

УДК 514. 18

Лігніцький С. І., аспірант, Пугачов Є. В., д.т.н., професор (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

АНАЛІЗ МЕТОДУ ВИЗНАЧЕННЯ НОРМАЛЕЙ ДЛЯ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНОЇ ПОВЕРХНІ

Виконаний аналіз методу визначення нормалей для дискретно представленої поверхні шляхом обчислення середнього значення нормалей трикутників, інцидентних досліджуваній точці. Показані поверхні кутів відхилення нормалей, отриманих для дискретно представленої поверхні, від реальних значень.

Ключові слова: дискретно представлена поверхня, нормаль.

Выполнен анализ метода определения нормалей для дискретно представленной поверхности путем вычисления среднего значения нормалей треугольников, инцидентных исследуемой точке. Показаны поверхности углов отклонения нормалей, полученных для дискретно представленной поверхности, от реальных значений.

Ключевые слова: дискретно представленная поверхность, нормаль.

Determining normal method analysis for discrete presented surface by calculating triangles normal mean value incident investigated point is made. Normal for discrete presented surface and continual given surface are calculated and their angles deflection surfaces are shown.

Keywords: discrete presented surface, normal.

Для точок континуально заданих поверхонь можна отримати значення диференціальних характеристик, визначити дотичну площину, нормаль і т. д. [1]. На практиці часто доводиться мати справу з дискретно представленими поверхнями, для яких це неможливо, оскільки вони не є неперервними, що унеможливує використання похідних. Тому були розроблені алгоритми, за допомогою яких можна отримати дискретні аналоги диференціальних характеристик дискретно представлених поверхонь. Всі ці алгоритми дають досить грубе наближення до реальних значень, тому є потреба у їхньому аналізі для отримання найбільш точних результатів.

Наскільки відомо авторам з літературних джерел, досі це питання в такому аспекті ніким не розглядалося.

В роботі поставлено мету – проаналізувати метод визначення нормалі для дискретно представленого відсіку поверхні зі знакозмінною Гауссовою кривиною на прямокутному плані шляхом обчислення середнього значення нормалей трикутників, інцидентних досліджуваній точці, і порівняти результати зі значеннями, отриманими для поверхні, заданої континуально.

Для визначення нормалей дискретно представленої плоскої кривої часто застосовують метод визначення напрямку вектору, який збігається з бісектрисою кута, утвореного двома суміжними ланками. Очевидно, що аналогічно можна визначити нормаль і у випадку дискретно представленої поверхні. У роботі [2] для кривої, що лежить на поверхні, заданій упорядкованим точковим каркасом, описаний алгоритм побудови тригранника, три ортогональні площини якого визначають напрямки нормалі, дотичної і бінормалі. Аналогічно можна прийняти трикутник дискретно представленої поверхні однією із цих площин, а його ребра, інцидентні досліджуваній точці, двома неколінеарними векторами, ортогональними нормалі. Проекції нормалі на осі декартової системи координат буде дорівнювати середньому значенню проекцій на цю вісь нормалей усіх трикутників, що входять у досліджувану вершину (рис. 1)

$$x = \frac{1}{n} \sum x_i^j; i = \overline{1; n}; j = \overline{1; 3}, \quad (1)$$

де n – число трикутників, що входять у досліджувану вершину.

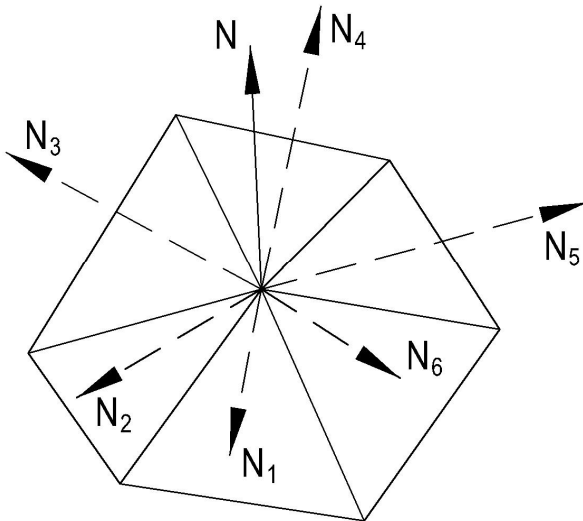


Рис. 1. До визначення нормалі для дискретно представленої поверхні

Аналіз був виконаний для поверхні переносу синусоїди по синусоїді (рис. 2).

У випадку відсіку дискретно представленої триангульованої поверхні на прямокутному плані з рівномірним кроком точок існує чотири випадки розташування вершин: всі середні вершини (проекція нормалі буде обчислюва-

тися, як середнє із шести значень проєкцій нормалей усіх трикутників досліджуваної вершини), всі крайні вершини (проєкція нормалі буде обчислюватися, як середнє із трьох значень проєкцій нормалей), кутові вершини (проєкція нормалі буде обчислюватися, як середнє із двох значень проєкцій нормалей або буде дорівнювати значенню проєкції нормалі лише одного трикутника, інцидентного досліджуваній вершині) (рис. 3).

Результати показали, що цей метод дає близькі від реальних напрямки нормалей, зокрема відхилення було найменшим на ділянках з малим значенням Гауссової кривини і зростало в залежності від зростання Гауссової кривини (рис. 4).

Після зміни напрямку діагональних сіткових ліній триангульованої поверхні (рис. 5) результати були приблизно аналогічними попередньому випадку (рис. 6).

Комп'ютерний експеримент показав, що обчислення середнього із значень отриманих для обох типів сіток (для середніх точок із дванадцяти проєкцій нормалей, для крайніх із шести, для кутових із трьох), зменшило амплітуду відхилень нормалей від реальних напрямків (рис. 7).

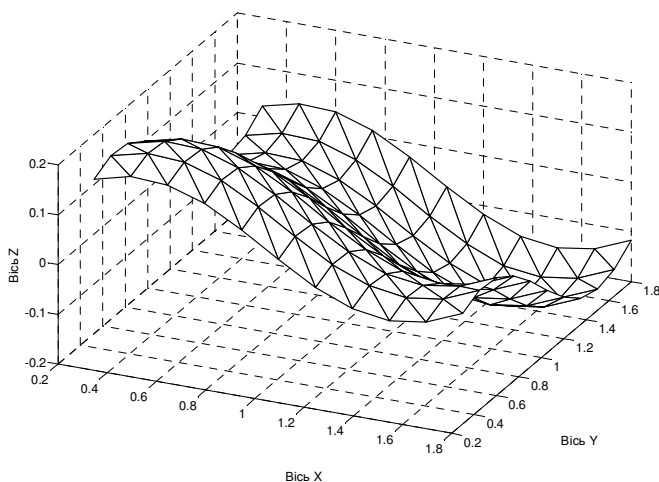


Рис. 2. Досліджувана дискретно представлена поверхня з сіткою першого типу

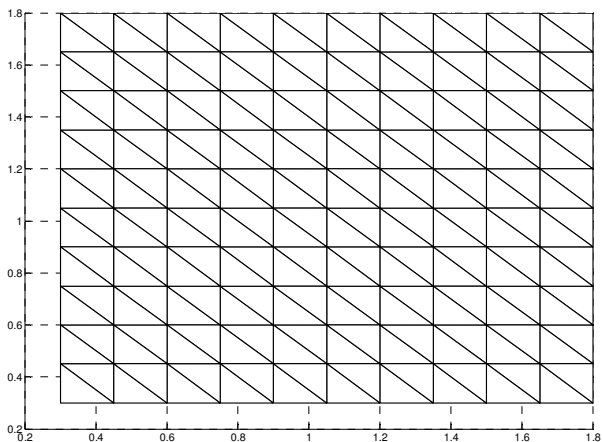


Рис. 3. Горизонтальна проекція досліджуваної поверхні з сіткою першого типу

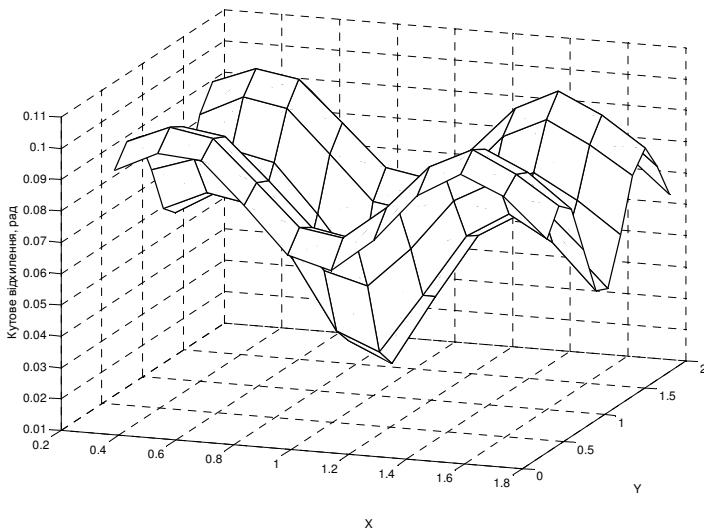


Рис. 4. Поверхня кутів відхилення нормалей, обчислених для дискретно представлені поверхні з сіткою першого типу, від реальних значень

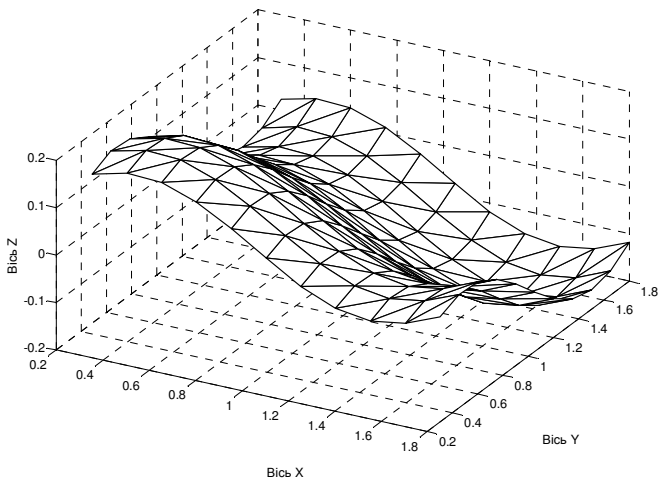


Рис. 5. Досліджувана дискретно представлена поверхня з сіткою другого типу

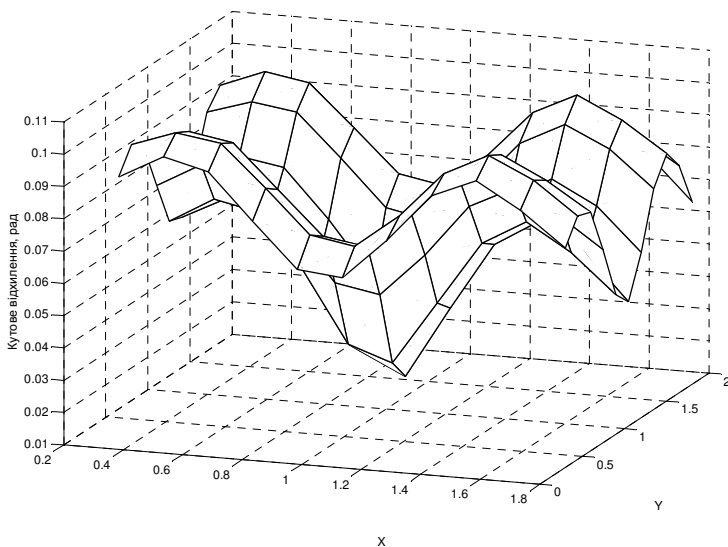


Рис. 6. Поверхня кутів відхилення нормалей, обчислених для дискретно представлені поверхні з сіткою другого типу, від реальних значень

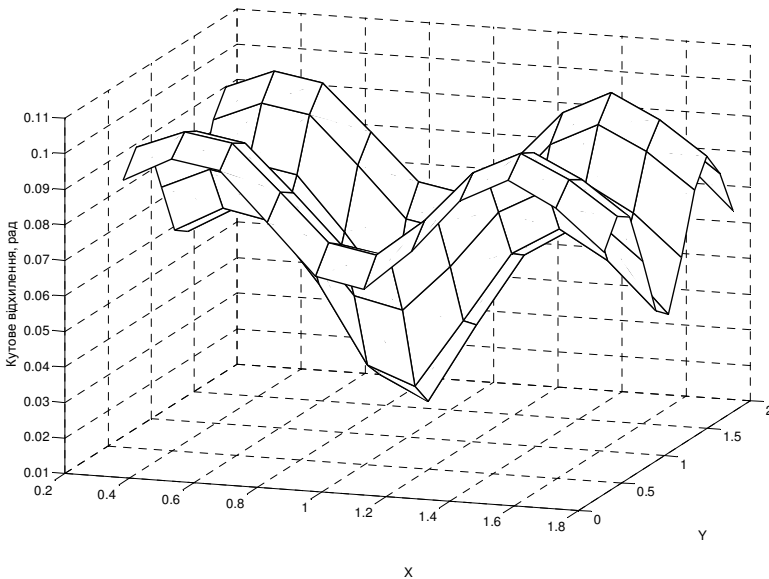


Рис. 7. Поверхня середнього значення кутів відхилення нормалей, обчислених для дискретно представлені поверхні, від реальних значень

В роботі проведений аналіз методу визначення нормалі для дискретної представлені поверхні шляхом обчислення середнього значення нормалей трикутників інцидентних досліджуваній точці. Результати показали, що цей метод дає невелике відхилення від реальних значень (в середньому 0,07 радіана). В подальшому планується перевірити цей метод на інших дискретно представлених поверхнях з різним кроком точок просторового каркасу та з довільно заданим точковим каркасом. Також дослідження можна спрямувати на аналіз інших способів визначення нормалей для дискретно представлених поверхонь та на розроблення алгоритму визначення нормалей, який врахуватиме вагу трикутників триангульованої дискретно представлені поверхні.

1. Норден А. П. Краткий курс дифференциальной геометрии / А. П. Норден. – Москва: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958. – 244 с.
2. Ткаченко А. В. Дифференциальные характеристики неособой кривой, лежащей на поверхности, заданной упорядоченным точечным каркасом / А. В. Ткаченко // Прикладная геометрия и инженерная графика. – К., 1965. – Вып. I. – С. 129-136.

Рецензент: доктор архітектури, професор Ричков П. А. (НУВГП)