

## Література

1. Вимірювання витрати та кількості газу: Довідник. – Івано-Франківськ: Сімик, 2004. – 160с.: іл.
2. Маргелов А. Измерительные микроконтроллеры: семейство MSP430. // Электронные компоненты. – 2002. – № 8. – С. 97-99.
3. Заикин В. Цифровой термометр на микроконтроллере MSP430H325 с автономным питанием. // Схемотехника. – 2001. – № 7. – С. 3-5.

Надійшла 23.3.2005 р.

УДК 621.38

Р.А. АНФІЛОВ, О.М. ВОЗНЯК, А.В. РУДИК  
Вінницький національний технічний університет

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВІД'ЄМНОЇ ІНДУКТИВНОСТІ

В статті наводяться результати дослідження від'ємної індуктивності. Визначені основні розрахункові співвідношення для напруг, потужності та енергії від'ємної індуктивності. Розглянуті відмінності нелінійних індуктивностей, що керуються напругою та струмом. Встановлені фазові кути між струмами та напругами на від'ємних індуктивностях. Отримане фізичне обґрунтування математичних рішень.

В теперішній час при синтезі та проектуванні електронних схем використовують не тільки додатну індуктивність, але й від'ємну. Поняття від'ємної індуктивності є особливо зручним при практичній реалізації активних фільтрів, компенсаторів завад, індуктивних датчиків, індуктивних перетворювачів і т.і [1, 2, 3].

Разом з тим в літературі це поняття висвітлено частково [3, 4]. Немає чіткої математичної моделі, не описані властивості, не виведені співвідношення для розрахунку напруг, енергії, потужностей. Тому існує необхідність проаналізувати від'ємну індуктивність, вивести основні розрахункові співвідношення та зробити висновки щодо отриманих результатів.

Індуктивність  $L$  при дії синусоїдного струму  $i = I_m \sin \omega \cdot t$  визначається формулою [5]:

$$L = \frac{d\Psi}{dI}, \quad (1)$$

де  $d\Psi$  – зміна потокозчеплення;  
 $dI$  – зміна струму.

Для класичної ідеальної котушки індуктивності або її аналога графік залежності потокозчеплення  $\Psi$  від струму  $I$  має лише суто зростаючі ділянки (рис.1, а).

Відомі такі аналоги індуктивності [3], для яких графік залежності потокозчеплення  $\Psi$  від струму  $I$  має спадаючі ділянки (рис.1, б).

Визначимо індуктивність для елемента на спадаючій ділянці. Використовуючи формулу (1), отримаємо:

$$L = \frac{d\Psi}{dI} = \frac{\Delta\Psi}{\Delta I} = \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{I_2 - I_1}. \quad (2)$$

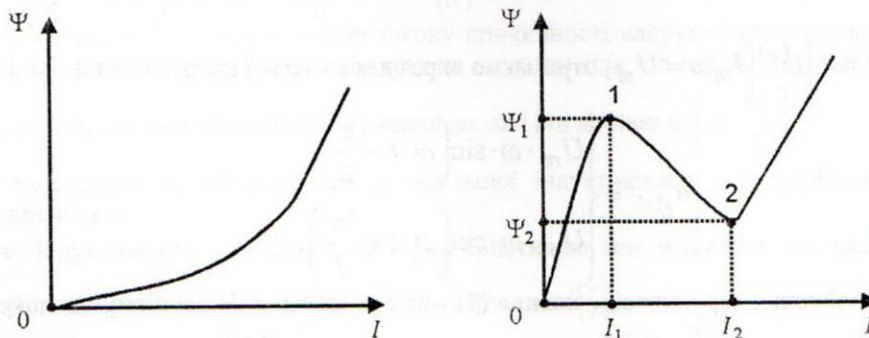


Рис.1. Графіки залежності потокозчеплення  $\Psi$  від струму  $I$  з суто зростаючих ділянок (а) та з спадаючою ділянкою (б)

З рис.1, б маємо  $I_2 < I_1$ ,  $\Psi_2 > \Psi_1$ , тоді співвідношення (2) перепишеться наступним чином:

$$L^{(-)} = \frac{d\Psi}{dI} < 0. \quad (3)$$



Таким чином, аналоги індуктивності, для яких графік залежності потокозчеплення  $\Psi$  від струму  $I$  має спадаючі ділянки, є аналогами від'ємної індуктивності з індуктивністю  $L^{(-)}$ .

При розрахунках необхідно враховувати, що від'ємна індуктивність з'являється лише за умови використання елемента на спадаючій ділянці [5, 6, 7].

Розглянемо, чи є можливість використовувати відомі закони самоіндукції до елементів з від'ємною індуктивністю  $L^{(-)}$ . З формули (3) виразимо потокозчеплення таким чином:

$$d\Psi = L^{(-)} \cdot dI. \quad (4)$$

Далі запишемо формально співвідношення для розрахунку е.р.с. на індуктивності [8]:

$$e = -k \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad (5)$$

де  $e$  – е.р.с., що індукується в колі;  
 $d\Phi$  – диференціал магнітного потоку;  
 $dt$  – диференціал часу;  
 $d\Psi$  – диференціал потокозчеплення;  
 $k$  – коефіцієнт пропорційності.

Підставимо отримане співвідношення для диференціалу потокозчеплення (4) у вираз для е.р.с. (5), після чого отримаємо:

$$e = -\frac{d\Psi}{dt} = -\frac{L^{(-)} \cdot dI}{dt} = -\left(-L \cdot \frac{dI}{dt}\right) = L \cdot \frac{dI}{dt}.$$

Таким чином, для аналогу від'ємної індуктивності  $L^{(-)}$  формально закон самоіндукції запишеться таким співвідношенням:

$$e = -L^{(-)} \cdot \frac{dI}{dt}. \quad (6)$$

З розглянутого вище можна зробити висновок, що для аналогу від'ємної індуктивності  $L^{(-)}$  існує вираз, який формально описує зв'язок між струмом, індуктивністю та е.р.с. кола. Однак необхідно відзначити, що це лише формальний опис, який не враховує фізичних процесів, що протікають всередині аналогів від'ємної індуктивності.

Відомо [8], що на додатній індуктивності напруга випереджає струм на  $90^\circ$ . Розглянемо, якими співвідношеннями описуються струми та напруги на від'ємній індуктивності.

Нехай через від'ємну індуктивність  $L^{(-)}$  тече струм  $i = I_m \sin \omega \cdot t$ . Підставивши співвідношення для струму у вираз (6), отримаємо:

$$e_{L^{(-)}} = -L^{(-)} \frac{di}{dt} = -L^{(-)} \cdot \frac{d(I_m \cdot \sin \omega t)}{dt} = -L^{(-)} \cdot I_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t.$$

Тоді напруга на від'ємній індуктивності буде дорівнювати

$$u_{L^{(-)}} = -e_{L^{(-)}} = L^{(-)} \cdot I_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t = \begin{cases} |L^{(-)}| \cdot \omega \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right); \\ |L^{(-)}| \cdot \omega \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{3\pi}{2}\right). \end{cases}$$

Враховуючи, що  $|L^{(-)}| I_m \omega = U_m$ , отримаємо вираз для миттєвої напруги на від'ємній індуктивності:

$$u_{L^{(-)}} = \begin{cases} U_m \cdot \omega \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right); \\ U_m \cdot \omega \cdot \sin\left(\omega \cdot t + \frac{3\pi}{2}\right). \end{cases} \quad (7)$$

З математичної точки зору співвідношення (7) має два випадки. У першому випадку фазовий кут між напругою та струмом дорівнює  $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ , у другому випадку  $-\left(+\frac{3\pi}{2}\right)$ . Для пояснення фізичної різниці розглянемо опір, який утворює від'ємна індуктивність.

Індуктивний реактивний опір визначається [8] таким чином:

$$X_L = \omega L = \frac{dU_L}{dI_L}. \quad (8)$$



Із співвідношення (8)  $L = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{dU_L}{dI_L}$ . Оскільки завжди  $\frac{1}{\omega} > 0$ , то для отримання від'ємної індуктивності необхідно, щоб виконувалась нерівність  $\frac{dU_L}{dI_L} < 0$ , тобто на вольт-амперній характеристиці (ВАХ) від'ємної індуктивності має бути спадаюча ділянка. А оскільки відомо, що спадаюча ділянка на ВАХ завжди має бути між ділянками з додатним нахилом [4], то для виконання даної умови є дві можливості.

Від'ємні індуктивності  $L^{(-)} = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{dU_L}{dI_L} < 0$  у двох випадках, що показані на рис. 2, а та рис. 2,б, при однакових нахилах дотичних  $\frac{dU_L}{dI_L}$  та однакових значеннях частоти  $\omega$  рівні за величиною. Однак характеристики зі спадаючими ділянками суттєво відрізняються за формою. Характеристика, наведена на рис.2, а, називається характеристикою S-типу, а характеристика, наведена на рис.2, б, називається характеристикою N-типу. Ці позначення залежать від вибраної системи координат. Для однозначності приймемо напругу  $U_L$  залежною змінною, а струм  $I_L$  – незалежною змінною.

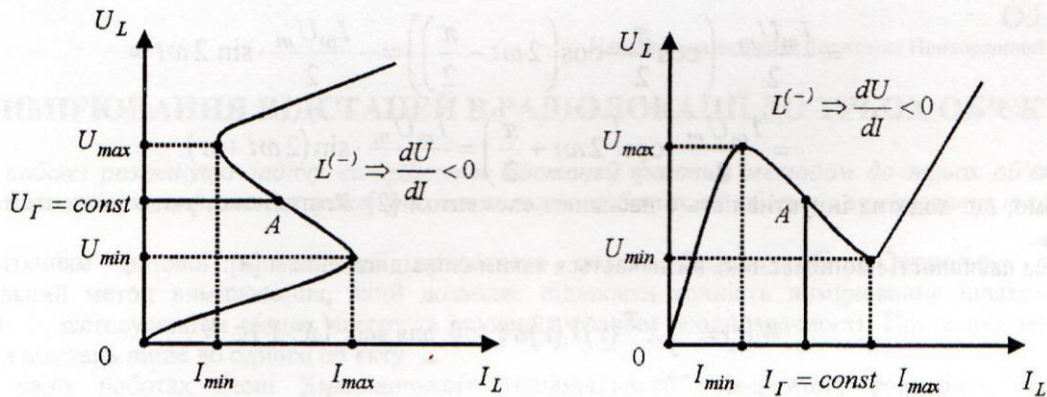


Рис.2. Вольт-амперні характеристики від'ємної індуктивності S-типу (а) та N-типу (б)

Для отримання однозначних результатів різні типи від'ємних індуктивностей потребують різних джерел живлення.

Будь-яка точка на S-подібній ВАХ (рис. 2,а) може бути однозначно встановлена, коли від'ємна індуктивність живиться від джерела постійної напруги. При цьому робоча пряма паралельна осі абсцис  $U_{\Gamma} = const$ . Тоді кожному значенню напруги  $U_{\Gamma}$  однозначно відповідає точка А характеристики. Якщо б від'ємна індуктивність з S-подібною характеристикою живилась від генератора струму, то робоча пряма з рівнянням  $I_{\Gamma} = const$  була б паралельна осі ординат і в області  $I_{min} < I < I_{max}$  було б три точки перетину. При цьому робоча точка не була б визначена однозначно.

З наведених міркувань випливає, що від'ємну індуктивність з S-подібною характеристикою можна назвати елементом, що керується напругою, тобто  $L_{(U)}^{(-)}$ . Тому в елементі, що керується напругою  $L_{(U)}^{(-)}$  причиною є напруга, а наслідком – струм. Згідно закону причинності напруга (причина) випереджає за часом струм (наслідок) [4]. Тоді фазовий кут між напругою та струмом для від'ємної індуктивності, що керується напругою  $L_{(U)}^{(-)}$ , додатний; а із співвідношення (7) випливає, що він дорівнює  $\left(+\frac{3\pi}{2}\right)$ .

Відповідні міркування по відношенню до від'ємної індуктивності з N-подібною характеристикою приводять до таких висновків:

- від'ємна індуктивність з N-подібною характеристикою має живитись від джерела струму  $I_{\Gamma}$  і може називатись від'ємною індуктивністю, що керується струмом  $L_{(I)}^{(-)}$ ;

- оскільки у відповідності з законом причинності напруга (наслідок) запізнюється по відношенню до струму (причини), то фазовий кут від'ємної індуктивності, що керується струмом  $L_{(I)}^{(-)}$ , у відповідності з виразом (7) дорівнює  $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ . Отже вираз (7), який має математично два випадки, отримав фізичне обґрунтування.



Розглянемо енергетичні властивості від'ємної індуктивності. Нехай через від'ємну індуктивності тече струм  $i = I_m \sin \omega t$ . Запишемо співвідношення для миттєвого значення енергії електричного кола з від'ємною індуктивністю:

$$W_{L^{(-)}} = \frac{L^{(-)} i^2}{2} = \frac{L^{(-)} I^2}{2} \cdot \sin^2 \omega t = \frac{L^{(-)} I^2}{2} (1 - \cos 2\omega t) = \frac{L^{(-)} I^2}{2} - \frac{L^{(-)} I^2}{2} \cdot \cos 2\omega t.$$

З отриманого співвідношення видно, що  $W_{L^{(-)}}$  має постійну складову  $W_{L^{(-)0}} < 0$ , незмінну з часом, і змінну складову  $w_{L^{(-)}}$ , що змінюється з часом з подвійною циклічною частотою. Від'ємна постійна складова говорить про те, що в процесі усталення періодичного режиму від'ємна індуктивність віддає енергію у зовнішнє електричне коло (на відміну від додатної індуктивності, яка поглинає енергію). Це доводить, що від'ємна індуктивність має містити внутрішнє джерело живлення.

Знайдемо співвідношення для миттєвої потужності від'ємної індуктивності. За визначенням миттєва потужність визначається формулою  $p = u \cdot i$  [8]. Підставивши в останній вираз співвідношення для миттєвих струму та напруги, отримаємо:

$$\begin{aligned} p_{L^{(-)}} &= u \cdot i = I_m \sin \omega t \cdot U_m \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right) = \\ &= \frac{I_m U_m}{2} \cdot \left( \cos \frac{\pi}{2} - \cos \left( 2\omega t - \frac{\pi}{2} \right) \right) = -\frac{I_m U_m}{2} \cdot \sin 2\omega t = \\ &= \frac{I_m U_m}{2} \cdot \cos \left( 2\omega t + \frac{\pi}{2} \right) = \frac{I_m U_m}{2} \cdot \sin (2\omega t + \pi). \end{aligned}$$

Відомо, що додатна індуктивність є пасивним елементом [2]. Розглянемо, яким елементом є від'ємна індуктивність.

Умова пасивності двополюсника визначається таким співвідношенням [4]:

$$W(t) = \int_{-\infty}^t X^T(\tau) Y(\tau) d\tau \geq 0 \text{ для всіх } (X, Y) \in N.$$

Тоді для двополюсника з постійною від'ємною індуктивністю  $L^{(-)}$ , що визначається співвідношенням  $(u, i) = \left( i, L^{(-)} \frac{di}{dt} \right) \in N$ , енергія, яка надходить до двополюсника  $W(t)$ , дорівнює:

$$W(t) = \int_{-\infty}^t L^{(-)} i(\tau) \frac{di(\tau)}{d\tau} d\tau = \frac{L^{(-)} \cdot i^2(t)}{2} - \frac{L^{(-)} \cdot i^2(-\infty)}{2}.$$

Якщо  $i \in \mathcal{D}_+$ , то  $i(-\infty) = 0$ , а оскільки  $L^{(-)} < 0$ , то  $W(t) < 0$ .

Таким чином, від'ємна індуктивність є активним елементом.

#### Висновки

1. Необхідно розрізнати від'ємну індуктивність, що керується напругою  $L_{(U)}^{(-)}$ , та від'ємну індуктивність, що керується струмом  $L_{(I)}^{(-)}$ . Для отримання однозначних результатів від'ємним індуктивностям потрібні різні джерела живлення. Напруга на від'ємній індуктивності, що керується напругою, описується співвідношенням  $U_{L_{(U)}^{(-)}} = U_m \sin \left( \omega t + \frac{3\pi}{2} \right)$ , а напруга на від'ємній індуктивності, що керується струмом, описується співвідношенням  $U_{L_{(I)}^{(-)}} = U_m \sin \left( \omega t - \frac{\pi}{2} \right)$ .

2. Від'ємна індуктивність є активним елементом. В процесі усталення періодичного режиму від'ємна індуктивність віддає енергію у зовнішнє електричне коло. Енергія електричного кола з від'ємною індуктивністю описується співвідношенням  $W_{L^{(-)}} = \frac{L^{(-)} I^2}{2} - \frac{L^{(-)} I^2}{2} \cdot \cos 2\omega t$ , а миттєва потужність визначається формулою  $p_{L^{(-)}} = \frac{I_m U_m}{2} \cdot \sin (2\omega t + \pi)$ .

#### Література

1. Филинюк Н.А. Активные СВЧ фильтры на транзисторах. – М.: Радио и связь, 1987. – 112 с.



2. Хейнлейн В.Е., Холмс В.Х. Активные фильтры для интегральных схем. – М.: Связь, 1980. – 656 с.
3. Молчанов П.А. Основы нелинейной теории транзисторных негатронів. – Вінниця: "УНІВЕРСУМ-ВІННИЦЯ", 1998. – 207 с.
4. Беннинг Ф. Отрицательное сопротивление в электронных схемах. – М.: Советское Радио, 1975. – 287 с.
5. Серьезнов А.Н., Степанова Л.Н., Филинюк Н.А. и др. Негатроника. – Новосибирск: Наука. Сибирская издательская фирма РАН, 1995. – 315 с.
6. Никольский А.И. Исследование активных отрицательных сопротивлений, сопротивлений отрицательной емкости и индуктивности, и разработка на их основе управляемых информационных устройств: Автореф. дис.... канд. техн. наук: 05.13.08 / Вин. гос. техн. ун-т. – Вінниця, 1996. – 18 с.
7. Филинюк М.А., Лазарев О.О. Дослідження енергетичних властивостей нелинійної ємності // Вісник ВПІ. – 2000. – № 4. – С. 94-97.
8. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. – М.: Высшая школа, 1978. – 528 с.

Надійшла 17.3.2005 р.

УДК 681.3

В.Р. ЛЮБЧИК

Хмельницький національний університет

О.І. ГНАТЮК

Національна академія Державної Прикордонної служби України

## ВИМІРЮВАННЯ ВІДСТАНЕЙ В РАДІОЛОКАЦІЇ ДО ТРЬОХ ОБ'ЄКТІВ

*В роботі розглянуто задачу вимірювання відстаней фазовим методом до трьох об'єктів, шляхом знаходження амплітудно-фазових характеристик сигналів відбитих від об'єктів вимірювання та їх аналізу.*

Питанням фазової дальнометрії присвячено досить багато робіт. Останньою розробкою є багатошкільний метод вимірювання, який дозволяє підвищити точність вимірювання шляхом проведення вимірювань із застосуванням вищих частот та усунення фазової неоднозначності. Проте цей метод дозволяє вимірювати відстань лише до одного об'єкту.

У своїх роботах вчені Хмельницького Національного університету розробили фазовий метод вимірювання відстаней до двох об'єктів. Даний метод розрахунку параметрів двох сигналів, відбитих від об'єктів вимірювання і розташованих на одному напрямку, дозволяє знаходити відстані тільки до двох об'єктів аналітично, ґрунтуючись на вимірюванні амплітуд і фаз відбитих гармонійних сигналів на трьох частотах. Проте усі ці методи мають свої недоліки. Так багатошкільний і аналітичний методи дозволяють вимірювати відстані до одного та до двох об'єктів відповідно.

Було доведено, що у випадку наявності декількох об'єктів вимірювання, сигнали, відбиті від кожного об'єкту складаються, причому, якщо кожний відбитий сигнал представити у векторному вигляді, то сумарний сигнал є векторною сумою усіх сигналів.

Для розробки методу вимірювання відстаней фазовим методом розглянемо процес утворення сумарного відбитого сигналу. Припустимо, що є відрізок довжиною  $L$  (рис. 1).

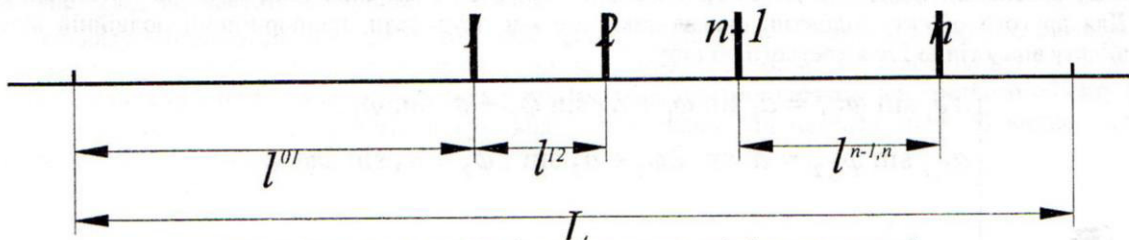


Рис. 1. Розташування об'єктів вимірювання на відрітку довжиною  $L$

На цьому відрізку знаходяться об'єкти вимірювання, кількість об'єктів в загальному випадку може бути  $n$ . Відстані від початку відрізка до першого об'єкта та між сусідніми об'єктами довільні. Для зручності позначимо їх як:  $l_{0,1}$  - відстань від початку відрізка до першого об'єкта,  $l_{1,2}$  - відстань між першим та другим об'єктами,  $l_{n-1,n}$  - відстань між  $n-1$ -м та  $n$ -м об'єктами. До початку відрізка можна підключити джерело гармонійних сигналів, фізична природа яких така що розповсюджуються в середовищі, що утворюють відрізок який розглядається. Якщо з початку середовища розповсюдження генерувати гармонійний сигнал з довжиною хвилі рівній довжині відрізка  $L$ , то в цьому середовищі буде розповсюджуватись хвиля що біжить. Така хвиля буде досягати кожен об'єкт через різний час, причому об'єктів, що знаходяться ближче до початку відрізка, хвиля досягне раніше, ніж до об'єктів, що знаходяться далі. Кожен об'єкт, будемо вважати, не відбиває хвилю повністю, а частково відбиває і частково пропускає далі, причому так він поводить себе в обидва боки