

ОПТИМАЛЬНИЙ РУХ КЕРОВАНОЇ СИСТЕМИ ДО КРИВОЛІНІЙНОЇ МЕЖІ

Є. М. Юдко

студентка 6-го курсу, група ПМ-61м, навчально-науковий інститут автоматичної, кібернетики та обчислювальної техніки

Науковий керівник – к.ф.-м. н., доцент Л. В. Гладун

*Національний університет водного господарства та природокористування,
м. Рівне, Україна*

Розглянуто задачу знаходження оптимальних траєкторій руху керованої системи до криволінійної межі. Розроблено алгоритм вибору таких траєкторій і обчислення часу руху по них. Виконано програмну реалізацію алгоритму за допомогою мови програмування C#.

Ключові слова: керована система, параметри керування, фазові траєкторії, криволінійна межа.

Рассмотрена задача нахождения оптимальных траекторий движения управляемой системы к криволинейному пределу. Разработан алгоритм выбора таких траекторий и расчета времени движения по ним. Выполнено программную реализацию алгоритма с помощью языка программирования C #.

Ключевые слова: управляемая система, параметры управления, фазовые траектории, криволинейный предел.

The problem of finding the optimal trajectories of the controlled system to the curvilinear limit is considered. An algorithm has been developed for selecting such trajectories and calculating the time of motion along them. The software implementation of the algorithm was performed using the C# programming language.

Keywords: controlled system, control parameters, phase trajectories, curvilinear limit.

При функціонуванні різних систем виникають задачі знаходження деяких параметрів керування, які впливають на поведінку системи і при яких досягається оптимальне значення деякого критерію пов'язаного з системою. Наприклад, при русі ракети можуть виникати задачі знаходження такого керування ракетою, при якому вона за найкоротший час переміститься в задану точку або при переміщенні в задану точку витрати пального будуть мінімальними [1].

Задачу швидкодії для цілком керованої системи, коли рух відбувається по параболічних траєкторіях, при наявності перешкоди досліджено в статті [2]. Знаходженню оптимальних траєкторій руху керованої системи до прямолінійної межі по еліпсоїдних траєкторіях при наявності перешкоди присвячено роботу [3].

При русі керованої системи коловими траєкторіями, поряд із задачею швидкодії, постає задача знаходження оптимальних траєкторій руху системи до криволінійної межі з будь-якої точки фазового простору.

Нехай рух керованої системи описується системою диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = ax_2 + bu_1 \\ \dot{x}_2 = -ax_1 + bu_2 \end{cases} \quad (1)$$

де x_1, x_2 – фазові координати, a, b – довільні константи, які відмінні від нуля, u_1, u_2 – параметри керування, при чому

$$-1 \leq |u_1| \leq 2,$$

$$-2 \leq |u_2| \leq 1.$$

Потрібно для будь-якої початкової точки фазового простору знайти оптимальну траєкторію руху керованої системи до заданої криволінійної межі, час руху по якій найменший.

Використавши принцип максимуму Понтрягіна [4], знайдено рівняння всіх можливих траєкторій руху системи при різних значеннях параметрів керування

$$\frac{(x_1 - \frac{bu_2}{a})^2 + (x_2 + \frac{bu_1}{a})^2}{2ac} = 1, \quad (2)$$

де c – деяка константа.

Параметри керування u_1, u_2 приймають відповідно значення -1, -2 та 1, 2. Підставивши їх в систему (2), отримали набір колових траєкторій з різним розміщенням центрів Q (рис. 1), де індекси відповідають певним значенням параметрів керування.

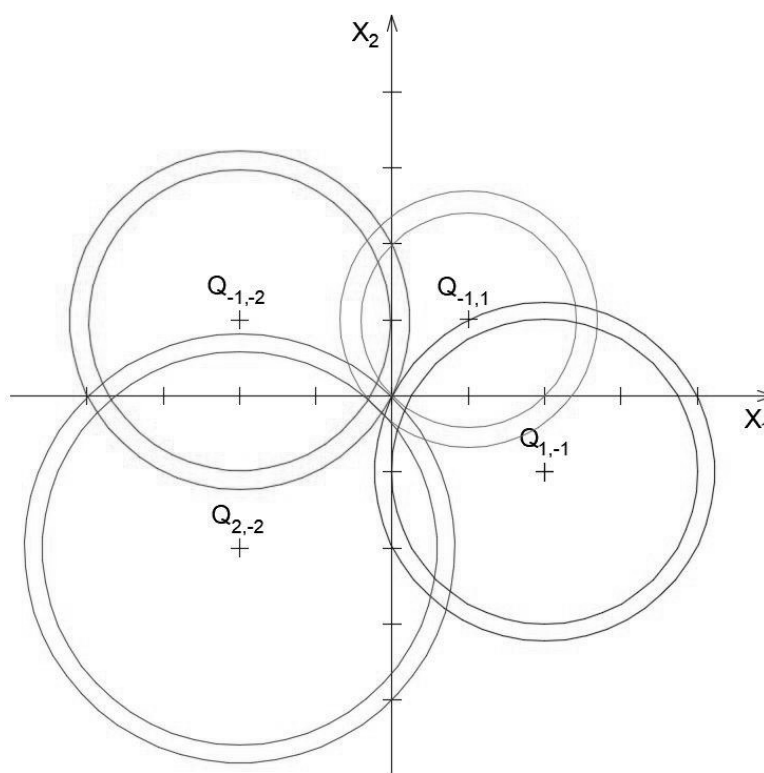


Рис. 1. Набір колових траєкторій

Час руху, по траєкторії з початкової точки (x_1^1, x_2^1) до кінцевої (x_1^2, x_2^2) , знаходимо за формулою

$$t_k = \frac{1}{a} \arcsin \left(\frac{x_2^2 - \frac{x_2^1 + \frac{bu_1}{a}}{x_1^1 - \frac{bu_2}{a}} (x_1^2 - \frac{bu_2}{a}) + \frac{bu_1}{a}}{-\left(-\frac{bu_2}{a} + \frac{(x_2^1 + \frac{bu_1}{a})^2}{x_1^1 - \frac{bu_2}{a}}\right)} \right). \quad (3)$$

Нехай, наприклад, задана криволінійна межа МК належить 1-й чверті координат (рис. 2). Тоді оптимальний рух системи до неї з початкової точки А – це рух по траєкторії АВ

при початкових значеннях параметрів керування $u_1 = 2$, $u_2 = -2$, в точці В параметри змінюються на $u_1 = -1$, $u_2 = -2$, а в точці С – $u_1 = 1$, $u_2 = -1$ (рис. 2).

Час по всій оптимальній траєкторії – це сума часу на всіх траєкторіях, по яких рухалась система.

Програмну реалізацію вибору початкової точки, побудови оптимальної траєкторії та обрахунку часу руху по ній, здійснено за допомогою середовища програмування Visual Studio 2013 та додаткової компоненти ZedGraph (мова програмування C#) [5]. В програмі передбачено можливість зміни обмежень на параметри керування, а також введення довільних значень для констант a та b . В даному випадку, вони приймають значення 1 та 0,5 відповідно (рис. 2).

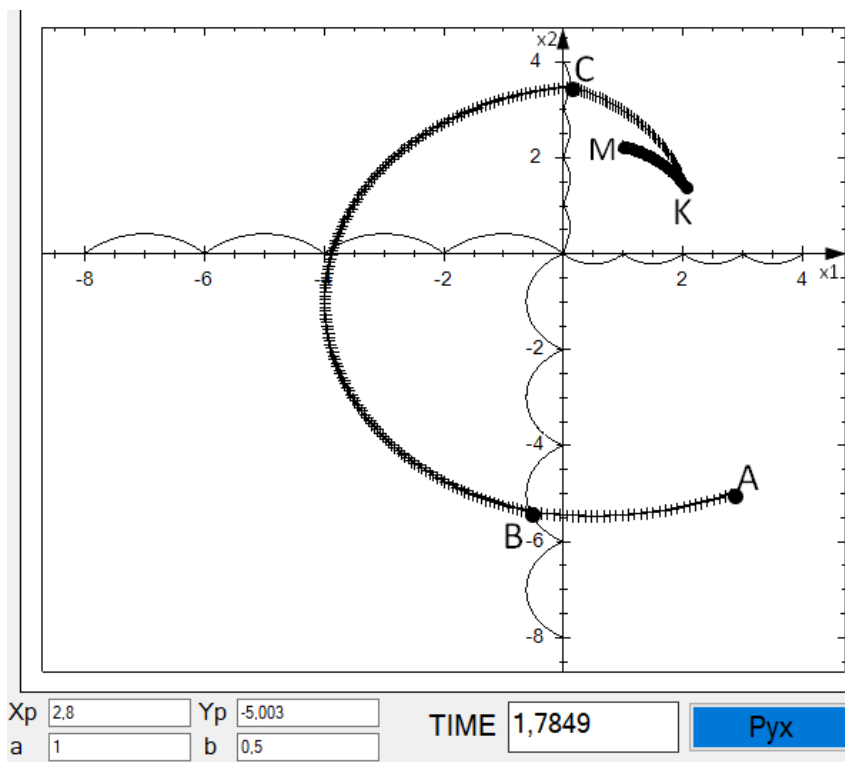


Рис. 2. Оптимальна траєкторія руху системи до криволінійної межі та час руху

Розроблено алгоритм вибору параметрів керування для знаходження оптимальних траєкторій руху керованої системи по колових траєкторіях до криволінійної межі та часу руху по них. За допомогою мови програмування C# здійснено програмну реалізацію знайденого алгоритму. Результати досліджень можуть бути використані для розв'язання задачі швидкодії при різних положеннях керованих систем в кінцевий момент часу.

Список використаних джерел:

1. Крак Ю. В., Левович О. Л. Теорія керування. Київ : Либідь, 2003. 380 с.
2. Гладун Л. В., Тичинський Е. Е. Рух керованої системи за мінімальний час. *Вісник НУВГП. Технічні науки*. Рівне : НУВГП, 2007. Вип. 4, Ч. 3. С. 112–122.
3. Гладун Л. В., Прокопєць В. Е. Рух цілком керованої системи до межі при наявності перешкоди. *Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації* : VI Міжнародна наукова конференція, Кам'янець-Подільський. 4-5 квітня 2014. Кам'янець-Подільський, 2014. С. 83–87.
4. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин, В. Г. Болтянский, Р. В. Гамкрелидзе, Е. Ф. Мищенко. М. : Наука, 1983. 392 с.
5. Подбельский В. В. Язык C#. Решение задач : учебное пособие. Москва : Финансы и статистика, 2014. 296 с.