

БАБИЧ ТЕТЯНА ЮРІЇВНА,

*старший викладач кафедри економічної кібернетики,*

*Національний університет водного господарства та природокористування*

### **ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ АГРАРНОГО КОМПЛЕКСУ**

*В роботі проаналізована взаємодія рослинницької та тваринницької підсистем аграрного підприємства. Крім власних доходів рослинницька галузь отримує надходження від тваринницької галузі у вигляді безкоштовних органічних добрив, водночас надаючи їй безкоштовні корми. Побудована математична модель у вигляді системи двох диференціальних рівнянь, яка відноситься до моделей типу «хижак-жертва». Динаміка даної системи є нестійкою, але врахування стабілізуючого впливу тваринницької підсистеми на рослинницьку дозволяє забезпечити стійкість моделі. Таким чином, врахування синергетичної взаємодії двох підсистем дозволяє аграрному підприємству досягти економічної стійкості.*

**Ключові слова:** *математична модель, система, стійкість, стаціонарні стани, фазовий простір, аграрне підприємство, рослинництво, тваринництво.*

БАБИЧ ТАТЬЯНА ЮРЬЕВНА,

*старший преподаватель кафедры экономической кибернетики,*

*Национальный университет водного хозяйства и природопользования*

### **ИССЛЕДОВАНИЕ СТОЙКОСТИ АГРАРНОГО КОМПЛЕКСА**

*В работе проанализировано взаимодействие растениеводческой и животноводческой подсистем аграрного предприятия. Кроме собственных доходов растениеводческая отрасль получает поступления от животноводческой отрасли в виде бесплатных органических удобрений, одновременно предоставляя ей бесплатные корма. Построена математическая модель в виде двух дифференциальных уравнений, которая относится к моделям типа «хищник-жертва». Динамика данной системы неустойчива, но учет*

*стабилизирующего влияния животноводческой подсистемы на растениеводческую позволяет обеспечить устойчивость модели. Таким образом, учет синергетического взаимодействия двух подсистем позволяет аграрному предприятию достичь экономической устойчивости.*

**Ключевые слова:** *математическая модель, система, устойчивость, стационарные состояния, фазовое пространство, аграрное предприятие, растениеводство, животноводство.*

TETIANA BABYCH,

*Senior Lecturer at the economic cybernetic department,*

*National University of Water and Environmental Engineering*

### **INVESTIGATION OF AGRICULTURAL COMPLEX STABILITY**

*The research analyzes the crop production and livestock subsystems interaction in the agrarian enterprise. Both subsystems evolve due to their own returns. In addition, the crop production sector receives income from the livestock industry in the form of free organic fertilizers, while giving it free feed. The mathematical model is constructed as a system of two differential equations that relates to models of "predator-victim" type. The dynamics of this system is unstable, but accounting for the stabilizing effect of the livestock subsystem on crop production allowed to ensure the stability of the model. Thus, accounting for the synergistic interaction of the two subsystems allows the agrarian enterprise to achieve economic stability.*

**Key words:** *mathematical model, system, stability, stationary states, phase space, agricultural enterprise, crop production sector, livestock industry.*

**Постановка проблеми.** Основною метою соціально-економічної політики будь-якої країни є забезпечення стійкості економічної діяльності. Кожна економічна система діє в умовах невизначеності зовнішнього середовища. Стабільності існування та розвитку промислових підприємств та галузей народного господарства загрожують наявна фінансово-політична нестабільність, жорстка конкуренція тощо. Україна є аграрною країною, в якій аграрний сектор

забезпечує понад 40 % валютних надходжень. Тому особливо актуальним є підтримання стійкості функціонування підприємств аграрного сектору.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Теорія стійкості систем на сьогодні достатньо розвинена в загальному вигляді і представлена роботами таких вчених, як В. Арнольд, В. Аніщенко, О. Івахненко, О. Ляпунов, М. Месарович, М. Моїсеєв, М. Морішима та ін. Дослідженням питань стійкості економічних систем у своїх працях займалися такі науковці як В. Благодатний, В. Бровко, В. Вітлінський С. Глівенко, В. Геєць, Б. Карпінський, І. Лук'яненко, О. Ляпунов, М. Соколов, О. Теліженко, В. Трояновський, М. Павловський, М. Фоміна, Т. Шовгенов та інші. Проблеми забезпечення стійкого економічного розвитку аграрної сфери піднімаються у працях таких російських вчених як Т. Н. Мизнікова [1] та А. Л. Пустуєв [2]. Значна увага надається дослідженню факторів впливу на економічну стійкість аграрного підприємства, виокремленню її видів із метою побудови моделі забезпечення стійкості у довгостроковій перспективі. Для моделювання динамічних процесів в екології та економіці широко використовується модель типу «хижак-жертва» (модель Лоткі-Вольтерра) [3]. При моделюванні економічних систем використовують різноманітні модифікації цієї моделі [4-9].

Водночас, незважаючи на достатню кількість наукових досліджень, недостатньо вивченою залишається проблема дослідження стійкості підприємств аграрної галузі, в яких ведеться господарювання за декількома пов'язаними напрямками.

**Мета і завдання дослідження.** Метою цього дослідження є вироблення єдиного підходу до аналізу стійкості аграрних підприємств, які поєднують рослинницьку та тваринницьку галузі виробництва. У роботі було поставлено завдання проаналізувати умови стійкості аграрного комплексу на основі моделі Лоткі-Вольтерра.

**Виклад основного матеріалу.** В світі є актуальною проблема недостатньої кількості продовольства. Україна має великий потенціал для виробництва та експорту аграрної продукції на світовий ринок. Обсяги експорту зернових культур постійно зростають. За підсумками 2016-2017 маркетингових років

Україна посіла 2 місце серед країн експортерів зерна. Однак, виробництво зернових у 2017 році становило лише 61,3 млн тон проти 66,1 млн тон у 2016 році. Поголів'я великої рогатої худоби в Україні за 2017 рік скоротилося на 4%. Тому надзвичайно актуальною є проблема визначення методів стабілізації роботи підприємств аграрного сектору. Підтримка аграрних підприємств з боку держави є недостатньою, ведення аграрного бізнесу продовжує залишатися складним у фінансово-економічному відношенні. Якщо рівень рентабельності рослинницької галузі України у 2016 році становив 44,3%, то рентабельність тваринницької галузі становила лише 7,7%.

Основними галузями аграрного бізнесу є рослинництво та тваринництво. Рослинницька галузь є більш рентабельною та інвестиційно привабливою, оскільки такі культури як пшениця, ячмінь, кукурудза, соняшник, соя, ріпак в основному вирощуються з метою експортування. Водночас поголів'я худоби і птиці скорочується, обсяги виробництва у тваринництві знижуються, незважаючи на те, що населення України споживає молока, м'яса, яєць та інших продуктів тваринництва нижче фізіологічної потреби. Наявні перспективи експортування молочної продукції недостатнім чином стимулюють інвесторів займатися вирощуванням великої рогатої худоби для виробництва молока. Крупні аграрні корпорації віддають перевагу рослинницькій галузі як більш перспективній в плані швидкого отримання прибутку (рис. 1) [10]. Тому, завданням держави є підтримка тваринницької галузі з метою забезпечення стабільного розвитку рослинницько-тваринницького комплексу.

Тваринницька галузь є залежною від рослинництва, оскільки ефективність її роботи багато в чому визначається станом кормової бази. З іншого боку, тваринництво забезпечує постачання у рослинницьку галузь органічних добрив, які є необхідною умовою підтримання родючості ґрунтів. Високий рівень врожайності культур та інтенсивності землеробства служить підґрунтям збільшення виробництва тваринницької продукції в господарстві. Із загальної кількості продукції рослинництва, отриманої на полях і природних угіддях, приблизно 75% не може бути безпосередньо використано для харчування

людини. Цю частину врожаю можна перетворити на повноцінну продукцію, тільки використовуючи як корм для тварин, або ж як добрива для ґрунту.

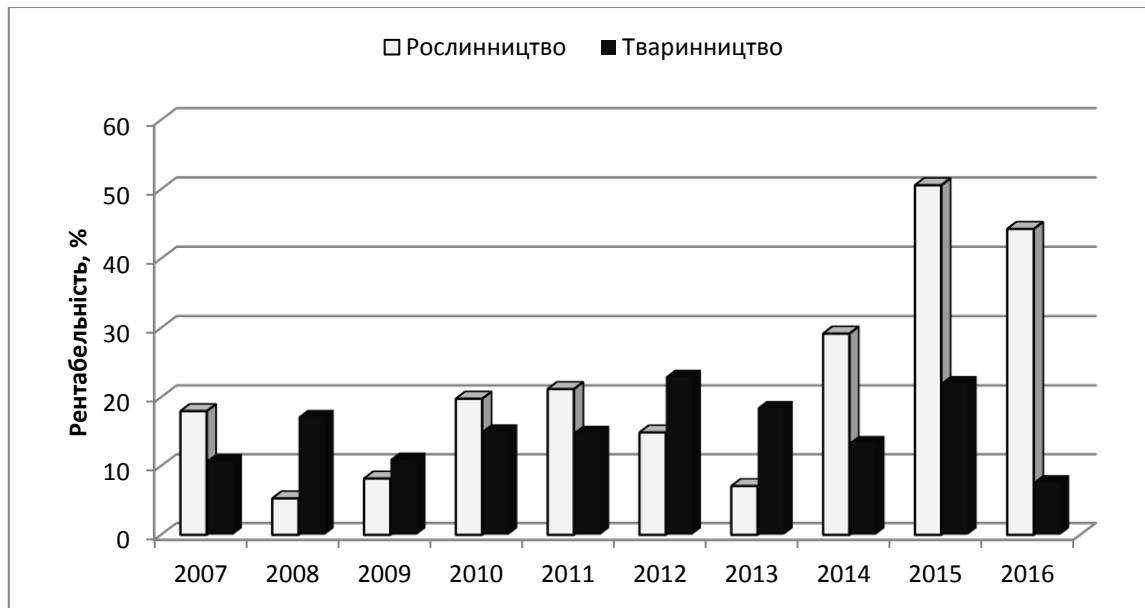


Рис. 1. Динаміка рентабельності галузей рослинництва і тваринництва в Україні (2007-2016 рр.)

Перевагами тваринництва в порівнянні з рослинництвом є менша залежність від природно-кліматичних умов, більш слабо виражена сезонність виробництва. Протягом року в тваринництві більш рівномірно використовуються основні та оборотні засоби виробництва, робоча сила, виручка від реалізації продукції теж поступає більш рівномірно. Тому ті господарства, в яких раціонально поєднуються галузі рослинництва і тваринництва, є більш стійкими в економічному відношенні та ефективніше використовують свій ресурсний потенціал. Головна проблема полягає у тому, щоб правильно визначити пропорції рослинницької та тваринницької підсистем, які забезпечать ефективне виробництво та стабільність підприємства.

Рівень рентабельності рослинницької галузі Рівненської галузі стабільно зростає на протязі останнього десятиріччя. Рентабельність тваринницької галузі помітно виросла в останні два роки, досягнувши рівня 10%.

Розглянемо аграрне підприємство як систему, основними об'єктами якої є підсистеми рослинництва і тваринництва (рис.2). Система рослинництва

розвивається завдяки власним доходам та надходженням від тваринницької галузі у вигляді безкоштовних органічних добрив.



Рис.2. Схема діяльності рослинницько-тваринницького аграрного підприємства

Для отримання високих врожаїв потрібно підтримувати у ґрунті необхідний баланс гумусу. Ґрунт без органічних речовин виснажується, врожаї зменшуються. Втрата 0,1% гумусу в ґрунті зменшує врожайність зерна на 0,5 ц/га [11]. Для повного відтворення запасів гумусу слід пріорювати на гектар ріллі по 10-12 тон органіки. В Рівненській області поступово зростає обсяг внесених органічних добрив під посіви сільськогосподарських культур (з 0,7 т/га в 2013 році до 1,1 т/га в 2016 році), але ця кількість далека від потрібної. Раніше підтримка цього балансу покладалася на вітчизняне тваринництво. Проте поголів'я худоби в Україні швидко скорочується. За даними [10] на 15 липня 2017 року в країні нараховувалося 3682,3 тис. голів великої рогатої худоби, що менше за показники на аналогічну дату 2016 року на 1,8%, а за 2 роки поголів'я зменшилося на 5,2%.

Система тваринництва розвивається завдяки власним доходам та надходженням від рослинницької галузі у вигляді безкоштовних кормів. Надходження кормів у тваринницьку підсистему має подвійний ефект. По-перше, це дозволяє не витратити додаткові кошти на закупівлю кормів. По-друге, збільшення продукції рослинництва веде до збільшення надоїв молока, що є вторинним економічним ефектом позитивного впливу рослинницької галузі.

Побудуємо математичну модель описаної вище аграрної системи та проведемо дослідження її на стійкість. При побудові моделі будемо опиратися на статистичні дані аграрного виробництва в Рівненській області. Одним з провідних аграрних підприємств Рівненської області, які поєднують рослинницьку і тваринницьку галузі, є ТОВ СГП «Імені Воловікова». Підприємство є одним із

основних виробників молока в Західному регіоні України. Разом з надсучасним тваринницьким комплексом, де утримують біля 2000 корів, підприємство також займається вирощуванням зернових, технічних культур та овочів, та є одним з найбільших платників податків в бюджет області.

Для побудови математичної моделі економічної діяльності підприємства введемо умовні позначення:

$x_1$  – економічний ефект (прибуток) рослинницької підсистеми (млн. грн.);

$x_2$  – економічний ефект (прибуток) тваринницької підсистеми (млн. грн.).

Згідно з даними [10], за 2016 рік середня закупівельна ціна зерна становить 3250 грн за тону, середня врожайність зернових – 4 тони на гектар. При посівній площі господарства 5500 га очікуваний дохід складе

$$3250 \times 4 \times 5500 = 71,5 \text{ (млн. грн.)}$$

Середня рентабельність зернової галузі становить 30%. Але, прибуток у цій галузі ділиться між виробником, трейдером та логістичними структурами. Тому «чиста» рентабельність виробника буде дещо нижчою від офіційних показників. У наших оцінках ми будемо приймати рівень рентабельності виробника зерна на рівні 15%. Очікуваний прибуток складе

$$71,5 * 0,15 / (1 + 0,15) = 9,33 \text{ (млн. грн.)}$$

Середня закупівельна ціна молока становить 6,28 грн/кг, середній річний удій – 4000 кг. Тоді для господарства на 1800 голів річний дохід складе

$$6,28 \times 4000 \times 1800 = 45,22 \text{ (млн. грн.)}$$

З врахуванням середньої рентабельності тваринницької підгалузі 10% очікуваний річний прибуток становитиме

$$45,22 * 0,1 / (1 + 0,1) = 4,11 \text{ (млн. грн.)}$$

Умовою ефективного господарювання є виділення частини щорічного прибутку на підтримання та розширення виробництва. При побудові моделі ми будемо вважати, що рослинницька підсистема виділяє 30% від свого прибутку на свою підтримку та розширення; тваринницька підсистема виділяє 30% від свого прибутку на свою підтримку та розширення та 30% прибутку на підтримку

рослинницької підгалузі. Представимо економічний ріст рослинницької підсистеми у вигляді доданка  $bx_1x_2$ , де коефіцієнт  $b=0,10$ .

Водночас слід врахувати ефект виснаження сільськогосподарських земель. Високий врожай виснажує ґрунт і, при недостатньому внесенні органічних та мінеральних добрив, врожай наступного року дещо знижується. Опишемо цей ефект, який за оцінками експертів може досягати 15%, за допомогою доданка  $-ax_1$  ( $a=0,15$ ).

Економічний ріст тваринницької підсистеми, який визначається самоінвестуванням, представимо за допомогою доданка  $cx_2$  ( $c=0,30$ ). Частина продукції тваринницької підсистеми переходить до рослинницької підсистеми у вигляді органічних добрив. Логічно вважати, що дана частина збільшується пропорційно до кількості тварин та обсягу рослинницького виробництва. Представимо цю частину у вигляді доданка  $-dx_1x_2$  ( $d=0,088$ ).

Таким чином, взаємодію двох основних компонентів схеми, зображеної на рис.2, можна представити у вигляді системи двох диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -ax_1 + bx_1x_2; \\ \frac{dx_2}{dt} = cx_2 - dx_1x_2. \end{cases} \quad (1)$$

Всі коефіцієнти системи (1)  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  є додатними.

Система (1) є математичною моделлю конкуренції типу «хижак-жертва» [3]. Система має стаціонарну точку

$$x_{1c} = c/d; \quad x_{2c} = a/b. \quad (2)$$

Для розв'язування системи рівнянь (1) використаємо метод Рунге-Кутта [12]. Аналіз розв'язку (рис.3) показує, що прибуток рослинницької та тваринницької підсистем буде циклічно змінюватися з періодом близько 30 років, злегка відхиляючись від своїх стаціонарних значень  $x_1=9,33$ ,  $x_2=4,11$ .

Оскільки побудована нами модель є аналогом системи «хижак-жертва», вона є нестійкою [3,13]. Фазовий портрет системи (рис.4) підтверджує цей висновок (розбіжність фазової траєкторії).



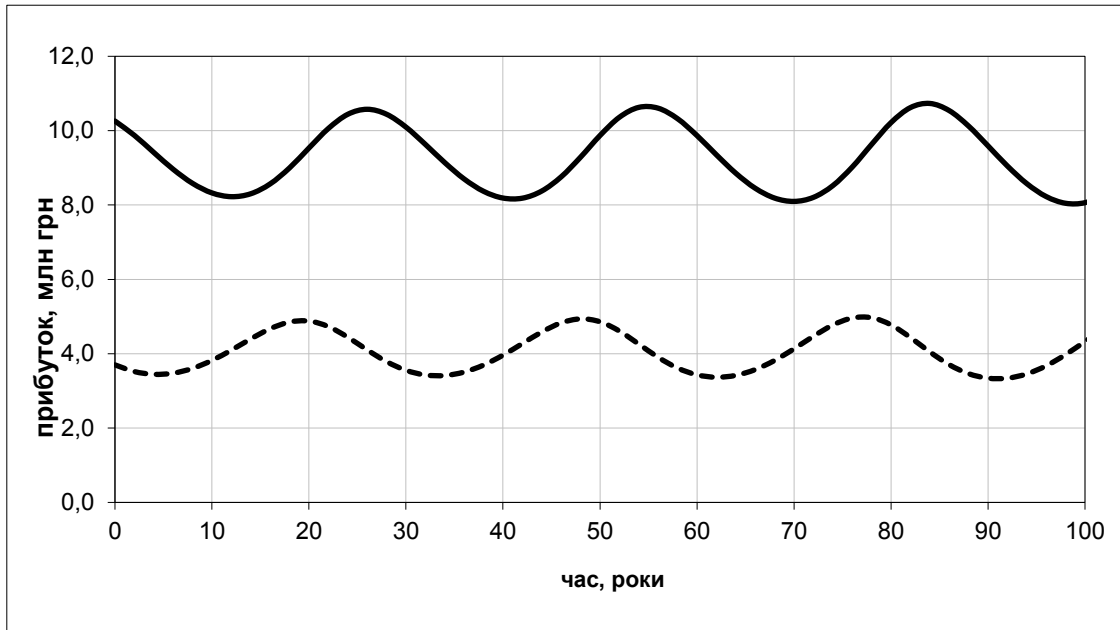


Рис.3. Динаміка прибутку тваринницької (штрихова лінія) та рослинницької (суцільна лінія) підсистем

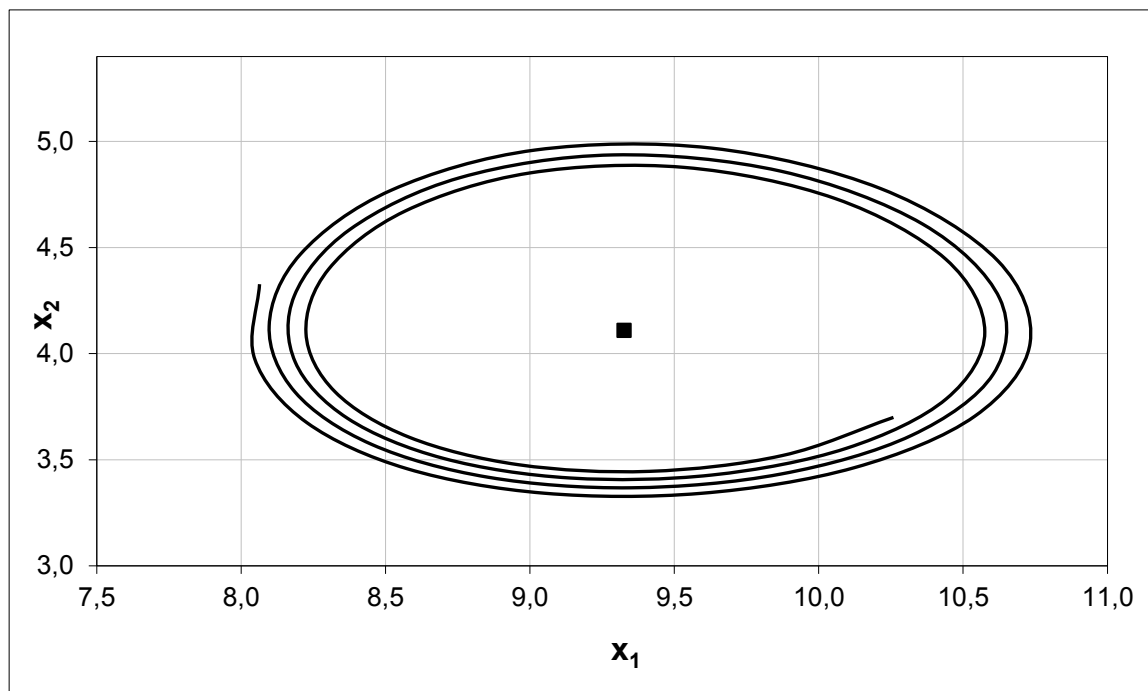


Рис.4. Фазовий портрет системи рослинницько-тваринницького аграрного комплексу

Причина нестійкості моделі (1) може полягати в недостатньо точному врахуванні впливу постачання кормів на систему тваринництва. Постачання кормів не лише покращує фінансове становище тваринницької підсистеми (економія ресурсів), але й підвищує її продуктивність за рахунок підвищення

надоїв молока. Для врахування цього додаткового ефекту додамо до правої частини другого рівняння системи (1) доданок  $+ex_1$ . Коефіцієнт  $e$  є додатнім. Тоді отримаємо математичну модель наступного вигляду

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -ax_1 + bx_1x_2; \\ \frac{dx_2}{dt} = cx_2 + ex_1 - dx_1x_2. \end{cases} \quad (9)$$

У моделі (9) значення коефіцієнтів  $a, b, c$  є такими ж, як і в моделі (1). Для інших коефіцієнтів приймаємо  $d=0,1; e=0,18$ . Система (9) має дві стаціонарні точки. Розв'язок, який має економічний зміст, буде наступним

$$\begin{cases} x_{10} = \frac{ac}{ad - be}, \\ x_{20} = \frac{a}{b}. \end{cases} \quad (10)$$

Для того, щоб точка мала економічний зміст, необхідно виконання умови

$$ad > be. \quad (11)$$

Для побудови лінеаризованої системи обчислимо матрицю частинних похідних вихідної системи в точці  $(x_{10}, x_{20})$ .

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = -a + bx_2; \quad \frac{\partial f_1}{\partial x_2} = bx_1; \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_1} = e - dx_2; \quad \frac{\partial f_2}{\partial x_2} = c - dx_1. \quad (12)$$

Для знаходження власних чисел лінеаризованої системи розв'язуємо характеристичне квадратне рівняння

$$\begin{vmatrix} -a + bx_2 - \lambda & bx_1 \\ e - dx_2 & c - dx_1 - \lambda \end{vmatrix} = 0. \quad (13)$$

Враховуючи співвідношення (10), отримуємо рівняння у вигляді

$$\lambda^2 + \lambda \frac{bce}{ad - be} + ac = 0. \quad (14)$$

Для стійкості системи, яка описується характеристичним рівнянням (14), необхідно виконання наступних умов [13]

$$S = a_{11} + a_{22} < 0; \quad D = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} > 0. \quad (15)$$

Враховуючи (14), ці умови запишуться так:

$$\frac{bce}{ad - be} > 0; \quad ac > 0. \quad (16)$$

Оскільки згідно з (11) маємо  $ad > be$  і, крім того, всі коефіцієнти моделі  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$ ,  $e$  є додатними, то обидві умови (16) виконуються. Отже, побудована модель є стійкою. Графічна ілюстрація розв'язку системи (9) наведена на рис. 5.

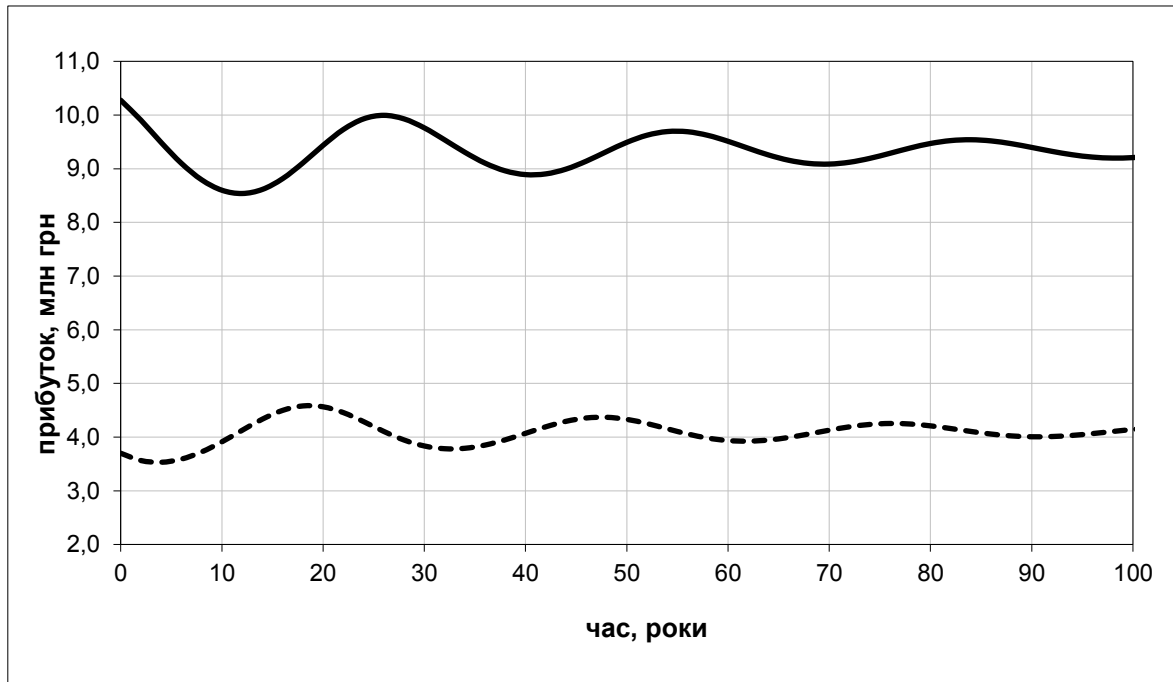


Рис.5. Зміна з часом економічного потенціалу тваринницької (штрихова лінія) та рослинницької (суцільна лінія) підсистем

Фазовий портрет системи (9) представлений на рис.7. Отриманий розв'язок відноситься до типу «стійкий фокус» - фазова траєкторія збігається до стаціонарної точки. Обидва графіки підтверджують стабілізацію системи з бігом часу. Таким чином, врахувавши позитивний ефект рослинницької підсистеми на розвиток тваринництва, ми змогли побудувати математичну модель взаємодії рослинницької та тваринницької підсистем, яка є стійкою.

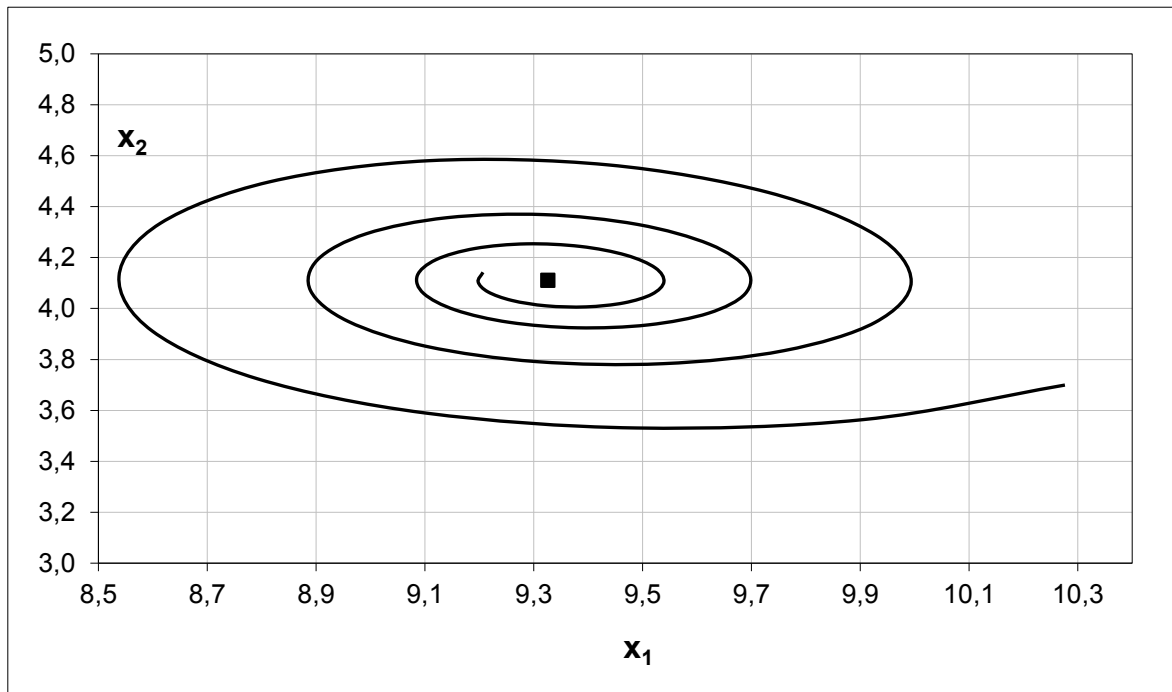


Рис.7. Фазовий портрет взаємодії рослинницької та тваринницької підсистем аграрного комплексу

**Висновки.** Нами побудована модель системи аграрного комплексу, який поєднує рослинницьку та тваринницьку підсистеми. З врахуванням всіх взаємодій система буде стійкою і забезпечуватиме стійкий дохід для комплексу. Розглянутий приклад дозволяє зробити висновок, що при дослідженні стійкості поведінки подібної бінарної економічної системи важливо правильно врахувати всі види взаємодій, а також правильно оцінити коефіцієнти. Проведені дослідження підтверджують тезу про те, що аграрне господарство отримує необхідну стійкість лише при синергічній взаємодії рослинницької та тваринницької підсистем.

### Література:

1. Мызникова Т. Н. Факторы формирования экономической устойчивости агропредприятия / Т. Н. Мызникова // Вестник Челябинского государственного университета. – 2005. – Т. 7. – № 1. – С. 57–60.
2. Пустуев А. Л. Экономический механизм устойчивости в системе управления АПК / А. Л. Пустуев, Ф. А. Степанов // Аграрный вестник Урала. – 2008. – № 12. – С. 31–32.
3. Вольтерра В. Математическая теория борьбы за существование / В. Вольтерра : пер.с франц. — М. : Наука, 1976. — 285 с.

4. Козик В. В. Проблеми застосування моделей типу "хижак-жертва" в економічній практиці / В. В. Козик, Ю. І. Сидоров // Наука та інновації. - 2011. - Том Т. 7, N 1. - С. 5-15.

5. Колесников А. А. Синергетические методы управления сложными системами: Теория системного синтеза [Текст] / А. А. Колесников. - М. : КомКнига, 2006. - 240 с.

6. Прасолов А. В. Математические модели взаимодействия фирм как инструмент корпоративного управления [Текст] / А. В. Прасолов // Изв. С.-Петербур. ун-та экономики и финансов. - 2001. - № 2. - С. 32—48.

7. Kamimura, A. The economic system seen as a living system: a Lotka-Volterra framework [Текст] / A. Kamimura, G. F. Burani, H. M. Franca // Emergence: Complexity & Organization. 2011. - Vol. 13, №. 3, pp. 80 – 93.

8. Грицюк П.М. Дослідження стійкості економічних систем в умовах конкуренції // Вісник Запорізького національного університету: Збірник наукових праць. Економічні науки. – Запоріжжя: ЗНУ, 2014. – с.73-81.

9. Маценко А.М. Эколого-экономические принципы моделирования циклических колебаний в экономике // Вісник СумДУ. Серія Економіка. — 2007. — № 1. — С. 103-110.

10. Офіційний веб-сайт Державної служби статистики України [Електронний ресурс] / Сайт Ukrstat.gov.ua. – Режим доступу : <http://www.ukrstat.gov.ua/> 06.02.2018.

11. Шувар І. Про родючість ґрунту треба дбати постійно. – Агробізнес сьогодні, № 10 (305), травень 2015 р.

12. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы : учеб. пособие. – М.: Наука, 1987. – 600 с.

13. Ляшенко І.М., Коробова М.В., Столяр А.М. Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів Навч. пос. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2006. – 304 с.