



Національний університет  
водного господарства  
та природокористування

Міністерство освіти і науки України

Національний університет водного господарства та природокористування  
Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та обчислювальної техніки  
Кафедра прикладної математики

**"ЗАТВЕРДЖУЮ"**

Проректор з науково-педагогічної,  
методичної та виховної роботи

\_\_\_\_\_ О.А. Лагоднюк  
"\_\_\_" \_\_\_\_\_ 2019 р.

**04-01-15**



Національний університет  
водного господарства  
та природокористування

***РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ***  
**Program of the Discipline**

**Математичне і комп'ютерне моделювання природних і техногенних систем**  
**Mathematical and computer modeling of natural and man-made systems**

спеціальність	113 "Прикладна математика"
specialty	113 "Applied mathematics"

Рівне – 2019

Робоча програма «Математичне і комп'ютерне моделювання природних і техногенних систем» для студентів, які навчаються за спеціальністю 113 «Прикладна математика». Рівне: НУВГП, 2019. 13 с.

**Розробник:**

Остапчук Оксана Петрівна, к.т.н., доцент кафедри прикладної математики

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики

Протокол від «20» грудня 2018 року № 8

Завідувач кафедри

Національний університет  
водного господарства  
та природокористування  
П.М. Мартинюк

Схвалено науково-методичною комісією за спеціальністю 113 «Прикладна математика»

Протокол від «28» січня 2019 року № 1

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ П.М. Мартинюк



## ВСТУП

Програма нормативної навчальної дисципліни «Математичне і комп'ютерне моделювання природних і техногенних систем» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки магістра спеціальності «Прикладна математика».

Міждисциплінарні зв'язки: дисципліна відноситься до навчальних дисциплін циклу загальної підготовки студентів за спеціальністю «Прикладна математика». Вивчення курсу передбачає наявність систематичних та ґрунтовних знань із курсів – «Програмування», «Функціональний аналіз», «Рівняння математичної фізики», «Чисельні методи математичної фізики», «Математичне моделювання».

Вимоги до знань та умінь визначаються галузевими стандартами вищої освіти України.

### Анотація

Суть навчальної дисципліни – побудова математичних моделей природних і техногенних процесів, які описуються крайовими задачами для диференціальних рівнянь та методи їх розв'язання.

Отримання навиків застосування цих методів на практиці – є ключовим завданням дисципліни «Математичне і комп'ютерне моделювання природних і техногенних систем». Під час вивчення даної дисципліни студенти здобудуть знання, які допоможуть застосовувати сучасні розробки в напрямку моделювання процесів та систем, що застосовуються в різних сферах діяльності.

**Ключові слова:** математична модель, крайова задача, різницева схема, комп'ютерне моделювання, природні системи і техногенні системи.

### Abstract

The essence of the discipline is the construction of mathematical models of natural and man-made processes, which are described by boundary-value problems for differential equations and methods of their solution.

Obtaining skills in applying these methods in practice is a key task of the discipline "«Mathematical and computer modeling of natural and man-made systems». During the study of this discipline, students will gain knowledge that will help apply modern developments in the direction of modeling processes and systems used in various fields of activity.

**Keywords:** mathematical model, boundary value problem, difference scheme, computer simulation, natural systems and man-made systems..



## 1. Опис предмета навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів – <b>5</b>	Галузь знань 11 Математика та статистика	Нормативна
Модулів – <b>2</b>	Спеціальність 113 Прикладна математика	<b>Рік підготовки:</b>
Змістових модулів – <b>2</b>		1-й
Індивідуальне науково-дослідне завдання: –		<b>Семестри</b>
Загальна кількість годин – <b>150</b>		1-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – <b>3,7</b> Самостійної роботи студента – <b>7</b>		<b>Лекції</b>
		26 год.
	<b>Практичні, семінарські</b>	
	-	
	<b>Лабораторні</b>	
	26 год.	
Рівень вищої освіти: <b>магістр</b>	<b>Самостійна робота</b>	
	98 год.	
	<b>Індивідуальні завдання:</b>	
	-	
	<b>Вид контролю:</b> <b>іспит</b>	

Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної та індивідуальної роботи становить (%):

для денної форми навчання – **35%** до **65 %**.



## 2. Мета навчальної дисципліни

**Мета** – ознайомлення студентів з різними класами математичних моделей, принципами та методами моделювання природних та техногенних систем; формування у студентів теоретичних і практичних навиків розв’язування задач інженерного характеру з використанням сучасних засобів обчислювальної техніки.

**Завдання:** розглянути поняття моделі та математичного моделювання; визначити головні аспекти побудови математичних моделей природних та техногенних систем; вивчити методику і прийоми розробки обчислювальних алгоритмів розв’язування задач інженерного характеру; ефективно використовувати можливості комп’ютерної техніки та сучасного програмного забезпечення для розв’язування задач інженерного характеру; підготувати студентів до можливості використання отриманих знань при написанні магістерських робіт.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:** постановки та математичні моделі основних типів задач, що описують природні та техногенні системи; основи методу скінченних різниць чисельного розв’язування крайових задач; методи розв’язування задач інженерного характеру на ПЕОМ.

**вміти:** будувати різницеві схеми для крайових задач, що описують природні та техногенні процеси; розробляти обчислювальні алгоритми розв’язку задач інженерного характеру; застосовувати відомі чисельні методи; володіти навиками застосування сучасних пакетів прикладних програм та систем програмування для розв’язування задач інженерного характеру; адекватно інтерпретувати результати чисельних розв’язків крайових задач.

## 3. Програма навчальної дисципліни

### МОДУЛЬ 1

#### ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1

#### Математичне та комп’ютерне моделювання процесів масопереносу у ґрунтових масивах при фільтрації підземних вод

**Тема 1. Математичне і комп’ютерне моделювання ідентифікації місцеположення джерела забруднення в одновимірних задачах масопереносу**  
Вступ. Основні позначення теми. Математичне і комп’ютерне моделювання задачі ідентифікації місцеположення джерела забруднення в стаціонарному одновимірному випадку на прямій. Математичне і комп’ютерне моделювання задачі ідентифікації місцеположення джерела забруднення в стаціонарному одновимірному випадку на відріжку. Знаходження концентрації забруднення  $c(x, x_0)$  методом скінченних синус-перетворень Фур’є. Знаходження концентрації забруднення  $c(x, x_0)$  методом функції Гріна.



**Тема 2. Математичне та комп'ютерне моделювання одновимірної задачі масопереносу розчинених речовин у фільтраційному потоці підземних вод**  
Постановка задачі. Математична модель задачі. Обчислювальний алгоритм розв'язку задачі. Тестові приклади.

**Тема 3. Математичне та комп'ютерне моделювання процесу тепломасопереносу солей у ґрунтових масивах при фільтрації підземних вод в одновимірному випадку**  
Постановка задачі. Математична модель задачі. Обчислювальний алгоритм розв'язку задачі.

**Тема 4. Математичне та комп'ютерне моделювання процесу масопереносу у ґрунтових масивах при фільтрації підземних вод у двовимірному випадку**  
Постановка задачі. Математична модель задачі. Обчислювальний алгоритм розв'язку задачі.

**Тема 5. Математичне та комп'ютерне моделювання процесу тепломасопереносу у ґрунтових масивах при фільтрації підземних вод у двовимірному випадку**  
Постановка задачі. Математична модель задачі. Обчислювальний алгоритм розв'язку задачі.

**Тема 6. Математичне та комп'ютерне моделювання процесу масопереносу сольових розчинів при фільтрації із свердловини**  
Постановка задачі. Математична модель задачі в фізичній площині  $(x, y)$ . Математична модель в змінних  $\varphi, \psi$  області комплексного потенціалу. Обчислювальний алгоритм розв'язку задачі.

**Тема 7. Математичне моделювання масопереносу з урахуванням осмотичних явищ на вологоперенесення в ґрунтовому середовищі**  
Постановка задачі. Математична модель задачі. Чисельний розв'язок задачі вологоперенесення. Алгоритм розв'язування задачі масоперенесення солей.

## МОДУЛЬ 2

### ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2

#### Математичне та комп'ютерне моделювання процесів фільтраційної консолідації та НДС в шарі ґрунту

**Тема 8. Математичне і комп'ютерне моделювання процесу фільтраційної консолідації в ґрунтових масивах**  
Поняття консолідації. Постанова задачі. Математична модель задачі. Обчислювальний алгоритм розв'язку задачі. Чисельне розв'язання одновимірної задачі фільтраційної консолідації з врахуванням тепломасопереносу сольових розчинів.



### **Тема 9. Математичне та комп'ютерне моделювання НДС в шарі ґрунту в одновимірному випадку**

Поняття НДС. Постановка задачі. Математична модель задачі в шарі сухого ґрунту. Обчислювальний алгоритм розв'язку задачі. Математична модель НДС в шарі змоченого ґрунту. Математична модель НДС в одновимірному випадку при фільтрації підземних вод.

### **Тема 10. Математичне моделювання НДС в шарі ґрунту при наявності вільної поверхні (рівня ґрунтових вод)**

Постановка задачі. Математична модель задачі. Розв'язок задачі НДС масиву ґрунту при відсутності переміщень нижньої та верхньої поверхонь.

### **Тема 11. Математичне моделювання НДС ґрунтового масиву при наявності переміщення верхньої поверхні ґрунту**

Постановка задачі. Математична модель задачі. Розв'язок задачі НДС масиву ґрунту. Розрахунок осадки верхньої межі ґрунту.

### **Тема 12. Математичне моделювання НДС ґрунтового масиву при наявності масопереносу сольових розчинів при фільтрації з вільної поверхні**

Постановка задачі. Математична модель задачі. Розв'язок задачі оцінки НДС шару ґрунту з врахуванням рівня ґрунтових вод при наявності масопереносу сольових розчинів і фільтрації підземних вод при фіксації нижньої та верхньої меж

## **4. Структура навчальної дисципліни**

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Усього	денна форма				
		у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
<b>Модуль 1</b>						
<b>Змістовий модуль 1</b>						
<b>Математичне та комп'ютерне моделювання процесів масопереносу у ґрунтових масивах при фільтрації підземних вод</b>						
Тема 1. Математичне і комп'ютерне моделювання ідентифікації місцеположення джерела забруднення в одновимірних задачах масопереносу	14	4		2		8
Тема 2. Математичне та комп'ютерне моделювання одновимірної задачі масопереносу розчинених речовин у фільтраційному потоці підземних вод	12	2		2		8



Тема 3. Математичне та комп'ютерне моделювання процесу тепломасопереносу солей у ґрунтових масивах при фільтрації підземних вод в одновимірному випадку	12	2		2		8
Тема 4. Математичне та комп'ютерне моделювання процесу масопереносу у ґрунтових масивах при фільтрації підземних вод у двовимірному випадку	12	2		2		8
Тема 5. Математичне та комп'ютерне моделювання процесу тепломасопереносу у ґрунтових масивах при фільтрації підземних вод у двовимірному випадку	15	2		4		9
Тема 6. Математичне та комп'ютерне моделювання процесу масопереносу сольових розчинів при фільтрації із свердловини	13	2		2		9
Тема 7. Математичне моделювання масопереносу з урахуванням осмотичних явищ на вологоперенесення в ґрунтовому середовищі	12	2		2		8
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>90</b>	<b>16</b>		<b>16</b>		<b>58</b>
<b>Модуль 2</b>						
<b>Змістовий модуль 2</b>						
<b>Математичне та комп'ютерне моделювання процесів фільтраційної консолідації та НДС в шарі ґрунту</b>						
Тема 8. Математичне і комп'ютерне моделювання процесу фільтраційної консолідації в ґрунтових масивах	12	2		2		8
Тема 9. Математичне та комп'ютерне моделювання НДС в шарі ґрунту в одновимірному випадку	12	2		2		8
Тема 10. Математичне моделювання НДС в шарі ґрунту при наявності вільної поверхні (рівня ґрунтових вод)	12	2		2		8
Тема 11. Математичне моделювання НДС ґрунтового масиву при наявності переміщення верхньої поверхні ґрунту	12	2		2		8
Тема 12. Математичне моделювання НДС ґрунтового масиву при наявності масопереносу сольових розчинів при фільтрації з вільної поверхні	12	2		2		8
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>60</b>	<b>10</b>		<b>10</b>		<b>40</b>
<b>Усього годин</b>	<b>150</b>	<b>26</b>		<b>26</b>		<b>98</b>





## 5. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Математичне і комп'ютерне моделювання ідентифікації місцеположення джерела забруднення в одновимірній задачі масопереносу	4
2.	Математичне та комп'ютерне моделювання одновимірної задачі масопереносу розчинених речовин у фільтраційному потоці підземних вод.	2
3.	Математичне та комп'ютерне моделювання одновимірної задачі масопереносу розчинених речовин у фільтраційному потоці підземних вод в неізотермічних умовах.	2
4.	Математичне та комп'ютерне моделювання процесу масопереносу у ґрунтових масивах при фільтрації підземних вод у двовимірному випадку.	4
5.	Математичне та комп'ютерне моделювання процесу тепло-масопереносу у ґрунтових масивах при фільтрації підземних вод у двовимірному випадку.	4
6.	Математичне та комп'ютерне моделювання процесу масопереносу сольових розчинів при фільтрації із свердловини	2
7.	Математичне моделювання процесу масоперенесення з урахуванням осмосу на вологоперенесення в ґрунтовому масиві	2
8.	Математичне і комп'ютерне моделювання процесу фільтраційної консолідації в ґрунтових масивах в одновимірному випадку.	2
9.	Математичне та комп'ютерне моделювання НДС в шарі ґрунту в одновимірному випадку	2
10.	Математичне моделювання НДС в шарі ґрунту при наявності вільної поверхні (рівня ґрунтових вод)	2
	<b>Разом</b>	<b>26</b>

## 6. Завдання до самостійної роботи

Розподіл годин самостійної роботи для студентів включає наступні пункти:

1. Підготовка до аудиторних занять (0,5 год. на 1 год. аудиторних занять) – 26 год.
2. Підготовка до контрольних заходів (6 год. на 1 кредит) – 30 год.
3. Опрацювання окремих тем програми або їх частин, які не викладаються на лекціях – 42 год.



## Розподіл навчального часу на вивчення дисципліни „Математичне і комп'ютерне моделювання природних і техногенних систем”

### 6.1. Розподіл самостійної роботи студента

Число кредитів ЕСТС	Загальний обсяг дисципліни	Розподіл часу		Частка самостійної роботи, в %
		Аудиторні заняття	Самостійна робота	
5	150	52	98	65%

Опрацювання лекційного матеріалу	$0,5 \cdot 26 =$	13 годин
Підготовка до лабораторних робіт	$0,5 \cdot 26 =$	13 годин
Підготовка до екзамену	$6 \cdot 5 =$	30 годин
Всього		56 годин
Резерв		42 годин

### 6.2. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Знаходження концентрації забруднення $c(x, x_0)$ методом скінченних синус-перетворень Фур'є	6
2.	Знаходження концентрації забруднення $c(x, x_0)$ методом функції Гріна	6
3.	Чисельне розв'язання одновимірної задачі тепло-масопереносу у випадку фільтрації сольового розчину у ґрунтовому середовищі.	6
4.	Математичне то комп'ютерне моделювання процесу масопереносу сольових розчинів при фільтрації із свердловини.	6
5.	Чисельне розв'язання одновимірної задачі фільтраційної консолідації з врахуванням тепломасопереносу сольових розчинів.	6
6.	Математичне моделювання НДС ґрунтового масиву при наявності переміщення верхньої поверхні ґрунту	6
7.	Математичне моделювання НДС ґрунтового масиву при наявності масопереносу сольових розчинів при фільтрації з вільної поверхні	6
	Разом	42

Звіт про самостійну роботу не надається. Вивчення відповідного матеріалу перевіряється під час поточного та підсумкового контролів знань.



## 7. Методи навчання

1. Лекції проводяться з використанням технічних засобів навчання і супроводжуються демонстрацією презентацій за допомогою відеопроєктора.
2. Лабораторні роботи проводяться в комп'ютерному класі з використанням роздаткового матеріалу та методичних вказівок.
3. Проведення контрольних тестувань.

## 8. Методи контролю

Оцінювання навчальних досягнень студентів за усіма видами навчальних робіт проводиться за *поточним* та *підсумковим* контролюми. Поточний контроль знань студентів з навчальної дисципліни проводиться у письмовій формі та за допомогою тестів. Контрольні завдання включають тестові питання трьох рівнів складності.

Контроль самостійної роботи проводиться:

- з лекційного матеріалу – шляхом перевірки конспектів;
- з лабораторних робіт – за допомогою перевірки виконаних завдань та теоретичної підготовки до занять.

Усі контрольні заходи включено до 100-бальної шкали оцінювання.

Підсумковий семестровий контроль знань відбувається на екзамені у формі тестування. Основними критеріями, що характеризують рівень компетентності студента при оцінюванні результатів поточного та підсумкового контролю з навчальної дисципліни „Математичне і комп'ютерне моделювання природних і техногенних систем” є:

- виконання всіх видів навчальної роботи, що передбачені робочою програмою навчальної дисципліни;
- глибина і характер знань навчального матеріалу за змістом навчальної дисципліни.
- характер відповідей на поставлені питання (чіткість, лаконічність, логічність, послідовність тощо);
- обґрунтування вибору методу для розв'язання задач;
- рівень вміння аналізувати одержані результати.

## 9. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне тестування та самостійна робота											Підсумковий тест (екзамен)	Сума	
Змістовий модуль 1							Змістовий модуль 2					40	100
32							28						
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12		
							5	5	6	6	6		

T1, T2,...,T11 – теми змістових модулів



## Шкала оцінювання: національна

У випадку підсумкового контролю у формі заліку сума набраних балів та оцінка за 4-бальною шкалою оприлюднюються до початку екзаменаційної сесії у електронному журналі академічної групи. У екзаменаційній відомості результати навчання проставляються за двома шкалами – 100-бальною та національною. Позитивні оцінки виставляються тільки тим студентам, які виконали всі види навчальної роботи, передбачені робочою програмою навчальної дисципліни, і набрали за результатами поточного та підсумкового контролів не менше 60 балів.

Конвертація 100-бальної шкали у 4-бальну здійснюється за наступною таблицею.

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для екзамену
90 – 100	відмінно
82-89	добре
74-81	
64-73	задовільно
60-63	
35-59	незадовільно з можливістю повторного складання
0-34	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

### 10. Методичне забезпечення

Методичне забезпечення навчальної дисципліни „Математичне і комп'ютерне моделювання природних і техногенних систем” включає:

1. Опорний конспект лекцій (електронний і паперовий варіанти) за всіма темами курсу.

2. Пакети тестових завдань для всього курсу дисципліни (навчальна платформа Moodle).

3. Остапчук О.П. Методичні вказівки для виконання лабораторних робіт з дисципліни „Математичне і комп'ютерне моделювання природних і техногенних систем” студентами спеціальності 113 "Прикладна математика" другого (магістерського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання (електронний варіант).

### 11. Рекомендована література

#### Базова

1. Калиткин Н. Н. Численные методы. Москва: Наука, 1978. 512 с.
2. Савула Я. Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. Львів: ЛНУ ім. І.Франка, 2004. 221 с.
3. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы математической физики. Москва: Наука, 2003. 316 с.



### Допоміжна

1. Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. Москва: Наука, 1976. 400 с.
2. Ляшко И. И., Макаров В. Л., Скоробогатько А. А. Методы вычислений. Киев: Выща школа, 1977. 408 с.
3. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. Москва: Наука, 1979. 318 с.
4. Самарский А. А. Введение в численные методы. Москва: Наука, 1982. 271 с.
5. Турчак Л. И. Основы численных методов. Москва: Наука, 1987.

### 12. Інформаційні ресурси

1. Рівненська обласна універсальна бібліотека. *URL: <http://libr.rv.ua/>*
2. Наукова бібліотека НУВГП. *URL: <http://lib.nuwm.edu.ua/>*
3. Національна бібліотека ім. В.І. Вернадського *URL: <http://www.nbuv.gov.ua/>*



Національний університет  
водного господарства  
та природокористування