



Національний університет
водного господарства
та природокористування

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства
та природокористування
Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та
обчислювальної техніки
Кафедра прикладної математики

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної,
методичної та виховної роботи

_____ О.А.Лагоднюк
“ _____ ” _____ 2019 р.

04-01-40



Національний університет
водного господарства
та природокористування

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Program of the Educational Discipline

Теорія ймовірностей і математична статистика
Probability theory and mathematical statistics

спеціальність	122 “Комп’ютерні науки” 121 ”Інженерія програмного забезпечення ”
specialty	122 “Computer science” 121 “Software Engineering”

Рівне – 2019



Робоча програма “Теорія ймовірностей і математична статистика” для студентів, які навчаються за спеціальностями 122 “Комп’ютерні науки” та 121 “Інженерія програмного забезпечення”. – Рівне: НУВГП, 2018. – 13 с.

Розробник: Прищепа Оксана Володимирівна, к.ф.-м.н., доцент кафедри прикладної математики.

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики

Протокол від «03» грудня 2018 року № 6

Завідувач кафедри

П.М. Мартинюк

Схвалено науково-методичною комісією за спеціальністю 122 “Комп’ютерні науки”

Протокол від «04» грудня 2018 року № 1

Голова науково-методичної комісії

П.М. Мартинюк

Схвалено науково-методичною комісією за спеціальністю 121 “Інженерія програмного забезпечення”

Протокол від «04» грудня 2018 року № 2

Голова науково-методичної комісії

П.М. Мартинюк



ВСТУП

Програма нормативної навчальної дисципліни “Теорія ймовірностей і математична статистика” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалаврів спеціальностей “Комп’ютерні науки” та “Інженерія програмного забезпечення”.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є теоретичні засади імовірнісно-статистичного апарату, закони, що діють у сфері масових випадкових подій та явищ.

Міждисциплінарні зв’язки: дисципліна є складовою частиною блоку природничо-математичної підготовки та відноситься до навчальних дисциплін циклу загальної підготовки студентів за спеціальностями “Комп’ютерні науки” та “Інженерія програмного забезпечення”. Вивчення курсу передбачає наявність систематичних та ґрунтовних знань із курсів: “Математичний аналіз”, “Дискретна математика” та є базою для вивчення таких дисциплін як “Випадкові процеси та їх моделювання”, “Теорія систем, системний аналіз та теорія прийняття рішень”.

Вимоги до знань та умінь визначаються галузевими стандартами вищої освіти України.

Анотація

Теорія ймовірностей і математична статистика є важливим розділом математики, що вивчає закономірності випадкових явищ, методи обробки та використання статистичних даних для наукових і практичних висновків. Теорія ймовірностей і математична статистика має прикладний характер, що дає можливість застосовувати її до розв’язання задач у різноманітних сферах людської діяльності.

Ключові слова: ймовірність, випадкова подія, випадкова величина, функція розподілу, щільність розподілу, математичне сподівання, дисперсія, коваріація, коефіцієнт кореляції, закон великих чисел, вибірка, надійний інтервал, гіпотеза

Abstract

Probability theory and mathematical statistics are an important section of mathematics that studies the laws of random phenomena, methods of processing and use of statistical data for scientific and practical conclusions. Probability theory and mathematical statistics has an applied character, which makes it possible to apply it for solving the problems in different areas of human activity.

Keywords: probability, random event, random variable, distribution function, density function, expected value, variance, covariance, correlation coefficient, laws of large numbers, sample, confidence interval, hypothesis.



1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Кількість кредитів – 5	Галузь знань 12 Інформаційні технології	Нормативна	
Модулів – 2			
Змістових модулів – 5	Спеціальність 122 “Комп’ютерні науки” 121 ”Інженерія програмного забезпечення”	Рік підготовки:	
Індивідуальне науково-дослідне завдання: –		2-й	3-й
Загальна кількість годин – 150		Семестри	
		4-й	6-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3 самостійної роботи студента – 5	Рівень вищої світи: перший (бакалаврський)	Лекції	
		28 год.	2 год.
		Практичні	
		28 год	14 год.
		Самостійна робота	
		94 год.	134 год.
Вид контролю:			
екзамен			

Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної:

для денної форми навчання – **40%** до **60 %**.

для заочної форми навчання – **10%** до **90 %**.



2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: засвоєння студентами основних понять та методів теорії ймовірності і математичної статистики, опанування науковими основами статистичних досліджень до побудови математичних моделей в різних галузях науки, техніки та економіки.

Завдання: Сформувати в студентів знання основних понять, методів теорії ймовірностей та математичної статистики. Підготувати студентів до використання отриманих знань і навиків у вивченні спеціальних предметів.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: ймовірнісні-статистичні методи та їх теоретичні основи.

вміти: застосовувати ймовірнісні-статистичні методи для оцінки стохастичних процесів.

3. Програма навчальної дисципліни

Вступ. Предмет теорії ймовірності і математичної статистики та його роль в математичній та програмістській підготовках студентів. Роль предмету в формуванні наукового світогляду.

МОДУЛЬ 1

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1

Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.

Предмет та основні поняття теорії ймовірностей. Стохастичний експеримент, простір елементарних подій. Випадкова подія, операції над випадковими подіями. Частота події (статистична ймовірність події). Класичне означення ймовірності, геометричне означення ймовірності. Зліченна ймовірнісна схема.

Тема 2. Аксиоматика теорії ймовірностей.

Поняття ймовірнісного простору. Аксиоматичне означення ймовірності. Властивості ймовірності. Теореми додавання. Умовні ймовірності. Незалежність подій. Теореми добутку. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

Тема 3. Послідовності незалежних випробувань Бернуллі. Схема Бернуллі.

Схема Бернуллі. Біноміальна формула. Найімовірніша кількість успіхів. Теорема Пуассона. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа та їх застосування.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2

Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх характеристики.

Поняття випадкової величини. Закон розподілу випадкової величини. Функції випадкових величин. Випадкові величини та їх числові характеристики. Розподіли: біноміальний, Пуассона, геометричний, гіпергеометричний.



Тема 5. Неперервні випадкові величини.

Поняття неперервної випадкової величини. Функція розподілу випадкової величини. Властивості функції розподілу. Щільність розподілу випадкової величини та її властивості. Числові характеристики неперервної випадкової величини. Розподіли: рівномірний, нормальний, показниковий, Ерланга. Функції випадкових величин, побудова їх розподілів. Нормальний закон розподілу випадкових величин. Правило трьох сигм.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3

Тема 6. Багатовимірні випадкові величини.

Поняття багатовимірної випадкової величини. Функція розподілу та щільність розподілу. Числові характеристики багатовимірної випадкової величини. Розподіл двовимірних дискретних випадкових величин. Функції двовимірних дискретних випадкових величин. Розподіл двовимірних неперервних випадкових величин. Функції двовимірних неперервних випадкових величин. Числові характеристики двовимірних випадкових величин та їх функцій. Коваріація та коефіцієнт кореляції, їх властивості. Двовимірні нормально розподілені випадкові величини та їх характеристики.

Тема 7. Граничні теореми теорії ймовірностей.

Нерівність Чебишова. Закон великих чисел. Підсилений закон великих чисел. Центральна гранична теорема.

МОДУЛЬ 2

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 4

Тема 8. Предмет і задачі математичної статистики, основні поняття і означення.

Предмет математичної статистики. Основні задачі та поняття математичної статистики. Статистичний розподіл вибірки. Графічне зображення статистичних рядів. Емпірична функція розподілу, основні теореми про емпіричну та теоретичну функції розподілу. Вибіркові характеристики та їх властивості.

Тема 9. Статистичні точкові оцінки невідомих параметрів розподілів.

Поняття оцінки та її основні властивості. Оцінки для математичного сподівання та дисперсії генеральної сукупності. Методи побудови статистичних точкових оцінок: метод моментів, метод максимальної вірогідності.

Тема 10. Інтервальне оцінювання параметрів розподілу.

Основні розподіли математичної статистики. Поняття інтервального оцінювання. Інтервальне оцінювання для нормального розподілу. Асимптотично найкоротші надійні інтервали.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 5

Тема 11. Перевірка статистичних гіпотез.

Поняття статистичної гіпотези. Нульова і альтернативна гіпотези. Критична область. Область прийняття гіпотези. Статистичний критерій. Помилки 1-го і 2-

го роду. Потужність критерію. Схема перевірки гіпотез. Перевірка гіпотези про ймовірність. Перевірка гіпотез про математичне сподівання та дисперсію нормальної сукупності.

Тема 12. Критерії перевірки гіпотез про розподіл випадкових величин.

Поняття непараметричних критеріїв згоди. Критерій Колмогорова. Критерій χ^2 -Пірсона перевірки гіпотези про гіпотетичний розподіл. Непараметричні критерії порівняння двох сукупностей.

Тема 13. Основи регресійного та кореляційного аналізу.

Основні задачі регресійного аналізу. Вибіркові характеристики зв'язку. Одновимірна лінійна регресія. Перевірка на адекватність моделі лінійної регресії.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	денна форма					Заочна форма						
	усього	у тому числі					усього	у тому числі				
л		п	лаб	інд	с.р.	л		п	лаб	інд	с.р.	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Модуль 1												
Змістовий модуль 1.												
Тема 1. Вступ. Основні поняття теорії ймовірностей.	8	2	2			4	12	2				10
Тема 2. Аксиоматика теорії ймовірностей.	14	2	4			8	12		2			10
Тема 3. Послідовності незалежних випробувань Бернуллі. Схема Бернуллі.	12	2	2			8	10					10
Разом за змістовим модулем 1	34	6	8			20	34	2	2			30
Змістовий модуль 2.												
Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх характеристики.	12	2	2			8	14		2			12
Тема 5. Неперервні випадкові величини.	16	4	4			8	14		2			12
Разом за змістовим модулем 2	28	6	6			16	28		4			24



Змістовий модуль 3.											
Тема 6. Багатовимірні випадкові величини.	12	2	2			8	14		2		12
Тема 7. Граничні теореми теорії ймовірностей.	12	2	2			8	10				10
Разом за змістовим модулем 3	24	4	4			16	24		2		22
Модуль 2											
Змістовий модуль 4.											
Тема 8. Предмет і задачі математичної статистики, основні поняття і означення.	4	2				2	8				8
Тема 9. Статистичні точкові оцінки невідомих параметрів розподілів.	14	2	2			10	12		2		10
Тема 10. Інтервальне оцінювання параметрів розподілу.	14	2	2			10	10				10
Разом за змістовим модулем 4	32	6	4			22	30		2		28
Змістовий модуль 5.											
Тема 11. Перевірка статистичних гіпотез.	4	2	2				10				10
Тема 12. Критерії перевірки гіпотез про розподіл випадкових величин.	14	2	2			10	12		2		10
Тема 13. Основи регресійного та кореляційного аналізу.	14	2	2			10	12		2		10
Разом за змістовим модулем 5	32	6	6			20	34		4		30
Усього годин	150	28	28			94	150	2	14		134



5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва практичних занять	Кількість годин	
		денна форма	заочна форма
1.	Стохастичний експеримент та простір елементарних подій. Класичне означення ймовірності.	2	
2.	Геометричне означення ймовірності. Зліченна ймовірнісна схема.	2	
3.	Умовні ймовірності. Незалежні події. Формула повної ймовірності та формула Байєса.	2	2
4.	Схема незалежних випробувань Бернуллі. Найімовірніше число успіхів. Практичне використання граничних теорем.	2	
5.	Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики.	2	2
6.	Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики.	2	2
7.	Нормально розподілені випадкові величини.	2	
8.	Багатовимірні випадкові величини та їх характеристики. Коефіцієнт кореляції.	2	2
9.	Закон великих чисел. Нерівність Чебишова.	2	
10.	Обробка статистичних даних. Визначення вибірових характеристик.	2	2
11.	Інтервальне оцінювання невідомих параметрів розподілів.	2	
12.	Перевірка гіпотез про математичне сподівання та дисперсію нормальної сукупності.	2	
13.	Перевірка гіпотез про розподіл випадкових величин.	2	2
14.	Одновимірна лінійна регресія.	2	2
Всього		28	14

6. Самостійна робота

Денна форма

Підготовка до аудиторних занять (0,5 год. на 1 год. аудиторних занять) – 28 год.

Підготовка до контрольних заходів (6 год. на 1 кредит) – 30 год.

Опрацювання окремих тем програми або їх частин, які не викладаються на лекціях – 36 год.

Заочна форма

Підготовка до аудиторних занять (0,5 год. на 1 год. аудиторних занять) – 8 год.

Підготовка до контрольних заходів (6 год. на 1 кредит) – 30 год.

Опрацювання тем програми або їх частин, які не викладаються на лекціях – 96 год.



6.1. Завдання для самостійної роботи

№з/п	Назва теми	К-ть год. сам. роботи (денна форма)
1	Застосування локальної та інтегральної теорем Муавра-Лапласа.	10
2	Характеристичні функції випадкових величин та їх властивості	16
3	Непараметричні критерії порівняння двох сукупностей.	10
Загальна кількість годин		36

№з/п	Назва теми	К-ть год. сам. роботи (заочна форма)
1	Основні поняття теорії ймовірностей.	6
2	Аксіоматика теорії ймовірностей.	8
3	Послідовності незалежних випробувань Бернуллі. Схема Бернуллі	6
4	Дискретні випадкові величини та їх характеристики.	8
5	Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики.	8
6	Багатовимірні випадкові величини та їх характеристики. Коефіцієнт кореляції.	8
7	Граничні теореми теорії ймовірностей.	8
8	Предмет і задачі математичної статистики, основні поняття і означення. Основні розподіли математичної статистики.	8
9	Статистичні точкові оцінки невідомих параметрів розподілів.	6
10	Інтервальне оцінювання параметрів розподілу.	8
11	Перевірка гіпотез про математичне сподівання та дисперсію нормальної сукупності.	6
12	Критерії перевірки гіпотез про розподіл випадкових величин. Непараметричні критерії порівняння двох сукупностей.	8
13	Основи регресійного та кореляційного аналізу. Перевірка на адекватність моделі лінійної регресії.	8
Загальна кількість годин		96

Звіт про самостійну роботу не надається. Вивчення відповідного матеріалу перевіряється під час поточного та підсумкового контролів знань.



7. Методи навчання

Лекції проводяться з використанням технічних засобів навчання і супроводжуються демонстрацією презентацій лекційного матеріалу та прикладів за допомогою відео проектора.

Практичні заняття проводяться в аудиторії з виконанням завдань біля дошки та завдань для самостійної роботи. Проведення контрольних тестувань.

8. Методи контролю

Оцінювання навчальних досягнень студентів за усіма видами навчальних робіт проводиться за *поточним* та *підсумковим* контролюми. Поточний контроль знань студентів з навчальної дисципліни проводиться у письмовій формі та за допомогою тестів. Контрольні завдання включають тестові питання трьох рівнів складності.

Контроль самостійної роботи проводиться:

з лекційного матеріалу – шляхом перевірки конспектів;

з практичних занять – з допомогою перевірки виконаних завдань та шляхом проведення тестувань.

Усі контрольні заходи включено до 100-бальної шкали оцінювання.

Підсумковий семестровий контроль знань відбувається на екзамені у формі тестування.

Основними критеріями, що характеризують рівень компетентності студента при оцінюванні результатів поточного та підсумкового контролів з навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей і математична статистика», є:

- виконання всіх видів навчальної роботи, що передбачені робочою програмою навчальної дисципліни;
- глибина і характер знань навчального матеріалу за змістом навчальної дисципліни.

9. Розподіл балів, які отримують студенти

Модуль 1. Поточне тестування та самостійна робота						
Змістовий модуль 1			Змістовий модуль 2		Змістовий модуль 3	
13			10		10	
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7
4	5	4	5	5	5	5



Модуль 2. Поточне тестування та самостійна робота						Підсумковий тест (екзамен)	Загальна кількість балів
Змістовий модуль 4			Змістовий модуль 5				
13			14			40	100
T8	T9	T10	T11	T12	T13		
4	4	5	4	5	5		

T1, T2...T13– теми змістових модулів.

Шкала оцінювання:

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для екзамену
90–100	відмінно
82–89	добре
74–81	
64–73	задовільно
60–63	
35–59	незадовільно з можливістю повторного складання
0–34	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Методичне забезпечення

Методичне забезпечення навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей і математична статистика" включає:

1. Опорний конспект лекцій (у електронному і паперовому носіїві) по всіх темах курсу, у тому числі і для самостійного вивчення.
2. Пакети тестових завдань по кожній темі і в цілому по всьому курсу дисципліни (навчальна платформа Moodle).
3. Брушковський О. Л., Дубчак І. В., Цецик С. П. Методичні вказівки і завдання (04-02-03) до самостійної роботи та підготовки до практичних занять з дисципліни „Теорія ймовірностей” для студентів напрямів підготовки: 6.030504

„Економіка підприємства”, 6. 030509 „Облік і аудит”, 6.030508 „Фінанси і кредит”, 6.030507 „Маркетинг”, 6.030503 „Міжнародна економіка”, 6.030502 „Економічна кібернетика” денної форми навчання. Рівне: НУВГП, 2013. 41 с. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/3696/>

4. Ярмуш Я. І., Самолук, І. В. Методичні вказівки і завдання (04-02-07) до самостійної роботи із дисципліни “Теорія ймовірностей і математична статистика” з розділу ”ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ” для студентів напряму підготовки 6.030505 “Управління персоналом та економіка праці” денної форми навчання. Рівне: НУВГП, 2015. 44 с. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/5611/>

11. Рекомендована література

Базова

1. Авраменко В. І., Карімов І. К. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч. Посібник. 2-ге вид., перероб. і доп. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2013. 245 с. URL: <http://www.dstu.dp.ua/Portal/Data/3/21/7-18-b4.pdf>
2. Андронов А. М., Копытов Е. А., Гринглаз Л. Я, Теория вероятностей и математическая статистика. С.П.Б.: Питер, 2004. 460с.
3. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Задачи и упражнения по теории вероятностей: Учеб. Пособие для студ. вузов, 5-е изд., испр. М.: Издательский центр «Академия», 2003. 448 с.
4. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высш. шк., 2002. 405 с.
5. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2003. 479с.
6. Дороговцев А. Я., Сильвестров Д. С., Скороход А. В., Ядренко М. И. Теория вероятностей. Сборник задач. Киев: Вища школа, 1980. 432 с.
7. Карташов М. В. Імовірність, процеси, статистика. К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. 494 с. URL: http://probability.univ.kiev.ua/userfiles/kmv/VPS_Pv.pdf
8. Шефтель З. Г. Теорія ймовірностей. К.: Вища школа, 1994. 193с.

Допоміжна

1. Лебедев Є. О., Шарапов М. М. Курс лекцій з теорії ймовірностей. К.: Норіта-плюс, 2007. 168.
2. Севаст'янов Б. А., Чистяков В. П., Зубков А. М., Сборник задач по теории вероятностей. М.: Наука, 1980. 224 с.
3. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и математическая статистика. М.: Мир, 3-е изд., т.1, т.2.. 1984.

12. Інформаційні ресурси

1. Рівненська обласна універсальна наукова бібліотека. URL: <http://www.lib.rv.ua/>
2. Національна бібліотека ім. В.І. Вернадського. URL: <http://www.nbuv.gov.ua/>
3. Наукова бібліотека НУВГП. URL: <http://lib.nuwm.edu.ua/>