

ТЕОРЕТИЧНИЙ І НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ  
ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ

THEORETICAL AND APPLIED SCIENCE JOURNAL  
ENGINEERING ACADEMY OF UKRAINE



***В І С Н И К***

***ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ***

***ВИПУСК 2***

***BULLETIN OF ENGINEERING  
ACADEMY OF UKRAINE***

***Issue 2***

ТЕОРЕТИЧНИЙ І НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ  
ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ

THEORETICAL AND APPLIED SCIENCE JOURNAL  
ENGINEERING ACADEMY OF UKRAINE

***Київ 2019 Kyiv***

**Журнал друкує статті науковців вузів та установ України, інших країн відповідно до рубрик:**

Авіаційна і космічна техніка  
Військово-технічні проблеми  
Геологія, видобування та переробка корисних копалин  
Інженерні проблеми агропромислового комплексу  
Інформаційні системи, обчислювальна й електронна техніка, системи зв'язку та приладобудування  
Матеріалознавство  
Машинобудування  
Медицина інженерія  
Металургія  
Охорона навколишнього середовища (інженерна екологія) і ресурсозбереження  
Стандартизація, метрологія і сертифікація  
Будівництво та будіндустрія  
Технологія легкої промисловості  
Технологія харчової промисловості  
Хімічні технології й інженерна біотехнологія  
Економіка, право та керування в інженерній діяльності  
Енергетика  
Освіта та виховання

Матеріали друкуються українською, російською або англійською мовами.

Номер затверджено на засіданні Вченої ради Центральноукраїнського національного технічного університету

Протокол № 7 від 25.05.2019р  
Вісник Інженерної академії України включений у новий Перелік наукових фахових видань України, в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора і кандидата наук в галузі технічних наук (Наказ МОН України від 13.07.2015р. №747)

Співзасновники:  
Центральноукраїнський національний технічний університет  
Інженерна академія України  
Одеська державна академія технічного регулювання та якості

ISSN 2519-8793 ISSN 2519-8793

**Journal submits articles of researchers of universities and institutions of Ukraine and other countries in accordance with headings:**

Aviation and Space Engineering  
Military-technical problems  
Geology, Mining and Processing of Minerals  
Engineering Problems of Agroindustrial Complex  
Information systems , computers and electronic equipment , communication systems and instrumentation  
Material Science  
Mechanical Engineering  
Medical Engineering  
Metallurgy  
Preservation of Environment (Ecological Engineering) and Resource Saving  
Standardisation, Metrology and Certification  
Building and Construction Engineering  
Technology of Light Industry  
Technology of Food Industry  
Chemical Technologies and Engineering Biotechnology  
Economics, law and management in engineering  
Energetics  
Education and training

Materials are submitted in Ukrainian, Russian or English languages.

The issue is approved at the meeting of Academic Council of Central Ukrainian National Technical University

Protocol No.7 dated 25.05.2019  
Bulletin of Engineering academy of Ukraine is included into the new List of Scientific special editions of Ukraine, in which results of dissertation works may be published for to be conferred with academic degrees of doctor and candidate of sciences in the field of engineering sciences (Decree of Ministry Education and Science of the Ukraine No.747 dated 13.07.2015)

Cofounders:  
Центральноукраїнський національний технічний університет  
Engineering Academy of Ukraine  
Odessa State Academy of Technical Regulation and Quality

УДК 621.317.08

А.В. Рудик, д.т.н.,  
О.А. Бідун

## АНАЛІЗ ОСНОВНИХ ТЕХНІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ, ХАРАКТЕРИСТИК ТА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ АКСЕЛЕРОМЕТРІВ

Національний університет водного господарства та природокористування, [a.v.rudyk@nuwm.edu.ua](mailto:a.v.rudyk@nuwm.edu.ua)

В статті проведений аналіз більшості технічних параметрів і характеристик акселерометрів, які використовуються для оцінки їх працездатності, точності та можливості виконання конкретних вимірювальних задач. Представлені математичні моделі MEMS-акселерометра MMA7331LT в різних формах (механічна, електрична в формі передавальної функції та схематична в формі еквівалентної електричної схеми). Проведена оцінка параметрів електричної моделі (передавальної функції акселерометра за каналом "прискорення – вихідна напруга") MEMS-акселерометра MMA7331LT методом найменших квадратів. Порівняння експериментальної та змодельованої нормованих АЧХ доводить адекватність запропонованих моделей.

**Ключові слова:** акселерометр, технічні параметри, технічні характеристики, математична модель, еквівалентна схема, діапазон вимірювання, прискорення.

### Вступ

Акселерометр є сенсором, який використовується для вимірювання прискорення або сили, викликаних прискоренням інерційної маси. Фізичною моделлю акселерометра є сейсмічна (інерційна) маса, підвішена на закріпленій в нерухомому корпусі пружині (елементарною коливальною системою з одним ступенем свободи  $x$  в напрямку вимірювальної осі) (рис. 1). При дії прискорювальної сили інерційна маса набуває прискорення, при цьому сила за другим законом Ньютона пропорційна масі  $m$  та прискоренню  $a$ :

$$F = m a. \quad (1)$$

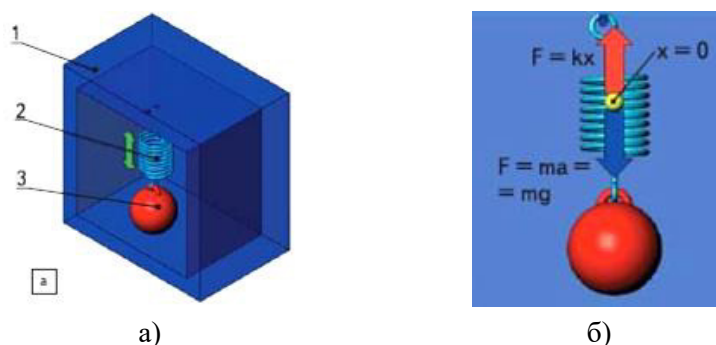


Рис. 1. Фізична модель акселерометра: а – конструкція фізичної моделі (1 – нерухомий корпус; 2 – пружина, закріплена в корпусі; 3 – інерційна маса, підвішена на пружині); б – сили, що діють в моделі

Сила пружності (жорсткості) пружини в цій моделі зрівноважує (демпфує) переміщення інерційної маси  $m$  відносно корпусу:

$$F = k x, \quad (2)$$

де  $k$  – жорсткість пружини,  $x$  – переміщення маси  $m$  відносно вихідного положення.

З співвідношень (1) та (2) виходить, що

$$a = x \cdot \frac{k}{m}, \quad (3)$$

де  $\frac{k}{m}$  – конструктивний параметр вимірювального перетворювача (сенсора).

Згідно такої елементарної моделі однією з основних класифікаційних ознак акселерометрів є відмінність при отриманні електричного сигналу при детектуванні руху інерційної маси [1].

### Постановка задачі

В статті необхідно:

- 1) провести аналіз основних технічних параметрів і характеристик акселерометрів, які використовуються для оцінки їх працездатності, точності та виконання вимірювальних задач;
- 2) розробити математичні моделі MEMS-акселерометра в різних формах;

3) провести оцінку параметрів електричної моделі MEMS-акселерометра конкретного типу (“індивідуальної” моделі) вибраним методом.

### Основні технічні параметри та характеристики акселерометрів

Акселерометри характеризуються більш ніж 40 параметрами і характеристиками, які використовуються для оцінки їх працездатності, точності та можливості виконання конкретних вимірювальних задач. Технічні параметри та характеристики акселерометрів прийнято ділити на метрологічні і експлуатаційні [2].

Найбільш важливими метрологічними характеристиками акселерометрів є їх точнісні характеристики, коефіцієнти перетворення та впливу, а також частотні та часові характеристики. Основними експлуатаційними характеристиками є маса і габаритні розміри, спосіб кріплення на об’єкті та захищеність від впливу навколишнього середовища і джерел завад. Іноді можуть бути необхідними еквівалентна електрична ємність акселерометра, резонансні частоти незакріпленого акселерометра у повздовжньому і закріпленого у поперечному напрямках та ін.

Одним з основних параметрів, що є вирішальним фактором при виборі акселерометра для конкретної задачі, є діапазон вимірюваного прискорення. За цією ознакою виділяють акселерометри для детектування малих  $\pm(1\dots20)g$  (*Low-g*) та  $\pm(20\dots250)g$  і вище (*High-g*) прискорень. Інші класифікаційні ознаки характеризують кількість вимірювальних осей, тип виходу, частотний діапазон й ін. [3].

Важливим показником роботи акселерометра є часова стабільність його метрологічних характеристик і стабільність до впливу зовнішніх дестабілізуючих факторів. В екстремальних умовах експлуатації акселерометрів можливі як оборотні, так і незворотні зміни їх коефіцієнтів перетворення та інших характеристик, що обмежує умови їх використання і є одним з найсуттєвішим їх недоліком.

За фізичною моделлю функціональне призначення акселерометра полягає в отриманні лінійної функції перетворення (залежності вихідної напруги  $U$  від прискорення  $a$ ) переважно в аналоговому або ШІМ-форматі (рис. 2).

На рис. 2 введено такі позначення:  $a_{\min}$ ,  $a_{\max}$  – границі діапазону зміни прискорення;  $G_{\max} = a_{\max} - a_{\min}$  – максимальний діапазон;  $U_{\text{High}}$ ,  $U_{\text{Low}}$  – обмежувальні рівні;  $U_{0q}$  – середньоквадратична напруга; уніполярна (1) та інвертована уніполярна (2) характеристики;  $t_{\min}$ ,  $t_{50\%}$ ,  $t_{\max}$  – тривалості імпульсів ( $t_{\min}$  – мінімальна тривалість при  $a_{\min}$  (мінімальний робочий цикл),  $t_{50\%}$  – тривалість імпульсу, що відповідає 50%-му робочому циклу при  $a = 0$ ,  $t_{\max} = T_{\text{ШИМ}} - t_{\min}$  – максимальна тривалість при  $a_{\max}$  (максимальний робочий цикл));  $T_{\text{ШИМ}}$  та  $f_{\text{ШИМ}}$  – сталі значення періоду і частоти ШІМ-сигналу.

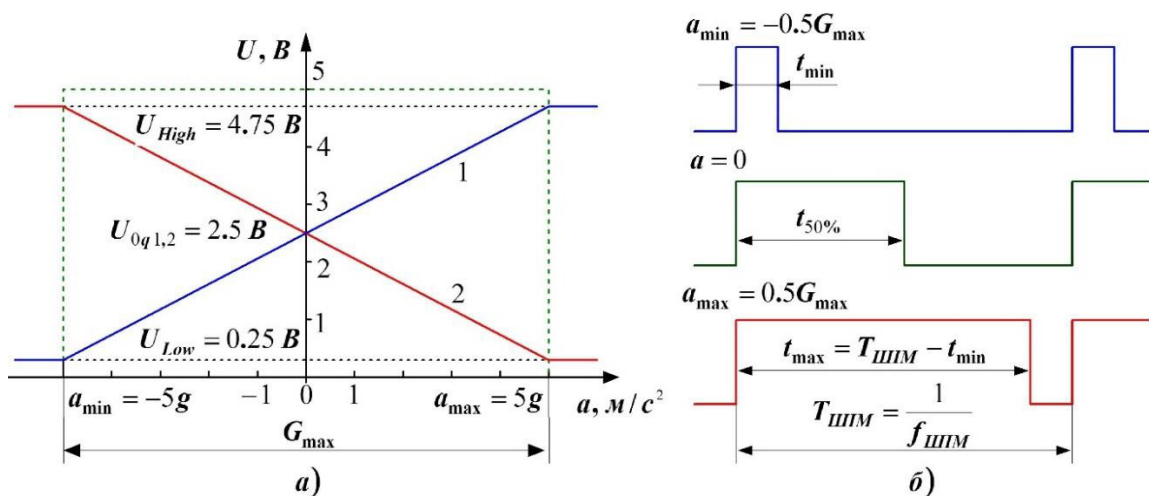


Рис. 2. Типові функції перетворення акселерометра: аналогова або лінійна (а) та ШІМ (б)

За даним визначенням основними робочими характеристиками акселерометра є такі.

1. Коефіцієнт перетворення, який в загальному випадку є комплексною величиною і визначається відношенням вихідного сигналу акселерометра до прискорення при синусоїдальній дії, прикладеній до посадочної поверхні вздовж осі чутливості сенсора; коефіцієнт перетворення за

напругою визначається в режимі холостого ходу, а за зарядом – не залежить від додаткової ємності навантаження.

2. Відносний коефіцієнт поперечного перетворення, який є відношенням максимального значення сигналу, що виникає при дії прискорення, направлено перпендикулярно робочій осі акселерометра, до значення сигналу, виміряного при дії того самого прискорення вздовж його робочої осі (%).

3. Коефіцієнти впливу деформації основи в місці закріплення акселерометра, електромагнітного поля, блукаючих струмів та різних типів випромінювань.

4. Максимальний детектований діапазон прискорень  $G_{\max} = a_{\min} + a_{\max}$ , який дорівнює піковому розмаху детектованих амплітудних значень  $a_{\max}$  та  $a_{\min}$ .

5. Динамічний діапазон амплітуди  $D_{SNR}$  ( $SNR$  – *signal to noise ratio*) – відношення максимального діапазону вимірювань  $U_{\max} = U_{High} - U_{Low} = 2(U_{0q} - U_{Low})$  до середньоквадратичної напруги шумів  $\sigma_{III}$ :

$$D_{SNR} = 20 \lg \frac{U_{\max}}{\sigma_{III}} = 20 \lg \frac{U_{High} - U_{Low}}{\sigma_{III}} = 20 \lg \frac{2(U_{0q} - U_{Low})}{\sigma_{III}}.$$

6. Чутливість (фактор масштабу) – відношення приростів вихідного сигналу (наприклад, аналогової напруги) та прискорення:

$$S = \frac{\Delta U}{\Delta a}, \quad \left[ \frac{mB}{m/c^2} \right]. \quad (4)$$

7. Чутливості до кутових швидкостей  $\delta a_{SA,\omega} \omega$ , зміни температури  $\delta a_{SA,t} \Delta t$  та вібрацій  $\delta a_{SA,\nu} \nu$ , де  $\delta a_{SA,\omega}$ , [м/(рад·с)],  $\delta a_{SA,t}$ , [м/(с<sup>2</sup>·°С)],  $\delta a_{SA,\nu}$ , [м/с] – відповідно коефіцієнти чутливості акселерометра до кутової швидкості відносно відповідної осі, до зміни температури та до частоти вібрації;  $\omega$  – кутова швидкість;  $\Delta t$  – величина відхилення температури від номінальної;  $\nu$  – частота вібрації.

8. Чутливість до акустичних шумів.

9. Поперечна осьова чутливість – значення поперечного прискорення, яке діє під кутом 90°, на виході акселерометра (у ідеального сенсора дорівнює нулю).

10. Середньоквадратична напруга (СКН)  $U_{0q} = 0.5(U_{High} + U_{Low})$ , яка є середнім з обмежувальних рівнів вихідного сигналу  $U_{High}$  та  $U_{Low}$ .

11. Зміщення нуля – відхилення по осі вихідного сигналу ( $U$ ), що відповідає нульовому значенню прискорення 0g (для акселерометрів тотожно  $U_{0q}$ ).

12. Дрейф чутливості – варіації чутливості, які не є функцією вимірюваного прискорення, наприклад, в залежності від кліматичних факторів (температури  $T$ , відносної вологості  $W$  та тиску  $P$  навколишнього повітря), що відрізняється від їх номінальних значень при вимірюванні параметрів руху об'єктів  $T_0 = 20$  °С,  $W_0 = 65\%$  і  $P_0 = 99.992$  кПа (750 мм. рт. ст.) [4] (кліматичний дрейф  $\Delta S_{(\Delta T, \Delta W, \Delta P)}$ ), в залежності тільки від температури (температурний дрейф  $\Delta S_{(\Delta T)}$ ), або в результаті дії інших факторів протягом часового інтервалу  $\Delta t$  (часовий дрейф  $\Delta S_{(\Delta t)}$ ):

$$\Delta S_{(\Delta T)} = \frac{S(T) - S(T_0)}{S(T_0)} \cdot 100\%, \quad \Delta S_{(\Delta T, \Delta W, \Delta P)} = \frac{S(T, W, P) - S(T_0, W_0, P_0)}{S(T_0, W_0, P_0)} \cdot 100\%, \quad (5)$$

$$\Delta S_{(\Delta t)} = \frac{S(t_0 + \Delta t) - S(t_0)}{S(t_0)} \cdot 100\%.$$

13. Дрейф зміщення – відхилення СКН  $U_{0q}$  від теоретичного значення в повному діапазоні, наприклад, внаслідок впливу кліматичних факторів [1]:

$$U_{0q(\Delta T, \Delta W, \Delta P)} = U_{0q(T, W, P)} - U_{0q(T_0, W_0, P_0)}. \quad (6)$$

14. Нелінійність – максимальне відхилення вихідного сигналу від ідеальної прямолінійної залежності (рис. 2, а), виражене у відсотках від повної шкали:

$$L_+ = \frac{U_{High} - U_{0q}}{2 \cdot (0.75 \cdot U_{High} - U_{0q})} \cdot 100\%; \quad L_- = \frac{U_{Low} - U_{0q}}{2 \cdot (0.75 \cdot U_{Low} - U_{0q})} \cdot 100\%.$$

Вплив великих механічних навантажень на чутливий елемент акселерометра може привести як до нелінійної залежності генерованого сигналу від механічного параметра сенсора, так і до появи незворотних змін, викликаних гістерезисом, частковою поляризацією або деполіаризацією, а також наявністю мікронерівностей контактних поверхонь. Деякі виробники вказують максимально допустимі значення прискорень, перевищення яких може привести до незворотних змін характеристик акселерометра аж до його механічного руйнування. Значення максимально допустимих прискорень визначаються в напрямку робочої осі акселерометра і суттєво відрізняються від значень для поперечного напрямку [5].

15. Резонансна частота  $f_p$  або  $\omega_p = 2\pi f_p$ .

16. Діапазон робочих частот  $\Delta f = f_{max} - f_{min}$ , який визначається за АЧХ (рис. 3). В загальному випадку коефіцієнт перетворення акселерометра за напругою на будь-якій частоті, нижче резонансної, представляється так [5, 6]:

$$K_U(f_i) = K_{U,0} [1 + \varepsilon_U(f_i)], \quad (7)$$

де  $K_{U,0}$  – коефіцієнт перетворення за напругою на горизонтальній ділянці АЧХ;  $M_U(f_i) = \frac{K_U(f_i)}{K_{U,0}}$  – коефіцієнт частотних спотворень, який на частотах, менших  $f_p$ , зазвичай приймає значення, менші 1, а на частотах, більших  $f_p$  – більші 1;  $\varepsilon_U(f_i) = \frac{K_U(f_i) - K_{U,0}}{K_{U,0}} = M_U(f_i) - 1$  – відносне відхилення АЧХ від значення  $K_{U,0}$ .

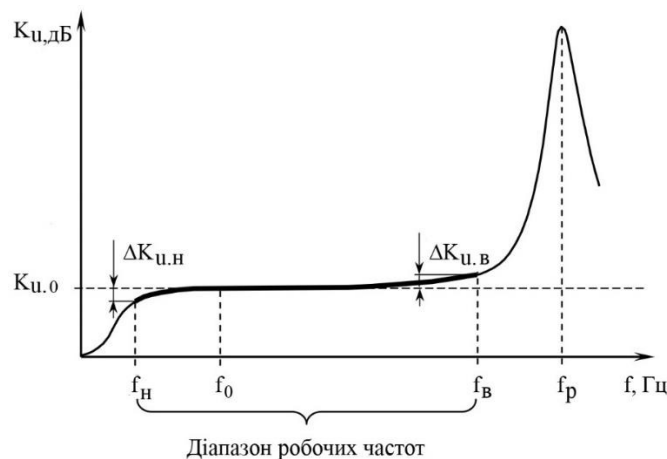


Рис. 3. Залежність коефіцієнта перетворення акселерометра за напругою від частоти (АЧХ) при фіксованому прискоренні

Нижня  $f_{min}(f_H)$  і верхня  $f_{max}(f_B)$  границі робочого діапазону частот акселерометра обумовлені допустимими значеннями відносного відхилення АЧХ на цих частотах  $\varepsilon_{U,n(\varepsilon)} = \varepsilon_U(f_{min(max)}) = M_U(f_{min(max)}) - 1$ , які викликані різними причинами і визначаються незалежно одна від другої. Нижня границя робочого діапазону частот визначається сумарною ємністю кола акселерометра та активною складовою вхідного опору пристрою або каскаду, що підключається до виходу акселерометра. Відхилення АЧХ у високочастотній області викликано по-здовжнім резонансом механічної системи акселерометра, тобто верхня гранична робоча частота пропорційна резонансній частоті закріпленого акселерометра [7].

17. Роздільна здатність – мінімальне прискорення, яке може виміряти акселерометр (визначається шумами та шириною діапазону робочих частот).

18. Рівень шумів при вимірюванні (спектральна густина або піковий розмах шумів) – включає фоновий шум та шум, генерований сенсором [1].

19. Коефіцієнт демпфування (затухання коливань), який визначається частотою власних коливань акселерометра та його інерційністю.

20. Кількість вимірюваних осей.

21. Діапазон робочих температур  $\Delta T = (T_{\min} \div T_{\max})$ .

22. Масогабаритні параметри.

На даний час технологічний рівень MEMS-акселерометрів значно виріс – нові компоненти вартістю (1...10)\$ при масовому виробництві характеризуються високим рівнем інтеграції, покращенням характеристик і додаванням нових функцій. Такі інтегральні акселерометри реалізуються при розташуванні на одному кристалі триосьового сенсорного елемента та пристроїв обробки, що забезпечує виконання однією ІС з декількома зовнішніми дискретними компонентами функцій сенсора, електричної обробки сигналу, самотестування, калібрування і програмування (кошують такі ІС на порядок менше, ніж спеціалізовані пристрої) [8].

### Математичні моделі MEMS-акселерометра

В загальному випадку при роботі в широкому динамічному діапазоні прискорень для акселерометрів маятникового типу спостерігається нелінійний характер переміщень. Наприклад, при детектуванні прискорень, більших максимального, або при перевищенні напруги живлення сенсора може виникнути незворотне зближення заряджених обкладок мікроконденсатора, що приводить до ефекту їх “злипання”. Критичні значення даних параметрів зазвичай наводяться в паспортних даних акселерометра [9]. При розв’язанні задач навігації можна знехтувати наявністю нелінійностей, оскільки акселерометр працює в номінальному режимі, визначеному технічним завданням замовника. Згідно цих умов в процесі випробувань засобів мобільної робототехніки не має виникати ситуацій перевищення динамічного діапазону прискорень.

Тому в даній роботі для отримання математичного співвідношення передавальної функції акселерометра скористаємося спрощеною лінеаризованою механічною схемою маяткової структури MEMS-акселерометра, наприклад, типу MMA7331LT, наведеною на рис. 4.

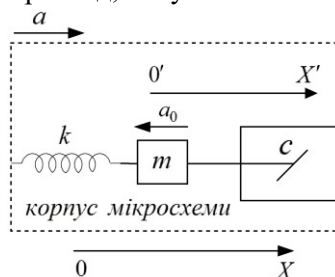


Рис. 4. Спрощена одномірна механічна модель MEMS-акселерометра MMA7331LT

На рис. 4 показані такі елементи сенсора:

- ефективна інерційна маса  $m$  (міра розміру рухомої частини, залежна від типу кріплення);
- пружний елемент з коефіцієнтом жорсткості  $k$ , величина якого залежить від вибраного матеріалу та конструкції резонатора, а в резонансному режимі роботи й від моди коливань;
- демпфуючий елемент, який працює в повітряному середовищі, що має опір руху інерційної маси, при цьому коефіцієнт опору  $c$  враховує внутрішні та зовнішні втрати енергії в системі.

MEMS-акселерометр MMA7331LT (Frescale Semiconductor) може працювати в одному з двох режимів вимірювання прискорення  $\pm 4g$  та  $\pm 12g$  [9] та має три ортогональні осі чутливості, що дозволяє отримати просторовий вектор стану (триканальність MMA7331LT дає повну інформацію про лінійне прискорення в інерціальному просторі).

Підсумкове прискорення інерційної маси в ІСВ визначається як  $\vec{A} = \vec{a} + \vec{a}_0$  [10], при цьому рух інерційної маси з даним прискоренням виникає за рахунок сили  $\vec{F} = m \cdot \vec{A}$ . Для спрощеної схеми при переміщенні з прискоренням  $a$  на інерційну масу діють сила пружності  $F_{II} = k \cdot x'$  та сила опору

$F_O = c \cdot \frac{dx'}{dt}$ . Тоді рівняння руху інерційної маси:

$$m \cdot (a - a_0) = k \cdot x' + c \cdot \frac{dx'}{dt} \quad (8)$$

В зв’язаній з сенсором системі відліку  $0'X'$  модуль прискорення є другою похідною від переміщення  $a_0 = \frac{d^2x'}{dt^2}$ , тому співвідношення (8) можна переписати таким чином:

$$m \cdot \frac{d^2 x'}{dt^2} + k \cdot x' + c \cdot \frac{dx'}{dt} = m \cdot a. \quad (9)$$

Отримане співвідношення (3) є диференціальним рівнянням відносно координати  $x'$ , яке при нульових початкових умовах перетворюється в диференціальне в операторній формі:

$$m \cdot p^2 \cdot X'(p) + k \cdot X'(p) + c \cdot p \cdot X'(p) = m \cdot a(p), \quad (10)$$

де  $X'(p)$  та  $a(p)$  – зображення за Лапласом переміщення інерційної маси і прискорення об'єкту.

Для спрощеної механічної системи вхідним сигналом є прискорення об'єкту, а вихідним – переміщення інерційної маси в системі координат  $OX'$ , тому її передавальна функція

$$W_C(p) = \frac{X'(p)}{a(p)} = \frac{m}{m \cdot p^2 + c \cdot p + k} \quad (11)$$

є передавальною функцією за каналом "прискорення – зміщення інерційної маси".

Якщо перейти від механічних змінних  $k$ ,  $m$  та  $c$  до електричних, отримаємо [10]:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad \xi = \frac{c}{2\sqrt{k \cdot m}}, \quad (12)$$

де  $\omega_0$  – частота власних коливань акселерометра;  $\xi$  – коефіцієнт згасання.

З врахуванням введених змінних передавальна функція (11) перепишеться таким чином:

$$W_C(p) = \frac{1}{p^2 + 2 \cdot \xi \cdot \omega_0 \cdot p + \omega_0^2}. \quad (13)$$

Тому що вихідна напруга сенсора пропорційна зміщенню інерційної маси, то з використанням

(13), ввівши коефіцієнти  $K = \frac{G}{\omega_0^2}$ ,  $\alpha = \frac{1}{\omega_0^2}$ ,  $\beta = \frac{2 \cdot \xi}{\omega_0}$ , можна записати ПФ акселерометра:

$$W_C(p) = \frac{U(p)}{a(p)} = \frac{K}{\alpha \cdot p^2 + \beta \cdot p + 1}, \quad (14)$$

де  $K$  – статичний коефіцієнт передачі акселерометра за каналом "прискорення – вихідна напруга";  $\alpha$  та  $\beta$  – коефіцієнти, що визначають інерційність акселерометра.

Отримане співвідношення для передавальної функції (14) далі буде використовуватися як математична модель акселерометра. Для подальшого аналізу визначимо параметри його передавальної функції  $K$ ,  $\alpha$  та  $\beta$ . В паспортних даних [9] наведено значення коефіцієнта чутливості  $K$  (масштабного коефіцієнта) при кімнатній температурі.

В роботі масштабний коефіцієнт визначений за експериментальними даними як кут нахилу залежностей вихідної напруги акселерометра ММА7331LT від вимірюваного прискорення, наведених на рис. 5. При проведенні вимірювань вісь чутливості акселерометра встановлена ортогонально вектору прискорення сили тяжіння  $g$ , в результаті чого визначено значення статичного коефіцієнта передачі сенсора за каналом "прискорення – вихідна напруга" в діапазонах:

$$\pm 12g: K = 81.7 \frac{mB}{g} = 0.00834 \frac{B \cdot c^2}{m}; \quad \pm 4g: K = 290.5 \frac{mB}{g} = 0.02964 \frac{B \cdot c^2}{m}.$$

Для оцінки коефіцієнтів  $\alpha$  та  $\beta$  використовувалася логарифмічна амплітудно-частотна характеристика (ЛАЧХ), отримана за виразом для передавальної функції (ПФ) (14). Для визначення значень коефіцієнтів  $\alpha$  та  $\beta$  використовувалася апроксимація методом найменших квадратів експериментально знятої ЛАЧХ з використанням додаткових умов, наведених в [10]. Використовуючи зазначені умови, отримано коефіцієнти ПФ при роботі в діапазоні  $\pm 12g$ :  $\alpha = 2.6342 \cdot 10^{-8} c^2$ ,  $\beta = 9.8127 \cdot 10^{-5} c$ , а також обчислено інші коефіцієнти ПФ в формі (13):

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{2.6342 \cdot 10^{-8}}} = 6161.35 \text{ рад/с}; \quad \xi = \frac{\beta \cdot \omega_0}{2} = \frac{9.8127 \cdot 10^{-5} \cdot 6161.35}{2} = 0.3023;$$

$$G = K \cdot \omega_0^2 = 0.00834 \cdot 6161.35^2 = 316605 \frac{B}{m}.$$



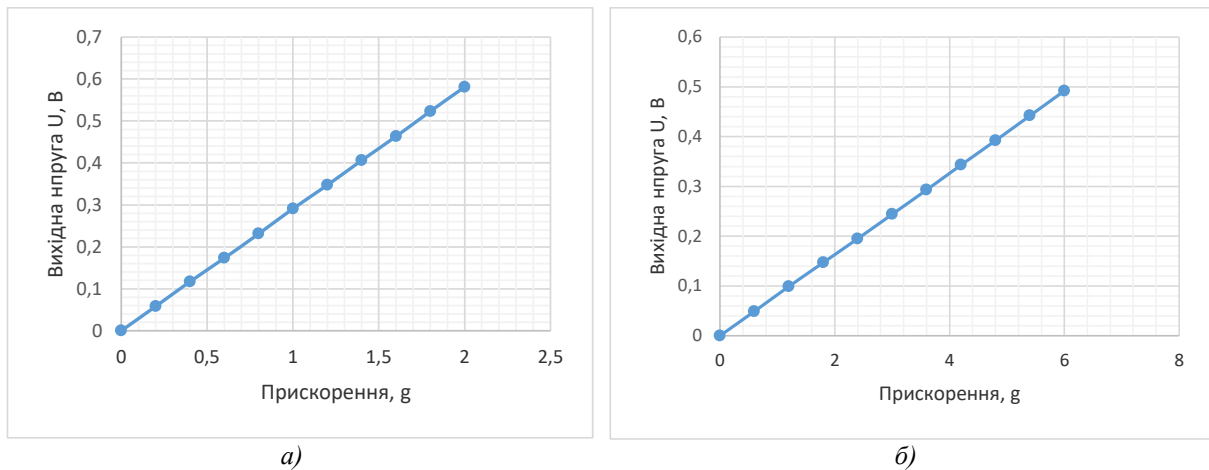


Рис. 5. Залежність вихідної напруги акселерометра MMA7331LT від вимірюваного прискорення в діапазонах  $\pm 4g$  (а) та  $\pm 12g$  (б)

Оцінимо параметри механічної моделі MEMS-акселерометра MMA7331LT для значення ефективної інерційної маси  $m = 10^{-6}$  кг :

$$k = m \cdot \omega_0^2 = 10^{-6} \cdot 6161 \cdot 35^2 = 37.96 \frac{H}{m};$$

$$c = 2 \cdot \xi \cdot \sqrt{k \cdot m} = 2 \cdot 0.3023 \cdot \sqrt{37.96 \cdot 10^{-6}} = 0.003725 \frac{H \cdot c}{m} = 0.003725 \frac{кг}{с}.$$

Таким чином, передавальна функція акселерометра в діапазоні  $\pm 12g$  буде мати вигляд

$$W_C(p) = \frac{0.00834}{2.6342 \cdot 10^{-8} \cdot p^2 + 9.8127 \cdot 10^{-5} \cdot p + 1}. \quad (15)$$

На рис. 6 наведені експериментальна (червоний колір) та змодельована за співвідношенням (15) (синій колір) нормовані АЧХ MEMS-акселерометра MMA7331LT для діапазону  $\pm 12g$ .

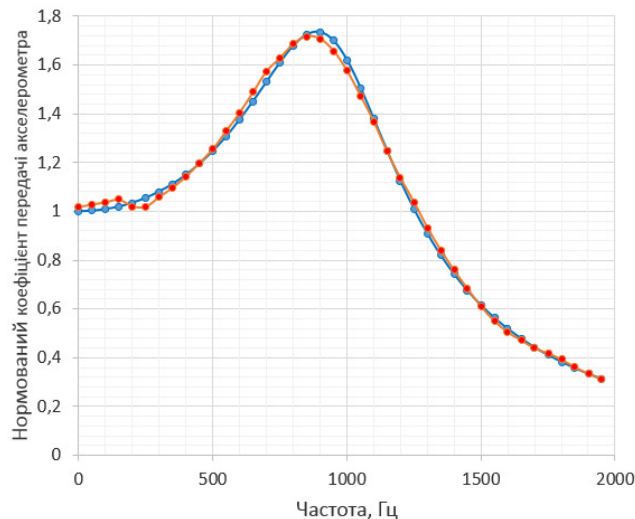


Рис. 6. Нормована АЧХ MEMS-акселерометра MMA7331LT для діапазону  $\pm 12g$

Так, при використанні паспортних характеристик MEMS-акселерометра MMA7331LT для діапазону  $\pm 12g$  максимальна похибка відхилення від експериментальних даних не буде перевищувати 14%, а при використанні передавальної функції (10) – не буде перевищувати 3.5%.

Для задач схмотехнічного моделювання MEMS-акселерометр доцільно представити еквівалентною електричною схемою у вигляді послідовного резонансного контуру, в якому вихідна напруга знімається з конденсатора. Таке представлення може використовуватися в середовищах Electronics Workbench або NI Multisim для моделювання частотних та часових характеристик електричних кіл, заданих у вигляді електричної схеми [10].

Операторна передавальна функція для такої електричної схеми буде мати вигляд:

$$W_C(p) = \frac{U(p)}{a(p)} = \frac{1/pC}{R + pL + 1/pC} = \frac{1}{p^2LC + pRC + 1}, \quad (16)$$

звідки відповідно до співвідношення (14)  $\alpha = LC$ ,  $\beta = RC$ .

Для MEMS-акселерометра MMA7331LT в діапазоні вимірювання  $\pm 12g$  електричні параметри еквівалентної схеми (активний опір  $R$ , ємність  $C$ , індуктивність  $L$ , характеристичний опір  $\rho$ , добротність  $Q$  та коефіцієнт затухання  $\xi$ ) будуть мати такі значення (для  $R = 5 \text{ Ом}$ ):

$$C = \frac{\beta}{R} = \frac{9.8127 \cdot 10^{-5}}{5} = 19.625 \text{ мкФ}; \quad L = \frac{\alpha}{C} = \frac{2.6342 \cdot 10^{-8}}{19.625 \cdot 10^{-5}} = 1.342 \text{ мГн}; \quad Q = \frac{\rho}{R} = \frac{8.269}{5} = 1.654;$$

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{1.342 \cdot 10^{-3}}{19.625 \cdot 10^{-5}}} = 8.269 \text{ Ом}; \quad \xi = \frac{\beta\omega_0}{2} = \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{R}{2\rho} = \frac{1}{2Q} = \frac{1}{2 \cdot 1.654} = 0.3023.$$

За визначеними електричними параметрами моделі MEMS-акселерометра MMA7331LT в діапазоні вимірювання  $\pm 12g$  в середовищі Electronics Workbench можна провести моделювання нормованих частотних характеристик (АЧХ, ФЧХ та ЛАЧХ). Тривалість перехідного процесу за еквівалентною електричною схемою MEMS-акселерометра оцінюється величиною

$$t_n \approx \frac{3}{\xi \cdot \omega_0} = \frac{3}{0.3023 \cdot 6161.35} = 1.61 \text{ мс}.$$

Для аналізу стійкості систем управління з акселерометром може виникнути потреба в побудові годографа (залежності уявної частини  $Im\{W_C(p)\}$  ПФ (15) від дійсної частини  $Re\{W_C(p)\}$ ).

### Висновки

1. В роботі проведений аналіз більшості технічних параметрів і характеристик акселерометрів, які використовуються для оцінки їх працездатності, точності та можливості виконання конкретних вимірювальних задач.

2. Представлені математичні моделі MEMS-акселерометра MMA7331LT в різних формах (механічна, електрична в формі ПФ і схематична в формі еквівалентної електричної схеми).

3. Проведена оцінка параметрів електричної моделі MEMS-акселерометра MMA7331LT методом найменших квадратів. Порівняння експериментальної та змодельованої нормованих АЧХ (рис. 6) доводить адекватність запропонованих моделей.

### Список літературних джерел

1. Рудик, А. В. Наукові основи та принципи побудови приладової системи вимірювання прискорення мобільного робота. Монографія / А. В. Рудик, В. П. Квасніков. – Харків : Мачулін, 2018. – 272 с.
2. Янчич, В. В. Пьезоэлектрические датчики вибрационного и ударного ускорения / В. В. Янчич. – Ростов-на-Дону : Южный федеральный университет, 2008. – 77 с.
3. Рудик, А. В. Наукові основи та принципи побудови приладової системи вимірювання прискорення мобільного робота: дис. на здоб. наук. ступ. д.т.н. / А. В. Рудик. – Київ : НТУ України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», 2018. – 460 с.
4. Квасніков, В. П. Врахування робочих умов вимірювання параметрів руху об'єктів в математичній моделі формування результату вимірювання / В. П. Квасніков, А. В. Рудик // Збірник праць Одеської державної академії технічного регулювання і якості. – 2016. – №2 (9). – С. 41-45.
5. Коптев, Ю. Н. Датчики теплофизических и механических параметров: Справочник. Том 2 / Ю. Н. Коптев, Е. Е. Багдатов, А. В. Гориш, Я. В. Малков. – М. : ИПРЖР, 1999. – 688 с.
6. Клюев, В. В. Приборы и системы для измерения вибрации, шума и удара: Справочник. Кн. 1 / В. В. Клюев. – М. : Машиностроение, 1978. – 448 с.
7. Шарапов, В. М. Пьезоэлектрические датчики / В. М. Шарапов, М. П. Мусиенко, Е. В. Шарапова. – М. : Техносфера, 2006. – 632 с.
8. Рудик, А. В. Багатофункціональні сенсори для мобільної робототехніки / А. В. Рудик // Вісник Інженерної академії України. – 2016. – №1. – С. 30-36.
9.  $\pm 4g$ ,  $\pm 12g$  Three Axis Low-g Micromachined Accelerometer Data Sheet // Freescale / <http://www.datasheetdir.com/MMA7331L+download>.
10. Квасніков, В. П. Математичні моделі MEMS-акселерометра / В. П. Квасніков, А. В. Рудик // Вісник Інженерної академії України. – 2016. – № 4. – С. 86-92.

*нормованого розмаху дозволив не тільки по-новому поглянути на всю теорію випадкових процесів, а й став дуже ефективним і популярним технічним підходом в дослідженні процесів самої різної природи: від телекомунікацій, аналізу біоелектричних сигналів до вирішення завдань функціональної діагностики складних просторових об'єктів. Результати, отримані у роботі можуть бути впроваджені в систему функціональної діагностики складних роторних систем для виявлення та прогнозування поведінки пошкоджень їх обертових елементів.*

УДК 621.317.08

**АНАЛІЗ ОСНОВНИХ ТЕХНІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ, ХАРАКТЕРИСТИК ТА МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ АКСЕЛЕРОМЕТРІВ / А.В. Рудик, О.А. Бідун // Вісник Інженерної академії України. – 2019. – №2. – С. 99-106.**

*В статті проведений аналіз більшості технічних параметрів і характеристик акселерометрів, які використовуються для оцінки їх працездатності, точності та можливості виконання конкретних вимірювальних задач. Представлені математичні моделі MEMS-акселерометра MMA7331LT в різних формах (механічна, електрична в формі передавальної функції та схемотехнічна в формі еквівалентної електричної схеми). Проведена оцінка параметрів електричної моделі (передавальної функції акселерометра за каналом "прискорення – вихідна напруга") MEMS-акселерометра MMA7331LT методом найменших квадратів. Порівняння експериментальної та змодельованої нормованих АЧХ доводить адекватність запропонованих моделей.*

**Ключові слова:** акселерометр, технічні параметри, технічні характеристики, математична модель, еквівалентна схема, діапазон вимірювання, прискорення.

**АНАЛИЗ ОСНОВНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ, ХАРАКТЕРИСТИК И МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ АКСЕЛЕРОМЕТРОВ / А.В. Рудык, О.А. Бидун // Вестник Инженерной академии Украины. – 2019. – №2. – С. 99-106.**

*В статье проведен анализ большинства технических параметров и характеристик акселерометров, которые используются для оценки их работоспособности, точности и возможности выполнения конкретных измерительных задач. Представленные математические модели MEMS-акселерометра MMA7331LT в различных формах (механическая, электрическая в форме передаточной функции и схемотехническая в форме эквивалентной электрической схемы). Проведена оценка параметров электрической модели (передаточной функции акселерометра по каналу "ускорение – выходное напряжение") MEMS-акселерометра MMA7331LT методом наименьших квадратов. Сравнение экспериментальной и смоделированной нормированных АЧХ доказывает адекватность предложенных моделей.*

**Ключевые слова:** акселерометр, технические параметры, технические характеристики, математическая модель, эквивалентная схема, диапазон измерения, ускорение.

**ANALYSIS OF THE MAIN TECHNICAL PARAMETERS, CHARACTERISTICS AND MATHEMATICAL MODELS OF ACCELEROMETERS / A.V. Rudyk, O.A. Bidun // Bulletin of Engineering Academy of Ukraine. – 2019. – №2. – P. 99-106.**

*The article analyzes most of the technical parameters and characteristics of accelerometers, which are used to assess their performance, accuracy and the ability to perform specific measurement tasks. The presented mathematical models of the MMA7331LT MEMS accelerometer in various forms (mechanical, electrical in the form of a transfer function and circuitry in the form of an equivalent electrical circuit). The parameters of the electric model (the transfer function of the accelerometer via the acceleration-output voltage channel) of the MMS7331LT MEMS accelerometer were estimated using the least squares method. Comparison of experimental and simulated normalized amplitude-frequency characteristics proves the adequacy of the proposed models.*

**Keywords:** accelerometer, technical parameters, technical characteristics, mathematical model, equivalent circuit, measuring range, acceleration

УДК 621.317.08

**АНАЛІЗ ОДОМЕТРИЧНИХ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РУХУ МОБІЛЬНИХ РОБОТІВ / А.В. Рудик, В.А. Рудик, М.І. Матей // Вісник Інженерної академії України. – 2019. – №2. – С. 107-115.**

*В статті представлена реалістична модель вимірювань одометра, яка передбачає врахування ос-*

ТЕОРЕТИЧНИЙ І НАУКОВО-ПРАКТИЧНИЙ ЖУРНАЛ  
ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ



**В І С Н И К**  
**ІНЖЕНЕРНОЇ АКАДЕМІЇ УКРАЇНИ**

ВИПУСК 2 2019

Підп. до друку 29.05.2019р. Формат 60×84/8. Папір офсет. № 1.  
Гарнітура Тип Таймс. Друк офсет. Ум. друк. арк. 33,1  
Обл.-вид. арк. 35,6. Наклад 300 прим.

Віддруковано: СПД «Андріївська Л.В.»  
м. Київ, вул. Бориспільська, 9,  
Свідоцтво серія ВОЗ № 919546 від 19.09.2004 р