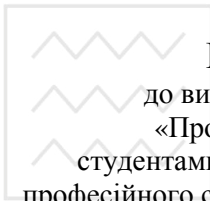




Національний університет
водного господарства та природокористування

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та
природокористування
Кафедра підйомно-транспортних, будівельних, дорожніх,
меліоративних машин і обладнання сільськогосподарського
виробництва

02-01-301



МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних робіт з дисципліни
«Проектування металоконструкцій машин»
студентами за напрямом 6.050503 «Машинобудування»
професійного спрямування «Підйомно-транспортні, дорожні,
будівельні, меліоративні машини і обладнання», «Обладнання
хімічних виробництв і підприємств будівельних матеріалів» денної
та заочної форм навчання

Затверджено
методичною комісією
напрямку «Машинобудування»
спеціальність 6.050503
Протокол № 12
Від 26 березня 2014 р.

Рівне 2014



Методичні вказівки для виконання практичних робіт з дисципліни «Проектування металоконструкцій машин» студентами за напрямом 6.050503 «Машинобудування». / Маркова О.В. – Рівне: НУВГП, 2014. – 42 с.

Упорядник: О.В. Маркова, к.т.н., доцент

Відповідальний за випуск: С. В. Кравець, д.т.н., професор,
завідувач кафедри підйомно-транспортних
будівельних, дорожніх, меліоративних
машин і обладнання сільськогосподарського
виробництва



Національний університет
водного господарства
та природокористування

ЗМІСТ

	стор.
Вступ	3
1. Задача №1	
«Розрахунок плоскої статично визначуваної ферми»	4
2. Задача №2	
«Розрахунок статично визначуваної рами»	15
3. Задача №3	
«Розрахунок плоскої статично невизначуваної рами методом сил»	26
Література	41
Додаток. Рекомендації по утворенню основної системи методу сил для плоскої рами	42



ВСТУП

Дані методичні вказівки містять комплекс задач з дисципліни «Проектування металоконструкцій машин» для самостійного їх розв'язання студентами під контролем викладача. На допомогу студентам на початку кожної задачі коротко подається відповідний теоретичний матеріал та приводяться приклади розв'язання задачі.

Вихідні дані до задач вибираються студентами згідно трьом останнім цифрам номера залікової книжки. До кожної задачі наводяться три десятки схем. Щоб встановити десятку, у якому знаходиться розрахункова схема, потрібно скласти три останні цифри шифру і суму їх поділити на 3. До залишку після ділення слід додати 1 - одержимо номер десятка. Наприклад, якщо шифр - 593, то розділивши суму цифр $5+9+3=17$ на три $17:3=5(2)$ і додавши 1 до залишку 2, отримаємо номер десятка, що дорівнює 3.

У межах встановленого десятка номер розрахункової схеми відповідає останній цифрі шифру.

Вихідні дані до розрахункової схеми вибирають за передостанньою та останньою цифрами шифру. Роботи, виконані не за варіантом, студентам не зараховуються.

Оформляючи звіт щодо практичної роботи задана розрахункова схема з встановленими цифровими даними повинна бути приведена на початку задачі. Пояснювальна записка оформляється на аркушах паперу формату А4 (210x297). Креслення виконують в одному із стандартних масштабів. На епюрах повинні бути надписані і підтверджені розрахунками значення в усіх характерних розрізах.

Завдання, виконані неохайно, нерозбірливо, із помарками, на перевірку не приймаються.



ЗАДАЧА №1

РОЗРАХУНОК ПЛОСКОЇ СТАТИЧНО ВИЗНАЧУВАНОЇ ФЕРМИ

Дані до розрахунку наведені на рис. 1.1 та в табл. 1.1.

Завдання. Графічним методом визначити зусилля в усіх стрижнях ферми, а аналітичним - в п'яти стрижнях вказаної панелі. Оцінити точність графічного методу.

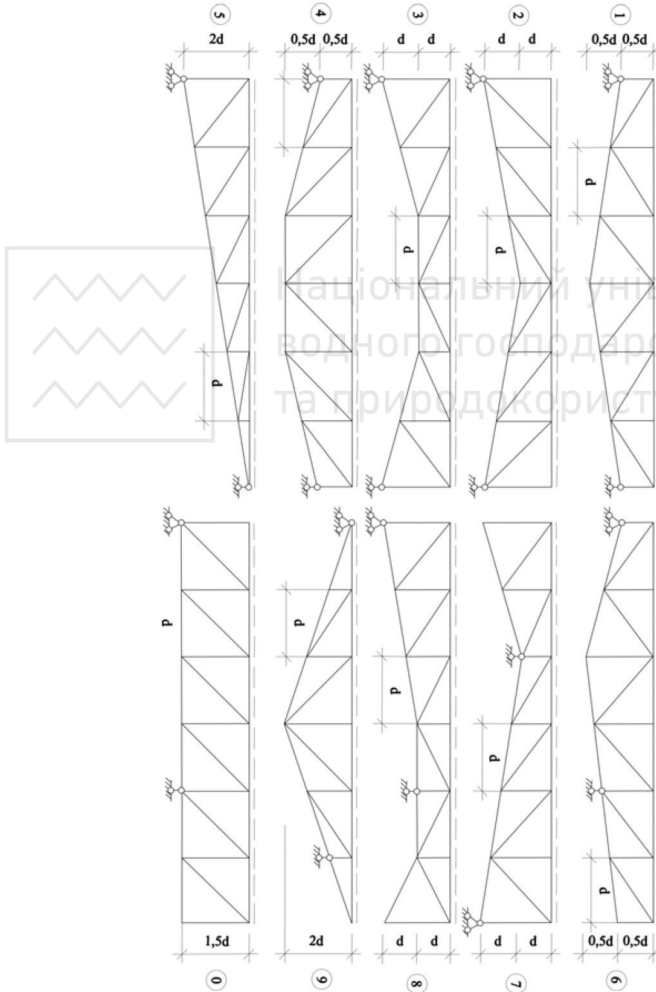


Рис. 1.1 (1 десяток)



Національний університет
водного господарства
та природокористування

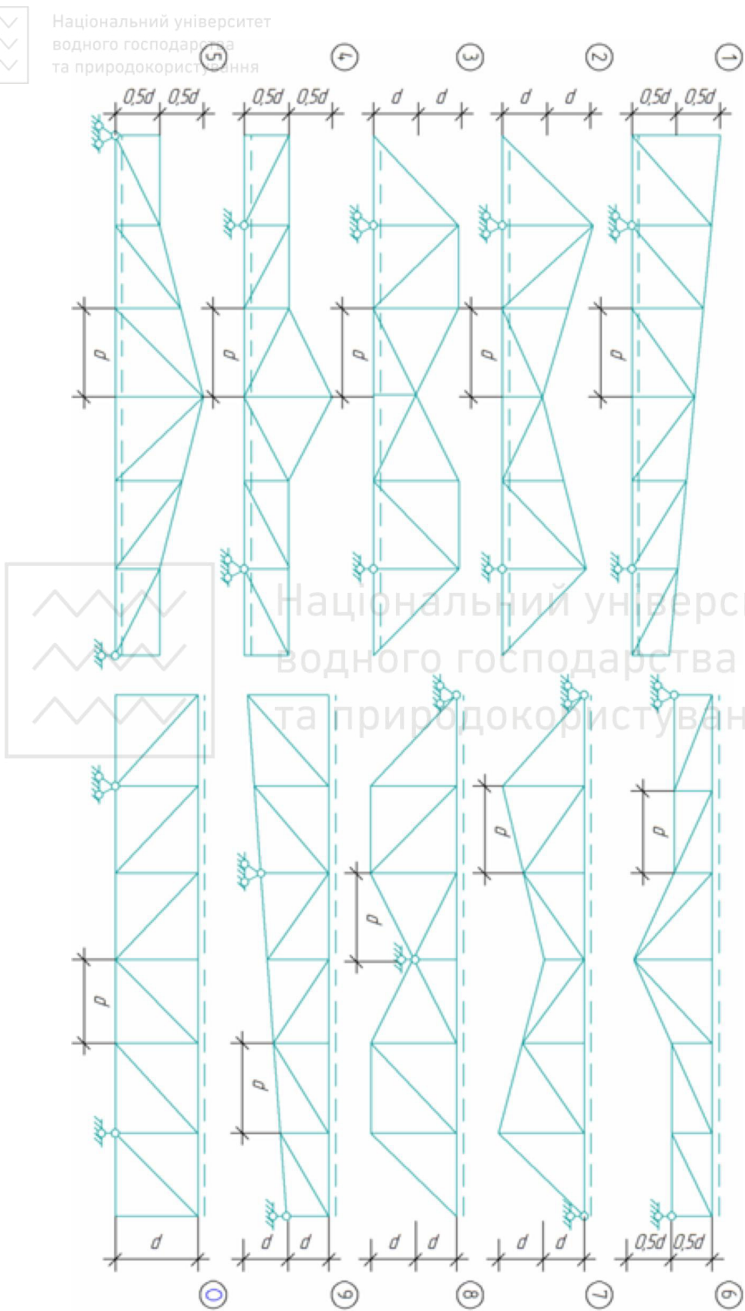


Рис. 1.1 (2 десятков)

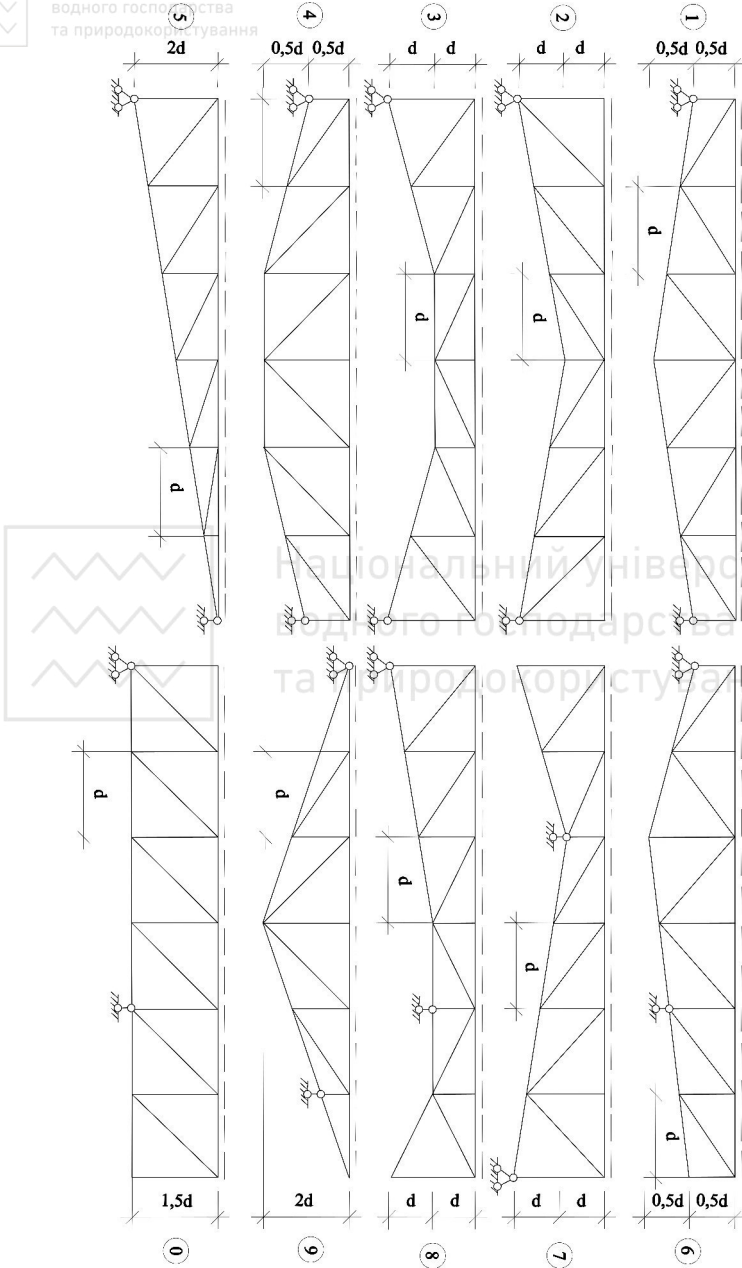


Рис. 1.1 (3 десятков)



Дані до розрахунку плоскої балочної ферми

Передостання цифра шифру	Вузлове навантаження		Остання цифра шифру	Довжина панелі, м	№ панелі, раховучи зліва
	F_1 , кН	F_2 , кН			
1	30	40	1	2,0	3
2	30	40	2	4,0	4
3	40	60	3	6,0	5
4	50	80	4	2,4	2
5	40	20	5	4,4	3
6	60	20	6	6,4	4
7	80	40	7	4,8	5
8	20	60	8	2,8	2
9	30	80	9	3,2	3
0	10	20	0	4,2	4

Примітка. Завантажений пояс помічено на схемах ферм штриховою лінією. Сили F_1 , прикладені в непарних, а F_2 в парних вузлах завантаженого поясу.

Приклад розрахунку плоскої ферми

Розглянемо ферму, показану на рис. 1.2.

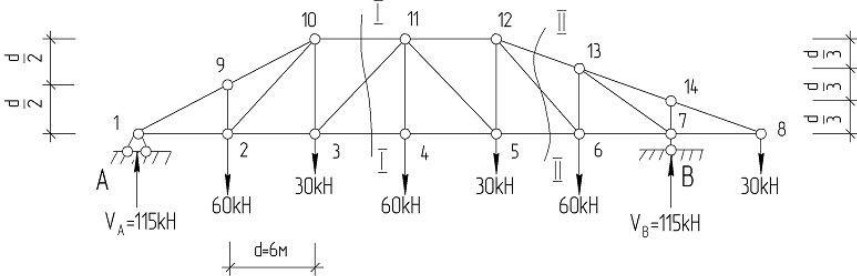


Рис. 1.2

Фермою називається стрижнева система, розрахункова схема якої складається з прямих стрижнів, з'єднаних у вузлах ідеальними шарнірами. При вузловому навантаженні в стрижнях ферми виникають лише деформації осевого розтягу чи стиску і, відповідно, лише поздовжні зусилля N .



1. Структурний аналіз

За допомогою формули $3=C-2B$ встановлюється, чи являється ферма статично визначуваною (при $3=0$), статично невизначуваною (при $3>0$), або ж геометрично змінною (при $3<0$). Тут 3 - кількість «зайвих» в'язей; C - кількість всіх стержнів в системі; B - кількість вузлів ферми. Структурним аналізом дискової системи додатково підтверджується геометрична незмінюваність ферми при $3>0$.

Для ферми на рис. 1.2 (стор. 4) $C=25+3=28$ (25 стрижнів основних і 3 опорних стрижня); $B=14$, $3=28-2\cdot 14=0$.

Ферма статично визначувана.

Аналіз структури ферми як дискової системи вказує на її геометричну незмінюваність (рис. 1.3, а), оскільки два диски (D_1 - ферма та D_2 - опорний диск - земля) з'єднані трьома стрижнями, котрі не паралельні між собою, а напрямки їхні не перетинаються в одній точці. Укрупнення ферми в один диск D (рис. 1.3, з) виконано послідовним приєднанням до першого диска (стрижня) ферми (наприклад рис. 1.2 - стрижень 1-2) низки діад. (Діада - дві лінійні в'язі диска чи стрижня, що не лежать на одній прямій і об'єднані спільними шарнірами - на рис. 1.3, б, в). Така система складається, як бачимо, із геометрично незмінних фігур - «трикутників».

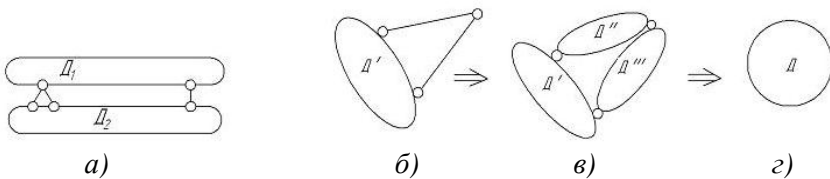


Рис. 1.3

2. Визначення опорних реакцій

Використаємо три рівняння рівноваги плоскої системи сил в координатах XoY :

$$\begin{aligned} \sum_i F_{ix} = 0; & \quad \sum_i F_{iy} = 0; & \quad \sum_i m_k(F_i) = 0 \quad \text{або} \\ \sum_i m_{k1}(F_i) = 0; & \quad \sum_i m_{k2}(F_i) = 0; & \quad \sum_i F_{ix} = 0. \end{aligned}$$

Для заданої ферми зручніше записати (1.2):



$$\sum m_A = 0; \quad \sum m_B = 0;$$

$$\sum F_{ix} = 0;$$

$$\sum m_A = 0;$$

$$\sum m_A = -60d - 30 \cdot 2d - 60 \cdot 3d - 30 \cdot 4d - 60 \cdot 5d + V_B \cdot 6d - 30 \cdot 7d = 0;$$

$$V_B = \frac{60 \cdot 6 + 30 \cdot 12 + 60 \cdot 18 + 30 \cdot 24 + 60 \cdot 30 + 30 \cdot 42}{36} =$$

$$= \frac{360 + 360 + 1080 + 720 + 1800 + 1260}{36} =$$

$$= \frac{5580}{36} = 155 \text{ кН};$$

$$\sum m_B = 0;$$

$$\sum m_B = -V_A \cdot 6d + 60 \cdot 5d + 30 \cdot 4d + 60 \cdot 3d + 30 \cdot 2d + 60d - 3d = 0$$

$$V_A = \frac{60 \cdot 30 + 30 \cdot 24 + 60 \cdot 18 + 30 \cdot 12 + 60 \cdot 6 + 30 \cdot 6}{36} =$$

$$= \frac{18 - 0 + 720 + 1080 + 360 + 360 + 180}{36} =$$

$$= \frac{4240}{36} = 115 \text{ кН};$$

Перевірку запишемо як $\Sigma F_{iy} = 115 + 155 - 60 \cdot 3 - 30 \cdot 3 = 0$.

3. Аналітичний розрахунок ферми

Використовуємо метод наскрізних розрізів. Ферма розрізається на дві частини, одна з яких відкидається. В розрізаних стрижнях ферми показують розтягуючі поздовжні зусилля $N_{к-р}$, направляючи їх від вузла в напрямку відкинутої частини («к», «р» - номера шарнірів на кінцях розрізаного стрижня). Визначаються $N_{к-р}$ із окремих рівнянь рівноваги (1.1), або (1.2), записаних тепер для залишеної частини ферми. Зауважимо, що кожного разу розрізається ціла ферма.

Коли у залишеній частині є лише один вузол ферми, то такий підхід називають методом вирізання вузлів. У цьому випадку маємо систему сил, що сходяться в одній точці, і для знаходження $N_{к-р}$ можна записати лише два рівняння проєкцій із (1.1). Коли для залишеної частини із декількома вузлами записують рівняння $\Sigma m_k = 0$, а точка «к» знаходиться на перетині ліній дії всіх, окрім одного,



зусилля $N_{к-р}$ такий підхід називають методом моментної точки. Точка «к» називається моментною.

Визначимо деякі зусилля в фермі (див. рис. 1.2 та рис. 1.4).

Зусилля $N_{3,4}$. Зробимо розріз I-I; відкинемо праву частину ферми. Дію правої частини на ліву покажемо зусиллями N_{10-11} , N_{3-11} , $N_{3,4}$, в розрізаних стрижнях. Рахуємо стрижні розтягнутими (рис. 1.4).

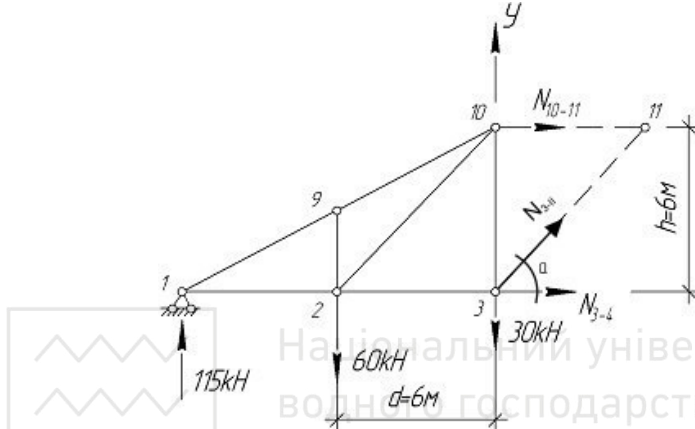


Рис. 1.4

Згідно методу моментної точки, вибравши її в точці 11 на перетині ліній дії зусилля N_{3-11} , N_{10-11} , запишемо:

$$\sum_{F_{iy}}^{(лів.I-I)} = 0; \quad 115 \cdot 3d - 60 \cdot 2d - N_{3,4} \cdot h = 0, \quad N_{3,4} = 195 \text{ кН.}$$

Зусилля N_{3-11} . Спроектуємо всі сили на вертикальну вісь, котра перпендикулярна зусиллям N_{10-11} , $N_{3,4}$ в розрізі I-I (рис. 1.4):

$$\sum_{F_{iy}}^{(лів.I-I)} = 0; \quad 115 - 60 + N_{3-11} \cdot \sin \alpha = 0, \quad N_{3-11} = -35,36 \text{ кН.}$$

Зусилля N_{12-6} . Розріз II-II (рис. 1.2). Моментною буде точка 8 (рис. 1.5) $\sum_{m_B}^{(прав.II-II)} = 0; 60 \cdot 2d - 115 \cdot d - N_{12-6} \cdot r = 0$, що при $r = 2d \cdot \sin \gamma = 2 \cdot 6 \cdot 0,707 = 8,48$ м, де $\gamma = 45^\circ$ дає $N_{12-6} = 24,75$ кН.

Іноді, щоб зручніше було шукати плече зусилля, це зусилля розкладають векторно на компоненти. Розкладаючи N_{12-6} на вертикальну і горизонтальну складову, отримуємо $N_{12-6} = -24,75$ кН із рівняння:

$$\sum_{m_B}^{(прав.II-II)} = 0; \quad 60 \cdot 2d - 115 \cdot d - N_{12-6} \sin \gamma 2d - (N_{12-6} \cos \gamma) \cdot 0 = 0.$$

Зусилля N_{12-13} . Розріз II-II (рис. 1.2, рис. 1.5).

Моментна точка 6:

$$\sum_{m_6}^{(прав. II-II)} = 0; \quad 115 \cdot d - N_{12-13} \cdot r_1 - 30 \cdot 2d = 0; \quad N_{12-13} = -150,4 \text{ кН, де}$$

плече $r_1 = 2d \cdot \sin\beta = 2 \cdot 6 \cdot 0,3162 = 3,795 \text{ м; } \tan\beta = dl/(3d) = 0,3333, \beta = 18^\circ 43'; \sin\beta = 0,3162.$

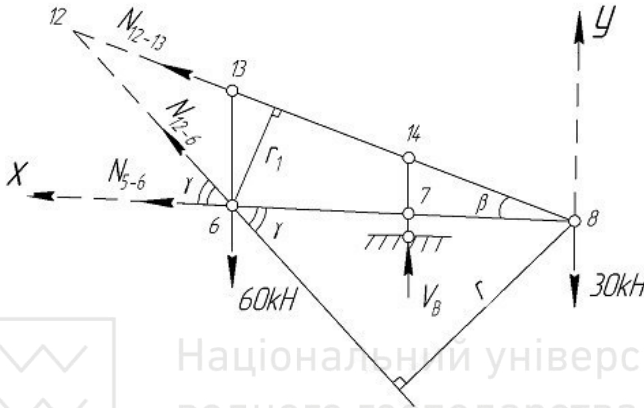


Рис. 1.5

Спосіб вирізання вузлів зручно використовувати для двострижневих вузлів типу вузлів 1 та 8, або трьохстрижневих, в котрих два стрижні лежать на одній лінії: вузли 9, 4, 14 (рис. 1.6).

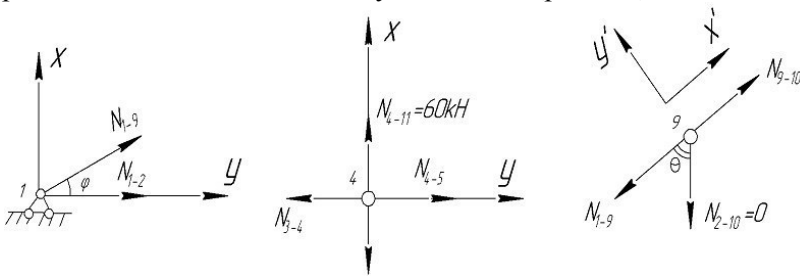


Рис. 1.6

Вузол 1. $\sum_{F_{ix}}^{(вз.1)} = 0; \quad N_{1-9} \cos\varphi + N_{1-2} = 0;$

$$\sum_{F_{iy}}^{(вз.1)} = 0; \quad N_{1-9} \sin\varphi + 115 = 0; \quad N_{1-9} = -257,15 \text{ кН,}$$

$$N_{1-2} = 230 \text{ кН.}$$

Вузол 4. $\sum_{F_{iy}}^{(вз.4)} = 0; \quad N_{4-11} - 60 = 0; \quad N_{4-11} = 60 \text{ кН.}$



Вузол 9. $\sum F_{iy}^{(9)} = 0$; $N_{2-9} \sin \theta = 0$; $N_{2-9} = 0$.

4. Визначення зусиль в стрижнях ферми графічним методом

Одним з найбільш поширених способів являється побудова діаграми зусиль Максвелла-Кремони. Суть методу полягає в побудові для кожного вузла замкнутого силового багатокутника, що обумовлює рівновагу сил у вузлі, але всі ці багатокутники не викреслюються окремо, а об'єднуються у спільну діаграму. Оскільки в основу покладено спосіб послідовного вирізання вузлів, порядок їх розгляду такий, щоб на час розгляду вузла в ньому невідомими було не більше двох зусиль $N_{к-р}$. Під вирізанням вузла будемо надалі розуміти «обхід» навколо даного вузла.

Побудова діаграми починається із зображення в масштабі розрахункової схеми ферми і нумерації полів. Границями полів є лінії дії зосереджених сил навантаження, реакцій, а також стрижні ферми. Всі сили позначаються двома індексами - номерами полів по обидві сторони сили, а для зусиль $N_{к-р}$ - по обидві сторони стрижня. Далі, задаються напрямком «обходу» ферми і усіх вузлів, як правило, за годинниковою стрілкою. Порядок запису полів для сил залежатиме від цього напрямку обходу, а на діаграмі їх послідовність показуватиме напрямком дії вектора сили по відношенню до вузла, який «обходимо» (вирізаємо).

Спочатку «обходимо» навколо ферми і відкладаємо у масштабі один за одним вектори усіх сил навантаження та реакцій у напрямку їх дії. Цей, так званий, багатокутник сил повинен бути замкненим, що відображає рівновагу ферми.

Визначення зусиль $N_{к-р}$ починаємо з двох стрижневого вузла. На діаграмі побудовою знаходимо точку, що відповідає внутрішньому полю між цими двома стрижнями. Проводимо лінії паралельно осям стрижнів вузла із відомих вже точок діаграми, які відповідають назвам полів з іншої сторони цих стрижнів. Потім переходимо до наступного вузла з двома невідомими $N_{к-р}$ і, т.д. Рекомендується будувати діаграму, починаючи з лівих вузлів ферми, рухаючись до середини, і з правих вузлів - теж до середини. Перевіркою служить паралельність осі останнього стрижня, що розглядається, до лінії на діаграмі, яка буде сполучати дві уже відомі точки.

Приведемо приклад графічного розрахунку ферми (рис. 1.7).

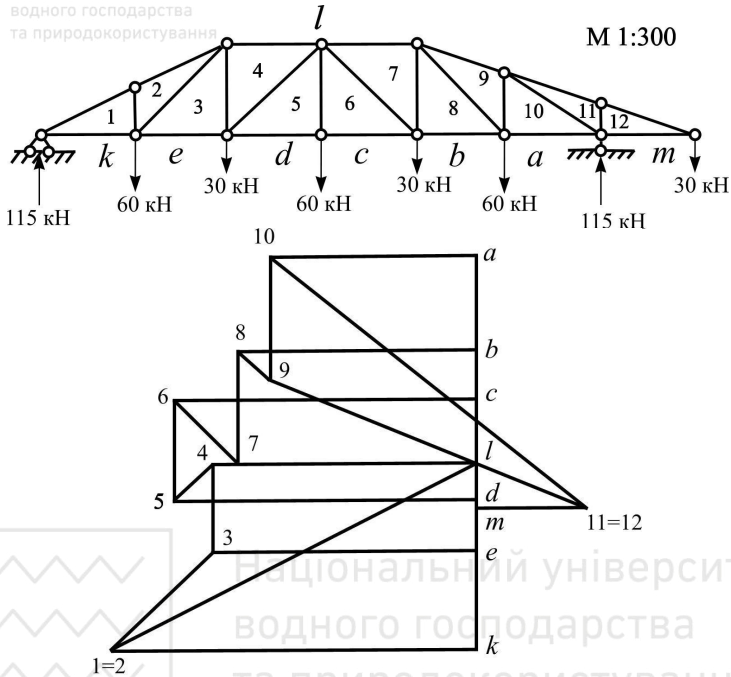


Рис. 1.7. Масштаб сил: В 1 см = 20 кН

Позначимо зовнішні поля буквами від «а» до «m», а внутрішні - цифрами від 1 до 12. Задась масштабом сил: в 1 см - 20 кН. «Обходячи» ферму за годинниковою стрілкою, будемо силовий многокутник, починаючи з будь-якої сили, наприклад, сили $F(a-b)=60$ кН, направленої до низу. Наступною буде сила $F(b-d)=30$ кН (до низу) і т. д., а реакції $R(k-l)$ та $K(m-a)$ відкладатимуться вгору.

Першим «обходимо» вузол 1. Тут два невідомих зусилля: $N(l-1)$ і $N(1-k)$. Поле 1 невідоме і визначається як точка перетину ліній $l-1$ та $1-k$, паралельних до осей відповідних стрижнів.

Отримано замкнутий силовий многокутник $k-l-1-k$, виражаючий рівновагу вирізаного вузла 1. Величини зусиль $N(l-1)$ та $N(1-k)$ визначаються за масштабом сил. При встановленні знаків зусиль у стрижнях потрібно «обійти» вузол 1 за годинниковою стрілкою. Порядок «обходу» $l \rightarrow 1$ відповідає на діаграмі «руху» до вузла 1, тобто дії зусилля $N(l-1)$ у вузол. Отже зусилля у стрижні із вузлами 1,2 стискаюче (знак «мінус»). Цей же знак «мінус» отримуємо і при



«обході» вузла 2 за годинниковою стрілкою, бо порядок «обходу» стає $1 \rightarrow l$, а на діаграмі напрямком $1 \rightarrow l$ відповідає «руху» до вузла 2 (стиск розрізаного стрижня, що виходить із вузла 2).

Продовжуємо «обхід» вузла 1: напрямком $1 \rightarrow k$ відповідає «руху» від вузла, тобто $N(1-2)$ - розтягуюче.

Наступним «обходимо» вузол 9 (рис. 1.2) і шукаємо на діаграмі точку 2, чи відповідає полю 2. Із точки L проводимо лінію $L-2$ паралельне стержню $L-2$ (похило), а із точки 1 - лінію 1-2 паралельно стрижню 1-2 (вертикально). Точки 1,2 співпали, тобто $N(1-2)=0$.

Далі «обходимо» вузол 2. Положення точки 3 знайдемо на перетині горизонтальної лінії $l-3$, проведеної із точки l , та похилої лінії 2-3, проведеної із точки 2.

Наступними будемо «обходити» вузли 10, 3, 4, 11, 8, 14, 7, 13, 6, 12, 5. Результати графічного розрахунку приведені в таблиці у порівнянні з результатами, отриманими при розрахунку аналітичним шляхом.

Таблиця 1.2
Результати аналітичного та графічного розрахунків

Стрижень з вузлами	Зусилля, кН		Відносна похибка графічно, %
	аналітично	графічно	
3 - 4	195	190	-2,6
10 - 11	-170	-166	-2,4
3 - 11	-35,36	-34	-3,8
12 - 6	-24,26	-25	1,0
12 - 13	-150,4	-146	-2,9
1 - 9	-125,15	-252	-2,0
1 - 2	230	226	-1,7
4 - 11	60	60	0
4 - 5	195	190	-2,6
14 - 8	94,94	92	-3,1
7 - 8	-90,08	-94	4,2
2 - 9	0	0	0
14 - 7	0	0	0

Зауваження до аналітичного розрахунку ферми.

Для визначення плечей зусиль зручно користуватись формулою:

$$r = \left| \frac{x_1 y_2 - x_2 y_1}{\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}} \right|, \quad (1.1)$$



де x_1, y_1 та x_2, y_2 - координати кінців стрижня, зусилля в якому необхідно знайти. Початок координат - у моментній точці. Так, для зусилля N_{12-6} координати (x, y) точок 12 та 6 будуть дорівнювати 12 (18; 6), 6 (12; 0). Початок координат - у моментній точці 8 (рис. 1.6).

Підставляючи в (1), отримуємо:

$$r = \frac{18 \cdot 0 - 12 \cdot 6}{\sqrt{(18-12)^2 + (6-0)^2}} = 8,48 \text{ м.}$$

ЗАДАЧА №2

«РОЗРАХУНОК СТАТИЧНО ВИЗНАЧУВАНОЇ РАМИ»

Дані до розрахунку приведені в табл. 2.1 та на рис. 2.1.

Таблиця 2.1

Дані до розрахунку статично визначуваної рами

Перед-остання цифра шифру	l , м	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	Остання цифра шифру (№ схеми)	h , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	q_3 , кН/м	$\frac{El_p}{El_c}$	Вид переміщення
1	10	20	-	40	1	8	4	2	-	2	В
2	8	20	30	-	2	6	-	4	2	2,5	Г
3	6	30	-	60	3	4	-	4	3	3	П
4	4	-	40	50	4	3	4	-	6	4	В
5	6	-	40	60	5	5	4	-	5	3	Г
6	8	30	-	50	6	5	10	6	-	2,5	П
7	5	40	50	-	7	4	-	5	4	2	В
8	5	-	50	30	8	3	6	2	-	1,5	Г
9	12	20	50	-	9	9	2	-	3	2	П
0	10	60	-	40	0	6	4	4	-	3	В

Примітка. Зосереджені сили знаходяться посередині, або на кінцях стрижня, до якого прикладені. El_p та El_c - згинні жорсткості горизонтальних (ригелів) та вертикальних (стояків) стрижнів рами.

Потрібно побудувати епюри згинальних моментів M , поперечних Q та поздовжніх N зусиль. В точці K необхідно визначити переміщення, тип якого - вертикальне (В), горизонтальне (Г), чи кут повороту (П) - вказано в табл. 2.1. Якщо на рамі показано точки K_1 та K_2 , то вертикальне переміщення потрібно знайти в т. K_1 , горизонтальне - в т. K_2 , кут повороту - в будь-якій із них.



Національний університет
водного господарства
та природокористування

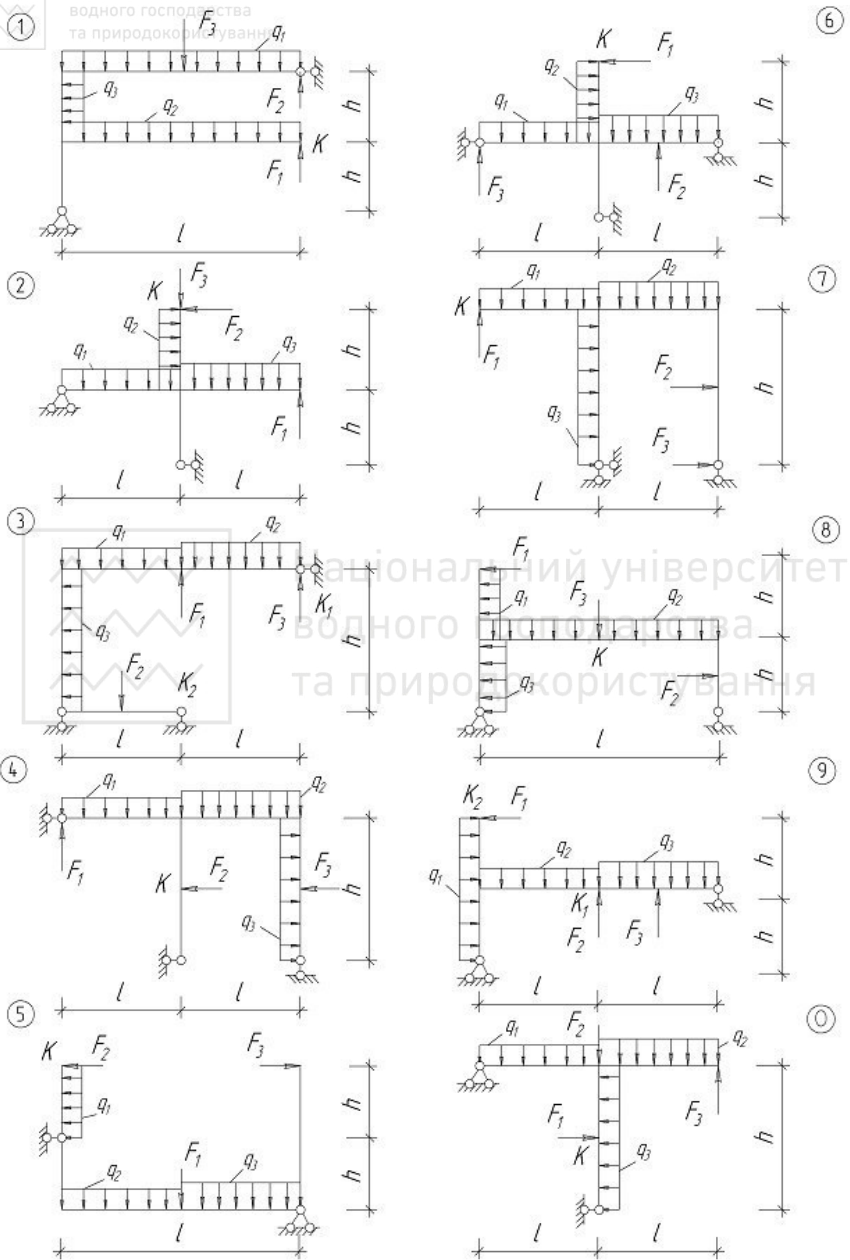


Рис. 2.1. (1 десяток)



Національний університет
водного господарства
та природокористування

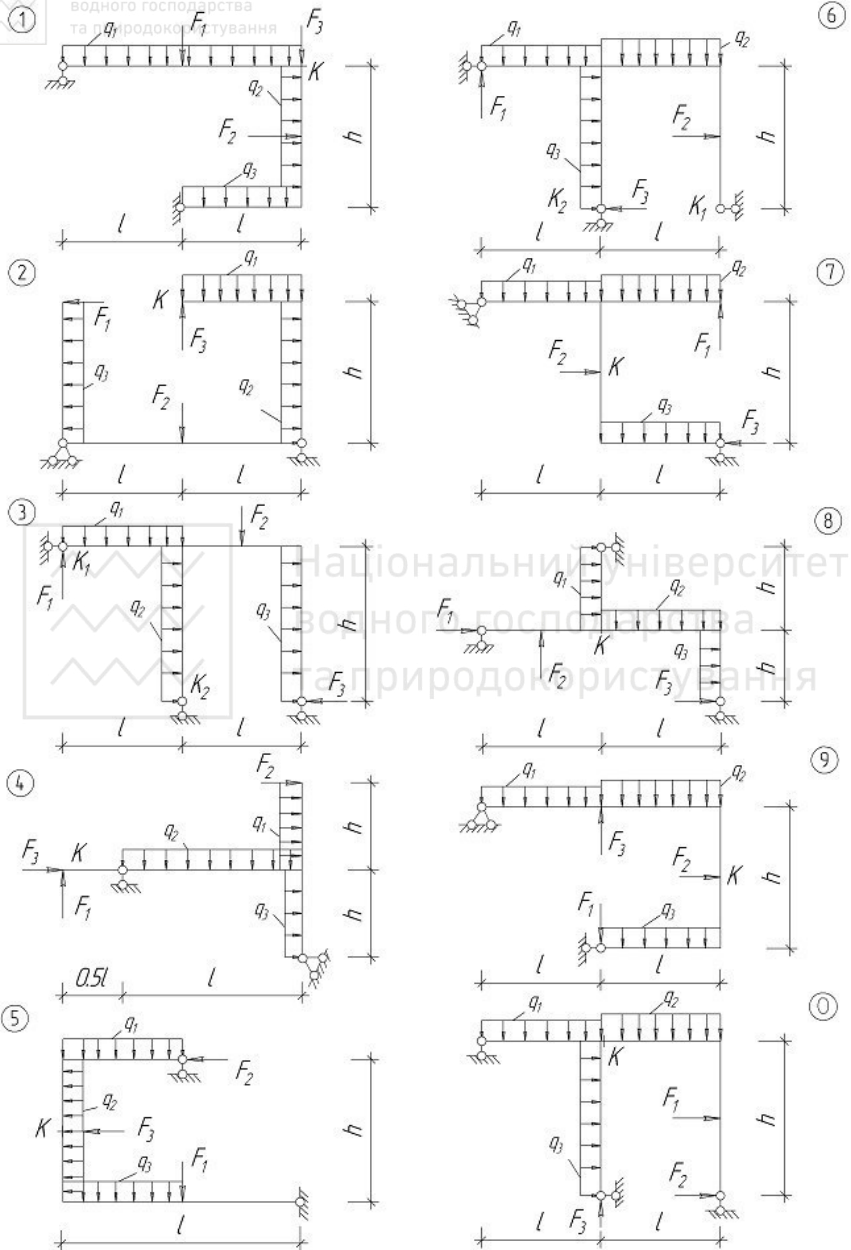


Рис. 2.1. (2 десяток)



Національний університет
водного господарства
та природокористування

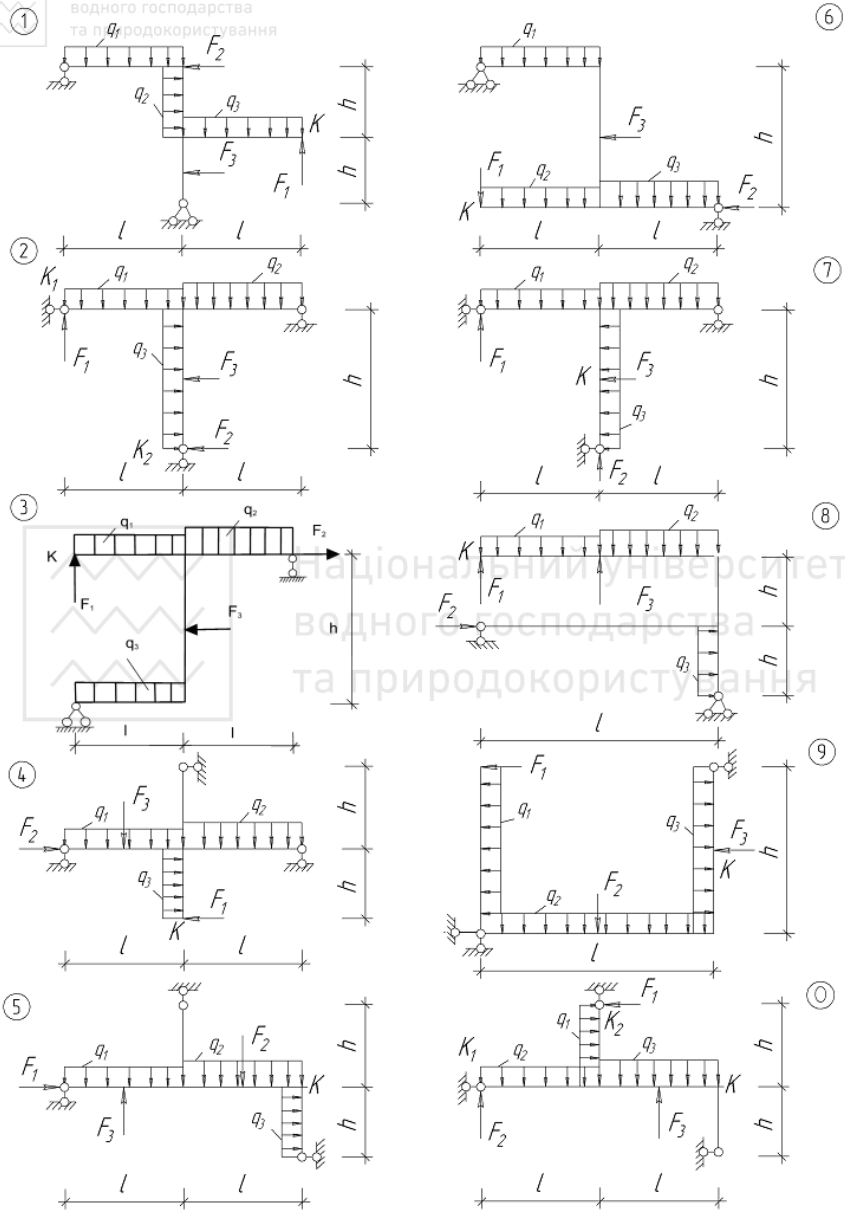


Рис. 2.1 (3 десятков)



Приклад розрахунку статично визначуваної рами

Розрахункова схема показана на рис. 2.2.

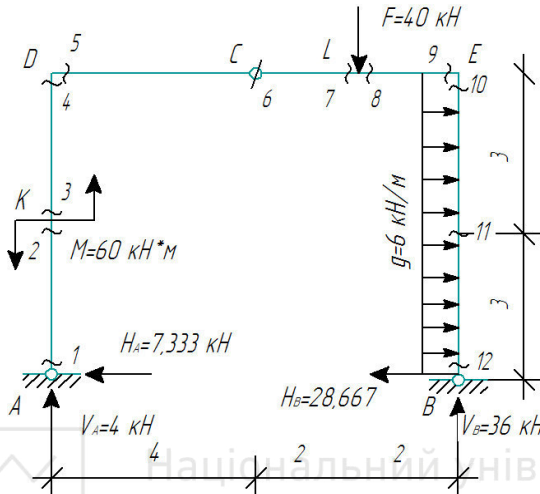


Рис. 2.2

1. Структурний аналіз

Кількість «зайвих» в'язей Z , у порівнянні з необхідними для утворення статично визначеної системи, знайдемо за формулою:

$$Z = 3K - \text{Ш}_{\text{II}}, \quad (2.1)$$

де K - кількість замкнених контурів, а Ш_{II} - простих шарнірів.

Тут $K=1$, $\text{Ш}_{\text{II}}=3$. Тоді $Z=3 \cdot 1 - 3=0$. Система складатиметься із трьох дисків, з'єднаних трьома шарнірами, і, як на рис. 1.3, б, утворює «трикутник» а тому - геометрично незмінна. Рама - статично визначувана.

2. Реакції опор

В статично визначуваній рамі знаходимо їх із трьох рівнянь рівноваги (1.1), або (1.2). В системі з'єднуючим шарніром C використовуємо також додаткове рівняння про рівність нулю згинального моменту в шарнірі C ($\sum_{m_C}^{(лів.C)} = 0$, або $\sum_{m_C}^{(прав.C)} = 0$).

$$\begin{aligned} \sum m_A = 0; & \quad M - F \cdot 6 - q \cdot 6 \cdot 3 + V_B \cdot 8 = 0, & \quad V_B = 36 \text{ кН}; \\ \sum m_B = 0; & \quad M + F \cdot 2 - q \cdot 6 \cdot 3 - V_A \cdot 8 = 0, & \quad V_A = 4 \text{ кН}; \end{aligned}$$



$$\sum_{m_C}^{(лів. C)} = 0; \quad M - V_A \cdot 4 - H_A \cdot 6 = 0; \quad H_A = 7,33 \text{ кН};$$

$$\sum F_{ix} = 0; \quad -H_A - H_B + q \cdot 6 = 0; \quad H_B = 28,67 \text{ кН}.$$

$$\text{Перевірки: } \sum F_{iy} = V_A + V_B - F = 4 + 36 - 40 = 0;$$

$$\sum_{m_C}^{(прав. C)} = V_B \cdot 4 + q \cdot 6 \cdot 3 - F \cdot 2 - H_B \cdot 6 = 36 \cdot 4 + 6 \cdot 6 \cdot 3 - 40 \cdot 2 - 28,67 \cdot 6 = 0.$$

Значення реакцій, як і навантаження, потрібно привести на розрахунковій схемі (рис. 2.2).

3. Побудова епюри згинальних моментів M

Епюра будується по ділянках. Границями ділянок є вузли рами, точки прикладання зосереджених сил, моментів, реакцій опор, початок і кінець розподіленого навантаження q , кінці стрижнів (на рис. 2.2 - ділянки AK , KD , DC , CL , LE , BE). На обох кінцях кожної ділянки, а при наявності розподіленого навантаження ($q \neq 0$) - то і посередині ділянки, показуємо точки характерних розрізів (на AK -т. 1, 2, на KD -т. 3, 4, на BE -т. 10, 11, 12). Це тому, що на ділянці без q епюра M має лінійний характер, а при $q \neq 0$ - нелінійний.

У кожній позначеній точці « p » розрізатимемо раму на дві частини і будемо знаходити значення моменту M_p , який дорівнює сумі моментів усіх прикладених до однієї (будь-якої) з двох частин рами сил, взятих відносно точки розрізу « p »:

$$M_p = \sum m_p \quad (\text{залишена частина}) \quad (2.2)$$

Задамо при цьому додатній напрямок обертання моментів, наприклад, проти годинникової стрілки. Оскільки прийнято відкладати на епюрі M лише абсолютні значення M_p зі сторони розтягнутих волокон стержнів, то ці волокна визначатимемо таким чином (рис. 2.6, а):

1) у точці розрізу « p » умовно закріплюємо від повороту малий елемент стержня залишеної частини рами;

2) з іншої сторони цього елемента прикладаємо знайдений сумарний момент зовнішніх сил у напрямку відповідно до його знаку і уявляємо елемент зігнутих дугою;

3) розтягнуті волокна будуть із зовнішньої сторони цієї дуги.

Ділянка AK ($q=0$). Еп. M -лінійна. Правило знаків:

$$M_1 = \sum m_1^{(1-A)} = V_A \cdot 0 + H_A \cdot 0 = 0;$$

$$M_2 = \sum m_2^{(2-A)} = V_A \cdot 0 - H_A \cdot 3 = -7,33 \cdot 3 = -22 \text{ кНм}.$$



Показуємо елемент стержня рами нижче розрізу 2, оскільки залишалась частина рами 2-А. В точці 2 зацімлюємо елемент, а з протилежної сторони прикладаємо направлений за годинниковою стрілкою момент, бо він одержаний зі знаком «мінус». Розтягнуті праві волокна (рис. 2.3). Надалі розтягнуті волокна вказані в дужках, а відповідні схеми приведені на рис. 2.3.

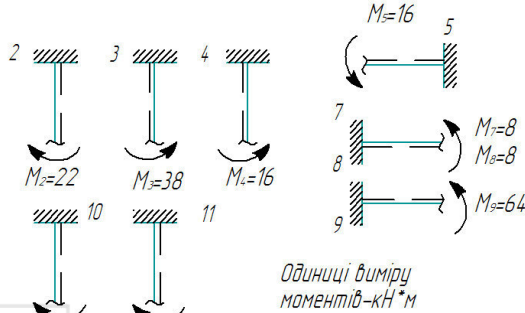


Рис. 2.3

Ділянка KD ($q=0$).

$$M_3 = \sum m_3^{(3-A)} = V_A \cdot 0 - H_A \cdot 3 + M = 38 \text{ кНм (лів. в.)};$$

$$M_4 = \sum m_4^{(4-A)} = V_A \cdot 0 - H_A \cdot 6 + M = -7,33 \cdot 6 + 60 = 15 \text{ кНм (лів. в.)};$$

Ділянка DC.

$$\sum m_A = 0; M_5 = \sum m_5^{(5-A)} = M_4 = 15 \text{ кНм (верхн. в.)};$$

Ділянка CL.

$$\begin{aligned} \sum M_C = 0; M_7 = \sum m_7^{(7-B)} &= V_B \cdot 2 - H_B \cdot 6 - F \cdot 0 + (q \cdot 6) \cdot 3 = \\ &= 36 \cdot 2 - 28,57 \cdot 6 - (6 \cdot 6) \cdot 3 = 8 \text{ кНм.} \end{aligned}$$

Ділянка LE.

$$M_8 = \sum m_8^{(8-B)} = M_7 = 8 \text{ кНм (нижн. в.)};$$

$$\begin{aligned} M_9 = \sum m_9^{(9-B)} &= V_B \cdot 0 - H_B \cdot 6 + (q \cdot 6) \cdot 3 = \\ &= -28,67 \cdot 6 + (6 \cdot 6) \cdot 3 = -64 \text{ кНм (прав. в.)}. \end{aligned}$$

Ділянка BE ($q \neq 0$). Епюра M - нелінійна.

$$M_{10} = \sum m_{10}^{(10-B)} = M_9 = -64 \text{ кНм (прав. в.)};$$

$$M_{11} = \sum m_{11}^{(11-B)} = V_B \cdot 0 - H_B \cdot 3 + (q \cdot 3) \cdot 1,5 = -59 \text{ кНм (прав. в.)};$$



$$M_{12} = \sum m_{12}^{(12-B)} = V_B \cdot 0 + H_B \cdot 0 = 0.$$

Епюра M показана на рис. 2.4.

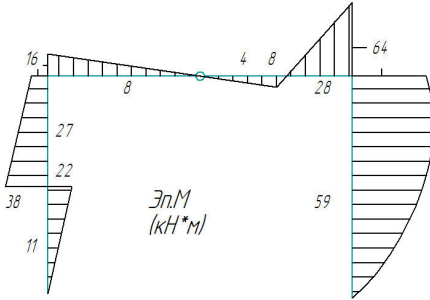


Рис. 2.4.

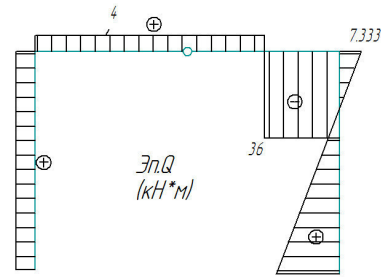


Рис. 2.5.



Рис. 2.6

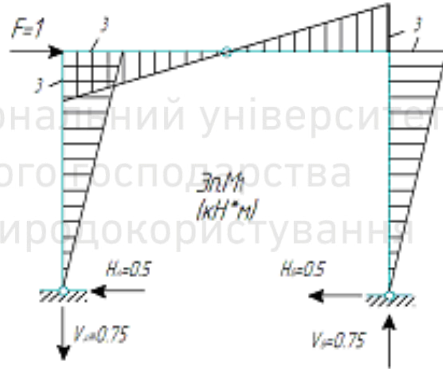


Рис. 2.7

4. Побудова епюри поперечних зусиль Q .

Характер епюри Q на ділянці залежить від характеру навантаження: при рівномірно розподіленому навантаженні q епюра Q - лінійна змінна функція, а при відсутності q - епюра Q має постійне значення на ділянці. Відповідно, потрібно знаходити два, або одне значення Q_p у розрізах « p » на ділянці.

Зусилля Q_p врівноважує проекцію всіх прикладених до залишеної частини (будь-якої із двох) сил на напрямку, перпендикулярному осі стержня в точці розрізу « p ». Тому

$$Q_p = -\sum F_{i_{Q_p}} \quad (\text{залишена частина}) \quad (2.3)$$

де вектор Q_p грає роль осі, на яку проектуються сили і направля-



ється він так, що «обертає» залишену частину за годинниковою стрілкою (рис. 2.8, б, в, г).

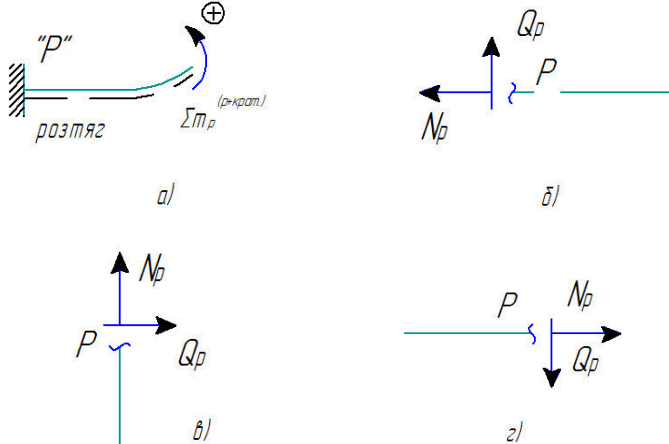


Рис. 2.8

На ділянках AK , KD , DC , CL , LE епюра - $Q = \text{const}$, а на ділянці EB - лінійна змінна функція. В т. 1, залишивши після розрізання частину $1-A$ і направивши вектор Q_1 вправо (рис. 2.8, в), що обертає за годинниковою стрілкою, отримаємо:

$$Q_1 = -\sum F_{i_{Q_1}}^{(1-A)} = -(-H_A) = -(-7,33) = 7,33 \text{ кН.}$$

Ділянка KD (рис. 2.8, в):

$$Q_3 = -\sum F_{i_{Q_3}}^{(3-A)} = -(-H_A) = 7,33 \text{ кН.}$$

Ділянка DC і DC (рис. 2.8, г):

$$Q_5 = Q_7 = -\sum F_{i_{Q_5}}^{(5-A)} = -(-V_A) = 4 \text{ кН.}$$

Ділянка LE (рис. 2.8, б):

$$Q_8 = -\sum F_{i_{Q_8}}^{(8-B)} = -(-V_B) = -36 \text{ кН.}$$

Ділянка BE (рис. 2.8, в):

$$Q_{12} = -\sum F_{i_{Q_{12}}}^{(12-B)} = -(-H_B) = 28,67 \text{ кН.}$$

$$Q_{10} = -\sum F_{i_{Q_{10}}}^{(10-B)} = -(-H_B + q \cdot 6) = -7,33 \text{ кН.}$$

Епюра Q показана на рис. 2.5.



5. Побудова епюри поздовжніх зусиль N

У будь-якому розрізі «р» N_p направляється вздовж осі стрижня в сторону відкинутої частини (N_p - розтягуюче) (рис. 2.8, б, в, з) і повинне врівноважувати проекцію всіх сил на цьому напрямку. Тому, аналогічно (2.3),

$$N_p = -\sum F_{iN_p} \quad (\text{залишена частина}) \quad (2.4)$$

На ділянках рами (рис. 2.2) епюра N має постійні значення (рис. 2.6), підраховані по (2.4):

$$N_1 = -\sum F_{iN_1}^{(1-A)} = -(-V_A) = -4 \text{ кН (рис. 2.8, в);}$$

$$N_3 = -\sum F_{iN_3}^{(3-A)} = -(-V_A) = -4 \text{ кН (рис. 2.8, в);}$$

$$N_5 = -\sum F_{iN_5}^{(5-A)} = -(-H_A) = 7,33 \text{ кН (рис. 2.8, з);}$$

$$N_7 = N_8 = -\sum F_{iN_8}^{(8-A)} = -(-H_A) = 7,33 \text{ кН (рис. 2.8, з)}$$

$$N_{10} = N_{12} = -\sum F_{iN_{10}}^{(10-A)} = -(-V_B) = -36 \text{ кН (рис. 2.8, в)}$$

6. Статична перевірка епюр.

Кожний вирізаний вузол рами повинен знаходитись у рівновазі. Перевіряємо вузол D (рис. 2.9). У розрізах 4, 5 прикладаємо моменти M_4 та M_5 , так щоб розтягувались ними, відповідно, ліві та верхні волокна, як і на епюрі M .

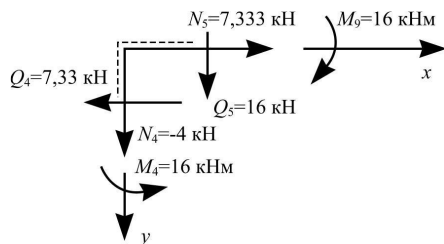


Рис. 2.9

Поперечні зусилля Q_4 , Q_5 направляємо «обертаючими» за годинниковою стрілкою, а N_4 , N_5 - від вузла (розтягуючими). Значення і знаки беремо із епюр Q та N . Рівновага є.

$$\sum m_D = 0; M_4 - M_5 = 16 - 16 = 0;$$

$$\sum F_{iy} = 0; Q_5 - N_4 = 4 - 4 = 0;$$

$$\sum F_{ix} = 0; N_5 - Q_4 = 7,33 - 7,33 = 0.$$



7. Визначення переміщення точки рами

Знайдемо горизонтальне переміщення точки рами. В рамах та балках переміщення в точці визначаються за формулою Мора:

$$\Delta_{iF} = \sum_i \int_{l_j} \left(\frac{M_{D_i} M_F}{EI} \right) dl. \quad (2.5)$$

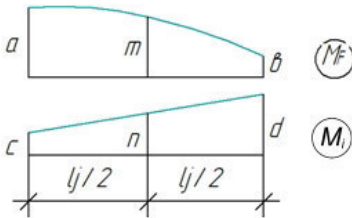


Рис. 2.10

Для цього потрібно мати епюри моментів M_F - від дії заданого навантаження (рис. 2.4) та \bar{M}_1 - від дії лише одного одиничного зусилля, прикладеного в напрямку переміщення у точці, де шукаємо переміщення (рис. 2.7). Інтегрування в (2.5) виконують на кожній

ділянці «j» за наближеною формулою Сімпсона при $(EI)_j = \text{const}$:

$$\frac{1}{(EI)_j} \int_{l_j} M_{D_i} M_F dl = \frac{l_j}{6(EI)_j} (ac + 4mn + bd) \quad (2.6)$$

Якщо ординати епюр в точці для якої знаходимо добуток значень із \bar{M}_1 та M_F , лежить по одну сторону від осі стержня - то добуток додатній, а якщо по різні - від'ємний.

$$\begin{aligned} \Delta_{iF} = & \left[\frac{3}{6EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 0,75 \cdot 11 + 1,5 \cdot 22) \right]_{AK} - \\ & - \left[\frac{3}{6EI} (1,5 \cdot 38 + 4 \cdot 2,25 \cdot 27 + 3 \cdot 16) \right]_{KD} - \\ & - \left[\frac{4}{6 \cdot 2EI} (3 \cdot 16 + 4 \cdot 1,5 \cdot 8 + 0 \cdot 0) \right]_{DC} - \\ & - \left[\frac{2}{6 \cdot 2EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 0,75 \cdot 4 + 1,5 \cdot 8) \right]_{CL} + \\ & + \left[\frac{2}{6 \cdot 2EI} (-1,5 \cdot 8 + 4 \cdot 2,25 \cdot 28 + 3 \cdot 64) \right]_{LE} - \\ & - \left[\frac{6}{6EI} (3 \cdot 64 + 4 \cdot 1,5 \cdot 59 + 0 \cdot 0) \right]_{EB} = \frac{4444}{EI} \text{ кНм}^3. \end{aligned}$$



3. ЗАДАЧА №3

«РОЗРАХУНОК ПЛОСКОЇ СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧУВАНОЇ РАМИ МЕТОДОМ СИЛ»

Умови навантаження та розміри приведені в табл. 3.1. Розрахункові схеми плоских статично невизначуваних рам приведені на рис. 3.1.

Потрібно побудувати епюри зусиль M , Q , N та виконати необхідні перевірки.

Таблиця 3.1

Початкові дані.

Перед-остання цифра шифру	l , м	F_1 , кН	F_2 , кН	F_3 , кН	Остання цифра шифру (схеми)	h , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	q_3 , кН/м	$\frac{EI_p}{EI_c}$
1	6	20	-	-	1	4	30	-	-	1,6
2	8	-	30	-	2	5	-	24	-	1,5
3	9	-	-	40	3	6	-	-	20	2,0
4	10	50	-	-	4	8	16	-	-	2,4
5	12	-	60	-	5	9	-	12	-	3,0
6	8	-	-	70	6	10	-	-	10	1,5
7	9	80	-	-	7	6	8	-	-	2,0
8	6	-	90	-	8	8	-	18	-	1,6
9	10	-	-	100	9	9	-	-	15	1,8
0	9	120	-	-	0	6	36	-	-	2,0

Примітка. Зосереджені сили розташовані посередині, або на кінцях стержнів, до яких вони прикладені. EI_p - згинальна жорсткість горизонтальних, а EI_c - вертикальних елементів рами (ригелів та стояків).

Приклад розрахунку статично невизначуваної рами методом сил

Для рами, показаної на рис. 3.2, побудувати епюри M , Q , N і визначити реакції опор.

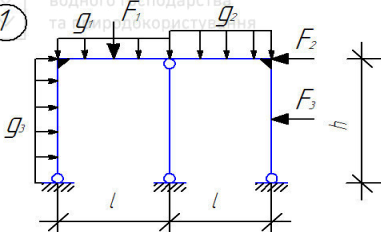
1. Визначення кількості зайвих зв'язків.

Використаємо формулу (2.1):

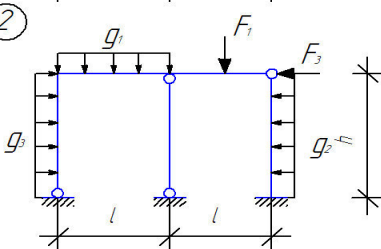
$$3=3K-III; K=2; III=4; 3=3\cdot 2-4=2.$$



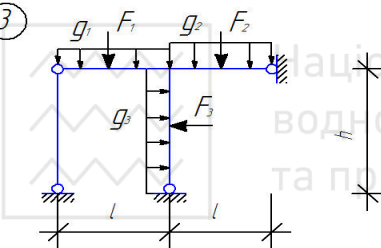
①



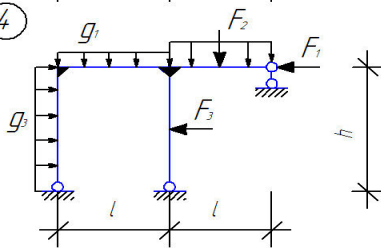
②



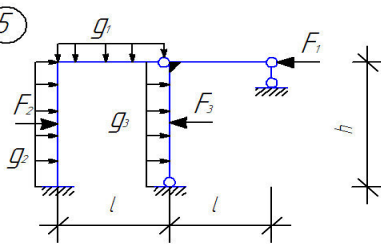
③



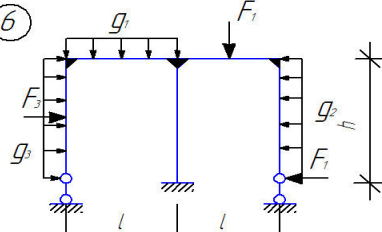
④



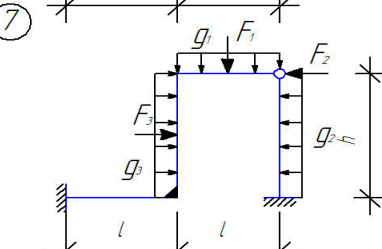
⑤



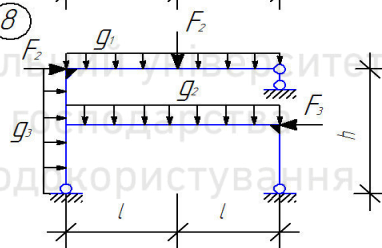
⑥



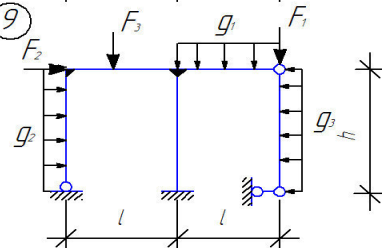
⑦



⑧



⑨



⑩

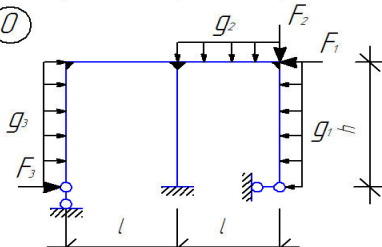


Рис. 3.1 (1 десяток)

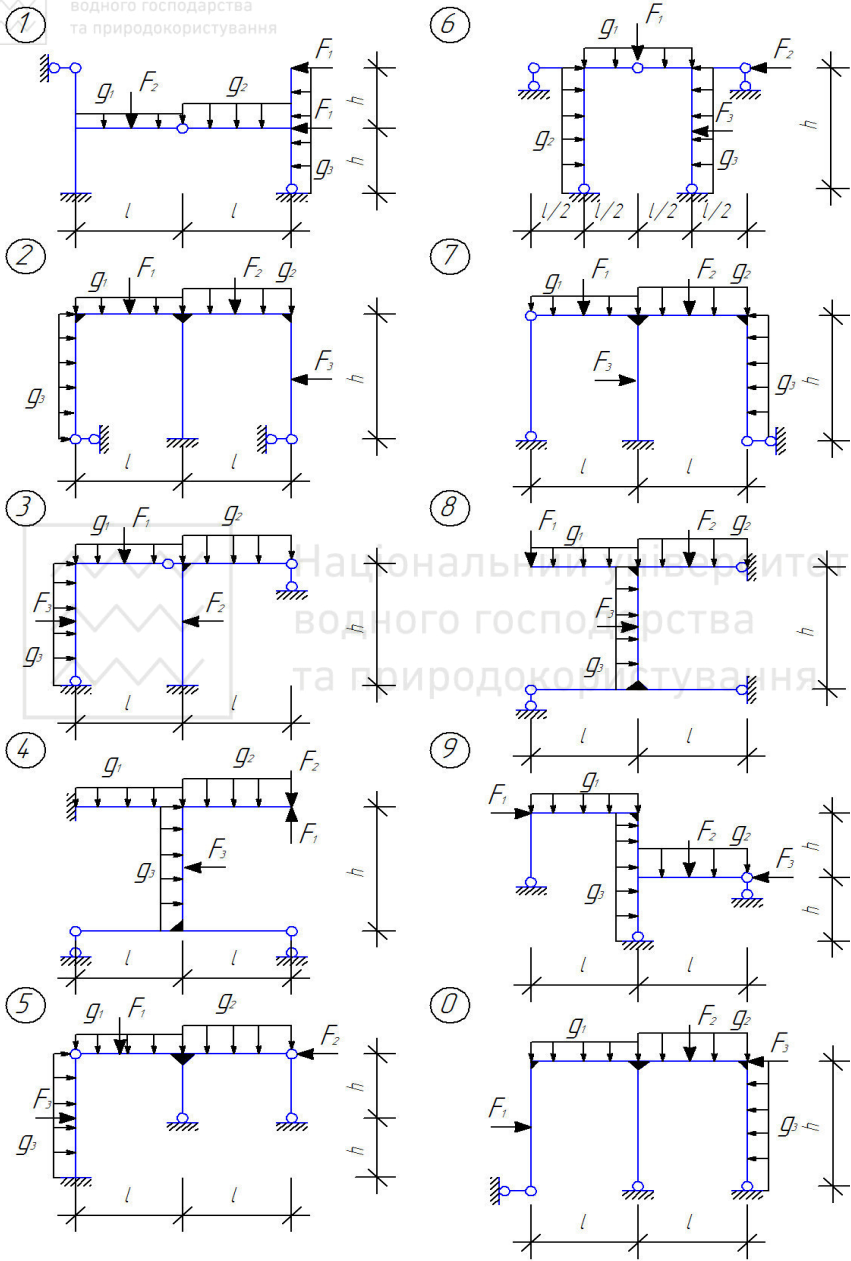


Рис. 3.1 (2 десятков)

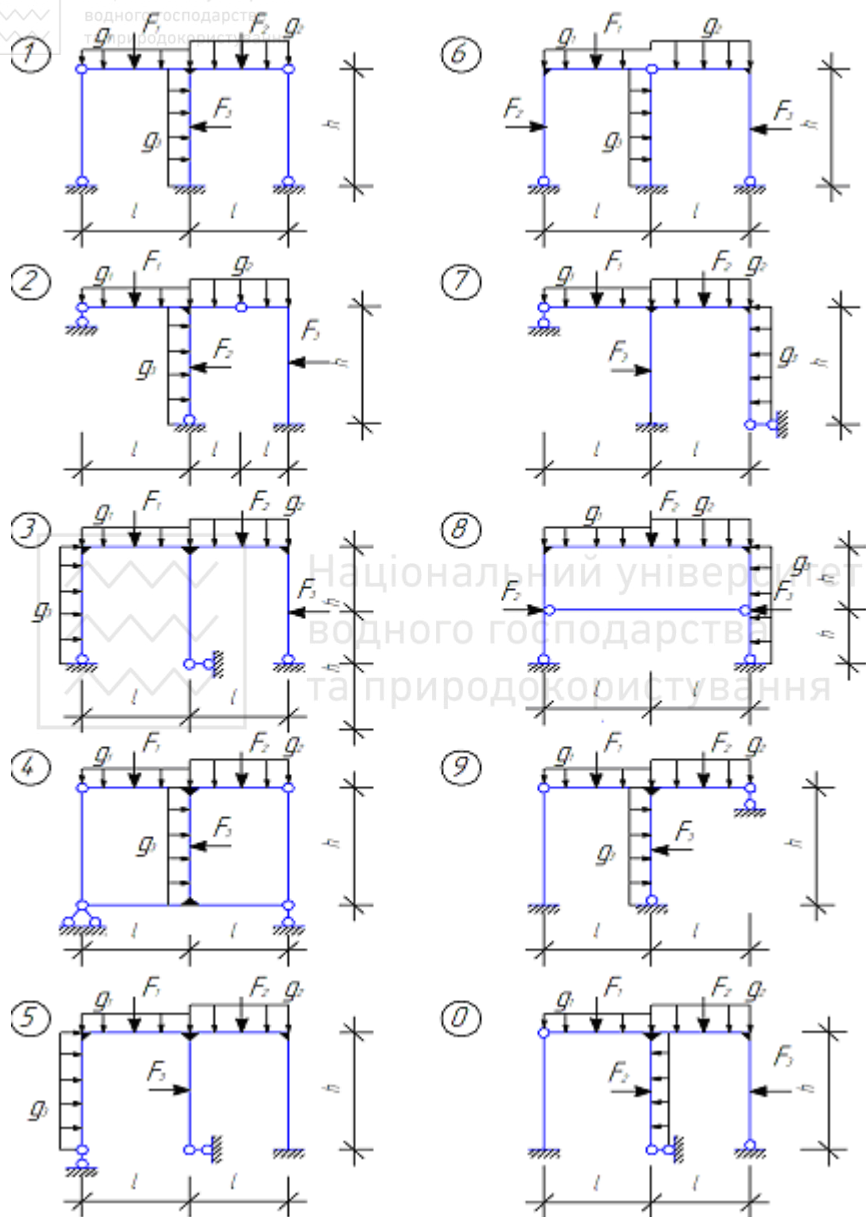


Рис. 3.1 (3 десяток)

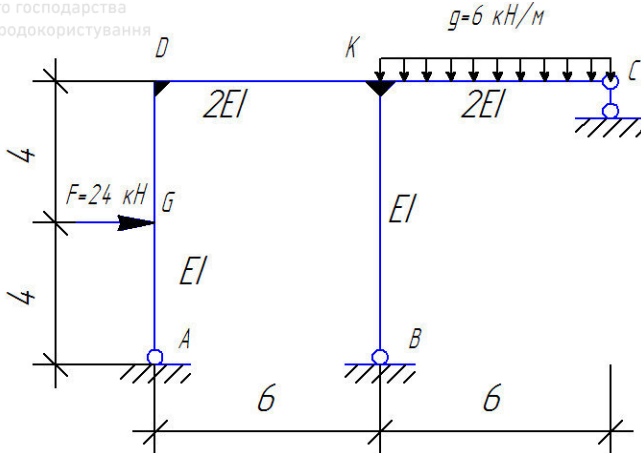


Рис. 3.2

2. Утворення основної системи методу сил

Нижче запропоновано декілька варіантів (рис. 3.3).

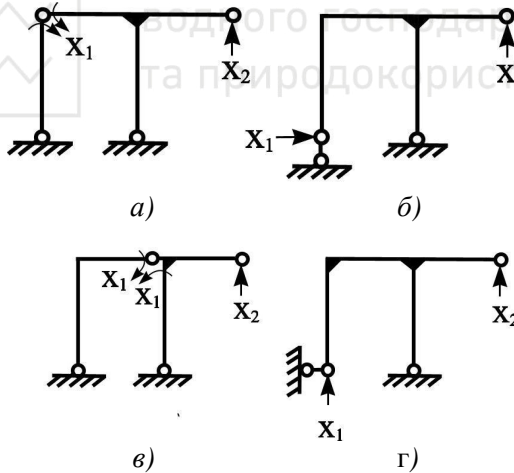


Рис. 3.3

Система, яка показана на рис. 3.3, *г* не може бути основною, бо вона миттєво змінна, оскільки рама, лівий опорний стрижень і опорна поверхня з'єднані трьома шарнірами, які знаходяться на одній прямій. Для подальших розрахунків використовується основна система, що показана на рис. 3.3, *а*.



3. Запис системи деформаційних канонічних рівнянь методу сил

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \Delta_{1F} = 0;$$

$$\delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \Delta_{2F} = 0.$$

Цими рівняннями встановлюється еквівалентність навантаженої основної системи заданій рамі.

4. Утворення вантажного та одиничних станів

Вантажний стан створюється шляхом прикладання до основної системи окремо тільки заданого навантаження, перший, одиничний – шляхом прикладання тільки одиничної сили $\bar{X}_1 = 1$, другий – одиничної сили $\bar{X}_2 = 1$. Ці стани показані на рис. 3.4.

5. Визначення реакцій та побудова епюр згинальних моментів у вантажному та одиничних станах

Реакції у кожному стані навантаження визначають відомими способами.

Реакції опор показані на рис. 3.4.

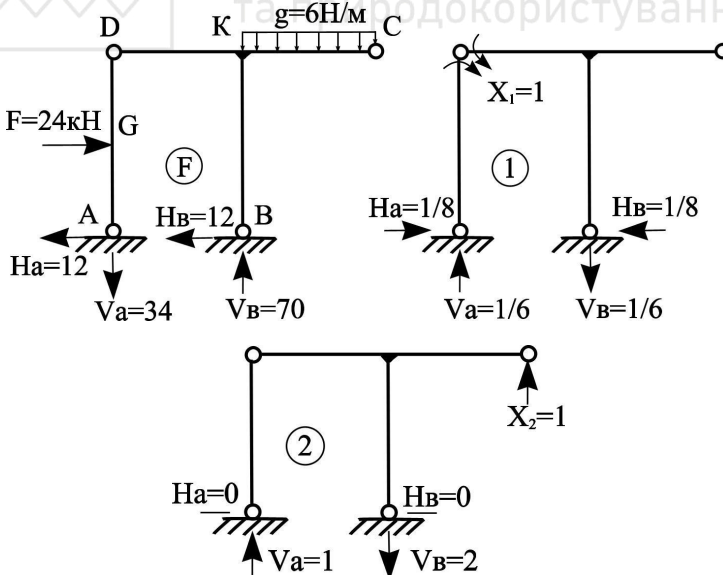


Рис. 3.4



Епюри показані на рис. 3.5.

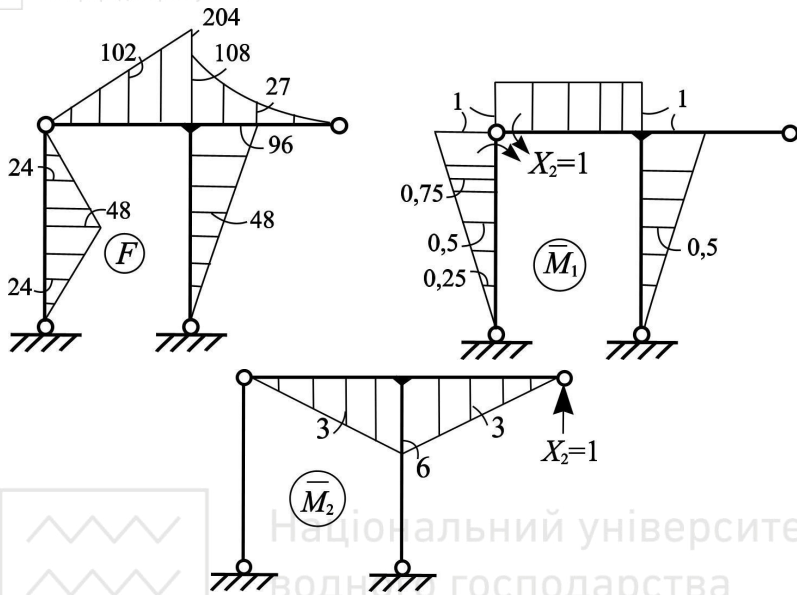


Рис. 3.5

Будується також сумарна одинична епюра $\bar{M}_s = \bar{M}_1 + \bar{M}_2$. Вона показана на рис. 3.6.

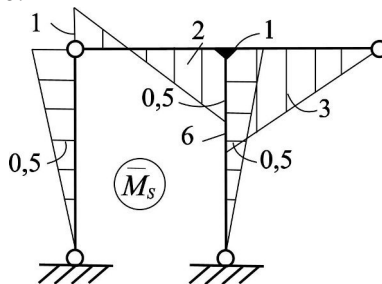


Рис.3.6

6. Обчислення коефіцієнтів δ_{ik} системи канонічних рівнянь (одиничних переміщень).

Вони визначаються обчисленням інтеграла Мора (2.5) за допомогою формули Сімпсона (2.6), що образно називають перемноженням епюр.



$$\delta_{11} = (\overline{M}_1 \times \overline{M}_2) = \left[\frac{8}{6EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 0,5 \cdot 0,5 - 1 \cdot 1) \cdot 2 \right]_{AD, BK} + \left[\frac{6}{6 \cdot 2EI} (1 \cdot 1 + 4 \cdot 1 \cdot 1 - 1 \cdot 1) \cdot 2 \right]_{DK} = \frac{8,33}{EI};$$

$$\delta_{22} = (\overline{M}_2 \times \overline{M}_3) = \left[\frac{6}{6 \cdot 2EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 3 \cdot 3 + 6 \cdot 6) \cdot 2 \right]_{DK, KC} = \frac{72}{EI};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = (\overline{M}_1 \times \overline{M}_3) = \left[\frac{6}{6 \cdot 2EI} (1 \cdot 0 + 4 \cdot 1 \cdot (-3) + 1 \cdot (-6)) \cdot 2 \right]_{DK} = \frac{9}{EI}.$$

7. Обчислення вільних членів Δ_{iF} системи рівнянь (вантажних переміщень)

$$\Delta_{1F} = (\overline{M}_1 \times \overline{M}_F) = \left[\frac{6}{6 \cdot 2EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 0,25 \cdot (-24) + 0,5 \cdot 48) \right]_{AG} + \left[\frac{4}{6EI} (0,5 \cdot (-48) + 4 \cdot 0,75 \cdot (-24) + 1 \cdot 0) \right]_{GD} + \left[\frac{6}{6 \cdot 2EI} (1 \cdot 0 + 4 \cdot 1 \cdot 102 + 1 \cdot 204) \right]_{DK} + \left[\frac{8}{6EI} (1 \cdot 96 + 4 \cdot 0,5 \cdot 48 + 0 \cdot 0) \right]_{KC} = \frac{466}{EI};$$

$$\Delta_{2F} = (\overline{M}_2 \times \overline{M}_F) = \left[\frac{6}{6 \cdot 2EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 3 \cdot 102 - 6 \cdot 204) \right]_{KD} + \left[\frac{6}{6 \cdot 2EI} (-6 \cdot 108 - 4 \cdot 3 \cdot 27 + 0 \cdot 0) \right]_{KC} = -\frac{1710}{EI}.$$

8. Виконання універсальної перевірки обчислення коефіцієнтів δ_{ik} та Δ_{iF}

Необхідно підкреслити, що перевіряються саме обчислення коефіцієнтів, та в деякій мірі вміння користуватися формулами Сімпсона, Верещагіна. Сумарна одинична епюра «перемножується» сама на себе:



$$\delta_{ss} = (\overline{M}_s \times \overline{M}_s) = \left[\frac{8}{6EI} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 0,5 \cdot 0,5 + 1 \cdot 1) \cdot 2 \right]_{AD, BK} +$$
$$+ \left[\frac{6}{6 \cdot 2EI} (1 \cdot 1 + 4 \cdot 2 \cdot 2 + 5 \cdot 5) \right]_{DK} +$$
$$+ \left[\frac{6}{6 \cdot 2EI} (6 \cdot 6 + 4 \cdot 3 \cdot 3 + 0 \cdot 0) \right]_{KC} = \frac{62,33}{EI}.$$

Отриманий результат повинен дорівнювати сумі всіх одиничних коефіцієнтів:

$$\delta_{ss} = \delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22} = \frac{1}{EI} (8,83 - 9 - 9 + 72) = \frac{62,33}{EI}.$$

9. Перевірка вільних членів зводиться до виконання умови:

$$\Delta_{sF} = \sum_{i=1}^N \Delta_{iF}$$

$$\Delta_{sF} = (\overline{M}_s \times \overline{M}_F) = \left[\frac{4}{6EI} (0 \cdot 0 - 4 \cdot 0,25 \cdot 24 - 0,5 \cdot 48) \right]_{AG} +$$

$$+ \left[\frac{4}{6EI} (-0,5 \cdot 48 - 4 \cdot 0,75 \cdot 24 + 1 \cdot 0) \right]_{DG} +$$

$$+ \left[\frac{6}{6 \cdot 2EI} (1 \cdot 0 - 4 \cdot 2 \cdot 102 - 5 \cdot 204) \right]_{KD} +$$

$$+ \left[\frac{6}{6 \cdot 2EI} (-6 \cdot 108 - 4 \cdot 3 \cdot 27 + 0 \cdot 0) \right]_{KC} +$$

$$+ \left[\frac{8}{6EI} (1 \cdot 96 + 4 \cdot 0,5 \cdot 48 + 0 \cdot 0) \right] = -\frac{1244}{EI};$$

$$\Delta_{1F} + \Delta_{2F} = \frac{466}{EI} - \frac{1710}{EI} = -\frac{1244}{EI} = \Delta_{sF}.$$

10. Обчислення реакцій зв'язків.

Отримані коефіцієнти і вільні члени підставляються у систему рівнянь.



$$\frac{8,33}{EI} X_1 - \frac{9}{EI} X_2 + \frac{466}{EI} = 0. \quad \text{Розв'язок: } X_1 = -35,01 \text{ кНм}$$

$$-\frac{9}{EI} X_1 + \frac{72}{EI} X_2 - \frac{1710}{EI} = 0 \quad X_2 = 19,37 \text{ кНм}$$

Після отримання X_i , побудова остаточних епюр M_0 , Q_0 , N_0 можлива двома шляхами. В першому до статично визначуваної основної системи із заданим навантаженням прикладаються вже відомі реакції зв'язків X_i . Епюри зусиль будуються як в статично визначуваній системі. При слідуванні іншим шляхом, виконуються операції, котрі приводяться нижче.

11. Побудова парціальних епюр.

Для побудови « i » - ї парціальної епюри (рис. 3.8) необхідно усі ординати епюри \bar{M}_1 помножити на X_i із врахуванням знаку останнього.

12. Добудова остаточної епюри згинальних моментів M_0 робиться за формулою:

$$M_0 = M_F + \sum_{i=1}^N (\bar{M}_1 X_i) = M_F + \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2.$$

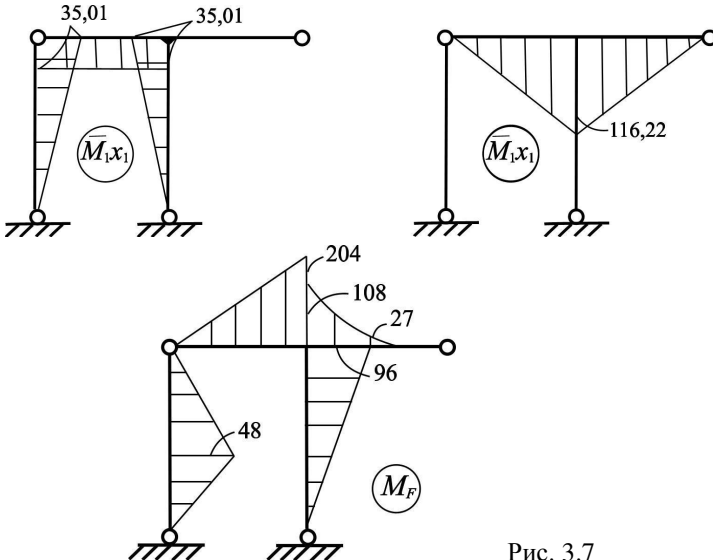


Рис. 3.7



На рис. 3.8, 3.9 показані остаточна епюра та жорсткі вузли рами, котрі повинні бути у рівновазі.

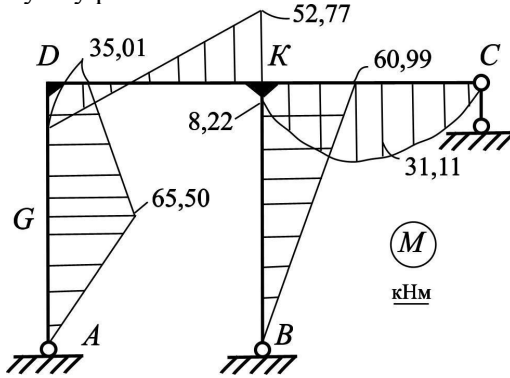


Рис. 3.8

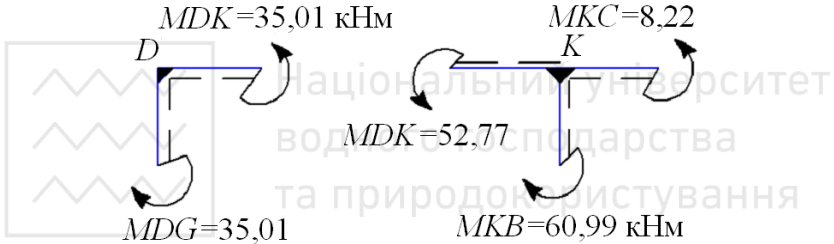


Рис. 3.9

13. Деформаційна перевірка.

Зміст цієї перевірки у запереченні можливості переміщень в напрямку відкинутих в'язей:

$$\Delta_{i0} = \Delta_{s0} = 0.$$

Наприклад, визначимо Δ_{20} :

$$\Delta_{20} = (\bar{M}_0 \times \bar{M}_2) = \frac{6}{6 \cdot 2EI} (35,01 \cdot 0 + 4 \cdot (-8,88) \cdot 3 + (-52,77) \cdot 6) + \frac{6}{6 \cdot 2EI} (8,22 \cdot 6 + 4 \cdot 31,11 \cdot 3 + 0 \cdot 0) = \frac{-211,59}{EI} + \frac{211,32}{EI} = -\frac{0,27}{EI}.$$

Похибку, яка не повинна перевищувати 5%, визначаємо за формулою:

$$\varepsilon = \left| \frac{\Delta_{20}}{\Delta_{2F}} \right| \cdot 100\% = \left| \frac{-0,27}{-1710} \right| \cdot 100\% = 0,016\%.$$



14. Побудова епюри поперечних сил Q_0

На ділянках з лінійною епюрою M_0 використовують залежність $Q = \frac{dM}{dX} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta M}{\Delta X}$. Тут ΔM - алгебраїчна різниця значень згинальних моментів на кінцях ділянки довжиною ΔX , а α - кут між віссю стержня та епюрою моментів на ділянці. Правило знаків: якщо вісь стержня повертати до співпадання з епюрою моментів за годинниковою стрілкою, то поперечна сила на даній ділянці – додатня, якщо проти – від’ємна. Обертання виконується на кут $\alpha=90^\circ$.

$$Q_{AG} = \frac{65,50}{4} = 16,38 \text{ кН};$$

$$Q_{GD} = \frac{-(65,50 - 35,01)}{4} = -7,62 \text{ кН};$$

$$Q_{DK} = \frac{-(35,01 + 52,77)}{6} = -14,63 \text{ кН};$$

$$Q_{KB} = \frac{60,99}{8} = 7,62 \text{ кН}.$$

На ділянках з нелінійною епюрою згинальних моментів для побудови епюри Q_0 , вирізають ділянку рами з прикладеним до неї розподіленим навантаженням та зусиллям M , Q у розрізах і розглядають її рівновагу (рис. 3.10). Значення моментів у перерізах, котрими вирізається, наприклад, ділянка KC , беруться з епюри M_0 .

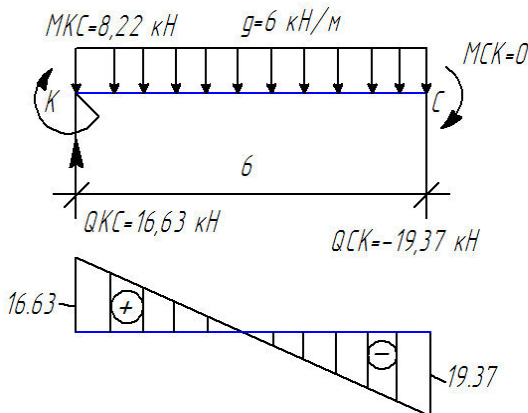


Рис. 3.10

Моменти необхідно прикласти так, щоб на схемі (рис. 3.10) у перерізах біля точок «К» та «С» були розтягнуті ті самі волокна, що і на епюрі згинальних моментів. Вектори поперечних сил Q_{KC} та Q_{CK} прикладаються в додатньому напрямку, обертаючими ділянку за годинниковою стрілкою.

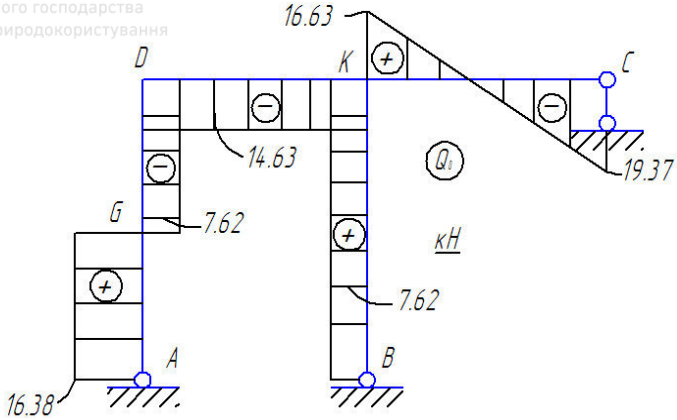


Рис. 3.11

$$\sum m_k = 0; \quad 8,22 + Q_{CK} \cdot 6 - 6 \cdot 6 \cdot 3 + 0 = 0; \quad Q_{CK} = -19,37 \text{ кН};$$

$$\sum m_c = 0; \quad Q_{KC} \cdot 6 + 8,22 + 0 - 6 \cdot 6 \cdot 3 = 0; \quad Q_{KC} = 16,63 \text{ кН}.$$

15. Побудова епюри поздовжніх сил N_0 .

Використовується метод вирізання вузлів. Значення знаходиться із умов рівноваги вузлів рами при сумісній дії поперечних і поздовжніх сил. Кожний вузол на момент розгляду повинен мати не більш двох невідомих поздовжніх сил. Першим вирізається вузол D (рис. 3.12). Поперечні сили направляються так, щоб вони обертали вузол за годинниковою стрілкою, поздовжні – від вузла. Потім розглядається вузол « K » (рис. 3.13, 3.14). Епюра поздовжніх сил показана на рис. 3.15.

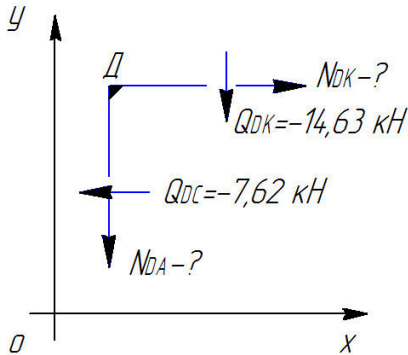


Рис. 3.12

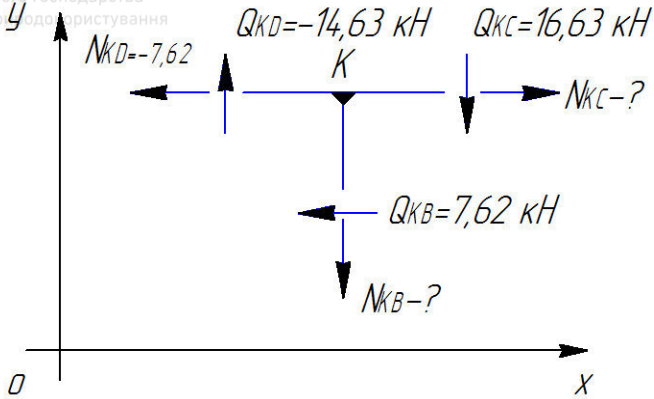


Рис.3.13

$$\sum F_x = 0; \quad N_{DK} - Q_{DG} = 0; \quad N_{DK} = Q_{DG} = -7,62 \text{ кН};$$

$$\sum F_y = 0; \quad -N_{DA} - Q_{DK} = 0; \quad N_{DA} = -Q_{DK} = -(-14,63) = 14,63 \text{ кН}.$$

$$\sum F_x = 0; \quad N_{KC} - N_{KD} - Q_{KB} = 0; \quad N_{KC} = N_{KD} + Q_{KB} = -7,62 + 7,62 = 0.$$

$$\sum F_y = 0; \quad -N_{KB} + N_{KD} - Q_{KC} = 0; \quad N_{KB} = Q_{KD} + Q_{KC} = -14,63 - 16,63 = -31,26 \text{ кН}.$$

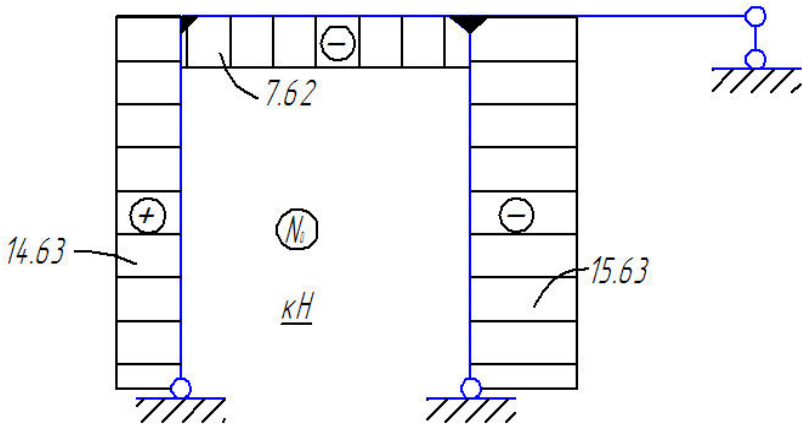


Рис. 3.14

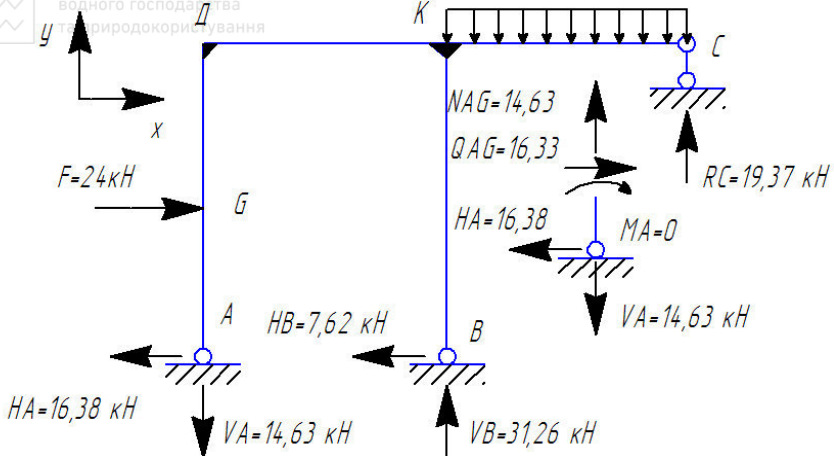


Рис. 3.15

16. Статична перевірка рівноваги рами

При використанні епюр M_0 , Q_0 , N_0 , методом вирізання опор із умов рівноваги визначаються опорні реакції (рис. 3.16).

Знайдені таким чином реакції прикладаються до заданої навантаженої рами, для котрої при дії заданих та реактивних сил повинні виконуватись умови рівноваги:

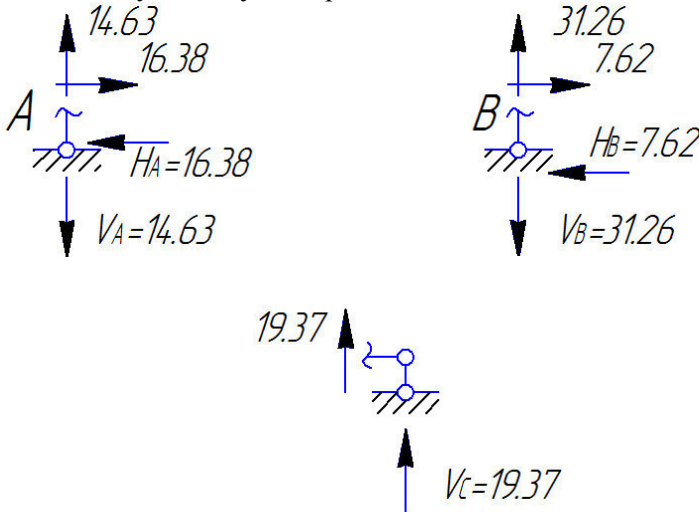


Рис. 3.16



$$\sum F_{ix} = 0; \quad F - H_A - H_B = 24 - 16,38 - 7,62 = 0;$$

$$\sum F_{iy} = 0; \quad -q \cdot 6 - V_A + V_B + R_C = -6 \cdot 6 - 14,63 + 31,26 + 19,37 = 0;$$

$$\sum m_B = 0; \quad -V_A \cdot 6 - F \cdot 4 - q \cdot 6 \cdot 3 + R_C \cdot 6 = \\ = 14,63 \cdot 6 - 24 \cdot 4 - 6 \cdot 6 \cdot 3 + 19,37 \cdot 6 = 0.$$

ЛІТЕРАТУРА

1. Буденко Ю. М. и др. Строительная механика. Руководство к практическим занятиям. – Киев: Вища школа, 1984.
2. Клейн С. К. и др. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики. – М.: Высшая школа, 1973.
3. Снитко Н. К. Строительная механика. – М.: Высшая школа, 1980.
4. Буденко Ю. М. и др. Строительная механика стержневых систем и оболочек. – Киев: Вища школа, 1980.





Рекомендації по створенню основної системи методу сил для
плоскої рами

Способи вилучення зв'язків в точці	Фрагмент заданої системи	Фрагмент у основній системі
1. Відкидання опорних зв'язей		
2. Впровадження простого шарніру		
3. Розріз по простому шарніру		
4. Розрізання прямого стрижня з шарнірами на кінцях		
5. Розрізування стрижня що має два жорстких вузли на кінцях		



Національний університет
водного господарства
та природокористування



Національний університет
водного господарства
та природокористування



Національний університет
водного господарства
та природокористування



Національний університет
водного господарства
та природокористування