

УДК 378.147:515:516

Кривцов В. В., к.т.н., доцент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

ОКРЕМІ МЕТОДИЧНІ АСПЕКТИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

В статті показано, що застосування декількох способів розв'язку однієї і тієї ж задачі з нарисної геометрії сприяє розвитку у студентів просторової уяви, логічного та нестандартного мислення, привчає студентів до вибору оптимального варіанту вирішення поставленого завдання. Розглянуто переваги способу косокутного проєкціювання порівняно з традиційними прийомами розв'язування задач з нарисної геометрії.

Ключові слова: нарисна геометрія, спосіб косокутного проєкціювання, просторова уява, нестандартне мислення.

Основним завданням вищої школи в сучасних умовах є підготовка спеціалістів, що мають високу ерудицію, нестандартне мислення, які здатні швидко приймати рішення і нести за нього відповідальність, мають розвинуту просторову уяву.

Нарисна геометрія входить до числа дисциплін, що складають основу інженерної освіти. Положення нарисної геометрії знаходять широке застосування в науці і техніці. Саме вивчення цієї дисципліни, як свідчить досвід, найбільше сприяє розвитку у студентів просторової уяви та навичок логічного мислення.

Реалізація на практиці теоретичних положень нарисної геометрії відбувається під час розв'язування задач. На наш погляд, розвинути нестандартне мислення та просторову уяву можна, запропонувавши студентам розв'язувати одну і ту ж саму задачу різними способами з подальшим аналізом отриманих результатів. Такий підхід до розв'язування задач вчить студента вибирати найбільш оптимальний варіант вирішення поставленої проблеми, який потребує найменших затрат та забезпечує належний ефект. Щодо нарисної геометрії, це означає, що найбільш раціональним є такий варіант розв'язку задачі, який містить найменшу кількість графічних побудов і дає найбільш точний результат.

Розглянемо на конкретних прикладах застосування різних

варіантів розв'язування однієї і тієї ж задачі з використанням традиційних способів ортогонального проєкціювання та способу косокутного проєкціювання. Виконаємо порівняльний аналіз різних методів з точки зору їхньої універсальності, наочності, простоти, кількості побудов, необхідності вільного місця на робочому полі та якості креслення.

Дамо розв'язок двох основних позиційних задач різними способами. На рис. 1 – 3 наведено три варіанти розв'язку першої основної задачі на визначення точки **K** перетину прямої загального положення **DE** з площиною, що задана трикутником **ABC**. На рис. 1 точку **K** визначено за допомогою січної горизонтально-проєкціуючої площини ω , яку проведено через пряму **DE**, на рис. 2 – способом заміни площин проєкцій, а на рис. 3 – способом косокутного проєкціювання.

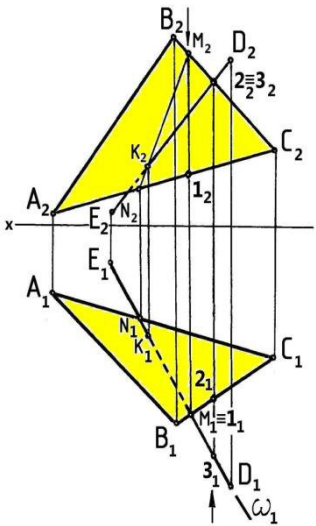


Рис. 1. Визначення точки перетину прямої з площиною за допомогою січної площини

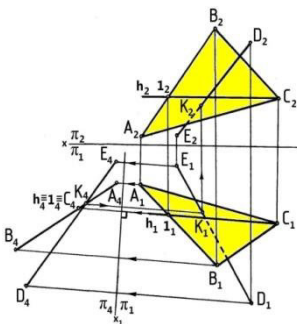


Рис. 2. Визначення точки перетину прямої з площиною за допомогою способу заміни площин проєкцій

положення **DE** з площиною, що задана трикутником **ABC**. На рис. 1 точку **K** визначено за допомогою січної горизонтально-проєкціуючої площини ω , яку проведено через пряму **DE**, на рис. 2 – способом заміни площин проєкцій, а на рис. 3 – способом косокутного проєкціювання.

Більш детально зупинимося на останньому способі. Цей спосіб, який був започатковано видатними вченими Колотовим С.М., Четверухіним М.Ф., Чалим А.Г. та іншими [1-3], практично не висвітлений в сучасній навчальній літературі [5-9] і, на наш погляд, незаслужено забутий. Сутність способу полягає в заміні ортогонального напрямку проєкціювання косокутним. При цьому косокутна проєкція виявляється схожою з проєкцією, яка отримана при проєкціуючому положенні об'єкта, наприклад, з проєкціуючим положенням трикутника **ABC** на площині π_4 (рис. 2). Напрямок проєкціювання (позначається буквою **s**)

вибирають таким чином, щоб отримати вироджену проекцію об'єкта, коли пряма вироджується в точку, а площина - в пряму лінію. Вироджену проекцію прямої можна отримати, вибравши напрям проєкціонування, який паралельний самій прямій, а вироджену проекцію площини можна отримати, якщо напрям проєкціонування буде паралельний площині, тобто якійсь прямій цієї площини. Косокутне проєкціонування здійснюється на одну з площин проєкцій π_1 , π_2 або на другу бісекторну площину, яка забезпечує отримання двох проєкцій точок простору на одній площині проєкцій. Отримані в результаті косокутного проєкціонування результати оберненим проєкціонуванням переносять на задані проєкції об'єктів.

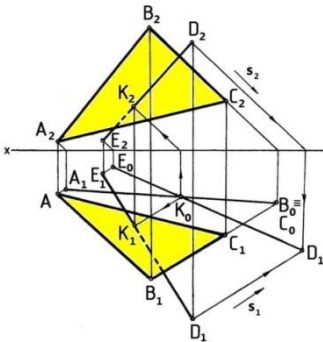


Рис. 3. Визначення точки перетину прямої з площиною за допомогою способу косокутного проєкціонування

На рис. 3 задача розв'язана косокутним проєкціонуванням на площину проєкцій π_1 . Напрямок проєкціонування s вибрано паралельно стороні **AB** трикутника. Площина трикутника спроекційована в пряму $A_0C_0 \equiv B_0$, а пряма **DE** - в пряму D_0E_0 . Оберненим проєкціонуванням отримано допоміжну проєкцію K_0 точки перетину, яку далі спроекційовано на горизонтальну та фронтальну проєкції. Покажемо переваги косокутного

проєкціонування порівняно з традиційними методами розв'язування задачі, наведеними на рис. 1, 2. Відомо, що простота розв'язування задач істотно

залежить від розміщення фігур відносно площин проєкцій. Спростити розв'язування задачі можна, змінивши задане незручне зображення на більш зручне. В сучасних підручниках з нарисної геометрії описано два способи зміни зображення: введенням нових площин проєкцій відносно нерухомих об'єктів та розміщенням цих об'єктів, як правило, їх обертанням, в зручне для розв'язування задачі положення відносно нерухомих площин проєкцій. Застосування косокутного проєкціонування дозволяє використовувати ще одну можливість змінити зображення завдяки вибору іншого напрямку проєкціонування. Це значно розширює апарат проєкціонування нарисної геометрії. Переваги цього способу полягають в простоті та відносно невеликій кількості побудов, необхідних для отримання потрібного результату, а також в наочності і універсальності цього способу. Якщо задачі, розв'язані на рис. 1 і рис. 3 за кількістю побудов майже однакові, то за

наочністю та простотою побудов задача, розв'язана на рис. 3 способом косокутного проєкціювання, має перевагу над тією ж задачею, що розв'язана на рис. 1 традиційним способом. Розв'язування задачі на рис. 1 виконується в декілька етапів, усвідомлення яких студентами можливе лише при ілюстрації цих етапів на наочному зображенні. Крім того, визначення видимості прямої відносно трикутника на рис. 1 здійснюється за допомогою конкуруючих точок **N**, **1** і **2**, **3**. Проте на рис. 3 видимість можна визначити простіше, а саме прямокутним проєкціюванням косокутних проєкцій трикутника та прямої на вісь x (для визначення видимості на фронтальній проєкції) і від осі x (для визначення видимості на горизонтальній площині проєкцій).

На рис. 2 для визначення точки **K** вводиться додаткова площина проєкцій π_4 . При цьому кількість побудов збільшується, а самі побудови займають більше місця на кресленні.

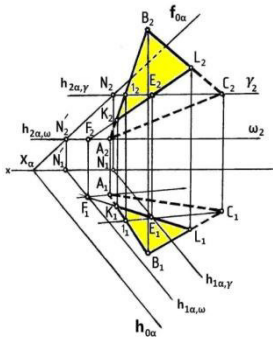


Рис. 4. Визначення лінії перетину двох площин за допомогою січних площин

креслення.

На рис. 4-6 наведено три варіанти розв'язку другої основної задачі на визначення лінії перетину **KL** площини α , що задана слідами, з площиною, що задана трикутником **ABC**. На рис. 4 точки **F** і **E**, через які проходить лінія перетину площин, визначено за допомогою двох січних горизонтальних площин рівня ω і γ , де **KL** – відрізок на лінії **FE**, по якому трикутник **ABC** перетинає площину α .

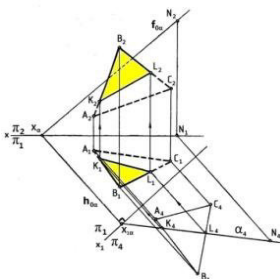


Рис. 5. Визначення лінії перетину двох площин за допомогою способу заміни площин проєкцій

Спосіб, запропонований на рис. 1, неможливо застосувати без додаткових побудов, якщо пряма, що перетинає площину, буде паралельною до площини проєкцій π_3 . Проте спосіб косокутного проєкціювання можна використовувати незалежно від розміщення прямої відносно площин проєкцій. Це свідчить про універсальність цього способу. Крім того, спосіб косокутного проєкціювання

дозволяє, завдяки вибору напряму проєкціювання, розміщувати косокутні проєкції об'єктів в потрібному місці

на рис. 6 – за допомогою способу косокутного проєкціювання.

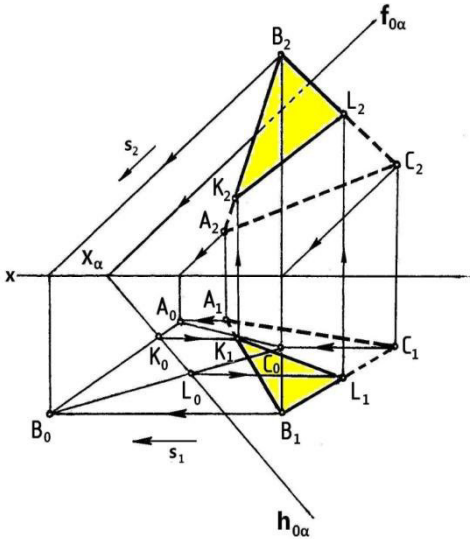


Рис. 6. Визначення лінії перетину двох площин за допомогою способу косокутного проєкціювання

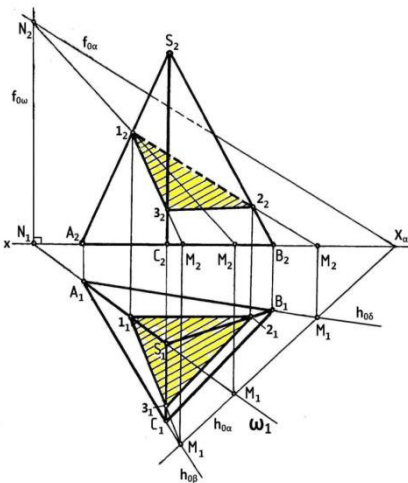


Рис. 7. Визначення лінії перетину піраміди з площиною за допомогою січних площин

Переваги останнього способу виглядають більш переконливими порівняно з рис. 3, і насамперед завдяки простоті побудов, їх наочності та універсальності. Зупинимось ще раз на універсальності цього способу, яка полягає в тому, що можна легко трансформувати в проєкціуюче положення не тільки площину α , як це виконано на рис. 6, але і трикутник, змінивши напрям проєкціювання на паралельний будь-якій прямій площині трикутника. Крім того, у випадку розміщення, наприклад, проєкції A_1B_1 сторони трикутника (рис. 5) перпендикулярно до осі x_1 або паралельно до сліду $h_{0\alpha}$, визначення K_1 можливе лише за умови виконання додаткових побудов. Проте при косокутному проєкціюванні розміщення проєкцій сторін трикутника, як і іншої фігури, відносно осей проєкцій або слідів площини не впливає на характер побудов, оскільки завжди можна знайти той напрям проєкціювання, який потрібний для розв'язування задачі.

Чим складнішими стають позиційні задачі, тим більш зручним є застосування способу косокутного

проекціювання для їх розв'язування, переваги над традиційними способами розв'язування задач стануть все більш переконливими.

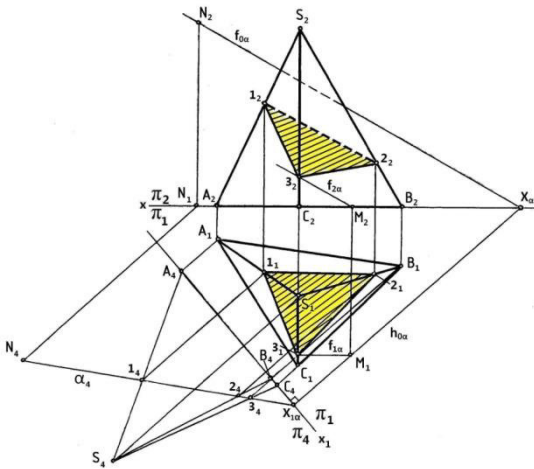


Рис. 8. Визначення лінії перетину поверхні піраміди з площиною за допомогою способу заміни площин проєкцій

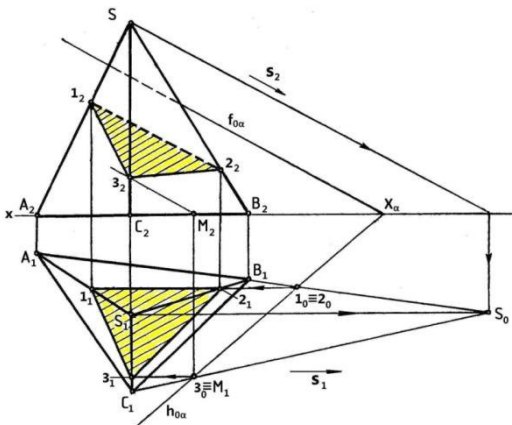


Рис. 9. Визначення лінії перетину поверхні піраміди з площиною за допомогою способу косокутного проєкціювання

значно ускладнюється. Найбільш просто цю задачу розв'язано на рис. 9 саме способом косокутного проєкціювання, причому при застосуванні цього способу вдається уникнути неминучих труднощів,

На рис. 7-9 розглянуто різні варіанти розв'язування задачі із визначення лінії перетину поверхні піраміди з площиною α , заданою слідами. На рис. 7 точки перетину ребер піраміди з площиною α визначено за допомогою трьох січних площин β , ω і δ , які вибрані з багатьох можливих як такі, що полегшують розв'язок задачі з використанням мінімуму графічних побудов. Площини ω і δ проходять відповідно через грані піраміди ASC і ASB . Незважаючи на це, розв'язок задачі доволі громіздкий. На рис. 8 для розв'язування задачі використано спосіб заміни площин проєкцій. Його застосування є більш зручним порівняно з рис. 7, проте у випадку розміщення ребер піраміди паралельно

сліду $h_{0\alpha}$, тобто перпендикулярно до осі x_1 , розв'язування задачі

які виникають при використанні традиційних способів, і для подолання яких потрібно здійснити низку додаткових побудов.

Таким чином, коли перед студентом є принаймні три варіанти розв'язку однієї і тієї ж задачі, він може проаналізувати виконані різними способами графічні побудови з точки зору їхньої універсальності, наочності, простоти та кількості побудов. Під час аналізу студент може не тільки виявляти переваги та недоліки різних способів, але і удосконалювати хід розв'язування, використовуючи більш оптимальні та оригінальні рішення, які на перший погляд здавалися б нездійсненними для визначеної задачі. Такий підхід під час розв'язування задач з нарисної геометрії розвиває у студентів логічне, абстрактне та нестандартне мислення, просторову уяву, формує навички аналізу різних варіантів, запропонованих для розв'язку задачі.

1. Курс начертательной геометрии / Н. Ф. Четверухин, В. С. Левицкий, З. И. Прянишникова, А. М. Тевлин, Г. И. Федотов. – М. : ГИТТЛ, 1956. – 435 с.
2. Колотов С. М. Вспомогательное проектирование / С. М. Колотов. – К. : ГИЛСА УССР, 1956. – 159 с.
3. Чалый А. Т. Начертательная геометрия / А. Т. Чалый. – К., М. : Украинское отделение Машгиза, 1949. – 418 с.
4. Михайленко В. Є. Інженерна та комп'ютерна графіка : підручник / В. Є. Михайленко, В. В. Ванін, С. М. Ковальов. – К. : Каравела, 2010. – 360 с.
5. Інженерна графіка : навч. посібник / В. В. Ванін, В. В. Перевертун, Т. М. Надкернична, Г. Г. Власюк. – К. : Видавнича група ВНУ, 2009. – 400 с.
6. Михайленко В. Є. Збірник задач з інженерної графіки: навч. посібник / В. Є. Михайленко, В. М. Найдиш, А. М. Підкоритов. – К. : Вища школа, 2003. – 159 с.
7. Кириченко А. Ф. Теоретичні основи інженерної графіки : підручник / А. Ф. Кириченко. – К. : ВД «Професіонал», 2004. – 496 с.
8. Хмеленко О. С. Нарисна геометрія: Підручник / О. С. Хмеленко. – К. : Кондор, 2008. – 440 с.
9. Нарисна геометрія : Підручник / В. Є. Михайленко, М. Ф. Євстіфеев, С. М. Ковальов, О. В. Кашенко. – К. : Вища школа, 2004. – 303 с.

Krivtsov V. V., Engineering Sciences, Associate Professor (National University of Water Management and Nature Resorts Use, Rivne)

SOME METHODOLOGICAL ASPECTS OF PROBLEMS SOLVING IN PERSPECTIVE GEOMETRY

The article shows that the application of several methods of task solution in descriptive geometry encourages students to develop their spatial imagination, logical and lateral thinking, teaches students to choose optimum solution to problem. It is considered the advantages of

oblique angled projection method in comparison with traditional problem solution in descriptive geometry.

Keywords: descriptive geometry, method of oblique-angled projection, spatial imagination, material thinking.