

Міністерство освіти і науки України  
Вінницький національний технічний університет



IV-а Міжнародна наукова конференція

**ВИМІРЮВАННЯ, КОНТРОЛЬ ТА  
ДІАГНОСТИКА В  
ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ**

(ВКДТС - 2017)

Збірник тез доповідей



Вінниця  
31 жовтня - 2 листопада 2017 р.

**УДК 066.91:005.584.1(045)**

**ББК 30.10я431**

**К 95**

Друкується за рішенням Вченої ради Вінницького національного технічного університету Міністерства освіти і науки

*Головний редактор:* **В.В.Грабко**

*Відповідальний за випуск:* **Кучерук В.Ю.**

**Рецензенти:** **Стадник Б.І.**, доктор технічних наук, професор  
**Кухарчук В.В.**, доктор технічних наук, професор

Четверта міжнародна наукова конференція «Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах» (ВКДТС-2017), 31 жовтня – 2 листопада, 2017 р. Збірник тез доповідей. – Вінниця: ПП «ТД«Едельвейс і К», 2017. – 262 с.

**ISBN 978-617-7237-41-8**

У збірнику опубліковано матеріали конференції, присвяченої проблемам теоретичних основ вимірювань, контролю та технічної діагностики, інформаційно-вимірювальних технологій та метрології.

**УДК 066.91:005.584.1(045)**

**ББК 30.10я431**

**ISBN 978-617-7237-41-8**

© Вінницький національний технічний  
університет, 2017  
© Учбово-науковий центр «Паллада», 2017

А.В.Рудик, к.т.н., доц.

## ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТОЧІСНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КЛАСИЧНОЇ ТА АКСЕЛЕРОМЕТРИЧНИХ ІНЕРЦІАЛЬНИХ НАВІГАЦІЙНИХ СИСТЕМ

**Ключові слова:** акселерометр, гіроскоп, інерціальна навігаційна система, кутова орієнтація, лінійне прискорення, координата, похибка оцінки, середньоквадратичне відхилення.

В роботі проведено порівняльний аналіз точісних характеристик акселерометричної інерціальної навігаційної системи (АІНС), реалізованої на основі шести і дванадцяти акселерометрів, та класичної ІНС, реалізованої з використанням акселерометрів та гіроскопів.

### 1. Аналіз точісних характеристик класичної інерціальної навігаційної системи (ІНС)

Як показано в [1], основним джерелом похибок сучасних ІНС є низькочастотний (*bias*) і високочастотний (*noise*) шуми акселерометрів ( $b_A, \sigma_A$ ) та гіроскопів ( $b_G, \sigma_G$ ) відповідно. Тому оцінка точісних характеристик проводиться з врахуванням даних параметрів інерціальних сенсорів.

Високочастотний шум сенсора (*noise*) має характеристики “білого шуму” та зазвичай задається спектральною густиною потужності. Якщо показання сенсора інтегруються  $n$  разів, то отримують  $n$ -кратний інтеграл “білого шуму”, для якого підсумкове середньоквадратичне відхилення (СКВ) похибки визначається співвідношенням

$$\sigma_{\Sigma}^2(t) = \frac{\sigma^2 \cdot 2^{n-1} \cdot t^{2n-1} \cdot \Delta t}{(2n-1)!},$$

де  $t$  – час інтегрування;  $\Delta t$  – крок інтегрування.

Низькочастотний шум сенсора має характер випадкового марковського процесу (значення в момент часу  $t_i$  сильно корельовано зі значенням в момент часу  $t_{i-1}$ ). При аналітичному оцінюванні похибок величину  $b$  можна вважати детермінованою, а результат її  $n$ -кратного інтегрування оцінюють як  $b \cdot t^n / n!$ .

З врахуванням двох останніх співвідношень визначення кутової орієнтації зв’язаної системи координат (ЗСК) відносно Земної системи координат інтегруванням показань гіроскопа приводить до появи похибки кутової орієнтації, що визначається як

$$\sigma_{\alpha, \text{ІНС}}(t) = \sigma_{\text{bias}, \alpha}(t) + \sigma_{\text{noise}, \alpha}(t) = b_G \cdot t + \sigma_G \cdot \sqrt{t \cdot \Delta t}.$$

Визначення лінійних прискорень, що знімаються з акселерометрів, за рахунок компенсації вектора прискорення сили тяжіння  $G$  приводить до виникнення похибки компенсації вектора гравітації  $\sigma_g(t) = G \cdot \sigma_{\alpha, \text{ІНС}}(t)$ .

Розрахунок координат при подвійному інтегруванні показань акселерометрів, тобто трансформація його похибок  $b_A, \sigma_A$ , приводить до таких оцінок похибки:

$$\sigma_{r, \text{ІНС}}(t) = \sigma_{b,r}(t) + \sigma_{\text{noise}, r}(t) = \frac{b_G \cdot G \cdot t^3}{6} + \frac{b_A \cdot t^2}{2} + t \cdot \sqrt{\frac{t \cdot \Delta t}{3} \cdot \frac{10\sigma_A^2 + G^2 \cdot \sigma_G^2 \cdot t^2}{10}}. \quad (1)$$

### 2. Аналіз точісних характеристик шестисенсорної АІНС

З врахуванням алгоритму розрахунку навігаційних параметрів, представленого в роботі [2]:

- визначення значень кутової швидкості інтегруванням значень кутового прискорення дає такі похибки:

$$\sigma_G(t) = \frac{b_A \cdot t}{r} + \frac{\sigma_A \cdot \sqrt{t \cdot \Delta t}}{r},$$

де  $r$  – відстань від центру ЗСК до точки установки акселерометрів [2];

- визначення кутової орієнтації інтегруванням значень кутової швидкості приводить до виникнення такої похибки:

$$\sigma_{\alpha, \text{АІНС-6}}(t) = \frac{b_A \cdot t^2}{2r} + \frac{\sigma_A \cdot t}{r} \cdot \sqrt{\frac{t \cdot \Delta t}{3}};$$

- визначення лінійних прискорень, що знімаються з акселерометрів, за рахунок компенсації

вектора гравітації, приводить до появи похибки  $\sigma_g(t) = G \cdot \sigma_{\alpha, \text{АІНС-6}}(t)$ .

З врахуванням розрахунку координат подвійним інтегруванням значень лінійних прискорень:

$$\sigma_{r, \text{АІНС-6}}(t) = \frac{b_A \cdot t^2}{2} \cdot \left(1 + \frac{g \cdot t^2}{12r}\right) + \sigma_A \cdot t \cdot \sqrt{\frac{t \cdot \Delta t}{3}} \cdot \left(1 + \frac{g^2 \cdot t^4}{210r^2}\right). \quad (2)$$

Порівняння отриманих співвідношень (1) та (2) показує, що шестисенсорна модель АІНС значно поступається за своїми точнісними характеристиками традиційній ІНС (особливо при тривалому запуску), оскільки показники степеню часу роботи системи  $t$  в (2) вище, ніж в (1).

### 3. Варіант реалізації АІНС на основі дванадцяти акселерометрів

Оцінка точнісних характеристик АІНС суттєво залежить від вибору координат розташування акселерометрів  $r_A$  та орієнтації їх осей чутливості  $\theta_A$ .

При виготовленні та складанні АІНС реальне розташування акселерометрів та орієнтація їх осей чутливості будуть відрізнятися від ідеальних значень. Для врахування даних відхилень використовується процедура початкового калібрування, яка по суті аналогічна процедурі калібрування, представленої в роботі [3] для шестисенсорної АІНС, і виконується за два етапи:

- врахування реальної орієнтації осей чутливості акселерометрів при послідовному встановленні кожної з шести граней АІНС на площину, орієнтовану горизонтально відносно вектора гравітації;

- врахування координат установки акселерометрів при визначенні взаємного розташування акселерометрів, для чого АІНС послідовно встановлюється кожною з шести граней на площину, орієнтовану горизонтально відносно вектора гравітації; дана площина обертається із заданою (еталонною) кутовою швидкістю.

Показання, зняті з акселерометрів при виконанні обох етапів калібрування, обробляються за спеціальною процедурою, яка дозволяє визначити та далі враховувати значення координат розташування акселерометрів  $r_A$  та орієнтації їх осей чутливості  $\theta_A$ .

### 4. Аналіз точнісних характеристик дванадцятисенсорної АІНС

Для даної моделі реалізації АІНС точнісні характеристики визначаються похибками розрахунку кутових швидкостей на основі розподіленої множини акселерометрів, тобто похибкою реалізації так званих "віртуальних гіроскопів", що має наступні оцінки:

$$b_G = \frac{b_A}{2\omega_0 r}; \quad \sigma_G = \frac{\sigma_A}{2\omega_0 r},$$

де  $\omega_0$  – кутова швидкість обертання об'єкта, на якому встановлена дана АІНС.

В даному випадку похибка кутової орієнтації оцінюється як

$$\sigma_{\alpha, \text{АІНС-12}}(t) = \sigma_{\text{bias}, \alpha}(t) + \sigma_{\text{noise}, \alpha}(t) = \frac{b_A \cdot t}{2\omega_0 r} + \frac{\sigma_A \cdot \sqrt{t \cdot \Delta t}}{2\omega_0 r} = \frac{\sqrt{t}}{2\omega_0 r} \cdot (b_A \cdot \sqrt{t} + \sigma_A \cdot \sqrt{\Delta t}).$$

Провівши перетворення, аналогічні перетворенням при аналізі точнісних характеристик шестисенсорної АІНС, отримаємо підсумкове співвідношення для оцінки похибки розрахунку координат на основі даної дванадцятисенсорної моделі АІНС:

$$\sigma_{r, \text{АІНС-12}}(t) = \frac{b_A \cdot t^2}{2} \cdot \left(1 + \frac{g \cdot t}{12\omega_0 r}\right) + \sigma_A \cdot t \cdot \sqrt{\frac{t \cdot \Delta t}{3}} \cdot \left(1 + \frac{g^2 \cdot t^2}{40\omega_0^2 r^2}\right). \quad (3)$$

Порівняння співвідношень (3) та (1) показує, що отримана похибка АІНС буде сумірною з похибкою класичної ІНС.

Таким чином, дванадцятисенсорна АІНС за своїми точнісними характеристиками практично еквівалентна класичній ІНС. Однак реалізація даного варіанту АІНС на основі тільки акселерометрів є значно більш простою і технологічною при мікроелектронному виконанні.

### Список літературних джерел

1. Merhav, S. J. *Aerospace Sensor System and Applications*. Chap. 6. Coriolis Angular Rate Sensors [Text] / S. J. Merhav // Springer-Verlag, New York. – 1996. – Vol. 5. – № 3. – pp. 227-235.
2. Soloviev, A. N. *Initial Attitude Determination and Correction of Gyro-Free INS Angular Orientation Parameters* [Text] / A. N. Soloviev, K. S. Mostov, T. J. Koo // IEEE Intelligent Transportation System Conference Proceedings. – November 12-21, 1997. DOI: 10.1109/ITSC.1997.660616.

**ЧЕТВЕРТОЇ МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ**

**«ВИМІРЮВАННЯ, КОНТРОЛЬ ТА ДІАГНОСТИКА  
В ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ (ВКДТС-2017)»**

**Збірник тез доповідей**

Матеріали подаються в авторській редакції

Комп'ютерне оформлення: Овчинников К. В.

Підписано до друку 19.10.2017 р. Гарнітура Times New Roman.

Формат 29,7 × 42 ½. Друк різнографічний.

Папір офсетний. Ум. друк. арк. 15,22.

Наклад 160 прим. Зам № 127253

Віддруковано ПП «ТД «Едельвейс і К»

м. Вінниця, вул. 600-річчя, 17

Тел.: (0432) 550-333

Свідоцтво про внесення до Державного реєстру

ДК №3736