ЕЛЕКТРОТЕХНІКА ТА АВТОМАТИКА

УДК 519.24

Співак І. Я., к.т.н., доцент, Максимова С. Я., аспірант (Тернопільський національний економічний університет, м. Тернопіль)

ОПТИМІЗАЦІЯ ДОПУСКІВ НА ПАРАМЕТРИ РАДІОЕЛЕКТРОННИХ КІЛ МЕТОДОМ ДОПУСКОВОГО ЕЛІПСОЇДНОГО ОЦІНЮВАННЯ

В даній роботі розглянуто метод допускового еліпсоїдного оцінювання параметрів РЕК з урахуванням технологічної області розсіювання. Даний метод, у порівнянні з існуючими, забезпечує більше покриття області допусків.
Ключові слова: метод допускового еліпсоїдного оцінювання, рекурентність, параметри РЕК.

В данной работе рассмотрен метод допускового эллипсоидного оценивания параметров РЕК с учетом технологической области рассеивания. Данный метод, в сравнении с существующими, обеспечивает большее покрытие области допусков.

In this work the method of ellipsoidal tolerance in the estimation of radio electronic circles parameters REC is considered taking into account the technological area of dispersion. This method, compared with existing, provide more coverage tolerance region.

При проектуванні радіоелектронної апаратури високої точності необхідно сформулювати вимоги до точності параметрів компонентів з яких вона складається. Під точністю радіоелектронних кіл (РЕК) розуміють точність її характеристик до яких відносять коефіцієнти підсилення, затухання, струми, напруги на визначених ділянках кола тощо. Переважно ці вимоги формуються у вигляді допусків на параметри радіоелементів, для кожного параметра отримуємо нижнє і верхнє допустиме значення, або нижнє і верхнє відхилення від номінального значення.

Останнім часом широкого поширення набули інтервальні методи представлення вихідних характеристик систем, а також теоретико-множинний підхід, який дає можливість синтезувати допускову область параметрів у вигляді многогранника. Проте використання підходу, де допускова область представляється у вигляді многогранника, не набуло широкого поширення.

Методи еліпсоїдного оцінювання описані в працях Ф.Л. Черноусько, Н.М. Куссуль, М.М. Личака, В.М. Кунцевича, Г.М. Шило, М.П. Дивака та ін. Проте методи, наведені в роботах [1–3], орієнтовані на гарантоване, а не до-

пускне оцінювання, що неприйнятно для задач синтезу та аналізу допусків. Застосування методів еліпсоїдного оцінювання [4, 5] ускладнюється за умов, коли кількість обмежень на характеристики РЕК переважає кількість радіоелементів. Наприклад, коли задано коридор обмежень на форми амплітудно-частотної характеристики. У таких випадках необхідним є застосування методу врахування всіх активних обмежень на область допусків. Залишається актуальною задача перевірки ефективності та працездатності цього методу для конкретних задач синтезу та аналізу РЕК.

Метою цієї роботи було розробка методу, який забезпечував би менш жорсткі допуски, ніж ті, які розраховуються на основі традиційних методів, зокрема методу Монте-Карло. Для досягнення мети у роботі:

1) сформульована математична задача допускового еліпсоїдного оцінювання для синтезу допусків на параметри РЕК;

2) удосконалено метод допускового еліпсоїдного оцінювання за напрямом забезпечення ним менш жорстких допусків;

3) створене програмне забезпечення і реалізовано приклад застосування методу допускового еліпсоїдного оцінювання для задач синтезу допусків на параметри радіоелементів.

Об'єктом дослідження виступає процес синтезу допусків на параметри пристроїв, а предметом дослідження – оптимізація допусків на параметри РЕК на основі допускового еліпсоїдного оцінювання.

Розглянемо РЕК у вигляді чорної скриньки (див. рис. 1), яке має вихідні характеристики. Цими вихідними характеристиками можуть бути, наприклад: амплітудно-частотна характеристика, певні напруги на радіоелементах, певні задані значення струму, коефіцієни загасання на певній частоті тощо.

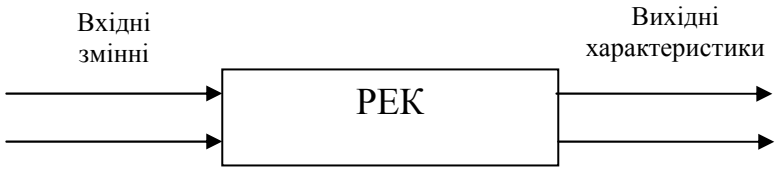

Рис. 1. Модель РЕК у вигляді "чорної скриньки"

Традиційно при синтезі допусків задаються обмеження на ці вихідні характеристики в інтервальному вигляді

$$y_i \in [y_i^-, y_i^+], i = 1,..., N, \tag{1}$$

при чому обмеження задаються на множину вихідних характеристик.

Повинна бути відома залежність між значеннями параметрів та відповідними вихідними характеристиками:

$$y_i = g_i(\vec{b}), i = 1,..., N. \tag{2}$$

Як правило, при проектуванні РЕК за відповідними методами розраховуються їх номінальні значення. Тоді при синтезі допусків головне знайти до-

пускові відхилення на параметри радіоелементів в околі номінальної точки, тобто в околі номінальних значень параметрів. Тому нелінійні характеристики лінеаризують в околі номінальних шляхом розкладання функції в ряд Тейлора [6], в результаті чого приходимо до такої системи

$$y_i^- \le y_{i0} + \sum_{j=1}^{n} \left. \frac{\partial g_i(\vec{b})}{\partial b_j} \right|_{\vec{b}_0} \cdot (b_j - b_{0j}) \le y_i^+, i = 1,...,N. \quad (3)$$

Виконаємо перепризначення:

$$\partial y_i^- = y_i^- - y_{i0}, \partial y_i^+ = y_i^+ - y_{i0}, \partial b_j = \frac{b_j - b_{0j}}{b_j},$$

$$S_{ij} = b_j \cdot \left. \frac{\partial g_i(\vec{b})}{\partial (b_j)} \right|_{\vec{b}_0}. \quad (4)$$

Тоді система (3) матиме такий вигляд:

$$\delta y_i^- \le \sum_{j=1}^{m} S_{ij} \cdot \delta b_j \le \delta y_i^+, i = 1,...,N, \quad (5)$$

або в матричному вигляді:

$$\delta \vec{Y}^- \le S \cdot \delta \vec{b} \le \delta \vec{Y}^+, \quad (6)$$

де $\delta \vec{Y}^- = \{\delta y_i^-, i = 1,...,N\}, \delta \vec{Y}^+ = \{\delta y_i^+, i = 1,...,N\}$ – вектори, складені із верхніх та нижніх меж інтервалів відхилень вихідної характеристики від номільної; $S = \{S_{ij}, i = \overline{1,N}, j = \overline{1,m}\}$ – відома матриця значень похідних функцій $g_i(\vec{b})$ у точці $\vec{b}_0$; $\delta \vec{b} = (\delta b_1,...,\delta b_m)^T$ – вектори відносних відхилень параметрів РЕК [5].

Розв'язком математичної задачі синтезу допусків на параметри РЕК є задача оцінювання розв'язків інтервальної системи лінійних алгебраїчних рівнянь (ІСЛАР). Система (6) може не мати жодного розв'язку, тобто бути не сумісною, або мати безліч розв'язків. За умови сумісності системи (6) областю її розв'язків буде оболасть параметрів Ω такого вигляду [7]:

$$\Omega = \left\{ \delta \vec{b} \in R^m \middle| \delta \vec{y}^- \le S^T \cdot \delta \vec{b} \le \delta \vec{y}^+ \right\}, \quad (7)$$

де $\delta \vec{y}^- = \left\{ y_i^-, i = 1,...,N \right\}, \delta \vec{y}^+ = \left\{ y_i^+, i = 1,...,N \right\}$ – вектори верхніх та нижніх меж інтервалів для відхилень характеристик РЕК від номінальних; $S = \left\{ \varphi_j(\vec{x}_i), i = \overline{1,N}, j = \overline{1,m} \right\}$ – відома матриця значень функцій чутливос-

ті.

На рис. 2 наведено розв'язок цієї задачі для двох параметрів, показано, що даний розв'язок є опуклим многогранником.

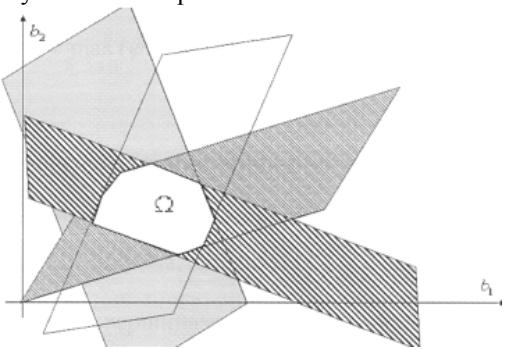

Рис. 2. Ілюстрація області Ω для $m = 2, N = 4$

Допуски в загальному вигляді повинні представлятись нижньою та верхньою межею, тому оцінку реальних допусків у даній допусковій області здійснюють за допомогою вписування прямокутного паралелепіпеда в дану область. Такий підхід, особливо у випадку витягнутості допускової області, дає дуже жорсткі допуски, оскільки область допусків є дуже малою. Тому зручніше використовувати допускові еліпсоїдні оцінки, тобто вписані еліпсоїди в цю область, особливо за випадку, коли параметри радіоелементів розподілені за нормальним законом. Методи оцінки багатовимірними еліпсоїдами дозволяють отримати кращі оцінки області параметрів, оскільки забезпечують більше покриття допусковою областю області параметрів РЕК представленої у вигляді многогранника [5, 7].

Тоді допускову еліпсоїдну оцінку будемо шукати в такому вигляді:

$$Q_m = \left\{ \delta\vec{b} \in R^m \middle| \delta\vec{b}^T \cdot H \cdot \delta\vec{b} \le r \right\}, \tag{8}$$

де H – додатньовизначена симетрична матриця конфігурації еліпсоїда,

r – радіус еліпсоїда.

Матрицю конфігурації в даній роботі ми вибираємо, орієнтуючись на ті m обмеження в ІСЛАР (6), які в найбільшій мірі визначають конфігурацію еліпсоїда. За умови, коли матриця конфігурації попередньо невизначена, вона шукається за формулою

$$H = S_m^T \cdot E^{-2} \cdot S_m, \tag{9}$$

де S_m – матриця значень базисних функцій чутливості;

$$E = diag(0.5 \cdot (\delta y_1^+ - \delta y_1^-), ..., 0.5 \cdot (\delta y_i^+ - \delta y_i^-), ..., 0.5 \cdot (\delta y_m^+ - \delta y_m^-)).$$

На основі формули (8) вираховуємо значення радіуса:

$$r = \min_{i=1,\dots,N} \left\{ \frac{(\Delta_i)^2}{\vec{S}_i^{\,T} \cdot H^{-1} \cdot \vec{S}_i} \right\}, \tag{10}$$

де $\Delta_i = \min\{-\delta y_i^-; \delta y_i^+\}, i = 1,\dots,N$.

Допуски на параметри радіоелементів вираховуються за формулою

$$\delta b_i = \frac{r}{\sqrt{h_{ii}}} \cdot 100\%, i = 1,\dots,m. \tag{11}$$

де h_{ii} – діагональні елементи матриці H.

Для реалізації запропонованого методу нами розроблене програмне забезпечення в середовищі Microsoft Visual Studio 2010 на мові C.

Розглянемо застосування даного програмного забезпечення на прикладі смугового фільтра (див. рис. 3), який має такі елементи: резистор, конденсатор та котушка індуктивності.

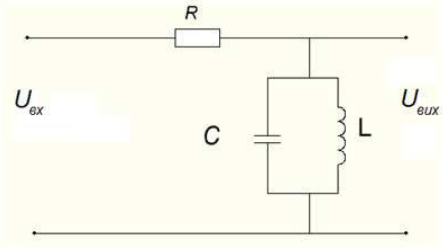

Рис. 3. Схема смугового фільтра

Вихідна характеристика – це відношення вихідної напруги до вхідної для змінного струму на різних частотах, тобто є амплітудно-частотна характеристика фільтра. Вхідними даними виступають номінальні значення параметрів: L_0 =10мГн, C_0 =0,5мкФ, R_0 =1 кОм та задано $\varepsilon = 20\%$ коридор відхилень від амплітудно-частотної характеристики фільтра.

Амплітудно-частотна характеристика смугового фільтра для номінальних значень матиме такий вигляд:

$$y_{0i} = K_0(f_i) = \frac{1}{\sqrt{R_0^{\,2} \cdot (\frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0)^2 + 1}}, i = 1,\dots,N. \tag{12}$$

Межі коридорів смугового фільтра шукаються на основі формул

$$K_i^- = K_i - \varepsilon \cdot K_i,$$
$$K_i^+ = K_i + \varepsilon \cdot K_i, \qquad (13)$$

де ε – коридор вимірювань передатної характеристики фільтра.

На рис. 4 показано синіми лініями коридор відхилень вихідної характеристики K_i^- та K_i^+, розрахованих відносно формул (13), а червоною лінією – номінальні значення вихідної характеристики.

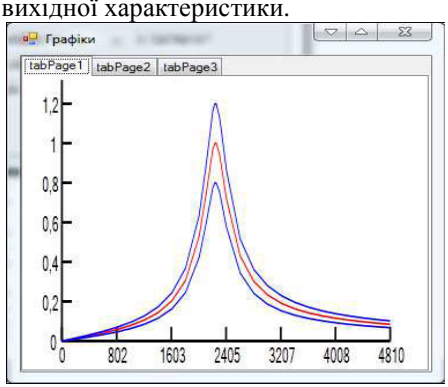

Рис. 4. Коридор амплітудно-частотної характеристики смугового фільтра

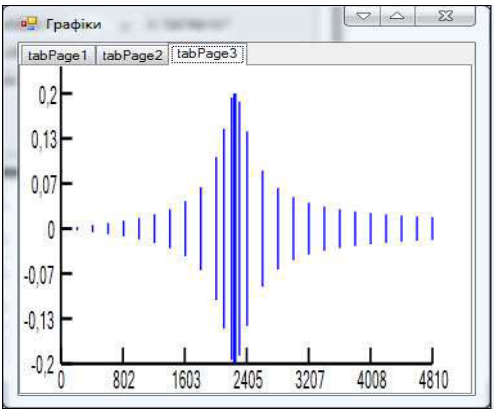

Рис. 5. Допуски амплітудно-частотної характеристики смугового фільтра

Використовуючи номінальні значення амплітудно-частотної характеристики, при фіксованих значеннях частот, за формулами $\delta K_i^- = -0{,}2 \cdot K_{i0}$, $\delta K_i^+ = 0{,}2 \cdot K_{i0}$, отримаємо симетричний коридор допусків характеристики смугового фільтра, що графічно представлено на рис. 5.

Далі, використовуючи формули розкладів в ряд Тейлора, розраховано функції чутливості вихідної характеристики до вхідної.

$$S_{ij} = R_0 \cdot \frac{\partial K_i}{\partial R}\bigg|_{\vec{b}_0} = -\frac{R_0^{\,2} \cdot (\frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0)^2}{\left(R_0^{\,2} \cdot (\frac{1}{2\pi \cdot f_i \cdot L_0} - 2\pi \cdot f_i \cdot C_0)^2 + 1\right)^{\frac{3}{2}}}, \qquad (14)$$

де $\vec{b}_0 = (R_0, C_0, L_0)$ – вектор номінальних значень параметрів РЕК.

Використовуючи спосіб обчислення матриці конфігурації еліпсоїда, знайдемо спочатку в матриці значень чутливості підматрицю розмірністю $m \times m$, тобто знайдемо насичений блок. Для пошуку насиченого блоку потрібно пройти в циклі наступний алгоритм:

Крок 1. Сформувати на основі матриці чутливості S підматрицю S_m, яка формується на основі вибору з матриці S стрічок у кількості m та відповідно до взятих стрічок, з векторів нижніх та верхніх меж витягнути ті значення, які відповідають позиціям (індексам рядків) витягнутих стрічок.

Крок 2. Підставляємо отримані значення у формулу (9) та знаходимо поточний результат.

Крок 3. Якщо з матриці чутливості вибрані всі можливі під матриці та обраховано згідно формули (9) їхні результати, то перейти до кроку 4, інакше до кроку 1.

Крок 4. Порівняти всі отримані в результаті виконання обрахунків результати та вибрати серед них найменший.

Звідси слідує, що насиченим блоком буде та під матриця S_m та відповідні до неї межі коридору амплітудно-частотної характеристики, яка забезпечила найменший результат обрахунку.

$$S_m = \begin{pmatrix} -0{,}0413 & 0{,}0033 & 0{,}0445 \\ -0{,}1051 & 0{,}0427 & 0{,}1479 \\ -0{,}1041 & -0{,}1458 & -0{,}0417 \end{pmatrix} \qquad (15)$$

На основі отриманого насиченого блоку ІСЛАР, розрахували матрицю конфігурації згідно формули (9) та радіус еліпсоїда згідно формули (10), і зайшли допускову еліпсоїдну оцінку наступного вигляду.

$$Q_m = \left\{ \delta\vec{b} \,\middle|\, (\delta\vec{b})^T \begin{pmatrix} 73{,}8015 & 22{,}3255 & -51{,}476 \\ 22{,}3255 & 52{,}1294 & 29{,}8039 \\ -51{,}476 & 29{,}8039 & 81{,}2799 \end{pmatrix} (\delta\vec{b}) \le 0{,}7268 \right\} \qquad (16)$$

Результат виконання програми представлений на рисунку 6, де представлені вже розраховані на основі методу допускового еліпсоїдного оцінювання допуски.

З рисунку 6 видно, що допуски, розраховані на основі методу допускового еліпсоїдного оцінювання:

- 8, 45% – для резистора;
- 10,06% – для конденсатора;
- 8,06% – для котушки індуктивності.

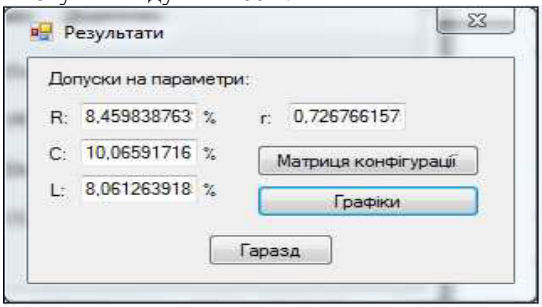

Рис. 6. Результуюче вікно програми

Розраховані допуски, на ті ж самі параметри радіоелектронних кіл на основі традиційних методів, зокрема методу Монте-Карло, наступні:

- 4,96% – для резистора;
- 6,32% – для конденсатора;
- 4,37% – для котушки індуктивності.

Як видно з отриманих результатів, допуски розраховані на основі методу допускового еліпсоїдного оцінювання менш жорсткі в порівнянні з традиційним методом і при цьому рисунок 7 ще раз підтверджує якість створеного методу, адже отримані в результаті нього допуски входять в область заданих нами на початку допусків.

1. Бакан Г.М. Теоретико-множественная идентификация линейных объектов в классе размытых эллипсоидальных множеств / Г. М. Бакан, Н. Н. Куссуль // Автоматика. – 1990. – № 4. – С. 72-78. **2.** Лычак М. М. Идентификация и оценивание состояния объектов управления на основе множественного подхода / М. М. Лычак // Проблемы управления и информатики. – 1999. – № 5. – С. 34-41. **3.** Черноусько Ф. Л. Оптимальные гарантированные оценки неопределенностей с помощью эллипсоидов / Ф. Л. Черноусько // Изв. АН СССР. Техн. киберн. – 1980. – № 3. – С. 3-11. **4.** Крищук В. М. Інтервальні методи оптимізації допусків / В. М. Крищук, Г. М. Шило, М. П. Гапоненко // Вісник НУ «Львівська політехніка». Комп'ютерні системи проектування: Теорія і практика. – 1999. – № 373. – С. 196-201. **5.** Дивак М. П. Оцінювання допусків параметрів статичних систем еліпсоїдними множинами на основі аналізу інтервальних даних / М. П. Дивак, А. В. Пукас, О. Л. Козак // Екон.-мат. моделювання соц.-екон. систем. – 2008. **6.** Воропай О. Ю. Математичне забезпечення автоматизованих процедур призначення допусків при проектування радіоелектронних пристроїв частотної селекції : автореф. дис. канд. тех. наук / О. Ю. Воропай. – Львів, 2008. – 20 с. **7.** Лычак М. М. Множественная модель неопределенного процеса и ее использование для обработки результатов измерений / М. М. Лычак// Проблемы управления и информатики. – 1996. – № 1-2. – С. 184-192.

Рецензент: д.т.н., професор Власюк А. П. (НУВГП)