



Національний університет

водного господарства та промисловості

Міністерство освіти і науки України

Національний університет водного господарства та

природокористування

Навчально-науковий механічний інститут

Кафедра теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства



**02-05-85**

## **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

для практичних занять з навчальної дисципліни «Теорія  
механізмів і машин» на тему: «Тertia в кінематичних  
парах» для здобувачів вищої освіти першого  
(бакалаврського) рівня за спеціальностями 133 «Галузеве  
машинобудування» та 274 «Автомобільний транспорт»  
денної та заочної форм навчання

Рекомендовано  
методичними комісіями  
зі спеціальностей:  
133 «Галузеве машинобудування»  
Протокол №7 від 07.05. 2019 р.  
274 «Автомобільний транспорт»  
Протокол № 9 від 16.05.2019 р.

Рівне – 2019



Методичні вказівки для практичних занять з навчальної дисципліни «Теорія механізмів і машин» на тему: «Тертя в кінематичних парах» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за спеціальностями 133 «Галузеве машинобудування» та 274 «Автомобільний транспорт» денної та заочної форм навчання / Похильчук І. О. – Рівне : НУВГП, 2019. – 19 с.

Укладач:

Похильчук І. О., кандидат технічних наук, ст. викладач кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства.

Відповідальний за випуск Козяр М. М., доктор педагогічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства.



Національний університет  
водного господарства  
**ЗМІСТ**  
та природокористування

Вступ.....	3
1. Загальні відомості.....	3
2. Тертя в нижчих кінематичних парах.....	6
3. Тертя у вищих кінематичних парах.....	13
4. Тертя в пасових та фрикційних передачах.....	17
Література.....	19

© Похильчук І. О., 2019  
© Національний університет  
водного господарства та  
природокористування, 2019



При вирішенні багатьох задач, які стосуються динаміки механізмів і машин, крім рушійних сил та сил виробничих опорів необхідно враховувати також і невиробничі опори, зокрема сили тертя.

Тертя – це складне фізичне явище яке характеризує процес механічної взаємодії двох тіл, які контактують між собою та переміщуються одне відносно іншого. Мірою тертя є *сила тертя* – тангенціальна складова загальної реакції, що виникає в місці контакту двох тіл.

За сучасною гіпотезою процес тертя при ковзанні поверхонь є результатом не лише механічної взаємодії поверхонь, але і результатом дії молекулярних сил. Вплив обох факторів вивчає наука *трибологія*. В даних методичних вказівках ми розглянемо лише механічну складову явища тертя, якої достатньо для вирішення простих задач теорії механізмів і машин.

Розрізняють наступні види механічного тертя: чисте або сухе; граничне, якщо поверхні розділяє шар мастила завтовшки не більше ніж 0,1 мкм; рідинне, якщо поверхні певністю розділені шаром мастила; напівсухе – одночасно сухе і граничне; напіврідинне – одночасно рідинне і граничне. За видом руху розрізняють: тертя ковзання та тертя кочення.

Завдання дисципліни ТММ навчити студентів визначати показники, які характеризують процес тертя: силу та коефіцієнт тертя.

Дані методичні вказівки дозволяють студентам денної та заочної форм навчання *знати* основні показники, які характеризують механічне тертя та *уміти* самостійно їх визначати для різних класів і видів кінематичних пар.

Зміст методичних вказівок повністю відповідає ОКХ і ОПП 133 «Галузеве машинобудування» та 274 «Автомобільний транспорт».

## **1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ**

### *Тертя ковзання.*

При відносному ковзанні одного тіла відносно іншого виникає сила сухого тертя  $F_f$ , пропорційна нормальній складовій  $N$  загальної реакції  $R$  (рис. 1).

$$F_f = fN, \quad (1)$$



де  $f = \operatorname{tg} \varphi$  – коефіцієнт тертя ковзання;  $\varphi$  – кут тертя: кут між загальною реакцією  $R$  та її нормальню складовою  $N$ ;  $F_g$  – сила тяжіння.

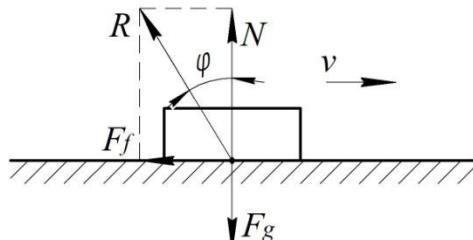


Рис. 1

Сила тертя завжди направлена у сторону протилежну напрямку руху тіла.

Коефіцієнт тертя залежить від багатьох факторів: матеріалів поверхонь тертя, характеру навантаження, виду обробки поверхонь, умов роботи, швидкості відносного проковзування та ін.

### Тертя кочення.

Тертя кочення виникає при переміщенні циліндра по площині.

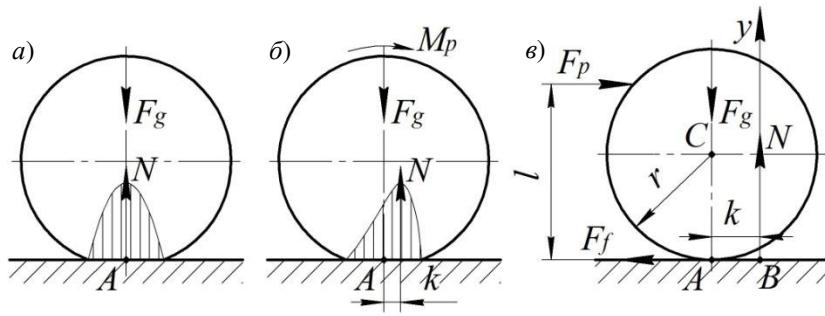


Рис. 2

Можливі три випадки:

1) Циліндр знаходиться в стані спокою на горизонтальній площині під дією сили тяжіння  $F_g$  (рис. 2, а).

2) Циліндр рівномірно котиться під дією рушійного моменту  $M_p$  (рис. 2, б).



3) Циліндр рівномірно котиться під дією рушійної сили  $F_p$ , прикладеної до циліндра на відстані  $l$  (рис. 2, в).

Для першого випадку, коли циліндр знаходиться у стані спокою, епюра напружень буде симетричною відносно осі циліндра. Для другого та третього випадків, коли циліндр рухається – епюра напружень буде несиметричною, а нормальні реакції  $N$  зміститься від осі циліндра на величину  $k$ , яка називається плечем сили тертя кочення, або коефіцієнтом тертя кочення і вимірюється у  $мм$ .

При рівномірному коченні колеса можна скласти наступні рівняння рівноваги:

$$\sum F_y = -F_g + N = 0. \quad (2)$$

$$\sum m_B = F_p l - F_g k = 0. \quad (3)$$

Із рівнянь (2) і (3) отримаємо

$$N = F_g, \quad F_p l = F_g k, \quad (4)$$

де  $M_p = F_p l$  – момент рушійних сил;  $M_f = F_g k$  – момент сил тертя.

При рівномірному коченні момент рушійних сил дорівнює моменту сил тертя

$$M_p = M_f = F_g k. \quad (5)$$

В залежності від того, на якій відстані  $l$  прикладена рушійна сила  $F_p$ , можливі три випадки:

1) Циліндр лише проковзує по площині (чисте ковзання), відбуватиметься при  $F_p = F_f = F_g f$ ;  $F_p l < Nk$ , враховуючи (1)  $F_g fl < F_g k$ , отримаємо:

$$f < \frac{k}{l}. \quad (6)$$

2) Циліндр лише котиться по площині (чисте кочення), відбуватиметься при  $F_p l = F_g k$ ;  $F_p < fF_g$ , звідси  $\frac{F_g k}{l} < F_g f$ , або:

$$f > \frac{k}{l}. \quad (7)$$

3) Циліндр одночасно проковзує та котиться по площині, відбуватиметься при  $F_p = fF_g$  та  $F_p l = F_g k$ , звідси  $F_g lf = F_g k$ , або:



$$f = \frac{k}{l}. \quad (8)$$

## 2. ТЕРТЯ В НИЖЧИХ КІНЕМАТИЧНИХ ПАРАХ

Розглянемо тертя в нижчих кінематичних парах, які найчастіше зустрічаються в механізмах.

Тертя на похилій площині.

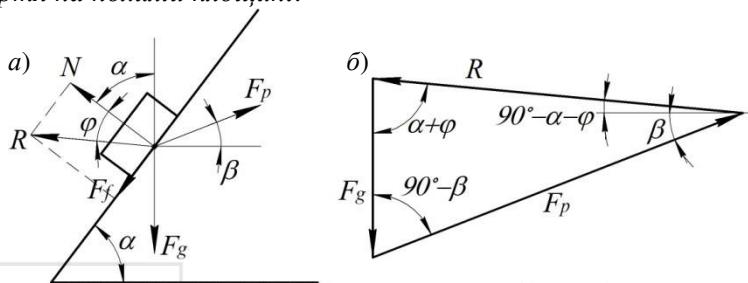


Рис. 3

При русі тіла по похилій площині (рис. 3, а) на нього діють рушійна сила  $F_p$  та сила тяжіння  $F_g$ . У місці контакту виникає загальна реакція, яку можемо розкласти на складові: нормальну  $N$  та тангенціальну  $F_f$  (силу тертя).  $\alpha$  – кут нахилу площини,  $\beta$  – кут прикладання рушійної сили.

Для визначення рушійної сили побудуємо план сил (рис. 3, б). Згідно теореми синусів:

$$\frac{F_p}{\sin(\alpha + \varphi)} = \frac{F_g}{\sin[90^\circ - (\alpha + \varphi - \beta)]}, \quad (9)$$

звідси знайдемо, що

$$F_p = \frac{F_g \sin(\alpha + \varphi)}{\cos(\alpha + \varphi - \beta)}. \quad (10)$$

Якщо рушійна сила прикладена горизонтально

$$F_p = F_g \operatorname{tg}(\alpha + \varphi). \quad (11)$$

Тертя у клинчастому та циліндричному жолобах.

Розглянемо рівномірний рух повзуна по жолобу (рис. 4, а).

Для повзуна, який має клинчасту форму (рис. 4, б) побудуємо план сил (рис. 4, в).

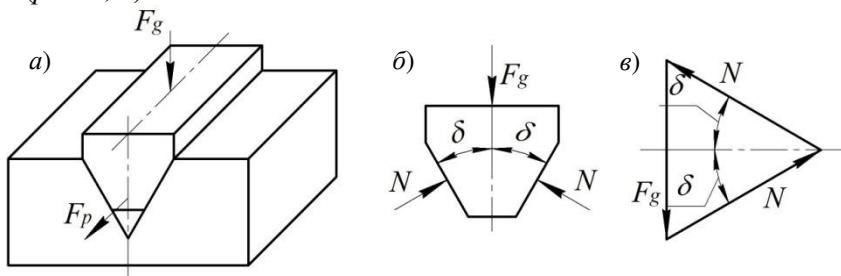


Рис. 4

Враховуючи, що

$$N = \frac{F_g}{2 \sin \delta}. \quad (12)$$

знаходимо силу тертя

$$F_f = \frac{F_g f}{\sin \delta} = F_g f', \quad (13)$$

де  $f' = \frac{f}{\sin \delta}$  – приведений коефіцієнт тертя клинчастого повзуна,  $\delta$  – кут, який утворює кожна грань клина з вертикальною площинами.

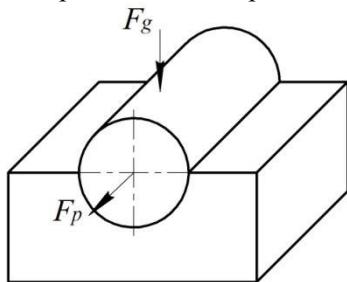


Рис. 5

Якщо повзун циліндричний (рис. 5), тоді сила тертя визначається:

$$F_f = F_g f_1', \quad (14)$$

де  $f_1' = 1,27 f$  – приведений коефіцієнт тертя циліндричного повзуна.

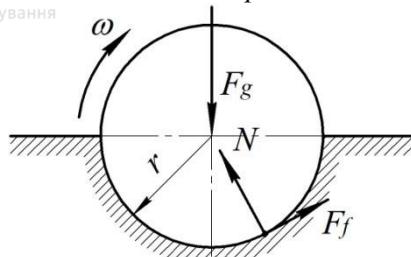


Рис. 6

При обертанні вала по відношенню до підшипника з постійною кутовою швидкістю поверхні тертя з часом припрацьовуються. Розглянемо випадок сухого тертя. Нехай кут контакту поверхонь тертя дорівнює  $180^\circ$  (рис. 6). Очевидно, що надійний контакт двох циліндрических поверхонь тертя – цапфи та вкладиша – буде в тому випадку, коли зніс вкладиша буде рівномірним.

В цьому випадку момент тертя визначається:

$$M_f = F_g r f_1', \quad (15)$$

де  $f_1' = 1,27 f$ .

Якщо поверхні тертя не припрацьовані:

$$M_f = F_g r f_1, \quad (16)$$

де  $f_1 = 1,57 f$ .

### Тертя у гвинтовій парі.

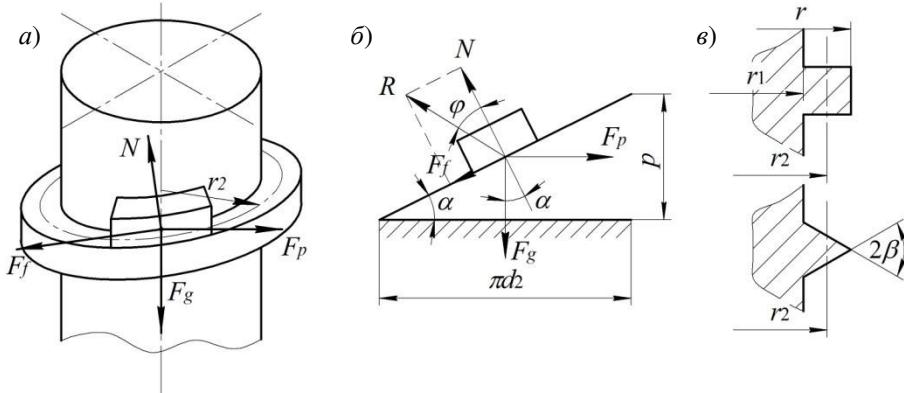


Рис. 7



Розглянемо тертя в прямокутній гвинтовій різьбі.

Гайку можемо розглядати, як паралелепіпед, що рухається по витку різьби гвинта (рис. 7, а).

Розгорнувши виток різьби на площину, отримаємо похилу площину по якій під дією рушійної сили, яка прикладена горизонтально, рухається повзун (рис. 7, б). Тоді, аналогічно (11) отримаємо:

$$F_p = F_g \operatorname{tg}(\alpha + \varphi), \quad (17)$$

де  $\alpha$  – кут підйому різьби.

При рівномірному русі сила тертя дорівнює рушійній силі, то момент тертя в прямокутній різьбі

$$M_f = F_g r_2 \operatorname{tg}(\alpha + \varphi), \quad (18)$$

Для метричної (трикутної) різьби (рис. 7, в) можемо вважати, що рух гвинта аналогічний переміщенню клинчастого повзуна в жолобі, у якого кут при вершині рівний  $2\beta$ .

Момент тертя в трикутній різьбі

$$M_f = F_g r_2 \operatorname{tg}(\alpha + \varphi'), \quad (19)$$

де  $\varphi' = f' = \frac{f}{\cos \beta}$  – приведений кут тертя.

**Приклад 1.** Вал обертається з частотою  $n = 600 \text{ об/хв}$ , навантажений радіальною силою  $F = 9000 \text{ Н}$ . Коефіцієнт тертя цапф по підшипниках  $f = 0,08$ , діаметр цапф  $d = 60 \text{ мм}$ . Визначити втрати потужності на тертя в опорах, вважаючи, що підшипники припрацьовані.

**Розв'язок.** Момент сил тертя визначаємо за формулою (15)

$$M_f = 1,27 f \frac{d}{2} F = 1,27 \cdot 0,08 \cdot \frac{0,06}{2} \cdot 9000 = 27,47 \text{ Нм}.$$

Тоді втрати потужності на тертя

$$N = M_f \omega = M_f \frac{\pi n}{30} = 27,47 \cdot \frac{3,14 \cdot 600}{30} = 1726,3 \text{ Вт}.$$

**Приклад 2.** Тіло навантажене силою  $Q$  рухається рівномірно (рис. 8, а). Коефіцієнт тертя ковзання  $f = 0,3$ . Визначити при якому куті  $\beta$ , необхідно прикласти найменшу рушійну силу  $F_p$ .

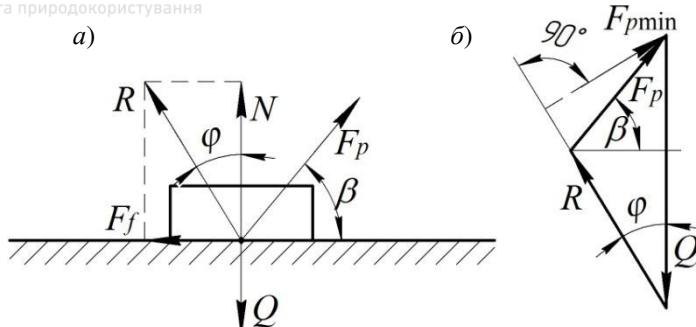


Рис. 8

**Розв'язок.** Замінимо нормальну реакцію  $N$  та силу тертя  $F_p$  загальною реакцією  $R$ . Розглянемо отриману систему у рівновазі. Для цього побудуємо план сил згідно векторного рівняння  $\vec{Q} + \vec{R} + \vec{F}_p = 0$  (рис. 8, б).

За умовою величина та напрямок рушійної сили  $F_p$  можуть змінюватись, тому при постійному куті тертя  $\varphi$  буде змінюватись загальна реакція  $R$ . Найменшою величина рушійної сили  $F_{p\min}$  буде у тому випадку, коли вона перпендикулярна загальній реакції, тобто

$$\beta = \varphi = \arctg f = \arctg 0,3 = 16,7^\circ,$$

$$F_{p\min} = Q \sin \varphi = Q \sin 16,7^\circ = 0,287Q.$$

**Приклад 3.** На повзун кривошипно-повзунного механізму діє сила  $F = 100000H$ , коефіцієнт тертя між повзуном та направляючою  $f = 0,1$ ,  $l_{OA} = 100\text{мм}$ ,  $l_{AC} = 200\text{мм}$ . Визначити реакцію  $R_{12}$  в заданому положенні ( $\varphi_1 = 90^\circ$ ) для наступних випадків:

- 1) тертям між повзуном та направляючою знехтувати;
- 2) тертя між повзуном та направляючою врахувати, повзун рухається вправо;
- 3) тертя між повзуном та направляючою врахувати, повзун рухається вліво.

**Розв'язок.** Побудуємо плани сил для всіх випадків на основі векторного рівняння рівноваги:  $\vec{F}_3 + \vec{R}_{12} + \vec{R}_{03} = 0$  (рис. 9).



Так як у розрахунках враховуємо лише сили, які діють на ланку 3, то реакція  $R_{12}$  буде паралельна ланці 2.

Для першого випадку (рис. 9, а) реакцію  $R_{12}$  знайдемо із подібності плану сил і трикутника  $OAC$ :

$$\frac{R_{12}}{F_3} = \frac{l_{AC}}{l_{OC}} \Rightarrow R_{12} = F_3 \frac{l_{AC}}{l_{AC} \cos 30^\circ} = 100000 \cdot \frac{200}{200 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 115470H .$$

Реакцію  $R_{03}$  знайдемо із плану сил, як протилежний катет прямокутного трикутника:

$$R_{03} = R_{12} \sin 30^\circ = 115470 \cdot \frac{1}{2} = 57735H .$$

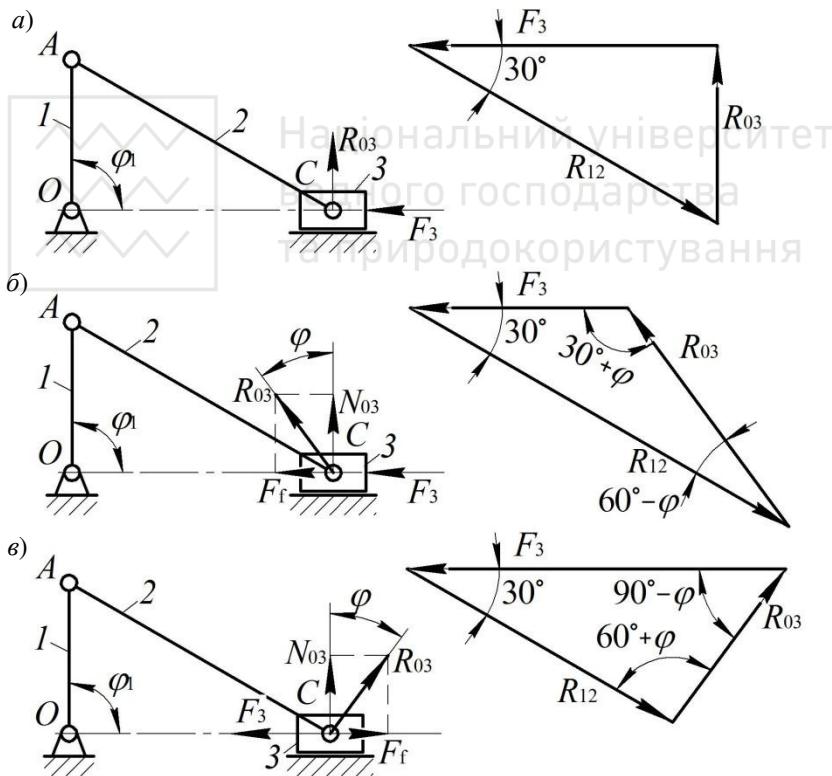


Рис. 9

Для другого випадку (рис. 9, б) реакцію  $R_{12}$  знайдемо за теоремою синусів:



$$\frac{R_{12}}{\sin 60^\circ + \varphi} = \frac{F_3}{\sin 60^\circ - \varphi}$$

де  $\varphi = \operatorname{arctg} f = \operatorname{arctg} 0,1 = 5,71^\circ$  – кут тертя.

Звідси отримаємо

$$R_{12} = \frac{F_3 \cos \varphi}{\sin 60^\circ - \varphi} = \frac{100000 \cdot \cos 5,71^\circ}{\sin 60^\circ - 5,71^\circ} = 122544 H .$$

Аналогічно знайдемо реакцію  $R_{03}$ :

$$\frac{R_{03}}{\sin 30^\circ} = \frac{F_3}{\sin 60^\circ - \varphi};$$

$$R_{03} = \frac{F_3 \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ - \varphi} = \frac{100000 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ - 5,71^\circ} = 61578 H .$$

У третьому випадку (рис. 9, в) також застосуємо теорему синусів:

$$\frac{R_{12}}{\sin 60^\circ - \varphi} = \frac{F_3}{\sin 60^\circ + \varphi};$$

$$R_{12} = \frac{F_3 \sin 60^\circ - \varphi}{\sin 60^\circ + \varphi} = \frac{100000 \cdot \sin 60^\circ - 5,71^\circ}{\sin 60^\circ + 5,71^\circ} = 109168 H .$$

$$\frac{R_{03}}{\sin 30^\circ} = \frac{F_3}{\sin 60^\circ + \varphi};$$

$$R_{03} = \frac{F_3 \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ + \varphi} = \frac{100000 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 60^\circ + 5,71^\circ} = 54856 H .$$

**Приклад 4.** Яку силу  $F$  необхідно прикласти на кінці рукоятки автомобільного домкрату (рис. 10), щоб підняти вантаж  $F_g = 15000 H$ . Різьба гвинта квадратна із кроком  $p = 5 mm$ , зовнішній діаметр різьби  $d = 24 mm$ , внутрішній  $d_1 = 20 mm$ , довжина рукоятки  $l = 300 mm$ , коефіцієнт тертя у різьбі  $f = 0,1$ . Також визначити к.к.д. домкрата. Тертям у головці домкрата знехтувати.

**Розв'язок.** Момент тертя у різьбі гвинта:

$$M_f = Fl = F_g r_2 \operatorname{tg} \alpha + \varphi .$$

Середній радіус різьби (рис. 7, в):

$$r_2 = \frac{d + d_1}{4} = \frac{24 + 20}{4} = 11 mm .$$

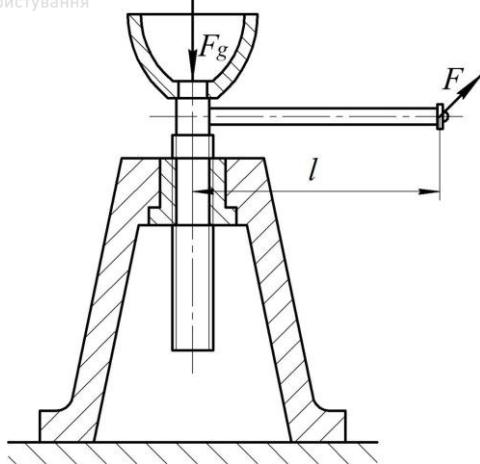


Рис. 10

$$\alpha = \arctg \frac{p}{2\pi r_2} = \arctg \frac{5}{2 \cdot \pi \cdot 11} = 4,14^\circ.$$

Кут тертя

$$\varphi = \arctg f = \arctg 0,1 = 5,71^\circ.$$

Тоді

$$F = \frac{F_g r_2 \operatorname{tg} \alpha + \varphi}{l} = \frac{15000 \cdot 11 \cdot \operatorname{tg} 4,14^\circ + 5,71^\circ}{300} = 95,5 \text{Н.}$$

К.к.д. домкрата

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha + \varphi} = \frac{\operatorname{tg} 4,14^\circ}{\operatorname{tg} 4,14^\circ + 5,71^\circ} = 0,42.$$

### 3. ТЕРТЬЯ У ВИЩИХ КІНЕМАТИЧНИХ ПАРАХ

Переміщення вантажу на катках.

Припустимо, що вантаж вагою  $F_g$  лежить на двох катках (рис. 11).

Позначимо вагу кожного з катків  $F_K$ , а радіус  $R$ . Знайдемо зусилля  $F_p$ , необхідне для рівномірного переміщення вантажу.

Визначимо моменти тертя кочення, що виникають між вантажем і катками та катками і поверхнею, по якій вони рухаються:

$$M_1 = k_1 F_g, M_2 = k_2 F_g + 2F_K,$$

де  $k_1, k_2$  – коефіцієнти тертя кочення, відповідно між вантажем і

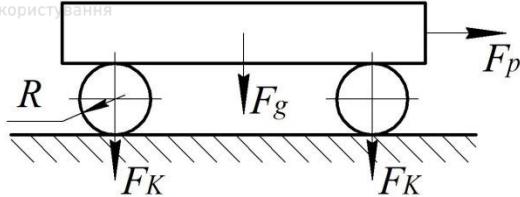


Рис. 11

Сумарний момент тертя

$$M_f = M_1 + M_2 = \zeta_1 + k_2 \bar{F}_g + 2F_K k_2.$$

Із рівності елементарних робіт сили  $F_p$  та сумарного момента тертя  $M_f$ , отримаємо:

$$F_p = \frac{\zeta_1 + k_2 \bar{F}_g + 2F_K k_2}{2R}. \quad (20)$$

Переміщення вантажу на візку.

При переміщенні вантажу на візку сумарний момент тертя рівний моменту тертя кочення катків по площині та моменту тертя ковзання у цапфах катків (рис. 12).

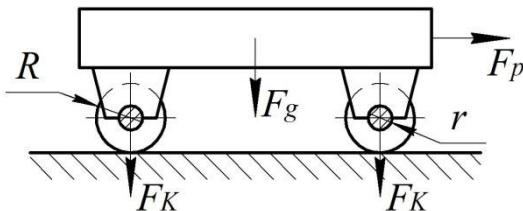


Рис. 12

Тоді з умови рівності елементарних робіт, отримаємо:

$$F_p = \frac{\zeta + fr \bar{F}_g + 2F_K k}{R}, \quad (21)$$

де  $r$  – радіус цапф,  $k, f$  – відповідно коефіцієнт тертя кочення катків по площині та коефіцієнт тертя ковзання у цапфах катків.

**Приклад 5.** Для рівномірного переміщення колоди, сила тяжіння



якої  $F_g = 10000H$ , по горизонтальній площині застосовують два катки діаметром  $D = 20\text{cm}$  та силою тяжіння  $F_k = 500H$  кожен (рис. 11). Коефіцієнт тертя кочення між колодою та катками  $k_1 = 0,12\text{cm}$ , між катками і площею  $k_2 = 0,18\text{cm}$ . Нехтуючи проковзуванням, визначити рушійну силу  $F_p$  направлену паралельно площині. Також знайти мінімальний кут підйому площини  $\alpha$ , щоб при відсутності рушійної сили колода могла переміщуватись рівномірно.

**Розв'язок.** Величину рушійної сили знайдемо за формулою (20):

$$F_p = \frac{k_1 + k_2 F_g + 2F_k k_2}{2R} = \frac{0,12 + 0,18 \cdot 10000 + 2 \cdot 500 \cdot 0,18}{2 \cdot 10} = 159H.$$

Колода буде рівномірно переміщуватись по похилій площині (рис. 13) за умови:

$$F_p = \frac{k_1 + k_2 F_g \cos \alpha + 2k_2 F_k \cos \alpha}{2R} = F_g \sin \alpha + 2F_k \sin \alpha,$$

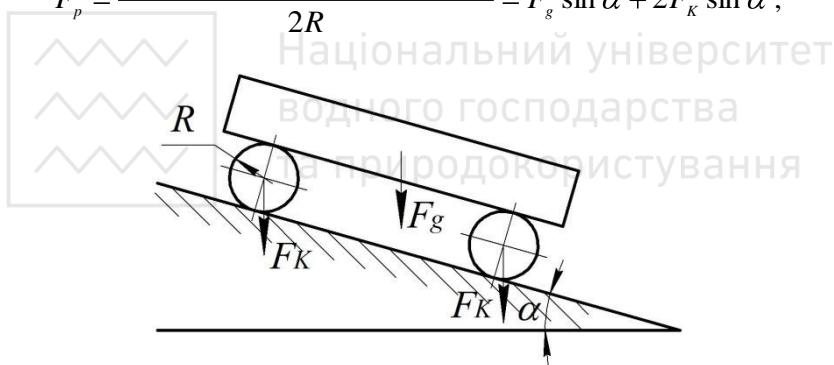


Рис.13

або

$$F_p = \frac{k_1 + k_2 F_g + 2k_2 F_k}{2R} = \operatorname{tg} \alpha F_g + 2F_k.$$

Звідси знайдемо

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{k_1 + k_2 F_g + 2k_2 F_k}{2R F_g + 2F_k} = \frac{0,12 + 0,18 \cdot 10000 + 2 \cdot 0,18 \cdot 500}{2 \cdot 10 \cdot 10000 + 2 \cdot 500} = 0,144.$$

Отже,

$$\alpha = \arctg 0,144 = 8,19^\circ.$$

**Приклад 6.** На тваринницькій фермі навантажену вагонетку, сила тяжіння якої  $F_g = 5000H$ , перемішують рівномірно вгору рейками по

похилій площині, яка нахиlena до горизонту під кутом  $\alpha = 15^\circ$  (рис. 14). Визначити потужність двигуна  $N$ , необхідну для переміщення вагонетки, якщо: сила тяжіння коліс вагонетки  $F_k = 500\text{Н}$ , коефіцієнт тертя кочення коліс по рейкам  $k = 0,08\text{мм}$ , коефіцієнт тертя ковзання в цапфах коліс вагонетки  $f = 0,1$ , діаметр коліс  $D = 200\text{мм}$ , діаметр цапф  $d = 50\text{мм}$ , швидкість переміщення вагонетки  $v = 1,5\text{м/с}$ .

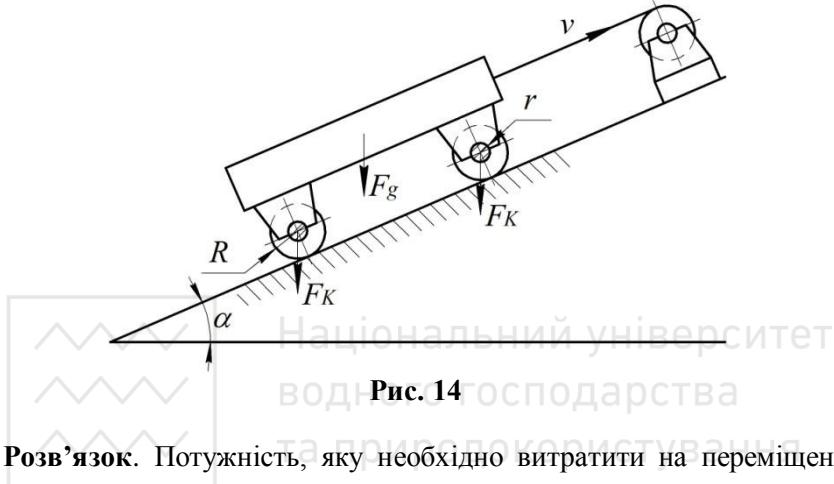


Рис. 14

**Розв'язок.** Потужність, яку необхідно витратити на переміщення вагонетки:

$$N = N_g + N_k + N_f,$$

де  $N_g$  – потужність, необхідна для переміщення вагонетки,  $N_k$  – потужність, необхідна для подолання тертя кочення між колесами вагонетки і площею,  $N_f$  – потужність, необхідна для подолання тертя ковзання в цапфах коліс вагонетки.

$$\begin{aligned} N_g &= F_g \sin \alpha + 2F_k \sin \alpha \cancel{y} = \\ &= 6000 \cdot \sin 15^\circ + 2 \cdot 500 \cdot \sin 15^\circ \cancel{1,5} = 2329,37\text{Bm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_k &= F_g \cos \alpha + 2F_k \cos \alpha \cancel{k} \frac{2v}{D} = \\ &= 6000 \cdot \cos 15^\circ + 2 \cdot 500 \cdot \cos 15^\circ \cancel{0,0008} \cdot \frac{2 \cdot 1,5}{0,2} = 69,55\text{Bm} \end{aligned}$$



$$N_f = 1,27 F_g \cos \alpha \frac{d}{2} f \frac{2v}{D} = \\ = 1,27 \cdot 5000 \cdot \cos 15^\circ \cdot \frac{0,05}{2} \cdot 0,1 \cdot \frac{2 \cdot 1,5}{0,2} = 230 Bm$$

*Примітка.* У формулі всі дані підставлені у системі СІ. Кутова швидкість врахована через лінійну швидкість вагонетки  $\omega = \frac{2v}{D}$ .

Тоді

$$N = 2329,37 + 69,55 + 230 = 2628,92 Bm.$$

#### 4. ТЕРТЯ В ПАСОВИХ ТА ФРИКЦІЙНИХ ПЕРЕДАЧАХ

*Тертя в пасовій передачі.*

Розглянемо випадок, коли за допомогою гнучкої ланки (паса), перекинутої через нерухомий циліндричний барабан, піdnimається вантаж  $m$ . Знаючи радіус барабана  $r$  та коефіцієнт тертя паса по поверхні барабану  $f$ , визначимо силу  $F_p$ , необхідну для рівномірного переміщення вгору вантажу вагою  $F_g$  (рис. 15, а).

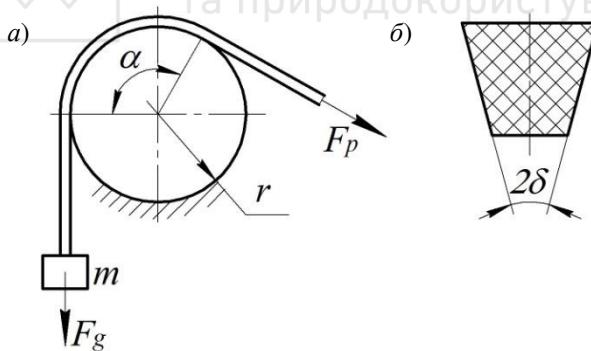


Рис. 15

Кут між вітками паса  $\alpha$ , який огинає барабан називається *кутом обхвату*.

Для піdnimання вантажу необхідно також здолати силу тертя між пасом та барабаном. Залежність між натягом у вітках паса встановлено формулою Ейлера.

$$F_p = F_g e^{\alpha f}, \quad (22)$$



Для клинового паса формула (22) приймає вид:

$$F_p = F_g e^{\frac{f}{\sin \delta}}, \quad (23)$$

де  $\delta$  – половина кута канавки клинового паса (рис. 15, б).

### Тертя у фрикційній передачі.

Інколи сили тертя використовують для відтворення руху окремих ланок механізмів. Прикладом такого механізму є фрикційний механізм, який складається з двох циліндричних фрикційних коліс з осями у точках  $O_1$  та  $O_2$  (рис. 16).

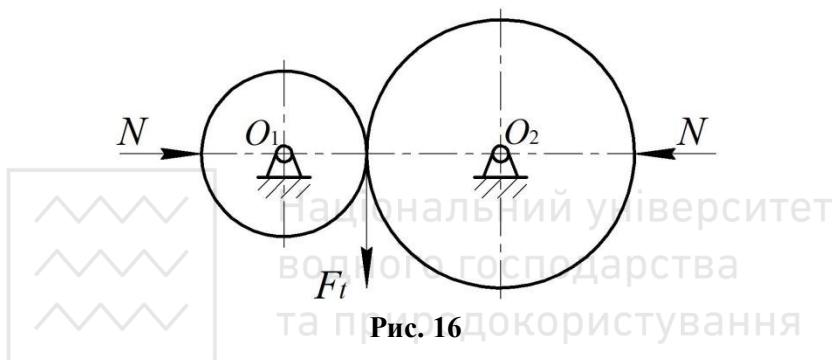


Рис. 16

Передача руху між колесами 1 і 2 можлива, якщо між ними виникає сила тертя  $F_f$  достатня для подолання колової сили  $F_t$ .

Згідно (1) величина сили тертя  $F_f$  залежить від сили притискання  $N$  коліс фрикційної передачі. Проковзування між колесами буде відсутнє при  $F_f > F_t$ .

Відношення  $\mu = \frac{F_f}{F_t}$  називається коефіцієнтом запасу зчеплення.

На практиці вигідніше застосовувати клиновидні фрикційні колеса. В цьому випадку коефіцієнт тертя визначається аналогічно клиновому повзуну (рис. 4)

$$F_f = F_t = \frac{fN}{\sin \delta}. \quad (24)$$

Приклади розв'язку задач для пасових та фрикційних передач будуть розглянуті при вивчені дисципліни «Деталі машин».



## Література

1. Артоболевский И. И. Теория механизмов и машин : учеб. для втузов. Москва : Наука, 1988. 640 с.
2. Турбин Б. И., Карлин В. Д. Теория механизмов и машин. Москва : Высш. шк., 1968. 366 с.
3. Теорія механізмів і машин. Розв'язання задач : навч. посібн. / Бабенко Є. М., Корнієнко А. О., Башта О. В., Крижановський А. С. Київ : Вид-во Нац. авіац. ун-ту «НАУ-друк», 2010. 120 с.
4. Основи теорії механізмів і машин. Курс лекцій : підручник / Бурлака В. В., Кучеренко С. І., Мазоренко Д. І., Тищенко Л. М. Харків, 2009. 340с.: іл. 161 с.



Національний університет  
водного господарства  
та природокористування