣ происходитъ ускореніе теченія жидкости подъ вліяніемъ въ горизонтальномъ направленіи силы P_h и вертикальномъ направленіи силы P_v. Вода вытекаетъ черезъ отверстіе f_a и реакція отъ жидкости дѣйствуетъ въ обратномъ направленіи на стѣнки канала, т. е. въ направленіи $-X$ и $-Y$, при чемъ проекціи этого реактивнаго давленія на упомянутыя оси будутъ P_h и P_v, слѣдовательно полное реактивное давленіе

$$P = \sqrt{P_h^2 + P_v^2} =$$
$$= \frac{\triangle Q}{g}\sqrt{(w_a \cos\gamma + w_e \cos\beta)^2 + (w_a \sin\gamma - w_e \sin\beta)^2} \quad . . (470)$$

Если $w_e \sin\beta = w_a \sin\gamma$, т. е. въ вертикальномъ направленіи не будетъ происходить измѣненія скорости, то

$$P = P_h = \frac{\triangle Q}{g}\,(w_a \cos\gamma + w_e \cos\beta) \quad \ldots\ldots (471)$$

т. е. получается горизонтальная сила въ направленіи $-X$ (справа налѣво) дѣйствующая. Эта реакція и равняется величинѣ P_h (см. ур. 469), что и должно быть, такъ какъ эта сила и перемѣщаетъ турбинное колесо. Какъ видимъ, получается выраженіе одинаковое съ 429, но выведенное другимъ путемъ. Изъ этого уравненія вытекаютъ всѣ тѣ же слѣдствія, какъ и изъ ур. 429, т. е. при $\beta = 90°$

$$P_h = \frac{\triangle Q}{g}\,w_a \cos\gamma.$$

При маломъ углѣ γ, $\cos\gamma$ можно принять $= 1$ и при $f_a \,.\, w_a = Q$ будемъ:

$$P_h = \frac{\triangle Q}{g} w_a = 2 f_a \triangle \frac{w_a^2}{2g},$$

т. е. получимъ выраженіе аналогичное (433) и т. д.

Пренебрегая сопротивленіями, скорость истеченія можно опредѣлить изъ слѣдующаго уравненія:

$$\frac{w_a^2}{2g} = \frac{w_e^2}{2g} + h_e + h - h_a$$

и

$$w_a = \sqrt{w_e^2 + 2g\,(h_e + h - h_a)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (472)$$

Для перваго и второго примѣровъ настоящаго параграфа имѣемъ:

$$w_a \sin\gamma = 7{,}99 \,.\, 0{,}3007 = 2{,}4 \text{ m}$$

$$w_e \sin\beta = 2{,}4 \,.\, 1 = 2{,}4 \text{ m}$$

слѣдовательно

$$P_v = \frac{\triangle Q}{g} (w_a \sin\gamma - w_e \sin\beta) = 0$$

для примѣра § 78 мы имѣемъ, что

$$w_a \sin\gamma = 6{,}08 \,.\, 04 = 2{,}432 \text{ m}$$

$$w_e \sin\beta = 6{,}08 \,.\, 06 = 3{,}648 \text{ m}$$

и

$$P_v = \frac{\triangle Q}{g} (2{,}432 - 3{,}648) = -1{,}216 \frac{\triangle Q}{g}.$$

Если будемъ разсматривать осевую реактивную турбину, то турбинное колесо нажимается внизъ силою:

$$R = \triangle \left(H - \frac{c_e^2}{2g}\right) \Omega + G - P_v$$

или

$$R = \triangle \left(H - \frac{c_e^2}{2g}\right) \Omega + G + \frac{\triangle Q}{g} (w_e \sin\beta - w_a \sin\gamma) \quad . \; (473)$$

гдѣ Ω—кольцевая площадь вступленія въ турбинное колесо и G—вѣсъ воды, находящейся въ послѣднемъ.

Если будемъ разсматривать осевую активную турбину, то для нея можно положить

$$R = G + \frac{\triangle Q}{g} w_e (\sin\beta - \sin\gamma) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (474)$$

Величина развиваемой работы при активномъ и реактивномъ дѣйствіи.

80. Въ § 78 мы имѣли выраженіе для работы, развиваемой 1 kg воды:

$$\frac{c_e^2 - c_a^2}{2g}.$$

Если же объемъ протекающей воды $= Q$, то развиваемая работа будетъ:

$$A = \triangle Q \frac{c_e^2 - c_a^2}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (475)$$

или, такъ какъ при активномъ дѣйствіи

$$c_e = \sqrt{2gH_F}$$

то

$$A = \triangle Q \left(H_F - \frac{c_a^2}{2g} \right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (476)$$

Точно такое же выраженіе получается при реактивномъ дѣйствіи, дѣйствительно, работа при реактивномъ дѣйствіи равняется

$$A = P_h \quad v = \frac{\triangle Q}{g} (w_a \cos \gamma + w_e \cos \beta) v$$

при вертикальномъ истеченіи струи жидкости:

$$w_a \cos \gamma = v$$

и

$$A = \frac{\triangle Q}{g} (v + w_e \cos \beta) v \quad \ldots \ldots \ldots (477)$$

Если $\beta = 90^\circ$, то

$$A = \frac{\triangle Q}{g} v^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (478)$$

Въ примѣрахъ § 79 было указано, что

$$c_e = \sqrt{\frac{2gH_F}{2 - \sin^2 \alpha}}$$

присоединяя къ этому равенству—равенство

$$v = c_e \cdot \cos \alpha$$

получимъ:

$$v^2 = \frac{2gH_F}{2 - \sin^2 \alpha} \cos^2 \alpha = 2gH_F \frac{\cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{2gH_F}{2 + tg^2 \alpha}$$

или

$$2v^2 = 2gH_F - (v \, tg \, \alpha)^2$$

но (см. уравн. 459)

$$\alpha = \gamma$$

и

$$c_a = v \cdot tg \, \gamma = v \, tg \, \alpha$$

а потому

$$v^2 = gH_F - \frac{c_a^2}{2} \cdot$$

Подставляя это значеніе v въ выраженіе (478), получимъ:

$$A = \triangle Q \left(H_F - \frac{c_a^2}{2g} \right)$$

т. е. получимъ выраженіе тождественное (476).

Отсюда вытекаетъ, что, пренебрегая сопротивленіями и предполагая одинаковой величины абсолютныя скорости истеченія c_a, получаемъ одинаковой величины развиваемыя турбинами работы, какъ въ томъ случаѣ, когда вода дѣйствуетъ давленіемъ, такъ и въ томъ, когда вода дѣйствуетъ реакціей.

Принятыя въ настоящемъ курсѣ обозначенія: расхода, давленій, скоростей и угловъ.

81. Для облегченія дальнѣйшаго изложенія, введемъ условныя обозначенія, которыхъ и будемъ придерживаться (фиг. 142 и 143).

Q — объемъ воды въ m^3, проходящій въ секунду черезъ турбину, $1000\,Q$ — вѣсъ этого объема воды въ kg,

H — напоръ, опредѣляемый уравн. 450 (§ 76),

H_e — высота вступленія средней струйки воды въ турбинное колесо надъ нижнимъ уровнемъ. Эта высота, конечно, при осевыхъ турбинахъ съ вертикальною осью, не вполнѣ равняется высотѣ выхода изъ направляющаго колеса (зазоры). Однако разница настолько мала, что H_e можно считать и за высоту выхода воды изъ направляющаго колеса надъ нижнимъ уровнемъ,

H_a — высота выхода средней струйки воды изъ турбиннаго колеса надъ нижнимъ уровнемъ, слѣдовательно:

$H_r = H_e - H_a$ — высота, которую проходитъ вода при движеніи по турбинному колесу. H_e и H_a принимаются, если нѣтъ другихъ обозначеній, для среднихъ струекъ воды, которыя проходятъ черезъ центры тяжестей соотвѣтствующихъ сѣченій,

c — средняя скорость, съ которою вода выходитъ изъ направляющаго колеса,

c_e — средняя абсолютная скорость, съ которою вода вступаетъ въ турбинное колесо,

c_a — средняя абсолютная скорость, съ которою вода оставляетъ турбинное колесо,

ω — угловая скорость турбиннаго колеса,

$n = \frac{60\,\omega}{2\pi}$ — число оборотовъ послѣдняго въ минуту,

$v_e = \omega \,.\, r_e$ — скорость на окружности турбиннаго колеса при вступленіи,

$v_a = \omega \,.\, r_a$ — та же скорость при выходѣ,

w_e — средняя относительная скорость воды при вступленіи въ турбинное колесо.

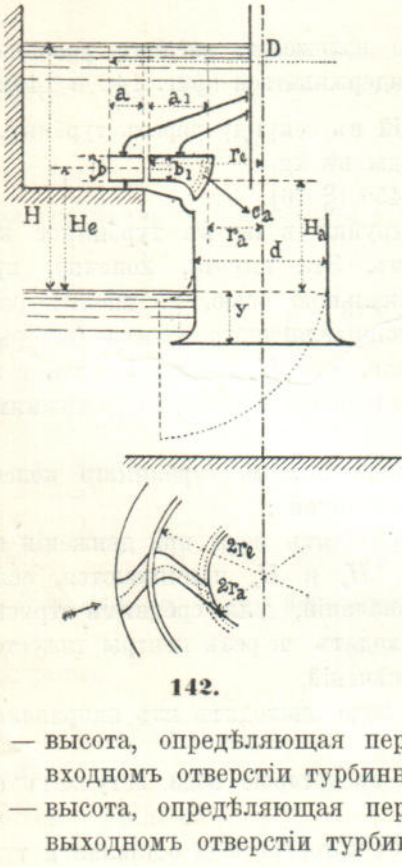
w_a — средняя относительная скорость воды при выходѣ изъ турбиннаго колеса *),

α — уголъ между v_e и c_e, который мы, предполагая вступленіе безъ удара, принимаемъ = углу между v_e и c,

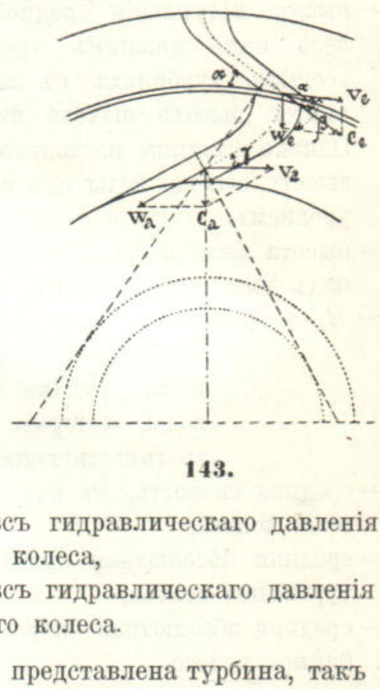
β — уголъ между v_e и w_e,

γ — уголъ между v_a и w_a,

h — высота, изображающая собою перевѣсъ давленія потока воды при выходномъ отверстіи направляющаго колеса, т. е. $h =$ = высотѣ такого водяного столба, который опредѣляетъ собою давленіе въ указанномъ сѣченіи сверхъ атмосфернаго,



142.



143.

h_e — высота, опредѣляющая перевѣсъ гидравлическаго давленія во входномъ отверстіи турбиннаго колеса,

h_a — высота, опредѣляющая перевѣсъ гидравлическаго давленія въ выходномъ отверстіи турбиннаго колеса.

Примѣчаніе. На фиг. 142 представлена турбина, такъ называемая двойного дѣйствія, въ которой часть напора $H - H_e$ производитъ давленіе, и напоромъ H_e производится всасываніе. Если обозначимъ давленіе атмосферы черезъ π, то частицы

---

*) Скорости: c, c_e, c_a, w_e и w_a суть среднія и относятся къ центрамъ тяжести сѣченій потока. Вообще скорости отдѣльныхъ струекъ различны.

Скорость v_e и v_a принимаются, гдѣ нѣтъ другихъ замѣчаній, для вступленія и выхода среднихъ струекъ, соотвѣтственно разстояніямъ r_e и r_a отъ оси.

средней струйки жидкости подвергаются давленію равному

$$[\pi + (H - H_e)] - (\pi - H_e) = H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (479)$$

т. е. въ какомъ бы мѣстѣ трубы ни поставили турбину, она подвергается дѣйствію полнаго напора H. Наибольшая высота всасывающей трубы будетъ указана ниже (см. § 91).

Гидравлическія сопротивленія движенію жидкости.

82. Разсмотримъ теперь путь, по которому вода движется при прохожденіи 4-хъ поясовъ отъ верхняго до нижняго уровня.—

1-й поясъ: отъ верхняго уровня до выхода изъ направляющаго колеса.

2-й поясъ: отъ выхода изъ направляющаго колеса до вступленія въ турбинное колесо, т. е. движеніе черезъ зазоръ.

3-й поясъ: отъ вступленія въ турбинное колесо до выхода изъ него, т. е. движеніе черезъ турбинное колесо.

4-й поясъ: отъ выхода изъ турбиннаго колеса до вступленія въ нижнюю воду.

1-й поясъ.

Сопротивленія движенію воды состоятъ изъ:

а) сопротивленія движенію на пути отъ верхняго уровня до вступленія въ направляющее колесо *),

б) сопротивленія движенію при вступленіи въ направляющее колесо (измѣненіе поперечнаго сѣченія протекающей струи воды),

в) тренія частицъ воды о стѣнки направляющихъ каналовъ и

г) сопротивленія движенію протекающей воды вслѣдствіе кривизны направляющихъ каналовъ, къ этому еще присоединяется сопротивленіе вслѣдствіе измѣненія поперечнаго сѣченія струй воды въ направляющихъ каналахъ.

Полное сопротивленіе въ 1-мъ поясѣ является потерею, которая составляетъ нѣкоторую долю напора H и это сопротивленіе можно положить равнымъ

$$i_1 H = \psi_1 \frac{c^2}{2g} = \infty \psi_1 \frac{c_e^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (480)$$

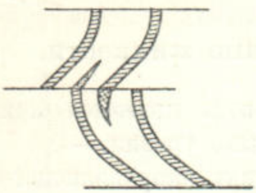
такъ какъ въ случаѣ вступленія безъ удара c_e почти равно c. Если не принимать во вниманіе сопротивленія (a), то по даннымъ проф. Баха

$$\psi_1 = 0{,}1 \text{ до } 0{,}12 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (481)$$

*) Это сопротивленіе опредѣлялось нами въ § 76.

2-й поясъ.

Сопротивленія движенію происходятъ вслѣдствіе быстраго измѣненія поперечнаго сѣченія струй и препятствія, оказываемаго турбинными лопатками. Измѣненіе поперечнаго сѣченія струй происходитъ также вслѣдствіе вліянія, оказываемаго лопатками направляющаго колеса, какъ это видно изъ чертежа (фиг. 144).



144.

Такъ же, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, мы можемъ сопротивленіе во 2-мъ поясѣ положить равнымъ

$$i_2 H = \psi_2 \frac{c_e^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (482)$$

гдѣ

$$\psi_2 = 0{,}06 \text{ до } 0{,}08 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (483)$$

3-й поясъ.

Гидравлическія сопротивленія при движеніи черезъ турбинное колесо состоятъ изъ:

а) тренія воды о стѣнки каналовъ,

б) сопротивленія отъ отклоненія струй лопатками и

в) сопротивленія отъ измѣненія сѣченій каналовъ, какъ по величинѣ, такъ и по формѣ.

Сопротивленіе въ 3-мъ поясѣ равно

$$i_3 H = \psi_3 \frac{w_a^2}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (484)$$

гдѣ

$$\psi_3 = 0{,}1 \text{ до } 0{,}12 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (485)$$

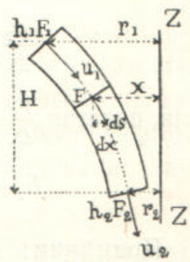
4-й поясъ.

Сопротивленія въ 4-мъ поясѣ могутъ быть опредѣлены такимъ же образомъ, какъ сопротивленія (*a*) въ 1-мъ поясѣ, вообще можно положить это сопротивленіе равнымъ

$$i_4 H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (486)$$

Уравненія, дающія возможность опредѣлять соотношенія между скоростью и давленіемъ.

83. Каналы турбиннаго колеса находятся въ движеніи, и если мы желаемъ получить уравненіе относительнаго движенія воды внутри подвижныхъ каналовъ, то можемъ, разсматривая движеніе жидкости, какъ движеніе установившееся, воспользоваться теоремою Д. Бернулли, которая нами примѣнялась въ случаѣ абсолютнаго движенія воды, только слѣдуетъ къ числу внѣшнихъ силъ, дѣйствующихъ на частицы воды, во время ихъ нахожденія внутри турбиннаго колеса, присоединить и центробѣжную силу. Положимъ въ ур. Д. Бернулли придется, благодаря дѣйствію центробѣжной силы, ввести членъ C, тогда, примѣняя указанную теорему къ двумъ точкамъ траэкторіи частицы воды, принадлежащей средней струйкѣ, именно къ точкѣ входа F_1 (фиг. 145), и къ точкѣ выхода F_2, получимъ:



145.

$$\frac{u_1^2}{2g}+\frac{p_1}{\triangle}+H_1=\frac{u_2^2}{2g}+\frac{p_2}{\triangle}+$$
$$+H_2+\zeta_1+C+z_1+z_2 \quad . \quad . \quad . \quad (487)$$

гдѣ u_1 и u_2 — относительныя скорости воды, первая—за мгновеніе до вступленія въ турбинное колесо, и вторая—сейчасъ по выходѣ изъ него, ζ_1— напоръ, потерянный на вредныя сопротивленія (на треніе), z_1 и z_2 — напоры, потерянные на ударъ, первый — при вступленіи воды въ турбинное колесо, а второй при выходѣ изъ турбины.

Уравн. (487) можно написать въ слѣдующемъ видѣ:

$$\frac{\triangle\, Q}{g}\cdot\frac{u_2^2-u_1^2}{2}=$$
$$=Q\,(p_1-p_2)+\triangle Q\,(H_1-H_2)-\triangle QC-Q\triangle\zeta_1-\triangle Q\,(z_1+z_2)\;.\;(488)$$

Первая часть уравненія представляетъ приращеніе живой силы воды, при проходѣ ея черезъ каналы турбиннаго колеса, вторая часть — работу всѣхъ силъ, дѣйствующихъ на воду на указанномъ протяженіи: 1-й членъ—работу давленій, 2-й—работу вѣса, 4-й—работу тренія и 5-й — работу, потраченную на ударъ, слѣдовательно и 3-й членъ, т. е. $\triangle QC$ долженъ изображать собою работу центробѣжной силы, а C — работу для 1 kg воды по пути отъ F_1 до F_2. Величину C легко найти. Центробѣжная сила 1 kg воды, дѣйствующая на разстояніи x отъ оси $Z-Z$, равняется

$$\frac{1}{g}\,\frac{\omega^2x^2}{x}=\frac{1}{g}\,\omega^2x,$$

гдѣ ω—постоянная угловая скорость, съ которою каналъ вращается около оси ZZ.

Принимая во вниманіе, что центробѣжная сила направлена радіально наружу, ея работа будетъ:

$$\int\limits_{x=r_1}^{x=r_2}\frac{1}{g}\,\omega^2x\,dx=\frac{1}{2g}\,\omega^2\,(r_2^2-r_1^2)=\frac{v_2^2-v_1^2}{2g}\quad . \quad . \quad . \quad (489)$$

гдѣ
$$v_1 = \omega \,.\, r_1 \text{ и } v_2 = \omega \,.\, r_2$$
такъ какъ на нашемъ чертежѣ $r_2 < r_1$, то разсматриваемая работа < 0.

Полагая въ уравн. (487)
$$\zeta_1 + z_1 + z_2 = \zeta$$
и подставляя вмѣсто C — опредѣленную нами величину, т. е. полагая $C = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}$ и принимая $H_1 - H_2 = H$, получимъ:
$$\frac{p_2}{\Delta} + \frac{u_2^2}{2g} = \frac{p_1}{\Delta} + \frac{u_1^2}{2g} + H - \zeta + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \quad . \; . \; . \; (490)$$
или, полагая $\frac{p_2}{\Delta} = h_2$ и $\frac{p_1}{\Delta} = h_1$, имѣемъ:
$$h_2 + \frac{u_2^2}{2g} = h_1 + \frac{u_1^2}{2g} + H - \zeta + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \quad . \; . \; . \; (491)$$

Примѣнимъ послѣднее уравненіе къ четыремъ поясамъ, указаннымъ въ предыдущемъ параграфѣ, при чемъ будемъ пользоваться обозначеніями § 81.

1-й поясъ (см. фиг. 142). Членомъ $\frac{u_1^2}{2g}$ пренебрегаемъ, такъ какъ скорость на поверхности незначительна, и тогда
$$h + \frac{c^2}{2g} = H - H_e - i_1 H \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (492)$$

2-й поясъ
$$h_e + \frac{c_e^2}{2g} = h + \frac{c^2}{2g} - i_2 H \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (493)$$

3-й поясъ
$$h_a + \frac{w_a^2}{2g} = h_e + \frac{w_e^2}{2g} + H_e - H_a - i_3 H + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g} \quad . \; . \; (494)$$

4-й поясъ
$$y + \frac{c_y^2}{2g} = h_a + \frac{c_a^2}{2g} + (H_a + y) - i_4 H$$
или
$$\frac{c_y^2}{2g} = h_a + \frac{c_a^2}{2g} + H_a - i_4 H \quad . \; . \; . \; . \; . \; (495)$$

гдѣ y — вертикальное разстояніе центра тяжести отверстія истеченія отводной трубы подъ нижнимъ уровнемъ и

c_y — средняя скорость, съ которою жидкость оставляетъ отверстіе истеченія и вступаетъ въ нижнюю воду; если нѣтъ отводной трубы, то $c_y = c_a$.

Складывая уравненія отъ (492) до (495), получимъ:
$$\frac{c_e^2}{2g} + \frac{w_a^2}{2g} + \frac{c_y^2}{2g} = H - H(i_1 + i_2 + i_3 + i_4) + \frac{w_e^2}{2g} + \frac{v_a^2}{2g} - \frac{v_e^2}{2g} + \frac{c_a^2}{2g}$$

или $$c_e^2 - c_a^2 + v_e^2 - v_a^2 - w_e^2 + w_a^2 =$$

$$= 2gH\,[1 - (i_1 + i_2 + i_3 + i_4)] - \frac{c_y^2}{2g} \cdot 2g \quad . \; . \; . \; . \; (496)$$

Полагаемъ

$$\frac{c_y^2}{2g} = i_5 H \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (497)$$

тогда

$$c_e^2 - c_a^2 + v_e^2 - v_a^2 - w_e^2 + w_a^2 = 2gH\,[1 - (i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5)] \; . \; (498)$$

i_5 указываетъ—какая часть напора теряется, если жидкость оставляетъ отверстіе истеченія со скоростью c_y. При иныхъ обстоятельствахъ скорость c_y не уничтожается, но отчасти или всецѣло идетъ на удаленіе нижней воды (скорость c_2, § 76), какъ это происходитъ въ томъ случаѣ, когда отводная труба имѣетъ закругленіе (обозначенное пунктиромъ на фиг. 142).

Положимъ

$$1 - (i_1 + i_2 + i_3 + i_4 + i_5) = E \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (499)$$

тогда EH представляетъ собою рабочій напоръ, или рабочее паденіе (Arbeitende Gefälle) и E, т. е. отношеніе $\frac{EH}{H}$ — коэффиціентъ полезнаго дѣйствія (Hydraulischen Wirkungsgrad).

Вводя это обозначеніе въ уравн. (498), получимъ:

$$c_e^2 - c_a^2 + v_e^2 - v_a^2 - w_e^2 + w_a^2 = 2gEH \quad . \; . \; . \; (500)$$

Вслѣдствіе предположенія, что скорость c_a перпендикулярна къ сѣченію истеченія, должно быть $c_a \perp v_a$, такъ что (фиг. 142—143):

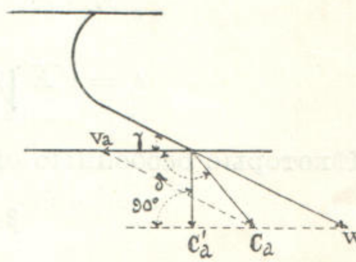
$$w_a \cos\gamma = v_a \text{ или } c_a^2 = w_a^2 - v_a^2 \; . \; . \; . \; (501)$$

далѣе

$$w_e^2 = c_e^2 + v_e^2 - 2c_e v_e \cos\alpha \; . \; . \; . \; (502)$$

а потому уравн. (499) приметъ слѣдующій видъ:

$$c_e v_e \cos\alpha = gEH \quad . \; . \; . \; . \; (503)$$



146.

Это выраженіе показываетъ, что для даннаго напора произведеніе изъ периферической скорости и проекціи скорости вступленія на направленіе периферической скорости, $c_e \cos\alpha$, есть постоянное (съ тою же точностью, съ какою величина E можетъ быть принята постоянною).

Если разсматривать общій случай и предположить, что направленіе скорости c_a отклоняется отъ перпендикуляра къ направленію скорости v_a, т. е. принять (фиг. 146):

$$w_a^2 = c_a^2 + v_a^2 - 2c_a v_a \cos\delta,$$

то подставляя это значеніе въ ур. 500, послѣ сокращенія, получимъ:

$$c_e v_e \cos\alpha - c_a v_a \cos\delta = gEH \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (504)$$

или такъ какъ

$$c_a = \frac{c_a'}{\sin\delta},$$

то ур. (504) можно представить въ другомъ видѣ:

$$c_e v_e \cos\alpha - c_a' . v_a . \cot g\,\delta = gEH \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (505)$$

Предположимъ свободное отъ удара вступленіе, тогда:

$$c_e : v_e : w_e = \sin(180^\circ - \beta) : \sin(\beta - \alpha) : \sin\alpha = \sin\beta : \sin(\beta - \alpha) : \sin\alpha$$

и

$$\left.\begin{aligned} c_e &= v_e \frac{\sin\beta}{\sin(\beta - \alpha)} \\ v_e &= c_e \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\beta} \end{aligned}\right\} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (506)$$

Вставляя въ уравн. (503) вмѣсто c_e величину, опредѣляемую уравн. (506), получимъ:

$$v_e^2 \frac{\sin\beta . \cos\alpha}{\sin(\beta - \alpha)} = gEH$$

откуда

$$v_e = \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\beta . \cos\alpha}} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ [507)$$

Подставляя же въ уравн. (502) вмѣсто v_e соотвѣтственную величину, получимъ:

$$c_e^2 . \frac{\sin(\beta - \alpha) . \cos\alpha}{\sin\beta} = gEH$$

и

$$c_e = \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{\sin\beta}{\sin(\beta - \alpha) . \cos\alpha}} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ (508)$$

Нѣкоторые особенные случаи: $\beta = 2\alpha$; $\operatorname{tg}\beta = 2\operatorname{tg}\alpha$; $\beta = 90^\circ$;

$$\beta = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}.$$

84. Покажемъ вліяніе угла наклона лопатокъ на соотношеніе между давленіями въ турбинномъ колесѣ въ этихъ особыхъ случаяхъ. Здѣсь можетъ быть разсмотрѣна осевая турбина, такъ какъ въ ней чрезвычайно ясно видно вліяніе угловъ наклона лопатокъ.

I. Чисто активная турбина (Druckturbine).

a) Старая теорія турбинъ *) даетъ какъ правило для чисто активныхъ турбинъ, что должно быть:

$$\beta = 2\alpha$$

*) См. ниже § 86.

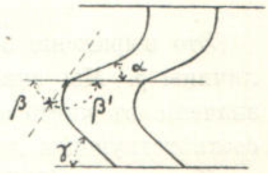
или (фиг. 147)

$$\beta' + \beta = \beta' + 2\alpha = 180^\circ \quad \ldots \ldots \ldots (509)$$

Пользуясь уравн. (508), получимъ:

$$c_e = \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{\sin 2\alpha}{\sin \alpha \, . \, \cos \alpha}} = \sqrt{E} \sqrt{2gH} \quad \ldots (510)$$

т. е. абсолютная скорость вступленія въ турбинное колесо соотвѣтствуетъ полному рабочему напору или паденію (Arbeitenden Gefälle) и въ данномъ случаѣ не имѣется никакого избытка давленія въ турб. колесѣ.



147.

б) По болѣе новой теоріи турбинъ рекомендуется для чисто активныхъ турбинъ брать

$$tg\, \beta = 2\, tg\, \alpha.$$

Пользуясь уравнен. (508), получимъ:

$$c_e = \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{\sin \beta}{\sin (\beta - \alpha) \cos \alpha}} = \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{\sin \beta}{(\sin \beta \cos \alpha - \cos \beta \sin \alpha) \cos \alpha}} =$$

$$= \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{\sin \beta}{\sin \beta \cos^2 \alpha - \cos \beta \, . \, \sin \alpha \, . \, \cos \alpha}} =$$

$$= \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{\frac{\sin \beta}{\cos \beta}}{\frac{\sin \beta}{\cos \beta} \cos^2 \alpha - \sin \alpha \, . \, \cos \alpha}} =$$

$$= \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{tg\, \beta}{tg\, \beta \, . \, \cos^2 \alpha - \sin \alpha \, . \, \cos \alpha}} =$$

$$= \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{2\, tg\, \alpha}{2\, tg\, \alpha \, . \, \cos^2 \alpha - \sin \alpha \, . \, \cos \alpha}} =$$

$$= \sqrt{E} \sqrt{2gH \, . \, \frac{1}{2 \cos^2 \alpha - \frac{\sin \alpha}{tg\, \alpha} \, . \, \cos \alpha}} =$$

$$= \sqrt{E} \sqrt{2gH} \sqrt{\frac{1}{2 \cos^2 \alpha - \cos^2 \alpha}} = \sqrt{E} \sqrt{2gH} \, . \, \frac{1}{\cos \alpha} \quad \ldots (511)$$

такъ какъ $\cos \alpha$ немного менѣе 1, то скорость c_e, опредѣляемая изъ уравн. (511) мало отличается отъ скорости c_e, опредѣляемой изъ уравн. (510); а потому безъ большой погрѣшности, можно принимать:

$$\beta = 2\alpha.$$

Изъ уравн. (508) имѣемъ:

$$c_e = \sqrt{E}\sqrt{gH\frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)\,.\,\cos\alpha}} =$$

$$= \sqrt{E}\sqrt{gH\frac{\sin\beta}{\sin\beta\,.\,\cos^2\alpha - \cos\beta\,.\,\sin\alpha\,.\,\cos\alpha}} =$$

$$= \sqrt{E}\sqrt{gH\frac{1}{\cos^2\alpha - ctg\,\beta\,.\,\sin\alpha\,.\,\cos\alpha}} \quad \ldots\ldots (512)$$

Это выраженіе показываетъ, что c_e растетъ съ уменьшеніемъ величины β. Мы знаемъ теперь, что скорость c_e имѣетъ наибольшее значеніе въ чисто активныхъ турбинахъ, въ которыхъ вся высота, соотвѣтствующая давленію, идетъ на образованіе c_e.

Изъ уравн. (507) имѣемъ:

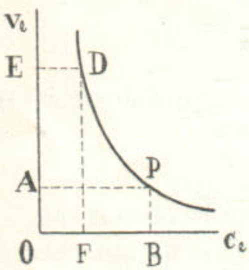
$$v_e = \sqrt{E}\sqrt{gH\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta\,.\,\cos\alpha}} =$$

$$= \sqrt{E}\sqrt{gH\frac{\sin\beta\,.\,\cos\alpha - \cos\beta\,.\,\sin\alpha}{\sin\beta\,.\,\cos\alpha}}$$

или

$$v_e = \sqrt{E}\sqrt{gH\left(1-\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (513)$$

Изъ этого выраженія видно, что окружная скорость растетъ вмѣстѣ съ увеличеніемъ угла β, такъ что зависимость v_e отъ β прямо противоположна зависимости c_e отъ того же угла.



148.

Наименьшему значенію β соотвѣтствуетъ также наименьшее значеніе v_e, а потому для даннаго паденія чисто активныя турбины имѣютъ наименьшую окружную скорость. Чѣмъ больше турбина работаетъ реакціей, тѣмъ болѣе, при томъ же паденіи, окружная скорость. Это яснымъ становится изъ уравн. (503), которое, для опредѣленнаго паденія H и при опредѣленныхъ значеніяхъ α и β, представляетъ собой уравненіе гиперболы (фиг. 148). Для чисто активной турбины наибольшему значенію $c_e = AP$ соотвѣтствуетъ значеніе $v_e = BP$ и наименьшему значенію $c_e = ED$ соотвѣтствуетъ наибольшая окружная скорость $v_e = FD$.

Наименьшая окружная скорость получается при

$$tg\,\beta = 2\,tg\,\alpha$$

и изъ уравн. (513), при этомъ значеніи $tg\,\beta$, имѣемъ:

$$v_e = \sqrt{E}\sqrt{gH\left(1-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{2}\sqrt{E}\sqrt{2gH}, \quad \ldots (514)$$

т. е. приблизительно $v_e = \frac{1}{2}c_e$, слѣдовательно для чисто активныхъ турбинъ окружная скорость $= \frac{1}{2}$ средней скорости вступленія воды въ турбинное колесо—скорости соотвѣтствующей рабочему давленію EH.

Для случая, когда турбинное колесо имѣетъ въ сѣченіи видъ симметричнаго кольца, имѣемъ:

$$v_a = v_e = v \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (515)$$

и уравн. (501) опредѣляетъ скорость w_a:

$$w_a = \frac{v}{\cos\gamma} = \frac{1}{2}\sqrt{E}\sqrt{2gH}\,\frac{1}{\cos\gamma} \quad \ldots \ldots (516)$$

Сравнивая выраженія (501) и (516) и принимая во вниманіе, что обыкновенно небольшіе углы α и γ мало разнятся между собою, находимъ, что для чисто активныхъ турбинъ

$$w_a = \infty\,\frac{1}{2}c_e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (517)$$

Изъ этого слѣдуетъ, что площадь сѣченія, черезъ которое вода изъ турбиннаго колеса удаляется, приблизительно должна быть вдвое больше площади выхода изъ направляющаго колеса, если каналы выполнены водою.

II. Осевая турбина съ угломъ $\beta = 90°$.

Уравненія (507) и (508) даютъ при $\beta = 90°$:

$$v_e = \sqrt{E}\sqrt{gH} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (518)$$

$$c_e = \sqrt{E}\sqrt{gH}\cdot\frac{1}{\cos\alpha} \quad \ldots \ldots \ldots (519)$$

Сравнивая эти уравненія съ уравненіями (511) и (514) видимъ, что здѣсь c_e въ отношеніи $\sqrt{2}:1$ меньше, чѣмъ въ предыдущемъ примѣрѣ, такъ что въ данномъ случаѣ имѣется уже значительный перевѣсъ давленія (Ueberdruck) и здѣсь v_e въ отношеніи $1:\frac{\sqrt{2}}{2}$ болѣе.

Если турбинное колесо имѣетъ въ сѣченіи видъ симметричнаго кольца, то

$$v_a = v_e = v$$

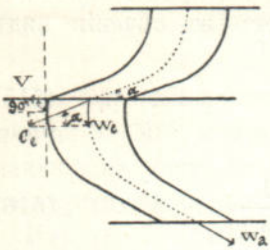
и изъ уравн. (501) получимъ:

$$w_a = \frac{v}{\cos\gamma} = \sqrt{E}\sqrt{gH}\,\frac{1}{\cos\gamma} \quad \ldots \ldots \ldots (520)$$

Если теперь принять $\gamma = \alpha$ и не обращать вниманія на сопротивленіе, оказываемое лопатками турбиннаго колеса въ выходномъ отверстіи направляющаго колеса, то въ силу уравненія (519) получается:

$$w_a = c_e \ldots \ldots \ldots \ldots (521)$$

Отсюда слѣдуетъ, что можно дѣлать форму лопатокъ турбиннаго и направляющаго колесъ одинаковою.



149.

Далѣе имѣемъ (фиг. 149):

$$w_e = v \cdot tg\,\alpha \ldots \ldots (522)$$

но (см. уравн. 520)

$$v = w_a \cos\gamma$$

а потому

$$w_e = w_a \cdot \cos\gamma \cdot tg\,\alpha$$

откуда

$$w_a = \frac{w_e}{tg\,\alpha \cdot \cos\gamma} \ldots \ldots (523)$$

Такъ что w_a значительно болѣе w_e, такъ какъ углы α и γ небольшіе.

III. Осевая турбина съ угломъ $\beta = 90° + \frac{\alpha}{2}$.

Изъ уравненій (507) и (508) получаемъ:

$$v_e = \sqrt{E}\sqrt{gH\frac{\sin\left(90° - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(90° + \frac{\alpha}{2}\right)\cos\alpha}} = \sqrt{E}\sqrt{\frac{gH}{\cos\alpha}} \ldots (524)$$

$$c_e = \sqrt{E}\sqrt{gH\frac{\sin\left(90° + \frac{\alpha}{2}\right)}{\sin\left(90° - \frac{\alpha}{2}\right)\cos\alpha}} = \sqrt{E}\sqrt{\frac{gH}{\cos\alpha}} \ldots (525)$$

Слѣдовательно

$$c_e = v_e \ldots \ldots \ldots \ldots (526)$$

Далѣе (см. ур. 452):

$$w_e = v_e\frac{\sin\alpha}{\sin(\beta - \alpha)} = v_e\frac{\sin 2\frac{\alpha}{2}}{\sin\left(90° - \frac{\alpha}{2}\right)} = v_e\frac{2\sin\frac{\alpha}{2} \cdot \cos\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} =$$

$$= 2\,v_e \sin\frac{\alpha}{2} \ldots \ldots \ldots \ldots (527)$$

Интересно то, что скорость w_e при $\beta = 90° + \frac{\alpha}{2}$ имѣетъ минимальное значеніе.—Вообще

$$w_e = v_e \frac{\sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)} = \sqrt{E}\sqrt{gH\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta\,.\cos\alpha}\cdot\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2(\beta-\alpha)}} =$$

$$= \sqrt{E}\sqrt{gH\frac{\sin^2\alpha}{\sin(\beta-\alpha)\,.\sin\beta\,.\cos\alpha}}\;.\;.\;.\;.\;.\;(528)$$

Чтобы найти minimum w_e, должны найти максимальное значеніе выраженія:

$$\frac{\sin(\beta-\alpha)\,.\sin\beta\,.\cos\alpha}{\sin^2\alpha}\,.$$

При постоянной величинѣ α, должно искать maximum отъ выраженія:

$$\sin(\beta-\alpha)\,.\sin\beta = \left(\sin^2\beta - \frac{1}{2}\sin 2\beta\; tg\,\alpha\right)\cos\alpha$$

Приравнивая нулю первую производную, получимъ:

$$\sin 2\beta - \cos 2\beta\,.\,tg\,\alpha = 0$$

$$ctg\,2\beta = ctg\,\alpha$$

$$2\beta = 180^\circ + \alpha$$

$$\beta = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}\,.$$

Если взять вторую производную отъ $\sin^2\beta - \frac{1}{2}\sin 2\beta\,.\,tg\,\alpha$, то получимъ:

$$2\cos 2\beta + 2\sin 2\beta\,.\,tg\,\alpha$$

полагая $2\beta = 180^\circ + \alpha$, получаемъ отрицательное значеніе, т. е. при $\beta = 90^\circ + \frac{\alpha}{2}$ выраженіе $\frac{\sin(\beta-\alpha)\sin\beta\,.\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$ дѣйствительно имѣетъ максимальное значеніе, а слѣдовательно w_e — минимальное.

Для турбиннаго колеса съ симметричнымъ кольцеобразнымъ сѣченіемъ:

$$v_e = v_a = v$$

$$w_a = \frac{v}{\cos\gamma}\,.$$

Въ первомъ случаѣ, при равенствѣ окружныхъ скоростей, $v = v_e = \infty\, {}^1/_2\, c_e$, во 2-мъ и 3-мъ $v \cong c_e$, т. е. скорость v имѣетъ большее значеніе. Отсюда слѣдуетъ, что средняя относительная скорость выхода воды изъ турбиннаго колеса w_a, какъ прямо пропорціональная величинѣ v, имѣетъ минимальное значеніе для активныхъ турбинъ, въ которыхъ скорость v наименьшая, такъ какъ во 2-мъ и 3-мъ случаяхъ турбина работаетъ реакціей.

Опредѣленіе угла β по заданному коэффиціенту реакціи.

85. Уголъ β для реактивныхъ турбинъ получаетъ вполнѣ опредѣленное значеніе при заданномъ коэффиціентѣ K реакціи. Возьмемъ для примѣра радіальную турбину, для которой окружныя скорости на внутреннюю и наружную окружностяхъ не равны между собою.

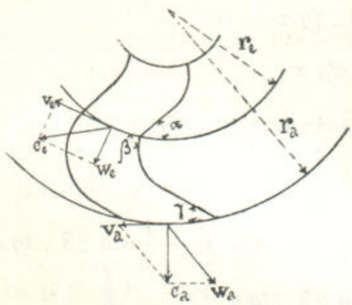
Мы видѣли, что (ур. 503):

$$c_e v_e \cos\alpha = EgH.$$

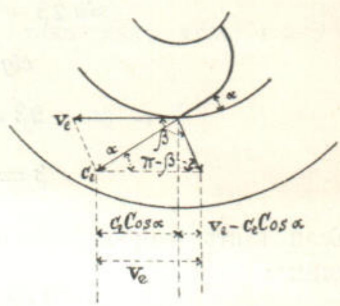
Предполагая каналы заполненными водою и полагая объемъ протекающей воды $= Q$, найдемъ, что

$$c\,\Omega = \infty\, c_e\, \Omega = w_a\, \Omega_a = Q,$$

гдѣ $c =$ скорости вытеканія изъ направляющаго колеса, Ω и $\Omega_a =$ суммамъ всѣхъ площадей сѣченій, нормальныхъ къ скоростямъ c и w_a



150.



151.

Предполагая, что $c_a \perp v_a$, найдемъ зависимость между v_a и w_a:

$$v_a = w_a \cos\gamma.$$

Такъ какъ уголъ γ небольшой, то безъ значительной погрѣшности можно положить:

$$v_a = w_a = c_e \cdot \frac{\Omega}{\Omega_a}.$$

Изъ фиг. 150 видно, что

$$\frac{v_e}{v_a} = \frac{r_e}{r_a} \text{ и } v_e = v_a \cdot \frac{r_e}{r_a}$$

или

$$v_e = c_e \cdot \frac{r_e}{r_a} \cdot \frac{\Omega}{\Omega_a}$$

и

$$c_e v_e \cos\alpha = EgH = c_e^2 \cdot \frac{r_e}{r_a} \cdot \frac{\Omega}{\Omega_a} \cdot \cos\alpha$$

откуда

$$c_e = \sqrt{E}\sqrt{\frac{gH}{\frac{r_e}{r_a}\cdot\frac{\Omega}{\Omega_a}\cdot\cos\alpha}} = \sqrt{E}\sqrt{\frac{2gH}{2\frac{r_e}{r_a}\cdot\frac{\Omega}{\Omega_a}\cos\alpha}}$$

Полагая

$$2\frac{r_e}{r_a}\cdot\frac{\Omega}{\Omega_a}\cdot\cos\alpha = K \quad \ldots\ldots\ldots (529)$$

такъ называемому коэффиціенту реакціи, получимъ:

$$c_e = \sqrt{E}\sqrt{2g\frac{H}{K}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (530)$$

Какъ видимъ, $\frac{H}{K}$ = напору, подъ которымъ происходитъ вступленіе воды въ турбинное колесо со скоростью c_e.

Изъ фиг. 151 видно, что

$$c_e \cdot \sin\alpha = (v_e - c_e \cdot \cos\alpha)\, tg\,(\pi - \beta).$$

Подставляя вмѣсто v_e вышенайденное значеніе, получимъ:

$$c_e \cdot \sin\alpha = c_e\left(\frac{r_e}{r_a}\cdot\frac{\Omega}{\Omega_a} - \cos\alpha\right) tg\,(\pi - \beta).$$

Но

$$\frac{r_e}{r_a}\cdot\frac{\Omega}{\Omega_a} = \frac{K}{2\cos\alpha}$$

а потому

$$\sin\alpha = \left(\cos\alpha - \frac{K}{2\cos\alpha}\right) tg\,\beta$$

откуда

$$tg\,\beta = \frac{\sin 2\alpha}{2\cos^2\alpha - K} \quad \ldots\ldots\ldots (531)$$

Если $\beta = 90^\circ$, то $tg\,\beta = \infty$ и

$$2\cos^2\alpha - K = 0$$

или

$$K = 2\cos^2\alpha. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (532)$$

Если положить $\alpha = 18^\circ$, то $\cos\alpha = 0{,}95$ и $K = 1{,}8$; въ этомъ случаѣ, какъ это видно изъ равенства 530, въ скорость обращается напоръ $= \frac{H}{1{,}8}$ или около $\frac{H}{2}$, т. е. около половины напора, другая же половина напора работаетъ реакціей (см. § 109).

Соотношеніе между углами въ чисто активной турбинѣ (Druckturbine).

86. Предыдущими разсужденіями выяснились особенности активныхъ турбинъ, въ настоящемъ параграфѣ мы опредѣлимъ условія активнаго дѣйствія. Представимъ себѣ осевую турбину съ симметричнымъ кольцеобразнымъ сѣченіемъ турбиннаго колеса, которое находится въ нижней водѣ, такъ что конецъ зазора совпадаетъ съ нижнимъ уровнемъ воды, какъ это показано на фиг. 134—135.

Мы уже знаемъ, что въ активныхъ турбинахъ скорость c_e соотвѣтствуетъ полному рабочему напору, а потому, если не обращать вниманія на сопротивленія, то

$$c_e = \sqrt{2gH}.$$

На основаніи соображеній, высказанныхъ въ § 78, можно положить

$$w_a = w_e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (533)$$

Если допустимъ, что вступленіе воды въ турбинное колесо совершается безъ удара, то при

$$v_e = v_a = v$$

и

$$w_e = v \frac{\sin \alpha}{\sin (\beta - \alpha)}$$

а слѣдовательно и

$$w_a = v \frac{\sin \alpha}{\sin (\beta - \alpha)}.$$

По впервые данному Понселе правилу должно быть *)

$$w_a = v$$

а потому:

$$v \frac{\sin \alpha}{\sin (\beta - \alpha)} = v$$

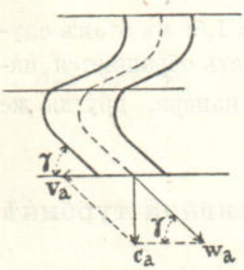
$$\sin \alpha = \sin (\beta - \alpha)$$

$$\alpha = \beta - \alpha$$

$$\beta = 2\alpha \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (534)$$

---

*) Понселе, выходя изъ того, что скорость c_a должна быть по возможности мала (фиг. 152), выражаетъ это требованіе тѣмъ, что полагаетъ



152.

$$c_a = 0$$

но

$$c_a^2 = v_a^2 + w_a^2 - 2 v_a w_a \cos \gamma$$

и такъ какъ, по малости γ, $\cos \gamma$ можетъ быть принятъ $= 1$, то вслѣдствіе вышеуказаннаго требованія получается слѣдующее уравненіе:

$$c_a^2 = v_a^2 + w_a^2 - 2 v_a w_a = (w_a - v_a)^2 = 0$$

и

$$w_a = v_a.$$

Надо имѣть въ виду, что ошибка заключается въ томъ, что предположеніе $c_a = 0$ и $\gamma = 0$ неисполнимо.

т. е. должно быть исполнено условіе, о которомъ упоминалось въ предыдущемъ параграфѣ.

Вмѣсто этого условія часто принимаютъ равенство (509).

Раціональнѣе выходить изъ того предположенія, что направленіе скорости c_a должно быть перпендикулярно къ направленію скорости v_a, въ данномъ случаѣ параллельно оси турбины, т. е. должно быть (фиг. 152):

$$w_a = \frac{v}{\cos\gamma} .$$

Равенствомъ (452) опредѣляется w_e:

$$w_e = v\,\frac{\sin\alpha}{\sin(\beta - \alpha)}$$

и въ силу равенства (533) имѣемъ:

$$v\,\frac{\sin\alpha}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{v}{\cos\gamma}$$

или

$$\frac{\sin\alpha}{\sin(\beta - \alpha)} = \frac{1}{\cos\gamma} .$$

Предположимъ, что $\gamma = \beta$, тогда изъ послѣдняго уравненія имѣемъ:

$$\sin\alpha \,.\, \cos\beta = \sin(\beta - \alpha) = \sin\beta \,.\, \cos\alpha - \cos\beta \,.\, \sin\alpha$$

$$2\sin\alpha \,.\, \cos\beta = \cos\alpha \,.\, \sin\beta$$

$$\frac{2\sin\alpha \,.\, \cos\beta}{\cos\alpha \,.\, \sin\beta} = 1$$

$$2\,tg\,\alpha \,.\, ctg\,\beta = 1$$

$$2\,tg\,\alpha \,.\, \frac{1}{tg\,\beta} = 1$$

$$tg\,\beta = 2\,tg\,\alpha \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (535)$$

Это уравненіе, по болѣе новой теоріи турбинъ, характеризуетъ чисто активныя турбины. Мы видѣли выше, что безъ большой погрѣшности можно пользоваться при расчетахъ уравненіемъ (534).

Оба условія (534) и (535) основываются на отличныхъ отъ дѣйствительности положеніяхъ:

1) принятіемъ сопротивленій = 0,

2) въ 1-мъ случаѣ сомнительнымъ принятіемъ: $w_a = v_a = v$.

3) во 2-мъ случаѣ принятіемъ $\gamma = \beta$ увеличиваемъ уголъ γ, а вмѣстѣ также и скорость c_a *).

Принимая во вниманіе сопротивленія движенію и не вводя недопустимыхъ предположеній, для осевой турбины получаемъ слѣдующіе результаты.—

При принятыхъ въ § 81 обозначеніяхъ выходитъ, что здѣсь

$$H_e = 0$$

такъ какъ турбинное колесо мы полагаемъ погруженнымъ въ нижнюю воду.

На основаніи §§ 82 и 83 имѣемъ (см. уравн. 492 и 493):

а) для движенія воды отъ верхняго уровня до выхода изъ направляющаго колеса:

$$h + \frac{c^2}{2g} = H - \psi_1 \frac{c_e^2}{2g}$$

б) для движенія черезъ зазоръ:

$$h_e + \frac{c_e^2}{2g} = h + \frac{c^2}{2g} - \psi_2 \frac{c_e^2}{2g} .$$

Складывая эти уравненія, получимъ:

$$h_e = H - (1 + \psi_1 + \psi_2) \frac{c_e^2}{2g} \quad \dots\dots\dots (536)$$

Если H_e не равно нулю, то

$$h_e = H - H_e - (1 + \psi_1 + \psi_2) \frac{c_e^2}{2g} \quad \dots\dots (537)$$

Для чисто активныхъ турбинъ

$$h_e = 0$$

---

*) Такъ, если $\alpha = 20^\circ$, по уравненію (535)

$$tg\,\beta = 2 \,.\, tg\,20^\circ = 2 \,.\, 0{,}36397 = 0{,}72794$$

$$\beta = 36^\circ 3'$$

а слѣдовательно должно быть и

$$\gamma = 36^\circ 3'.$$

По уравненію 514 (§ 84) для рабочаго паденія EH

$$v^2 = \frac{1}{2}\, EHg$$

а такъ какъ

$$c_a = v\, tg\,\gamma,$$

то

$$\frac{c_a^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \cdot tg^2\gamma = \frac{1}{4}\, EH\, tg^2\gamma = 0{,}132\, EH,$$

что составляетъ потерю при выходѣ въ 13,2% отъ рабочаго паденія, половина этого и то много.

а потому

$$c_e = \frac{1}{\sqrt{1+\psi_1+\psi_2}} \sqrt{2g\,(H-H_e)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (538)$$

Если турбинное колесо вращается въ водѣ, то

$$H_e = 0$$

и

$$c_e = \frac{1}{\sqrt{1+\psi_1+\psi_2}} \sqrt{2gH} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (539)$$

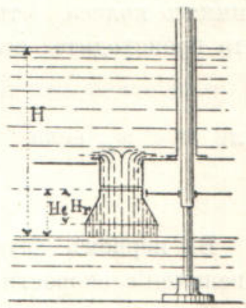
Разсматривая движеніе воды черезъ турбинное колесо и пользуясь уравненіемъ (494), имѣемъ:

$$h_a + \frac{w_a^2}{2g} = h_e + \frac{w_e^2}{2g} + H_e - H_a - \psi_3 \frac{w_a^2}{2g} + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g} .$$

Если возьмемъ активную турбину, то для нея

$$h_e = 0.$$

Полагая, что турбинное колесо вращается въ воздухѣ (фиг. 153), т. е. принимая $h_a = 0$, получимъ:



153.

$$\frac{w_a^2}{2g} = \frac{w_e^2}{2g} + H_e - H_a - \psi_3 \frac{w_a^2}{2g} + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}$$

полагая $H_e - H_a = H_r$, опредѣлимъ w_a:

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1+\psi_3}} \sqrt{w_e^2 + 2gH_r + v_a^2 - v_e^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (540)$$

Если турбинное колесо вращается въ водѣ, то

$$h_a + \frac{w_a^2}{2g} = \frac{w_e^2}{2g} + H_e - (-H_a) - \psi_3 \frac{w_a^2}{2g} + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}$$

гдѣ $h_a = H_a$ и $H_e = 0$, а потому

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1+\psi_3}} \sqrt{w_e^2 + v_a^2 - v_e^2} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (541)$$

Если $v_a = v_e$, то

$$w_a = \frac{w_e}{\sqrt{1+\psi_3}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (542)$$

Какъ мы увидимъ ниже, обыкновенныя струйчатыя активныя турбины невыгодно погружать въ воду. Изъ послѣдняго равенства вытекаетъ, что если активная турбина вращается въ водѣ, то относительная скорость выхода воды должна быть меньше относительной скорости вступленія, слѣдовательно равенство $w_a = w_e$ недопустимо.

Если въ равенствѣ (540) положить $v_a = v_e$ (наружный и внутренній ободъ турбиннаго колеса расширяется симметрично), то

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1+\psi_3}} \sqrt{w_e^2 + 2gH_r} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (543)$$

Отсюда видно, что w_a только тогда равняется w_e, когда глубина сѣченія выхода подъ сѣченіемъ входа будетъ:

$$H_r = \psi_3 \frac{w_a^2}{2g}$$

т. е. когда дѣйствіе тяжести воды, заключающейся въ турбинномъ колесѣ, достаточно, чтобы преодолѣть гидравлическія сопротивленія, которыя испытываетъ вода при своемъ движеніи по каналамъ турбиннаго колеса. Этого обыкновенно не бываетъ, т. к. или $w_a > w_e$, что происходитъ, если

$$H_r > \psi_3 \frac{w_a^2}{2g}$$

или $w_a < w_e$, если

$$H_r < \psi_3 \frac{w_a^2}{2g}$$

Въ первомъ случаѣ подъ вліяніемъ силы тяжести происходитъ увеличеніе скорости въ турбинномъ колесѣ.

Для малыхъ паденій

$$w_a > w_e$$

Для большихъ паденій

$$w_a < w_e.$$

Въ первомъ случаѣ перевѣшиваетъ вліяніе высоты H_r, во второмъ — сопротивленія движенію.

Мы уже видѣли, что должно быть

$$w_a = \frac{v_a}{\cos\gamma}$$

пользуясь формулой (542), имѣемъ:

$$\frac{w_e}{\sqrt{1+\psi_3}} = \frac{v_a}{\cos\gamma}$$

откуда

$$w_e = v_a \sqrt{1+\psi_3} \cdot \frac{1}{\cos\gamma} \cdot$$

При требованіи свободнаго отъ удара вступленія

$$w_e = v_e \frac{\sin\alpha}{\sin(\beta - \alpha)}$$

присоединяя къ этому равенство: $v_a = v_e$, получимъ:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)} = \frac{\sqrt{1+\psi_3}}{\cos\gamma}$$

или

$$\sin(\beta-\alpha) = \frac{\sin\alpha \,.\, \cos\gamma}{\sqrt{1+\psi_3}} \quad \ldots\ldots \quad (544)$$

условіе для активной турбины, вращающейся въ нижней водѣ, при предположеніи, что

$$r_a = r_e.$$

Какъ мы видѣли, для активныхъ турбинъ (не принимая во вниманіе вредныхъ сопротивленій)

$$c_e = \sqrt{2gH} \quad \text{и} \quad \beta = 2\alpha.$$

Для реактивной же турбины

$$c_e < \sqrt{2gH}$$

или такъ какъ (не принимая во вниманіе вредныхъ сопротивленій)

$$c_e = \sqrt{gH\,\frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)\cos\alpha}}$$

то

$$\sqrt{gH\,\frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)\cos\alpha}} < \sqrt{2gH}$$

или

$$\frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)\cos\alpha} < 2$$

или

$$\frac{\sin\beta}{\cos^2\alpha\sin\beta - \cos\alpha \,.\, \sin\alpha \,.\, \cos\beta} < 2.$$

Дѣлая нѣкоторыя преобразованія, получимъ:

$$\frac{\sin\beta}{\frac{1+\cos 2\alpha}{2}\sin\beta - \frac{1}{2}\sin 2\alpha\cos\beta} < 2$$

откуда

$$\frac{\sin\beta}{\sin\beta - (\sin 2\alpha\cos\beta - \cos 2\alpha\sin\beta)} < 1$$

или

$$\frac{\sin\beta}{\sin\beta - \sin(2\alpha-\beta)} < 1$$

или

$$\sin\beta < \sin\beta - \sin(2\alpha-\beta)$$

откуда

$$\sin(2\alpha-\beta) < 0,$$

а слѣдовательно для реактивныхъ турбинъ

$$2\alpha < \beta.$$

Примѣръ 1.

$$\alpha = 20^\circ;\quad \gamma = 18^\circ 10';\quad \psi_3 = 0{,}1.$$

По формулѣ (544), имѣемъ:

$$\sin(\beta - 20^\circ) = \frac{\sin 20^\circ \,.\, \cos 18^\circ 10'}{\sqrt{1 + 0{,}1}} = \frac{0{,}3420 \,.\, 0{,}9502}{1{,}0488} = 0{,}31$$

$$\beta - 20^\circ = 18^\circ 3'$$

$$\beta = 38^\circ 3'.$$

Правило $\beta = 2\alpha$ — дастъ $\beta = 40^\circ$

» $tg\,\beta = 2\,tg$ — » $\beta = 36^\circ 3'$.

Раціональнѣе задаваться величиною скорости c_a и опредѣлить γ. Путь вычисленій слѣдующій:

По форм. (506) и (539) имѣемъ:

$$v_e = c_e \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\beta} = \frac{1}{\sqrt{1 + \psi_1 + \psi_2}} \sqrt{2gH} \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\beta}$$

$$v_e^{\,2} = \frac{2gH}{1 + \psi_1 + \psi_2} \cdot \frac{\sin^2(\beta - \alpha)}{\sin^2\beta} \quad \ldots\ldots \quad (545)$$

Далѣе (пользуясь формулами 452, 542 и черт. 152)

$$v_a^{\,2} = w_a^{\,2} - c_a^{\,2} = \frac{w_e^{\,2}}{1 + \psi_3} - c_a^{\,2} = \frac{v_e^{\,2}}{1 + \psi_3} \cdot \frac{\sin^2\alpha}{\sin^2(\beta - \alpha)} - c_a^{\,2}$$

и такъ какъ

$$v_a = v_e$$

то

$$v_e^{\,2} = \frac{c_a^{\,2}}{\dfrac{1}{1 + \psi_3} \cdot \dfrac{\sin^2\alpha}{\sin^2(\beta - \alpha)} - 1} \quad \ldots\ldots \quad (546)$$

Связывая знакомъ равенства вторыя части уравненій (545) и (546), имѣемъ:

$$\frac{2gH}{1 + \psi_1 + \psi_2} \cdot \frac{\sin^2(\beta - \alpha)}{\sin^2\beta} = \frac{c_a^{\,2}}{\dfrac{1}{1 + \psi_3} \cdot \dfrac{\sin^2\alpha}{\sin^2(\beta - \alpha)} - 1}$$

откуда

$$\frac{\dfrac{1}{1 + \psi_3} \,.\, \sin^2\alpha - \sin^2(\beta - \alpha)}{\sin^2\beta} = \frac{\dfrac{c_a^{\,2}}{2g}}{H} \,.\, (1 + \psi_1 + \psi_2)$$

или

$$\sin\beta = \sqrt{\frac{\dfrac{1}{1 + \psi_3} \,.\, \sin^2\alpha - \sin^2(\beta - \alpha)}{(1 + \psi_1 + \psi_2) \,.\, \dfrac{\frac{c_a^{\,2}}{2g}}{H}}} \quad \ldots \quad (547)$$

такимъ образомъ получимъ искомое уравненіе для опредѣленія β, если даны: α и c_a или $\frac{\frac{c_a^2}{2g}}{H}$.

Примѣръ 2-й:

$$\psi_1 = 0{,}1; \quad \psi_2 = 0{,}06; \quad \psi_3 = 0{,}1$$

$$\frac{\frac{c_a^2}{2g}}{H} = 0{,}042\ ^*); \quad \alpha = 20°.$$

Изъ формулы 547 получимъ:

$$\sin\beta = \sqrt{\frac{\frac{1}{1{,}1}\,.\,0{,}342^2 - \sin^2(\beta - 20°)}{1{,}16\ .\ 0{,}042}} = 4{,}531\sqrt{0{,}10633 - \sin^2(\beta - \alpha)}$$

$$\beta = 37°18'.$$

Если активная турбина вращается въ воздухѣ, то (см. уравн. 543)

$$\frac{v_a}{\cos\gamma} = w_a = \frac{1}{\sqrt{1+\psi_3}}\sqrt{w_e + 2gH_r}$$

$$w_e^2 = \frac{v_a^2}{\cos^2\gamma}(1+\psi_3) - 2gH_r,$$

но

$$w_e = v_e\,\frac{\sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)},$$

а потому

$$v_e^2\,\frac{\sin^2\alpha}{\sin^2(\beta-\alpha)} = \frac{v_a^2}{\cos^2\gamma}(1+\psi_3) - 2gH_r.$$

Если $v_a = v_e$, то изъ послѣдняго уравн. имѣемъ:

$$\sin^2(\beta-\alpha) = \frac{\sin^2\alpha}{\frac{1}{\cos^2\gamma}(1+\psi_3) - \frac{H_r}{\frac{v_e^2}{2g}}}$$

откуда

$$\sin(\beta-\alpha) = \frac{\sin\alpha}{\sqrt{\frac{1}{\cos^2\gamma}(1+\psi_3) - \frac{H_r}{\frac{v_e^2}{2g}}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (548)$$

Если, какъ это мы увидимъ ниже, когда будемъ разсматривать струйчатыя турбины, v_a отличается отъ v_e, даже не смотря на сим-

---

*) Рекомендуется потерю $\frac{\frac{c_a^2}{2g}}{H}$ не допускать болѣе 5%, т. е. наибольшее значеніе $\frac{\frac{c_a^2}{2g}}{H}$ принимать $= 0{,}05$.

метричное кольцеобразное сѣченіе, то мѣняется также выраженіе для относительной скорости выхода, и тогда, для опредѣленія $sin\,(\beta-\alpha)$, придется пользоваться уравн. (494), но необходимо принять во вниманіе членъ $\frac{v_a^2-r_e^2}{2g}$ и примѣнить равенство (540):

$$w_a=\frac{1}{\sqrt{1+\psi_3}}\sqrt{w_e^2+2gH_r+v_a^2-v_e^2}$$

откуда

$$w_a^2=\frac{v_a^2}{cos^2\gamma}=\frac{1}{1+\psi_3}\,(w_e^2+2gH_r+v_a^2-v_e^2).$$

Опредѣляя w_e^2, въ силу уравн. (452), получимъ:

$$w_e^2=\frac{v_a^2}{cos^2\gamma}(1+\psi_3)-2gH_r-(v_a^2-v_e^2)=v_e^2\,\frac{sin^2\alpha}{sin^2(\beta-\alpha)}$$

и

$$sin\,(\beta-\alpha)=\frac{sin\,\alpha}{\sqrt{\left(\frac{v_a}{v_e}\right)^2\frac{1+\psi_3}{cos^2\gamma}-\frac{H_r}{\frac{v_e^2}{2g}}-\left(\frac{v_a}{v_e}\right)^2+1}}$$

или

$$sin\,(\beta-\alpha)=\frac{sin\,\alpha}{\sqrt{1+\left(\frac{r_a}{r_e}\right)^2\cdot\left(\frac{1+\psi_3}{cos^2\gamma}-1\right)-\frac{H_r}{\frac{v_e^2}{2g}}}}\quad.\ .\ (549)$$

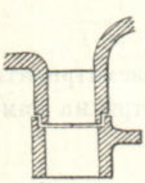
Потеря черезъ зазоръ; треніе въ цапфахъ; полезное дѣйствіе.

87. Потеря q черезъ зазоръ зависитъ отъ многихъ причинъ; въ среднемъ для реактивныхъ турбинъ можно принимать:

154.

$$\frac{q}{Q}=\infty\,0{,}02\ \text{до}\ 0{,}04\,.\ .\ .\ .\ .\ (550)$$

Если ребра въ направляющемъ и турбинномъ колесѣ ровныя (фиг. 154), то потеря q черезъ зазоръ, величиною около 2 mm., будетъ $\infty\,4\,{}^0/_0$, при ребрахъ входящихъ одно въ другое (фиг. 155) потеря будетъ около $2\,{}^0/_0$.



155.

Потерю q для активныхъ турбинъ можно полагать $=0$.

Потеря работы отъ общаго сопротивленія на валу и въ подпятникѣ, вращается ли турбина въ водѣ или воздухѣ, при хорошемъ исполненіи и установкѣ, составляетъ отъ 3 до 7 процентовъ абсолютной работы воды

$E_0 = 1000\,QH$. Обозначая эту потерю черезъ $\eta_0 E_0$, можно положить

$$\eta_0 = 0{,}03 \text{ до } 0{,}07 \ldots\ldots\ldots (551)$$

Коэффиціентъ полезнаго дѣйствія турбины:

$$\eta = \frac{EH\,(Q-q)}{QH} - \eta_0 = E\left(1 - \frac{q}{Q}\right) - \eta_0 \ldots\ldots (552)$$

При раціональной конструкціи и хорошемъ исполненіи величина E достигаетъ наивысшаго предѣла и равняется 0,85 *), принимая $\eta_0 = 0{,}03$ и $\frac{q}{Q} = 0{,}02$, получимъ наивысшій коэффиціентъ полезнаго дѣйствія реактивной турбины:

$$\eta = 0{,}85\,(1 - 0{,}02) - 0{,}03 = \infty\,0{,}80.$$

Въ большинствѣ случаевъ η не превышаетъ 0,75, такъ что вообще можно принимать для реактивныхъ и активныхъ турбинъ

$$\eta = 0{,}70 \text{ до } 0{,}75 \ldots\ldots\ldots (553)$$

Зная коэффиціентъ полезнаго дѣйствія, мы можемъ связать величины N, Q и H, гдѣ N = числу силъ развиваемыхъ двигателемъ, для чего воспользуемся уравн. (442) и (443), изъ которыхъ получимъ:

$$\eta\,(1000\,.\,QH) = 75\,N \ldots\ldots (554)$$

Задаваясь величинами N и H или Q и H, сообразно мѣстнымъ даннымъ, опредѣляемъ изъ уравн. (554) величины Q или N; въ первомъ случаѣ опредѣляется необходимое количество воды, во второмъ число силъ, которое можетъ развить двигатель, при данномъ расходѣ и рабочемъ напорѣ.

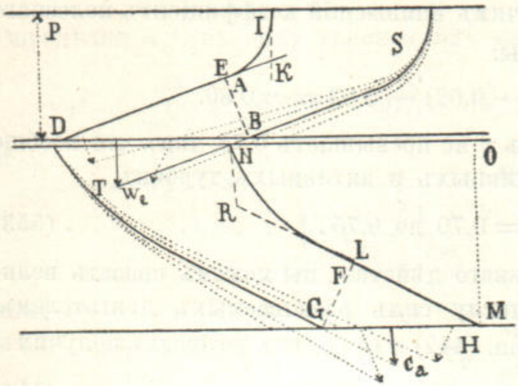
Форма лопатокъ.

88. Форма лопатокъ опредѣляется не только углами α, β и γ, но и высотою колесъ. Углами опредѣляется направленіе концовъ лопатокъ, при чемъ части ихъ, соотвѣтствующія выходнымъ отверстіямъ, должны быть прямыя и параллельныя между собою (при осевыхъ турбинахъ), чтобы вода вытекала безъ сжатія. Переходъ одного направленія въ другое долженъ происходить постепенно, но по какой кривой—безразлично. Если направленіе измѣняется довольно рѣзко, то приходится увеличивать высоту колеса.

Разсмотримъ осевую турбину и развернемъ на плоскость цилиндрическую поверхность, соотвѣтствующую среднему діаметру D. Линіи BE и GL перпендикулярны частямъ лопатокъ BS и GT (фиг. 156);

*) Въ турбинахъ очень значительной силы—величина E достигаетъ 0,87.

отсѣкаемыя этими перпендикулярами части лопатокъ AC (ED) и FH (LM) дѣлаются прямыми. Части лопатокъ EJ и LN дѣлаются кривыми и обыкновенно искривляются по параболѣ, при чемъ линіи EK и JK, LR и NR служатъ касательными, всѣ рѣзкія измѣненія формы сглаживаются на глазъ. Точки J и N произвольныя и ихъ можно оставить, если форма лопатокъ приличная, въ противномъ случаѣ приходится измѣнять, какъ уже было сказано, высоту колесъ, а также шагъ лопатокъ, пока не получимъ форму лопатокъ, обезпечивающую проходъ воды, при принятыхъ сопротивленіяхъ движенію (см. ниже).



156.

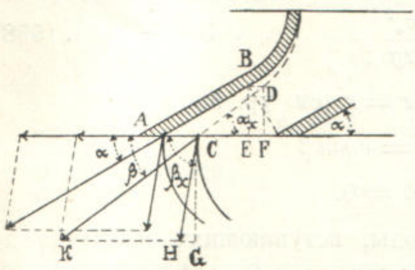
Чтобы представить себѣ поверхность лопатки, слѣдуетъ принять во вниманіе—какъ она образуется. Образующею является прямая, проходящая черезъ ось колеса и перпендикулярная къ ней, направляющею служитъ средняя развернутая линія DEJ или MLN (фиг. 156), при этомъ образующая остается постоянно перпендикулярною къ оси турбины. Разрѣжемъ такимъ способомъ образованную винтовую поверхность плоскостью перпендикулярною къ оси турбины (въ данномъ случаѣ—плоскостью горизонтальною), то всѣ точки этого сѣченія лежатъ на радіусѣ. Положимъ, ширина колеса $= b$. Линіи пересѣченія поверхности направляющей лопатки съ наружнымъ ободомъ, образующимъ цилиндрическую поверхность съ діаметромъ $= D + b$ и съ внутреннимъ діаметромъ $= D - b$, обозначены на фиг. 156 пунктиромъ. Какъ видно, углы α и γ уменьшаются съ приближеніемъ лопатки къ наружному ободу и увеличиваются — съ приближеніемъ къ внутреннему. Опредѣляя направленіе относительной скорости вступленія при принятомъ значеніи c_e и соотвѣтственной скорости v, которая различна для наружнаго и внутренняго обода, найдемъ, что искомыя скорости отклоняются отъ перпендикулярнаго направленія (фиг. 156), а это показываетъ, что вступленіе въ турбинное колесо для точекъ около внутренняго обода совершается съ ударомъ воды о лопатки турбиннаго колеса и на внѣшнемъ ободѣ съ обратнымъ ударомъ лопатокъ о воду. Мы знаемъ, что безъ удара вступленіе совершается только въ средней части.

Опредѣлимъ потерю работы, которая происходитъ при лопаткахъ указанной формы.

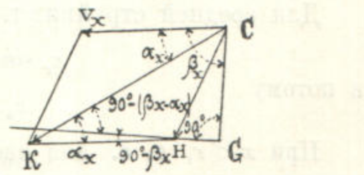
Положимъ, на разстояніи $r = \frac{D}{2}$ отъ оси турбины имѣются слѣдующія величины:

$v = \omega \,.\, r$ — окружная скорость ($\omega =$ углов. скорости), α, β и γ — углы, образуемые лопатками съ направленіемъ скорости v.

Для элементовъ лопатокъ, находящихся на разстояніи x отъ



157.



158.

оси, указанныя величины имѣютъ значенія: $v_x = \omega x$; α_x, β_x и γ_x.

На фиг. 157 пунктиромъ обозначенъ элементъ лопатки, находящійся на разстояніи $x < r$. Изъ чертежа видно, что $tg\,\alpha = \frac{BE}{AE}$ и $tg\,\alpha_x = \frac{DF}{CF}$.

Линія $BD \parallel EF$, а потому

$$DF = BE$$

и

$$\frac{CF}{AE} = \frac{x}{r} \text{ или } CF = AE\,\frac{x}{r}.$$

Слѣдовательно

$$tg\,\alpha_x = \frac{BE}{AE\,\frac{x}{r}} = \frac{r}{x}\,tg\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots \quad (555)$$

Точно также

$$tg\,\beta_x = \frac{r}{x}\,tg\,\beta \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (556)$$

Для средняго цилиндра радіуса r, вступленіе воды происходитъ безъ удара (параллелограммъ въ точкѣ A).

Если построить въ точкѣ C, находящейся на разстояніи x отъ оси параллелограммъ скоростей, то найдемъ, что относительная скорость CH не совпадаетъ съ прямою CG, направленною подъ угломъ β_x, вслѣдствіе чего составляющая скорости HG ($\perp CG$) теряется.

Линіею CK изображается скорость c_e. Проектируя ломанную линію CKH на направленіе HG и полагая $HG = c_n$, получимъ (фиг. 158):

$$HG = CK \cos\,[90^\circ - (\beta_x - \alpha_x)] - KH \cos\,(90^\circ - \beta_x)$$

или $$c_n = c_e \,.\, sin\,(\beta_x - \alpha_x) - v_x \,.\, sin\,\beta_x$$

но $$v_x = \omega \,.\, x = \frac{v}{r}\, x$$

а потому $$c_n = c_e\, sin\,(\beta_x - \alpha_x) - \frac{v}{r}\, x \,.\, sin\,\beta_x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (557)$$

Потеря работы для одного килограмма воды будетъ:

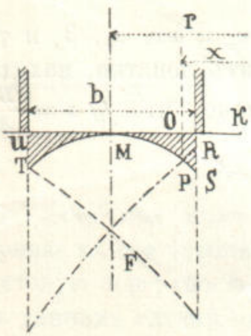
$$\psi = \frac{c_n^{\,2}}{2g} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (558)$$

Для средней струйки, т. е. при $x = r$ (см. ур. 506)

$$c_e\, sin\,(\beta - \alpha) = v\, sin\,\beta$$

а потому $$c_n = 0 \text{ и } \psi = 0.$$

При $x < r$, т. е. для частицъ воды, вступающихъ между среднимъ цилиндромъ и внутреннимъ ободомъ $c_n > 0$, слѣдовательно въ данномъ случаѣ вода ударяетъ о лопатки турбиннаго колеса, вслѣдствіе чего и теряется работа, опредѣленная равенствомъ (558).



159.

При $x > r$, т. е. для струекъ воды, расположенныхъ наружу отъ средняго цилиндра, $c_n < 0$, слѣдовательно лопатки турбиннаго колеса ударяются о воду и потеря работы происходитъ вслѣдствіе обратнаго удара (Rückschlag).

Чтобы представить себѣ зависимость потери ψ отъ x, будемъ откладывать по вертикалямъ для каждаго разстоянія x соотвѣтственныя величины ψ, такъ напримѣръ (фиг. 159), для выбраннаго x отложимъ $OP = \psi$ и т. д. Соединяя всѣ такимъ образомъ построенныя точки для x, заключающагося въ предѣлахъ:

$$r - \frac{b}{2} \text{ и } r + \frac{b}{2}$$

получимъ кривую $SPMT$. Заштрихованная площадь $MPSROM$ изображаетъ собою общую потерю работы (для 1 kg) черезъ ударъ воды о лопатки и площадь $MTUM$ — потерю отъ обратнаго удара лопатками. Средняя высота

$$\psi_m = \frac{\text{площ. } MPSROM + \text{площ. } MTUM}{b}$$

даетъ среднимъ числомъ потерю, выраженную высотою (въ метрахъ) водяного столба.

Если будемъ разсматривать реактивную турбину, то можно принять, что β не измѣняется и равняется 90°, а потому

$$c_n = c_e \cos \alpha_x - \frac{x}{r} v \quad \ldots\ldots\ldots (559)$$

такъ какъ α—уголъ небольшой, то $\cos \alpha_x$ измѣняется незначительно съ измѣненіемъ x, вслѣдствіе чего съ достаточною точностью можно разсматривать величину $c_e \cos \alpha_x$ какъ постоянную и равную v, и такъ принимаемъ:

$$c_e \cos \alpha_x = v$$

тогда

$$c_n = v - \frac{x}{r} v = \frac{r - x}{r} v.$$

Если положить

$$r - x = \eta$$

то

$$c_n = \frac{v}{r} \eta = \omega \eta$$

и

$$\psi = \frac{c_n{}^2}{2g} = \frac{\omega^2}{2g} \eta^2 \quad \ldots\ldots\ldots (560)$$

т. е. получаемъ уравненіе параболы, M — вершина которой, MF и MR—главныя оси. Ось MR совпадаетъ съ касательною MK въ вершинѣ. Величина заштрихованной площади будетъ:

$$\frac{1}{3} b \,.\, \overline{RS} = \frac{1}{3} b \frac{\omega^2}{2g} \left(\frac{b}{2}\right)^2 = \frac{1}{24} \frac{\omega^2}{g} b^3$$

слѣдовательно

$$\psi_m = \frac{1}{24} \frac{\omega^2}{g} b^2$$

но

$$\frac{\omega^2}{g} = \left(\frac{2\pi \,.\, n}{60}\right)^2 \cdot \frac{1}{g} = \infty \left(\frac{n}{30}\right)^2$$

а потому

$$\psi_m = \frac{1}{24} \left(\frac{n}{30}\right)^2 b^2 \quad \ldots\ldots\ldots (561)$$

т. е. искомая потеря растетъ пропорціонально:

1) квадрату ширины колеса (при вступленіи),

2) квадрату числа оборотовъ.

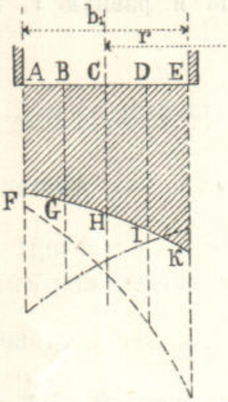
Кромѣ этой потери, которая происходитъ при вступленіи воды въ турбинное колесо, еще должна быть принята во вниманіе потеря при выходѣ воды, величина которой можетъ быть опредѣлена графически. Строимъ параллелограммы скоростей для струекъ, протекающихъ въ разстояніяхъ (фиг. 160):

$$x = r - \frac{b_1}{2}; \quad x = r - \frac{b_1}{4}; \quad x = r; \quad x = r + \frac{b_1}{4}; \quad x = r + \frac{b_1}{2}$$

и откладываемъ пять высотъ, соотвѣтствующихъ скорости c_a, т. е. величины $\frac{c_a^2}{2g}$, получимъ ординаты:

$$EK,\ DI,\ CH,\ BG,\ AF.$$

Заштрихованная площадь, ограниченная кривою $FGHIK$, представляетъ общую потерю при выходѣ. Средняя потеря, выраженная высотою водяного столба (въ метрахъ), будетъ равняться:



160.

$$\frac{\text{площ. } AEKF}{b_1}.$$

Разность

$$\frac{\text{площ. } AEKF}{b_1} - \overline{CH} \quad . \quad . \quad (562)$$

изображаетъ собою потерю, которая происходитъ вслѣдствіе принятой формы лопатокъ.

Кривыя $SPMT$ (фиг. 159) и $KIHGF$ (фиг. 160) соотвѣтствуютъ тому случаю, когда турбинное колесо имѣетъ нормальную скорость. Если уменьшится число оборотовъ турбины, тогда получимъ кривыя, обозначенныя пунктиромъ (- - - - - -) и видимъ, что потеря увеличивается по направленію отъ наружнаго обода къ внутреннему. Если число оборотовъ увеличится, то получатся кривыя, обозначенныя пунктиромъ (— · — · — · —); какъ видно, въ послѣднемъ случаѣ потеря увеличивается по направленію отъ внутренняго обода къ наружному (фиг. 159 и 160).

При выводѣ формулъ настоящаго параграфа мы принимали величину c_e постоянною для различныхъ сѣченій, что не вполнѣ справедливо. Чтобы избѣжать вышеуказанныхъ потерь, слѣдуетъ движеніе различныхъ струекъ поставить въ тѣ же условія, какія требовались для среднихъ струекъ, т. е. чтобы для всѣхъ струекъ вступленіе въ турбинное колесо совершалось безъ удара и выходъ изъ послѣдняго происходилъ съ абсолютною скоростью, направленіе которой было бы перпендикулярно къ окружной скорости. Послѣднее требованіе выражается уравненіемъ:

$$c_a = v_x \, tg\, \gamma_x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (563)$$

или

$$tg\, \gamma_x = \frac{c_a}{\omega} \cdot \frac{1}{x} \quad \text{или} \quad ctg\, \gamma_x = \frac{\omega}{c_a} x \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (564)$$

Условіе свободнаго отъ удара вступленія, въ любомъ разстояніи отъ оси, даетъ уравненіе (см. ур. 506):

$$(c_e)_x = v_x \frac{\sin \beta_x}{\sin (\beta_x - \alpha_x)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (565)$$

гдѣ $(c_e)_x$ — абсолютная скорость вступленія въ разстояніи x отъ оси турбины.

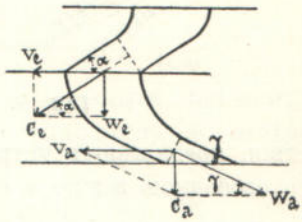
Кромѣ того, для каждой струйки можемъ написать уравненіе, подобное уравненію (503):

$$(c_e)_x \,.\, v_x \,.\, \cos \alpha_x = gEH \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (566)$$

Принимая ширину колеса осевой турбины постоянною, можемъ положить

$$v_e = v_a$$

въ силу уравн. (457) для реактивной турбины имѣемъ (фиг. 161):



161.

$$w_e = w_a \sin \gamma = c_a \quad . \; . \; . \; . \; (567)$$

но

$$w_e = (c_e)_x \,.\, \sin \alpha_x$$

а потому

$$(c_e)_x \sin \alpha_x = c_a \quad . \; . \; . \; . \; (568)$$

Раздѣливши уравн. (563) на уравн. (568), получимъ:

$$ctg\, \alpha_x = \frac{EgH}{\omega\, c_a} \cdot \frac{1}{x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (569)$$

Изъ уравн. (563), (565) и (568) имѣемъ:

$$(c_e)_x = \frac{c_a}{\sin \alpha_x} = \frac{v_x\, tg\, \gamma_x}{\sin \alpha_x} = v_x \frac{\sin \beta_x}{\sin (\beta_x - \alpha_x)}$$

или

$$\frac{\sin (\beta_x - \alpha_x)}{\sin \beta_x} = \frac{\sin \alpha_x}{tg\, \gamma_x}$$

откуда

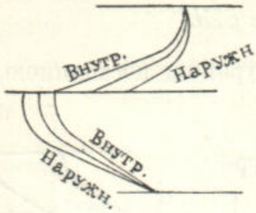
$$ctg\, \beta_x = ctg\, \alpha_x - ctg\, \gamma_x$$

или

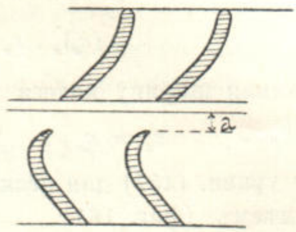
$$\left. ctg\, \beta_x = \frac{EgH}{\omega\, c_a} \cdot \frac{1}{x} - \frac{\omega}{c_a} \,.\, x \right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (570)$$

Пользуясь уравненіями (564), (569) и (570) для каждаго сѣченія лопатки, въ разстояніи x отъ оси турбины, можно опредѣлить углы: α_x, β_x и γ_x, при которыхъ избѣгаются удары. Если положить $ctg\, \gamma = const.$, то нижняя часть лопатки турбиннаго колеса будетъ собою представлять винтовую поверхность съ постояннымъ подъемомъ, какъ это обыкновенно и принимается (фиг. 162). Изъ уравн. (569) и (570) видно, что углы α_x и β_x съ увеличеніемъ разстоянія отъ оси—возрастаютъ, и кромки лопатокъ, прилегающія къ зазору между направляющимъ и турбиннымъ колесами **не направляются по радіусамъ**, вслѣдствіе чего вліяніе лопатокъ на измѣненіе живого сѣченія разверстывается на большее протяженіе, а слѣдовательно въ каждомъ пунктѣ это вліяніе ослабляется; особенно это замѣтно тогда, когда направляющее и турбинное колесо имѣютъ одинаковое число лопатокъ.

Нѣкоторые конструкторы, желая увеличить коэф. полезн. дѣй-



162.



163.

ствія, предлагаютъ устраивать лопатки турбиннаго колеса иначе—со свободною зоною a (фиг. 163).

Измѣненіе коэффиціента полезнаго дѣйствія турбины съ измѣненіемъ числа оборотовъ.

89. Опредѣлимъ тѣ потери работы, которыя происходятъ вслѣдствіе измѣненія числа оборотовъ реактивной турбины.

Положимъ:

v_0 — нормальная окружная скорость частицъ, находящихся на среднемъ цилиндрѣ радіуса r, при числѣ оборотовъ $= n_0$,

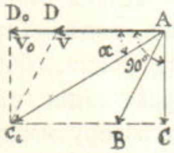
v — окружная скорость тѣхъ же частицъ при числѣ оборотовъ $= n$.

Разсмотримъ реактивную турбину, въ которой уголъ $\beta = 90°$, какъ случай наиболѣе часто встрѣчающійся на практикѣ.

1) Турбина вращается медленнѣе, такъ что

$$v < v_0 \text{ и } n < n_0.$$

а) Вступленіе воды. При нормальной окружной скорости $\overline{v_0} = AD_0$ (фиг. 164), относительная скорость вступленія AC совпадаетъ съ направленіемъ элемента лопатки турбиннаго колеса. Полагаемъ, что величина скорости c_e не измѣняется. При меньшемъ числѣ оборотовъ $v = AD$ и составляющая BC ($\perp AC$) $= v_n = v_0 - v$ теряется вслѣдствіе удара (см. § 69).



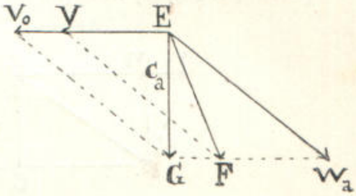
164.

Потеря работы будетъ:

$$\frac{v_n^2}{2g} = \frac{(v_0 - v)^2}{2g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; (571)$$

б) Истеченіе воды. При нормальномъ числѣ оборотовъ направленіе скорости c_a совпадаетъ съ вертикалью EG (фиг. 165). Величина скорости w_e, а слѣдовательно и w_a, не измѣняется, а потому абсолютная скорость истеченія, при скорости $v < v_0$, будетъ изображаться прямою EF, и потеря при выходѣ будетъ:

$$\frac{\overline{EF}^2}{2g} = \frac{\overline{EG}^2 + \overline{GF}^2}{2g}.$$



165.

Увеличеніе потери при измѣненіи числа оборотовъ будетъ:

$$\frac{\overline{EF}^2}{2g} - \frac{\overline{EG}^2}{2g} = \frac{\overline{GF}^2}{2g} = \frac{(v_0 - v)^2}{2g} \ldots (572)$$

Такъ что общая потеря при вступленіи и истеченіи, для каждаго килограмма воды, выраженная высотою водяного столба въ метрахъ, равняется:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{v_n^2}{2g} + \frac{\overline{GF}^2}{2g} = 2\,\frac{(v_0 - v)^2}{2g} = 2\left(\frac{v_0 - v}{v_0}\right)^2 \frac{v_0^2}{2g} \\ &\text{или} \\ x &= 2\left(\frac{n_0 - n}{n_0}\right)^2 \frac{v_0^2}{2g} \end{aligned}\right\} . \quad (573)$$

При $\beta = 90^\circ$ (см. уравн. 518)

$$v_0 = \sqrt{E}\,\sqrt{gH}$$

слѣдовательно

$$x = \left(\frac{n_0 - n}{n_0}\right)^2 EH \ldots\ldots (574)$$

Механическая работа, которая доставляется двигателю 1 kg воды, при нормальномъ числѣ оборотовъ (см. § 83) равняется:

$$1 \,.\, EH = EH.$$

Эта работа, вслѣдствіе указанныхъ потерь, уменьшается на

$$1 \,.\, x = x.$$

Уменьшеніе полезнаго дѣйствія, въ доляхъ полной работы, развиваемой каждымъ килограммомъ воды, при нормальномъ числѣ оборотовъ, будетъ равняться

$$y = \frac{x}{EH} = \left(\frac{n_0 - n}{n_0}\right)^2 \ldots\ldots (575)$$

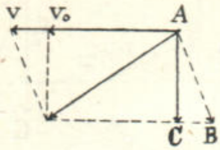
2) Турбина вращается скорѣе, такъ что

$$v > v_0 \text{ и } n > n_0.$$

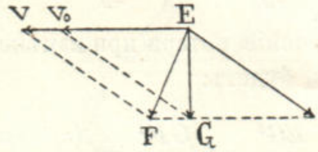
При увеличеніи числа оборотовъ имѣется полная аналогія съ предыдущимъ случаемъ, какъ это поясняется фиг. 166 и 167 и потому уравн. (575) цѣликомъ примѣняется и къ данному случаю. Но

15*

при $n < n_0$ потеря происходитъ вслѣдствіе удара воды о лопатки, а при $n > n_0$ отъ удара лопатокъ о воду. Разсматривая случай ускореннаго вращенія, дѣлаютъ замѣчаніе такого рода: при обратномъ ударѣ (Rückschlage), который наблюдается въ данномъ случаѣ, совершается



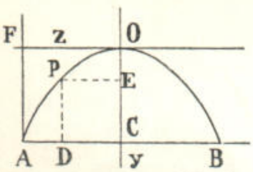
166.



167.

потеря не только скорости v_n, но имѣется и еще потеря вслѣдствіе перенесенія работы колеса на воду. Послѣднее совершенно вѣрно, но не можетъ быть принимаемо во вниманіе, такъ какъ работа, перенесенная на воду, отдается ею обратно колесу, до выхода изъ послѣдняго.

При обыкновенной формѣ лопатокъ потеря y имѣетъ мѣсто только для средней струйки воды.



168.

Положимъ

$$z = \frac{n_0 - n}{n_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (576)$$

тогда

$$y = z^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (577)$$

т. е. получается уравненіе параболы (см. фиг. 168).

Наибольшее значеніе y, которое главнымъ образомъ принимается въ соображеніе, соотвѣтствуетъ уменьшенію коэффиціента полезнаго дѣйствія до нуля, другими словами — вся возможная работа поглощается вредными сопротивленіями, т. е.

$$x = EH$$

и

$$y_{max} = 1$$

Изъ уравн. (575) тогда имѣемъ:

$$1 = \left(\frac{n_0 - n}{n_0}\right)^2$$

или

$$\frac{n_0 - n}{n_0} = \pm 1,$$

что возможно, когда

$$n = 0 \text{ и } n = 2\,n_0.$$

При $n = 0$, $z = +1$ и $y = +1$ (см. ур. 576)—получается точка A. При $n = 2\,n_0 \ldots z = -1$ и $y = +1$, получаются координаты, соотвѣтствующія точкѣ B.

Если представимъ себѣ координатную систему съ началомъ координатъ въ точкѣ A, при чемъ AB—ось абсциссъ и перпендикулярная къ ней AF—ось ординатъ, то абсциссами будутъ опредѣляться числа оборотовъ n, а ординатами соотвѣтствующіе коэффиціенты полезнаго дѣйствія. Дѣйствительно, для любой точки P:

$$CD = EP = z \text{ и } EO = y$$

$$AD = AC - CD = 1 - z$$

$$PD = CO - EO = 1 - y$$

Изъ уравн. (576) имѣемъ:

$$n = n_0 (1 - z) = n_0 \,.\, \overline{AD} \quad \ldots \ldots \ldots (578)$$

Если n_0 постоянное, то величиною AD, для любой точки параболы, будетъ опредѣляться число оборотовъ n.

Если обозначимъ черезъ E_1 коэффиціентъ полезнаго дѣйствія, принимая во вниманіе потерю работы отъ измѣненія числа оборотовъ, то

$$E_1 = \frac{EH - x}{H}$$

или въ силу ур. (574) имѣемъ:

$$E_1 = \frac{EH - \left(\frac{n_0 - n}{n_0}\right)^2 EH}{H} = E\left[1 - \left(\frac{n_0 - n}{n_0}\right)^2\right] = E\,(1 - y) =$$

$$= E \,.\, \overline{PD} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (579)$$

т. е. величины E_1 будутъ опредѣляться ординатами PD. Разсматривая фиг. 168 видимъ, что $E_1 = 0$ при $n = 0$, величина E_1 возрастаетъ при измѣненіи n до n_0, затѣмъ уменьшается и при $n = 2\,n_0$ величина $E_1 = 0$. Это объясняетъ приблизительно на опытѣ замѣченное свойство турбинъ: коэффиціентъ полезнаго дѣйствія достигаетъ наибольшей величины для турбины, когда она дѣлаетъ половину того числа оборотовъ, какое она имѣетъ при порожнемъ ходѣ. Можно опредѣлить и нагрузку тормаза, которая останавливаетъ движеніе колеса, тогда половинная нагрузка соотвѣтствуетъ числу оборотовъ, при которомъ турбина имѣетъ максимальный коэффиціентъ полезнаго дѣйствія. Эти соотношенія приблизительныя, такъ какъ не принимались во вниманіе многія вредныя сопротивленія.

Итакъ, въ реактивныхъ турбинахъ коэффиціентъ полезнаго дѣйствія одинаково понижается—какъ при увеличеніи, такъ и при уменьшеніи числа оборотовъ.

Если уголъ $\beta < 90^\circ$ и $v < v_0$, то потеря работы будетъ (фиг. 169):

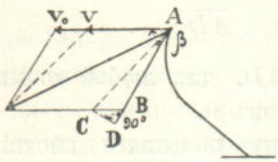
$$\frac{c_n^2}{2g} = \frac{(CD)^2}{2g} = \frac{(CB \cdot sin\,\beta)^2}{2g} = \frac{(v_0 - v)^2}{2g}\,sin^2\beta \quad . \; . \; . \; (580)$$

Относительная скорость вступленія w_e' изображается прямою AC, можно принять

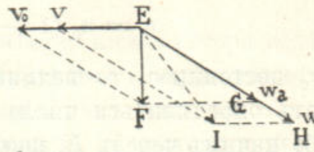
$$AC = AD$$

а тогда увеличеніе относительной скорости вступленія изображается отрѣзкомъ BD и

$$\overline{BD} = \overline{CB} \cdot cos\,\beta = (v_0 - v)\,cos\,\beta \quad . \; . \; . \; . \; . \; (581)$$



169.



170.

Если разсматривать истеченіе изъ турбиннаго колеса (фиг. 170) и положить:

$$w_a' = w_e' \text{ и } v_a = v_e,$$

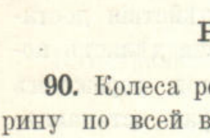
то абсолютная скорость истеченія изобразится прямою EI, и увеличеніе потери будетъ:

$$\frac{\overline{EI}^2}{2g} - \frac{\overline{EF}^2}{2g} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (582)$$

Если произвести дальнѣйшія изслѣдованія указаннаго случая, имѣя въ виду активныя турбины, для которыхъ обыкновенно $\beta < 90^\circ$, то найдемъ, что пониженіе коэффиціента полезнаго дѣйствія при уменьшеніи числа оборотовъ происходитъ въ большей степени, чѣмъ при увеличеніи.

Реактивныя турбинныя колеса.

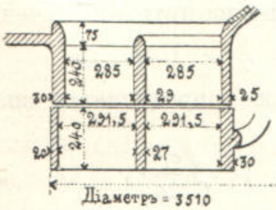
90. Колеса реактивныхъ турбинъ имѣютъ или одинаковую ширину по всей высотѣ, какъ это представлено на фиг. 154 и 155, § 87, или расширяются книзу, благодаря чему уменьшаются уголъ γ и абсолютная скорость истеченія c_a (фиг. 171).



171.

Если c_a не перпендикулярна къ v_a, то при осевой турбинѣ перпендикулярности можно достигнуть одностороннимъ расширеніемъ турбиннаго колеса, какъ это обозначено пунктиромъ на фиг. 171, такъ какъ при такомъ расширеніи измѣняется скорость v_a. Но не слѣдуетъ забывать, что съ расширеніемъ колеса уменьшается ширина отверстій истеченія и при этомъ возрастаетъ опасность, что твердыя тѣла, которыя несетъ съ собою вода и которыя не задержались направляющимъ колесомъ, могутъ застрять въ турбинномъ колесѣ.

При большихъ количествахъ воды, протекающей черезъ турбинное колесо, послѣднее дѣлается съ двумя или большимъ числомъ вѣнцовъ, какъ это представлено на фиг. 172 и 173; благодаря подобному устройству возможно регулировать работу. На фиг. 172 представлено сѣченіе турбины, установленной для городского водопровода въ Bern'ѣ, построеннаго въ 1878 г. Фиг. 173 представляетъ собою сѣченіе обода турбины, поставленной въ Zürich'ѣ въ 1878 г., тоже для городского водопровода.



172.

173.

Положеніе реактивной турбины относительно уровня нижней воды. Всасывающая труба.

91. Въ реактивныхъ турбинахъ, благодаря имѣющемуся внутри давленію, каналы выполняются водою, вслѣдствіе чего турбины могутъ работать въ нижней водѣ на любой глубинѣ безъ замѣтнаго ущерба для полезнаго дѣйствія. Такой ущербъ будетъ существовать только тогда, когда треніе воды о турбинное колесо уменьшаетъ работу. Эта потеря работы составляетъ въ среднемъ ∞ 2% абсолютной работы. Съ другой стороны реактивную турбину, безъ уменьшенія ея полезной работы, можно установить надъ уровнемъ нижней воды— въ трубѣ или колодцѣ. Наибольшая высота, на которой можетъ быть установлено турбинное колесо опредѣляется тѣмъ, что абсолютное давленіе ни въ одномъ сѣченіи не должно быть меньше нуля, такъ какъ иначе произойдетъ разрывъ водяного столба въ отводной трубѣ.

Для любого сѣченія BC въ отводной трубѣ, которое находится на высотѣ x надъ нижнимъ уровнемъ и въ которомъ вода со среднею скоростью c_x перемѣщается (фиг. 174), абсолютное давленіе h_x, выраженное высотою водяного столба въ метрахъ, опредѣляется изъ уравненія:

$$P + y + \frac{c_y^2}{2g} = h_x + \frac{c_x^2}{2g} + x + y - \psi_x \frac{c_y^2}{2g},$$

гдѣ P — давленіе атмосферы, измѣряемое высотою водяного столба въ метрахъ (при самомъ низкомъ барометрическомъ давленіи),

y — вертикальное разстояніе центра тяжести выходного отверстія трубы отъ нижняго уровня,

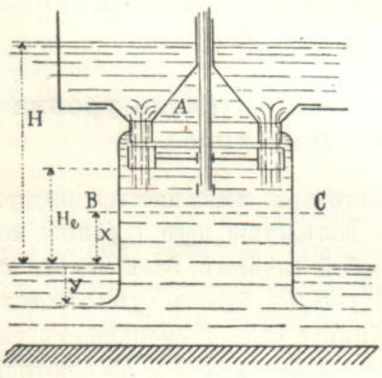
c_y — средняя скорость, съ которою вода оставляетъ это отверстіе и

$\psi_x \frac{c_y^2}{2g}$ — сумма сопротивленій движенію на пути отъ сѣченія BC до выходного отверстія.

Изъ вышеприведеннаго уравненія также опредѣляется значеніе для x и

$$x = P - \left(h_x + \frac{c_x^2}{2g}\right) + (1 + \psi_x) \frac{c_y^2}{2g} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (583)$$

Когда изъ пространства A (фиг. 174) не весь воздухъ удаленъ (что можетъ происходить при началѣ дѣйствія турбины) или когда выдѣляются газы изъ воды, которая всегда несетъ съ собою растворенный воздухъ, то можетъ быть прерываніе струи, а потому, чтобы этого не происходило, необходимо, чтобы минимальное допустимое значеніе h_x было бы, по крайней мѣрѣ, равнымъ суммѣ давленій: h_r — давленія воздуха, существующаго въ A, и h_d — давленія водяного пара, соотвѣтствующаго температурѣ воды, слѣдовательно



174.

$$x_{max} \leqq P - \left(h_r + h_d + \frac{c_x^2}{2g}\right) + $$

$$+ (1 + \psi_x) \frac{c_y^2}{2g} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad (584)$$

Для c_x надо принимать наибольшее значеніе.

Положимъ для разсматриваемаго пункта нижайшее барометрическое давленіе = 720 mm ртутнаго столба, тогда

$$P = 10{,}333 \frac{720}{760} = 9{,}79 \text{ m}.$$

Положимъ вода имѣетъ температуру 15° C, тогда соотвѣтствующее давленіе насыщеннаго пара въ mm ртутнаго столба = 12,699 или 12,7 и

$$h_d = 10{,}333 \frac{12{,}7}{760} = 0{,}173.$$

Если теперь положить

$$c_x = 3{,}5 \text{ m}; \; c_y = 1 \text{ m и } \psi_x \frac{c_y^2}{2g} = 0{,}15 \text{ m},$$

то

$$\frac{c_x^2}{2g} = \frac{3{,}5^2}{19{,}62} = 0{,}625 \text{ m}$$

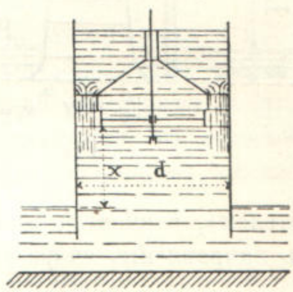
$$\frac{c_y^2}{2g} = \frac{1^2}{19{,}62} = 0{,}051 \text{ m}$$

Положимъ въ пространствѣ A воздуха нѣтъ, тогда

$$x_{max} \leqq 9{,}79 - (0{,}173 + 0{,}625) + 0{,}051 + 0{,}15$$

$$x_{max} \leqq 9{,}193 \text{ m}$$

Чѣмъ больше діаметръ отводной трубы, тѣмъ больше поперечное сѣченіе, черезъ которое содержащійся въ водѣ воздухъ можетъ подыматься кверху и тѣмъ легче происходитъ это выдѣленіе воздуха и скопленіе его въ камерѣ A, исключая того случая, когда скорость, съ которою вода въ отводной трубѣ перемѣщается внизъ, значительно больше скорости, съ которою воздухъ подымается. Затѣмъ при трубахъ большого діаметра скорости различныхъ струекъ могутъ значительно разниться. Кромѣ того надо принимать во вниманіе точность пригонки, такъ какъ черезъ зазоры и неплотности можетъ проникнуть въ трубу воздухъ. Отсюда вытекаетъ, что для максимальной высоты турбиннаго колеса надъ нижнимъ уровнемъ нельзя дать общаго указанія и правильнѣе это разстояніе вычислять по слѣдующей эмпирической формулѣ, которою опредѣляется наибольшее вертикальное разстояніе x нижней кромки турбиннаго колеса, заключеннаго въ трубѣ, надъ нижнимъ уровнемъ:



175.

$$x_{max} \leqq \frac{1}{0{,}11 + 0{,}055\, d} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (585)$$

гдѣ d—діаметръ отводной трубы въ метрахъ (фиг. 175). Величина x_{max} не должна превосходить 5—6 m, для напоровъ менѣе 5 m ее дѣлаютъ равною около половины напора. Если труба расширяется книзу, то уголъ при вершинѣ конуса дѣлается не болѣе 10—12°, при большемъ расширеніи труба работаетъ хуже.

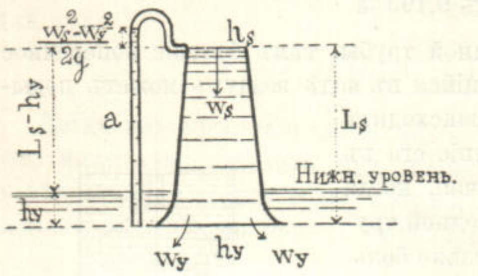
Расширяющаяся книзу всасывающая труба играетъ роль диффузера (см. § 105), и если скорость истеченія w_y (см. фиг. 176) будетъ меньше скорости вступленія w_s въ трубу, то всасывающее дѣйствіе въ верхнемъ сѣченіи увеличивается; дѣйствительно — разсматривая нижнее и верхнее сѣченія трубы и обозначая черезъ h_y и h_s — давленія въ указанныхъ сѣченіяхъ, можемъ написать, что

$$h_y + \frac{w_y^2}{2g} = L_s + h_s + \frac{w_s^2}{2g}$$

откуда

$$h_s = -\left[L_s - h_y + \frac{w_s^2}{2g} - \frac{w_y^2}{2g}\right] \quad \ldots\ldots\ldots (586)$$

Какъ видно, всасывающее дѣйствіе увеличивается на $\frac{w_s^2}{2g} - \frac{w_y^2}{2g}$ и если бы верхнее сѣченіе соединить съ нижнимъ уровнемъ трубкою a, то въ ней вода поднялась бы выше верхняго сѣченія на высоту $\frac{w_s^2 - w_y^2}{2g}$; эта высота можетъ быть утилизирована двигателемъ.



176.

Если труба цилиндрическая, то $w_y = w_s$ и работа теряющаяся, т. е. которая не можетъ быть утилизирована двигателемъ, равняется (если направленіе скорости c_a перпендикулярно къ направленію скорости v_a)

$$\triangle Q \frac{w_s^2}{2g}.$$

Въ первомъ же случаѣ, т. е. когда $w_y < w_s$, теряется работа равная

$$\triangle Q \frac{w_y^2}{2g},$$

а потому расширеніе трубы даетъ возможность использовать работу, величина коей равняется разности вышеприведенныхъ работъ, т. е.

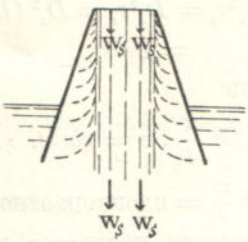
$$\triangle Q \left[\frac{w_s^2}{2g} - \frac{w_y^2}{2g}\right] \quad \ldots\ldots\ldots (587)$$

Если принять во вниманіе потерю напора отъ вредныхъ сопротивленій при движеніи воды во всасывающей трубѣ и положить эту потерю $= i_s H$, то

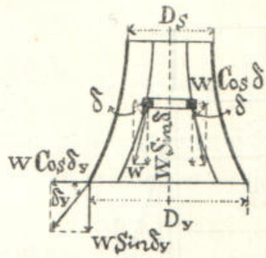
$$h_s = -\left[L_s - h_y - i_s H + \frac{w_s^2}{2g} - \frac{w_y^2}{2g}\right] \quad \ldots\ldots (588)$$

При быстромъ значительномъ расширеніи трубы явленіе истеченія можетъ происходить такимъ образомъ, какъ это показано на фиг. 177 и тогда подобная труба по дѣйствію уподобляется цилиндрической трубѣ.

Если всасывающая труба симметрично расширяется относительно оси, то струйки, протекающія въ равныхъ разстояніяхъ отъ стѣнокъ трубы, будутъ находиться въ одинаковыхъ условіяхъ. Разсматривая



177.



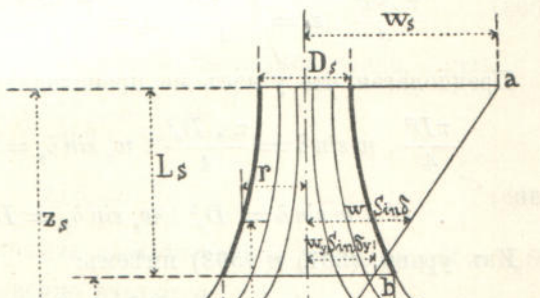
178.

ряды такихъ струекъ, образующихъ извѣстную поверхность и произведя сѣченіе ихъ горизонтальною плоскостью — получимъ кольцо (см. фиг. 178), частицы коего перемѣщаются со скоростями w, направленными подъ уг. δ къ горизонтальной плоскости, въ которой онѣ перемѣщаются со скоростями $w \cos \delta$; въ вертикальномъ же направленіи частицы перемѣщаются со скоростями $w \sin \delta$.

Видъ струекъ характеризуется уравненіемъ, которое далъ профессоръ Пражиль *) (см. фиг. 179):

$$\frac{dr}{dz} = \frac{(v)}{(w)} = -\frac{r}{2z} \cdots (589)$$

гдѣ $r = \frac{d}{2}$ — разстояніе разсматриваемой точки струйки отъ оси трубы, z — вертикальное разстояніе точки отъ дна, (v) — горизонтальная составляющая скорости w, т. е. $w \cos \delta$, и (w) — вертикальная составляющая скорости, т. е. $w \sin \delta$. Знакъ (—) потому получился, что скорости w считаются направленными внизъ, а направленіе z принимается отъ дна вверхъ.



179.

*) См. Schweizerische Bauzeitung. 1903. Bd. XLI. Nr. 21, s. 234.

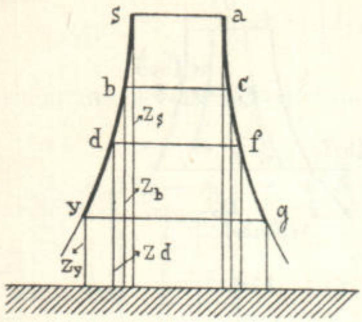
Интегрируя ур. (589), получимъ:

$$r^2 \,.\, z = cost. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (590)$$

Нижнее сѣченіе y должно находиться на такомъ разстояніи z_y отъ дна, чтобы составляющія $w \sin \delta$ у дна обратились въ нуль.

Пользуясь уравн. (590), имѣемъ:

$$D^2 z = D_y^2 z_y = D_s^2 z_s = D_s^2 (L_s + z_y) =$$
$$= const. \ldots\ldots \quad (591)$$



180.

или вообще

$$D^2 \frac{\pi}{4} \,.\, z = const. \ldots. \quad (592)$$

Но $D^2 \frac{\pi}{4}$ = площади основанія цилиндра, высота коего $= z$, уравненіе же (592) указываетъ на постоянство объема цилиндра съ діаметромъ основанія D и высотою z. Пользуясь этимъ свойствомъ, легко вычертить трубу, если опредѣлить діаметры на различныхъ высотахъ, но для этого долженъ быть извѣстенъ объемъ хотя бы одного изъ цилиндровъ и тогда искомыя величины опредѣлятся равенствомъ (фиг. 180):

$$\frac{\pi \,.\, \overline{sa}^2}{4} \,.\, z_s = \frac{\pi \,.\, \overline{bc}^2}{4} \,.\, z_b = \frac{\pi \,.\, \overline{df}^2}{4} \,.\, z_d = \frac{\pi \,.\, \overline{yg}^2}{4} \,.\, z_y.$$

Предполагая, что у насъ не происходитъ разрыва струй, имѣемъ:

$$\frac{\pi D^2}{4} \,.\, w \sin \delta = \frac{\pi \,.\, D_y^2}{4} \,.\, w_y \sin \delta_y = \frac{\pi D_s^2}{4} \,.\, w_s = const.$$

или

$$D^2 \,.\, w \sin \delta = D_y^2 \,.\, w_y \sin \delta_y = D_s^2 \,.\, w_s = const. \ldots \quad (593)$$

Изъ уравн. (591) и (593) имѣемъ:

$$\frac{w \sin \delta}{z} = \frac{w_y \sin \delta_y}{z_y} = \frac{w_s}{z_s} = \frac{w_s}{L_s + z_y} \ldots\ldots \quad (594)$$

и

$$z_y = L_s \; \frac{w_y \sin \delta_y}{w_s - w_y \sin \delta_y} \ldots\ldots\ldots \quad (595)$$

Для приближенныхъ вычисленій полагаютъ величину w_y равною вертикальной составляющей $w_y \sin \delta_y$.

Величину z_y удобно опредѣлять и графически.—Въ соотвѣтствующихъ сѣченіяхъ на горизонталяхъ отложимъ величины w_s и $w_y \sin \delta_y$, получимъ точки a и b (фиг. 179). Изъ уравн. (594) видно, что точки a, b и c должны лежать на одной прямой, чѣмъ и опредѣлится соотвѣтствующее разстояніе z_y.

Изъ уравн. (594) имѣемъ:

$$w \sin \delta = \frac{w_y \sin \delta_y}{z_y} . z = (w) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (596)$$

Пользуясь же уравн. (589), имѣемъ:

$$\frac{(v)}{(w)} = \frac{r}{2z} = \frac{d}{4z} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (597)$$

или

$$(v) = w \cos \delta = (w) \frac{d}{4z} = \frac{w_y \sin \delta_y}{4z_y} . d = const. \frac{d}{2}, \quad . \quad . \quad (598)$$

т. е. горизонтальная составляющая скорости w пропорціональна разстоянію $\frac{d}{2}$ отъ оси трубы и не зависитъ отъ высоты положенія отдѣльныхъ сѣченій.

Величина w опредѣляется равенствомъ:

$$w^2 = (w \sin \delta)^2 + (w \cos \delta)^2 = \frac{(w_y \sin \delta_y)^2}{z_y^2} \left(z^2 + \frac{d^2}{16}\right)$$

и

$$w = \frac{w_y \sin \delta_y}{4z_y} \sqrt{16z^2 + d^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (599)$$

Подставляя въ равен. (599 *o*) вмѣсто z величину z_y и вмѣсто d величину D_y, получимъ:

$$w_y = w_y \sin \delta_y \sqrt{1 + \left(\frac{D_y}{4z_y}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (600)$$

Величину угла δ_y легко опредѣлить, пользуясь уравн. (589):

$$\frac{dr}{dz} = \frac{1}{tg\, \delta} = \frac{r}{2z} = \frac{d}{4z}$$

и

$$tg\, \delta_y = \frac{4z_y}{D_y} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (601)$$

Потери $\frac{w_y^2}{2g}$ и $\frac{c_a^2}{2g}$ можно положить соотвѣтственно равными $i_y H$ и $i_a H$. Величинами i_y и i_a обыкновенно задаются.

Примѣръ. Напоръ $H = 7{,}5$ m; расходъ $Q = 3{,}1$ m³; длина или высота всасывающей трубы $L_s = 3{,}5$ m; примемъ $i_a = 0{,}08$ (фиг. 181)

$$c_a = \sqrt{2g \,.\, 0{,}08 \,.\, 7{,}5} = 3{,}43 \text{ m}.$$

Примемъ $w_s = 0{,}9\, c_a = 3{,}0$ m *), тогда

$$\frac{\pi D_s^2}{4} = \frac{Q}{w_s} = \frac{3{,}1}{3} = 1{,}033 \text{ m}^2$$

---

*) При устройствѣ всасывающей трубы для осевой турбины приходится выбирать меньшую величину для w_s или опредѣлять ее, задаваясь величиною діаметра D_s, который выбирается въ зависимости отъ діаметра турбины. Зная D_s легко опредѣлить w_s:

$$w_s = \frac{4Q}{\pi D_s^2}.$$

и

$$D_s = 1{,}15 \text{ m}.$$

Требуется скорость w_y уменьшить настолько, чтобы $i_y = 0{,}01$, тогда

$$w_y = \sqrt{2g \cdot 0{,}01 \cdot 7{,}4} = 1{,}2 \text{ m}.$$

Принимаемъ приблизительно

$$w_y \sin \delta_y = 0{,}9\, w_y,$$

тогда

$$w_y \sin \delta_y = 1{,}08$$

округлимъ и положимъ

$$w_y \sin \delta_y = 1{,}1,$$

тогда

$$\frac{\pi D_y^2}{4} = \frac{Q}{w_y \sin \delta_y} = \frac{3{,}1}{1{,}1} = 2{,}82 \text{ m}^2$$

и

$$D_y = 1{,}9 \text{ m}.$$

Откладываемъ на горизонталяхъ величины w_s и $w_y \sin \delta_y$, получимъ точки a, b и c. Изъ уравн. (595) найдемъ z_y:

$$z_y = 3{,}5 \frac{1{,}1}{3 - 1{,}1} = 2{,}025 \text{ m}.$$

Зная D_y, найдемъ δ_y (см. равен. 601):

$$tg\, \delta_y = z_y : \frac{D_y}{4}.$$

Величину угла δ_y легко опредѣлить чертежомъ (см. фиг. 181), откладывая на горизонтали величину $\frac{D_y}{4}$.

Изъ равен. (600) находимъ величину w_y:

$$w_y = 1{,}1 \sqrt{1 + \left(\frac{1{,}9}{8{,}1}\right)^2} = 1{,}13 \text{ m}.$$

Какъ видно, величина w_y получилась немного отличная отъ первоначальной, но разница очень незначительна и слѣдовательно въ дѣйствительности i_y будетъ немного меньше 0,01.

При $z_y = 2{,}025 \ldots z_s = L_s + z_y = 3{,}5 + 2{,}025 = 5{,}525$ m.

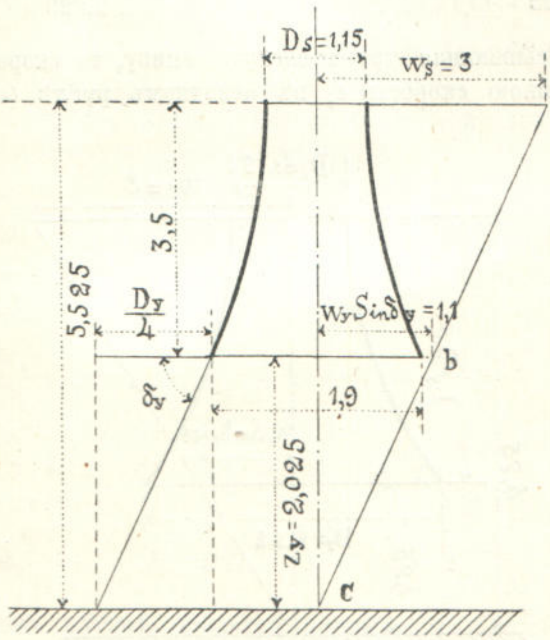
Объемъ цилиндра =

$$\frac{\pi \cdot D_{s_s}^2}{4} \cdot z_s = \overline{1{,}15^2} \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 5{,}525 = 5{,}739 \text{ m}^3.$$

Опредѣлимъ величины діаметровъ D черезъ каждые 0,5 m:

Значенія z:	Значенія D:
5,525 m (z_s)	1,150 m (D_s)
5,025 »	1,205 »
4,525 »	1,270 »
4,025 »	1,345 »
3,525 »	1,440 »
3,025 »	1,555 »
2,525 »	1,700 »
2,025 » (z_y)	1,900 » (D_y).

Предположимъ, что требуется опустить трубу и разстояніе нижняго отверстія всасывающей трубы отъ дна уменьшить до 1,25 m,



181.

посмотримъ — какъ измѣнятся размѣры трубы. Въ данномъ случаѣ $z_y = 1,25$ m (фиг. 182). Соединивъ точки a и c, получимъ точку b и найдемъ, что $w_y \sin \delta_y = 0,8$ m, а потому

$$\frac{\pi D_y^2}{4} = \frac{3,1}{0,8} = 3,875 \text{ m}^2 \text{ и } D_y = \infty 2,22 \text{ m}.$$

Опредѣляемъ графически величину w_y, найдемъ, что $w_y = \infty 1,0$ m.

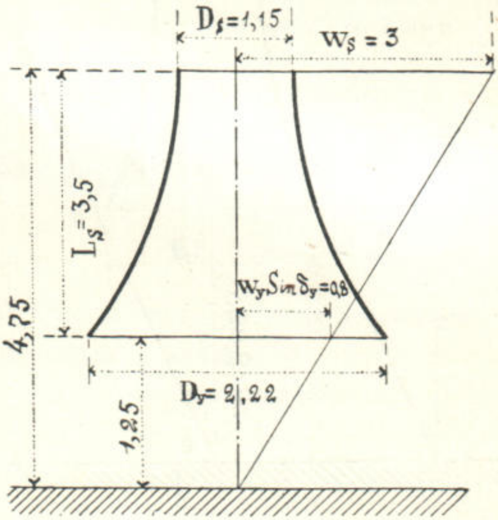
Объемъ цилиндра $=$

$$\frac{\pi D_s^2}{4} \cdot z_s = \overline{1{,}15}^2 \cdot \frac{\pi}{4}(3{,}5 + 1{,}25) = 4{,}934 \text{ m}^3.$$

Найдемъ значенія D, соотвѣтствующія различнымъ значеніямъ z:

Значенія z:	Значенія D:
4,75 m (z_s)	1,150 m (D_s)
4,25 »	1,215 »
3,75 »	1,295 »
3,25 »	1,390 »
2,75 »	1,510 »
2,25 »	1,670 »
1,75 »	1,895 »
1,25 » (z_y)	2,220 » (D_y).

Если всасывающая труба загнута внизу, то скорость w_y можно положить равною скорости c_y въ отводномъ руслѣ (см. фиг. 183).

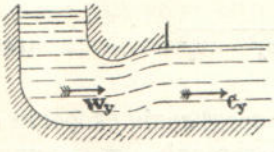


182.

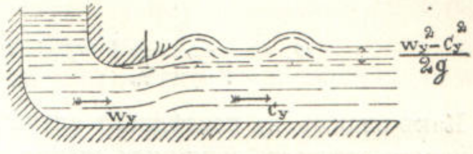
Если же $w_y > c_y$, то за трубой происходитъ подъемъ воды, высоту подъема можно положить равною $\frac{w_y^2 - c_y^2}{2g}$ (фиг. 184) *).

*) Подробности объ устройствѣ всасывающей трубы см. въ соч.: A. Pfarr: Die Turbinen für Wasserkraftbetrieb, 1907 и статью А. Миловича, помѣщенную въ журналѣ: Бюллетени Политехническаго Общества, состоящаго при Императорскомъ Техническомъ Училищѣ. 1907 г., № 1.

Весьма часто во всасывающей трубѣ помѣщаются: турбинный валъ, стоякъ, нижній пятникъ, части закрѣпляющія его и т. п., въ этихъ слу-



183.



184.

чаяхъ слѣдуетъ принимать во вниманіе производимое ими стѣсненіе или суженіе сѣченій трубы и соотвѣтственно увеличивать значенія D.

Опредѣленіе относительной скорости истеченія въ осевой реактивной турбинѣ.

92. Уравненіями (536) и (537) опредѣляется давленіе h_e въ зазорѣ реактивной турбины, т. е. въ сѣченіи вступленія въ турбинное колесо. Зная давленіе h_e, легко опредѣлить относительную скорость истеченія w_a — пользуясь уравненіемъ (494):

$$h_a + \frac{w_a^2}{2g} = h_e + \frac{w_e^2}{2g} + H_e - H_a - \psi_3 \frac{w_a^2}{2g} + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}.$$

Если имѣется всасывающая труба, то h_a нужно взять со знакомъ (—) и по величинѣ $h_a = H_a$, а потому

$$\frac{w_a^2}{2g}(1 + \psi_3) = \frac{w_e^2}{2g} + h_e + H_e + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}$$

но (см. ур. 537)

$$h_e = H - H_e - (1 + \psi_1 + \psi_2)\frac{c_e^2}{2g}$$

откуда

$$h_e' = h_e + H_e = H - (1 + \psi_1 + \psi_2)\frac{c_e^2}{2g} \quad \ldots \quad (602)$$

т. е. въ данномъ случаѣ придется принять $H =$ полному напору; той же самой величинѣ H равняется въ томъ случаѣ, когда $H_e = 0$, т. е. когда турбинное колесо вращается въ нижней водѣ. Зная h_e', опредѣлимъ w_a:

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1 + \psi_3}}\sqrt{w_e^2 + 2gh_e' + v_a^2 - v_e^2} \quad \ldots \quad (603)$$

Если турбинное колесо вращается на воздухѣ, то $h_a = 0$ и

$$\frac{w_a^2}{2g}(1 + \psi_3) = \frac{w_e^2}{2g} + h_e + H_e - H_a + \frac{v_a^2 - v_e^2}{2g}.$$

Если положить

$$h_e'' = h_e + H_e - H_a = H - H_a - (1 + \psi_1 + \psi_2)\frac{c_e^2}{2g} \quad . \quad . \quad (604)$$

то

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1+\psi_3}}\sqrt{w_e^2 + 2gh_e'' + v_a^2 - v_e^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (605)$$

Какъ видимъ, въ послѣднемъ случаѣ, для опредѣленія скорости w_a за напоръ слѣдуетъ принимать вертикальное разстояніе отъ верхняго уровня до сѣченія истеченія изъ турбиннаго колеса. Можно написать общую формулу для опредѣленія w_a:

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1+\psi_3}}\sqrt{w_e^2 + 2gh' + v_a^2 - v_e^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (606)$$

гдѣ h' опредѣляется равенствомъ (602) или (604).

Если ободъ одинаковой ширины, или расширеніе симметрично, то для осевой турбины $v_a = v_e$ и формула (606) получаетъ слѣдующій видъ:

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1+\psi_3}}\sqrt{w_e^2 + 2gh'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (607)$$

Регулированіе осевыхъ реактивныхъ турбинъ.

93. Конструкція турбины должна сообразоваться съ характеромъ работы на фабрикѣ или на заводѣ. Съ измѣненіемъ величины работы, должна измѣняться и сила двигателя, для чего приходится ввести регулированіе. Разсмотримъ различные способы регулированія реактивныхъ турбинъ.—

185.

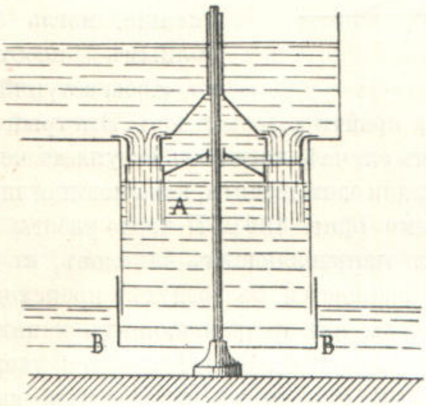
а) Регулированіе щитами, располагаемыми въ вершинякѣ (верхнее или приводное русло).

Если щитъ c совершенно открытъ, уровень будетъ обозначаться линіею ab (фиг. 185). Если прикрыть щитомъ настолько отверстіе, чтобы высота его была $= z$, то уничтожается часть напора H_x, вслѣдствіе чего уменьшается скорость c_e, происходитъ обратный ударъ и потеря работы. Отсюда слѣдуетъ, что нельзя рекомендовать подобный способъ регулированія, но онъ становится умѣстнымъ въ тѣхъ случаяхъ, когда утилизируется двигателемъ только часть работы, которую можетъ развить вода.

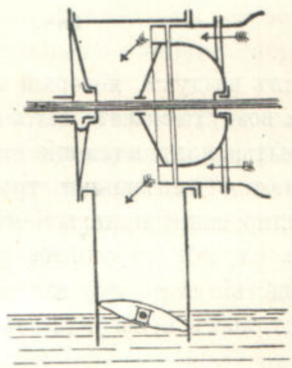
Прикрытіе отверстія приводного канала по работѣ совершенно подобно дѣйствію впускного клапана паровой машины, въ которой также происходитъ уменьшеніе давленія.

б) Регулированіе щитами или клапанами, помѣщенными въ отводной трубѣ.

Внизу отводной трубы A помѣщается щитъ B (фиг. 186), вертикальнымъ перемѣщеніемъ котораго можно измѣнять площадь истеченія въ отводной трубѣ. Прикрытіемъ выпускного отверстія уве-



186.



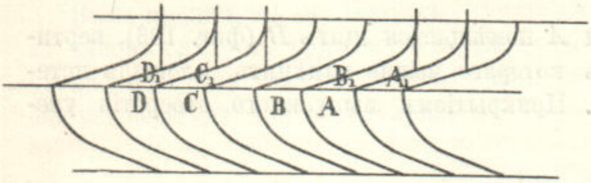
187.

личиваемъ сопротивленіе въ отводной трубѣ, что подобно поднятію нижняго уровня, а слѣдовательно и уменьшенію напора, т. е. выпускной щитъ дѣйствуетъ подобно впускному щиту, разсмотрѣнному выше, и все, что было сказано о нихъ, цѣликомъ примѣняется и къ выпускнымъ щитамъ. Выпускной щитъ необходимъ для того, чтобы возможно было наполнить водою отводную трубу.

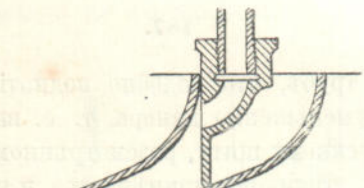
Подобно щитамъ дѣйствуютъ клапаны (фиг. 187).

в) Регулированіе прикрытіемъ направляющихъ каналовъ.

Представимъ себѣ реактивную турбину, въ которой часть направляющихъ каналовъ закрыта. Положимъ, турбинное колесо расположено поверхъ нижней воды. Развернемъ среднюю цилиндрическую поверхность (фиг. 188). Въ серединѣ, положимъ, каналы открыты, а по бокамъ закрыты. Въ каналѣ B_1 вытекающая вода не встрѣчаетъ въ пустомъ каналѣ турбиннаго колеса противодавленія воды, вслѣдствіе чего приблизительно весь напоръ въ направляющемъ колесѣ, уменьшенный на высоту, соотвѣтствующую вреднымъ сопротивленіямъ, обращается въ скорость. Такъ что вода вытекаетъ изъ канала B_1 съ значительно большею скоростью, чѣмъ въ томъ случаѣ, если бы каналы турбиннаго колеса были наполнены водою. Затѣмъ каналы быстро наполняются водою и при движенiи до канала C — работа совершается, какъ работа нормальной реактивной турбины. Когда каналъ B придетъ въ положенiе канала C, то такъ какъ направляющiй каналъ C_1 и слѣдующiе прикрыты, происходитъ опоражниванiе турбинныхъ каналовъ. Чтобы опоражниванiе могло быть полнымъ — необходимо, чтобы вступилъ въ каналъ воздухъ, который можетъ пройти черезъ зазоръ. Быстрый проходъ воздуха можетъ быть въ томъ случаѣ, когда онъ вступаетъ черезъ закрытые направляющiе каналы, для чего штанги, подымающiя щиты, дѣлаются желѣзными трубчатыми (фиг. 189). Потеря работы при регулированiи прикрытiемъ части направляющихъ каналовъ, въ данномъ случаѣ (турбинное колесо вращается въ воздухѣ) происходитъ вслѣдствiе того, что вытеканiе воды изъ направляющихъ каналовъ, слѣдуемыхъ непосредственно за закрытыми, сопровождается ударомъ и при этомъ реактивнаго давленiя не имѣется, слѣдовательно не развивается полная работа.



188.



189.

Меньшая потеря будетъ въ томъ случаѣ, когда закрытiе каналовъ идетъ такъ, что всѣ открытые и всѣ закрытые направляющiе каналы слѣдуютъ непосредственно одни за другими. Если же закрытiе совершается поочередно, то потеря увеличивается, хотя при этомъ уничтожается одностороннее давленiе на цапфы.

Если турбинное колесо помѣщается въ водѣ, потеря увеличивается еще оттого, что вытекающая изъ канала B_1 струя воды ударяется о мертвую воду.

Мейснеръ говоритъ, что при подобныхъ способахъ регулированiя полезная работа уменьшается не пропорцiонально расходу воды, а вѣрнѣе пропорцiонально квадрату расхода, такъ что, если уменьшить расходъ вдвое, то полезная работа будетъ въ 4 раза меньше получаемой при полномъ расходѣ.

Изъ всего сказаннаго вытекаетъ, что регулированiе осевыхъ реактивныхъ турбинъ прикрытіемъ части направляющихъ каналовъ является менѣе совершеннымъ, чѣмъ регулированіе щитами и клапанами, разсмотрѣнными въ пунктахъ а и б. Регулированіе—уменьшеніемъ сѣченій всѣхъ каналовъ (т. е. черезъ суженіе) еще менѣе совершенно, чѣмъ регулированіе черезъ прикрытіе нѣкотораго числа направляющихъ каналовъ.

г) Регулированіе помощью отдѣльныхъ колецъ.

Вполнѣ правильно регулированіе реактивныхъ турбинъ посредствомъ раздѣленія направляющаго и турбиннаго колеса на нѣсколько концентрическихъ отдѣленій—колецъ (фиг. 172 и 173), изъ которыхъ нѣкоторыя прикрываются кольцевыми щитами, чѣмъ производится выключеніе цѣлаго кольца или двухъ колецъ (при трехъ отдѣленіяхъ, фиг. 173) *); при этомъ лопатки колесъ слѣдуетъ устраивать такимъ образомъ, чтобы при закрытіи отдѣльныхъ вѣнцовъ сохранялось постоянное число оборотовъ.

д) Вполнѣ раціональное регулированіе состоитъ въ томъ, чтобы при помощи перемѣщенія наружнаго обода, увеличивать или уменьшать сѣченія каналовъ направляющаго и турбиннаго колеса. Но до сихъ поръ не удалось удовлетворительно рѣшить эту задачу для осевыхъ турбинъ.

Для радіальныхъ турбинъ подобное регулированіе легко исполнимо (см. Альбомъ прим. уст. вод. двиг., табл. 13).

Разсмотрѣвши различные способы регулированія, можемъ придти къ заключенію, что реактивныя турбины никогда не должны устраиваться, какъ партіальныя.

Виды осевыхъ активныхъ турбинъ.

94. Въ активныхъ турбинахъ, какъ мы уже знаемъ, работа происходитъ исключительно только вслѣдствіе измѣненія направленія относительной скорости. Въ § 77 было указано, что активныя турбины можно раздѣлить на двѣ группы: предѣльныя турбины, въ которыхъ турбинные каналы, при полномъ открытіи ихъ входныхъ и выходныхъ отверстій, выполняются водою, такъ что для каждаго сѣченія канала объемъ протекающей жидкости = произведенію изъ площади разсматриваемаго сѣченія на соотвѣтствующую среднюю скорость, и струйчатыя турбины, въ каналахъ которыхъ вода пристаетъ только къ вогнутымъ стѣнкамъ лопатокъ рабочаго колеса, и количество протекающей жидкости въ каналѣ = произведенію изъ площади сѣченія потока на среднюю скорость.

---

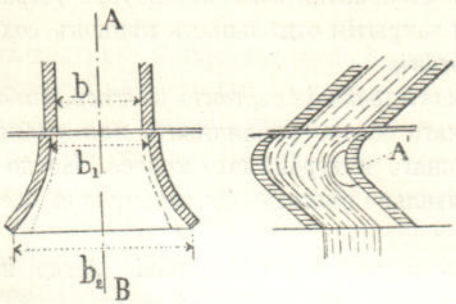
*) См. Альбомъ примѣрныхъ установокъ водяныхъ двигателей, табл. 7 и 12.

Предѣльныя турбины могутъ прекрасно работать подъ водою, струйчатыя же, какъ будетъ указано ниже, не могутъ работать подъ водою безъ значительнаго пониженія коэффиціента полезнаго дѣйствія.

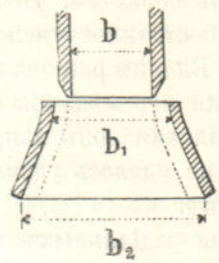
Струйчатыя активныя турбины

(со свободною струею, Strahlturbinen, Girard-Turbinen).

95. На фиг. 190 обозначена струя жидкости; какъ видно, она пристаетъ къ вогнутой стѣнкѣ канала, этою стѣнкою и ограничивается струя, съ другихъ же сторонъ окружена воздухомъ и потому, если имѣется расширеніе каналовъ, то струя можетъ свободно расширяться книзу. На этомъ основаніи Жираръ называетъ свои тур-



190.



191.

бины построенными на принципѣ свободнаго истеченія. Воздухъ, ограничивающій струю съ трехъ сторонъ, вступаетъ черезъ особыя отверстія A' (вентиляціонныя окна), или, уширяя турбинное колесо, можемъ подводить воздухъ сверху (фиг. 191). Если затруднить притокъ свѣжаго воздуха, то истеченіе струй не будетъ происходить безпрепятственно.

Такъ какъ въ струйчатыхъ турбинахъ треніе жидкости происходитъ о меньшую поверхность, то и потеря на вредныя сопротивленія въ этомъ отношеніи будетъ меньше, но потеря вслѣдствіе сильнаго расширенія книзу одинакова съ потерею въ предѣльной турбинѣ, при одинаковомъ расширеніи. Работа на всасываніе воздуха, при раціональной конструкціи, ничтожна.

Резюмируя все сказанное, видимъ, что предѣльныя активныя турбины, относительно степени утилизаціи работы, развиваемой водою, при вращеніи турбиннаго колеса въ воздухѣ, стоятъ немного ниже струйчатыхъ турбинъ. Совершенно обратное получается при помѣщеніи турбиннаго колеса въ стоячей водѣ, — въ этомъ случаѣ коэффиціентъ полезнаго дѣйствія для струйчатой турбины быстро понижается. Такъ что струйчатыя турбины должны быть располагаемы надъ нижнею водою, а потому ихъ невыгодно ставить при малыхъ паденiяхъ, а только при среднихъ или большихъ. Струйчатыя турбины очень легко регулировать, такъ какъ онѣ прекрасно могутъ работать какъ партiальныя.

Относительно формы лопатокъ струйчатыхъ турбинъ надо замѣтить слѣдующее.—Обыкновенно струйчатыя турбины устраиваются съ симметрично расширяющимся книзу ободомъ (фиг. 190), при чемъ полагается, что потокъ воды при своемъ движенiи расширяется симметрично относительно средней вертикальной линiи AB, какъ на чертежѣ обозначено пунктиромъ. Если представимъ себѣ извѣстнымъ законъ, по которому совершается расширенiе струи въ турбинномъ колесѣ и сдѣлаемъ расширенiе обода большимъ, чѣмъ происходящее расширенiе струи, то такъ сконструированную струйчатую турбину можно считать правильною. На основанiи этого, симметричное расширенiе было бы правильнымъ, если бы разсматривали не вращательное, а поступательное движенiе каналовъ. Но турбина имѣетъ вращательное движенiе, а потому придется принимать во вниманiе отклоненiе струи.

Частица воды вступаетъ при A (фиг. 192) съ абсолютною скоростью c_e и относительною w_e въ турбинное колесо и имѣетъ стремленiе оставаться въ касательной плоскости AB. Пренебрегаемъ тренiемъ воды, тогда частица, вступивъ въ A, выйдетъ въ E, двигаясь въ касательной плоскости, и пройдетъ во время t абсолютный путь AFE. Въ это время точка A перейдетъ въ A_1 и точка C въ C_1.

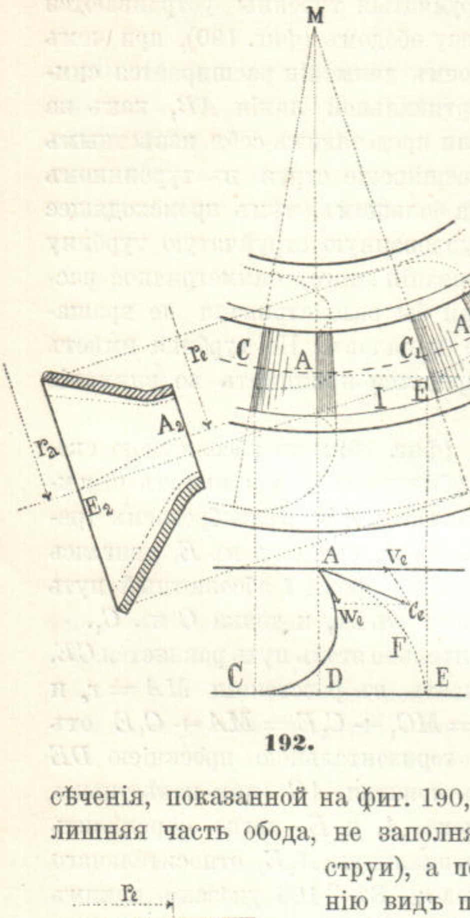
Дуга $AA_1 = \smile CC_1 = vt$. Приблизительно этотъ путь равняется CE. Слѣдовательно частица воды вступаетъ въ разстоянiи $MA = r_e$ и выходитъ въ разстоянiи $ME = r_a = MC_1 + C_1E = MA + C_1E$ отъ оси. Отклоненiе EC_1 опредѣляется горизонтальною проекцiею DE абсолютнаго пути AFE и сѣченiемъ лопатки AC (при извѣстныхъ углахъ β и γ). Зная положенiе точекъ A_1 и E, легко опредѣлить горизонтальную проекцiю A_1E и вертикальную A_2E_2 относительнаго пути частицы воды и размѣръ радiуса r_a. Въ § 108 указано, какимъ образомъ по относительному пути частицы воды опредѣлить абсолютный путь, какъ опредѣлить также положенiе точки E, но это положенiе можно опредѣлить и другимъ путемъ.—Положимъ длина лопатки $AC = s$ и если $w_a = w_e$, то время t прохожденiя этого пути частицею воды опредѣляется очень просто:

$$t = \frac{s}{w_e} = \frac{s}{w_a} .$$

Если w_a отличается отъ w_e, то можно принять среднюю скорость $= \frac{w_e + w_a}{2}$ и $t = \frac{2s}{w_e + w_a}$. Зная t, опредѣлимъ дугу $CC_1 : \smile CC_1 =$

$= \smile AA_1 = v_e \cdot t$. Такимъ образомъ положеніе точки C_1 опредѣлится, а тогда опредѣлится и величина C_1E.

Вслѣдствіе тренія частицъ воды о поверхность лопатки—уменьшается это отклоненіе, но при перемѣщеніи лопатки образующія ея становятся наклонны къ плоскости AB и частицы воды, скатываясь по наклонной поверхности, стремятся отдалиться отъ оси турбины; положимъ, что вліяніе тренія и противоположное вліяніе лопатки одинаковы, фактически послѣднее превосходитъ, а тогда, при сдѣланномъ предположеніи, при рѣшеніи разсматриваемаго вопроса, мы вправѣ не принимать во вниманіе тренія.



192.

Такъ какъ неизвѣстенъ законъ, по которому расширяется струя воды въ турбинномъ колесѣ, то неизвѣстно, какимъ образомъ слѣдуетъ производить расширеніе. Но ясно, что при формѣ сѣченія, показанной на фиг. 190, внутри турбиннаго колеса является лишняя часть обода, не заполняемая водой (вслѣдствіе отклоненія струи), а потому раціональнѣе придавать сѣченію видъ показанный на фиг. 192.

193.

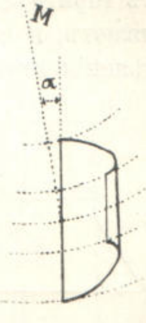
Строго говоря и нижнему очертанію лопатокъ надо придавать такую форму и ограничивать такой кривой, при которой пути отдѣльныхъ струекъ воды въ точкахъ выхода были бы нормальны къ ней, какъ это и показано на фиг. 193.

Необходимо замѣтить, что въ данномъ случаѣ $v_a > v_e$, одинаково симметрично или нѣтъ сѣченіе обода.

Слѣдовательно мы дѣлали ошибку, когда при вертикально установленныхъ турбинахъ, съ симметричнымъ сѣченіемъ обода, брали

$v_a = v_e$; это равенство скоростей тогда только будетъ имѣть мѣсто, когда форма лопатки такова, что давленіе отъ нея даетъ составляющую, которая уравновѣшиваетъ центробѣжную силу.

Чтобы уничтожить отклоненіе C_1E (фиг. 192) Meissner предлагаетъ выкруживать лопатки по цилиндрической поверхности, располагая ихъ такъ, чтобы уголъ $\alpha =$ углу AEI (ф. 192 и 194) и кромки были бы параллельны. Точно также Meissner дѣлаетъ и направляющее колесо — съ нижними кантами, параллельными турбиннымъ, а верхніе дѣлаетъ направленными радіально.



194.

Если устроена струйчатая турбина съ симметричнымъ сѣченіемъ обода (фиг. 190), то принимается:

$$b_2 = 2{,}5\,b \text{ до } 3{,}5\,b \quad . \; . \; . \; . \; . \; (608)$$

При одностороннемъ расширеніи (фиг. 192 и 193) даже до $4\,b$, когда абсолютная величина b мала *).

Предѣльныя активныя турбины. Гидропневматизація.

96. Реактивная турбина—превосходный водяной двигатель, когда она работаетъ при полномъ открытіи всѣхъ направляющихъ каналовъ.

Въ большинствѣ же случаевъ работа двигателя должна сообразоваться съ величиною полезнаго сопротивленія, величиною напора и количествомъ воды.

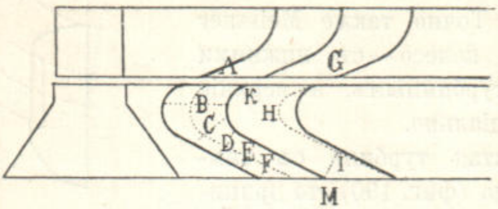
Если количество воды сильно измѣняется, а нижній уровень колеблется мало, то прекрасно поставить турбину активную — полную или партіальную, расположенную непосредственно надъ нижнимъ уровнемъ воды. Но турбину Жирара не годится примѣнять въ тѣхъ случаяхъ, когда нижній уровень настолько измѣняется, что турбинное колесо можетъ погружаться въ воду, въ этомъ случаѣ прекрасно можетъ работать предѣльная активная турбина.

Если турбинное колесо предѣльной турбины погружено въ нижнюю воду, то послѣдняя оказываетъ сопротивленіе протоку воды черезъ турбинное колесо и это сопротивленіе преодолѣвается напоромъ $\frac{w_e^2}{2g}$, соотвѣтствующимъ скорости w_e, вслѣдствіе чего относительная скорость истеченія w_a должна быть меньше w_e на величину соотвѣтствующую напору, опредѣляющему сопротивленіе.

Уменьшеніе относительной скорости происходитъ постепенно, соотвѣтственно измѣненію сопротивленія, при переходѣ отъ точки A къ

*) Ниже будетъ указанъ способъ опредѣленія ширины b_2.

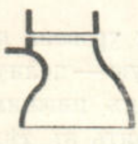
точкѣ F (фиг. 195). Законъ, по которому происходитъ измѣненіе указанной скорости, въ данномъ случаѣ, не обусловливается измѣненіемъ сѣченій, такъ какъ если прослѣдить за измѣненіемъ послѣднихъ (при $\beta < 90°$), то отъ A до C сѣченія возрастаютъ и затѣмъ убываютъ, и если бы скорости зависѣли отъ площадей сѣченій, то измѣненія ихъ шли бы въ обратномъ порядкѣ измѣненію сѣченій.



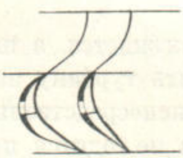
195.

196.

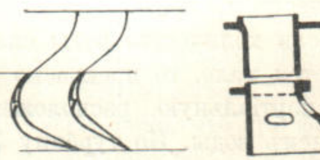
Чтобы сдѣлать измѣненіе относительной скорости согласнымъ съ измѣненіемъ площади сѣченій — придется площадямъ сѣченій каналовъ дать такіе размѣры, чтобы произведеніе изъ скорости на соотвѣтствующую площадь сѣченія было бы величиною постоянною, чего достигнуть можно утолщеніемъ лопатокъ. Если бы не дѣлать этого утолщенія, то пространство GHI съ внутренней стороны наполнялось бы или мертвою водою, или воздухомъ, что вредно отзывалось бы на работѣ. Точно также значительныя вредныя сопротивленія получаются въ томъ случаѣ, когда турбина не будетъ полною, такъ



197.



198.



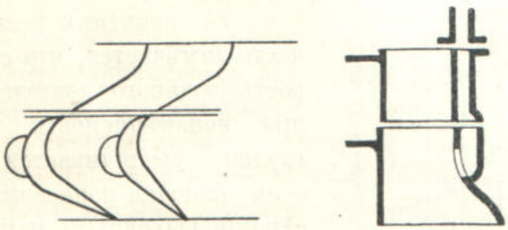
199.

какъ тогда каналы турбиннаго колеса, проходящіе подъ закрытыми направляющими каналами, выполняются мертвою водою, которая должна быть вытѣснена ударяющею струею живой воды, проходящей черезъ открытые направляющіе каналы.

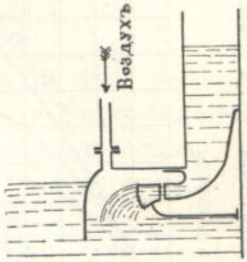
Hänel предложилъ устраивать двойныя лопатки (фиг. 196), которыми ограничивается пространство GHI (фиг. 195), при чемъ форма лопатки сообразуется съ тѣмъ обстоятельствомъ, чтобы произведеніе изъ площади сѣченія на соотвѣтствующую относительную скорость было бы постояннымъ. Другіе достигаютъ этого требованія тѣмъ, что дѣлаютъ внутренній ободъ вдающимся въ каналы (фиг. 197), но это устройство не раціонально вслѣдствіе сильнаго измѣненія формы струи.

Подобнаго же рода устройство лопатокъ Lehmann'а (фиг. 198—200). Эти турбины обладаютъ качествами струйчатыхъ турбинъ и работаютъ прекрасно, вращается ли турбинное колесо въ воздухѣ или въ нижней водѣ. Если турбинное колесо вращается въ воздухѣ, то въ каналы черезъ отверстія проходитъ воздухъ и турбина работаетъ какъ струйчатая. Если же турбинное колесо вращается въ водѣ, то пространство между стѣнками двойныхъ лопатокъ заполняется водою и турбина работаетъ такъ же, какъ и турбина съ двойными лопатками Hänel'я.

Активныя турбины могутъ работать хорошо подъ водою и безъ двойныхъ лопатокъ, для чего слѣдуетъ устраивать ихъ такимъ обра-



200.



201.

зомъ, чтобы только выходныя отверстія турбинныхъ каналовъ выполнялись водою.

Жираръ предложилъ для уменьшенія вреда въ томъ случаѣ, когда турбинное колесо должно вращаться въ нижней водѣ, окружать его кожухомъ, въ который нагнетается воздухъ (фиг. 201), благодаря чему уровень воды понижается и турбина вращается въ воздухѣ (гидропневматизація).

Регулированіе осевыхъ активныхъ турбинъ.

97. Партіальныя активныя турбины прекрасно работаютъ, а потому обращеніе полной турбины въ партіальную будетъ раціональнымъ способомъ регулированія.

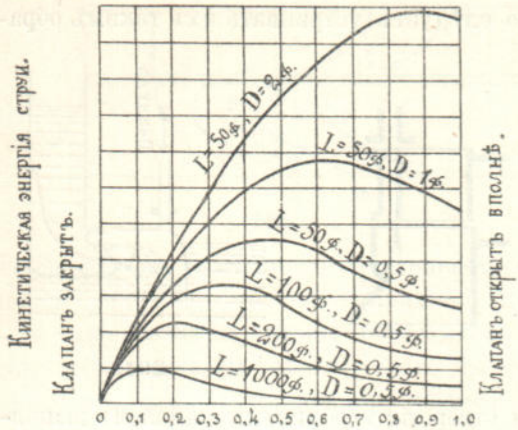
Устройство регулирующихъ аппаратовъ или механизмовъ чрезвычайно разнообразно, въ большинствѣ случаевъ примѣняются различнаго рода щитки, прикрывающіе каналы направляющаго колеса.

На табл. 1, 3, 6, 8 и 38 Альбома примѣрныхъ установокъ водяныхъ двигателей показано регулированіе подъемными щитками посредствомъ вращающихся барабановъ, въ пазы которыхъ входятъ особые пальцы, соединенные со штангами или стержнями щитковъ, при чемъ для уменьшенія тренія на пальцахъ закрѣпляются ролики.

На табл. 2, 4, 9, 12, 19, 20 и 38 представлено регулированіе посредствомъ поворотныхъ щитовъ. На табл. 11 представлено регулированіе посредствомъ щитовъ Фонтена: на вращающіеся коническіе катки наматывается или сматывается съ нихъ кожаная или гуттаперчевая лента и открываетъ или прикрываетъ каналы направляющаго колеса, при чемъ для устраненія прогиба ленты—къ ней приклепываются желѣзныя пластинки.

На табл. 16 и 17 показано регулированіе поворотными щитками.

На табл. 18 и 32 представлено регулированіе тоже посредствомъ поворотныхъ щитковъ, устроенныхъ въ видѣ клапановъ.



Отношеніе площади отверстія клапана, регулирующаго расходъ, къ площади подводящей трубы.

202.

Относительно регулированія активныхъ водяныхъ двигателей Гудманъ даетъ слѣдующія указанія:

а) на практикѣ весьма часто замѣчается, что скорость водяного двигателя, при неизмѣняемости нагрузки, увеличивается — если площадь поперечнаго сѣченія выходныхъ направляющихъ каналовъ уменьшается (а не увеличивается, какъ казалось бы слѣдовало) и наоборотъ—уменьшается, если площадь упомянутыхъ каналовъ увеличивается, а потому при примѣненіи регуляторовъ замѣчаются колебанія въ работѣ, вслѣдствіе того, что двигатель рыскаетъ;

б) регуляторъ, прекрасно работающій при данныхъ условіяхъ, можетъ оказаться неудовлетворительнымъ при измѣненіи послѣднихъ, напр. при небольшихъ измѣненіяхъ діаметра и длины подводящей трубы.

Если прослѣдить за измѣненіемъ кинетической энергіи струи въ зависимости отъ измѣненія отношенія площади поперечнаго сѣченія открытыхъ направляющихъ каналовъ къ площади поперечнаго сѣченія подходящей трубы и изобразить эти измѣненія графически, то увидимъ, что при опредѣленной величинѣ отношенія получается максимумъ развиваемой кинетической энергіи.

Положимъ: $L =$ длинѣ подвод. трубы въ англійск. фут.

$D =$ діаметру » » » » »

Какъ видно изъ фиг. 202, при длинѣ трубы въ 1000 фут. и діаметрѣ въ 0,5 фут. maxim. кинетич. энергіи получается при отношеніи площади поперечнаго сѣченія вытекающей струи изъ клапана или направляющихъ каналовъ къ площади трубы = 0,1 и при прикрытіи клапана происходитъ также уменьшеніе энергіи, а потому регуляторъ можетъ работать удовлетворительно при уменьшеніи работы.

Обозначая вышеуказанное отношеніе черезъ k и строя кривыя для различныхъ данныхъ или условій—найдемъ, что максимумъ развиваемой кинетической энергіи будетъ при

$$k = 4{,}4 \sqrt{\frac{D}{L}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (609)$$

А потому для удовлетворительнаго регулированія площадь поперечныхъ сѣченій направл. каналовъ должна быть меньше, чѣмъ

$$4{,}4\, A \sqrt{\frac{D}{L}} \text{ или } 3{,}45 \sqrt{\frac{D^5}{L}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (610)$$

гдѣ A—площадь поперечнаго сѣченія трубы въ кв. фут.

При дальнѣйшемъ изслѣдованіи этого вопроса приходимъ къ тому заключенію, что максимуму энергіи струи соотвѣтствуетъ такая скорость теченія жидкости въ трубѣ, при которой потеря напора отъ тренія въ трубѣ составляетъ $^1/_3$ полнаго напора *).

Обыкновенно скорость въ трубопроводѣ рѣдко допускаютъ болѣе $2\frac{m}{s}$ (метр. въ сек.), вслѣдствіе чего теорія Гудмана можетъ быть принимаема во вниманіе при изобиліи имѣющейся въ распоряженіи воды, когда не гонятся за экономнымъ ея расходованіемъ, или при необычайно длинныхъ трубопроводахъ, когда для уменьшенія стоимости сооруженія уменьшаютъ діаметры трубъ, подводящихъ воду къ двигателямъ.

Радіальныя турбины съ наружнымъ подводомъ.

98. Все, что говорилось объ осевыхъ турбинахъ, придется почти цѣликомъ примѣнить и къ радіальнымъ турбинамъ. Разсматривая эти турбины,—будемъ пользоваться обозначеніями § 81 и формулами § 83—(501), (503), (506), (507) и (508):

$$w_a \cos\gamma = v_a$$

$$c_e v_e \cos\alpha = gEH$$

$$v_e = c_e \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta}$$

$$v_e = \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta \,.\, \cos\alpha}}$$

$$c_e = \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)\cos\alpha}}$$

Ниже будетъ указанъ расчетъ этихъ турбинъ.

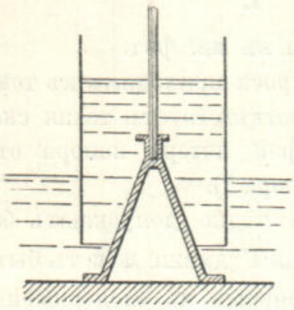
---

*) См. Вѣстникъ Общества Технологовъ. 1905 г., № 2.

Регулированіе радіальныхъ турбинъ съ наружнымъ подводомъ. Спиральныя турбины.

99. Регулированіе радіальныхъ турбинъ съ наружнымъ подводомъ совершается различными способами.

Весьма часто эти турбины устраиваются со всасывающимъ колодцемъ или со всасывающею трубою. Для правильной работы необходимо, чтобы всасывающая труба была заполнена водою, для чего устраиваются цилиндрическіе опускные щиты, поворотные клапаны, или уменьшаютъ діаметръ трубы, или суживаютъ сѣченіе истеченія (фиг. 203), или, наконецъ, наполненіе всасывающей трубы совершается независимо отъ турбины особою трубою, подводящею воду изъ колодца турбины или изъ напорной трубы.

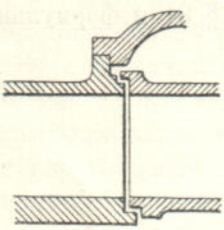


203.

Въ американскихъ турбинахъ въ большинствѣ случаевъ не устанавливается никакихъ особыхъ приспособленій, такъ какъ заполненіе всасывающей трубы водою совершается довольно быстро и правильно при вполнѣ открытыхъ каналахъ направляющаго колеса.

На табл. 5, 21, 22 и 23 Альбома примѣрныхъ установокъ водяныхъ двигателей показанъ способъ регулированія—поворотомъ лопатокъ направляющаго колеса.

На табл. 13 Альбома представленъ способъ регулированія одновременнымъ измѣненіемъ рабочей высоты направляющаго и турбиннаго колесъ.



204.

При большихъ напорахъ весьма часто ставятъ спиральныя турбины съ горизонтальною осью (см. табл. 35 и 36 Альбома).

Въ радіальныхъ турбинахъ потерю черезъ зазоръ можно уменьшить примѣненіемъ конструкціи, подобной таковой же конструкціи осевыхъ турбинъ (фиг. 204), при чемъ перекрытіе шва такъ должно быть устроено, чтобы возможно было приподнимать турбинное колесо. При такомъ устройствѣ потерю черезъ зазоръ можно понизить до 2—2,5% (при реактивномъ дѣйствіи).

Радіальныя турбины съ внутреннимъ подводомъ.

100. Въ данномъ случаѣ примѣняются уравненія параграфа 98:

$$c_e v_e \cos\alpha = gEH$$

$$w_a \cos\gamma = v_a$$

$$v_e = c_e \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\beta}$$

$$v_e = \sqrt{E}\sqrt{gH \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\beta \cdot \cos\alpha}}$$

$$c_e = \sqrt{E}\sqrt{gH \frac{\sin\beta}{\sin(\beta - \alpha)\cos\alpha}}$$

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1 + \psi_3}}\sqrt{w_e^2 + 2gh' + v_a^2 - v_e^2}$$

гдѣ

$$h' = H - \frac{c_e^2}{2g}(1 + \psi_1 + \psi_2)$$

Разница состоитъ только въ томъ, что при внутреннемъ подводѣ воды $v_a > v_e$, вслѣдствіе чего опредѣляемая изъ предпослѣдняго уравненія скорость истеченія (благодаря вліянію центробѣжной силы), при остальныхъ равныхъ обстоятельствахъ, должна быть больше.

При внутреннемъ подводѣ воды можно полагать

$$\sqrt{E} = 0{,}89 \text{ до } 0{,}91 \quad \ldots \ldots \quad (611)$$

Окружная скорость обыкновенно заключается въ предѣлахъ:

$$0{,}43\sqrt{2gH} \text{ и } 0{,}47\sqrt{2gH}$$

хотя, само собою разумѣется, можно отступать отъ этихъ указаній.

При радіальномъ подводѣ въ струйчатыхъ турбинахъ форма лопатокъ должна быть такова, чтобы было обезпечено соприкосновеніе между ними и струями воды, т. е. чтобы струи воды нажимали на лопатки, а для этого необходимо, чтобы центробѣжное ускореніе $\frac{w^2}{\rho}$ было больше суммы проекцій центробѣжнаго ускоренія $\omega^2 x$ и поворотнаго $2w\omega$ на нормаль въ разсматриваемой точкѣ a лопатки (фиг. 205), при чемъ w = относительной скорости, ρ = радіусу кривизны лопатки въ точкѣ a, φ = углу между v и w, ω = угловой скорости вращенія турбины, x = разстоянію точки a отъ оси турбины. Итакъ должно быть:

$$\frac{w^2}{\rho} > \omega^2 x \cos\varphi + 2w\omega$$

или

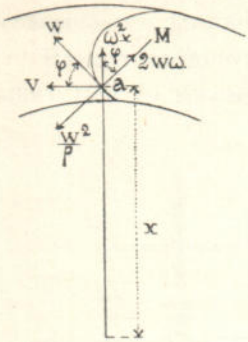
$$\frac{w^2}{\rho} - \omega^2 x \cos\varphi - 2w\omega > 0 \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. (612)$$

Это неравенство можно представить въ другомъ видѣ.—Такъ какъ

$$v = \omega \,.\, x$$

то

$$\omega = \frac{v}{x}$$



205.

Подставляемъ это значеніе ω въ вышеприведенное неравенство, получимъ:

$$\frac{w^2}{\rho} > \frac{v^2}{x^2}\, x \cos\varphi + 2w\,\frac{v}{x} \text{ или } \frac{x}{\rho} > \frac{v^2}{w^2} \cos\varphi + 2\,\frac{v}{w}$$

откуда

$$\frac{x}{\rho} > \frac{v}{w}\left(\frac{v}{w}\cos\varphi + 2\right) \;.\;.\;. \quad (613)$$

При наружномъ подводѣ ускоренія $\omega^2 x$ и $2w\omega$ имѣютъ знаки обратные указаннымъ въ неравенствѣ (612), т. е. знаки (+), а потому условіе (612), при всѣхъ значеніяхъ $\rho > 0$, всегда исполняется, но при этомъ равнодѣйствующая ускореній $\frac{w^2}{\rho}$, $\omega^2 x$ и $2w\omega$ направлена въ сторону противоположную скорости w и этимъ объясняется—почему въ подобныхъ турбинахъ иногда замѣтно выливаніе воды на наружной окружности.

Регулированіе радіальныхъ турбинъ съ внутреннимъ подводомъ.

101. Регулированіе радіальныхъ турбинъ съ внутреннимъ подводомъ совершается различными способами. На табл. 37, черт. А до Н, Альбома примѣрныхъ установокъ водяныхъ двигателей, представлены части турбины, регулированіе которой совершается подъемомъ чашки *c*. На той же таблицѣ на черт. I представлено регулированіе цилиндрическимъ щитомъ, состоящимъ изъ отдѣльныхъ колодокъ, входящихъ въ промежутки между лопатками направляющаго колеса.

Партіальныя турбины.

102. Если имѣется большое паденіе (8—200 m) *) и малое количество воды (0,0005 — 1 m^3) — діаметръ полной турбины выходитъ слишкомъ малъ, а число оборотовъ слишкомъ велико (наибольшее

*) Партіальныя турбины устраиваютъ и при меньшемъ паденіи, если желаютъ получить медленное вращеніе вала.

число оборотовъ 350—400 въ минуту); для устраненія этихъ неудобствъ или располагаютъ нѣсколько турбинъ этажами, или прибѣгаютъ къ партіальнымъ турбинамъ. Устройство послѣднихъ гораздо проще, а потому онѣ преимущественно и употребляются. Партіальныя турбины должны быть активными.

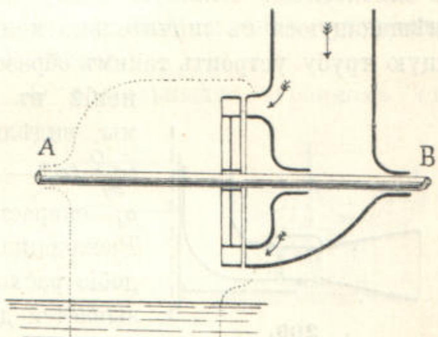
Обыкновенно турбины съ горизонтальнымъ валомъ устраиваются для напоровъ до 40 m и для расходовъ отъ 0,01 до 0,025 m^3 въ секунду; само собою разумѣется, могутъ быть отступленія. Расчетъ партіальныхъ турбинъ будетъ указанъ ниже.

Регулированіе партіальныхъ турбинъ.

103. Регулированіе партіальныхъ турбинъ большею частью совершается задвижными щитами, прикрывающими направляющіе каналы, какъ это указано на табл. 24 до 27 включительно Альбома примѣрныхъ установокъ водяныхъ двигателей.

Нѣкоторыя замѣчанія относительно турбинъ съ горизонтальною осью.

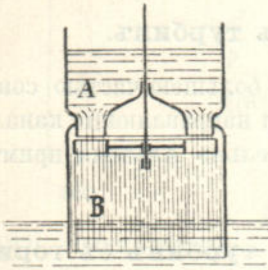
104. При устройствѣ полныхъ турбинъ съ горизонтальною осью, будутъ ли онѣ осевыми или радіальными, надо имѣть въ виду, что если не имѣется всасывающей трубы, фиг. 206 (пунктиромъ обозначена всасывающая труба), то приходится считаться съ потерею напора, который тогда (если нѣтъ всасывающей трубы) надо принимать отъ оси AB, и съ неравномѣрнымъ распредѣленіемъ давленія воды по всей окружности рабочаго колеса. Эти недостатки уменьшаются съ увеличеніемъ отношенія $\frac{H}{D}$, гдѣ H — напоръ и D — діаметръ турбины. Для полнаго же устраненія указанныхъ недостатковъ необходимо устройство всасывающей трубы, но тогда слѣдуетъ устанавливать турбины реактивныя, а если устраиваются турбины активныя, то слѣдуетъ ихъ дѣлать предѣльными; если же турбины струйчатыя, то ихъ слѣдуетъ дѣлать открытыми (т. е. безъ всасывающей трубы) и лучше всего партіальными (при горизонтальной оси), такъ какъ при нихъ вышеуказанныя потери будутъ имѣть наименьшую величину.



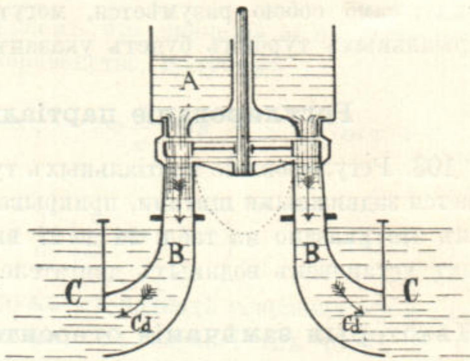
206.

Диффузеры.

105. Если имѣется турбина двойного дѣйствія, снабженная обыкновенною всасывающею трубою B (фиг. 207) и скорость истекающей изъ турбиннаго колеса воды c_a будетъ значительна (турбинное колесо не имѣетъ расширенія), то часть живой силы, полная величина ко-

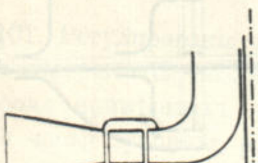


207.



208.

торой $= \frac{\triangle Q c_a^2}{2g}$, теряется вслѣдствіе удара выходящихъ струекъ воды о значительно большую массу воды во всасывающей трубѣ, перемѣщающуюся съ значительно меньшею скоростью. Если всасывающую трубу устроить такимъ образомъ, чтобы не было рѣзкихъ измѣненій въ скоростяхъ (фиг. 208), то, какъ мы видѣли въ § 91, часть живой силы $\frac{\triangle Q}{2g}(c_a^2 - c_d^2)$ идетъ въ пользу турбины, гдѣ c_d—скорость въ отверстіи выпускного щита C. Расходящаяся часть B, дѣйствующая на подобіе расходящейся конической насадки, называется **диффузеромъ**. Устройство, обозначенное пунктиромъ, менѣе удовлетворительно.



209.

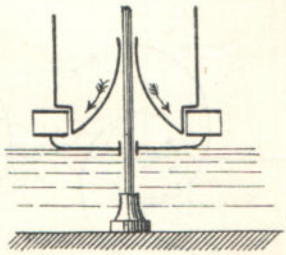
Диффузеромъ можно снабдить и радіальную турбину (фиг. 209). Въ настоящее время диффузеры устраиваются весьма рѣдко, такъ какъ вытѣснились турбинами, въ которыхъ рабочее колесо расширяется къ выходу.

Различные виды турбинъ.

106. При описаніи различнаго вида турбинъ, мы не будемъ останавливаться на турбинахъ старыхъ конструкцій, уже почти вышедшихъ изъ употребленія.

Изъ радіальныхъ турбинъ до сихъ поръ заслуживаетъ вниманія реактивная турбина Фурнейрона (фиг. 210), турбина съ внутреннимъ подводомъ. Подводъ воды, вмѣсто открытаго русла, можетъ совершаться и трубою (при большихъ напорахъ). Турбина Фурнейрона можетъ быть и съ горизонтальной осью.

Турбина Нагеля. Нагель придалъ иное расположеніе частямъ турбины Фурнейрона: онъ помѣстилъ турбинное колесо надъ направляющимъ (фиг. 211), благодаря чему облегчился ремонтъ и уменьшилось давленіе на пятникъ, и затѣмъ эти турбины обладаютъ тѣмъ достоинствомъ, что могутъ работать при ничтожныхъ напорахъ.



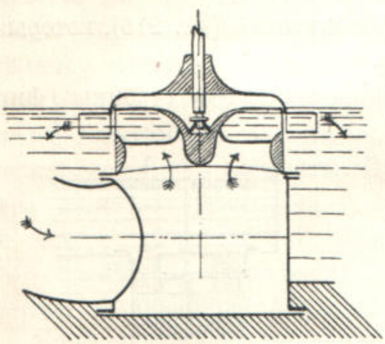
210.

Турбины американской системы Francis'а (фиг. 142) съ наружнымъ подводомъ воды дѣлаются обыкновенно реактивными и носятъ общее названіе американскихъ. Въ турбинахъ Томсона (фиг. 212), не имѣется направляющаго колеса, дѣйствіе ихъ менѣе совершенно.

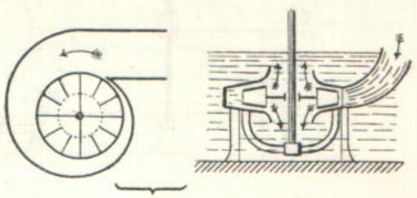
Нельзя не упомянуть о шотландской турбинѣ (фиг. 213), очень напоминающей собою сегнерово колесо, вода подводится снизу, подобныя турбины въ настоящее время строятся какъ паровыя.

Вродѣ этой турбины — турбина Whitelaw.

О радіальныхъ турбинахъ съ горизонтальною осью уже говорилось, при чемъ указывалось, въ какихъ случаяхъ онѣ устраиваются полными и въ какихъ партіальными, при чемъ въ настоящее время партіальныя турбины съ горизонтальною осью и внутреннимъ подводомъ вытѣснили партіальныя турбины съ наружнымъ подводомъ, такъ называемыя тангенціальныя колеса.



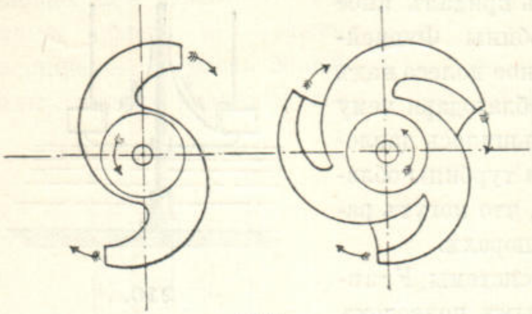
211.



212.

Турбина Шиле (Schiele) крайне оригинальнаго устройства (фиг. 214): вода подводится кольцеобразнымъ каналомъ a въ направляющее колесо b, изъ котораго поступаетъ въ рабочее колесо c. Какъ видно, вода вытекаетъ на внутренней и наружной окружностяхъ. Эти турбины распространены очень мало, такъ какъ не имѣютъ никакихъ особенныхъ преимуществъ.

Осевыя турбины Жирара мы разсмотрѣли подробно, что же касается реактивныхъ турбинъ, то необходимо возвратиться еще разъ къ турбинамъ Жонваля (фиг. 215), на которыя взята привилегія въ 1841 году. Раньше Жонваля привилегія была взята Геншелемъ и сыномъ (1837).



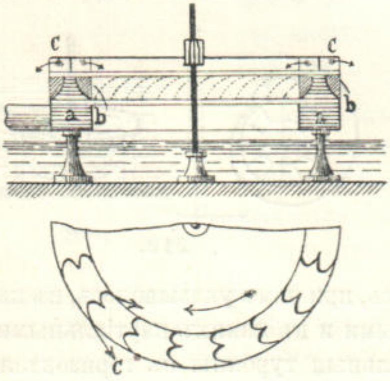
213.

Свое право механикъ Жонваль передалъ хозяину завода Кёхлину и потому эти турбины часто называютъ Кёхлинъ-Жонваля. При малой высотѣ воды надъ направляющимъ колесомъ примѣняютъ поплавокъ A, чѣмъ устраняется возможность образованія воронки.

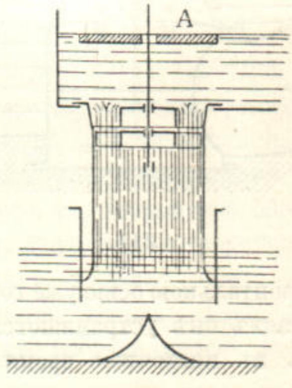
Турбины Фонтена отличаются отъ турбинъ Жонваля деталями (надводный пятникъ).

Турбины Жонваля могутъ быть обращенными (фиг. 216), которыя пригодны при очень малыхъ напорахъ.

Для малыхъ напоровъ очень пригодны сифонныя турбины (фиг. 217), о которыхъ уже упоминалось и которыя въ зависимости отъ характера работы дѣлаются или реактивныя, или предѣльныя.



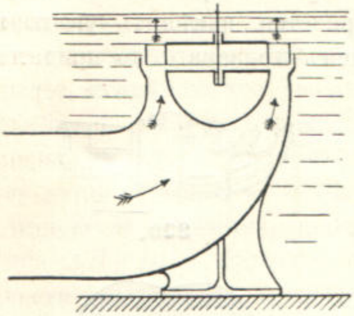
214.



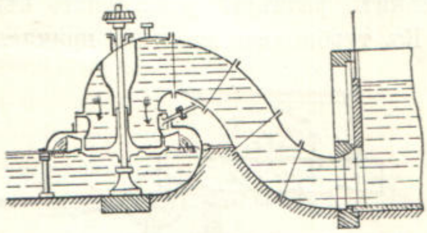
215.

Изъ партіальныхъ турбинъ крайне оригинальна турбина Менье (фиг. 218), которую можно ставить при малыхъ напорахъ.

Заслуживаютъ вниманія турбины Ganz'а, въ которыхъ турбинное колесо состоитъ изъ двухъ вѣнцовъ: одного реактивнаго, а другого активнаго (предѣльнаго), послѣдній обыкновенно и регулируется. По-

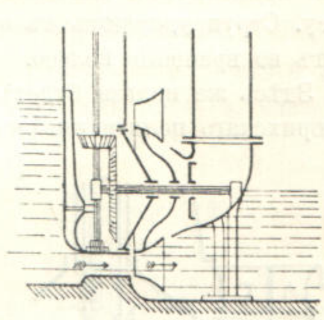


216.



217.

ложимъ турбина осевая, наружный вѣнецъ реактивный, а внутренній активный. Весь расходъ Q разбивается на 2 части: Q_p и Q_a; Q_p = объему воды, протекающему черезъ реактивный вѣнецъ, и Q_a = объему воды, протекающему черезъ активный вѣнецъ. Если регулировка требуется въ большихъ предѣлахъ, то Q_a дѣлается значительно болѣе Q_p и тогда лучше активный вѣнецъ сдѣлать наружнымъ. Итакъ $Q = Q_p + Q_a$. Первоначально разсчитываемъ реактивный вѣнецъ и для него опредѣляемъ всѣ элементы. Зная средній діаметръ реактивнаго вѣнца D_p и число оборотовъ n, приступаемъ къ опредѣленію размѣровъ активнаго вѣнца, который долженъ дѣлать то же число оборотовъ.



218.

Какъ извѣстно для активныхъ турбинъ

$$c_e = 0{,}92 \sqrt{2g\,(H - H_e)}.$$

Далѣе такъ какъ $\beta = 2\alpha$, то

$$v_e = c_e \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin \beta} = c_e \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{c_e}{2 \cos \alpha}$$

но

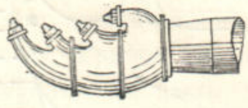
$$v_e = \frac{\pi D_a \cdot n}{60},$$

гдѣ D_a = среднему діам. активнаго вѣнца, а потому

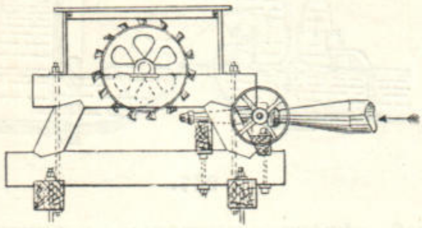
$$\frac{c_e}{2 \cos \alpha} = \frac{\pi D_a \cdot n}{60} \;\ldots\ldots\ldots\ldots (614)$$

Въ послѣднемъ уравненіи величина n извѣстна (для реактивнаго вѣнца), а потому, задаваясь величиною угла α и подставляя вмѣсто c_e и n найденныя значенія, опредѣлимъ D_a. Если размѣръ діаметра получится неудовлетворительный, то придется измѣнить уголъ α; если и при этомъ измѣненіи не достигнемъ желаемаго, то придется измѣнить размѣры реактивнаго вѣнца.

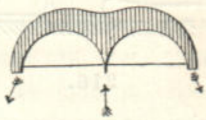
Къ турбинамъ же надо причислить



220.



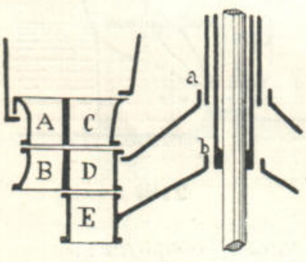
219.



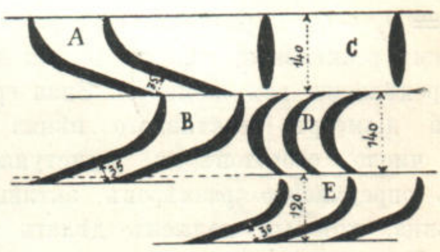
221.

крайне оригинальной конструкціи колесо Pelton'а, однимъ (фиг. 219) или нѣсколькими наконечниками (фиг. 220) вода подводится къ колесу. Струи ударяютъ въ особаго вида лопатки (фиг. 221) и приводятъ во вращеніе колесо.

Здѣсь же нельзя будетъ не упомянуть о турбинѣ Пражиля, проф. Цюрихскаго политехникума. A и C (фиг. 222 и 223)—направляющіе



222.



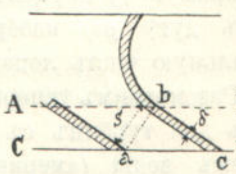
223.

вѣнцы, B и E—турбинные вѣнцы, вѣнецъ же D—насосный. Колесо BD Пражиль называетъ «roue transformatrice», это колесо закрѣплено на вращающемся валу a, турбинное же колесо закрѣплено на валу b. Вѣнецъ B вращаетъ вѣнецъ D, изъ котораго струи воды вытекаютъ съ значительно большею скоростью и приводятъ во вращеніе съ большею угловою скоростью турбинное колесо E.

Способы вычерчиванія лопатокъ.

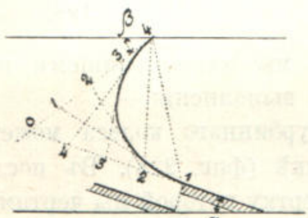
107. Здѣсь мы укажемъ нѣсколько способовъ вычерчиванія лопатокъ. При построеніи лопатокъ важно соблюдать то условіе, чтобы крайніе элементы лопатокъ были направлены подъ требуемыми углами, среднія же части лопатокъ можно вычерчивать различными способами, лишь бы не было рѣзкихъ измѣненій въ направленіи кривыхъ.

Послѣдніе элементы лопатокъ, соотвѣтствующіе сѣченіямъ истеченія, искривляются (радіальныя турбины) или дѣлаются прямолинейными. Въ послѣднемъ случаѣ проводится перпендикулярно къ прямолинейному элементу линія $ab = s + \delta$; отрѣзокъ bc, отсѣкаемый линіею ab, дѣлается прямымъ; проведя линію $AB \parallel DC$ — отсѣчемъ ею прямолинейныя части лопатокъ (фиг. 224).

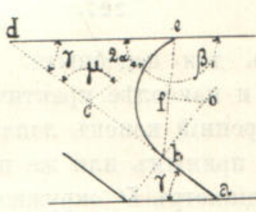


224.

Криволинейную часть осевой турбины можно вычертить по параболѣ (фиг. 225) или очертить дугою круга (фиг. 226). Въ первомъ случаѣ линіи 04 и 01 — касательныя. Во второмъ случаѣ показанъ способъ вычерчиванія лопатки активной турбины; подобнымъ же способомъ вычерчиваются лопатки и реактивныхъ турбинъ. — Откладываемъ $\llcorner cbe = \frac{\beta_1 - \gamma}{2}$, гдѣ $\beta_1 = 180^\circ - 2\alpha$, линію be въ точкѣ f дѣлимъ пополамъ и возстанавливаемъ перпендикуляръ fo, въ точкѣ b возстанавливаемъ перпендикуляръ bo — опредѣлимъ точку o, какъ пе-



225.



226.

ресѣченіе перпендикуляровъ fo и bo, принимаемъ точку o за центръ и радіусомъ ob очерчиваемъ дугу be, которая и изображаетъ криволинейную часть лопатки. Если въ точкѣ e проведемъ къ кривой касательную, то она образуетъ съ линіей de требуемый уголъ $dec = 2\alpha$, дѣйствительно:

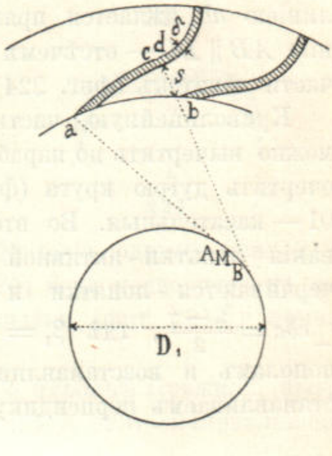
$$\mu = 2 \cdot \frac{\beta_1 - \gamma}{2} = \beta_1 - \gamma, \ \angle dec = 180^\circ - \gamma - \mu = 180^\circ - \beta_1 = 2\alpha.$$

Покажемъ, какимъ образомъ ведется построеніе лопатокъ для радіальныхъ турбинъ съ внутреннимъ подводомъ; положимъ имѣется активная турбина.

Уголъ $\mu = \infty \frac{\beta_1 - 2\gamma}{2}$ (фиг. 227), линію bc въ точкѣ d дѣлимъ пополамъ, возстанавливаемъ перпендикуляръ de, проводимъ въ точкѣ b перпендикуляръ bf къ линіи ab, точка e — пересѣченіе перпендикуляровъ de и bf; откладываемъ $ef = be$, точку f соединяемъ съ точкою d прямою и продолжаемъ послѣднюю до пересѣченія съ дугою bg, очерченною изъ центра f радіусомъ bf; изъ точки c отпускаемъ на прямую fg перпендикуляръ ck, принимаемъ k за центръ и чертимъ дугу gc, изображающую собою остальную часть лопатки.

Разсмотримъ теперь построеніе лопатокъ для турбинъ съ наружнымъ подводомъ воды (американскихъ). Существуетъ много способовъ вычерчиванія

227.



228.

лопатокъ для подобныхъ турбинъ, мы здѣсь опишемъ наиболѣе простой и наиболѣе практичный для выполненія.—

Внутренній конецъ лопатки ac турбиннаго колеса можетъ быть сдѣланъ прямымъ или же по развертке (фиг. 228). Въ послѣднемъ случаѣ діаметръ D_1 окружности, развертку которой мы чертимъ, опредѣляется тѣми соображеніями, чтобы сумма поперечныхъ размѣровъ, изъ которыхъ каждый $= s + \delta$, равнялась бы окружности діаметра D_1, т. е. опредѣляется изъ уравненія:

$$(s + \delta)\, i = \pi D_1$$

откуда

$$D_1 = \frac{(s + \delta)\, i}{\pi}$$

гдѣ i = числу лапатокъ турбиннаго колеса. Чтобы вычертить развертку, поступаютъ слѣдующимъ образомъ: изъ точекъ a и b проводятъ касательныя къ окружности діаметра D_1 — aA и bB, дѣлятъ дугу AB пополамъ въ точкѣ M, которую принимаютъ за центръ и радіусомъ Ma очерчиваютъ дугу ac, замѣняющую собою развертку. Чтобы получить болѣе приличную форму лопатки приходится иногда развертку продолжить далѣе линіи s на величину $cd = \infty 15$ mm.

Само собою разумѣется, указаннымъ построеніемъ опредѣляется величина радіуса aM, которымъ очерчивается конецъ лопатки, при данномъ же углѣ γ положеніе точки M опредѣляется тѣмъ условіемъ, чтобы радіусъ aM былъ перпендикуляренъ въ точкѣ a къ прямой,

229. **231.**

230.

образующей съ касательною къ внутренней окружности требуемый уголъ γ.

Теперь имѣя нѣкоторыя указанія относительно внутреннихъ частей лопатокъ, укажемъ какъ найти различныя сѣченія, опредѣляющія форму лопатки. Изъ расчета турбины, который будетъ приведенъ ниже, опредѣляются высота турбиннаго колеса и его наружный діаметръ, а также число лопатокъ i. Изъ центра o проводимъ дугу ab, длину которой, а слѣдовательно и величину радіуса oa, находимъ попытками, пользуясь уравненіемъ (фиг. 229 до 231):

$$b \,.\, s \,.\, i \,.\, w_a = Q$$

гдѣ $b = \smile ab$, $w_a =$ относительной скорости истеченія и $Q =$ расходу. (При нахожденіи величины b приходится измѣнять и величину s). Проводимъ черезъ точку o горизонтальную плоскость и проектируемъ пересѣченіе этой плоскости съ лопаткою на горизонтальную плоскость, получаемъ кривую $a_2\,ed$, которую слѣдуетъ вычертить на глазъ, располагая крайніе элементы подъ требуемыми углами и руководствуясь соображеніями, указанными выше и касающимися построенія внутреннихъ частей лопатокъ, а также лопатокъ вообще. Изъ центра o описываемъ на равныхъ разстояніяхъ дуги: ab, $\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$ . . . Черезъ ось турбины MN и точку a_2 проводимъ вертикальную плоскость, слѣдъ которой будетъ линія Mo_1. На линію Mo_1 проектируемъ точки α, β . . , получимъ въ проекціи точки α_2, β_2 . . . Если дуги — ab, $\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$ . . . вращать около оси турбины MN, то получимъ тѣла вращенія и положимъ пересѣченія поверхностей этихъ тѣлъ съ лопаткою даютъ тѣ же дуги, лежащія въ плоскостяхъ, проходящихъ черезъ ось MN, тогда это предположеніе опредѣляетъ собою форму лопатки и даетъ возможность чрезвычайно просто найти любыя сѣченія, характеризующія искривленіе лопатки. Изъ центра M опишемъ дуги радіусами $M\alpha_2$, $M\beta_2$ . . . и найдемъ пересѣченія ихъ съ кривою $a_2\,d$; соотвѣтствующія точки пересѣченія опредѣлятъ положенія плоскостей $M(\alpha)$, $M(\beta)$ . . . , въ которыхъ находятся всѣ точки каждой соотвѣтствующей дуги — $\alpha\alpha_1$, $\beta\beta_1$ . . . Проведемъ рядъ сѣкущихъ горизонтальныхъ плоскостей 1, 2, 3 . . . . (можно ихъ проводить на равныхъ разстояніяхъ). Положимъ требуется опредѣлить кривую пересѣченія лопатки съ плоскостью 2, собственно требуется найти проекцію пересѣченія на горизонтальную плоскость, такъ какъ на вертикальную плоскость пересѣченіе проектируется линіею 2. Для примѣра найдемъ положеніе точекъ m и n, взятыхъ на дугахъ $\alpha\alpha_1$ и $\beta\beta_1$. — Проектируемъ точки m и n на прямую Mo_1, получимъ проекціи m_1 и n_1, изъ центра M чертимъ дуги—m_1m_2 и n_1n_2 до пересѣченія съ линіями $M(\alpha)$ и $M(\beta)$, найдемъ точки m_2 и n_2, которыя изображаютъ собою проекціи точекъ пересѣченій дугъ $\alpha\alpha_1$ и $\beta\beta_1$ съ сѣкущею плоскостью. Проекціи указанныхъ точекъ на вертикальную плоскость найти легко—стоитъ только изъ точекъ m_2 и n_2 опустить перпендикуляры на линію 2, пересѣченіе ихъ съ послѣднею и даетъ искомыя точки и т. д. Такимъ образомъ можно опредѣлить цѣлый рядъ кривыхъ, которыя вполнѣ характеризуютъ видъ лопатки.

Если мысленно продолжить лопатку до пересѣченія съ цилиндрическою поверхностью oK, то получимъ въ пересѣченіи кривую, аналогичную съ кривою a_2d. Развернемъ часть цилиндрической поверхности на плоскость (фиг. 231), откладываемъ $o_2d_1 = o_3a_1 = \smile o_1d$, далѣе отложимъ $o_3(\alpha)_1 = d(\alpha)$ и $(\alpha)_1 e_1 = (\alpha)e$, получимъ точку e_1, принадлежащую линіи пересѣченія лопатки съ цилиндрическою поверхностью oK и т. д. Такимъ образомъ опредѣлится боковой видъ лопатки $o_3pe_1d_1$, и открытая часть ея o_3p, какъ видно, искривлена. Лопатка выше плоскости oa можетъ быть сдѣлана цилиндрическою,—за производящую цилиндрической поверхности можетъ быть принята вертикальная прямая qo_3, а за направляющую—кривая a_2d.

Раціональная форма лопатки опредѣляется абсолютнымъ путемъ перемѣщенія частицы воды, построеннымъ по относительному пути, о чемъ будетъ сказано въ слѣдующемъ параграфѣ.

Опредѣленіе абсолютнаго пути перемѣщенія частицы воды.

108. Если имѣется свободное движеніе частицы, то она, какъ извѣстно, описываетъ параболу, координаты которой будутъ (фиг. 232):

$$x = c_e \cdot \cos\alpha \cdot t$$

$$y = c_e \sin\alpha \cdot t + \frac{gt^2}{2}$$

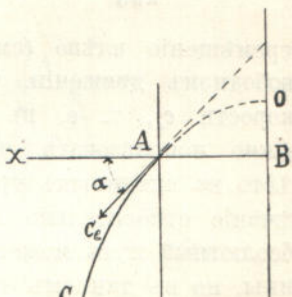
гдѣ c_e—скорость въ точкѣ A.

Координаты вершины параболы O:

$$AB = \frac{c_e^2 \sin 2\alpha}{2g} \text{ и } BO = \frac{c_e^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

Откладывая по координатнымъ осямъ Ax и Ay соотвѣтствующія величины x и y, получимъ параболу AC.

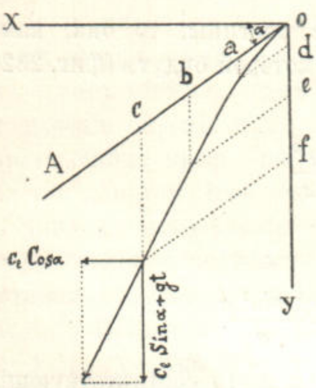
Параболу свободнаго движенія можно вычертить инымъ путемъ.—Откладываемъ по линіи OA, совпадающей съ направленіемъ скорости c_e, въ извѣстномъ масштабѣ скорости c_e, такъ что $Oa = ab = bc = \ldots = c_e$, по линіи Oy откладываемъ въ томъ же масштабѣ $Od = \frac{g}{2}$, $Oe = \frac{g}{2} \cdot 4$, $Of = \frac{g}{2} \cdot 9$ и т. д., затѣмъ изъ точекъ $a, b, c\ldots$ проводимъ вертикальныя линіи, а изъ точекъ $d, e, f\ldots$ линіи параллельныя линіи OA; пересѣченіемъ указанныхъ линій опредѣлятся точки параболы (фиг. 233).



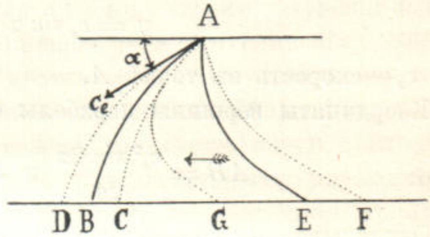
232.

По относительному пути, проходимому частицею воды въ турбинномъ каналѣ, легко, какъ мы увидимъ ниже, найти абсолютный путь. Если бы мы опредѣлили путь, описываемый частицею воды при свободномъ движеніи и при скорости c_e въ точкѣ A и нашли бы параболу AB, то абсолютный путь частицы, опредѣленный по относительному пути, долженъ или совпадать съ кривою AB, или быть правѣе ея, т. е. занимать положенiе кривой AC (фиг. 234). Если бы абсолютный путь имѣлъ направленiе, обозначенное кривою AD, чего обыкновенно не бываетъ, т. е. располагался бы лѣвѣе параболы AB, то передавалась бы работа отъ турбины на частицы воды, вслѣдствiе чего онѣ и смѣщались бы влѣво, чего не слѣдуетъ допускать; достигнуть же исправленiя можно — перемѣщенiемъ конца лопатки E въ точку F, при чемъ EF слѣдуетъ сдѣлать равною или немного болѣе величины DB.

Все сказанное относительно построенiя абсолютнаго пути совершенно понятно, если имѣется активная турбина, при реактивной же турбинѣ вращенiе турбиннаго колеса происходитъ также вслѣдствiе реакцiи, при чемъ не весь напоръ обращается въ c_e, но само собою понятно, что наибольшее



233.

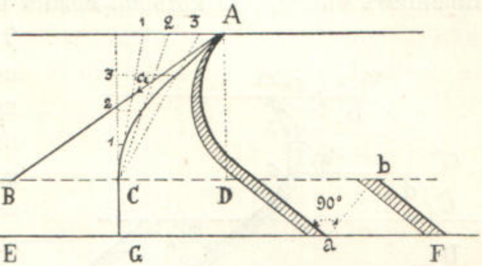


234.

перемѣщенiе влѣво (см. фиг. 234) частицы воды получаютъ при свободномъ движенiи, т. е. по параболѣ AB, и при наибольшей скорости c_e, т. е. въ томъ случаѣ, когда весь напоръ, который можно использовать, обращается въ скорость, какъ это имѣетъ мѣсто въ активныхъ турбинахъ. Изъ сказаннаго ясно, что наше замѣчанiе относительно построенiя кривыхъ, опредѣляющихъ собою абсолютный путь, можетъ быть распространено и на реактивныя турбины, но въ данномъ случаѣ параболу AB слѣдуетъ строить для наибольшей скорости c_e, т. е. полагая реактивное давленiе $= 0$ и производя вычерчиванiе кривой AB точно такимъ же образомъ, какъ это мы дѣлали для активныхъ турбинъ.

Изъ вышесказаннаго понятно также, что не слѣдуетъ допускать, чтобы абсолютный путь имѣлъ видъ кривой AG (фиг. 234), если бы такая получилась, то это указывало бы на то, что точка E лопатки слишкомъ сдвинута вправо относительно точки A.

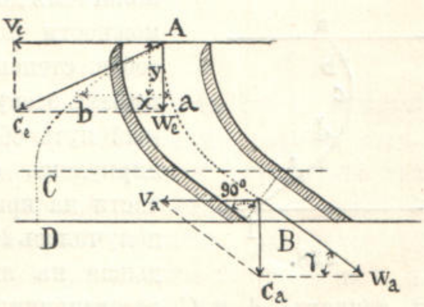
Очень приличнаго вида лопатки получаются въ томъ случаѣ, когда кривая абсолютнаго пути частицы, построенная по кривой относительнаго движенiя, будетъ совпадать съ параболою AC (если лопатки построены по параболѣ) или имѣть одинаковый характеръ съ нею, при чемъ построеніе параболы AC совершается слѣдующимъ образомъ: проводится перпендикуляръ ab, отсѣкающій прямыя части лопатокъ, черезъ точку b проводится прямая, параллельная линія EF (въ поясѣ между прямыми Bb и EF работа воды $= 0$), далѣе проводится линія AB, совпадающая съ направленіемъ скорости c_e и перпендикуляръ AD къ линіи Bb, линію BD дѣлимъ пополамъ въ точкѣ C и принимаемъ эту точку за вершину параболы (фиг. 235).



235.

Правильнѣе было бы всѣ построенія кривыхъ относить къ средней струйкѣ, но дѣлаемъ небольшую погрѣшность, если принимаемъ путь струйки совпадающимъ съ направленіемъ лопатки.

Теперь укажемъ, какимъ образомъ опредѣлить абсолютный путь, зная относительное движеніе частицы воды въ турбинномъ каналѣ. Если имѣемъ реактивную турбину и ширина турбиннаго колеса не измѣняется или если имѣемъ активную турбину, въ которой скорость $w_a = w_e$, то построеніе абсолютнаго пути по относительному не представляетъ никакихъ затрудненій.—Положимъ имѣемъ реактивную осевую турбину и ширина вѣнца турбиннаго колеса остается постоянная (фиг. 236), тогда (см. рав. 457):



236.

$$w_a = \frac{w_e}{\sin\gamma},$$

но

$$c_a = w_a \sin\gamma \text{ (если } c_a \perp v_a),$$

а потому

$$w_e = w_a \sin\gamma = c_a.$$

Слѣдовательно вертикальную составляющую относительной скорости можно принять равною постоянной величинѣ $= w_e$, а тогда вертикальное разстояніе y и время t свяжутся слѣдующимъ уравненіемъ:

$$y = w_e \,.\, t$$

откуда

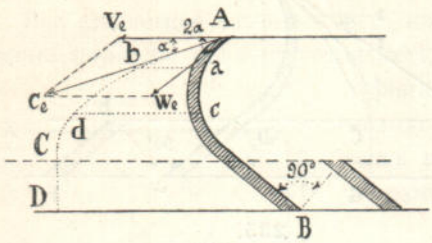
$$t = \frac{y}{w_e}.$$

Зная t, найдемъ x и опредѣлимъ положенiе точки b на абсолютномъ пути:

$$x = v_e t = v_a t.$$

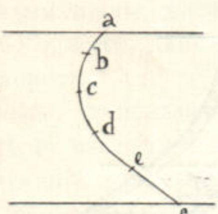
Такимъ образомъ, имѣя направленiе средней струйки AB — найдемъ абсолютный путь ACD; CD—прямая вертикальная линiя.

Если имѣется осевая активная турбина, съ симметричнымъ расширенiемъ вѣнца, для которой можно положить $w_a = w_e$ и если уголъ $\beta = 2\alpha$, то $w_e = w_a = v_e = v_a$, а потому раздѣливши линiю AB, которою ограничивается лопатка, на равныя части (фиг. 237) и откладывая: $ab = Aa$, $cd = Ac = = 2ab = 2Aa$ и т. д.—получимъ абсолютный путь ACD; CD— прямая вертикальная линiя.



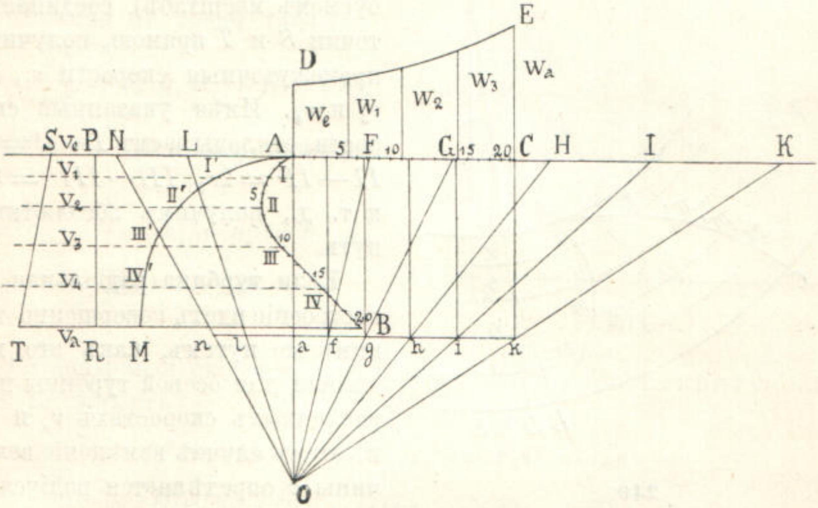
237.

Построенiе абсолютнаго пути усложняется для реактивныхъ турбинъ, когда турбинное колесо расширяется, для активныхъ—когда w_a отличается отъ w_e. Мы предлагаемъ очень простой способъ построенiя абсолютнаго пути по относительному для всѣхъ турбинъ.— Если имѣется турбина, для которой кривая af изображаетъ собою относительный путь движенiя частицы (фиг. 238), то для отдѣльныхъ частей этого пути — ab, bc, cd, de и ef мы можемъ принять скорости постоянными, другими словами, въ разсматриваемыхъ частяхъ предполагаемъ движенiе равномѣрнымъ. Степень возможности подобнаго допущенiя обусловливаетъ собою степень точности построенiя. Положимъ имѣемъ осевую турбину, для которой относительный путь обозначается кривою AB (фиг. 239), циркулемъ откладываемъ небольшiя равныя части на кривой AB, положимъ такихъ частей получилось 20,5, спрямляемъ кривую AB—откладывая на линiи AC 20,5 такихъ же частей,



238.

въ точкахъ A и C возстанавливаемъ перпендикуляры и на нихъ въ опредѣленномъ масштабѣ откладываемъ $AD = w_e$ (относительной скорости вступленiя) и $CE = w_a$ (относительной скорости выхода); положимъ кривая DE изображаетъ собою законъ измѣненiя скоростей w (относительныхъ скоростей). Дѣлимъ прямую AC на равное число частей и въ точкахъ дѣленiя возстанавливаемъ перпендикуляры, пересѣченiе ихъ съ кривою DE опредѣляетъ относительныя скорости w_1, w_2 и w_3. Откладываемъ всѣ полученныя относительныя скорости одна за другою на линiи AK, т. е. откладываемъ $AF = w_e$, $FG = w_1$, $GH = w_2$, $HI = w_3$ и $IK = w_a$, выбираемъ произвольно на вертикальной прямой AO полюсъ O и соединяемъ съ нимъ точки A, F, G, H, I и K, продолжаемъ линію EC до пересѣченія съ прямою OK въ точкѣ k, черезъ которую проводимъ горизонтальную линію ak; отрѣзки этой линіи af, fg, gh, hi и ik пропорціональны отрѣзкамъ AF, FG и т. д., линія $ak = AC$, а потому всѣ отрѣзки уложатся на линіи AC или на равной ей кривой AB и будутъ изображать собою въ извѣстномъ масштабѣ относительныя скорости. Изъ точекъ a, f, g, h, i и k опускаемъ перпендикуляры на



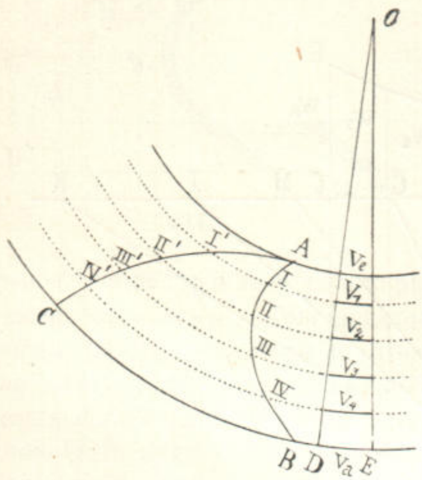
239.

линію AC и замѣчаемъ, сколько дѣленій занимаетъ собою каждый отрѣзокъ, отсѣкаемый перпендикулярами. Положимъ первый отрѣзокъ, равный въ извѣстномъ масштабѣ скорости w_e, занимаетъ три дѣленія, тогда на третьемъ дѣленіи кривой AB отмѣчаемъ точку I; затѣмъ положимъ сумма перваго и второго отрѣзковъ равняется 6,3 дѣленіямъ, отмѣчаемъ отъ точки A на 6,3 дѣленіи точку II и т. д. Такимъ образомъ отрѣзки $A—I$, $I—II$, $II—III$, $III—IV$ и $IV—B$ будутъ изображать въ извѣстномъ масштабѣ скорости w_e, w_1, w_2, w_3 и w_a.

Имѣя точки I, II, III и т. д., легко уже построить абсолютный путь.—Откладываемъ $AL = v_e$ въ томъ же масштабѣ, въ которомъ откладывали прямыя AD и CE, т. е. уменьшая скорости v_e, w_e и w_a въ одинаковое число разъ, соединяемъ точку L съ O, отрѣзокъ al въ требуемомъ масштабѣ будетъ изображать собою скорость v_e. Если $v_a = v_e$, то построеніе абсолютнаго пути идетъ слѣдующимъ образомъ:

откладываемъ на линіи параллельной AC отрѣзокъ $I - I^1 = al$, получаемъ точку I^1 на абсолютномъ пути, далѣе откладываемъ $II - II^1 = 2 . al$, $III - III^1 = 3 . al$ и т. д. Соединяя точки A, I^1, II^1, III^1, IV^1 и M сплошною линіею—получимъ абсолютный путь.

Если скорости v_a и v_e не равны между собою, то построеніе идетъ подобнымъ же образомъ.—Откладываемъ $AN = v_a$ и соединяемъ точку N съ O: отрѣзокъ an изобразитъ собою въ требуемомъ масштабѣ скорость v_a. Откладывая $SP = al = v_e$ (въ требуемомъ масштабѣ), проводимъ вертикаль PR, откладываемъ $TR = an = v_a$ (въ требуемомъ масштабѣ), соединяемъ точки S и T прямою, получимъ промежуточныя скорости v_1, v_2, v_3 и v_4. Имѣя указанныя скорости, откладываемъ $I - I^1 = v_1$, $II - II^1 = 2v_2$, $III - III^1 = 3v_3$ и т. д., получимъ абсолютный путь.



240.

Если турбина радіальная, то построеніе идетъ совершенно такимъ же путемъ, какъ это мы дѣлали для осевой турбины при различныхъ скоростяхъ v_a и v_e, въ этомъ случаѣ измѣненіе величины v опредѣляется радіусами OD и OE (фиг. 240).

Во всѣхъ случаяхъ для приближеннаго вычерчиванія кривой абсолютнаго пути—кривую DE (фиг. 239) можно замѣнить прямою линіею.

Пользуясь сдѣланными указаніями, можно построеніе вести въ обратномъ порядкѣ и, задаваясь кривою абсолютнаго пути, опредѣлить кривую относительнаго движенія и сообразно ей вычертить лопатку.

Опредѣленіе графическимъ путемъ нѣкоторыхъ элементовъ турбины.

109. Опредѣленіе величины или степени реакціи.—Пренебрегаемъ треніемъ въ каналахъ. Беремъ произвольный масштабъ и откладываемъ по опредѣленному направленію (фиг. 241):

$BA =$ величинѣ скорости c_e.

Проводимъ подъ угломъ β линію CA и горизонтальную линію BD; линію DA направляемъ вертикально, тогда

$$BC = v_e \text{ и } CA = w_e.$$

Положимъ $DA = c_{ne}$. Если кольцевыя площади вступленія въ турбинное колесо и выхода изъ турбиннаго колеса равны между собою, то при выполненныхъ водою каналахъ

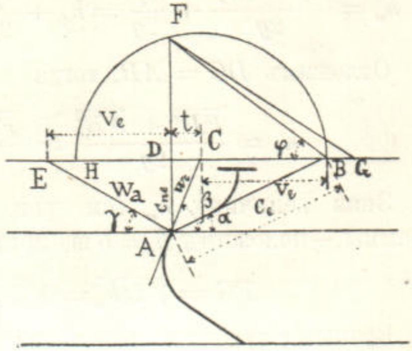
$$c_{ne} = c_a,$$

гдѣ c_a—абсолютная скорость вытеканія.

Откладываемъ $DE = v_e$; если $v_a = v_e$ и $c_a = c_{ne}$, то

$$EA = w_a.$$

Направленіемъ линіи EA опредѣляется уголъ γ.



241.

Полагая въ уравн. (461):

$$H_F - \frac{c_e^2}{2g} = h_e \text{ и } H_i - H_F = h_r,$$

и принимая $h_e + h_r = h_\rho$, найдемъ, что

$$\frac{w_a^2 - w_e^2}{2g} = h_e + h_r = h_\rho =$$

$$= \frac{\overline{EA}^2 - \overline{CA}^2}{2g}.$$

Разсматривая скорость $c_\rho = \sqrt{2gh_\rho}$, какъ «реактивную скорость», имѣемъ:

$$c_\rho^2 = 2gh_\rho = w_a^2 - w_e^2 = \overline{EA}^2 - \overline{CA}^2 =$$

$$= (\overline{ED}^2 + \overline{AD}^2) - (\overline{CD}^2 + \overline{AD}^2) = \overline{ED}^2 - \overline{CD}^2.$$

Полагая $CD = t$, найдемъ, что

$$c_\rho^2 = v_e^2 - t^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (615)$$

Величина c_ρ опредѣлится, если провести изъ точки C полуокружность радіусомъ v_e, тогда

$$FD = c_\rho,$$

такъ какъ

$$\overline{FD}^2 = \overline{BD} \cdot \overline{HD} = (v_e + t)(v_e - t) = v_e^2 - t^2.$$

Если обозначимъ черезъ h_w полезный напоръ—принимая во вниманіе только гидравлическія сопротивленія при прохожденіи воды черезъ каналы, т. е. не принимая въ расчетъ тренія въ пяткѣ и сопротивленія вращенію турбиннаго колеса, то

$$h_w = h - h_z,$$

гдѣ h—высота, опредѣляющая полный напоръ и h_z—высота, теряющаяся на вышеупомянутыя гидравлическія сопротивленія; въ практикѣ обыкновенно принимается:

$$h_z = (0{,}10 - 0{,}15)\,h,$$

а потому

$$h_w = (0{,}90 - 0{,}85)\,h\,.\quad.\quad.\quad.\quad.\quad.\quad.\quad.\quad.\quad(616)$$

Положимъ $c_w = \sqrt{2gh_w}$. Изъ уравн. (461) можно опредѣлить H_i, но если принять во вниманіе гидравлическія сопротивленія, то величину H_i слѣдуетъ замѣнить высотою h_w и тогда

$$h_w = \frac{w_a^{\,2} - w_e^{\,2}}{2g} + \frac{c_e^{\,2}}{2g} = h_\rho + \frac{c_e^{\,2}}{2g} = \frac{c_\rho^{\,2} + c_e^{\,2}}{2g} = \frac{\overline{FD}^2 + \overline{AB}^2}{2g}$$

Отложимъ $DG = AB$, тогда

$$h_w = \frac{\overline{FD}^2 + \overline{AB}^2}{2g} = \frac{\overline{FD}^2 + \overline{DG}^2}{2g} = \frac{\overline{FG}^2}{2g} = \frac{c_w^{\,2}}{2g}.$$

Зная величину h_w (см. рав. 616), опредѣлимъ масштабъ діаграммы,—положимъ $h = 5$ m, примемъ $h_w = 0{,}88\,h = 4{,}4$ m, тогда

$$FG = \sqrt{2gh_w} = \sqrt{2\,.\,9{,}81\,.\,4{,}4} = 9{,}291\text{ m}.$$

Вращеніе турбины происходитъ по направленію BD. Для производства работы мы можемъ воспользоваться напоромъ, соотвѣтствующимъ скорости, составляющей проекцію скорости c_e на направленіе BD или напоромъ

$$\frac{\overline{BD}^2}{2g},$$

такъ какъ работа составляющей $DA = 0$. Кромѣ указаннаго напора, мы можемъ еще утилизировать напоры h_e и h_r; и такъ полный напоръ, который мы можемъ использовать:

$$h_n = \frac{\overline{BD}^2}{2g} + h_e + h_r = \frac{\overline{BD}^2}{2g} + h_\rho = \frac{\overline{BD}^2}{2g} + \frac{c_\rho^{\,2}}{2g} =$$

$$= \frac{\overline{BD}^2 + \overline{FD}^2}{2g} = \frac{\overline{BF}^2}{2g} = \frac{c_n^{\,2}}{2g}.$$

Такимъ образомъ отрѣзокъ BF опредѣляетъ собою величину скорости c_n, которая можетъ быть использована.

Составляющая $BD = c_e \cos\alpha$ соотвѣтствуетъ напору

$$\frac{\overline{BD}^2}{2g},$$

который производитъ активное дѣйствіе и высота

$$\frac{\overline{FD}^2}{2g}$$

равняется высотѣ или напору, производящему реактивное дѣйствіе.

Теперь легко опредѣлить — какая часть энергіи воды передается турбинѣ реактивнымъ способомъ и какая активнымъ. Степень реактивнаго дѣйствія

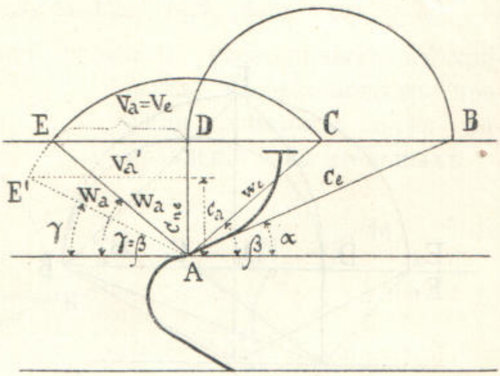
$$R = \frac{h_\rho}{h_n} = \frac{c_\rho^{\,2}}{c_n^{\,2}} = \frac{\overline{FD}^2}{\overline{FB}^2} = \sin^2\varphi \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(617)$$

и

$$\sin\varphi = \sqrt{R} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(618)$$

Если $\beta = 90°$, то точки C и D совпадаютъ и $\varphi = 45°$, а тогда

$$R = \sin^2\varphi = \left(\frac{1}{2}\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{2}.$$



242.

Опредѣленіе скоростей. Чтобы получить соотношенія между скоростями для чисто активной турбины — мы должны величину FD положить $= 0$, а тогда

$$\overline{FD}^2 = v_e^{\,2} - t^2 = 0$$

и

$$v_e = t$$

т. е. точка C должна будетъ находиться по серединѣ между точками D и B, а тогда (см. фиг. 242):

$$v_e = \frac{1}{2} c_e \cos\alpha \quad \text{и} \quad c_e = c_w, \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(619)$$

такъ какъ

$$c_\rho = 0 \text{ и } h_w = \frac{c_e^{\,2}}{2g} = \frac{c_w^{\,2}}{2g}.$$

Но

$$c_e = c_w = \sqrt{2gh_w},$$

а потому

$$v_e = \frac{c_w \cos\alpha}{2} = \frac{\cos\alpha}{2}\sqrt{2gh_w} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(620)$$

Въ данномъ случаѣ $BF = BD$ и такъ какъ $BF = c_n$, то

$$v_e = \frac{c_n}{2} \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(621)$$

Изъ чертежа видно, что

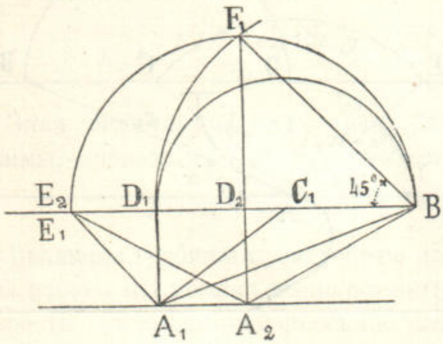
$$\operatorname{cotg}\alpha = 2\operatorname{cotg}\beta \text{ или } \operatorname{tg}\beta = 2\operatorname{tg}\alpha\,^{*)} \;.\;.\;.\;.\;.\;(622)$$

Если пренебрегать треніемъ въ турбинномъ колесѣ, затѣмъ положить $w_a = w_e$, то при $v_a = v_e$ легко опредѣлить уголъ γ: изъ центра

*) См. рав. (535).

A радіусомъ AC засѣкаемъ точку E, соединяемъ ее съ A, прямою EA опредѣляется уголъ $\gamma = \beta$, при этомъ $c_a = c_{ne}$. Для уменьшенія угла γ беремъ $v_a' > v_a$ и для опредѣленія угла γ дѣлаемъ построеніе, показанное пунктиромъ. При заданномъ значеніи c_a—точка E' имѣетъ вполнѣ опредѣленное положеніе.

Положимъ имѣемъ реактивную турбину и $BD_1 = c_n$ (фиг. 243). Изъ центра B радіусомъ BD_1 чертимъ дугу D_1F_1; примемъ для реактивной турбины $\beta = 90°$, тогда $\varphi = 45°$. Подъ угломъ въ 45° проводимъ линію BF_1. Линія $F_1D_2A_2$ перпендикулярна къ линіи BD_1. Отложимъ $E_2D_2 = = BD_2$. Чертимъ изъ D_2 полуокружность E_2F_1B. Соединяемъ прямыми точки E_2 и B съ точками A_1 и A_2, изъ коихъ точка A_1 лежитъ на перпендикулярѣ D_1A_1 къ линіи BD_1, тогда отрѣзки BA_2, D_2A_2 и E_2A_2 изображаютъ собою по величинѣ и направленію скорости c_e, c_{ne} ($= w_e$ при $\beta = 90°$) и w_a.



243.

$$v_e = BD_2 = F_1B \cos 45° = = c_n \cos 45° = 0{,}707\ c_n.$$

Если имѣется активная турбина, то построеніе ведется, какъ уже было указано, слѣдующимъ образомъ (фиг. 243): линія BD_1 дѣлится пополамъ въ точкѣ C_1 и изъ нея, какъ изъ центра, чертится полуокружность радіусомъ $C_1D_1 = C_1B$, полученные отрѣзки BA_1, C_1A_1 и E_1A_1 (если $E_1D_1 = C_1B$) изображаютъ собою скорости c_e, w_e и w_a.

Опредѣленіе угловъ.—Діаграммою можно опредѣлить направленіе элементовъ лопатокъ, т. е. соотвѣтствующіе углы, при которыхъ устраняются удары струекъ о лопатки на внутренней окружности и лопатокъ о струйки на внѣшней окружности. — Положимъ имѣемъ реактивную турбину. Отложимъ (фиг. 244):

$$D_1A_1 = c_{ne};\ \ BD_2 = v_e = v_a \ \text{ и } \ ED_2 = BD_2,$$

тогда

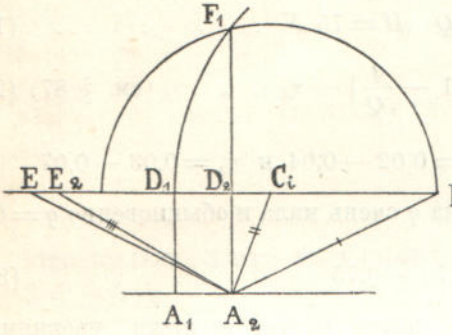
$$EA_2 = w_a.$$

Построимъ углы на внутренней окружности направляющаго и турбиннаго колесъ. Отложимъ BC_i = величинѣ периферической скорости на внутренней окружности; чертимъ изъ C_i, какъ изъ центра, полуокружность радіусомъ C_iB, опредѣляемъ точку пересѣченія F_1 съ дугою D_1F_1, очерченною радіусомъ BD_1, тогда $F_1D_2 = c_\rho$. Принимаемъ для реактивной турбины вертикальныя составляющія скоростей протеканія через турбинные каналы равными между собою. Проводимъ вертикаль F_1A_2, соединяемъ точки A_2 и B прямой—полученный отрѣзокъ BA_2 даетъ направленіе послѣдняго элемента направляющей лопатки. Соединивъ точки C_i и A_2 — получимъ направленіе перваго элемента турбинной лопатки. Откладывая $D_2E_2 = BC_i$ — получимъ точку E_2, отрѣзокъ E_2A_2 опредѣляетъ направленіе послѣдняго элемента турбинной лопатки.

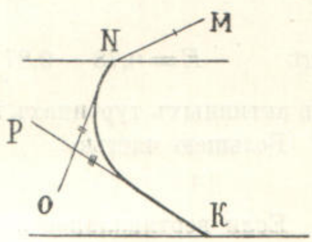
Проводимъ линіи:

$$MN \parallel BA_2;\quad NO \parallel C_iA_2 \text{ и } PK \parallel E_2A_2 \text{ (фиг. 245)},$$

полученныя линіи опредѣляютъ положеніе касательныхъ къ кривымъ, изображающимъ профили лопатокъ: имѣя направленія касательныхъ — легко уже вычертить лопатки направляющаго и турбиннаго колесъ.



244.



245.

Построеніе угловъ на внѣшней окружности совершается аналогичнымъ путемъ.

Что касается построенія угловъ для лопатокъ активной турбины, то изъ черт. 242 видно—какимъ образомъ находятся направленія касательныхъ, опредѣляющихъ наклонъ крайнихъ элементовъ лопатокъ, зная который безъ затрудненія вычерчиваемъ лопатки по одному изъ способовъ, указанныхъ въ § 107.

РАСЧЕТЪ ТУРБИНЪ.

110. Расчетъ осевыхъ турбинъ.

Общія формулы.

$$\eta \,.\, 1000\ Q\quad H = 75\ N \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

$$\eta = E\left(1 - \frac{q}{Q}\right) - \eta_0 \quad \ldots \quad (\text{см. § } 87) \quad (2)$$

гдѣ $E = 0{,}78 - 0{,}87$ [1]; $\frac{q}{Q} = 0{,}02 - 0{,}04$ и $\eta_0 = 0{,}03 - 0{,}07$

въ активныхъ турбинахъ величина q очень мала и обыкновенно $q = 0$.

Большею частью

$$\eta = 0{,}70 - 0{,}75 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Если вертикальное разстояніе между верхн. и нижн. уровнями въ колодцѣ турбины $= H_0$ и $c_y =$ скорости воды въ отводномъ руслѣ, то полезный напоръ

$$H = H_0 - \frac{c_y^{\,2}}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (4)$$

Если скорость притока воды къ турбинѣ c_0 можетъ быть использована, то

$$H = H_0 + \frac{c_0^{\,2}}{2g} - \frac{c_y^{\,2}}{2g} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

Изъ напора H слѣдуетъ вычесть напоръ, затрачиваемый на преодолѣніе вредныхъ сопротивленій въ напорной трубѣ. Скорости въ напорной и отводной трубахъ обыкновенно принимаются равными

$$0{,}5 - 2 \text{ m} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

При подводѣ воды открытымъ русломъ, скорость въ немъ принимаютъ равною

$$0{,}5 - 1{,}25 \text{ m} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (7)$$

[1]) Можно принимать:

$E = \infty\ 0{,}78 - 0{,}80$	для	турбинъ	силою	$>$ 30	HP
» $= \infty\ 0{,}802 - 0{,}8$	»	»	»	$>$ 100	»
» $= \infty\ 0{,}84$	»	»	»	$>$ 1000	»
» $= \infty\ 0{,}87$	»	»	»	$>$ 10000	»

Такая же скорость допускается и въ отводномъ руслѣ.

$$v_e = \sqrt{E}\sqrt{gH\frac{\sin(\beta-\alpha)}{\sin\beta\,.\,\cos\alpha}} = \sqrt{E}\sqrt{gH\left(1-\frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta}\right)} \quad . \quad (8)$$

$$c_e = \sqrt{E}\sqrt{gH\frac{\sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)\,.\,\cos\alpha}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

гдѣ

$$\sqrt{E} = \infty\, 0{,}90 - 0{,}92 \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

Приближенныя уравненія для опредѣленія площади истеченія изъ направляющаго колеса Ω (разсматривая сѣченіе перпенд. оси турбины), ширины b и діаметра D:

$$b\,.\,\pi D = \Omega \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

$$c_e \sin\alpha \frac{\Omega}{\eta^1} = Q \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

$$\frac{b}{D} = k \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

при желѣзн. лопат. въ направл. колесѣ $\eta^1 = 1{,}05 - 1{,}08$

» чугун. » » » » $\eta^1 = 1{,}1 - 1{,}2$

$k = \frac{1}{3} - \frac{1}{12}$; для осевыхъ турбинъ лучше полагать:

$$k = \frac{1}{4} - \frac{1}{9} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (14)$$

Зная Q — опредѣлимъ изъ ур. (11), (12) и (13) приблизительныя значенія Ω, D и b.

Число лопатокъ направляющаго колеса $= i$

» » турбиннаго » $= i_1$

Шагъ по средней окружности направл. кол. $= t$, турб. кол. $= t_1$

$$i = \frac{\pi D}{t} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Принявъ за i ближайшее цѣлое, опредѣлимъ t:

$$t = \frac{\pi D}{i} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

$$i_1 = i - (1 - 2) \ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

$$\left.\begin{array}{l}\text{Толщина желѣзныхъ и стальныхъ лопатокъ} = 4 - 8\ \text{mm} \\ \text{» чугунныхъ » »} = 6 - 14\ \text{mm и болѣе}\end{array}\right\} . \quad (18)$$

Болѣе точное опредѣленіе Ω, b и D:

$$b \cdot \pi D - i \cdot b \frac{\delta\ ^{*})}{\sin\alpha} - i_1 \cdot b \cdot \frac{\delta_1\ ^{**})}{\sin\beta} = \Omega$$

или

$$b\left[\pi D - \left(\frac{i\delta}{\sin\alpha} + \frac{i_1\delta_1}{\sin\beta}\right)\right] = \Omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

$$c_e \sin\alpha\, \Omega = Q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

$$\frac{b}{D} = k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

гдѣ δ и δ_1 — толщ. лопатокъ направл. и турбин. колесъ.

Число оборотовъ въ 1 мин.

$$n_1 = \frac{60 \cdot v_e}{\pi D} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

Если n_1 не цѣлое, то для удобства расчета передачи принимаемъ за число оборотовъ ближайшее цѣлое (можно и округлять), положимъ $= n$, тогда слѣдуетъ измѣнить D и положить

$$D = \frac{60 \cdot v_e}{n \cdot \pi} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Зная точную величину D, изъ ур. (19) опредѣлимъ ширину b.

Такъ какъ діаметръ D измѣнился — слѣдуетъ опредѣлить t и t_1:

$$t = \frac{\pi D}{i} \text{ и } t_1 = \frac{\pi D}{i_1}$$

Ширина турбиннаго колеса должна быть увеличена сравнительно съ шириною b направл. колеса (см. расчетъ реакт. и актив. турбинъ).

Высоты направл. и турбин. колесъ приходится выбирать, сообразуясь съ приличною формою лопатокъ.

Скорость c_a должна быть перпендикулярна къ направленію скорости v_a, отклоненіе допускается до $8^\circ - 10^\circ$.

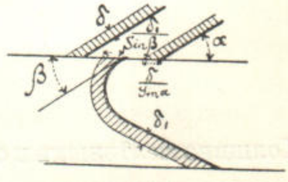
Потеря напора, соотвѣтств. скорости c_a, не должна превышать $5^0/_0$ отъ полнаго напора, т. е.

$$\frac{c_a^2}{2g} \leqq 0{,}05\ H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

---

*) Суженіе истекающей струи каждою лопаткою направляющаго колеса $= \frac{\delta}{\sin\alpha}$ (для площ. Ω), фиг. 246.

**) Суженіе истекающей изъ направл. колеса струи каждою лопаткою турбин. колеса $= \frac{\delta_1}{\sin\beta}$ (фиг. 246).



246.

Реактивныя турбины.

$$\left.\begin{array}{l} H = \frac{1}{2} - 3\ \mathrm{m} \\ Q = 5 - 12\ \mathrm{m}^3 \end{array}\right\} \ldots \alpha = 20^\circ - 24^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l} H = 1\frac{1}{2} - 8\ \mathrm{m} \\ Q = 1 - 5\ \mathrm{m}^3 \end{array}\right\} \ldots \alpha = 16^\circ - 20^\circ$$

$$\left.\begin{array}{l} H = 8 - 12\ \mathrm{m} \\ Q = 1 - 1^1/_2\ \mathrm{m}^3 \end{array}\right\} \ldots \alpha = 15^\circ - 17^\circ$$

При $\beta = 90^\circ$

$$v_e = \sqrt{E}\sqrt{gH} = 0{,}9\sqrt{gH} - 0{,}92\sqrt{gH}$$

$$c_e = \sqrt{E}\sqrt{gH}\frac{1}{\cos\alpha} = 0{,}9\sqrt{gH}\frac{1}{\cos\alpha} - 0{,}92\sqrt{gH}\frac{1}{\cos\alpha}$$

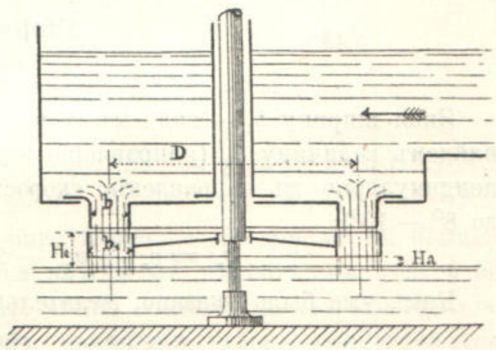
$$t = 0{,}08\,D - 0{,}13\,D$$

При малыхъ напорахъ (до 3 m) и большихъ количествахъ воды ($5 - 12\ \mathrm{m}^3$):

$$t = 0{,}25 - 0{,}30\ \mathrm{m}$$

При большихъ напорахъ (8 — 12 m) и малыхъ количествахъ воды ($1 - 1^1/_2\ \mathrm{m}^3$):

$$t = 0{,}12 - 0{,}15\ \mathrm{m}$$



247.

Если ширина турбиннаго колеса во всю высоту его одинакова (фиг. 247), или если ободъ расширяется симметрично, то (см. равенство 607):

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1+\psi_3}}\sqrt{w_e^2 + 2gh'}$$

При несимметричномъ расширенiи турбиннаго колеса (см. равенство 606):

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1+\psi_3}}\sqrt{w_e^2 + 2gh' + v_a^2 - v_e^2}$$

гдѣ

$$h' = H - (1 + \psi_1 + \psi_2)\frac{c_e^2}{2g}$$

Принимая $\psi_1 = 0{,}11$, $\psi_2 = 0{,}08$ и $\psi_3 = 0{,}11$, можно вышеприведенныя формулы написать въ слѣдующемъ видѣ:

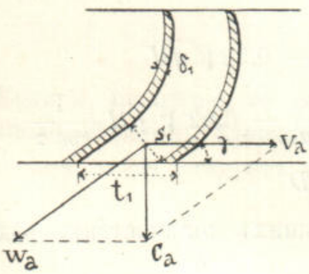
$$w_a = 0{,}95 \sqrt{w_e^2 + 19{,}62\, h'}$$

$$w_a = 0{,}95 \sqrt{w_e^2 + 19{,}62\, h' + v_a^2 - v_e^2}$$

$$h' = H - 1{,}19 \frac{c_e^2}{2g} \; ^{*)}$$

Зная w_a, опредѣлимъ площадь выходного отверстія турбиннаго колсеа ω:

$$\omega = \frac{Q}{w_a}$$



248.

Площадь каждаго канала (фиг. 248)

$$\omega_1 = \frac{\omega}{i_1}$$

$$s_1 = \frac{\omega_1}{b_1}$$

$$\sin\gamma = \frac{s_1 + \delta_1}{t_1}$$

Ширина турбиннаго колеса

$$b_1 = b + (4 - 10 \text{ mm})$$

Зная ширину b_1 — найдемъ s_1 и уголъ γ. Опредѣливши v_a и w_a, найдемъ величину c_a (направленіе этой скорости должно быть перпендикулярно къ направленію скорости v_a, отклоненіе допускается до $8^\circ - 10^\circ$):

$$c_a^2 = v_a^2 + w_a^2 - 2 v_a w_a \cos\gamma.$$

Какъ уже было указано, желательно, чтобы

$$\frac{c_a^2}{2g} \leqq 0{,}05\, H$$

Если неравенство не будетъ исполняться, то слѣдуетъ уменьшить γ и увеличить внизу ширину колеса b_1 или измѣнить расчетъ.

Высота направляющаго и турбиннаго колесъ =

$$0{,}083\, D - 0{,}2\, D$$

Выборъ обусловливается приличною формою лопатокъ.

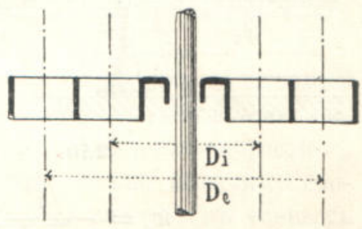
---

*) Если турбинное колесо вращается въ нижней водѣ или имѣется всасывающая труба, то H = полному напору. Если турбинное колесо вращается на воздухѣ, то H = вертикальному разстоянію отъ верхняго уровня до сѣченія истеченія изъ турбиннаго колеса (см. § 92).

Если имѣется нѣсколько вѣнцовъ (см. фиг. 172—173 и Альбомъ примѣрныхъ установокъ водяныхъ двигателей, табл. 7 и 12), то, какъ уже указывалось въ § 93, число оборотовъ турбины не должно измѣняться съ уменьшеніемъ или увеличеніемъ числа работающихъ вѣнцовъ, чего можно достигнуть измѣненіемъ угла β. — Зная величину v_e для средняго діаметра D_e наружнаго вѣнца (фиг. 249), найдемъ соотвѣтствующую скорость $v_e{}^1$ для средняго діаметра D_i внутрен. вѣнца:

$$\frac{v_e{}^1}{v_e} = \frac{D_i}{D_e} \text{ или } v_e{}^1 = v_e \frac{D_i}{D_e}$$

Для опредѣленія $v_e{}^1$, какъ видно, необходимо знать величину D_i, — расчетъ ведется значительно проще, если первоначально вычислить ширину турбиннаго колеса, не раздѣляя его на отдѣльные вѣнцы, для наибольшаго заданнаго числа силъ; полученная ширина очень мало отличается отъ общей рабочей ширины колеса съ отдѣльными вѣнцами; зная же эту ширину — легко опредѣлить діаметръ D_i съ достаточною точностью для предварительныхъ вычисленій, а также величину $v_e{}^1$ и подставляя послѣднюю въ форм. 8, получимъ:



249.

$$v_e{}^1 = v_e \frac{D_i}{D_e} = \sqrt{E}\sqrt{gH\frac{\sin(\beta^1 - \alpha)}{\sin\beta^1 \, . \, \cos\alpha}} = \sqrt{E}\sqrt{gH\left(1 - \frac{tg\,\alpha}{tg\,\beta^1}\right)}$$

Изъ послѣдняго уравн. опредѣлимъ уг. β^1 для внутр. вѣнца.

Весьма часто приходится вмѣстѣ съ измѣненіемъ угла β измѣнять и уголъ α и для внутр. вѣнца большею частью приходится его увеличивать. Если при этомъ измѣненіи угловъ получится значительное отклоненіе направленія скорости c_a отъ перпендикуляра къ направленію скорости v_a, то отклоненіе можно уменьшить однобочнымъ или одностороннимъ расширеніемъ соотвѣтствующаго вѣнца турбиннаго колеса.

Активныя турбины (струйчатыя).

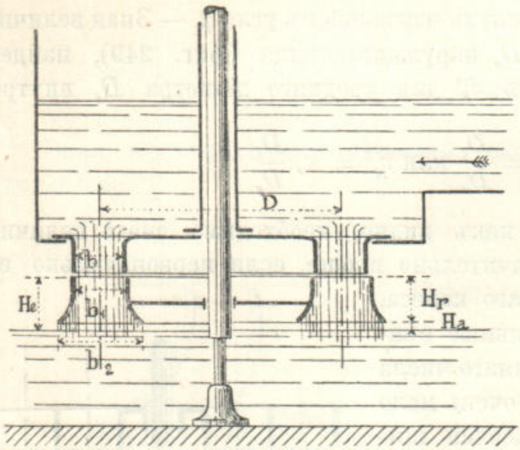
$$\alpha = 12^\circ - 30^\circ$$

α тѣмъ меньше, чѣмъ больше напоръ и чѣмъ меньше количество воды

$$\beta = \infty\, 2\alpha$$

Опредѣленіе остальныхъ величинъ укажетъ, слѣдуетъ ли измѣнять углы α и β.

$$c_e = \frac{1}{\sqrt{1 + \psi_1 + \psi_2}} \sqrt{2g\,(H - H_e)}$$



250.

Принимая $\psi_1 = 0{,}11$, и $\psi_2 = 0{,}06$, получимъ, что

$$c_e = 0{,}92 \sqrt{2g\,(H - H_e)}$$

$$v_e = c_e \frac{\sin\,(\beta - \alpha)}{\sin \beta}$$

При $\beta = 2\alpha$

$$v_e = c_e \frac{\sin \alpha}{\sin 2\alpha} = \frac{c_e}{2 \cos \alpha}$$

$$t = 0{,}05\, D - 0{,}13\, D$$

(величину t можно измѣнять).

$$w_e = v_e \text{ (при } \beta = 2\alpha)$$

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1 + \psi_3}} \sqrt{w_e^{\,2} + 2gH_r + v_a^{\,2} - v_e^{\,2}}$$

гдѣ $H_r =$ высотѣ турбиннаго колеса $= H_e - H_a$ (фиг. 250)

$$w_a = 0{,}96 \sqrt{w_e^{\,2} + 2gH_r + v_a^{\,2} - v_e^{\,2}}$$

Высота H_r имѣетъ большее вліяніе при малыхъ напорахъ.

Ширина турбиннаго колеса b_1 при вступленіи зависитъ отъ того, снабженъ ли ободъ особыми вентиляціонными окнами или нѣтъ, въ первомъ случаѣ (если имѣются окна):

$$b_1 = b + (6 - 20) \text{ mm}$$

251.

во второмъ случаѣ:

$$b_1 = {}^5/_4\, b - {}^3/_2\, b$$

Обыкновенно толщина струи (фиг. 251)

$$s_2 = k^1 \,.\, s_1$$

гдѣ

$$k^1 = 0{,}2 - 0{,}9.$$

Площадь нормальнаго сѣченія струи для каждаго канала

$$\omega_1 = \frac{Q}{w_a \,.\, i_1}$$

Само собою разумѣется, что

$$s_2 b_2 = \omega_1$$

гдѣ b_2 = ширинѣ струи или канала. Подставляя вмѣсто s_2 соотвѣтствующее значеніе, получимъ:

$$k^1 \cdot s_1 \cdot b_2 = \omega_1 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (A)$$

$$s_1 + \delta_1 = t_1 \cdot \sin\gamma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (B)$$

Выбираемъ значеніе c_a такъ, чтобы

$$\frac{c_a^2}{2g} \leqq 0{,}05\ H$$

Къ уравн. (A) и (B) присоединяемъ равенство:

$$c_a^2 = v_a^2 + w_a^2 - 2v_a\ w_a \cos\gamma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (C)$$

Изъ уравн. (A), (B) и (C) опредѣлимъ:

$$s_1,\ b_2 \text{ и } \gamma$$

Послѣ опредѣленія угла γ необходимо построить параллелограммъ скоростей v_a, w_a и c_a и если получится значительное отклоненіе направленія скорости c_a отъ перпендикуляра къ направленію скорости v_a, то слѣдуетъ измѣнить расчетъ или измѣнить только величину скорости v_a — расширяя несимметрично турбинное колесо (въ осевыхъ турбинахъ).

Для приближенныхъ вычисленій въ этихъ турбинахъ можно полагать:

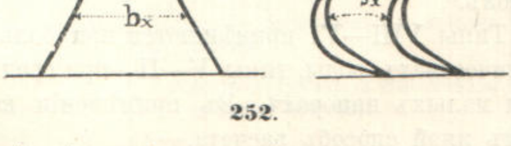
$$\text{высоту направл. колеса} = \frac{D}{14}$$

$$\text{» турбин. »} = \frac{D}{10}$$

Надлежащія высоты колесъ опредѣляются приличною формою лопатокъ.

Предѣльныя турбины.

Предѣльныя турбины разсчитываются точно такъ же, какъ и струйчатыя, только для нихъ полагаемъ $k^1 = 1$, затѣмъ для любого сѣченія опредѣляемъ относительную скорость w_x (см. § 108), зная ее, опредѣлимъ площадь нормальнаго сѣченія струи для одного канала ω_x.



252.

Вычерчиваемъ поперечное сѣченіе турбиннаго вѣнца и опредѣляемъ такимъ образомъ измѣненіе ширины вѣнца,—выбирая одинъ изъ размѣровъ b_x—опредѣлимъ другой s_x:

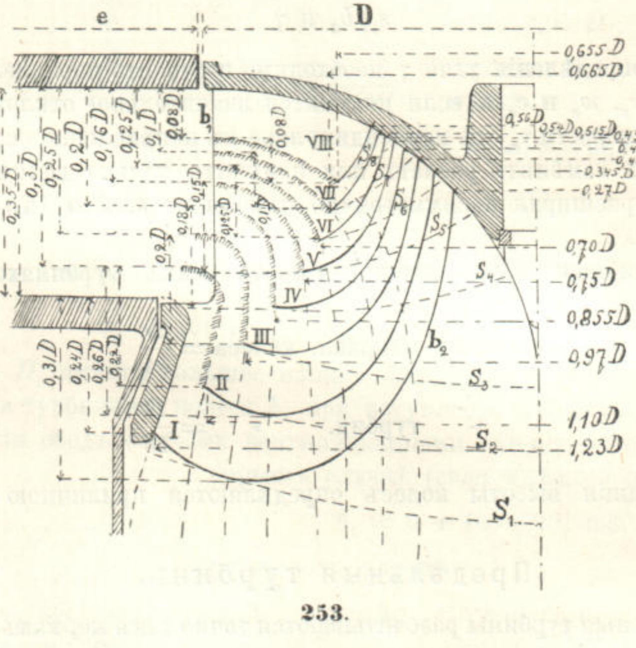
$$\omega_x = \frac{Q}{w_x \, . \, i_1}$$

$$s_x = \frac{\omega_x}{b_x}$$

Найдя такимъ образомъ нѣсколько точекъ, вычерчиваемъ двойныя лопатки (фиг. 252).

Расчетъ американскихъ турбинъ.

111. На фиг. 253 представлены различные типы турбинъ съ наружнымъ подводомъ воды (американскiя). Обыкновенно эти турбины дѣлаются реактивными, хотя при большихъ напорахъ (и обыкновенно при малыхъ количествахъ воды) находятъ примѣненiе активныя предѣльныя турбины, при которыхъ уменьшается число оборотовъ.



253.

Типы VIII—VI примѣняются при большихъ напорахъ и малыхъ количествахъ воды, типы V—II—при среднихъ напорахъ и типъ I—при малыхъ напорахъ. Въ примѣненiи къ этимъ турбинамъ покажемъ иной способъ расчета.—

Расчетъ ведется для среднихъ струекъ.

Каждая изъ скоростей: v_e, c_e и v_a (см. фиг. 254) можетъ быть изображена слѣдующимъ образомъ:

$$v_e = k_{v_e} \sqrt{2gH} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

$$c_e = k_{c_e} \sqrt{2gH} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

$$v_a = k_{v_a} \sqrt{2gH} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Если абсолютная скорость истеченія c_a изъ турбиннаго колеса перпендикулярна къ направленію скорости v_a, то (см. ур. 503):

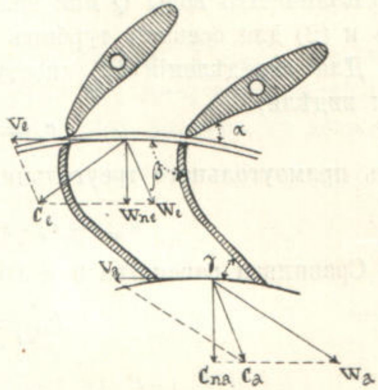
$$c_e v_e \cos\alpha = gEH \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Подставляя вмѣсто c_e и v_e ихъ значенія, получимъ:

$$k_{c_e} \,.\, k_{v_e} \,.\, \cos\alpha = \frac{E}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Откуда

$$k_{c_e} = \frac{E}{2\,k_{v_e} \cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$



254.

Если же абсолютная скорость истеченія не перпендикулярна къ направленію скорости v_a, то (см. ур. 505):

$$k_{c_e} = \frac{E}{2\,k_{v_e} \,.\, \cos\alpha} + \frac{k_{c_{na}} \; k_{v_a} \,.\, \operatorname{cotg}\delta}{k_{v_e} \,.\, \cos\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

Положимъ

$$\frac{b}{D} = k \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

Величина k и k_{v_e} указаны въ табл. I

ТАБЛИЦА I.

Типы турбинъ.	Значенія коэффиц. k.	Предѣльныя значенія коэффиц. k_{r_e}.	Среднія значенія коэффиц. k_{v_e}.	
VIII	0,08	0,495 до 0,51	0,502	Предѣльныя турбины, медленно вращающіяся при больш. напорѣ, или турбины съ малою реакціею.
VII	0,1	0,51 „ 0,53	0,52	
VI	0,125	0,53 „ 0,56	0,545	Медленно вращающіяся реактивныя турбины.
V	0,16	0,56 „ 0,60	0,58	
IV	0,2	0,60 „ 0,66	0,63	Реактивныя турбины съ обыкновенною скоростью вращенія.
III	0,25	0,66 „ 0,74	0,70	Быстро вращающіяся реакт. турбины.
II	0,3	0,74 „ 0,84	0,79	
I	0,35	0,84 „ 0,96	0,90	Очень быстро вращающіяся реактив. турб. при маломъ напорѣ.

Само собою разумѣется, сдѣланныя указанія касательно скорости вращенія слѣдуетъ понимать относительно.

Для предварительнаго расчета не принимается во вниманіе вліяніе толщины лопатокъ.

Нормальную составляющую w_{ne} скорости c_e можно положить равною

$$w_{ne} = \frac{Q}{\pi D \cdot b} = k_{w_{ne}} \sqrt{2gH} \quad \dots \dots \dots (9)$$

Количество воды Q или сила турбины N опредѣляются по форм. (1) и (2) для осевыхъ турбинъ (см. общія формулы).

Для опредѣленія $k_{w_{ne}}$ поступаемъ слѣдующимъ образомъ: какъ мы видѣли,

$$c_e = k_{c_e} \sqrt{2gH},$$

изъ прямоугольнаго треугольника имѣемъ:

$$w_{ne} = c_e \cdot \sin\alpha = k_{c_e} \sqrt{2gH} \cdot \sin\alpha \quad \dots \dots (10)$$

Сравнивая равенства 9 и 10, получимъ:

$$k_{w_{ne}} = k_{c_e} \cdot \sin\alpha$$

и

$$\sin\alpha = \frac{k_{w_{ne}}}{k_{c_e}} \quad \dots \dots \dots \dots (11)$$

Изъ ур. 5 имѣемъ:

$$\cos\alpha = \frac{E}{2k_{c_e} \cdot k_{v_e}}$$

а потому

$$tg\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \frac{2k_{w_{ne}} \cdot k_{v_e}}{E} \quad \dots \dots \dots (12)$$

Изъ послѣдняго урав. можно опредѣлить величину $k_{w_{ne}}$ — выбравши соотвѣтствующее значеніе k_{v_e} изъ табл. I и уголъ α изъ табл. II,—значенія $k_{w_{ne}}$ указаны въ табл. III.

ТАБЛИЦА II.

Типы турбинъ.	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
$\alpha = \dots\dots$	8°	8°50′	10°50′	13°50′	18°	23°40′	29°30′	36°20′
$\cos\alpha = \dots\dots$	0,990	0,988	0,982	0,971	0,951	0,916	0,870	0,806

ТАБЛИЦА III.

Типы турбинъ.	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
$k_{w_{ne}} = \dots\dots$	0,11	0,12	0,14	0,17	0,205	0,25	0,295	0,325

Пользуясь ур. 5, можно опредѣлить коэффиціентъ k_{c_e}. Значенія коэффиціента k_{c_e} указаны въ табл. IV.

ТАБЛИЦА IV.

Типы турбинъ.	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
$k_{c_e}=$	0,80	0,78	0,75	0,71	0,67	0,62	0,58	0,55

Имѣя вышеуказанныя значенія коэффиціентовъ k_{v_e} и k_{c_e}, легко опредѣлить соотвѣтствующіе углы β.—Если желаемъ, чтобы вступленіе воды въ турбинное колесо происходило безъ ударовъ, то должно имѣть мѣсто слѣдующее равенство:

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\frac{c_e}{w_e}=\frac{c_e}{\sqrt{c_e^{\,2}+v_e^{\,2}-2c_e\,.\,v_e\cos\alpha}}$$

и

$$\sin\beta=\frac{k_{c_e}\,.\,\sin\alpha}{\sqrt{k_{c_e}^{\;2}+k_{v_e}^{\;2}-2k_{c_e}\,.\,k_{v_e}\,.\cos\alpha}}\;.\;.\;.\;.\;.\;(13)$$

Соотвѣтствующія значенія β приведены въ табл. V.

ТАБЛИЦА V.

Типы турбинъ.	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
β = ...	21°	25°30′	36°20′	57°20′	88°	117°50′	134°	144°30′
Въ практикѣ принимаютъ β = . . .	25°	30°	40°	60°	90°	115°	130°	138°

Зная $k_{w_{ne}}$, изъ ур. 8 и 9 легко опредѣлить приближенное значеніе діаметра D:

$$D=\sqrt{\frac{Q}{\pi\,.\,k\,.\,w_{ne}}}\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;(14)$$

Имѣя это приближенное значеніе для діаметра D, опредѣлимъ число лопатокъ въ направляющемъ и турбинномъ колесахъ—i и i_1 (см. табл. VI и VII).

Зная i и i_1 мы можемъ опредѣлить точную величину діаметра D или же, не измѣняя его, вычислить точную величину b *) изъ слѣдующаго уравненія:

$$w_{ne}=\frac{Q}{\left[\pi D-\left(\frac{i\delta}{\sin\alpha}+\frac{i_1\delta_1}{\sin\beta}\right)\right].\,b}=k_{w_{ne}}\sqrt{2gH}\;.\;.\;.\;.\;(15)$$

*) См. § 110, ур. 19.

ТАБЛИЦА VI.

Число i лопатокъ въ направляющемъ колесѣ.

	Типы VIII до IV $\alpha \leqq 20^\circ$	Типы IV до II $\alpha \lessgtr \begin{smallmatrix} 33^\circ \\ 20^\circ \end{smallmatrix}$	Типы II и I $\alpha > 33^\circ$
$D =$ 200 до 600 mm. . . .	10	12	16
$D =$ 650 „ 950 „	12	16	20
$D =$ 1000 „ 1400 „	16	20	24
$D =$ 1500 „ 2100 „	20	24	28
$D =$ 2200 „ 2900 „	24	28	32
$D \geqq$ 3000 mm.	—	32	36

ТАБЛИЦА VII.

Число i_1 лопатокъ въ турбинномъ колесѣ.

	Типы VIII до VI $\beta \leqq 40^\circ$	Типъ V $\beta \cong 60^\circ$	Типъ IV $\beta \lesseqgtr 90^\circ$	Типъ III $\beta \lesseqgtr 115^\circ$	Типы II и I $\beta \lesseqgtr 130^\circ$
$D =$ 200 до 600 mm.	15 до 17	15	13	11	9
$D =$ 650 „ 950 „ .	19 „ 21	19	15	13	9
$D =$ 1000 „ 1400 „ .	23 „ 25	21	17	15	11
$D =$ 1500 „ 2100 „ .	27 „ 29	25	19	15	11
$D =$ 2200 „ 2900 „ .	31 „ 33	29	23	17	13
$D \geqq$ 3000 mm.	—	—	25	19	13

Но обыкновенно слѣдуетъ еще принять во вниманіе число оборотовъ n турбиннаго колеса, опредѣляемое уравненіемъ:

$$\frac{n \,.\, \pi D}{60} = k_{v_e} \sqrt{2gH}$$

откуда

$$n = \frac{60 \,.\, k_{v_e} \sqrt{2gH}}{\pi D} = 19{,}1 \, \frac{k_{v_e} \sqrt{2gH}}{D} \quad \ldots\ldots \quad (16)$$

Округляя полученное n, опредѣлимъ изъ послѣдняго уравн. величину D; подставляя ее въ ур. 15 — опредѣлимъ величину b.

Если не желаютъ при вторичномъ расчетѣ измѣнять основныхъ размѣровъ D и b, то слѣдуетъ измѣнить углы α и β и найти для нихъ новыя значенія α' и β'. — Такъ какъ въ турбинахъ, снабженныхъ поворотными направляющими лопатками, толщина δ этихъ последнихъ довольно значительна, то безъ большой погрѣшности можно положить:

$$\sin\alpha' = \frac{w'_{ne}}{c_e} = \frac{Q}{\left(\pi D - \frac{i\delta}{\sin\alpha'}\right) . b . k_{c_e} \sqrt{2gH}} \quad . \ . \ . \quad (17)$$

Какъ мы видѣли при первоначальномъ расчетѣ:

$$w_{ne} = \frac{Q}{\pi D . b} = k_{w_{ne}} \sqrt{2gH}$$

а потому

$$b . \pi . D \sqrt{2gH} = \frac{Q}{k_{w_{ne}}}$$

и

$$b \sqrt{2gH} = \frac{Q}{\pi D \, k_{w_{ne}}}.$$

Подставляя эти значенія въ уравн. 17, послѣ сокращенія получимъ:

$$\sin\alpha' = \frac{1}{\frac{k_{c_e}}{k_{w_{ne}}} - \frac{i\delta \, k_{c_e}}{\pi D \, k_{w_{ne}} . \sin\alpha'}}$$

или

$$\frac{1}{\sin\alpha'} = \frac{k_{c_e}}{k_{w_{ne}}} - \frac{i . \delta \ \ k_{c_e}}{\pi . D . k_{w_{ne}}} . \frac{1}{\sin\alpha'}$$

или

$$\frac{1}{\sin\alpha'}\left[1 + \frac{i\delta . k_{c_e}}{\pi D \, k_{w_{ne}}}\right] = \frac{k_{c_e}}{k_{w_{ne}}}$$

и

$$\sin\alpha' = \frac{k_{w_{ne}}}{k_{c_e}} + \frac{i\delta}{\pi D} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (18)$$

Зная уголъ α', опредѣлимъ уголъ β' изъ уравн. 13.

Для опредѣленія скорости w_a имѣемъ слѣдующее равенство:

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1 + \psi_3}} \sqrt{w_e^2 + 2gh' + v_a^2 - v_e^2} \quad . \ . \ . \ . \ . \quad (19)$$

гдѣ

$$h' = H - (1 + \psi_1 + \psi_2) \frac{c_e^2}{2g} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (20)$$

или

$$h' = H - 1{,}19 \frac{c_e^2}{2g} \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (21)$$

При выборѣ величины H слѣдуетъ руководствоваться соображеніями, указанными въ примѣненіи къ расчету реактивной осевой турбины.

Можно положить

$$\frac{1}{\sqrt{1+\psi_3}} = 0{,}95$$

тогда

$$w_a = 0{,}95\sqrt{w_e^2 + 2gh' + v_a^2 - v_e^2} \quad \ldots \ldots (22)$$

но

$$w_e = \frac{w_{ne}}{\sin\beta} = \frac{k_{w_{ne}}\sqrt{2gH}}{\sin\beta} \text{ и } w_e^2 = 2gH\,\frac{k^2_{w_{ne}}}{\sin^2\beta}.$$

Далѣе можно положить

$$v_a = k_{v_a}\sqrt{2gH}.$$

Для типовъ турбинъ, представленныхъ на фиг. 253, значенія коэффиціента k_{v_a} указаны въ табл. VIII.

ТАБЛИЦА VIII.

Типы турбинъ.	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
$k_{v_a} =$	$0{,}61 k v_e$	$0{,}615 k r_e$	$0{,}625 k v_e$	$0{,}64 k v_e$	$0{,}67 k v_e$	$0{,}72 k v_e$	$0{,}79 k v_e$	$0{,}88 k v_e$

Какъ мы видѣли уже

$$v_e = k_{v_e}\sqrt{2gH} \text{ и } c_e = k_{c_e}\sqrt{2gH}.$$

Подставляя вышеуказанныя значенія въ уравн. 22, получимъ:

$$w_a = 0{,}95\sqrt{2gH\left(\frac{k^2_{w_{ne}}}{\sin^2\beta} + k^2_{v_a} + 1 - k^2_{v_e} - 1{,}19\,k^2_{c_e}\right)} \quad . \; . (23)$$

Если принять для коэффиціентовъ значенія, указанныя въ вышеприведенныхъ таблицахъ и для угла β — значенія, приведенныя въ таблицѣ V, то можно вычислить для различныхъ типовъ турбинъ значенія коэффиціента k_{w_a} и положить:

$$w_a = k_{w_a}\sqrt{2gH} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots (24)$$

Въ табл. IX указаны различныя значенія коэффиціента k_{w_a}, соотвѣтствующія значеніямъ угла β, опредѣляемымъ верхнимъ и нижнимъ рядомъ табл. V.

ТАБЛИЦА IX.

Типы турбинъ	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
$k_{w_a} = \ldots \ldots$	0,396	0,409	0,429	0,467	0,511	0,59	0,694	0,833
	0,36	0,386	0,422	0,465	0,51	0,587	0,666	0,79

Само собою разумѣется, если при расчетѣ измѣняемъ значенія коэффиціентовъ, то w_a слѣдуетъ вычислить независимо, не пользуясь таблицею IX.

Имѣя величины скоростей w_a и v_a и полагая

$$\frac{c_a^2}{2g} \leqq 0{,}05\, H\,^{*}) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (25)$$

опредѣлимъ уголъ γ изъ равенства:

$$c_a^2 = v_a^2 + w_a^2 - 2v_a \,.\, w_a \,.\, \cos\gamma \quad \ldots \ldots \quad (26)$$

Если получится значительное отклоненіе направленія скорости c_a отъ перпендикуляра къ направленію скорости v_a (болѣе 10°), то слѣдуетъ измѣнить расчетъ.

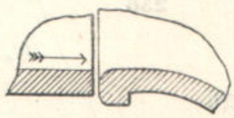
Отверстія истеченія изъ турбиннаго колеса должны быть такой величины, чтобы протекалъ весь объемъ Q при данной относительной скорости w_a, чѣмъ и опредѣляется размѣръ b_2.

Для большихъ діаметровъ размѣръ $e = (0{,}08$ до $0{,}1)\, D$
» среднихъ » » $e = (0{,}1$ » $0{,}11)\, D$
» малыхъ » » $e = 0{,}14\, D$

Само собою разумѣется, размѣръ e можно произвольно измѣнять.

Высота b_1 турбиннаго колеса на окружности діаметра D:

$$b_1 = b + (5 \text{ до } 10) \text{ mm}.$$



255.

Если желаютъ устранить расширеніе струи при вступленіи въ турбинное колесо, то послѣднее дѣлаютъ равной высоты съ направляющимъ колесомъ и кромки закругляютъ (фиг. 255). При подобной конструкціи требуется точная установка.

Въ табл. X приведены величины S поверхностей, элементы которыхъ перпендикулярны къ составляющимъ c_{na} скоростей c_a.

ТАБЛИЦА X.

Типы турбинъ.	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
$S =$ . .	$0{,}067\pi D^2$	$0{,}086\pi D^2$	$0{,}11\pi D^2$	$0{,}14\pi D^2$	$0{,}18\pi D^2$	$0{,}24\pi D^2$	$0{,}32\pi D^2$	$0{,}39\pi D^2$

Зная величину c_{na} и величину S—легко опредѣлить объемъ протекающей воды, который долженъ быть $\geqq Q$.

*) Имѣются турбины, въ которыхъ эта потеря составляетъ 8%

Скорость c_s во всасывающей трубѣ, если таковая имѣется, при малыхъ напорахъ принимается $= 1$ m, при большихъ напорахъ $= 2$, 3, 4 m. Скорость c_s должна быть меньше скорости c_a.

Весьма часто расчетъ американскихъ турбинъ ведутъ на большій расходъ (до 1,5 Q), чтобы возможно было работать полной силой при пониженномъ уровнѣ воды.

Расчетъ радіальныхъ реактивныхъ турбинъ съ внутреннимъ подводомъ (фиг. 256).

112. Ходъ расчета такой же, какъ и осевой турбины, только соотношеніе между b и D_e берется для окружности вступленія въ турбинное колесо и полагается:

$$\frac{b}{D_e} = k$$

256.

Скорости опредѣляются изъ формулъ:

$$v_e = \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{\sin(\beta - \alpha)}{\sin\beta \cdot \cos\alpha}}$$

$$c_e = \sqrt{E} \sqrt{gH \frac{\sin\beta}{\sin(\beta - \alpha) \cdot \cos\alpha}}$$

$$w_a = \frac{1}{\sqrt{1 + \psi_3}} \sqrt{w_e^2 + 2gh' + v_a^2 - v_e^2}$$

гдѣ

$$\sqrt{E} = 0{,}89 - 0{,}91$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \psi_3}} = 0{,}95$$

$$h' = H - 1{,}19 \frac{c_e^2}{2g}$$

При выборѣ величины H слѣдуетъ руководствоваться соображеніями, указанными въ примѣчаніи къ расчету осевой реактивной турбины.

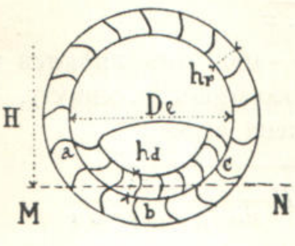
О вліяніи центробѣжной силы см. § 100, а также слѣдующій § 113.

Расчетъ радіальныхъ активныхъ турбинъ съ внутреннимъ подводомъ (фиг. 257 и 258).

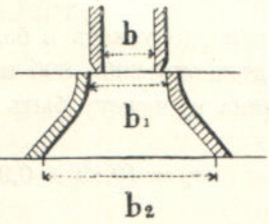
113. Большею частью подобныя турбины устраиваются, какъ партіальныя.

Подводъ воды совершается на $\frac{1}{2} - \frac{1}{40}$ полной окружности діаметра D_e, большею частью $\frac{1}{3} - \frac{1}{40}$, если устраиваемъ турбину съ горизонтальною осью.

При подводѣ на значительной части окружности, т. е. придерживаясь соотношеній, ближайшихъ къ первому предѣлу, слѣдуетъ напоръ H считать отъ линіи MN, дѣлящей дугу abc пополамъ. Положимъ, подводъ воды совершается на $\frac{1}{m}$ части окружности, тогда по-



257.



258.

добную турбину можно расчитать какъ полную, полагая количество воды равнымъ:

$$Q \, . \, m$$

Расчетъ ведется подобно расчету осевой турбины, только для этихъ турбинъ лучше полагать (фиг. 258)

$$k = \frac{b}{D_e} = \frac{1}{8} - \frac{1}{25}$$

Обыкновенно

$$\alpha = 13^\circ - 20^\circ$$

$$\beta = 2\alpha$$

$$\gamma = 12^\circ - 18^\circ$$

Кромѣ указаннаго способа расчета, приводимъ другой.—

Если пересѣчь струйки въ направляющемъ аппаратѣ нормальными плоскостями и опредѣлить сумму такихъ нормальныхъ площадокъ, то мы получимъ площадь истеченія:

$$\omega = \frac{Q}{0{,}85\sqrt{2gH}}$$

Для	$H = 8-12$ m . .	$D_e = (7-8)\sqrt{\omega}$ . .	$b = (0{,}05-0{,}067)\,D_e$
»	$H = 12-25$ » . .	$D_e = (8-12)\sqrt{\omega}$ . .	$b = (0{,}045-0{,}055)\,D_e$
»	$H = 25-60$ » . .	$D_e = (12-18)\sqrt{\omega}$ . .	$b = (0{,}04-0{,}045)\,D_e$
»	$H = 60-100$ » . .	$D_e = (18-20)\sqrt{\omega}$ . .	$b = (0{,}033-0{,}04)\,D_e$
»	$H = 100-200$ » . .	$D_e = (20-25)\sqrt{\omega}$ . .	$b = (0{,}025-0{,}033)\,D_e$

Діаметръ D_e можно измѣнять.

Скорость

$$v_e = 0{,}42\sqrt{2gH} - 0{,}47\sqrt{2gH}$$

Число оборотовъ въ 1 м.

$$n = \frac{60 \cdot v_e}{D_e \cdot \pi}$$

Принимая $n =$ цѣлому числу, опредѣлимъ D_e:

$$D_e = \frac{60 \cdot v_e}{n \cdot \pi}$$

Лучше не допускать n болѣе 350—400, хотя имѣются турбины, которыя дѣлаютъ 600—800 и болѣе оборотовъ въ минуту.

Величина v_e можетъ быть опредѣлена иначе:

$$c_e = (0{,}89 - 0{,}91) \sqrt{gH \frac{\sin \beta}{\sin (\beta - \alpha) \cos \alpha}}$$

или

$$c_e = \frac{1}{\sqrt{1 + \psi_1 + \psi_2}} \sqrt{2gH}$$

или

$$c_e = 0{,}92 \sqrt{2gH}$$

и

$$v_e = c_e \frac{\sin (\beta - \alpha)}{\sin \beta}$$

Шагъ турбиннаго колеса по окружности діам. D_e:

$$t_1 = (0{,}035 - 0{,}1) \text{ m и болѣе.}$$

Число лопатокъ въ турбинномъ колесѣ:

$$i_1 = \frac{\pi D_e}{t_1}$$

Полагая $i_1 =$ цѣлому числу, опредѣлимъ t_1:

$$t_1 = \frac{\pi D_e}{i_1}$$

Шагъ t въ направляющемъ аппаратѣ расчитывается такъ, какъ будто бы подводъ воды совершается на полной окружности и число лопатокъ $= t_1 - (1 - 2)$, а потому

$$t = \frac{\pi D_e}{i_1 - (1 - 2)}$$

Само собою разумѣется, можно отступать отъ этого правила.

Толщина струи, выходящей изъ направляющаго аппарата:

$$s = t \sin \alpha - \delta - \frac{\delta_1}{2 \cos \alpha}$$

Гдѣ δ и δ_1 — толщина лопатокъ въ направляющемъ аппаратѣ и въ турбинномъ колесѣ.

Число каналовъ i въ направляющемъ аппаратѣ опредѣляется равенствомъ:

$$b \cdot s \cdot i \cdot c_e = \omega$$

откуда

$$i = \frac{\omega}{b \,.\, s \,.\, c_e}$$

Обыкновенно число каналовъ дѣлается на 1—2 болѣе.

Высота турбиннаго колеса:

$$h_r = (0,08 - 0,12)\, D_e$$

h_r можно измѣнять.

Высота направляющаго аппарата:

$$h_d = \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{4}\right) h_r$$

h_d можно измѣнять.

$$w_a = 0,96 \sqrt{w_e^2 + 2gh_r + v_a^2 - v_e^2}$$

Если $c_a \perp v_a$, то

$$v_a = w_a \cos\gamma$$

но

$$v_a = v_e \frac{D_e + 2h_r}{D_e}$$

а потому

$$\cos\gamma = \frac{v_e}{w_a} \cdot \frac{D_e + 2h_r}{D_e}$$

Опредѣливши уголъ γ и зная v_a и w_a, найдемъ c_a.

Желательно, чтобы удовлетворялось неравенство:

$$\frac{c_a^2}{2g} \leqq 0,05\, H$$

Если это условіе не исполняется, то слѣдуетъ измѣнить γ; отклоненіе c_a отъ перпендикуляра къ v_a допускается до 8°—10°.

Очень часто вентиляціонныхъ оконъ не дѣлаютъ, а устраиваютъ боковую вентиляцію (см. фиг. 258), которая для этихъ турбинъ болѣе раціональна и тогда

$$b_1 = (1,3 - 1,8)\, b$$

и

$$b_2 = (2,2 - 4)\, b$$

Въ турбинахъ съ внутреннимъ подводомъ должно имѣть мѣсто слѣдующее неравенство (см. § 100):

$$\frac{w^2}{\rho} - \omega^2 x \cos\varphi - 2w\omega > 0$$

или

$$\frac{x}{\rho} > \frac{v}{w}\left(\frac{v}{w}\cos\varphi + 2\right)$$

См. чертежъ 205 § 100.

Приблизительный вѣсъ частей турбинъ. Расчетъ деталей.

114. Для опредѣленія размѣровъ нѣкоторыхъ частей требуется знать вѣсъ турбины; приводимъ формулы, опредѣляющія этотъ вѣсъ приблизительно.

Осевыя турбины съ вертикальнымъ валомъ:

D_m — среднiй дiаметръ обоихъ колесъ въ метрахъ,

Q — расходъ воды въ сек. въ литрахъ (sl).

Приблизительно вѣсъ колеса въ kg:

$$G = k \cdot D_m^2 \sqrt[3]{Q}$$

Для направляющаго аппарата, перекрываемаго щитомъ, перемѣщаемымъ отъ руки:

$$k = 50$$

Для турбиннаго (рабочаго) колеса съ чугунными лопатками:

$$k = 30$$

Для турбиннаго колеса съ желѣзными лопатками:

$$k = 40$$

При этомъ предполагается, что турбина полная; если же турбина партiальная, то при подводѣ воды на $\frac{1}{m}$ части колеса вмѣсто Q въ первую формулу слѣдуетъ подставить $m \cdot Q$.

Радiальныя турбины съ горизонтальнымъ валомъ:

Приблизительно вѣсъ турбиннаго колеса въ kg:

$$G = (1{,}2 - 1{,}5)\, b_m \cdot D_e$$

гдѣ b_m — средняя ширина колеса въ mm и D_e — внутреннiй дiаметръ турбиннаго колеса въ метрахъ.

Вѣсъ полыхъ чугунныхъ валовъ можно опредѣлить легко, зная ихъ объемъ; если наружный дiаметръ вала опредѣляется по формулѣ (см. форм. ниже):

$$D_{cm} = 20 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

и при этомъ внутреннiй дiаметръ

$$D_0 = 0{,}6\, D$$

то мы предлагаемъ формулу для опредѣленія приблизительнаго вѣса одного погоннаго метра полаго чугуннаго вала, включая вѣсъ пяты и заплечиковъ:

$$G_{kg} = 0{,}5\, D_{cm}^2 + 1{,}5\, D_{cm}$$

гдѣ D — наружный дiаметръ вала.

Діаметръ (наружный) полаго чугуннаго вала можно опредѣлять по формулѣ:

$$D_{cm} = 20 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

гдѣ N — число лошадиныхъ силъ, n — число оборотовъ въ минуту, при этомъ внутренній діаметръ (фиг. 259) долженъ равняться:

$$D_0 = 0{,}6\, D$$

Діаметръ D_0 долженъ быть такой величины, чтобы свободно проходилъ стоякъ діаметра d и удобно помѣщались обхватывающіе его стаканы.

Если валъ желѣзный (сплошной):

$$D_{cm} = 15 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

Если стальной валъ (сплошной):

$$D_{cm} = 12 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$$

259.

Валы, опредѣленные по вышеприведеннымъ формуламъ, слѣдуетъ провѣрить на изгибъ и крученіе.

Діаметръ желѣзнаго стояка d (фиг. 259) опредѣляется формулою:

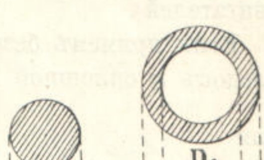
$$d_{cm} = \sqrt[4]{\frac{P \,.\, h^2}{10}} \text{ до } \sqrt[4]{\frac{P \,.\, h^2}{6}}$$

или

$$d_{cm} = (0{,}55 - 0{,}65) \sqrt[4]{P \,.\, h^2}$$

гдѣ P — давленіе направленное по оси стояка въ kg, h — высота стояка въ метрахъ.

Если приходится разсчитывать полый валъ на изгибъ, то весьма часто является затрудненіе въ выборѣ соотвѣтственнаго соотношенія между внутреннимъ и наружнымъ діаметрами, въ этомъ случаѣ проще разсчитать діаметръ сплошного вала, сдѣланнаго изъ того же матеріала, а затѣмъ отъ него перейти къ опредѣленію діаметровъ трубчатаго вала. Здѣсь мы дадимъ уравненіе, связывающее діаметры сплошного и полаго валовъ и служащее для приближенныхъ вычисленій —



260.

Моментъ инерціи сѣченія полаго вала (фиг. 260):

$$I = \frac{\pi}{64} (D^4 - D_0{}^4)$$

Моментъ сопротивленія

$$\frac{I}{v} = \frac{\frac{\pi}{64}(D^4 - D_0^4)}{\frac{D}{2}} = \frac{\frac{\pi}{32}(D^4 - D_0^4)}{D}$$

Приравнивая этотъ моментъ моменту сопротивленія сплошного вала, имѣющаго діам. Δ, получимъ:

$$\frac{\pi \Delta^3}{32} = \frac{\pi}{32} \frac{D^4 - D_0^4}{D}$$

Для приближенныхъ вычисленій можно положить

$$\Delta^3 = D^3 - D_0^3$$

Расчетъ пятниковъ. Нагрузка пяты

$$P = A + B$$

гдѣ A = общему вѣсу частей: турбиннаго колеса, турбиннаго вала и сидящихъ на немъ колесъ и другихъ частей.

B = вертикальному давленію воды, если его принять $= \infty\ 75\%$ вѣса столба воды надъ турбиннымъ колесомъ, какъ это обыкновенно дѣлается при расчетахъ, *) то

$$B_{kg} = \pi \,.\, D \,.\, b_1 \,.\, H \quad 750$$

гдѣ D — средній діаметръ турбиннаго колеса въ метрахъ, b_1 — ширина колеса въ метрахъ и H — полный напоръ въ метрахъ.

Давленіе на прокладки въ пятникѣ не должно быть болѣе 100 kg/cm². Прокладки дѣлаются изъ стали или жесткаго чугуна и фосфористой бронзы (см. Альбомъ примѣрныхъ установокъ водяныхъ двигателей).

Если примемъ безопасное давленіе = 80 kg/cm², то діаметръ прокладокъ и сплошной пяты

$$d_{cm} = 0{,}127 \sqrt{P}$$

или

$$d_{cm} = 0{,}13 \sqrt{P}$$

Эту формулу можно примѣнять при числѣ оборотовъ, не превышающемъ 140 въ минуту. При большемъ числѣ оборотовъ слѣдуетъ обращать вниманіе на то, чтобы произведеніе $P \,.\, v$, т. е. произведеніе изъ средняго давленія на наибольшую периферическую скорость не было бы очень велико, что исполнится, если

$$d_{cm} = 0{,}025 \sqrt{P} \sqrt[3]{n}$$

гдѣ n = числу оборотовъ въ мин., эта формула примѣняется, если $n > 140$.

---

*) Давленія воды опредѣляются уравн. 473 и 474, § 79.

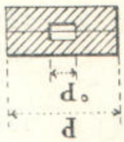
Маленькое отверстіе діаметра

$$d_0 = (5 - 10)\ \mathrm{mm}$$

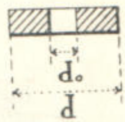
необходимо для предупрежденія появленія слишкомъ значительнаго давленія въ центрѣ (фиг. 261), такъ какъ трущаяся поверхность сработывается неравномѣрно.

Если діаметръ пяты $>$ 18 cm, то ставятся пяты съ глазомъ (фиг. 262

261.



262.



263.

и 263), при этомъ среднее давленіе лучше не допускать болѣе 50 kg/cm².

Бахъ даетъ слѣдующія формулы для опредѣленія діаметровъ пятъ:

$$d_{cm} = \sqrt{\frac{P}{0{,}8k}}$$

гдѣ k — допускаемая нагрузка на cm²:

$$k = 60 - 90\ (\mathrm{max.}\ 100)$$

для бакаута

$$k = 25$$

Чтобы не происходило значительнаго нагрѣванія пяты, должно имѣть мѣсто слѣдующее неравенство:

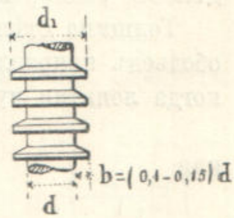
$$d_{cm} \geqq \frac{f\,.\,P\ \ n}{3000\,.\,A_s}$$

гдѣ $f = 0{,}05$ (сталь и бронза) и $A_s = 0{,}67 - 1{,}67$.

Для пятъ съ глазомъ (фиг. 262 и 263):

$$d_{cm} = \sqrt{\frac{P}{0{,}8k} + d_0^2}$$

$$d_{cm} \geqq \frac{f\ .\ P\ \ \ n}{3000\ A_s} + d_0$$



264.

Для кольцевой или гребенчатой пяты (фиг. 264):

$$P = k\ \ \pi\ \ .\ d_m\ .\ b\ .\ i$$

гдѣ $k = (40 - 45)$ kg/cm², i — число гребней или колецъ и $d_m = \frac{d + d_1}{2}$

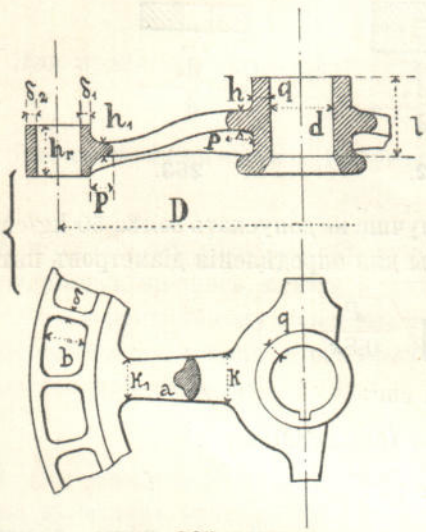
Изъ вышеприведеннаго равенства имѣемъ:

$$b\ .\ i = \frac{P}{\pi\ .\ k\ \ d_m}$$

Если пята охлаждается только наружнымъ воздухомъ, то должно имѣть мѣсто слѣдующее неравенство:

$$b \cdot i \geqq \frac{P \cdot n}{20000}$$

Что касается тренія въ пятникахъ, то треніе въ новыхъ пятникахъ больше, чѣмъ въ старыхъ, въ которыхъ рабочія поверхности притерлись, работы тренія въ тѣхъ и другихъ пятникахъ относятся между собою, какъ 4:3.



265.

Если имѣется пятникъ Фонтена, то установочный винтъ въ этомъ пятникѣ лучше дѣлать независимымъ и не соединять его съ передаточнымъ валомъ, служащимъ продолженіемъ турбиннаго трубчатаго вала, такъ какъ тогда съ перемѣщеніемъ послѣдняго вала, при помощи установочнаго винта, будетъ также перемѣщаться и передаточный валъ, а вмѣстѣ съ нимъ и зубчатыя колеса, передающія вращеніе приводному валу, будутъ приводиться въ правильное положеніе, соотвѣтствующее первоначальной установкѣ (см. Альбомъ примѣрныхъ установокъ водяныхъ двигателей, табл.: 2, 4, 5, 9, 20, 30 и 32).

Здѣсь мы приведемъ нѣкоторыя практическія указанія для опредѣленія размѣровъ всѣхъ частей турбиннаго колеса (фиг. 265).

Толщина стѣнокъ внутренняго обода турбиннаго колеса и обоихъ ободьевъ направляющаго колеса, при сплошныхъ отливкахъ, т. е. когда лопатки чугунныя:

$$\delta_1 = 0{,}01\, D + (8 - 10)\ \mathrm{mm}$$

или

$$\delta_1 = 0{,}004\, D + 15\ \mathrm{mm}.$$

При залитыхъ лопаткахъ — желѣзныхъ или стальныхъ:

$$\delta_1{}' = \left(\frac{5}{4} - \frac{9}{8}\right) \delta_1$$

Толщина наружнаго обода δ_2 дѣлается равною δ_1 или $\delta_1{}'$, или на 10% тоньше, обыкновенно менѣе 20 mm. толщина обода не дѣлается.

Число ручекъ въ большихъ турбинныхъ колесахъ = ближайшему цѣлому къ

$$0{,}001\, D_{mm} + 2$$

но обыкновенно не менѣе 4.

Если ручки замѣняются сплошнымъ дискомъ, то толщина его равняется

$$0{,}004\, D + 20 \text{ mm}.$$

Всѣ размѣры можно отнести къ толщинѣ ступицы q.

Если турбинный валъ чугунный трубчатый, то

$$q = \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3}\right) d$$

$$l = h_r + 0{,}05\, D \text{ или } l = (1 - 1{,}5)\, d$$

$$h = (0{,}8 - 1{,}1)\, q$$

$$h_1 = (0{,}5 - 0{,}75)\, q$$

При 4-хъ ручкахъ: $\begin{cases} k = (6 - 7)\, q \\ k_1 = (5 - 6)\, q \end{cases}$

При 6-ти ручкахъ: $\begin{cases} k = 3\, q \\ k_1 = 2\, q \end{cases}$

$$p = (1 - 2)\, q$$

Толщина чугун. лопатокъ $\delta = 0{,}05\, b + 7$ mm

$$\delta_1 = (0{,}33 - 0{,}5)\, q$$

$$\delta_2 = (0{,}25 - 0{,}33)\, q$$

При залитыхъ лопаткахъ (фиг. 266):

$$x = \infty\, (2 - 3)\, \delta$$

$$y = \infty\, (2 - 4)\, \delta$$

$$z = (1{,}5 - 2)\, \delta.$$

Величины x и y лучше не дѣлать менѣе 15 mm.

Дополнительное ребро a не принимается въ расчетъ.

Ручки, разсчитанныя по вышеуказаннымъ формуламъ, слѣдуетъ провѣрить на изгибъ.

Моментъ изгибающій всѣ ручки въ плоскости, перпендикулярной къ оси турбины, равняется (въ кил.-сант.):

$$71620\, \frac{N}{n}$$

266.

Лучше предполагать, что половинное число ручекъ сопротивляется изгибу.

При большихъ скоростяхъ, т. е. при большомъ числѣ оборотовъ, слѣдуетъ принимать во вниманіе вліяніе центробѣжной силы, которая можетъ разорвать ободъ. Напряженіе отъ центробѣжной силы на ед. площ. будетъ:

$$t = \frac{\Delta\, v^2}{g}$$

гдѣ Δ — удѣльный вѣсъ матеріала вѣнца, v — скорость на окружности и g — ускореніе силы тяжести. Опредѣляя напряженіе на cm^2, слѣдуетъ всѣ величины выразить въ cm.

Если вращеніе приводному валу отъ турбиннаго вала передается зубчатыми колесами — цилиндрическими или коническими, то обыкновенно на маломъ зубчатомъ колесѣ число зубцовъ полагаютъ равнымъ

$$45 - 80$$

Въ послѣднее время большое примѣненіе находятъ колеса съ двойными косыми зубцами (шевронныя).

Усиліе P, необходимое для подъема щита, опредѣлить очень легко:

$$P = f\,\frac{\Delta\,.\,L\,.\,h^2}{2} + \Delta_1\,V + Q$$

гдѣ f — коэф. тренія, Δ — вѣсъ 1 m^3 воды $= 1000$ kg, L — длина щита въ метр., h — высота воды передъ щитомъ въ метр., Δ_1 — вѣсъ 1 m^3 матеріала, изъ котораго сдѣланъ щитъ, V — объемъ всѣхъ частей, изъ которыхъ составляется щитъ въ куб. мет. и Q — вѣсъ оковки и т. п. частей.

Если щитъ деревянный, то при треніи дерева о дерево:

$$f = 0{,}25 - 0{,}55$$

Полагая, что дерево пропитано водою — для значеній Δ_1 будемъ имѣть слѣдующія величины:

Ель	$\Delta_1 =$	815 kg.
Сосна	» $=$	930 »
Дубъ	» $=$	1060 »

Такъ какъ щитъ зимою примораживается, то при расчетѣ передачи для подъема щита вѣсъ его лучше увеличивать въ два — четыре раза.

ГИДРАВЛИЧЕСКІЯ КОЛЕСА.

Различныя системы гидравлическихъ колесъ.

115. Въ настоящее время гидравлическія колеса строятся очень рѣдко, исключая случаевъ, когда не имѣется приспособленій, подводящихъ воду, когда въ распоряженіи очень малое паденіе или когда хотятъ имѣть дешевый двигатель, которымъ можетъ служить деревянное колесо.

Въ виду этихъ соображеній мы приведемъ ниже только самыя необходимыя данныя для расчета, не останавливаясь на подробностяхъ *).

Въ § 77 нами было указано на разницу между турбиною и колесомъ. Колеса слѣдуетъ различать по способу дѣйствія воды:

1) наливныя колеса, въ которыхъ вода дѣйствуетъ исключительно своимъ вѣсомъ;

2) подливныя колеса, въ которыхъ вода, подводимая снизу, дѣйствуетъ живою силою;

3) боковыя колеса, занимающія среднее мѣсто между наливными и подливными колесами и

4) висячія или плавучія колеса, въ которыхъ вода работаетъ какъ въ подливныхъ колесахъ, но въ которыхъ не имѣется особыхъ приспособленій для подвода воды.

Выводъ общей формулы работы гидравлическаго колеса.

116. Напоръ H состоитъ изъ двухъ частей H_1 и H_2 (фиг. 267). Абсолютная скорость вступленія c соотвѣтствуетъ напору H_1. Осталь-

*) Подробныя свѣдѣнія о колесахъ имѣются въ слѣдующихъ сочиненіяхъ:
И. Тиме. Курсъ Гидравлики Т. II. 1891.
C. Bach. Die Wasserräder. 1886.
G. Meissner. Die Hydraulik und die hydraulischen Motoren. B. II. 1895.
H. Henne. Die Wasserräder und Turbinen. 1898.
W. H. Uhland. Brauchen-Ausgabe.
L. Vigreux. Traité théorique et pratique d'Hydraulique appliquée. 1886.
А. Самусь. Деревянныя подливныя колеса. 1882.
А. Самусь. Альбомъ примѣрныхъ установокъ водяныхъ двигателей. 1903.

ная часть напора опредѣляетъ собою высоту (H_2), на которой вода дѣйствуетъ своимъ вѣсомъ.

Абсолютная теоретическая скорость вступленія

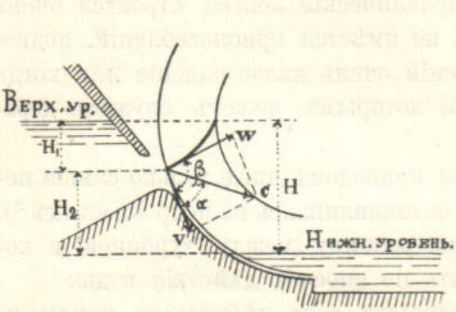
$$c = \sqrt{2gH_1}$$

Работа, которую можетъ развить вода при этой скорости:

$$1000\,Q\,\frac{c^2}{2g}$$

Скорость w — относительная, а скорость v — окружная.

Работа, соотвѣтствующая скорости w, т. е. $1000\,Q\,\frac{w^2}{2g}$, пропадаетъ, такъ какъ колесо по направленію скорости w перемѣщаться не можетъ.



267.

Вода по окружности вступаетъ со скоростью v, но и колесо движется съ тою же скоростью, слѣдовательно вода не производитъ работы, а потому работа $= 1000\,Q\,\frac{v^2}{2g}$ тоже пропадаетъ.

Принимая во вниманіе сказанное, видимъ, что работа, развиваемая водою, вступающею со скоростью c, равна

$$E_1 = 1000\,\frac{Q}{2g}\,(c^2 - v^2 - w^2)$$

гдѣ

$$w^2 = c^2 + v^2 - 2c\,.\,v\,.\,\cos\alpha$$

а потому

$$E_1 = 1000\,\frac{Q}{g}\,(c\,.\,v\,.\,\cos\alpha - v^2) \quad \ldots\ldots (623)$$

Падая съ высоты H_2, вода производитъ работу своимъ вѣсомъ равную

$$E_2 = 1000\,Q\,H_2 \ldots\ldots\ldots\ldots (624)$$

Полная работа производимая водою

$$E = E_1 + E_2 = 1000\,Q\left(\frac{c\,.\,v\,.\,\cos\alpha - v^2}{g} + H_2\right) \quad .\,. (625)$$

Чтобы найти максимумъ работы, посмотримъ какое значеніе надо дать v, а для этого слѣдуетъ приравнять нулю первую производную по v отъ выраженія:

$$c\,.\,v\cos\alpha - v^2$$

т. е. положить

$$c\,.\,\cos\alpha - 2v = 0$$

откуда

$$v = \frac{c}{2} \cos \alpha \ldots \ldots \ldots \ldots . (626)$$

Подставляя это значеніе для v въ уравн. (625), получимъ:

$$E = 1000\, Q \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{c^2}{2g} \cos^2 \alpha + H_2 \right)$$

но

$$\frac{c^2}{2g} = H_1$$

а потому

$$E = 1000\, Q \left(\frac{H_1}{2} \cos^2 \alpha + H_2 \right) \ldots \ldots (627)$$

Это есть общее уравненіе работы для колеса и мы видимъ, что величина ея тѣмъ больше, чѣмъ больше $\cos \alpha$, т. е. чѣмъ меньше уголъ α, а потому уголъ α выбираютъ малымъ (нулемъ онъ быть не можетъ, такъ какъ вода не должна вступать касательно къ колесу).

Изъ этого же уравненія видно, что выгоднѣе увеличивать напоръ H_2 и уменьшать H_1, но при маломъ H_1 и величина c будетъ мала, а слѣдовательно и скорость v (см. уравн. 626) тоже будетъ мала, т. е. колесо будетъ вращаться медленно. Работа, опредѣляемая уравн. (627), теоретическая, для опредѣленія дѣйствительной работы слѣдуетъ принять во вниманіе различныя потери.

Коэффиціенты полезнаго дѣйствія колесъ.

117. Обозначимъ черезъ η коэф. полезнаго дѣйствія колеса, тогда:

для верхненаливн. колесъ при малыхъ паденіяхъ (3 до 5 m)	$\eta = 0{,}5$	до 0,6
» » » » большихъ » (болѣе 5 m)	$\eta = 0{,}6$	» 0,75
» заднебойныхъ ящичныхъ (съ ковшами) колесъ, съ кулиснымъ подводомъ (съ рѣшеткою)	$\eta = 0{,}6$	» 0,7
» лопатчатыхъ или лопастныхъ колесъ съ кулиснымъ подводомъ	$\eta = 0{,}65$	» 0,7
» лопатчатыхъ колесъ съ водосливнымъ подводомъ	$\eta = 0{,}6$	» 0,65
» среднебойныхъ (зобовыхъ) колесъ со щитомъ	$\eta = 0{,}4$	» 0,5
» колесъ Сажебіена	$\eta = 0{,}7$	» 0,8
» » Цупингера	$\eta = 0{,}6$	» 0,65
» » Понселе	$\eta = 0{,}7$	» 0,75
» обыкновен. подливныхъ (пошвенныхъ) колесъ	$\eta = 0{,}3$	» 0,35

Окружная скорость.

118. Рекомендуется выбирать слѣдующія значенія для окружной скорости v:

для верхненаливныхъ колесъ . . . . $v = 1{,}2$ до 2 m
» заднебойн. колесъ съ кулиснымъ подводомъ . $v = 1{,}5$ m

для лопатчатыхъ колесъ съ кулиснымъ подводомъ	.	$v = 1{,}2$ до $2{,}2$ m
» » » » водосливн. »	.	$v = 1{,}4$ » $1{,}7$ m
» среднебойныхъ колесъ со щитомъ	. . . . .	$v = 1{,}5$ » 2 m
» колесъ Сажебіена	. . . .	$v = 0{,}5$ » $0{,}75$ m
» » Цупингера	. . . .	$v = 1$ » $1{,}25$ m
» » Понселе	. . . .	$v = 0{,}55\sqrt{2gH}$
» обыкновенныхъ подливныхъ колесъ	. . . .	$v = 0{,}4\sqrt{2gH}$

Радіусы колесъ.

119. Для полученія хорошихъ результатовъ рекомендуется выбирать слѣдующія значенія для радіусовъ R колесъ:

для верхненаливныхъ колесъ . . . . $R = \frac{1}{2}\left(H - \frac{c^2}{2g}\right)$

гдѣ c—скорость вступленія воды въ колесо и H—напоръ.

Для заднебойн. колесъ съ кулисн. подводомъ	.	$R = \frac{2}{3}H$
» лопатчатыхъ колесъ съ кулисн. подводомъ	.	$R = H$
» » » » водосливн. »	.	$R = 1{,}25\,H$ до $1{,}5\,H$
» среднебойныхъ колесъ	. . . .	$R = 1{,}5\,H$ » $2{,}5\,H$
» колесъ Сажебіена	. . . .	$R = 1{,}25\,H$ » $2{,}5\,H$
» » Цупингера	. . . .	$R = H$ » $1{,}5\,H$
» » Понселе	. . . .	$R = 2H$
» обыкновенныхъ подливныхъ колесъ	. .	$R = 2$ до 4 m и болѣе.

Коэффиціенты наполненія колесъ.

120. Отношеніе объема воды, попадающаго въ колесо въ опредѣленное время, къ объему, который можетъ вмѣстить колесо, называется коэффиціентомъ наполненія; обозначимъ этотъ коэффиціентъ черезъ ε, тогда:

для верхненаливныхъ колесъ	. . . .	$\varepsilon = \frac{1}{4}$ до $\frac{1}{2}$
» заднебойныхъ »	. . . .	$\varepsilon = \frac{1}{3}$ до $\frac{2}{3}$
» среднебойныхъ и подливныхъ колесъ	.	$\varepsilon = \frac{1}{2}$

Если обозначимъ черезъ a глубину колеса по направленію радіуса, черезъ b — ширину колеса между ободьями или длину лопатки, черезъ v — окружную скорость и черезъ Q—объемъ воды, вливающійся въ колесо въ секунду, то

$$Q = a \,.\, b \,.\, v \,.\, \varepsilon \quad \ldots\ldots\ldots \quad (628)$$

откуда

$$\varepsilon = \frac{Q}{a \,.\, b \,.\, v} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (629)$$

и

$$b = \frac{Q}{a \cdot v \cdot \varepsilon} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (630)$$

При тонкихъ металлическихъ лопаткахъ можно пользоваться этою формулою для опредѣленія величины b, при деревянныхъ же лопаткахъ, которыхъ толщина довольно значительна, придется принимать эту толщину во вниманіе.

Если въ минуту подъ струю воды подходитъ $n \cdot i$ лопатокъ, то въ секунду подойдетъ:

$$i_1 = \frac{n \cdot i}{60}$$

Если черезъ f_1 обозначимъ площадь поперечнаго сѣченія лопатки, то объемъ i_1 лопатокъ равняется:

$$i_1 \cdot f_1 \cdot b$$

и

$$Q = (a \cdot b \cdot v - i_1 \cdot f_1 \cdot b)\,\varepsilon \quad \ldots \ldots \ldots \quad (631)$$

откуда

$$b = \frac{Q}{(av - i_1 f_1)\,\varepsilon} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (632)$$

Шагъ лопатокъ и число ихъ.

121. Шагъ лопатокъ долженъ быть таковъ, чтобы необходимая часть струи помѣстилась между лопатками. Положимъ толщина струи $= s$ и величина шага $= t$ (фиг. 268), тогда

$$t = \frac{s}{\sin \alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (633)$$

При деревянныхъ лопаткахъ

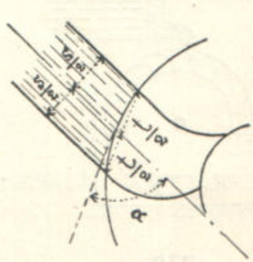
$$t = \frac{s}{\sin \alpha} + \delta \quad \ldots \quad (634)$$

гдѣ δ — толщина лопатки. Число лопатокъ *)

$$i = \frac{2\pi R}{t} \quad \ldots \quad (635)$$

Толщина струи

$$s = \frac{Q}{b_e \cdot c} \quad \ldots \quad (637)$$



268.

гдѣ $b_e =$ ширинѣ подводящаго русла и c—скорость вступленія воды.

---

*) Если колесо имѣетъ ручки, то число ихъ

$$A = 2\,(R + 1) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (636)$$

гдѣ R выражено въ метрахъ. При деревянныхъ колесахъ очень часто число лопатокъ приходится выбирать въ зависимости отъ числа ручекъ.

Опредѣленіе объема воды, заключающагося между двумя лопатками.

122. Если шагъ $= t$ и окружная скорость $= v$, то путь t (по окружности) колесо совершаетъ въ $\frac{t}{v}$ секунды, въ это же время вольется объемъ $Q\,\frac{t}{v}$, а потому объемъ воды, заключающійся между двумя лопатками,

269.

$$q = Q\,\frac{t}{v} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (638)$$

Поэтому, если мы обозначимъ черезъ f площадь сѣченія находящейся между двумя лопатками воды (площадь заштрихованную на фиг. 269), то

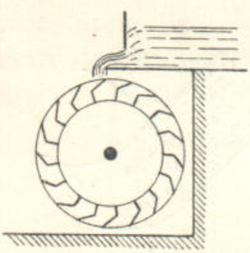
$$q = f\,.\,b$$

и

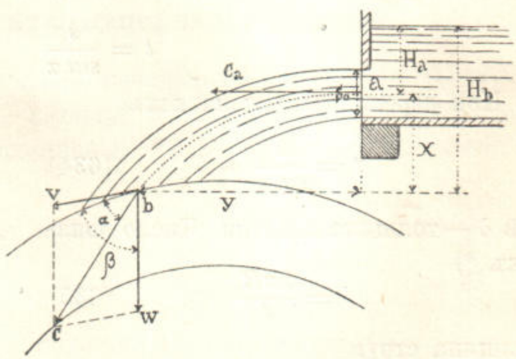
$$f = \frac{q}{b} = Q\,\frac{t}{v\,.\,b} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (639)$$

Верхненаливное (верхнебойное) колесо.

123. Верхненаливныя колеса употребляются при большомъ паденіи и малыхъ количествахъ воды (фиг. 270). Вода входитъ либо во второй, либо въ третій ящикъ отъ вершины. Уголъ β между напра-



270.



271.

вленіями скоростей v и $w = 20°$ до $25°$ (фиг. 271), этотъ уголъ при заданной формѣ лопатокъ опредѣляется чертежомъ. Формула (626) даетъ наивыгоднѣйшую окружную скорость, которая будетъ

$$v = \frac{c}{2}\,cos\,\alpha$$

Уголъ β малъ, но уголъ α еще меньше, а потому безъ большой погрѣшности можно принять $\cos\alpha = \infty 1$, и

$$v = \frac{c}{2}$$

Вода должна вступать безъ удара, а потому направленіе относительной скорости w должно совпадать съ направленіемъ наружнаго элемента лопатки, соприкасающейся со струею, и слѣдовательно:

$$v : c = \sin(\beta - \alpha) : \sin(180 - \beta)$$

откуда

$$\frac{c}{v} = \frac{\sin\beta}{\sin(\beta - \alpha)} \quad \ldots\ldots\ldots (640)$$

но

$$v = \frac{c}{2}$$

а потому

$$2 = \frac{\sin\beta}{\sin(\beta - \alpha)}$$

и

$$\sin(\beta - \alpha) = \frac{\sin\beta}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (641)$$

Скорость (горизонтальная) истеченія струи изъ отверстія въ руслѣ

$$c_a = \psi\sqrt{2gH_a}$$

гдѣ $\psi = 0{,}93$ до $0{,}96$.

Частицы воды описываютъ параболу, коей координаты будутъ:

$$x = \frac{gt^2}{2}$$

$$y = c_a \cdot t$$

гдѣ t—время, въ которое частица воды перемѣщается изъ пункта a въ пунктъ b.

Изъ перваго уравненія имѣемъ:

$$t = \sqrt{\frac{2x}{g}}$$

Подставляя это значеніе для t во 2-е уравненіе, получимъ:

$$y = c_a\sqrt{\frac{2x}{g}} \quad \ldots\ldots\ldots (642)$$

Изъ чертежа (фиг. 271) видно, что

$$x = H_b - H_a$$

но

$$c = \psi\sqrt{2gH_b} \text{ и } c_a = \psi\sqrt{2gH_a}$$

а потому

$$H_b = \frac{c^2}{\psi^2 2g} \text{ и } H_a = \frac{c_a{}^2}{\psi^2 2g}$$

подставляя эти значенія въ послѣднее уравненіе, получимъ:

$$x = \frac{c^2 - c_a^2}{2g\psi^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (643)$$

Для верхненаливныхъ колесъ принимаютъ $v = 1{,}2$ до 2 m, а слѣдовательно $c = 2v = 2{,}4$ до 4 m.

Можно принять

$$c_a = c - 0{,}2 \text{ m}$$

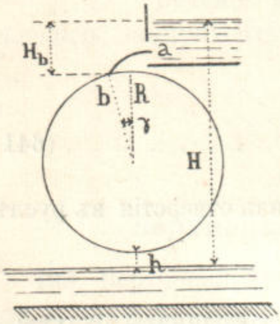
тогда изъ уравн. (643) опредѣлимъ x, а зная x, найдемъ и y, т. е. положеніе точки, въ которой происходитъ вступленіе воды.

Если толщина струи при выходѣ изъ отверстія $= s_0$ и ширина $= b_e$, то

$$Q = b_e \cdot s_0 \quad c_a$$

откуда

$$s_0 = \frac{Q}{b_e \cdot c_a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (644)$$



272.

Радіусъ колеса

$$R = \frac{1}{2}(H - H_b) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (645)$$

но

$$H_b = \frac{c^2}{2g\psi^2},$$

гдѣ $\psi^2 = \infty 1$, такъ что можно принять:

$$R = \frac{1}{2}\left(H - \frac{c^2}{2g}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (646)$$

Если уровень нижней воды непостояненъ, то нижнія кромки обода возвышаются надъ нижнимъ уровнемъ на высоту $h = 0{,}025$ до $0{,}05$ m, тогда

$$R = \frac{1}{2}(H - H_b - h) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (647)$$

Изъ чертежа (272) видно, что

$$H = H_b + R \cos\gamma + R + h$$

откуда

$$R = \frac{H - H_b - h}{1 + \cos\gamma} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (648)$$

Принимаютъ обыкновенно (уголъ съ вертикалью)

$$\gamma = 10^\circ \text{ до } 12^\circ.$$

Глубина колеса (ширина рабочей стороны обода)

$$a = \frac{R}{30} + 0{,}2 \text{ m до } \frac{R}{20} + 0{,}3 \text{ m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (649)$$

Если толщина струи у обода $= s$, то шагъ

$$t = 1{,}25 \frac{s}{sin\,\alpha} \text{ до } 1{,}5 \frac{s}{sin\,\alpha} \quad \dots \dots \dots (650)$$

Ширина струи

$$b_e = b - 2\frac{s}{t} \quad \dots \dots \dots (651)$$

Для колесъ съ промежуточнымъ ободомъ

$$b_e = b - 4\frac{s}{t} \quad \dots \dots \dots (652)$$

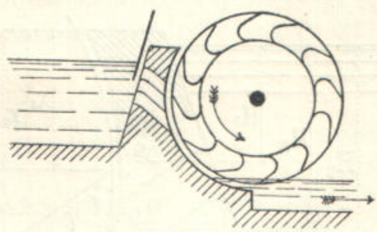
Наконецъ число паровыхъ силъ (полезныхъ)

$$N = \eta \frac{1000\,QH}{75} \quad \dots \dots \dots (653)$$

По этой формулѣ вычисляется сила любой системы колеса, подставляя только вмѣсто η—соотвѣтствующее значенie.

Заднебойныя и среднебойныя колеса съ кулиснымъ подводомъ (съ рѣшеткою).

124. Заднебойныя колеса употребляются при большихъ количествахъ воды и при большихъ паденiяхъ (фиг. 273). Для перемѣнныхъ количествъ воды они выгоднѣе верхненаливныхъ колесъ, потому что затопленie ихъ низовою водой не представляетъ большого неудобства, такъ какъ они вращаются въ направленiи уходящей воды. Можно кромѣ того количество воды и скорость удерживать почти постоянными, потому что, смотря по надобности, можно впускать воду черезъ верхнiя или нижнiя перегородки.



273.

По Баху окружная скорость этихъ колесъ $v = 1{,}6$ до $2{,}2$ m и понижается иногда до $1{,}2$ m.

Редтенбахеръ полагаетъ для этихъ колесъ $R = \frac{2}{3}H$ и для полуналивныхъ колесъ $R = H$. По Баху:

$$R = 0{,}5\,H + 1{,}75 \text{ m} \quad \dots \dots \dots (654)$$

Если будемъ разсматривать истеченie изъ верхней кулисы, то, допуская свободное отъ удара вступленie, получимъ (фиг. 274):

$$c_1 : v = sin\,(180^\circ - \beta_1) : sin\,(\beta_1 - \alpha)$$

откуда

$$c_1 = v \frac{\sin \beta_1}{\sin(\beta_1 - \alpha_1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (655)$$

и

$$x_1 = \frac{c_1^{\,2}}{2g\psi^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (656)$$

гдѣ $\psi = 0{,}93$ до $0{,}95$.

Уголъ α_1 берется для колесъ съ ковшами $= 9°$ до $12°$ и для лопатчатыхъ колесъ $= 22°$ до $30°$.

Высота кулисъ $s_1, s_2 \ldots$ дѣлается $= 60$ до 100 mm.

Если мы обозначимъ черезъ q_1, q_2, q_3 объемы воды, протекающіе черезъ кулисы, то

$$\left.\begin{aligned} q_1 &= \mu_1 \cdot b_e \cdot s_1 \sqrt{2gH_1} \\ q_2 &= \mu_2 \cdot b_e \cdot s_2 \sqrt{2gH_2} \\ q_3 &= \mu_3 \cdot b_e \cdot s_3 \sqrt{2gH_3} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots (657)$$

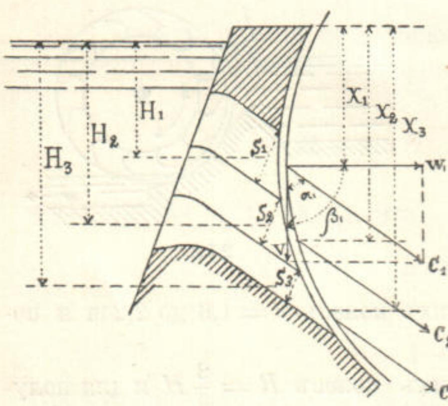
гдѣ $\mu_1 = 0{,}94$, $\mu_2 = 0{,}93$, $\mu_3 = 0{,}92$

Затѣмъ

$$q_1 + q_2 + q_3 = Q \quad \ldots\ldots\ldots (658)$$

Такимъ образомъ зная Q и опредѣляя постепенно величины q_1, q_2 и т. д. найдемъ число перегородокъ, которыхъ обыкновенно дѣлаютъ одною болѣе, чѣмъ даетъ вычисленіе.

Если радіальная толщина слоя воды въ колесѣ или ширина обода смоченнаго водою $= a_t$ и $b_a =$ ширинѣ этого слоя, то



274.

$$Q = b_a \cdot a_t \cdot v$$

откуда

$$a_t = \frac{Q}{b_a \cdot v} \quad \ldots (659)$$

Коэффиціентъ наполненія для лопатчатыхъ колесъ съ кулиснымъ подводомъ

$$\varepsilon = \frac{1}{3} \text{ до } \frac{2}{3}$$

и для колесъ съ ковшами

$$\varepsilon = \frac{1}{4} \text{ до } \frac{1}{3}$$

Ширина обода a опредѣляется по форм. (659). Шагъ лопатокъ

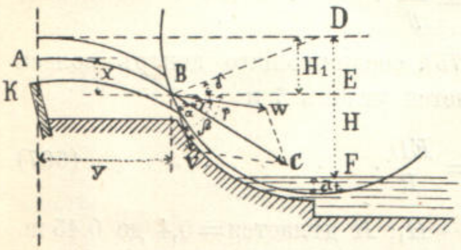
$$t = 0{,}7\,a + 0{,}2 \text{ m} \quad \ldots\ldots\ldots (660)$$

Число силъ опредѣляется изъ уравн. (653), подставляя вмѣсто η соотвѣтствующее значеніе.

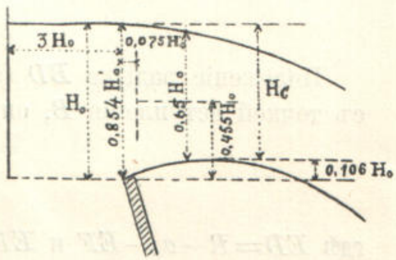
Среднебойныя колеса съ кулиснымъ подводомъ разсчитываются подобнымъ же образомъ, они употребляются при среднихъ паденіяхъ и среднихъ количествахъ воды.

Колеса съ водосливнымъ впускомъ.

125. Эти колеса употребляются при маломъ паденіи для среднихъ количествъ воды. Вода переливается черезъ щитъ K, который можетъ перемѣщаться, чѣмъ и производится регулированіе (фиг. 275 и 276).



275.



276.

По Базену для средней струйки, которая направлена по параболѣ:

$$\left(\frac{y}{H_0}\right)^2 = 2,29 \left(\frac{x}{H_0}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (661)$$

Опытами Базена опредѣлились различные элементы струи (фиг. 276), на чертежѣ выписаны всѣ размѣры. Толщина s струи по Базену опредѣляется слѣдующимъ уравненіемъ:

$$\frac{s}{H_0} = 0,46 \sqrt[3]{3 - \left(\frac{y}{H_0}\right) - 0,5 \left(\frac{y}{H_0}\right)^2} \quad . \; . \; . \; . \; (662)$$

Средняя скорость частицъ въ наиболѣе сжатомъ мѣстѣ струи по Базену

$$c_m = 0,66 \sqrt{2gH_0} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (663)$$

Количество воды протекающей черезъ это сжатое мѣсто, для потока шириною въ 1 m, равняется

$$q = 1 \,.\, 0,65\, H_0 \,.\, c_m = 0,429\, H_0 \sqrt{2gH_0} \quad . \; . \; . \; . \; (664)$$

Далѣе

$$H_e = H_0 - 0,106\, H_0 = 0,894\, H_0$$

и

$$H_0 = \frac{H_e}{0,894} = 1,119\, H_e$$

а потому

$$Q = q \,.\, b_e = 0,429 \,.\, H_0 \sqrt{2gH_0} \,.\, b_e$$

но подъ корнемъ безъ большой погрѣшности можно замѣнить H_0 черезъ H_c, и тогда

$$Q = 0{,}429 \,.\, 1{,}119\, H_c \,.\, b_e \,.\, \sqrt{2gH_c} = \infty\, 0{,}5\, b_e \,.\, H_e \sqrt{2gH_c}$$

откуда

$$H_c = \sqrt[3]{\frac{2 \,.\, Q^2}{b_e^2 \,.\, g}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (665)$$

Величина угла γ, т. е. угла, образуемаго направленіемъ скорости c съ горизонталью или съ горизонтальною касательною къ параболѣ, опредѣляется уравненіемъ:

$$tg\, \gamma = \frac{2x}{y} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (666)$$

Положеніе радіуса BD (фиг. 275), соединяющаго центръ колеса съ точкой вступленія B, опредѣляется угломъ δ и

$$\sin \delta = \frac{ED}{R} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (667)$$

гдѣ $ED = R - a_t - EF$ и $EF = H - H_1$; H дѣлается $= 0{,}4$ до $0{,}45$ m.

Величина a_t опредѣляется формулою (659).

$$a_t = \frac{Q}{b_a \,.\, v}$$

изъ чертежа (275) видно, что

$$\varphi + \delta = 90^\circ$$

а потому

$$\cos \varphi = \sin \delta = \frac{ED}{R} = \frac{R - a_t - H + H_1}{R} \quad \ldots\ldots \quad (668)$$

зная углы φ и γ, опредѣлимъ уголъ α:

$$\alpha = \varphi - \gamma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (669)$$

Среднебойное колесо со щитомъ.

126. Эти колеса употребляются при малыхъ и большихъ количествахъ воды. Конструкція въ общемъ такова же, какъ и въ заднебойныхъ колесахъ съ кулиснымъ или водосливнымъ впускомъ. Частицы воды въ средней струйкѣ (фиг. 277) движутся по параболѣ, по такой же кривой обыкновенно выкруживается и русло. Принимая обозначенія, показанныя на чертежѣ, имѣемъ:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{c^2}{2g} \,.\, \sin^2 \gamma \\ y &= \frac{c^2}{2g} \sin 2\gamma \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (670)$$

Обыкновенно принимаютъ $v = 2$ m и $c = 3$ m (хотя скорость v можетъ быть понижена до 1,5 m).

Уравненіемъ (640) связываются углы α и β.

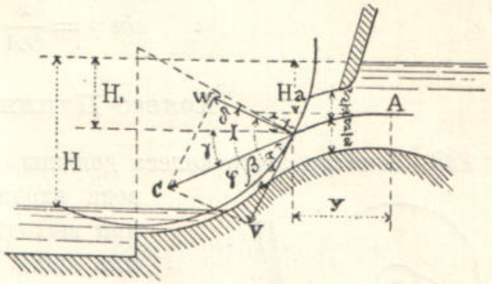
Глубина погруженія точки вступленія дѣлается

$$H_1 = \frac{c^2}{2g\psi^2}$$

гдѣ $\psi = 0{,}95$

По форм. (659)

$$a_t = \frac{Q}{b_a \cdot v}$$



277.

По форм. (668)

$$\cos\varphi = \frac{R - a_t - H + H_1}{R}$$

Далѣе

$$\gamma = \varphi - \alpha$$

и горизонтальная скорость

$$c_a = \psi\sqrt{2gH_a}$$

гдѣ

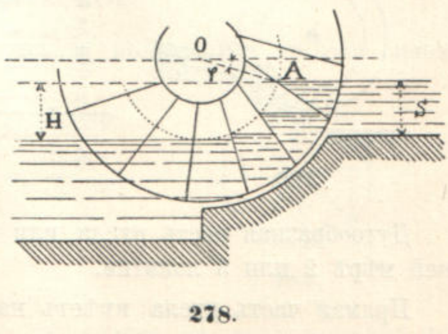
$$H_a = H_1 - x.$$

Колесо Сажебіена.

127. Эти колеса характеризуются широкимъ ободомъ:

$$a = \frac{1}{3}R \text{ до } \frac{2}{3}R \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (671)$$

и большимъ числомъ (60 — 180) наклоненныхъ впередъ прямыхъ или немного согнутыхъ лопатокъ (фиг. 278).



278.

Вода дѣйствуетъ только своимъ вѣсомъ.

Толщина струи дѣлается $s = H$, но обыкновенно не болѣе 1,4 m. Шагъ лопатокъ = 200 до 300 mm.

Радіусъ колеса

$$R = 0{,}8\,H + 3 \text{ m} \quad . \ (672)$$

и долженъ быть въ предѣлахъ

$$2{,}5\,H < R < 4\,H.$$

Обозначая возвышеніе оси колеса надъ верхнимъ уровнемъ черезъ h, получимъ, что

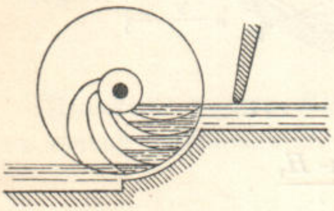
$$h = OA \,.\, \sin\varphi$$

откуда

$$\sin\varphi = \frac{h}{OA} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (673)$$

Колесо Цупингера.

128. Лопатки этого колеса должны быть такъ изогнуты, чтобы вода входила безъ удара (фиг. 279), а при выходѣ изъ воды наружные концы ихъ были вертикальны.



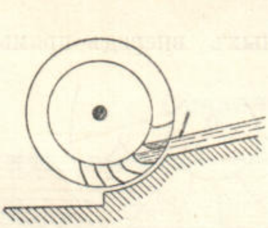
279.

Глубина колеса должна быть такова, чтобы вода не переливалась черезъ лопатки. $\frac{1}{3}$ радіуса колеса должна находиться въ нижней водѣ. Шагъ лопатокъ $= 0{,}3$ m для малыхъ и $0{,}4$ m для большихъ колесъ. Радіусъ колеса $= 2\,H$ до $3{,}5\,H$.

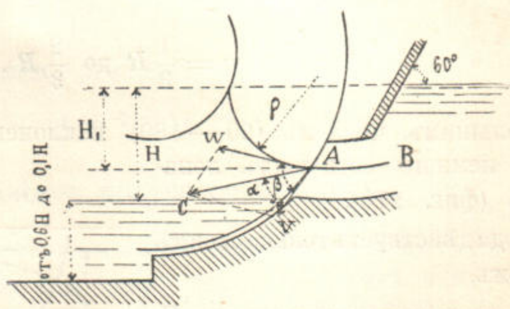
Коэффиціентъ наполненія $= \frac{2}{3}$ до $\frac{3}{4}$.

Подливныя колеса.

129. Употребляются при малыхъ паденіяхъ и большихъ количествахъ воды (фиг. 280).



280.



281.

Дугообразная часть русла или ринвы должна обнимать по крайней мѣрѣ 2 или 3 лопатки.

Прямая часть русла имѣетъ наклонъ $\frac{1}{20}$ до $\frac{1}{40}$.

Изъ подливныхъ колесъ пользуется извѣстностью колеса Понселе (фиг. 281).

Въ этомъ колесѣ

$$H_1 = 0,73\, H + a_1 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (674)$$

$$c = \psi \sqrt{2gH_1}$$

гдѣ

$$\psi = 0,95$$

$$v = 0,55 \sqrt{2gH}$$

или

$$v = \frac{c}{2} \cos \alpha$$

уголъ $\alpha = 15^\circ$ до 20°.

Подставляя значеніе $v = \frac{c}{2} \cos \alpha$ въ уравн. (640), получимъ:

$$tg\, \beta = 2 tg\, \alpha \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (675)$$

Ширина обода

$$a = 0,5\, H \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (676)$$

Лопатки выкруживаются радіусомъ

$$\rho = \frac{a}{\cos \beta} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (677)$$

Шагъ лопатокъ

$$t = 0,3\, H \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (678)$$

Степень наполненія

$$\varepsilon = 0,4 \text{ до } 0,5 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (679)$$

Если ширина выходного отверстія въ руслѣ $= b_1$, то ширина колеса

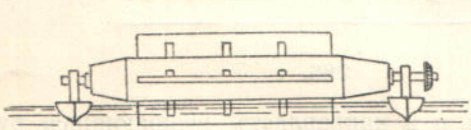
$$b = b_1 + 0,1 \text{ m}$$

Глубина воды въ нижнемъ руслѣ принимается равною

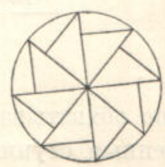
$$0,6\, H \text{ до } 0,7\, H.$$

Плавучія колеса.

130. При постановкѣ этихъ колесъ пользуются живою силою



282.

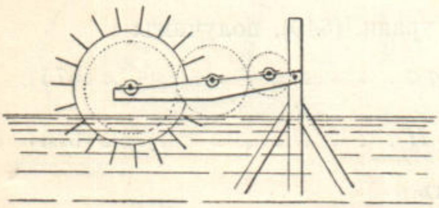


283.

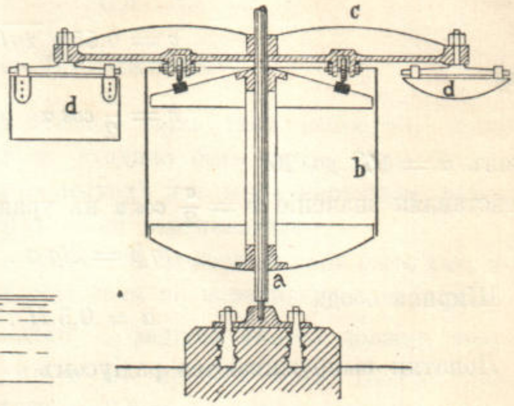
рѣкъ. Степень погруженія лопатокъ колеса въ воду остается постоянною. Къ этимъ колесамъ относятся: барочныя, винтовыя, колеса системы Колладона, цѣпныя и другія.

Въ барочныхъ колесахъ ось ихъ подвѣшивается къ двумъ неподвижнымъ баркамъ (фиг. 282).

Въ винтовомъ колесѣ имѣются наклонныя радіальныя перья, колесо располагается подъ водою (фиг. 283). Колеса Колладона (фиг.



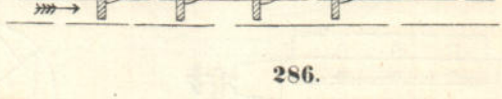
284.



285.

284) представляютъ собою плавучій барабанъ діаметромъ 3—4 m и длиною 7—15 m., сдѣланный изъ листового желѣза. На поверхности барабана имѣются лопатки, благодаря которымъ онъ вращается и приводитъ въ движеніе зубчатыя колеса.

Очень оригинальной конструкціи плавучее колесо съ откидными и поворотными лопастями, представленное на фиг. 285. Поплавокъ b



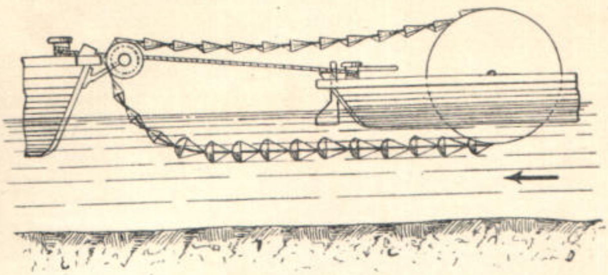
286.

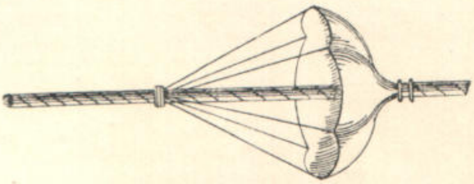
свободно обхватываетъ ось a и направляетъ вращающіяся ручки c, соединенныя ступицею съ осью. На концахъ ручекъ закрѣплены откидныя лопасти d, удерживаемыя цѣпочками.

Въ цѣпныхъ колесахъ (фиг. 286) имѣются складныя лопатки, прикрѣпленныя къ цѣпи системы Галля. Вода давитъ на нижнія лопатки и приводитъ въ движеніе какъ ихъ, такъ и колеса, которыя обхватываются цѣпью.

Слѣдуетъ еще упомянуть о гидромоторѣ Ягна (фиг. 287 и 288), въ которомъ къ веревочному канату привязываются парусинные

287.





288.

зонтики. На рабочей вѣтви зонтики открыты, вода давитъ на нихъ и приводитъ канатъ въ движенiе, на холостой вѣтви зонтики закрыты. Этотъ двигатель требуетъ постояннаго ремонта.