

УДК 521.16

ТЕОРЕТИЧНА ОЦІНКА ДИСИПАЦІЇ МЕХАНІЧНОЇ ЕНЕРГІЇ СИСТЕМИ ЗЕМЛЯ – МІСЯЦЬ ВНАСЛІДОК ПРИПЛИВНОГО ТЕРТЯ

А. Г. Ярута

студент 1 курсу, група КІ-11, навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та
обчислювальної техніки

Наукові керівники – к.пед.н., доцент А. В. Рибалко,
старший викладач О. О. Лебедь

*Національний університет водного господарства та природокористування,
м. Рівне, Україна*

Надано результати теоретичної оцінки дисипації механічної енергії системи Земля – Місяць внаслідок припливного тертя. Запропоновано теоретичну модель, що описує зміну кутової швидкості обертання Землі від середньої радіальної швидкості віддалення Місяця.

Ключові слова: система Земля – Місяць, дисипація механічної енергії, припливне тертя.

Представлены результаты теоретической оценки диссипации механической энергии системы Земля – Луна в результате приливного трения. Предложена теоретическая модель, описывающая изменение угловой скорости вращения Земли от средней радиальной скорости удаления Луны.

Ключевые слова: система Земля-Луна, диссипация механической энергии, приливное трение.

The results of the theoretical estimation of the dissipation of mechanical energy of the Earth – Moon system due to tidal friction are given. A theoretical model of the decreasing of the angular velocity of the Earth's rotation from the mean radial velocity of the Moon's distance is proposed.

Keywords: Earth-Moon system, dissipation of mechanical energy, tidal friction.

Ще в 1695 році Едмунд Галлей зауважив, що записи, зроблені вченими про час і місяця сонячних затемнень у більш ранні часи, не збігалися з розрахунковими. Зокрема, одне із таких затемнень відбулося у Вавилоні 15 квітня 136 року до нашої ери та було описано дуже детально. Воно почалося через кілька хвилин після сходу Сонця, що дозволяє досить точно розрахувати положення Місяця та Сонця. За умови, що кутова швидкість обертання Землі не змінювалася, затемнення повинно б було спостерігатися не у Вавилоні, а на 60° західніше від нього. Це означає, що понад 2000 років тому Земля оберталася навколо своєї осі швидше ніж зараз. Незабаром вчені зрозуміли, що Галлей мав рацію. Кутова швидкість обертання Землі неухильно зменшується, а відстань від Землі до Місяця збільшується.

Аналіз останніх досліджень. Швидкість обертання Землі навколо своєї осі з часом зменшується, а Місяць невинно віддаляється від Землі. За допомогою лазерної локації встановлено, що зараз радіальна швидкість віддалення Місяця становить порядку 3,78 см/рік [3; 8; 10; 11]. Причиною цього віддалення є припливне тертя, у результаті якого частина механічної енергії системи Земля – Місяць весь час розсіюється у вигляді тепла, що призводить до поступового зменшення як кутової швидкості обертання Землі навколо своєї осі, так і швидкості обертання Місяця навколо Землі. Кутова швидкість обертання Місяця навколо власної осі на сучасну епоху вже не змінюється, оскільки зараз він весь час повернутий до Землі лише однією стороною.

Як свідчать шари росту викопних коралів, двостулкових молюсків та водоростей, 2,6 млрд років тому земна доба тривала всього 8,4 години, а середня відстань від Землі до Місяця на ту епоху, згідно розрахунків вчених, становила 23,2 земних радіуса [10; 11].

Таким чином, система Земля – Місяць є дисипативною системою. Як відомо, дисипативними вважаються механічні системи, повна механічна енергія яких (тобто сума кінетичної і потенціальної енергій) при русі зменшується, переходячи в інші форми енергії, наприклад у теплову. Цей процес називається процесом дисипації (розсіяння) механічної енергії; він відбувається унаслідок наявності різних сил опору (тертя), які називаються дисипативними силами.

Методикою досліджень є методологія фізичної науки, фундаментальні фізичні закони, теоретичні положення класичної механіки зокрема.

Під час виконання науково-дослідної роботи застосовувалися такі **методи** дослідження: 1) теоретичний аналіз, фізичне моделювання, аналіз літературних джерел з досліджуваної проблеми, аналіз електронних ресурсів мережі Інтернет; 2) порівняльний аналіз, абстрагування, ідеалізація, узагальнення, елементи математичного аналізу.

Постановка завдання. 1) На основі аналізу літературних джерел ознайомитися з генезисом, еволюцією і основними характерними особливостями системи Земля – Місяць. 2) Розробити модель (у вигляді диференціальних рівнянь), що описує у першому наближенні еволюцію системи Земля – Місяць. 3) Оцінити втрати кінетичної енергії добового обертання Землі на сучасну епоху. 4) Оцінити потужності дисипації кінетичної енергії обертального руху Землі навколо власної осі.

Результати досліджень. Різні частини Землі по-різному піддаються тяжінню Місяця: сторона, повернена до нього, – більшою мірою, зворотна сторона – меншою. Як наслідок, різні частини Землі притягуються до Місяця з різними силами. Поверхня, звернена до Місяця, припіднімається, а протилежна – відстає, і з цього боку теж утворюється припідняття – через «відставання».

Земна кора зазнає незначної деформації (приблизно на 30 см), на суші приливних сил ми не помічаємо. А ось про зміну рівня моря, про припливи і відливи, чули всі. Вода піддається впливу Місяця, утворюючи приливні горби на двох протилежних сторонах планети. Обертаючись, Земля «підставляє» Місяцю різні боки, і припливний горб переміщується по поверхні.

Сповільнення добового обертання нашої планети спричинене діючим на неї гальмівним моментом. Він виникає за рахунок того, що Земля захоплює за собою припливні горби, оскільки вона обертається швидше, ніж навколо неї обертається Місяць. Тому припливні горби знаходяться не на лінії, що сполучає центри Землі та Місяця, а дещо випереджують її. Різниця моментів сил гравітаційної дії Місяця на припливні горби і створює гальмівний обертальний момент [3].

Згідно законів збереження моменту імпульсу, Ньютона та всесвітнього тяжіння, автори [7] вивели рівняння залежності зміни кутової швидкості обертання Землі навколо власної осі $d\omega_3$ від зміни середньої відстані між центрами Землі та Місяця dr .

$$I_3 d\omega_3 = -\frac{1}{2} m \sqrt{GM} \cdot r^{-\frac{1}{2}} dr, \quad (1)$$

де G – гравітаційна стала, I_3 – момент інерції Землі навколо власної осі обертання, m – маса Місяця, M – маса Землі, r – середня відстань між центрами Землі та Місяця.

Розділивши обидві частини рівняння (1) на мізерний проміжок часу $dt \rightarrow 0$, отримаємо залежність між кутовим прискоренням обертального руху Землі ε_3 від швидкості віддалення Місяця v .

$$I_3 \varepsilon_3 = -\frac{1}{2} m \sqrt{GM} r^{-\frac{1}{2}} v. \quad (2)$$

Оцінимо значення кутового прискорення сповільнення добового обертання Землі на сучасну епоху, вважаючи, що момент інерції Землі відносно власної осі обертання дорівнює $I_3 = 0,33MR_3^2$ [3].

$$\varepsilon_3 = -\frac{m\sqrt{GMv}}{2I_3\sqrt{r}} = -\frac{m\sqrt{GMv}}{0,66MR_3^2\sqrt{r}} = -\frac{m\sqrt{gv}}{0,66MR_3\sqrt{r}}, \quad (3)$$

де враховано, що $GM = gR_3^2$. Враховуючи, що $\frac{m}{M} = \frac{1}{81,3}$, $r = 60,3R_3$, $R_3 = 6,37 \cdot 10^6$ м,

$$\text{отримаємо } \varepsilon_3 = -\frac{1}{0,66 \cdot 6,37 \cdot 10^6} \cdot \frac{1}{81,3} \cdot \sqrt{\frac{9,8}{60,3 \cdot 6,37 \cdot 10^6}} \cdot \frac{3,78 \cdot 10^{-2}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = -5,60 \cdot 10^{-22} \text{ (рад/с}^2\text{)}.$$

Миттєва потужність дисипації кінетичної енергії обертального руху Землі навколо своєї осі P дорівнює швидкості зміни цієї енергії. Оскільки кінетична енергія обертального руху визначається формулою $W_3 = \frac{I_3\omega_3^2}{2}$, а кутове прискорення дорівнює $\varepsilon_3 = \frac{d\omega_3}{dt}$, то

$$P = \frac{dW_3}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2} \cdot I_3\omega_3^2\right)}{dt} = I_3\omega_3 \frac{d\omega_3}{dt} = I_3\omega_3\varepsilon_3 = \frac{0,66\pi MR_3^2\varepsilon_3}{T} = -3,26 \cdot 10^{12} \text{ (Вт)}. \quad (4)$$

Внаслідок дії припливного тертя кінетична енергія обертального руху Землі навколо своєї осі за один рік ($3,15 \cdot 10^7$ с) змінюється на

$$\Delta W_3 = Pt = -3,26 \cdot 10^{12} \cdot 3,15 \cdot 10^7 = -1,03 \cdot 10^{20} \text{ (Дж)}.$$

У цій моделі ми вважали Землю центральним тілом, навколо центра якого обертається Місяць. Насправді ж Земля і Місяць обертаються навколо спільного центра мас. Розрахунки показують, що на сучасну епоху цей центр мас знаходиться від центра Землі на відстані

$$x_c = \frac{mr}{M+m} = \frac{m \cdot 60,3R_3}{81,3m+m} = 0,73R_3. \text{ Отже, відносно системи відліку, пов'язаною із центром мас}$$

системи Земля – Місяць, центр мас Землі здійснює поступальний рух по колу радіусом x_c (вважатимемо, що центр мас Землі знаходиться в її геометричному центрі).

Оцінимо кінетичну енергію цього руху, враховуючи, що періоди обертання Землі та Місяця навколо їх спільного центра мас однаковий – 27,3 доби.

$$W_{n.p.3} = \frac{Mv^2}{2} = \frac{4\pi^2 Mx_c^2}{2T_m^2} = 4,59 \cdot 10^{26} \text{ (Дж)}$$

Кінетична енергія обертального руху Землі навколо власної осі на сучасну епоху становить

$$W_3 = \frac{I_3\omega_3^2}{2} = \frac{0,66\pi^2 MR_3^2}{T^2} = 2,11 \cdot 10^{29} \text{ (Дж)}$$

Отже, на сучасну епоху кінетична енергія руху центра мас Землі навколо центра мас системи Земля-Місяць у 0,002 рази менша за кінетичну енергію обертання Землі навколо власної осі ($W_{n.p.3} \ll W_3$). Тому розраховуючи повну механічну енергію системи Земля – Місяць величиною $W_{n.p.3}$ можна знехтувати.

Тоді повна механічна енергія цієї системи складатиметься з кінетичної енергії обертального руху Землі навколо власної осі $W_3 = \frac{I_3\omega_3^2}{2}$, кінетичної енергії руху Місяця на

навколосемній орбіті $W_{к.м} = \frac{mv^2}{2}$ та потенціальної енергії взаємодії цих небесних тіл

$$W_n = -\frac{GMm}{r} :$$

$$W = \frac{I_3 \omega_3^2}{2} + \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{r}. \quad (5)$$

Якщо вважати місячну орбіту близькою до колової, то згідно другого закону Ньютона та закону всесвітнього тяжіння, квадрат швидкості руху Місяця відносно Землі дорівнює $v^2 = \frac{GM}{r}$. Враховуючи, що $GM = gR_3^2$, вираз (5) набуде вигляду

$$W = \frac{I_3 \omega_3^2}{2} - \frac{mgR_3^2}{2r}. \quad (6)$$

Згідно виразу (6) елементарна зміна механічної енергії системи Земля – Місяць на сучасну епоху дорівнює

$$dW = I_3 \omega_3 d\omega_3 + \frac{mgR_3^2}{2} \cdot \frac{dr}{r^2} = \left(\frac{mgR_3^2}{2r^2} - \frac{\pi m \sqrt{gR_3}}{T\sqrt{r}} \right) dr = \frac{m\sqrt{gR_3}}{\sqrt{r}} \left(\frac{\sqrt{gR_3}}{2r^{3/2}} - \frac{\pi}{T} \right) v dt, \quad (7)$$

де враховано вираз (1), формула $GM = gR_3^2$, та зв'язок між кутовою швидкістю та періодом обертання Землі $T = \frac{2\pi}{\omega_3}$.

Згідно (7) потужність дисипації механічної енергії системи Землі – Місяць на сучасну епоху становить $P_1 = \frac{dW}{dt} = \frac{m\sqrt{gR_3}}{\sqrt{r}} \left(\frac{\sqrt{gR_3}}{2r^{3/2}} - \frac{\pi}{T} \right) v = -3,32 \cdot 10^{12} \text{ (Вт)}$.

Висновок. Здійснені нами оцінки значень потужностей втрат механічної енергії системи Земля – Місяць внаслідок дії припливного тертя P_1 та кінетичної енергії обертального руху Землі навколо своєї осі P (див. вираз (4)) відрізняються усього на 1,8%. Отже, практично уся втрата механічної енергії цієї системи йде на гальмування добового обертання Землі.

Список використаних джерел:

1. Александров Ю. В. Астрофізика: підручник / Ю. В. Александров, В. Г. Шевченко. – Х.: ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2016. – 252 с.
2. Александров Ю. В. Небесна механіка: підручник / Ю. В. Александров. – 2003. – 190 с.
3. Бялко. А. В. Наша планета – Земля / А. В. Бялко. – М.: Наука, 1989. – 236 с.
4. Галатюк Ю. Рибалко А. Аналіз розмірностей фізичних величин як засіб розвитку творчих здібностей учнів. – Рівне: Ж-л „Нова педагогічна думка” № 1-2, 2001. – 123 с., 64–72 с.
5. Дисипація [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://uk.wikipedia.org/wiki/>
6. Механіка небесних тіл: збірник задач / Ю. М. Краснобокий, І. А. Ткаченко. – Умань: ФОП Жовтий О. О., 2014. – 174 с.
7. Рибалко А. Технологія організації навчального дослідження учнів – членів МАН на прикладі завдання з астрономії / Рибалко А., Галатюк Ю. // Фізика та астрономія в школі. – 2006. – № 3. – С. 31–35.
8. Сборник задач по физике / под ред. Козела С. М. – 2-е изд., испр. – М.: Наука, 1990. – 352 с.
9. Семькин Н. П. Методологические вопросы в курсе физики средней школы: пособие для учителей / Семькин Н. П., Любичанковский В. А. – М.: Просвещение, 1979. – 88 с.
10. Чому Місяць віддаляється від Землі? [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.eco-live.com.ua/content/blogs/chomu-misyats-viddalyaetsya-vid-zemli>
11. Эврика – 87 / сост. А. Лельевр. – М.: Мол. гвардия, 1987. – 316 с.