УДК 621.317.08

РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ КОМПЛЕКСНОЇ ОБРОБКИ ІНФОРМАЦІЇ В ЛОКАЛЬНІЙ НАВІГАЦІЙНІЙ СИСТЕМІ МОБІЛЬНОГО РОБОТА

А.В. Рудик, к.т.н., доцент, докторант, Національний авіаційний університет, andrey4453117@gmail.com; **В.А. Рудик**, студентка, Київський національний університет будівництва і архітектури

При переміщенні мобільних роботів (МР), найчастіше колісних, зазвичай враховують ряд особливостей, що впливають на визначення навігаційних параметрів: відсутність бічного зносу; малі діапазони зміни кутів тангажу і крену протягом коротких часових інтервалів; незалежність кутової швидкості обертання навколо вертикальної осі МР від кутових швидкостей обертання навколо інших осей; невелика лінійна швидкість переміщення МР. З врахуванням зазначених особливостей в розробленій автономній локальній навігаційній системі (ЛНС) будемо використовувати таку математичну модель МР:

$$\dot{\alpha} = \omega_z; \qquad \dot{\beta} = \omega_x \cos\chi + \omega_z \sin\chi; \qquad \dot{\chi} = \omega_y;$$
$$n_x = a_x \cos\chi + a_z \sin\chi; \qquad n_y = a_x \sin\beta \sin\chi + a_y \cos\beta - a_z \sin\beta \cos\chi;$$
$$n_z = -a_x \cos\beta \sin\chi + a_y \sin\beta + a_z \cos\beta \cos\chi - g; \tag{1}$$
$$v(t_1) = v_0(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} n_y dt; \qquad s(t_1) = s_0(t_0) + \int_{t_0}^{t_1}\int_{t_0}^{t_1} n_y dt,$$

де n_x, n_y, n_z – проекції дійсного прискорення на осі рухомої траєкторної системи координат (РТСК); $v_0(t_0), s_0(t_0)$ – початкові значення швидкості та координати в момент часу t_0 (початкові умови).

Для врахування накопичення помилок інтегрування БІНС математичну модель системи доповнюємо рівняннями, що зв'язують вимірювані значення кутових швидкостей і уявного прискорення МР з їх дійсними значеннями:

$$\omega_j^{вим} = \omega_j + \varepsilon_j; \qquad a_j^{вим} = a_j + \psi_j, \tag{2}$$

де $\omega_j^{вим}, a_j^{вим}$ – значення кутових швидкостей і складових уявного прискорення МР, що визначаються сенсорами; ω_j, a_j – дійсні значення кутових швидкостей і складових уявного прискорення МР; ε_j, ψ_j – похибки вимірювання.

Тому що всі вимірювані і спостережувані величини зв'язані між собою нелінійними залежностями, для визначення вектора стану МР за вектором вимірювання інерціальних сенсорів в кожний момент часу використовується алгоритм нелінійної фільтрації – узагальнений фільтр Калмана (УФК). При цьому задача оцінювання вектора стану x_i зводиться до фільтрації марковської послідовності $x_i = \Phi_i(x_{i-1}) + \vartheta_i$ за проведеними кожного i-го моменту часу вимірюваннями $y_i = \varphi_i(x_i) + \lambda_i$ при гаусівському характері породжуючих шумів ϑ_i та похибок вимірювання λ_i. Функція $\Phi_i(x_{i-1})$ характеризує динаміку зміни вектора стану, а функція $\varphi_i(x_i)$ – зв'язок вектора вимірювань y_i з ним.

УФК оснований на гаусівській апроксимації апостеріорної густини при розкладанні в ряд Тейлора функцій $\Phi_i(x_{i-1})$ та $\varphi_i(x_i)$:

$$\Phi_i(x_{i-1}) \approx \Phi_i(x_{л1}) + \frac{\partial \Phi_i(x_{л1})}{\partial x_{i-1}^T}(x_{i-1} - x_{л1});\ \varphi_i(x_i) \approx \varphi_i(x_{л2}) + \frac{\partial \varphi_i(x_{л2})}{\partial x_i^T}(x_i - x_{л2}). \quad (3)$$

Як точки лінеаризації в (3) використовуються оцінка вектора стану попереднього і апостеріорна оцінка поточного кроків: $x_{л1} = \tilde{x}_{i-1}, x_{л2} = \tilde{x}_{i/i-1}$.

Таким чином, математичний апарат однієї ітерації алгоритму УФК полягає в послідовному визначенні таких величин:

- апостеріорної оцінки вектора стану

$$\tilde{x}_{i/i-1} = \Phi_i(x_{л1}) + \frac{\partial \Phi_i(x_{л1})}{\partial x_{i-1}^T}(\tilde{x}_{i-1} - x_{л1}); \quad (4)$$

- матриці коваріацій апостеріорної оцінки вектора стану

$$P_{i/i-1}(x_{л1}) = \frac{\partial \Phi_i(x_{л1})}{\partial x_{i-1}^T} P_{i-1} \left(\frac{\partial \Phi_i(x_{л1})}{\partial x_{i-1}^T} \right)^T + Q_i, \quad (5)$$

де Q_i – матриця інтенсивності породжуючих шумів;

- матриці коваріації поточної оцінки вектора стану

$$P_i(x_{л1}, x_{л2}) = \left(\left(P_{i/i-1}(x_{л1})\right)^{-1} + \left(\frac{\partial \varphi_i(x_{л2})}{\partial x_i^T} \right)^T R_i \frac{\partial \varphi_i(x_{л2})}{\partial x_i^T} \right)^{-1}; \quad (6)$$

- коефіцієнта підсилення фільтра Калмана

$$K_i(x_{л1}, x_{л2}) = P_i(x_{л1}, x_{л2}) \left(\frac{\partial \varphi_i(x_{л2})}{\partial x_i^T} \right)^T R_i, \quad (7)$$

де R_i – матриця інтенсивності шумів вимірювань;

- поточної оцінки вектора стану

$$\tilde{x}_i = \tilde{x}_{i/i-1} + K_i(x_{л1}, x_{л2}) \left(y_i - \varphi_i(x_{л2}) - \frac{\partial \varphi_i(x_{л2})}{\partial x_i^T}(\tilde{x}_{i/i-1} - x_{л2}) \right). \quad (8)$$

На основі математичної моделі ЛНС визначено вид використовуваних в (4)-(8) матриць та векторів. При цьому вектор вимірювань має форму $y_i = (\omega_{xi}, \omega_{yi}, \omega_{zi}, a_{xi}, a_{yi}, a_{zi})^T$, а до складу 21-мірного вектора стану окрім величин з рівнянь (1) та (2) входять швидкості зміни фільтрованих величин $\ddot{\alpha}, \ddot{\beta}, \ddot{\chi}$ та $\ddot{n}_x, \ddot{n}_y, \ddot{n}_z$, які необхідні для визначення матриці динаміки $\Phi_i(x_{i-1})$. Оскільки інформація про ці параметри недоступна, вони моделюються за допомогою породжуючих шумів у вигляді марковських стаціонарних процесів.

Остаточно матриці динаміки системи $\Phi_i(\tilde{x}_{i-1})$, зв'язку вектора вимірювань з вектором стану системи $\varphi_i(\tilde{x}_{i/i-1})$, коваріацій Q_i породжуючих шумів ϑ_i та коваріацій R_i шумів вимірювання λ_i будуть мати такий вигляд:

$$Q_i = diag\Big[0, 0, \left(1 - E_\alpha^2\right)Q_\alpha, 0, 0, \left(1 - E_\beta^2\right)Q_\beta, 0, 0, \left(1 - E_\chi^2\right)Q_\chi, 0, 0, 0,$$
$$0, \left(1 - E_{n_x}^2\right)Q_{n_x}, 0, \left(1 - E_{n_y}^2\right)Q_{n_y}, 0, \left(1 - E_{n_z}^2\right)Q_{n_z}, 0, 0, 0\Big];$$

$$\Phi_i\left(\tilde{x}_{i-1}\right) = \begin{vmatrix}
1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & E_\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_\beta & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_\chi & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{n_x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{n_y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & E_{n_z} & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{vmatrix} \cdot \tilde{x}_{i-1};$$

$$\varphi_i\left(\tilde{x}_{i/i-1}\right) = \begin{vmatrix}
\dfrac{\dot{\beta}_{i/i-1} - \dot{\alpha}_{i/i-1}\sin\chi_{i/i-1}}{\cos\chi_{i/i-1}} + \varepsilon_{xi/i-1} \\
\dot{\chi}_{i/i-1} + \varepsilon_{yi/i-1} \\
\dot{\alpha}_{i/i-1} + \varepsilon_{zi/i-1} \\
n_{xi/i-1}\cos\chi_{i/i-1} + \left(n_{yi/i-1}\sin\beta_{i/i-1} - \left(n_{zi/i-1} + g\right)\cos\beta_{i/i-1}\right)\sin\chi_{i/i-1} + \psi_{xi/i-1} \\
n_{yi/i-1}\cos\beta_{i/i-1} + \left(n_{zi/i-1} + g\right)\sin\beta_{i/i-1} + \psi_{yi/i-1} \\
n_{zi/i-1}\sin\chi_{i/i-1} - \left(n_{yi/i-1}\sin\beta_{i/i-1} - \left(n_{zi/i-1} + g\right)\cos\beta_{i/i-1}\right)\cos\chi_{i/i-1} + \psi_{zi/i-1}
\end{vmatrix};$$

$$R_i = diag\left[N_\alpha, N_\beta, N_\chi, N_{n_x}, N_{n_y}, N_{n_z}\right],$$

де $E_j = \exp\left(-\Delta t/\tau_j\right)$, τ_j – сталі часу моделювання швидкостей зміни фільтрованих величин; $\Delta t = t_i - t_{i-1}$ – період дискретизації; Q_j – інтенсивність білих шумів, за допомогою яких моделюються швидкості зміни фільтрованих величин; N_j – інтенсивність шумів вимірювання.

Параметри, які необхідно визначити або задати для можливості використання отриманих матриць в алгоритмі фільтрації УФК: початкові значення вектора стану x_0 і матриці коваріацій P_0; значення періоду дискретизації Δt; значення сталих часу модельованих марковських процесів τ_j; інтенсивності породжуючих шумів Q_j і шумів вимірювань N_j. Оптимальні значення цих параметрів підбираються при дослідженні фізичної моделі.