

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ

ISSN 2522-1957

# ВІСНИК

НАВЧАЛЬНО-НАУКОВОГО ІНСТИТУТУ АВТОМАТИКИ, КІБЕРНЕТИКИ ТА  
ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ НУВГП

Збірник наукових праць

Випуск 5

Рівне-2018

У збірнику опубліковано наукові статті студентів і викладачів Навчально-наукового інституту автоматики, кібернетики та обчислювальної техніки НУВГП.

Редакційна колегія:

**Мартинюк П.М.**, д.т.н., професор, головний редактор (Національний університет водного господарства та природокористування); **Зубик Л.В.**, к.пед.н., доцент, відповідальний секретар (НУВГП); **Бомба А.Я.**, д.т.н., професор (Рівненський державний гуманітарний університет); **Власюк А.П.**, д.т.н., професор (Національний університет «Острозька академія»); **Древецький В.В.**, д.т.н., професор (НУВГП); **Іващук Я.Г.**, к.ф.-м.н., доцент (НУВГП); **Круліковський Б.Б.**, к.т.н., доцент (НУВГП); **Маланчук Є.З.**, д.т.н., професор (НУВГП); **Матус С.К.**, к.т.н., доцент (НУВГП); **Степанченко О.М.**, к.т.н., доцент (НУВГП); **Сафоник А.П.**, д.т.н., доцент (НУВГП); **Тадеев П.О.**, к.ф.-м.н., д.пед.н., професор (НУВГП); **Тулашвілі Ю.Й.**, д.пед.н., професор (НУВГП); **Турбал Ю.В.**, к.ф.-м.н., д.т.н., професор (НУВГП).

Матеріали збірника розглянуті і рекомендовані до видання на Вченій раді Національного університету водного господарства та природокористування  
25 січня 2019 р., протокол № 1.

Адреса редколегії: 33028, м. Рівне, вул. Соборна, 11, НУВГП.  
© Національний університет водного господарства та природокористування, 2018

## ЗМІСТ

Жуковський В. В., Ковалець М. С.	Проектування та розробка інформаційної системи автоматизації вантажних автомобільних перевезень	5
Брушковський О. Л., Дубчак І. В.	Особливості тестової форми контролю знань з розділу “Невизначений інтеграл”	11
Турбал Ю. В., Кравчук В. Б., Воробей В. С., Кончук М. В.	Застосування пірамідального методу екстраполяції функцій для прогнозування афтершокових сейсмічних поштовхів	18
Остапчук О. П., Наливайко В. Г.	Математичне моделювання перенесення забруднень у відкритому каналі	26
Назарук В. Д., Зварич А. В.	Методика оцінки загроз в системах електронного документообігу, призначених для навчально-наукових процесів	35
Круглов Д. О.	Дослідження взаємозв’язку між артиклями та іменниками в німецькій мові методом нейромережевого моделювання	47
Москаль О. Б., Цветкова Т. П.	Розробка захищеного чату та його впровадження в соціальну мережу	53
Харів Н. О., Трофимчук О. А.	Оптимізація функціонування та адміністрування веб-ресурсу інтернет-магазину	59
Цветкова Т. П., Барбо М. В.	Математичне моделювання впливу інфільтрації на солеперенесення у шаруватих ґрунтах	63
Наконечна Ю.	Алгоритми обчислення n-го члена послідовності $\square$ -чисел Фібоначчі	76
Герус В. А., Кот Н. І.	Створення додатку для планування та організації робочого часу	86

## CONTENT

Zhukovskiy V. V., Kovalets M. S.	Design and development of an information system for the automation of freight transport by road	5
Brushkovskiy O. L., Dubchak I. V.	Issues of testform control of knowledge form chapter «Undefined integral»	11
Turbal Y. V., Kravchuk V. B., Vorobei V. S., Konchuk M. V.	Afterchock earthquakes forecasting using pyramidal method of extrapolation	18
Ostapchuk O. P., Nalyvaiko V. H.	Mathematical modeling of pollution transfer in open channel	26
Nazaruk V. D., Zvarych A. V.	Methodology of assessment of threats in the systems of electronic document calculation intended for educational and scientific processes	35
Kruhlov D. O.	Research interaction between genus and nouns in german language by neural-networks	47
Moskal O. B., Tsvietkova T. P.	Development of secure encrypted messenger which was well integrated into a social network website	53
Khariv N. O., Trofymchuk O. A.	Optimization of functioning and administration of web-resource of internet-shop	59
Tsvietkova T. P., Barbo M. V.	Mathematical modelling of the influence of infiltration on mass transfer of salts in layered oils	63
Nakonechna Yu.	Algorithms for calculating the n-th member of the sequences of the fibonacci $\lambda$ -numbers	76
Herus V. A., Kot N. I.	Creation application for planning and organization of operating time	86

**Жуковський В. В., ст. викладач; Ковалець М. С., студент** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

## **ПРОЕКТУВАННЯ ТА РОЗРОБКА ІНФОРМАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ АВТОМАТИЗАЦІЇ ВАНТАЖНИХ АВТОМОБІЛЬНИХ ПЕРЕВЕЗЕНЬ**

**Розроблено інформаційно-аналітичну систему, яка дозволяє планувати вантажні автомобільні перевезення та формувати звіти по ним в автоматичному режимі.**

**Ключові слова:** вантажні перевезення, транспортування, автоматизація перевезень.

Час є одним з найдорожчих речей у нашому суспільстві. Люди, як правило, використовують різні технології, щоб заощаджувати час і спробувати виконати свої завдання швидше і ефективніше.

Спостерігаючи за робочим потоком компанії, що спеціалізується на вантажних перевезеннях, було виявлено деякі проблеми менеджменту інформації серед членів команди. Крім того, завдання, пов'язані зі складанням звітів, були дуже трудомісткими і могли бути автоматизованими. Таким чином, ідея полягає у створенні програми, яка допоможе організувати роботу в команді та заощадити дорогоцінний час, витрачений на звітність.

**Мета даної роботи** розробити інформаційно-технічну систему, яка дозволяє планувати вантажні автомобільні перевезення та формувати звіти по ним в автоматичному режимі.

**Постановка задачі.**Робота в компанії організована таким чином, що 140 вантажівок поділені на два напрямки: ті, які працюють тільки в південному напрямку Європи, та ті що в північному напрямку. У кожному напрямку є чотири ланки, які мають свої власні обов'язки і функції в організації перевезень:

- керівник напрямку;
- імпорт-менеджер;

- менеджер з експорту;
- менеджер по транспорту.

Проблема полягає в тому, що в даний час всі плани по відвантаженнях знаходяться в паперовому вигляді, що є досить незручно і не легко обмінюватися інформацією з іншими менеджерами в команді.

Ще однією незручністю є те, що дуже складно розрахувати час доставки вантажу, адже існує безліч вимог по виконанню водіями режиму керування автомобілем відповідно до ЄУТР (Європейська угода щодо роботи екіпажів транспортних засобів).

Крім того, складання звітів про виконані відвантаження щотижня забирає багато часу, оскільки кожен менеджер повинен обробляти дані вручну, щоб зробити один звіт

Данна система розроблена з метою оптимізації і поліпшення роботи транспортного відділу, виконуючи такі завдання:

- Організування поставки з України в Європу і навпаки та стеження за кожним етапом поїздки вантажівки в онлайн режимі.
- Розрахунок часу доставки вантажу відповідно до ЄУТР.
- Підготовказвітів про виконані перевезення і отримані транспортні замовлення від клієнтів.

**Алгоритм розрахунку часу доставки вантажу.** Однією з вищезгаданих проблем є складнощі розрахунку доставки часу вантажу. Саме тому було вирішено автоматизувати цей процес. Для обрахування часу нами були використані Google Maps Арі та власноруч розроблений алгоритм, що базується на вимогах ЄУТР [1].

Коли ми вводимо відправну точку та пункт призначення, Google Maps спочатку обчислює найшвидший маршрут, щоб дістатись від точки А до пункту Б. Час поїздки для будь-якого маршруту розраховується з використанням середньої швидкості руху по маршруту. Google збирає дані про обмеження швидкості основних магістралей, автомагістралей та вулиць, щоб дати найбільш точний час поїздки.

Показники часу вираховані з допомогою Google Maps не є актуальними для вантажних перевезень, адже існує безліч вимог по виконанню водіями режиму керування автомобілем відповідно до ЄУТР. Саме тому був розроблений алгоритм,

який розраховує час відповідно до всіх вимог угоди. У випадку коли початковий час  $t$ , вирахований з допомогою Google Maps, становить менше 20 год обрахунок часу проводиться використовуючи схему (рис. 1).

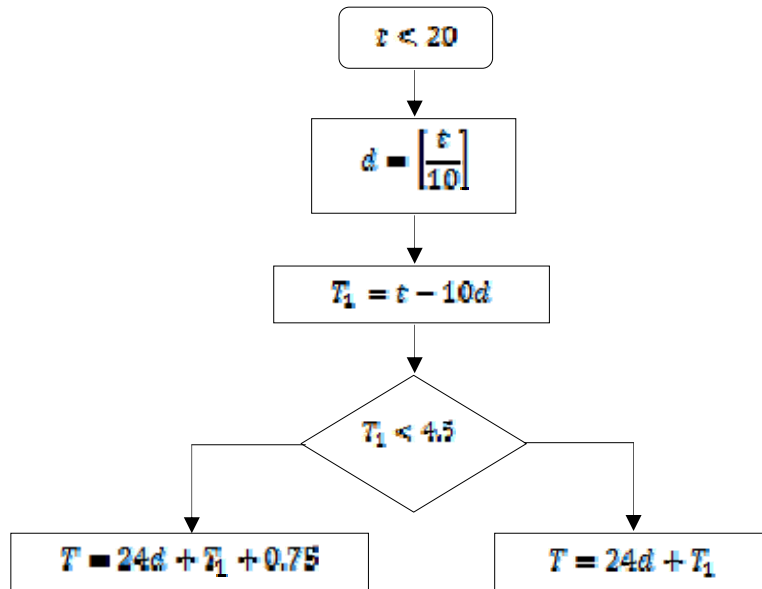


Рис. 1. Схема обрахунку часу з урахуванням вимог ЄУТР для  $t < 20$  год

У випадку, коли  $t \geq 20$  тоді подальші обрахунки виконуються використовуючи алгоритм (рис. 2). Варто зауважити, що на жаль результуючий час також не є точним, а швидше приблизний, адже водієві під час транспортування необхідно перетнути кордон, що займає певний проміжок часу.

**Програмна реалізація аналітично-інформаційної системи.** ASP.NET MVC 4 [2] був обраний в якості основи для веб-розробки програми. С # використовується в якості основної мови програмування, так як вона є найбільш популярною мовою для платформи .NET. Visual Studio 2017 було обрано як інтегроване середовище розробки, оскільки воно є найбільш функціональною IDE для платформи .NET. MS SQL Server Management Studio був обраний в якості клієнта MS SQL Server.

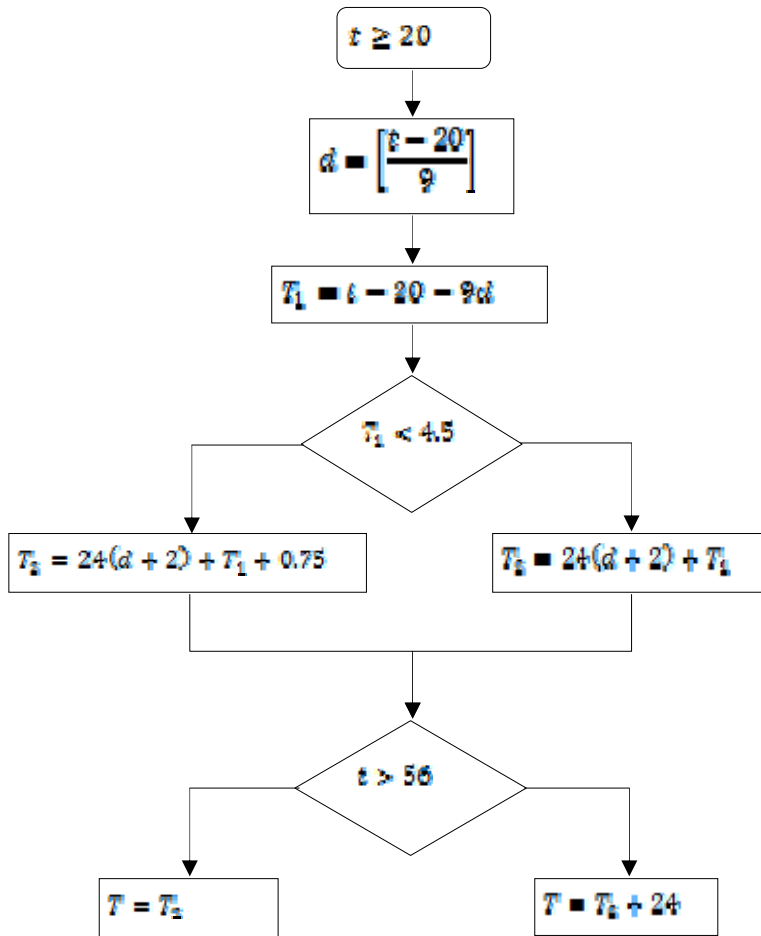


Рис. 2. Схема обрахунку часу з урахуванням вимог ЄУТР для  $t \geq 20$  год

Розглянемо схему компонентів системи (рис. 3). Діаграма зображує базу даних, Organizer DB, яка реалізується засобами MS SQL Server 2014. Вона використовується шаром доступу до даних за допомогою інтерфейсу SQL.

Шар доступу до даних (Data access layer) [3] складається з двох компонентів: Entities і Repositories. Organizer Entities є компонент бібліотеки і реалізується засобами Entity Framework 6. Інший компонент, Repositories, використовує компонент Organizer Entities для взаємодії з базою даних. Він також представлений у вигляді бібліотеки.



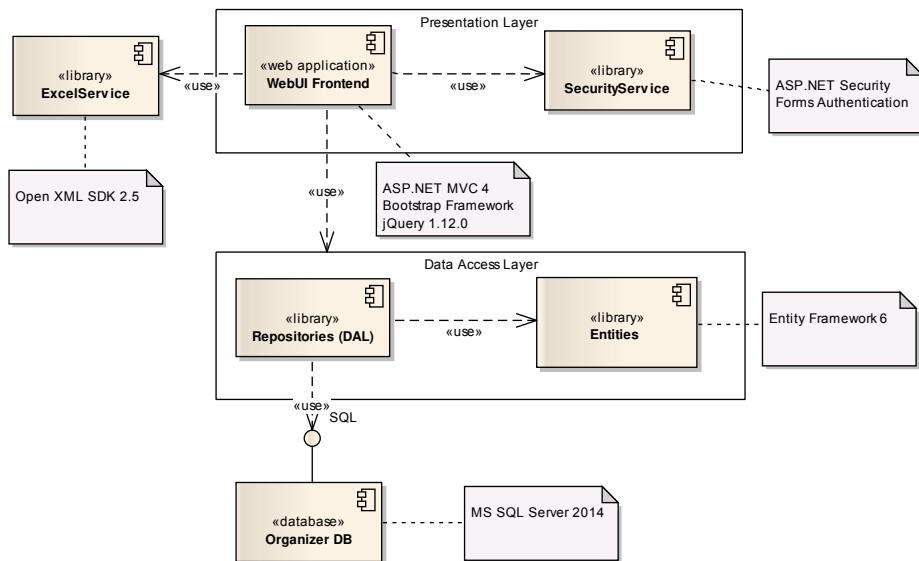


Рис. 3. Модель компонентів

Презентаційний рівень (Presentation layer) складається з двох компонентів: WebUI Frontend і Security Service. Компонент WebUI Frontend представляє користувацький інтерфейс, який використовує Organizer Repositories для відображення необхідних даних з бази даних. Як показано на схемі, він також використовує компонент Security Service, який контролює доступ до певних дій. ASP.NET Security Forms Authentication [4] використовується для реалізації Security Service.

І, нарешті, останній компонент, ExcelService, використовується WebUI компонентом. ExcelService компонент відповідає за створення і управління таблицями Excel для генерування звітів. Open XML SDK 2.5 [5] використовується для його реалізації.

**Висновки:** Додаток відображає робочий процес команди. Це допомагає стежити за кожним етапом поїздки вантажівки і знайти всі необхідні дані про попередні поставки, автоматично створює плани поставок на наступний тиждень. За допомогою програми дуже легко і зручно створювати звіти про виконані перевезення, отримані замовлення від певного клієнта.

Розроблений алгоритм полегшив роботу працівників та зробив прогнозування поїздок більш зручним та точним. Робота відділу стала

ефективнішою, так як є постійний доступ до оновлених даних по кожному відвантаженню. Крім того, можливість робити звіти з одним клацанням кнопки миші економить багато часу і зусиль.

Звичайно, є плани щодо розвитку і вдосконалення системи в майбутньому. Перш за все, є ідея робити записи часу витраченого на ремонтні роботи вантажівки. Крім того, створити функцію, яка буде використовувати ці дані для створення звіту, який підраховує загальну кількість днів, витрачених на утримання. По-друге, це зробити можливість створювати звіти відвантаження по країні навантаження.

Беручи до уваги перераховані вище пункти, дана інформаційно-аналітична система вельми корисний додаток, і приносить багато переваг в роботі транспортного відділу.

1. Європейська угода щодо роботи екіпажів транспортних засобів. URL: [http://zakon.rada.gov.ua/laws/show/994\\_016](http://zakon.rada.gov.ua/laws/show/994_016). (дата звернення: 12.02.2018). 2. Фрімен А., Сандерсон С. ASP.NET MVC 4 Framework з прикладами на C # 5.0 для професіоналів. М. : Вільямс, 2014. 688 с. 3. Datatable Керівництво. URL: <https://www.datatables.net/manual/index>. (дата звернення: 12.02.2018). 4. Чедвік J., Снайдер Т., Панда Г. Програмування ASP.NET MVC: Розробка реальних веб-додатків за допомогою ASP.NET Севастопольська, CA: O'Reilly, 2012. 492 с. 5. Початок роботи з OpenXML SDK 2.5. для офісу. URL: <https://msdn.microsoft.com/EN-US/library/office/bb456488.aspx> (дата звернення: 12.02.2018).

---

**Zhukovsky V. V., Senior Lecturer; Kovalets M. S., Senior Student** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

## **DESIGN AND DEVELOPMENT OF AN INFORMATION SYSTEM FOR THE AUTOMATION OF FREIGHT TRANSPORT BY ROAD**

**Information-analytical system, which provides a user with a functionality of planning and reporting freight transport by road.**

**Keywords:** freight transportation, transportation, automation of transportation.

**Брушковський О. Л., к.т.н., доцент; Дубчак І. В., асистент** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

## **ОСОБЛИВОСТІ ТЕСТОВОЇ ФОРМИ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ З РОЗДІЛУ “НЕВИЗНАЧЕНИЙ ІНТЕГРАЛ”**

**Розглянуто деякі особливості тестової форми контролю знань студентів з розділу “Невизначений інтеграл”, що не дозволяють провести об’єктивну оцінку знань з цього розділу і приводять до суттєвого погіршення якості математичної освіти.**

***Ключові слова:* якість математичної освіти, тестова форма контролю знань.**

Теоретичні тестові завдання з розділу “Невизначений інтеграл” суттєво відрізняються від традиційної форми контролю знань і мають свої переваги і недоліки. Наприклад, в тестовому варіанті не можна задати питання: “Поняття первісної функції і невизначеного інтеграла. Означення невизначеного інтеграла, теорема існування і геометричний зміст”, “Основні властивості невизначеного інтеграла”, “Інтегрування підведенням під знак диференціала”, “Інтегрування раціональних дробів”, тому що відповідь на такі питання потребує і часу і займає багато місця. Тому питання дроблять так, щоб і питання і відповіді були лаконічними, хоча кількість питань стає значно більшою.

Це є значним недоліком тестової форми оцінки теоретичних знань з математики і суттєво погіршує якість математичної освіти. Доведення теорем повинно залишатися обов’язковою складовою частиною іспита з вищої математики. Це саме стосується і виведення формул, розв’язання задач та прикладів вищого рівня складності, і задач, розв’язання яких геометричної ілюстрації.

Суттєвим недоліком тестової форми оцінювання знань студента з розділу “Невизначений інтеграл” є і те, що при обмеженій множині відповідей вказати правильну при знаходженні невизначеного інтеграла можна і без розв’язування

поставленої задачі, а лише шляхом перевірки вказаних розв'язків за допомогою диференціювання, особливо, якщо відповіді достатньо прості. Наведемо декілька прикладів.

**Приклад 1.** Знайти інтеграл:  $\int \ln(3x + 2)dx$ .

В1.  $\ln(3x + 2) + C$ ;

В2.  $x \cdot \ln(3x + 2) - x + \frac{2}{3} \ln(3x + 2) + C$ ;

В3.  $\ln(3x + 2) - x + C$ ;

В4.  $x \cdot \ln(3x + 2) - x + C$ ;

В5.  $\ln^2(3x + 2) - x + C$ .

За тестовою формою потрібно вказати вірну відповідь.

Розв'язання.

Приймаємо:

$$u = \ln(3x + 2); dv = dx.$$

Тоді

$$du = u'dx = \frac{3dx}{3x + 2}; v = \int dx = x.$$

Стала прийнята рівною нулю. Застосовуємо формулу інтегрування частинами:

$$\begin{aligned} \int \ln(3x + 2)dx &= \ln(3x + 2)x - \int \frac{3xdx}{3x + 2} = x \cdot \ln(3x + 2) - \\ &- \int \frac{(3x + 2) - 2}{3x + 2} dx = x \cdot \ln(3x + 2) - \int dx + 2 \int \frac{dx}{3x + 2} = \\ &= x \cdot \ln(3x + 2) - x + \frac{2}{3} \ln(3x + 2) + C. \end{aligned}$$

Отже, вірною є відповідь В2.

Нагадаємо, як можна зробити перевірку одержаного результату. Похідна від знайденої функції повинна дорівнювати підінтегральній функції. Цю властивість

невизначеного інтеграла можна використати для знаходження правильної відповіді з п'яти вказаних.

$$\begin{aligned} \left( x \cdot \ln(3x+2) - x + \frac{2}{3} \ln(3x+2) + C \right)' &= \ln(3x+2) + \frac{3x}{3x+2} - 1 + \frac{2}{3x+2} = \\ &= \ln(3x+2) - \frac{3x - 3x - 2 + 2}{3x+2} = \ln(3x+2). \end{aligned}$$

За тестовою формою ми знайшли вірну відповідь без застосування операції інтегрування.

**Приклад 2.** Знайти інтеграл:  $\int \frac{tg^2 x}{\cos^2 x} dx$ .

Розв'язання.

$$\int \frac{tg^2 x}{\cos^2 x} dx = \int tg^2 x dtgx = \frac{1}{3} tg^3 x + C.$$

Здобувач вищої освіти, навіть не знаючи метод інтегрування шляхом підведення під знак диференціала, може вказати правильну відповідь з наведених, бо

$$\left( \frac{1}{3} tg^3 x + C \right)' = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot tg^2 x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{tg^2 x}{\cos^2 x}.$$

**Приклад 3.** Знайти інтеграл:  $\int tg^2 x dx$ .

Розв'язання.

$$\int tg^2 x dx = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \left( \frac{1}{\cos^2 x} - 1 \right) dx = tgx - x + C.$$

І в даному випадку, навіть не знаючи метод безпосереднього інтегрування, можна вказати правильну відповідь з наведених, бо

$$(tgx - x + C)' = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = tg^2 x.$$

**Приклад 4.** Знайти інтеграл:  $\int \frac{\sqrt{\arcsin x} + 2x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ .

Розв'язання.

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt{\arcsin x} + 2x}{\sqrt{1-x^2}} dx &= \int \frac{\sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx + \int \frac{2x}{\sqrt{1-x^2}} dx = \\ &= \int (\arcsin x)^{\frac{1}{2}} d\arcsin x - \int \frac{d(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}} = \frac{2}{3} (\arcsin x)^{\frac{3}{2}} - 2\sqrt{1-x^2} + C. \end{aligned}$$

Але і без використання методів безпосереднього інтегрування і підведення під знак диференціала можна вказати правильну відповідь з наведених, бо

$$\begin{aligned} \left( \frac{2}{3} (\arcsin x)^{\frac{3}{2}} - 2\sqrt{1-x^2} + C \right)' &= \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{(\arcsin x)^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{1-x^2}} - 2 \cdot \frac{-2 \cdot x}{2\sqrt{1-x^2}} = \\ &= \frac{\sqrt{\arcsin x} + 2x}{\sqrt{1-x^2}}. \end{aligned}$$

**Приклад 5.** Знайти інтеграл:  $\int \frac{2^{\arctg x} + 1 - x^4 + 6x}{1+x^2} dx$ .

Розв'язання.

$$\begin{aligned} \int \frac{2^{\arctg x} + 1 - x^4 + 6x}{1+x^2} dx &= \int \frac{2^{\arctg x}}{1+x^2} dx + \int \frac{1-x^4}{1+x^2} dx + 6 \int \frac{x}{1+x^2} dx = \\ &= \int 2^{\arctg x} d(\arctg x) + \int (1-x^2) dx + 3 \int \frac{d(1+x^2)}{1+x^2} = \\ &= \frac{2^{\arctg x}}{\ln 2} + x - \frac{x^3}{3} + 3 \ln(1+x^2) + C. \end{aligned}$$

Здобувач вищої освіти, навіть не знаючи відповідних методів інтегрування, може вказати правильну відповідь з наведених, бо

$$\left( \frac{2^{\operatorname{arctg} x}}{\ln 2} + x - \frac{x^3}{3} + 3 \ln(1+x^2) + C \right)' = \frac{2^{\operatorname{arctg} x}}{\ln 2} \cdot \frac{\ln 2}{1+x^2} + 1 - x^2 + \frac{6x}{1+x^2} =$$

$$= \frac{2^{\operatorname{arctg} x} + 1 - x^4 + 6x}{1+x^2}.$$

**Приклад 6.** Знайти інтеграл:  $\int \ln(3x+2)dx$ .

Розв'язання.

Приймаємо:

$$u = \ln(3x+2); dv = dx.$$

Тоді

$$du = u'dx = \frac{3dx}{3x+2}; v = \int dx = x.$$

Стала прийнята рівною нулю.

Застосовуємо формулу інтегрування частинами:

$$\int \ln(3x+2)dx = \ln(3x+2)x - \int \frac{3xdx}{3x+2} = x \cdot \ln(3x+2) -$$

$$- \int \frac{(3x+2)-2}{3x+2} dx = x \cdot \ln(3x+2) - \int dx + 2 \int \frac{dx}{3x+2} =$$

$$= x \cdot \ln(3x+2) - x + \frac{2}{3} \ln(3x+2) + C.$$

Нагадаємо, як можна зробити перевірку одержаного результату. Похідна від знайденої функції повинна дорівнювати підінтегральній функції.

$$\left( x \cdot \ln(3x+2) - x + \frac{2}{3} \ln(3x+2) + C \right)' = \ln(3x+2) + \frac{3x}{3x+2} - 1 +$$

$$+ \frac{2}{3x+2} = \ln(3x+2) + \frac{3x-3x-2+2}{3x+2} = \ln(3x+2).$$

Отже, ми переконались, що інтеграл знайдено вірно. Цим же способом можна вказати правильну відповідь з наведених без знаходження невизначеного інтегралу.

**Приклад 7.** Знайти:  $\int (3x^2 + 2x + 5)\sin 2x dx$ .

У підінтегральну функцію як множник входить многочлен другого степеня, отже формулу інтегрування частинами будемо застосовувати 2 рази, приймаючи кожен раз за  $u$  відповідний многочлен.

$$u = 3x^2 + 2x + 5; \quad dv = \sin 2x dx;$$

$$du = (6x + 2)dx; \quad v = \int \sin 2x dx = -\frac{1}{2} \cos 2x.$$

Застосуємо формулу інтегрування частинами:

$$\begin{aligned} \int (3x^2 + 2x + 5)\sin 2x dx &= \frac{-1}{2}(3x^2 + 2x + 5)\cos 2x + \\ &+ \frac{1}{2} \int (6x + 2)\cos 2x dx. \end{aligned}$$

Ще раз застосуємо формулу інтегрування частинами.

$$u = 6x + 2; \quad dv = \cos 2x dx; \quad du = 6dx; \quad v = \int \cos 2x dx = \frac{1}{2} \sin 2x.$$

$$\begin{aligned} \int (3x^2 + 2x + 5)\sin 2x dx &= \frac{-1}{2}(3x^2 + 2x + 5)\cos 2x + \\ &+ \frac{1}{2}(6x + 2) \cdot \frac{1}{2} \sin 2x - \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{2} \int \sin 2x dx = \\ &= \frac{-1}{2}(3x^2 + 2x + 5)\cos 2x + \frac{1}{2}(3x + 1)\sin 2x + \frac{3}{4}\cos 2x + C. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Перевірка: } \left( \frac{-1}{2}(3x^2 + 2x + 5)\cos 2x + \frac{1}{2}(3x + 1)\sin 2x + \frac{3}{4}\cos 2x + C \right)' &= \\ = \frac{-1}{2}(6x + 2)\cos 2x + (3x^2 + 2x + 5)\sin 2x + \frac{3}{2}\sin 2x + \end{aligned}$$



$$+ (3x + 1) \cos 2x - \frac{3}{2} \sin 2x = (3x^2 + 2x + 5) \sin 2x.$$

Цим же способом можна вказати правильну відповідь з наведених без знаходження невизначеного інтегралу, якщо контроль знань проводиться за тестами.

Таким чином наведені приклади показують, що оцінка знань здобувача вищої освіти з розділу “Невизначений інтеграл”, який є одним з основним розділів вищої математики, за тестовою формою має суттєвий недолік, який не дозволяє вірно оцінити знання здобувача з цього розділу і приводить до суттєвого погіршення якості математичної освіти.

Можливо, більш доцільною була б не тестова, а комбінована форма оцінки знань з розділу “Невизначений інтеграл”, при якій одна задача вищого рівня і одне теоретичне питання вищого рівня оцінювались викладачем або комісією.

1. Брушковський О. Л. Вища математика. Частина II. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної. Звичайні диференціальні рівняння : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2008. 266 с.

---

**Brushkovskyi O. L., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor;**  
**Dubchak I. V., Assistant** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

**ISSUES OF TESTFORM CONTROL OF KNOWLEDGE FORM CHAPTER «UNDEFINED INTEGRAL»**

**We considered some features of the test form of knowledge evaluation in the «indefinite integral» section. These features do not provide an objective assessment of knowledge in this section and also lead to a deterioration in the quality of mathematical education.**

**Keywords:** quality of mathematical education, knowledge control in the form of tests.

Турбал Ю. В. д.т.н, професор; Кравчук В. Б., студент; Воробей В. С., студент; Кончук М. В., студент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

## ЗАСТОСУВАННЯ ПІРАМІДАЛЬНОГО МЕТОДУ ЕКСТРАПОЛЯЦІЇ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ПРОГНОЗУВАННЯ АФТЕРШОКОВИХ СЕЙСМІЧНИХ ПОШТОВХІВ

В статті описано пірамідального методу екстраполяції даних сейсмічного моніторингу, що використовується для побудови короткострокових прогнозів афтершокової сейсмічної активності в зоні спостережень на основі солітонної теорії виникнення афтершокових сейсмічних поштовхів.

**Ключові слова:** пірамідальний метод, модифіковані скінченні різниці, екстраполяція, прогноз, прогнозування, солітонна теорія.

На сьогодні відомі сотні ознак, що передвіщають землетруси та низка теорій, що пояснюють причини їх виникнення. Проте переважна більшість реальних систем сейсмічного моніторингу, систем збору та обробки даних сейсмічного моніторингу, базуються на показах приладів, що засікають поштовхи, які вже відбуваються в земній корі [1]. Коли перші же зареєстровані поштовхи виявляються руйнівним, то реальна швидкість поширення таких хвиль надто висока, щоб встигнути підготуватись до їх наслідків чи бодай попередити про них населення.

Проте підземні поштовхи майже ніколи не бувають поодинокими зазвичай енергія, вивільнена одним поштовхом провокує нові зрушення земної кори. Часто руйнівним підземним поштовхам передують серії слабших землетрусів, так званих «форшоків». Матеріал [1] пропонує підхід, що базується на гіпотезі про солітонну природу виникнення землетрусів [2] за даного підходу кожен землетрус в свою чергу вивільняє структурно стійкі локалізовані хвилі (солітони), які мають двоїсту природу і можуть вести себе як хвилі та як частинки одночасно [3]. Рухаючись за певною траєкторією та проходячи через структурно ослаблені зони такі частинки

енергії можуть провокувати нові поштовхи. А. Я. Бомба та Ю. В. Трубал у своїй роботі [4] описали методи, що дозволяють ідентифікувати такі хвилі та побудувати прогнозу траєкторію їх руху. Проте запропоновані методи дозволяють спрогнозувати лише траєкторію руху таких солітонів [5], тоді як запропонований нижче метод, при застосуванні його до даних сейсмічного моніторингу, дозволить знайти прогнозу область, в якій відбудеться наступний поштовх.

Для обрахунку за пірамідальним методом [6; 7] будемо використовувати деякий набір даних про послідовність землетрусів (так званих «форшоків»). Інтернет сервіс, що займається збором даних про сейсмічні поштовхи, дозволяє отримати дані про місце поштовху (його широту та довготу), час поштовху, його магнітуду (силу поштовхів), глибину залягання гіпоцентру землетрусу. Для свого прогнозу ми вибиратимемо таку послідовність поштовхів, що відбувалась приблизно на одній глибині та між якими пройшло відносно не багато часу (до кількох годин). Нас особливо цікавитимуть час виникнення поштовхів і довгота та широта точок, в яких ці поштовхи відбувались. Ми свідомо нехтуємо показником магнітуди землетрусів, адже наша ціль – побудова області в якій може відбутись наступний землетрус, оцінку ж руйнівної сили цих землетрусів ми покладаємо на спеціалістів у цієї галузі.

Для побудови прогнозу ми обиратимемо деяку підпослідовність землетрусів, що відбувались в одному регіоні та відображаємо їх на карті. Після цього до обраних точок ми додаємо ще одну, точку (наприклад  $O$ ), яка може лежати в будь-якому місці, як в межах зображеної карти, так і поза нею. Після вводу цієї точки ( $O$ ) ми отримуємо набори даних у вигляді – кута між епіцентрами землетрусів та точкою  $O$  ( $\alpha$ ), та відстані від точки  $O$  ( $r$ ) до епіцентрів землетрусів. Далі, аналізуючи ці набори даних за пірамідальним методом ми зможемо спочатку знайти кут  $\alpha$ , під яким лежатиме точка прогнозного поштовху відносно точки  $O$ , а потім і відстань  $r$ , на якій знаходитиметься точка прогнозованого поштовху, відносно точки  $O$ , тим самим отримуємо точку прогнозного поштовху. Процедура пошуку відповідних параметрів описана нижче.

**Основна ідея методу.** Нехай маємо набір значень  $f_1, f_2, \dots, f_n$  функції  $y$ , визначений відповідно в деяких точках  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Нехай нам потрібно оцінити значення згаданої вище функції  $y$  в деякій точці  $x$ , такій що  $x > x_n$ .

Для цього визначимо середини відповідних відрізків  $x_i^c = \frac{(x_i + x_{i+1})}{2}$ , та введемо поняття модифікованих скінченних різниць, які визначатимемо наступним чином:

$$\Delta^1 f_i = \frac{f_{i+1} - f_i}{x_{i+1} - x_i}, i = \overline{1, n-1}, \quad \Delta^2 f_i = \frac{\Delta^1 f_{i+1} - \Delta^1 f_i}{x_{i+1}^c - x_i^c}, i = \overline{1, n-2}$$

$$\Delta^3 f_i = \frac{\Delta^2 f_{i+1} - \Delta^2 f_i}{x_{i+2} - x_{i+1}}$$

В загальному ж випадку, отримуємо співвідношення наступного вигляду:

$$\Delta^j f_i = \begin{cases} \frac{\Delta^{j-1} f_{i+1} - \Delta^{j-1} f_i}{x_{i+\left[\frac{j}{2}\right]+1} - x_{i+\left[\frac{j}{2}\right]}}, j = 2k+1 \\ \frac{\Delta^{j-1} f_{i+1} - \Delta^{j-1} f_i}{x_{i+\frac{j}{2}}^c - x_{i+\frac{j}{2}-1}^c}, j = 2k \end{cases}, \quad (1)$$

тут  $j = \overline{1, n-1}, i = \overline{1, n-j}$ .

Нехай

$$r_i^j = \begin{cases} x_{i+\frac{j}{2}}^c, j = 2k, \\ x_{i+\left[\frac{j}{2}\right]+1}, j = 2k+1, \end{cases} \quad l_i^j = \begin{cases} x_{i+\frac{j}{2}-1}^c, j = 2k, \\ x_{i+\left[\frac{j}{2}\right]}, j = 2k+1. \end{cases}$$

Тоді

$$\Delta^j f_i = \frac{\Delta^{j-1} f_{i+1} - \Delta^{j-1} f_i}{r_i^j - l_i^j}. \quad (2)$$

Очевидно, що запропоновані різниці (2) краще апроксимують похідні вихідної функції та відрізняються від класичних різниць, що використовуються для побудови інтерполяційних многочленів Ньютона та обраховуються за формулами наступного вигляду:

$$\Delta^j f_i = \frac{\Delta^{j-1} f_{i+1} - \Delta^{j-1} f_i}{x_{i+j+1} - x_i}. \quad (3)$$

Вважаємо за потрібне зауважити, що у випадку знаходження наступного значення для будь-якого ряду  $k$  таблиці скінченних різниць  $\Delta^k f_{n-k+1}$ , легко можна збудувати прогнозне значення функції у точці  $x_{n+1}$  (див. табл. 1). Для цього достатньо провести обчислення за наступною процедурою:

$$\Delta^{j-1} f_{n-j+2} = \Delta^{j-1} f_{n-j+1} + \Delta^j f_{n-j+1} (r_{n-j+1}^j - l_{n-j+1}^j), j = \overline{k, 1}. \quad (4)$$

Варто відзначити, що при розгляді скінченних різниць класичного виду, аналог процедури (4) за умови  $\Delta^k f_{n-k+1} = \Delta^k f_{n-k}$  еквівалентний методу екстраполяції на основі многочлена Ньютона другого роду. Проте у випадку застосування скінченних різниць (1) отримуємо метод, точність якого практично співпадає з точністю згаданого вище методу.

					$\Delta^5 f_1$	...	$\Delta^5 f_{n-5}$										
				$\Delta^4 f_1$		...		$\Delta^4 f_{n-4}$		$\Delta^4 f_{n-3}$							
			$\Delta^3 f_1$		$\Delta^3 f_2$	...	$\Delta^3 f_{n-4}$		$\Delta^3 f_{n-3}$		$\Delta^3 f_{n-2}$						
		$\Delta^2 f_1$		$\Delta^2 f_2$		...		$\Delta^2 f_{n-3}$		$\Delta^2 f_{n-2}$		$\Delta^2 f_{n-1}$					
	$\Delta^1 f_1$		$\Delta^1 f_2$		$\Delta^1 f_3$	...	$\Delta^1 f_{n-3}$		$\Delta^1 f_{n-2}$		$\Delta^1 f_{n-1}$		$\Delta^1 f_n$				
$f_1$		$f_2$		$f_3$		...		$f_{n-2}$		$f_{n-1}$		$f_n$					$f_{n+1}$
$x_1$	$x_1^c$	$x_2$	$x_2^c$	$x_3$	$x_3^c$	...	$x_{n-3}^c$	$x_{n-2}$	$x_{n-2}^c$	$x_{n-1}$	$x_{n-1}^c$	$x_n$	$x_n^c$				$x_{n+1}$

Рис. 1. Принцип побудови прогнозного значення функції у точці  $x_{n+1}$

Ідея пірамідального методу екстраполяції функцій, полягає у знаходженні такого ряду таблиці скінченних різниць, для якого можна знайти наближене

прогнозне значення відповідної скінченної різниці за допомогою підходу, що буде розглядатися нижче.

Проведемо інтерполяцію значень функції у проміжних точках  $x_i^c, i = \overline{1, n-1}$ , паралельно визначивши значення функції  $f_i^c, i = \overline{1, n-1}$  та знайдемо для них відповідні скінченні різниці:

$$\Delta^j f_i^c = \begin{cases} \frac{\Delta^{j-1} f_{i+1}^c - \Delta^{j-1} f_i^c}{x_{i+\left[\frac{j}{2}\right]+1}^c - x_{i+\left[\frac{j}{2}\right]}^c}, j = 2k + 1, \\ \frac{\Delta^{j-1} f_{i+1}^c - \Delta^{j-1} f_i^c}{x_{i+\frac{j}{2}+1} - x_{i+\frac{j}{2}}}, j = 2k, \end{cases} \quad (5)$$

тут  $j = \overline{1, n-2}, i = \overline{1, n-j}$ .

Введемо наступні величини  $\vec{r}_i^j, \vec{l}_i^j$ :

$$\vec{r}_i^j = \begin{cases} x_{i+\frac{j}{2}+1}, j = 2k, \\ x_{i+\left[\frac{j}{2}\right]+1}^c, j = 2k + 1, \end{cases} \quad \vec{l}_i^j = \begin{cases} x_{i+\frac{j}{2}}, j = 2k, \\ x_{i+\left[\frac{j}{2}\right]}^c, j = 2k + 1, \end{cases}$$

Тоді відповідно до формули (5) отримаємо:

$$\Delta^j f_i^c = \frac{\Delta^{j-1} f_{i+1}^c - \Delta^{j-1} f_i^c}{\vec{r}_i^j - \vec{l}_i^j}. \quad (6)$$

Після цього розглянемо співвідношення наступного вигляду:

$$\begin{aligned} \tilde{\Delta}^2 f_{n-2}^c &= \frac{\left( \frac{f_n - f_{n-1}^c}{x_n - x_{n-1}^c} - \frac{f_{n-1}^c - f_{n-1}}{x_{n-1}^c - x_{n-1}} \right)}{(x_n - x_{n-1})/2}, \\ &\dots \\ \tilde{\Delta}^i f_{n-i}^c &= 2 \left( \frac{\left( \Delta^{i-2} f_{n-i+2} - \Delta^{i-2} f_{n-i+1}^c \right)}{(r_i - c_i)(r_i - l_i)} - \frac{\left( \Delta^{i-2} f_{n-i+1}^c - \Delta^{i-2} f_{n-i+1} \right)}{(c_i - l_i)(r_i - l_i)} \right), i = \overline{2, n-1}, \quad (7) \end{aligned}$$

де

$$r_i = \begin{cases} x_{n-\frac{i}{2}+1}, & i = 2k, \\ x_{n-\lceil \frac{i}{2} \rceil}^c, & i = 2k+1, \end{cases} \quad c_i = \begin{cases} x_{n-\frac{i}{2}}^c, & i = 2k, \\ x_{n-\lceil \frac{i}{2} \rceil}, & i = 2k+1, \end{cases} \quad l_i = \begin{cases} x_{n-\frac{i}{2}}, & i = 2k, \\ x_{n-\lceil \frac{i}{2} \rceil-1}^c, & i = 2k+1, \end{cases}$$

						...						
					$\Delta^5 f_1$	...	$\tilde{\Delta}^5 f_{n-5}^c$					
				$\Delta^4 f_1$	$\Delta^4 f_1^c$	...	$\Delta^4 f_{n-4}$	$\tilde{\Delta}^4 f_{n-4}^c$				
			$\Delta^3 f_1$	$\Delta^3 f_1^c$	$\Delta^3 f_2$	...	$\Delta^3 f_{n-4}$	$\Delta^3 f_{n-3}$	$\tilde{\Delta}^3 f_{n-3}^c$			
		$\Delta^2 f_1$	$\Delta^2 f_1^c$	$\Delta^2 f_2$	$\Delta^2 f_2^c$	...	$\Delta^2 f_{n-3}$	$\Delta^2 f_{n-3}^c$	$\Delta^2 f_{n-2}$	$\tilde{\Delta}^2 f_{n-2}^c$		
	$\Delta^1 f_1$	$\Delta^1 f_1^c$	$\Delta^1 f_2$	$\Delta^1 f_2^c$	$\Delta^1 f_3$	...	$\Delta^1 f_{n-3}$	$\Delta^1 f_{n-2}$	$\Delta^1 f_{n-2}^c$	$\Delta^1 f_{n-1}$		
$f_1$	$f_1^c$	$f_1^c$	$f_2^c$	$f_3$	$f_3^c$	...	$f_{n-2}$	$f_{n-2}^c$	$f_{n-1}$	$f_{n-1}^c$	$f_n$	
$x_1$	$x_1^c$	$x_2$	$x_2^c$	$x_3$	$x_3^c$	...	$x_{n-2}$	$x_{n-2}^c$	$x_{n-1}$	$x_{n-1}^c$	$x_n$	$x_n^c$

Рис. 2. Модифіковані таблиця скінчених різниць

Очевидно, що у разі виконанні співвідношення  $\tilde{\Delta}^i f_{n-i}^c = \Delta^i f_{n-i}^c$  (7) можна побудувати процедуру для знаходження поки невідомого значення функції у точці  $x_n^c$ , аналогічну до процедури (4). Отримані співвідношення матимуть наступний вигляд:

$$\Delta^{j-1} f_{n-j+1}^c = \Delta^{j-1} f_{n-j}^c + \Delta^j f_{n-j}^c (\bar{r}_{n-j}^j - \bar{l}_{n-j}^j), j = \overline{i, 1}. \quad (8)$$

Звернемо увагу на те, що методика обрахунку так званих «середніх точок»  $x_i^c$  може бути різною, адже скінченна різниця апроксимує похідну або тангенс кута нахилу дотичної. Однак якщо припустити, наприклад, що функція випукла, то відповідна різниця визначатиме справжній кут нахилу дотичної у деякій точці всередині відповідних інтервалів. Крім того, у такому випадку, відповідні їм зміщення залежатимуть від характеру зміни кривизни – якщо кривизна зростає, то матимемо зміщення до кінця інтервалу, а якщо кривизна зменшується – до його початку. В зв'язку з цим, можемо ввести деякі коректор-коефіцієнти для обрахунку

$$\text{значень } x_i^c = \frac{x_i + x_{i+1}}{2} + \alpha_i.$$

**Програмна реалізація** запропонованого методу виконана в середовищі програмування Microsoft Visual Studio 2017 (мова програмування C#). Для отримання необхідних для розрахунків даних використовуються дані порталу seismicportal.eu, який в режимі реального часу надає інформацію про сейсмічну ситуацію по всьому світу. На рис. 3, зображено передбачену програмою доступу до даних сейсмічного моніторингу та вільний вибір послідовностей поштовхів для досліджень.

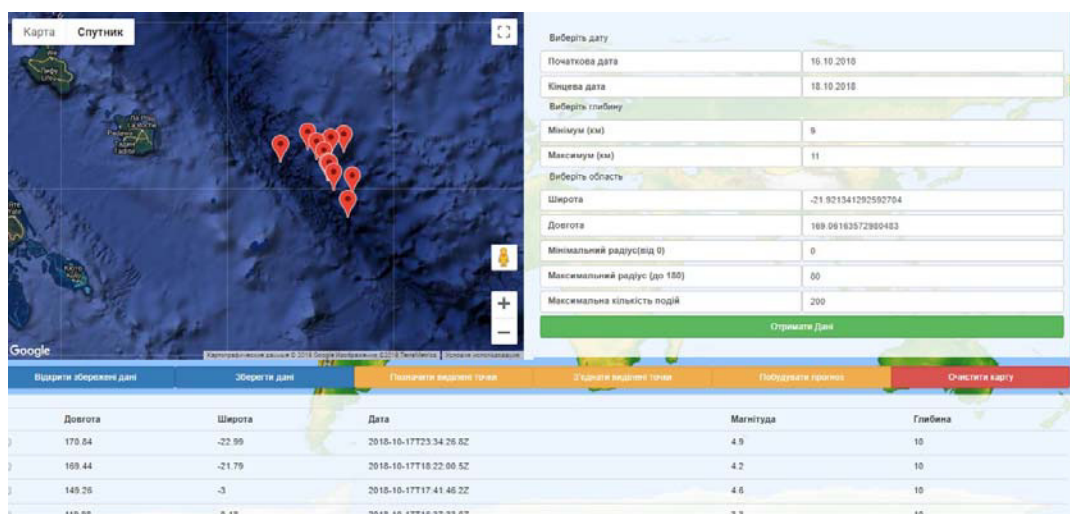


Рис. 3. Інтерфейс програмного продукту

**Вперше було запропоновано використання** пірамідального методу екстраполяції для прогнозування афтершокових сейсмічних поштовхів, розроблено відповідний алгоритм та програмну реалізацію побудови прогнозу на реальних даних за допомогою мови програмування C#. Можливість програми працювати на пряму з даними моніторингового порталу seismicportal.eu дозволяє будувати прогнози для серій поштовхів в реальному часі (див. рис. 3). Варто відзначити, що даний метод попри те, що не вимагає ніяких додаткових затрат для створення нових пунктів спостережень, чи конструювання нових приладів для фіксації специфічних передвісників поштовхів, є суто математичним та буде набагато ефективнішим при його використанні в комплексі з іншими методами прогнозування поштовхів.

1. Khalilov E. N. About possible impact of gravity waves on deformation and seismicity of the Earth. *Circular of the Shamakhy Astrophysical Observatory named after N.Tusi* : coll.



of scient. works. Pirqulu. 2003. part 5. P. 13–21. 2. Турбал Ю. В. Метод прогнозування землетрусів на основі солітонних спускових механізмів. *Форми життя та питання їх співіснування, секція «Геотектоніка та геодинаміка»* : матеріали VI-ї Міжнар. наук.-практ. конф. (Лондон-Київ, 3-7 трав. 2011 р.). Київ, 2011. С. 109–111. 3. Турбал Ю. В. Математичне моделювання процесів поширення локалізованих солітоноподібних збурень в суцільних середовищах: дис. ... д-ра техн. наук : 01.05.02. Харків. 2016. 468 с. 4. Bomba A. Ya., Turbal Y. V. Data analysis method and problems of identification of trajectories of solitary waves. *Journal of Automation and Information Sciences* : coll. of scient. works. Kyiv. 2015. Vol. 47, special issue 10. P. 13–23. 5. Турбал Ю. В. Про характер траєкторій малих збурень типу дельта-солітонів для рівнянь газової динаміки галактик. *Волинський математичний вісник*. Рівне. 2009. № 6. С. 144–156. 6. Turbal Yu. V., Bomba A. Ya., Sokh A. P. et al. Spatial generalization of "pyramidal" data extrapolation method. *Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv, Series Physics & Mathematics* : coll. of scient. works. Kyiv. 2017. Vol. 8. P. 112–119. 7. Бомба А. Я., Сьох А. П., Турбал Ю. В. та ін. Метод екстраполяції на основі модифікованих розділених різниць. *Вісник Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна* : зб. наук. праць. Харків. 2017. Т. 33. С. 36–51.

---

**Turbal Yu. V., Doctor of Engineering, Professor; Kravchuk V. B., Senior Student; Vorobei V. S., Senior Student; Konchuk M. V., Senior Student** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

#### **AFTERSHOCK EARTHQUAKES FORECASTING USING PYRAMIDAL METHOD OF EXTRAPOLATION**

**The article describes how to apply pyramidal method of extrapolation to data of seismic monitoring for constructing short-time forecasts of aftershock seismic activities in the observation zone. Forecasts based on soliton theory of seismic activities emergence.**

**Keywords:** pyramidal method, modify finite-difference, extrapolation, forecast, forecasting, soliton, soliton theory.

УДК 532.72:532.543

Остапчук О. П., к.т.н., доцент; Наливайко В. Г., студент (Національний університет водного господарства і природокористування, м. Рівне)

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕНЕСЕННЯ ЗАБРУДНЕНЬ У ВІДКРИТОМУ КАНАЛІ

Розглянуто задачу моделювання перенесення забруднюючих речовин водним потоком у відкритому каналі. Побудовано математичну модель задачі. Чисельний розв'язок відповідної одновимірної крайової задачі було отримано методом скінченних різниць. Програмно реалізовано обчислювальний алгоритм розв'язку задачі. Проведено ряд чисельних експериментів з їх подальшим аналізом.

**Ключові слова:** математичне моделювання, крайова задача, відкритий канал, масоперенесення, монотонна різницева схема, швидкість руху рідини.

**Для прогнозу стану та кількісної оцінки гідроекологічних систем, їхньої реакції на антропогенний вплив на значних територіях, виключно ефективним є метод математичного моделювання. Метод математичного моделювання важливий особливо тоді, коли в результаті отримують не тільки опис і оцінку стану водного середовища, але також його регулювання з урахуванням фактичного та прогнозованого стану, що в результаті має служити оптимізації взаємовідносин людського суспільства з водним середовищем [3].**

Моделювання процесів забруднення водних об'єктів можливо реалізувати за допомогою різноманітних математичних моделей поширення забруднюючих речовин, відмінності між якими спричинені особливостями водних об'єктів, різними фізичними та хімічними властивостями забруднюючих речовин.

Для моделювання поширення забрудників у водному середовищі використовуються різноманітні моделі: камерні, імітаційні та оптимізаційні.

Моделі базуються на диференціальних рівняннях з частинними похідними. З їх допомогою можуть моделюватися умови формування якості та кількості води (або окремі процеси, що зумовлюють якість води).

Клас фізичних процесів, що вивчаються з допомогою чисельного моделювання процесів методами скінченних різниць, охоплює майже всі процеси, описувані системами рівнянь в частинних похідних. Не є винятком і процес переносу забруднень у водоймищах.

**Розглядається процес перенесення забруднень у відкритому каналі для в'язкої нестискуваної рідини (рис. 1).**

Довжина каналу  $l$ . Оскільки довжина каналу набагато більша від її висота, то задача вважається одновимірною. По всій області руху води в каналі є деяка зміна висот над рівнем моря, причому ця зміна відбувається поступово в якомусь одному напрямку.

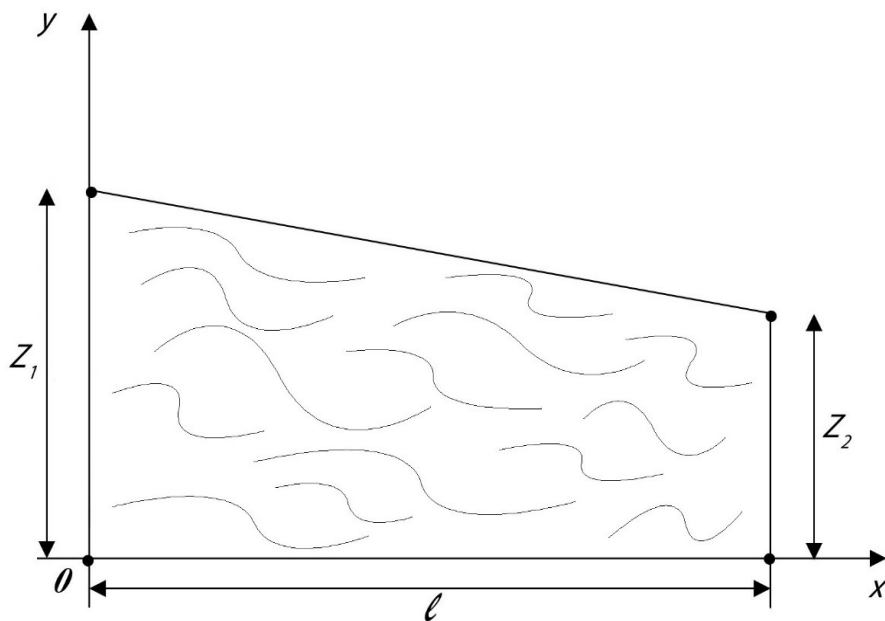


Рис. 1. Перенесення забрудників у відкритому каналі

Відомо розподіл концентрації  $\tilde{C}_0(x)$  забруднюючих речовин в каналі в початковий момент часу  $t = 0$ , а також концентрації забрудників  $\tilde{C}_1(t)$ ,  $\tilde{C}_2(t)$  відповідно на лівій і правій межі каналу. Процес перенесення розчинених речовин у відкритому каналі відбувається згідно з рівнянням Нав'є-Стокса.

В цій задачі присутні такі фізичні процеси: процес руху рідини та процес конвективно-дифузійного перенесення забруднювачів.

Відповідно до рівнянь, якими описуються ці процеси [1; 4] **математична модель** матиме такий вигляд:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - V \frac{\partial c}{\partial x} - \gamma(c - C_*) = \frac{\partial c}{\partial t}, \quad 0 \leq x \leq l, \quad 0 < t \leq t_1, \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial V}{\partial t} + \rho \frac{\partial V}{\partial x} V + \frac{\partial P}{\partial x} = \mu \frac{\partial^2 V}{\partial x^2}, \quad 0 \leq x \leq l, \quad 0 < t \leq t_1, \quad (2)$$

$$\rho \frac{\partial V}{\partial x} = 0, \quad 0 \leq x \leq l, \quad (3)$$

$$c(x, 0) = \tilde{C}_0(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (4)$$

$$l_1 c(0, t) = \tilde{C}_1(t), \quad 0 < t \leq t_1, \quad (5)$$

$$l_2 c(l, t) = \begin{cases} c(l, t) = \tilde{C}_2(t), \\ \frac{\partial c(l, t)}{\partial x} = 0, \end{cases} \quad 0 < t \leq t_1, \quad (6)$$

$$V(x, 0) = \tilde{V}_0(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (7)$$

$$V(0, t) = \tilde{V}_1(t), \quad 0 < t \leq t_1, \quad (8)$$

$$V(l, t) = \tilde{V}_2(t), \quad 0 < t \leq t_1. \quad (9)$$

де  $D$  – коефіцієнт конвективної дифузії;  $c(x, t)$  – концентрація розчинених речовин в точці  $x$  в момент часу  $t$ ;  $V$  – швидкість руху води;  $\gamma$  – коефіцієнт швидкості масообміну;  $C_*$  – концентрація граничного насичення;  $\rho$  – густина води;  $P$  – тиск у рідині;  $\mu$  – в'язкість води;  $t_1$  – проміжок часу, впродовж якого вивчається процес;  $l_i, i = \overline{1, 2}$  – оператори, що задають граничні умови на межах каналу.

**Запишемо рівняння (3) в такому вигляді:**

$$\frac{\partial V}{\partial t} = v \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{\partial V}{\partial x} V - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (10)$$

де  $V = \frac{\mu}{\rho}$  – кінематична в'язкість води.

Рівень води характеризує п'єзометричний напір, який обчислюється за формулою:

$$h = \frac{P}{\tilde{\gamma}} + Z. \quad (11)$$

де  $p$  – гідростатичний тиск рідини;  $Z$  – висота каналу;  $\tilde{\gamma} = \rho g$  – питома вага рідини.

Оскільки п'єзометричний напір у відкритому каналі дорівнює нулю, то формула (11) набуде наступного вигляду:

$$\frac{p}{\tilde{\gamma}} = -Z \Rightarrow \begin{cases} p_1 = -Z_1 \tilde{\gamma}, \\ p_2 = -Z_2 \tilde{\gamma}, \end{cases}$$

де  $p_1$  і  $p_2$  – гідростатичні тиски на межах;  $Z_1$  і  $Z_2$  – висоти на лівій і правій межах відповідно.

Звідси тиск обраховується за формулою:

$$p = \frac{Z_1 \tilde{\gamma} - Z_2 \tilde{\gamma}}{l} x - Z_1 \tilde{\gamma}, \quad 0 \leq x \leq l. \quad (12)$$

Виходячи з рівняння (12) знайдемо  $\frac{\partial P}{\partial x}$ :

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\tilde{\gamma}}{l} (Z_1 - Z_2). \quad (13)$$

Тоді, враховуючи (13), рівняння (10) набуде такого вигляду:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} - \frac{\partial V}{\partial x} V - \frac{l}{\rho} \frac{\tilde{\gamma}}{l} (Z_1 - Z_2). \quad (14)$$

Введемо рівномірну сітку  $\omega_{h,\tau}$  з кроками  $h$  і  $\tau$  по осях  $Ox$  та  $Ot$  відповідно:

$$\omega_{h,\tau} = \left\{ (x_i, t_k) \left| \begin{array}{l} x_i = i \cdot h, i = \overline{0, n}, \\ t_k = k \cdot \tau, k = \overline{0, K_1}. \end{array} \right. \right\}$$

Для кожної з крайових задач було побудовано монотонні різницеві схеми з порядком апроксимації  $O(h^2 + \tau)$ .

Різницева схема для задачі знаходження швидкості руху рідини, що підлягає рівнянню Нав'є-Стокса має такий вигляд:

$$\begin{aligned} \frac{V_i^{k+1} - V_i^k}{\tau} = \mu_i \frac{V_{i-1}^{k+1} - 2V_i^{k+1} + V_{i+1}^{k+1}}{h^2} + r_i^+ \frac{V_{i+1}^{k+1} - V_i^{k+1}}{h} + \\ + r_i^- \frac{V_i^{k+1} - V_{i-1}^{k+1}}{h} - \frac{1}{\rho l} \tilde{\gamma} (Z_1 - Z_2), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad k = \overline{1, K_1 - 1}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} V_i^0 = \tilde{V}_i^0, \quad V_0^{k+1} = \tilde{V}_1^{k+1}, \quad V_n^{k+1} = \tilde{V}_2^{k+1}. \\ i = \overline{0, n}, \quad k = \overline{0, K_1}. \end{aligned} \quad (16)$$

Тут використано такі позначення:

$$\mu_i^l = \frac{\nu}{l + \frac{h|V_i^k|}{2\nu}}, \quad r_i^+ = \frac{-V_i^k + |V_i^k|}{2} \geq 0, \quad r_i^- = \frac{-V_i^k - |V_i^k|}{2} \leq 0.$$

Для знаходження розв'язку задачі (14), (3), (7)-(9) запишемо різницеву схему (15)-(16) у прогнотичному вигляді:

$$\begin{aligned} a_i^l V_{i-1}^{k+1} - c_i^l V_i^{k+1} + b_i^l V_{i+1}^{k+1} = -f_i^l, \\ i = \overline{1, n-1}, \quad k = \overline{1, K_1 - 1}, \end{aligned} \quad (17)$$

де

$$\begin{aligned} a_i^l = \frac{\mu_i^l}{h^2} - \frac{r_i^-}{h}, \quad b_i^l = \frac{\mu_i^l}{h^2} + \frac{r_i^+}{h}, \quad c_i^l = \frac{2\mu_i^l}{h^2} + \frac{r_i^+}{h} - \frac{r_i^-}{h} + \frac{1}{\tau}, \\ f_i^l = \frac{V_i^k}{\tau} - \frac{1}{\rho l} \tilde{\gamma} (Z_1 - Z_2), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad k = \overline{1, K_1 - 1}. \end{aligned}$$

Розв'язок (17) шукаємо методом прогонки у вигляді:

$$V_i^{k+1} = \alpha_{i+1}^l V_{i+1}^{k+1} + \beta_{i+1}^l, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad k = \overline{1, K_1 - 1}, \quad (18)$$

$$\alpha_{i+1}^l = \frac{b_i^l}{c_i^l - a_i^l \alpha_i^l}, \quad \beta_{i+1}^l = \frac{a_i^l \beta_i^l + f_i^l}{c_i^l - a_i^l \alpha_i^l},$$

$$\alpha_i^l = 0, \quad \beta_i^l = V_0^{k+l}.$$

Для задачі масоперенесення було отримано таку монотонну різницеву схему[2]:

$$\begin{aligned} \frac{C_i^{k+1} - C_i^k}{\tau} = \mu_i^2 \frac{C_{i-1}^{k+1} - 2C_i^{k+1} + C_{i+1}^{k+1}}{h^2} + r_i^+ \frac{C_{i+1}^{k+1} - C_i^{k+1}}{h} + \\ + r_i^- \frac{C_i^{k+1} - C_{i-1}^{k+1}}{h} + \gamma(C_* - C_i^k), \quad i = \overline{1, n-1}, \quad k = \overline{1, K_1 - 1}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} C_i^0 = \tilde{C}_i^0, \quad C_0^{k+1} = \tilde{C}_1^{k+1}, \quad C_n^{k+1} = \chi_1 \tilde{C}_{n-1}^{k+1} + \bar{\mu}, \\ i = \overline{0, n}, \quad k = \overline{0, K_1}, \end{aligned} \quad (20)$$

де

$$\mu_i^2 = \frac{D}{1 + \frac{h|V_i^k|}{2D}}, \quad r_i^+ = \frac{-V_i^k + |V_i^k|}{2} \geq 0, \quad r_i^- = \frac{-V_i^k - |V_i^k|}{2} \leq 0,$$

$\chi_1 = 0$ ,  $\bar{\mu} = \tilde{C}_2^{k+1}$  у випадку, коли оператор  $l_2$  задає на правій межі граничну умову 1-го роду,  $\chi_1 = 1$ ,  $\bar{\mu} = 0$  у випадку задання граничної умови 2-го роду.

Щоб знайти розв'язок задачі (1), (4)-(6) запишемо різницеву схему (20) у прогностичному вигляді:

$$a_i^2 C_{i-1}^{k+1} - c_i^2 C_i^{k+1} + b_i^2 C_{i+1}^{k+1} = -f_i^2, \quad (21)$$

де

$$a_i^2 = \frac{\mu_i^2}{h^2} - \frac{r_i^-}{h}, \quad b_i^2 = \frac{\mu_i^2}{h^2} + \frac{r_i^+}{h}, \quad c_i^2 = \frac{2\mu_i^2}{h^2} + \frac{r_i^+}{h} - \frac{r_i^-}{h} + \frac{1}{\tau},$$

$$f_i^2 = \gamma(C_* - C_i^k) + \frac{C_i^k}{\tau}, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad k = \overline{1, K_1-1}.$$

Розв'язок (21) шукаємо методом прогонки у вигляді:

$$C_i^{k+1} = \alpha_{i+1}^2 C_{i+1}^{k+1} + \beta_{i+1}^2, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad k = \overline{1, K_1-1}, \quad (22)$$

$$\alpha_{i+1}^2 = \frac{b_i^2}{c_i^2 - a_i^2 \alpha_i^2}, \quad \beta_{i+1}^2 = \frac{a_i^2 \beta_i^2 + f_i^2}{c_i^2 - a_i^2 \alpha_i^2},$$

$$\alpha_i^2 = 0, \quad \beta_i^2 = C_0^{k+1}.$$

При заданні граничної умови 2-го роду на правій межі каналу концентрація забруднень знаходиться за формулою:

$$C_n^{k+1} = \frac{\beta_n}{1 - \alpha_n}.$$

**Вище зазначені алгоритми розв'язку реалізовані в інтегрованому середовищі розробки Visual Studio 2017 Community за допомогою мови програмування C# з використанням технології Windows Form.**

Було проведено значну кількість чисельних експериментів на основі програмної реалізації алгоритму розв'язку задачі перенесення забруднюючих речовин в каналі при заданні граничних умов 1-го та 2-го роду для різних вхідних даних, які відображають фізико-хімічні властивості водного потоку та середовища. Також було проведено порівняння чисельних даних для сталої та змінної швидкості руху рідини.

Чисельні експерименти було проведено при таких початкових даних:

$$T \approx 60 \text{ місяців (5 років)}, \quad l = 20 \text{ м}, \quad h = 2 \text{ м}, \quad \tau = 30 \text{ діб}, \quad Z_1 = 1,5 \text{ м}, \quad Z_2 = 1,3 \text{ м},$$

$$D = 1,9 \times 10^{-4} \text{ м}^2 / \text{добу}, \quad \gamma = 3,7 \times 10^{-4} \text{ 1/добу}, \quad \tilde{C}_1 = 0,001 \text{ кг/м}^3,$$

$$\tilde{C}_2 = 0,05 \text{ кг/м}^3, \quad C_* = 0,05 \text{ кг/м}^3, \quad V_{const} = 0,04 \text{ м/с}, \quad \tilde{V}_1 = 0,03 \text{ м/с},$$

$$\tilde{V}_2 = 0,067 \text{ м/с}.$$



На рис. 2 і рис. 3 наведено порівняльні графіки розподілу концентрації забруднюючих речовин у відкритому каналі при сталій та змінній швидкостях руху рідини для граничних умов 1-го та 2-го роду.

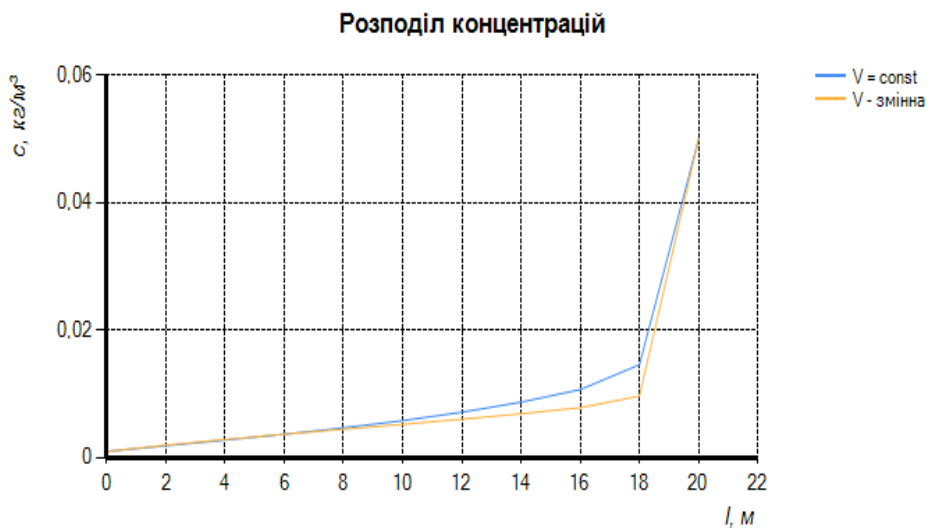


Рис. 2. Порівняльний графік концентрації для сталої і змінної швидкостей руху рідини при  $t = 15$  місяців для граничних умов 1-го роду

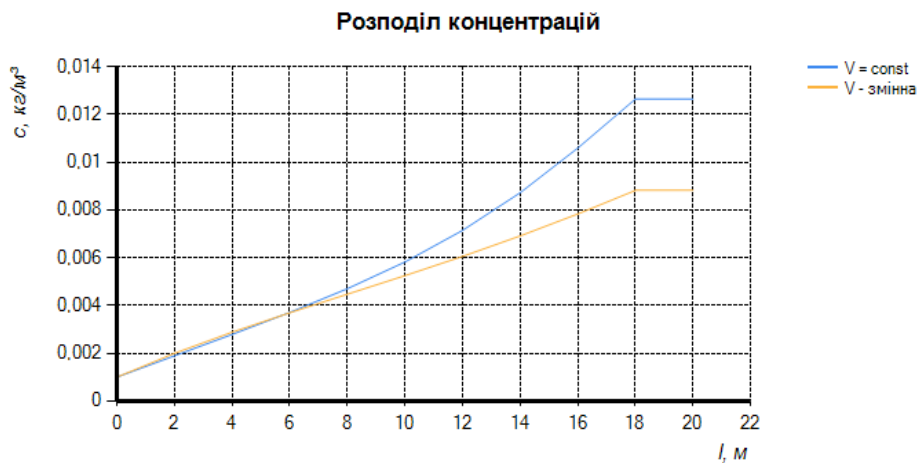


Рис. 3. Порівняльний графік концентрації для сталої і змінної швидкостей руху рідини при  $t = 15$  місяців для граничних умов 2-го роду

**На основі результатів** проведених чисельних експериментів було отримано графічні зображення розподілів швидкостей руху рідини та концентрації забрудників в каналі, а також їх числові значення у вигляді таблиць.

Проаналізувавши отримані результати можна зробити наступні висновки: на рівень концентрації забруднюючих речовин впливають певні фізико-хімічні властивості водного потоку при різних граничних умовах, а також розподіл швидкості руху рідини.

1. Власюк А. П., Остапчук О. П. Моделювання процесу масоперенесення в основі гідротехнічного об'єкта. *Вісник Хмельницького національного університету. Техн. науки*. Хмельницький. 2005. Ч. 1., Т. 2. С. 5–10. 2. Самарский А. А. Теория разностных схем. 3-е изд. М. : Наука, 1989. 616 с. 3. Смит Дж. Модели в экологии. М. : Мир, 1974. 144 с. 4. Lian R., Zhang G. Free boundary value problem for the one-dimensional compressible Navier-Stokes equations with density-dependent viscosity and discontinuous initial data: research article. *Journal of Applied Mathematics*. 2013. 11 p.

---

**Ostapchuk O. P., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor, Nalyvaiko V. H., Senior Student** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

#### **MATHEMATICAL MODELING OF POLLUTION TRANSFER IN OPEN CHANNEL**

**The problem of modeling pollution transfer by water flow in open channel was considered. The mathematical model of the problem was constructed. The numerical solution of the one-dimensional boundary problem was obtained. The computational algorithm for solving the problem was programmed to implement. A series of numerical experiments with their further analysis was conducted.**

**Keywords:** mathematical modeling, boundary problem, open channel, mass transfer, monotone difference circuit, speed of fluid flow.

Назарук\* В. Д., к.т.н., доцент; Зварич А. В., студент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

\*v.d.nazaruk@nuwm.edu.ua

## МЕТОДИКА ОЦІНКИ ЗАГРОЗ В СИСТЕМАХ ЕЛЕКТРОННОГО ДОКУМЕНТООБІГУ, ПРИЗНАЧЕНИХ ДЛЯ НАВЧАЛЬНО-НАУКОВИХ ПРОЦЕСІВ

Впровадження систем електронного документообігу в навчально-наукові процеси нерозривно зв'язане із захистом інформації, яка в них буде оброблятися. Для проектування комплексних систем захисту необхідно в першу чергу здійснити оцінку загроз для інформації. З цією метою формується модель порушника та модель загроз. В статті надається аналіз та рекомендації щодо оптимізації визначення необхідних компонентів функціонування комплексів засобів захисту із врахуванням специфіки освітньо-наукової діяльності.

**Ключові слова:** модель порушника, модель загроз, комплекс засобів захисту, критерії захищеності, функціональні профілі.

Враховуючи темпи розвитку технологій та їх інформаційного забезпечення, освітні процеси приречені до переходу на інтерактивні методи навчання із використанням новітніх методів і засобів аналізу та систематизації баз знань, діалогу між викладачами та студентами. Експерти вважають, що навчальні заклади, які не зможуть у найближчі 10-15 років в повній мірі впровадити передові інформаційні технології, безнадійно відстануть у розвитку від передових університетів.

Уже сьогодні в освітніх процесах використовуються такі ІТ-продукти, як Moodle, «Прометей», E-learning, «Віртуальний університет», «Екзаменаріум» тощо. Інтенсивно наповнюються бібліотечні репозиторії. Для адміністративних цілей широкого використання набули різного роду електронні журнали, системи антиплагіату, бази даних «Студент», «Деканат» та інші. Більшість з них можна віднести до систем електронного документообігу (СЕДО) освітнього спрямування.

В процесі навчально-наукової діяльності суб'єктами створюються, обробляються, поширюються різного змісту документи [1]: конспекти лекцій, методичні рекомендації та вказівки, звіти по лабораторних та практичних роботах, тести, дипломні проекти, дисертації, наукові звіти тощо, а також адміністративні розпорядчо-нормативні та кадрові документи. Практично всі вони створюються в електронному вигляді, переважна частина з них переводиться на паперові носії, а поширюються та публікуються знову ж таки в електронному вигляді. Разом з тим, достовірним оригіналом вважається підписаний та затверджений на папері документ.

Незважаючи на те, що інформація в освіті та науці має, в основному, статус відкритої, впровадження СЕДО у цій галузі, як і у всіх інших, нерозривно зв'язане з проблемами захисту інформаційних ресурсів. Обумовлено це не тільки необхідністю захисту інформації з обмеженим доступом, а, в більшій мірі, потребами забезпечення цілісності, доступності та спостережності документообігу. Комплекс засобів захисту (КЗЗ) для таких систем повинен бути не надто громіздким і, в той же час, забезпечувати достатній рівень послуг безпеки.

Метою дослідження є аналіз потенційних небезпек та оптимізація процесу формування моделі загроз при створенні комплексних систем захисту інформації (КСЗІ) в СЕДО, призначених для впровадження в навчально-наукових установах.

Відомо [2,3], що базисом методики оцінки критеріїв безпеки інформації в СЕДО, які, в залежності від архітектури побудови, належать до автоматизованих систем (АС) класу 2 або 3, повинен бути детальний аналіз можливих загроз, способів та каналів їх реалізації, що має стати основою для подальшого проведення аналізу ризиків і формування вимог до системи захисту інформації [2-3]. З цією метою розробляються модель порушника та модель загроз для інформації в СЕДО.

Модель порушника [4] – абстрактний формалізований або неформалізований опис дій порушника, який відображає його практичні та теоретичні можливості, апріорні знання, час та місце дії і т. ін.

Модель порушника має визначати [5]:

- категорії осіб, з числа яких може бути порушник;
- рівень можливостей порушника;

- припущення про кваліфікацію та можливий рівень знань порушника;
- методи і способи, що використовуються при здійсненні порушень;
- можливу мету порушника та її градацію за ступенями небезпечності для системи;
- можливі місця здійснення порушень;
- можливі способи для здійснення загроз в СЕДО;
- припущення про характер його дій.

Відносно СЕДО порушники можуть бути внутрішніми (з числа персоналу або користувачів системи) або зовнішніми (сторонніми особами). Визначення категорії порушників, прийнятих в моделі, приведено у табл. 1. В таблицях 2-6 наведені специфікації моделі порушника за мотивами здійснення порушень, за рівнем кваліфікації та обізнаності конкретної системи документообігу, за показником можливостей використання засобів та методів подолання системи захисту, за часом дії, за місцем дії. У графі “Рівень загроз” зазначених таблиць наведені у вигляді відносного ранжування оцінки можливих збитків, які може заподіяти порушник за умови наявності відповідних характеристик. Рівень збитків характеризується наступними категоріями:

1 – незначні, 2 – значимі, але, здебільшого, припустимі, 3 – середні, 4 – дуже значні.

Таблиця 1

Категорії порушників, визначених у моделі

Позначення	Визначення категорії	Рівень загрози
	<b>Внутрішні по відношенню до СЕДО</b>	
ПВ1	Технічний персонал, який обслуговує будови та приміщення (електрики, сантехніки, прибиральники тощо), в яких розташовані компоненти АС	1
ПВ2	Персонал, який обслуговує технічні засоби (інженери, техніки)	2
ПВ3	Користувачі (оператори) АС	2

продовження табл. 1

ПВ4	Співробітники підрозділів (підприємств) розробки та супроводження програмного забезпечення	3
ПВ5	Адміністратори ЛОМ	3
ПВ6	Співробітники служби захисту інформації	4
ПВ7	Керівники різних рівнів посадової ієрархії	4
	<b>Зовнішні по відношенню до СЕДО</b>	
ПЗ1	Будь-як особи, що знаходяться за межами контрольованої зони.	1
ПЗ2	Відвідувачі (запрошені з деякого приводу)	2
ПЗ3	Представники організацій, що взаємодіють з питань технічного забезпечення (енерго-, водо-, теплопостачання і таке інше)	2
ПЗ4	Хакери	3
ПЗ5	Співробітники закордонних спецслужб або особи, які діють за їх завданням	4

Таблиця 2

Специфікація моделі порушника за мотивами здійснення порушень

Позначення	Мотив порушення	Рівень загрози
М1	Безвідповідальність	1
М2	Самоствердження	2
М3	Корисливий інтерес	3
М4	Професійний обов'язок	4

Таблиця 3

## Специфікація моделі порушника за рівнем кваліфікації та обізнаності щодо АС

Позначення	Основні кваліфікаційні ознаки порушника	Рівень загрози
K1	Знає функціональні особливості системи, основні закономірності формування масивів даних та потоків запитів до них, має навички щодо користування штатними засобами системи	1
K2	Володіє високим рівнем знань та практичними навичками роботи з технічними засобами системи та їх обслуговування	2
K3	Володіє високим рівнем знань у галузі програмування та обчислювальної техніки, проектування та експлуатації автоматизованих інформаційних систем	2
K4	Знає структуру, функції й механізми дії засобів захисту, їх недоліки	3
K5	Знає недоліки та “вади” механізмів захисту, які вбудовані у системне програмне забезпечення та його недокументовані можливості	3
K6	Є розробником програмних та програмно-апаратних засобів захисту або системного програмного забезпечення	4

Специфікація моделі порушника за показником можливостей використання засобів  
та методів подолання системи захисту

Позначення	Характеристика можливостей порушника	Рівень загрози
31	Використовує лише агентурні методи одержання відомостей	1
32	Використовує пасивні засоби (технічні засоби переймання без модифікації компонентів системи)	2
33	Використовує лише штатні засоби та недоліки системи захисту для її подолання (несанкціоновані дії з використанням дозволених засобів), а також компактні магнітні носії інформації, які можуть бути приховано пронесено крізь охорону	3
34	Застосовує методи та засоби дистанційного (з використанням штатних каналів та протоколів зв'язку) упровадження програмних закладок та спеціальних резидентних програм збору, пересилання або блокування даних, дезорганізації систем обробки інформації.	3
35	Застосовує методи та засоби активного впливу (модифікація та підключення додаткових технічних засобів, підключення до каналів передачі даних).	4



Таблиця 5

## Специфікація моделі порушника за часом дії

Позначення	Характеристика можливостей порушника	Рівень загрози
Ч1	До впровадження СЕДО або її окремих компонентів	1
Ч2	Під час бездіяльності компонентів системи (в неробочій час, під час планових перерв у роботі, перерв для обслуговування і ремонту і т.д.)	2
Ч3	Під час функціонування СЕДО (або компонентів системи)	3
Ч4	Як у процесі функціонування СЕДО, так і під час призупинки компонентів системи	4

Таблиця 6

## Специфікація моделі порушника за місцем дії

Позначення	Характеристика місця дії порушника	Рівень загрози
Д1	Без доступу на контрольовану територію організації	1
Д2	З контрольованої території без доступу у будинки та споруди	1
Д3	Усередині приміщень, але без доступу до технічних засобів СЕДО	2
Д4	З робочих місць користувачів (операторів) АС	2
Д5	З доступом у зони даних (баз даних, архівів й т.ін.)	3
Д6	З доступом у зону керування засобами забезпечення безпеки СЕДО	4

Модель загроз для СЕДО, задіяних в навчально-наукових процесах, доцільно формувати, виходячи з наступних факторів.

Залежно від важливості, історичної та наукової цінності інформація, викладена в документах, має певний термін зберігання в номенклатурних справах, у відомчих та державних архівах. Відповідно можна класифікувати і рівень можливої заподіяної шкоди в результаті реалізації загроз, як низький, високий та надзвичайно високий. Класифікація рівнів заподіяння шкоди по групах документів представлена в табл. 7.

Базуючись на вартості комплексів засобів захисту, необхідності освоєння системи користувачами, СЕДО в навчально-науковий процес доцільно впроваджувати поетапно, поступово підвищуючи критерії безпеки та рівні гарантій створеної АС, залежно від груп документів, які в ній оброблятимуться.

Таблиця 7

Рівні можливої заподіяної шкоди групам документів

Групи документів	I	II	III
	Оперативного зберігання	Тривалого зберігання	Постійного зберігання
Рівень шкоди	Низький	Високий	Надзвичайно високий
Переліки документів	Тести Звіти з лабораторних та практичних робіт Заліки та іспити Журнали Службові записки та заяви Супровідні документи Розпорядчі документи оперативного характеру Інші оперативні документи	Навчальні програми Конспекти лекцій Методичні вказівки та рекомендації Курсові роботи та проекти Дипломні роботи та проекти Посібники, підручники Обхідні листи Протоколи адміністративних, наукових, експертних, методичних та ін. нарад Розпорядчі документи тривалого зберігання Інші документи тривалого зберігання	Ліцензійні та акредитаційні справи Дисертації Монографії Наукові звіти та публікації Кадрові документи Інші документи постійного зберігання

Застосування критеріїв оцінки захищеності інформації для груп документів відповідно до вимог [6] представлено в табл. 8. Враховуючи обробку в зазначених СЕДО лише відкритої інформації, критерії конфіденційності в аналізі не розглядаються.

## Функціональні критерії оцінки захищеності інформації

№ з/п	Загрози	Функціональні послуги для груп документів		
		I	II	III
	2	3	4	5
Цілісності				
1	Несанкціонована модифікація інформації при її створенні, погодженні, затвердженні документів та їх зберіганні авторизованими користувачами	ЦД-1	ЦД-2	ЦД-4
2	Неправомірне переміщення інформації до об'єкта від авторизованого користувача або процесу	ЦА-1	ЦА-2	ЦА-3
3	Неможливість відмінити операцію, або послідовність операцій і повернутись (відкатити) захищений об'єкт до попереднього стану	ЦО-1	ЦО-2	ЦО-2
4	Несанкціонована модифікація інформації під час експорту/імпорту через незахищене середовище	ЦВ-1	ЦВ-2	ЦВ-2
Доступності				

5	Відмови компонентів обладнання системи, машинних носів даних, пристроїв електроживлення	ДС-1	ДС-2	ДС-2
6	Неправомірне захоплення ресурсів системи авторизованими користувачами	ДР-1	ДР-2	ДР-2
7	Недосконале програмне забезпечення, яке може призвести до незворотньої зміни режимів роботи СЕДО	ДЗ-1	ДЗ-1	ДЗ-1
8	Перевантаження серверного обладнання через надмірну кількість запитів доступу	ДВ-2	ДВ-2	ДВ-2
Спостережності				
9	Втрата даних реєстрації подій в системі, дій користувачів, або засобів аналізу журналу реєстрації	НР-2	НР-3	НР-4
10	Порушення політики ідентифікації та автентифікації авторизованих користувачів	НИ-3	НИ-3	НИ-3
11	Порушення розподілу ролей та розподілу обов'язків користувачів	НО-1	НО-2	НО-2
12	Порушення цілісності комплексу засобів захисту та самотестування	НЦ-1	НЦ-2	НЦ-2
13	Порушення політики автентифікації відправника (відмова від авторства)	НА-1	НА-2	НА-2

14	Порушення процедури взаємної ідентифікації при ініціалізації обміну даними з іншим КЗЗ	НВ-1	НВ-2	НВ-2
13	Порушення політики автентифікації відправника (відмова від авторства)	НА-1	НА-2	НА-2
14	Порушення процедури взаємної ідентифікації при ініціалізації обміну даними з іншим КЗЗ	НВ-1	НВ-2	НВ-2

Умовні позначення функціональних профілів, відповідно до [6] розміщено в стовпчиках табл. 8.

Окрім загроз, зазначених в табл. 8, при реалізації КЗЗ необхідно враховувати загрози, які впливають на всі критерії. До таких належать інсталяція шкідливого програмного забезпечення (висока імовірність) та стихійні лиха – пожежі, повені, землетруси тощо (низька імовірність).

Проведений аналіз надає можливість оптимізувати процес формування моделі порушника та моделі загроз при створенні КСЗІ в СЕДО, призначених для впровадження в навчально-наукових установах, визначення необхідних компонентів функціонування КЗЗ.

1. Назарук В. Д., Маланчук Л. О. Інформаційні технології у навчальному процесі: електронний документообіг. *Вісник НУВГП. Технічні науки* : зб. наук. праць. 2016. № 4. С. 192–203.
2. Будько М. М. Методика оцінки загроз для інформації автоматизованих систем. *Правове, нормативне та метрологічне забезпечення системи захисту інформації в Україні*. 2005. № 10. С. 35–46.
3. Мазниченко Н. І. Захист інформації в системах електронного документообігу на основі систем ідентифікації. *Комп'ютерне моделювання в наукоємких технологіях* : матеріали III міжнародної науково-технічної конференції. 2014. С. 1–2.
4. Кукарін О. Б.

Електронний документообіг та захист інформації : навч. посіб. / за заг. ред. д.держ.упр., професора Н. В. Грицяк. К. : НАДУ, 2015. 84 с. 5. Гаврих С. В. Система захисту інформації, конфіденційна інформація, захист інформациі від витоку акустичними каналами, методи і засоби захисту. URL: <http://www.studfiles.ru/preview/4485292/>. (дата звернення: 12.02.2018). 6. НД ТЗІ 2.5-004-99 Критерії оцінки захищеності інформації в комп'ютерних системах від несанкціонованого доступу із змінами згідно наказу Адміністрації Держспецзв'язку від 28.12.2012 № 806. Київ : ДСТСЗІ СБ України, 1999. 55 с. (нормативний документ системи технічного захисту інформації).

---

**Nazaruk\* V. D., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor; Zvarych A. V., Senior Student** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

\* v.d.nazaruk@nuwm.edu.ua

#### **METHODOLOGY OF ASSESSMENT OF THREATS IN THE SYSTEMS OF ELECTRONIC DOCUMENT CALCULATION INTENDED FOR EDUCATIONAL AND SCIENTIFIC PROCESSES**

**The introduction of electronic document management systems in educational and research processes is inextricably linked with the protection of information that will be processed in them. To design integrated security systems, it is necessary to first assess the threats to information. To this end, an offender model and threat model are formed. The article provides an analysis and recommendations for optimization of the definition of the necessary components of the functioning of complexes of protection facilities taking into account the specifics of educational and scientific activity.**

**Keywords:** offender model, model of threats, complex of means of protection, security criteria, functional profiles.

**Круглов Д. О., студент** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

## **ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКУ МІЖ АРТИКЛЯМИ ТА ІМЕННИКАМИ В НІМЕЦЬКІЙ МОВІ МОТОДОМ НЕЙРОМЕРЕЖЕВОГО МОДЕЛЮВАННЯ**

**Викладені моделі штучних нейронних мереж, що пасує поставленій задачі.**

**Описане дослідження різних структур та їх випробування на підготовлених даних.**

**Ключові слова:** штучні нейронні мережі, іменники, рід

**Вступ.** Визначення роду іменника є важливою частиною перекладу, а саме питання чи піддається це алгоритмічному визначенню і чи є взаємозв'язок між літерним написанням слова та його родом. Об'єктом дослідження цього питання стала німецька мова з її чіткими правилами та строго визначеними артиклями до кожного іменника.

Вивчаючи цю мову, можна зіткнутись з проблемою визначення роду та при наявності правил, завдяки яким це можливо зробити, багато вчителів рекомендують просто заучувати артиклі на пам'ять. Як відомо, завдяки сучасним дослідженням, це не є ефективним методом вивчення мови. При перекладі іноземних мов давно використовуються нейронні мережі, що показали свою ефективність та точність порівняно з методом програмування прямих правил мови. Штучні нейронні мережі є прямою аналогією структури нейронів в нашому мозку, отже, якщо перша може навчитись перекладу та визначенню роду без заучування слів (тобто, наприклад звернення в базу даних) та завдяки тренуванню, відповідно можна сказати що наш мозок може навчитися завдяки регулярним тренуванням з правилами та практичним використанням мови.

**Технологія.** В дослідженні було використано TensorFlow – відкрита програмна бібліотека для машинного навчання, що є зручною та не вимагає високого порогу входження. Проведено роботу з рекурентними нейронними

мережами та глибокими мережами прямого поширення. Відповідно на основі градієнтного спуску та функцією активації ReLU.

**Дані.** Оскільки мережа сприймає тільки дробові значення від 0 до 1, виникає питання нормалізації вхідного потоку. Артикли, що і є родом, доволі легко представити масивом з трьох значень: [1, 0, 0] der – чоловічий рід, [0, 1, 0] das – середній, [0, 0, 1] die – жіночий або множина, тобто артикль це положення одиниці в масиві. Дане представлення є зручним для навчання та зрозумілим для мережі. З самими іменниками потрібно прикласти більше зусиль, адже є багато методів числового представлення слів та на щастя нам буде достатньо найпростішого, представлення коли кожній літері відповідає універсальне число. Знаємо, що кожна літера вже представлена в комп'ютері за допомогою ASCII таблиці та нам буде достатньо розділити кожне число на найбільше значення. Таким чином, всі літери попадуть в діапазон від 0 до 1 та матимуть універсальне значення.

Також навчання проводилось на іменниках в кількості 374 800, з яких для валідації використовувалось 80 000 та для контрольної перевірки випадково вибирається 1 000 слів що не брали участі в тренуванні.

**Постановка завдання.** Завдання даної статті підтвердити можливість визначення роду штучною нейронною мережею з достатньою точністю, що покаже пряме відношення між артиклем та літерним написанням іменника і покаже відсутність необхідності заучувати рід під час вивчення мови. Важливою частиною буде використання різних моделей штучних нейронних мереж та порівняти отримані результати.

**Deep Feed Forward neural network.** Моделі прямого поширення сигналу, або перцептрон є найбільш поширена модель побудови штучної нейронної мережі (рис. 1).



## Deep Feed Forward (DFF)

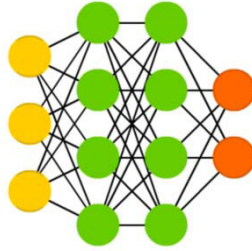


Рис. 1. Модель прямого поширення: жовтим – вхідний шар нейронів, зелений – приховані шари нейронів, червоний вихідний шар нейронів

Використання такої структури є очевидним та першим що спадає на думку та з цього і було почато. Використовуючи різні налаштування, а саме кількість прихованих шарів, кількість нейронів у кожному шарі, та багато інших але менш важливих. Спостерігався ріст точності та після деякої межі зупинився (рис. 2).

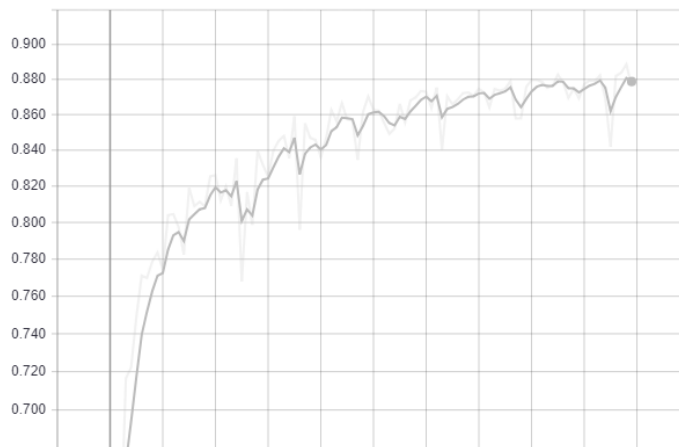


Рис. 2. Графік росту точності з внесенням змін

Оптимальними налаштуваннями було обрано 7 прихованих шарів, розміри відповідно від першого до останнього: 30, 120, 200, 300, 200, 30, 15. Вхідний шар нейронів містив 10 нейронів, вихідний шар містив 3 нейрони. Було обрано саме таку кількість вхідних нейронів, тому що більшість правил в мові сконцентрована саме на закінченні слова та при необхідності звести всі дані до однієї довжини тести показали, що це оптимальна довжина після якої ріст точності був мало помітним та навчання мало оптимальну швидкість. Вихідний шар містив три нейрони, відповідно

до кількості артиклів у Німецькій мові: der, das, die.

Точність даної мережі дійшла до 90%, при навчанні використовувалось 100 epoch (рис. 3), контрольна перевірка дала результат в 91%.



Рис. 3. Графік росту точності з кожною епохою

Перші спроби навчання приводили до точності не більше 60% та звівши штучну нейронну мережу до стану описаного вище, отримали результат в 91% і дозволяє впевнено говорити, що дана мережа навчилася визначати рід іменника на задовільному рівні, а також демонструє значну залежність між артиклем та літерним написанням.

**Recurrent Neural Network.** Рекурентні нейронні мережі чудово себе показують в аналізі текстів, мови в реальному часі або явищ де його контекст або минулі значення є важливим (рис. 4).

### Recurrent Neural Network (RNN)

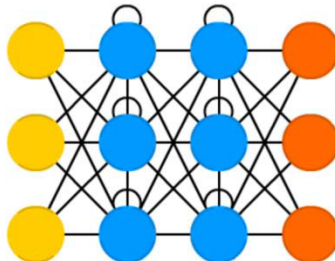


Рис. 4. Модель рекурентної нейронної мережі:  
жовтим – вхідний шар нейронів, синім – приховані шари нейронів з пам'яттю, червоний вихідний шар нейронів

Завдяки такій моделі можна отримати по буквеній аналіз слів та відповідно закінчення буде вносити найбільше значення. Експериментуючи з різними параметрами мережі отримали таку ж залежність як і при DFF структурі, коли після певного значення прогрес точності зупинився. Фінальною конфігурацією була обрана наступна: вхідний шар з 20 нейронів, 4 шари нейронів типу LSTM (long/short term memory), вихідний шар з 3 нейронами. Приховані шари відповідно містять 128, 200, 300, 128 нейронів.

Точність даної мережі досягла відмітки 94% (рис. 5), контрольна перевірка отримала також 94% точності, що є повністю задовільним рівнем.

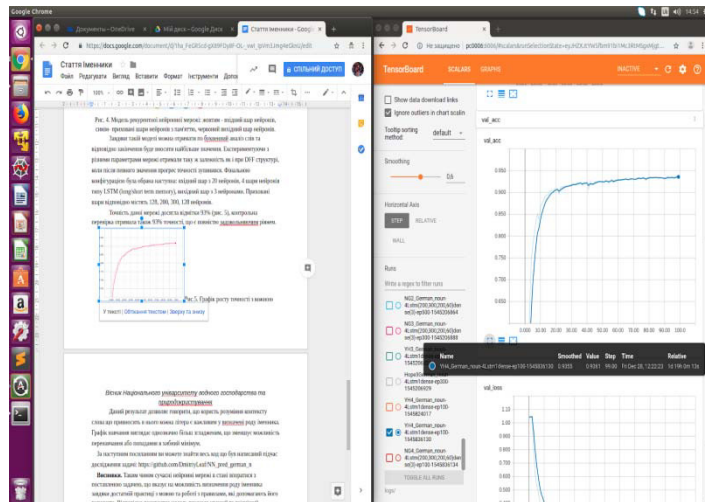


Рис. 5. Графік росту точності з кожною епохою

Даний результат дозволяє говорити, що користь розуміння контексту слова що привносить в нього кожна літера є важливим у визначенні роду іменника. Графік навчання виглядає однозначно більш згладженим, що зменшує можливість перенавчання або попадання в хибний мінімум. Програмний код дослідження задачі можна переглянути за наступним посиланням: [https://github.com/DmitriyLeaf/NN\\_pred\\_german\\_n](https://github.com/DmitriyLeaf/NN_pred_german_n).

**Висновки.** Було проведено дослід з двома типами нейронних мереж та порівняно їх результати. Точність у розмірі 94%, що дала рекурентна нейронна мережа, вказує на можливість визначення роду без бази даних, а лиш на попередньому досвіді навчання мережі та показує пряму залежність між артиклем та літерним написанням слова. Також наводячи аналогію з мозком людини, це

вказує на можливість визначення роду іменника завдяки достатній практиці з мовою та роботі з правилами, які допомагають його визначати.

1. Online-Wörterbuch Englisch-Deutsch. ULR: <https://www.dict.cc>. (дата звернення: 12.02.2018).
  2. Word embeddings: exploration, explanation, and exploitation (with code in Python). ULR: <https://towardsdatascience.com/word-embeddings-exploration-explanation-and-exploitation-with-code-in-python-5dac99d5d795>. (дата звернення: 12.02.2018).
  3. The mostly complete chart of Neural Networks. ULR: <https://towardsdatascience.com/the-mostly-complete-chart-of-neural-networks-explained-3fb6f2367464>. (дата звернення: 12.02.2018).
  4. Some Hints on How to Guess Gender. ULR: <https://www.lsa.umich.edu/german/hmr/Grammatik/Gender/Gender.html> (дата звернення: 12.02.2018).
- 

**Kruhlov D. O., Senior Student** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

#### **RESEARCH INTERACTION BETWEEN GENUS AND NOUNS IN GERMAN LANGUAGE BY NEURAL-NETWORKS**

**The models of artificial neural networks, which corresponds to the set task, are presented. The study of various structures and their testing on the prepared data is described.**

***Keywords:* artificial neural networks, nouns, genus**

Москаль О. Б., магістр, Цветкова\* Т. П., к.т.н., доцент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

\* t.p.tsvetkova@nuwm.edu.ua

### **РОЗРОБКА ЗАХИЩЕНОГО ЧАТУ ТА ЙОГО ВПРОВАДЖЕННЯ В СОЦІАЛЬНУ МЕРЕЖУ**

Проведено дослідження конфіденційності інформації в популярних соціальних мережах. Розроблено чат, який впроваджено у соціальну мережу, що володіє функціями захисту інформації користувачів. Реалізовано надійний алгоритм шифрування даних та realtime видалення прочитаних повідомлень, що забезпечує конфіденційність надісланих та отриманих даних.

**Ключові слова:** соціальна мережа, чат, шифрування, realtime, AES, RSA.

В даний час соціальні мережі відіграють значну роль в житті людини. З появою комп'ютерів та Інтернету люди мають можливість спілкуватися та обмінюватися інформацією не виходячи з дому, а раніше потрібно було зустрічатися в реальному житті. У багатьох людей є власна сторінка у соціальній мережі, куди вони періодично заходять для підтримки контакту з іншими людьми. При такому активному користуванні Інтернетом сервери соціальних мереж швидко накопичують інформацію про користувачів, більшість з яких не задумуються про те, що все, написане на сайті, зберігається. Незважаючи на те, що більшість зібраної інформації не несе ніякої користі для власників сайту, та все ж користувач не хотів би, щоб його повідомлення читав хтось сторонній. Користуючись соціальною мережею в цілях роботи, може бути передана конфіденційна інформація.

Проаналізувавши найбільш популярні соціальні мережі, з'ясувалося, що всю інформацію, введену користувачем, сервер запам'ятовує та не видаляє, чого не може зробити і сам користувач.

Вивчивши проблеми конфіденційності повідомлень в соціальних мережах, розроблено чат для листування, який дає можливість видалення повідомлень з серверів сайту, що є новітнім в галузі online-листування.

### Тестування існуючих соціальних мереж

Для тестування можливості видалення повідомлень вибрано соціальні мережі facebook.com та vk.com. Приклад звичайної переписки у даних мережах наведено на рис. 1.

Через деякий час користувач видалив своє повідомлення та надіслав інше. Видалити повідомлення сайт дозволив, але у користувача, з яким відбувалась переписка, повідомлення залишилось (рис. 2, 3).

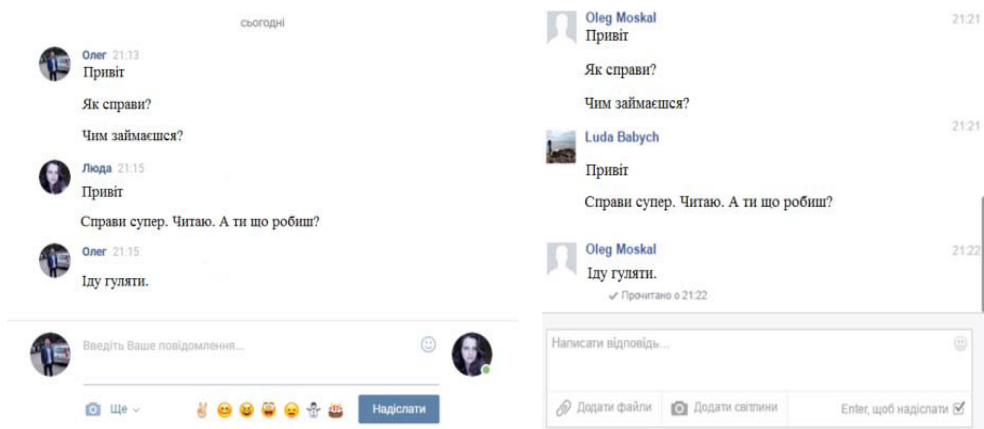


Рис. 1. Обмін повідомленнями у соціальних мережах vk.com та facebook.com

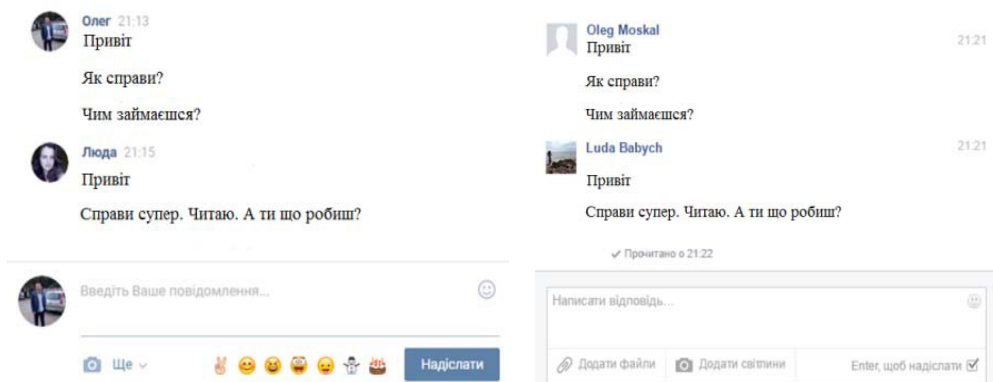


Рис. 2. Видалення повідомлень у соціальних мережах

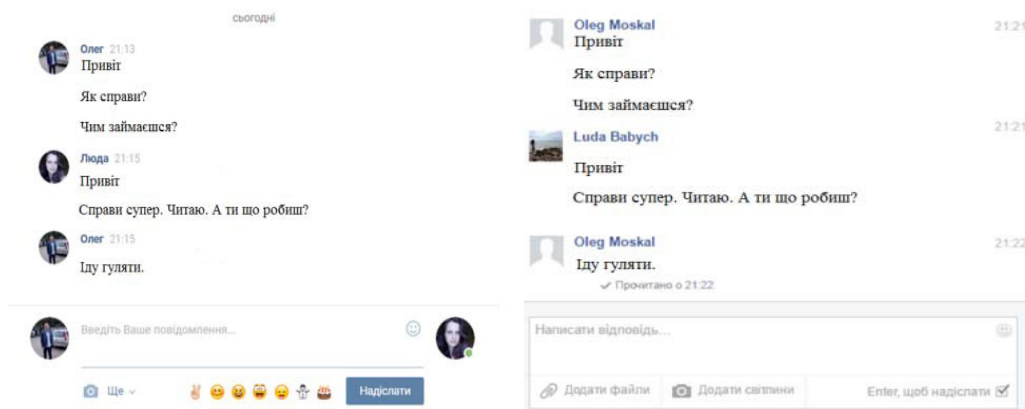


Рис. 3. Повідомлення на сторінці отримувача після видалення

Провівши тестування обміну повідомленнями з їх видаленням, зрозуміло, що надіслана інформація залишиться на сайті назавжди і її неможливо видалити звичайному користувачу.

### **Розробка realtime видалення прочитаних повідомлень**

Після дослідження існуючих соціальних мереж було прийнято рішення створити власний чат для переписки, який буде гарантувати конфіденційність надісланої інформації та безпеку даних. Даний чат впроваджено у нову, власно розроблену соціальну мережу [startupers.us](http://startupers.us) [4].

Аналогічний експеримент обміну повідомленнями та їх видаленням проведено у новій соціальній мережі (рис. 4).

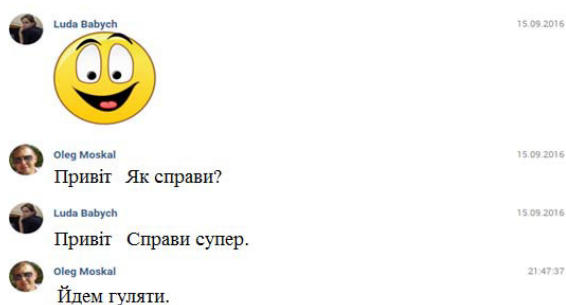


Рис. 4. Обмін повідомленнями у соціальній мережі [startupers.us](http://startupers.us)

Після переписки користувач здійснив видалення повідомлення (рис. 5).

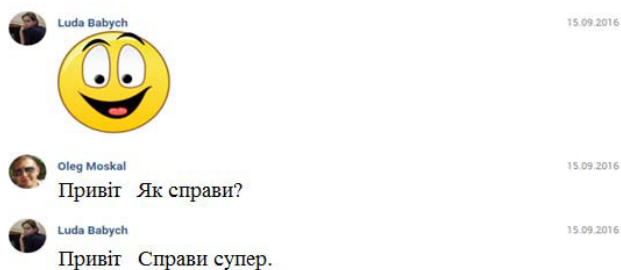


Рис. 5. Видалення відправленого повідомлення

В результаті надіслане повідомлення було видалено і на сторінці адресата (рис. 6).

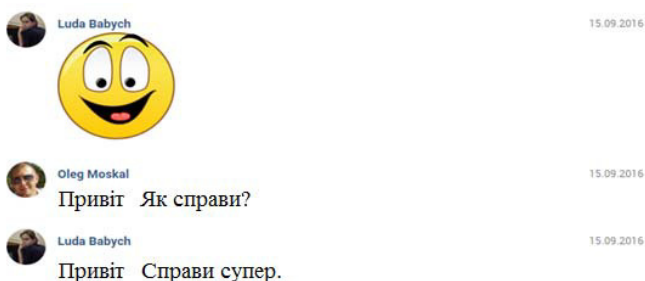


Рис. 6. Видалення повідомлення зі сторінки адресата

В результаті проведеного експерименту можна зробити висновок, що переписка в даній соціальній мережі є більш конфіденційною, ніж у її аналогах. Така перевага є доречною для користувачів, які використовують соціальні мережі для роботи або для обміну важливою інформацією, оскільки користування чатом даної соціальної мережі забезпечує безпеку переданих даних.

При користуванні даним сайтом було помічено певну незручність у видаленні повідомлень, оскільки при тривалому користуванні сайтом кількість повідомлень зростає, а видаляти повідомлення по одному займає багато часу. Розглядався варіант видалення всіх повідомлень. В даному випадку це також не найкраще рішення, оскільки можуть бути повідомлення, які хотілося б зберегти. У зв'язку з цим, було прийнято рішення розробити, так званий, "секретний" чат. Основна функція даного чату полягає в тому, що користувач для кожного свого діалогу має можливість встановити час, після завершення якого прочитане повідомлення буде видалене (рис. 7). У будь-який момент користувач може змінити час видалення



повідомлень або встановити різний час видалення для кожного окремого діалогу. Функцію “секретного часу” можна відключити. Даний функціонал дає можливість зекономити багато часу та полегшити видалення повідомлень.

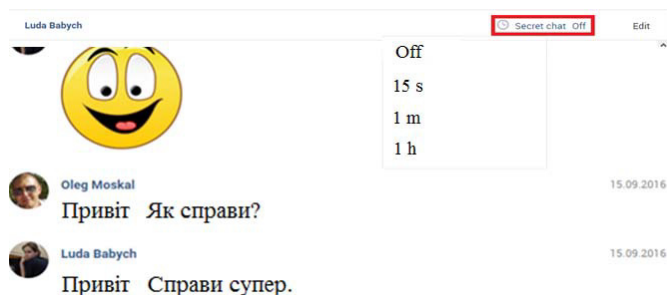


Рис. 7. Встановлення режиму “секретний” чат

### Шифрування повідомлень

Для забезпечення конфіденційності повідомлень застосовано їх шифрування [1-3; 5; 6]. Написане користувачем повідомлення відправляється на сервер за допомогою технології SignalR, що забезпечує режим realtime чату. Передане на сервер повідомлення шифрується, після чого записується в базу даних. При передачі повідомлення отримувачу, відповідне повідомлення з бази даних відправляється на дешифрування, а тоді у розшифрованому вигляді передається адресату.

Розглянувши популярні алгоритми шифрування (AES, RSA) реалізовано алгоритм AES (Advanced Encryption Standard) – симетричний алгоритм блочного шифрування, який володіє високою ступінню надійності. Вважається, що використання в AES ключа довжиною в 128 біт, достатньо надійно захищає дані від будь-якої атаки, тобто, з математичної точки зору підібрати один правильний пароль із всіх можливих – важко здійсненна задача. Тому отримати доступ до захищеної за допомогою цього алгоритму інформації є майже неможливим.

Даний алгоритм замінив застарілий DES (Data Encryption Standard), який більше не відповідає потребам мережевої безпеки.

Можливе число комбінацій з урахуванням довжини ключа наведено на рис. 8.

Key Size	Possible combinations
1-bit	2
2-bit	4
4-bit	16
8-bit	256
16-bit	65536
32-bit	$4.2 \times 10^9$
56-bit (DES)	$7.2 \times 10^{16}$
64-bit	$1.8 \times 10^{19}$
128-bit (AES)	$3.4 \times 10^{38}$
192-bit (AES)	$6.2 \times 10^{57}$
256-bit (AES)	$1.1 \times 10^{77}$

Рис. 8. Довжина ключа AES та кількість комбінацій його створення

Математичні обчислення показують, що розмір ключа у 128 біт надійно захищає дані від будь-якої хакерської атаки.

### Висновок

Розроблено чат для обміну повідомленнями, який впроваджено у нову власно створену соціальну мережу. Даний чат гарантує безпеку та конфіденційність інформації, завдяки чому дана соціальна мережа стає все більш популярною. Розроблений чат суттєво відрізняється від своїх аналогів завдяки вище наведеним перевагам та функціям, що дозволяють користувачу більше контролювати свої повідомлення та бути впевненим в їх безпеці. Даний чат також розробляється для смартфонів з операційною системою iOS, що дасть можливість отримати швидкий доступ до соціальної мережі.

1. Брассар Ж. Современная криптология. Москва : Полимед, 1999. 176 с. 2. Земор Ж. Курс криптографии. Ижевск : РХД, 2006. 256 с. 3. Тилборг ван Х. К. А. Основы криптологии. Москва : Мир, 2006. 472 с. 4. Фримен А. ASP.NET MVC 5 с примерами на C# 5.0 для профессионалов. Москва : Вильямс, 2014. 736 с. 5. Ян С. Криптоанализ RSA. Ижевск : РХД, 2011. 312 с. 6. Яценко В. В. Введение в криптографию. Москва : МЦНМО, 2012. 348 с.

---

**Moskal O. B., Master, Tsvietkova T. P., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

**DEVELOPMENT OF SECURE ENCRYPTED MESSANGER WHICH WAS WELL INTEGRATED**

## INTO A SOCIAL NETWORK WEBSITE

There has been conducted a research about confidentiality of information in social networks. Developed an encrypted messenger that has been integrated into a social network with a particular emphasis on security and user privacy. There has also been realized algorithm that secured personal data in real time. Deletion of messages in a chat resulted in complete elimination of all traces on a server.

*Keywords:* social network, messenger, encryption, realtime, AES, RSA.

УДК 004.942

Харів Н. О., ст. викладач; Трофимчук О. А., студент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

## ОПТИМІЗАЦІЯ ФУНКЦІОНУВАННЯ ТА АДМІНІСТРУВАННЯ ВЕБ-РЕСУРСУ ІНТЕРНЕТ-МАГАЗИНУ

Розроблено структура сайту та повністю функціонуючий інтернет-магазин для продажу товарів. Розглянуто проблему оптимізації функціонування та адміністрування інтернет-магазину.

*Ключові слова:* інтернет-магазин, структура, ресурс, плагін

**Постановка проблеми.** На сьогоднішній день усе більше людей здійснюють покупки в інтернеті, тому що це просто, швидко і вигідно. І тому, завдання розробника веб-ресурсу полягає у створенні зручного у користуванні сайту. Неправильно реалізована структура інтернет-магазину, створення занадто складного дизайну і функціоналу призводить до виникнення різних проблем і помилок. При створенні інтернет-магазину розробники з початковим і середнім рівнем знань далеко не завжди звертають увагу на його функціонування. Кожен зайвий встановлений плагін веде не тільки до збільшення можливостей сайту, але і до ускладнення його роботи. Сайт починає повільно завантажуватися, неефективно працює з базою даних, здійснює істотне навантаження на сервер.

**Основна ідея** полягає у розробці інтернет-магазину, який буде використовуватись для продажу товарів, створення зручної навігації сайту для комфортного та інтуїтивно зрозумілого використання ресурсу, оптимізованого функціоналу з легким і зручним адмініструванням.

При створенні сайту була використана система керування вмістом з відкритим кодом WordPress [1], скриптова мова програмування PHP, система керування базами даних MySQL [2]. Система авторизації та реєстрації створена за допомогою Ajax [4].

У меню сайту розміщено переходи на різні сторінки сайту: «Новина та акції», «Магазин», «Про нас», «Особистий кабінет» та «Кошик».

На сторінці «Новина та акції» покупець може відслідковувати спеціальні пропозиції від магазину, знаходити цікаву та корисну для себе інформацію, бачити новини про надходження товару та різну інформацію, що стосується ресурсу.

Перейшовши за посиланням «Магазин» користувач може ознайомитись з асортиментом товарів, виконати пошук товарів за частиною назви, задати фільтр товарів із вказанням діапазону цін на товар, наявності та за акційною ціною. Також існує можливість фільтрування за категоріями та за рейтингом товару на сайті. Вибравши необхідний товар, користувач має змогу переглянути детальний опис, відгуки, коментарі, а також додати до кошика.

На сторінці «Про нас» покупець може дізнатись інформацію про магазин.

Для замовлення товарів та здійснення покупок необхідно зареєструватись на сайті в особистому кабінеті. Для входу використовується ім'я користувача та пароль, під якими було здійснено реєстрацію. В особистому кабінеті користувач може ознайомитись із списком усіх замовлень, датою оформлення, статусом виконання (на утриманні, в обробці, відправлений та інші), загальної суми до оплати і виконати замовлення.

Зі своєї сторони адміністратор має можливість змінювати список товару, наявного в магазині, видаляти його, додавати новий, приймати замовлення, переглядати список зареєстрованих користувачів.

Для оптимізації сайту був використаний плагін «WP SuperCache», що відповідає за кешування сайту та в декілька разів пришвидшує відкриття інтернет-магазину у користувача.

На рис. 1 і рис. 2 зображено швидкість завантаження головної сторінки сайту без оптимізації і з підключенням цього плагіну (перевірено за допомогою аналізу швидкості дії сайту офіційними сервісами Google).

Імітація завантаження сторінки	
Аналіз Lighthouse для поточної сторінки в умовах імітованого 3G-мережі. Значення приблизні і можуть змінюватися.	
Час завантаження першого контенту	6,7 сек. ▲
Час завантаження достатньої частини контенту	6,7 сек. ▲
Індекс швидкості завантаження	7,8 сек. ▲
Час закінчення роботи ЦП	6,7 сек. ▲
Час завантаження для взаємодії	7,3 сек. ⓘ
Приблизний час затримки при введенні	10 мс ✓

Рис. 1. Демонстрація швидкості завантаження сайту без WP SuperCache

Ці данні є приблизні, тому що на них впливає багато факторів. Але при виконанні замовлень цей час зростає, що є досить суттєвим для сучасних сайтів та вимог користувача. Тому WP SuperCache є дуже важливим і необхідним плагіном для комфортного користування сайтом.

Імітація завантаження сторінки	
Аналіз Lighthouse для поточної сторінки в умовах імітованого 3G-мережі. Значення приблизні і можуть змінюватися.	
Час завантаження першого контенту	2,2 сек. ✓
Час завантаження достатньої частини контенту	2,5 сек. ⓘ
Індекс швидкості завантаження	3,4 сек. ✓
Час закінчення роботи ЦП	2,5 сек. ✓
Час завантаження для взаємодії	2,5 сек. ✓
Приблизний час затримки при введенні	10 мс ✓

Рис. 2. Демонстрація швидкості завантаження сайту з WP SuperCache

Вдала архітектура сайту дає можливість переходити з будь-якого блоку на інший, не повертаючись назад, через те, що всі блоки пов'язані з головним. Так звана «головна сторінка» об'єднує між собою усі сторінки сайту, що є досить зручним у роботі.

**Висновки.** Розроблено інтернет-магазин з можливістю здійснення покупок, не виходячи з дому. Реалізований максимально зручний та функціональний інтерфейс за допомогою системи керувань вмістом WordPress та бази даних MySQL. Використані та задіяні всі можливі плагіни для кешування та оптимізації швидкості

роботи сайту. Створений інтернет-магазин може слугувати шаблоном для реалізації нових ресурсів та вдосконалення існуючих, через простоту своєї побудови.

1. Уильямс Б., Дэмстра Д., Стэрн Х. WordPress для професіоналів. Разработка и дизайн сайтов. Санкт-Петербург : Питер, 2014. 200 с. 2. Бейли Л., Моррисон М. Вивчаємо PHP и MySQL : учебн. пособ. Москва : Эксмо, 2010. С. 49–57. 3. Петин В. А. Сайт на AJAX под ключ. Готовоерешение для интернет-магазина. Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2011. С. 80. 4. Дэвис М. Е. Филипс Д. А. Изучаем PHP и MySQL. Москва : Символ-Плюс, 2008. С. 188–200.

---

**Khariv N. O., Senior Lecturer, Trofymchuk O. A., Senior Student** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

#### **OPTIMIZATION OF FUNCTIONING AND ADMINISTRATION OF WEB-RESOURCE OF INTERNET-SHOP**

The structure of the site is developed and a fully functioning online store for the sale of goods. The problem of optimizing the functioning and administration of the online store is considered.

**Keywords:** online store, structure, resource, plug-in.

Цветкова Т. П., к.т.н., доцент, Барбо М. В., магістр (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

e-mail: t.p.tsvetkova@nuwm.edu.ua

### МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ІНФІЛЬТРАЦІЇ НА СОЛЕПЕРЕНЕСЕННЯ У ШАРУВАТИХ ҐРУНТАХ

Проведено математичне моделювання процесу солеперенесення при фільтрації та вологоперенесенні з урахуванням інфільтрації у насичено-ненасиченому шаруватому ґрунті. Чисельний розв'язок відповідної крайової задачі знайдено методом скінчених різниць. В результаті програмної реалізації задачі проведено чисельні експерименти та здійснено аналіз отриманих результатів.

**Ключові слова:** солеперенесення, інфільтрація, повне насичення, неповне насичення, концентрація, напір.

Задача дослідження переміщення вологи у насичених та ненасичених ґрунтах є однією з актуальних проблем сільського господарства. Зміни водного режиму можуть привести до підтоплення територій, забруднення ґрунтових вод та засолення ґрунтових масивів. У зв'язку з цим побудовано математичну модель солеперенесення при фільтрації та вологоперенесенні з урахуванням інфільтрації в насичено-ненасиченому шаруватому ґрунті, що дає можливість дослідити характер протікання даних гідродинамічних процесів та спрогнозувати їх.

#### Постановка задачі

Проводиться дослідження процесу солеперенесення у насичено-ненасиченому шаруватому ґрунтовому середовищі з урахуванням впливу інфільтраційних процесів (рис. 1) [4].

На поверхню ґрунту попадають сольові розчини з концентрацією  $\tilde{C}_0$ . В зв'язку з цим, на деякій глибині  $l_1$  від поверхні землі утворюється вільна поверхня рівня ґрунтових вод (РГВ), яка вважається нерухомою. На глибині  $l_2$  є фронт промочування, який є вважається нерухомим.

Таким чином, в ґрунтовому середовищі сформувалося дві області: неповного

насичення ( $P < 0$ ) – між поверхнею землі та вільною поверхнею (РГВ), повного насичення ( $P > 0$ ) – між вільною поверхнею та фронтом промочування.

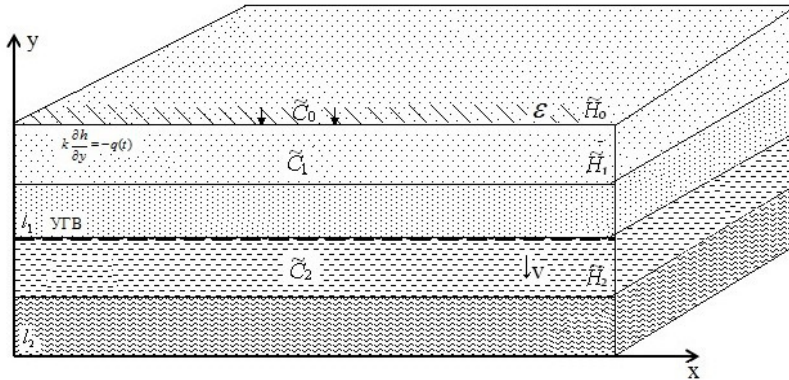


Рис. 1. Солеперенесення в областях повного і неповного насичення

Розподіл концентрації солей в області неповного насичення в початковий момент часу –  $\tilde{C}_1$ , повного насичення –  $\tilde{C}_2$ .

Область насичено-ненасиченого ґрунту утворена шарами ґрунту, різними за типами.

### Математична модель задачі

Математична модель задачі солеперенесення при вологоперенесенні в шарах  $i = \overline{1, S}$  області неповного насичення описується наступною крайовою задачею [1; 2; 4-6]:

$$\frac{\partial \left( D_1^s(c_1^s) \frac{\partial c_1^s}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left( D_1^s(c_1^s) \frac{\partial c_1^s}{\partial y} \right)}{\partial y} - v'_x(c_1^s) \frac{\partial c_1^s}{\partial x} - v'_y(c_1^s) \frac{\partial c_1^s}{\partial y} - \gamma_1(c_1^s - C^*) = \sigma_s \frac{\partial c_1^s}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\mu(h_1^s) \frac{\partial h_1^s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_1(c_1^s, h_1^s) \frac{\partial h_1^s}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_1(c_1^s, h_1^s) \frac{\partial h_1^s}{\partial y} \right) + f^1(x, y, h), \quad (2)$$

$$v'_x(c_1^s) = -k_1(c_1^s, h_1^s) \frac{\partial h_1^s}{\partial x} + v(c_1^s) \frac{\partial c_1^s}{\partial x}, \quad v'_y(c_2) = -k_1(c_1^s, h_1^s) \frac{\partial h_1^s}{\partial y} + v(c_1^s) \frac{\partial c_1^s}{\partial x}, \quad (3)$$

$$h_1^s(x, y, 0) = \tilde{H}_1(x, y), \quad k \frac{\partial h_1^s}{\partial y} \Big|_{y=0} = -q(t), \quad h_1^s(0, y, t) = \tilde{H}_1(y, t), \quad (4)$$

$$c_1^s(x, y, 0) = \tilde{C}_1(x, y), \quad c_1^s(l_s, y, t) = \tilde{C}_1(y, t). \quad (5)$$



Математична модель задачі солеперенесення при фільтрації ґрунтових вод в шарах  $i = \overline{S+1, N}$  області повного насичення має вигляд [1; 4-6]

$$\frac{\partial \left( D_2^s(c_2^s) \frac{\partial c_2^s}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left( D_2(c_2^s) \frac{\partial c_2^s}{\partial y} \right)}{\partial y} - v_x(c_2^s) \frac{\partial c_2^s}{\partial x} - v_y(c_2^s) \frac{\partial c_2^s}{\partial y} - \gamma_2(c_2^s - C^*) = \sigma_i \frac{\partial c_2^s}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( k_2(c_2^s) \frac{\partial h_2^s}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k_2(c_2^s) \frac{\partial h_2^s}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( v(c_2^s) \frac{\partial c_2^s}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left( v(c_2^s) \frac{\partial c_2^s}{\partial y} \right) = 0, \quad (7)$$

$$v_x(c_2^s) = -k_2(c_2^s, h_2^s) \frac{\partial h_2^s}{\partial x} + v(c_2^s) \frac{\partial c_2^s}{\partial x}, \quad v_y(c_1) = -k_2(c_2^s, h_2^s) \frac{\partial h_2^s}{\partial y} + v(c_2^s) \frac{\partial c_2^s}{\partial y}, \quad (8)$$

$$h_2^s(x, y, 0) = \tilde{H}_2(x, y), \quad h_2^s(0, y, t) = \tilde{H}_1^s(y, t), \quad h_2(l_N, y, t) = \tilde{H}_2(y, t), \quad (9)$$

$$c_2^s(x, y, 0) = \tilde{C}_2(x, y), \quad c_2(l_N, y, t) = \tilde{C}_2(y, t). \quad (10)$$

На межі контакту шарів насичено-ненасиченого ґрунту (РГВ) задані умови спряження для напорів та концентрації сольових розчинів:

$$[h] |_{y=l_i} = [c] |_{y=l_i} = \left[ cv - D(c) \frac{\partial c}{\partial x} \right] \Big|_{y=l_i} = 0, \quad (11)$$

де  $[h] |_{y=l_i} = [c] |_{y=l_i}$  – стрибки функції відносно напорів та концентрації солей, задані на межі контакту шарів ґрунтового середовища.

В математичних моделях (1)-(5), (6)-(10) використано такі позначення:  $c_1^s(x, y, t), c_2^s(x, y, t)$  – концентрації сольових розчинів в області неповного та повного насичення відповідно, г/л;  $C^*$  – концентрація граничного насичення сольового розчину, г/л;  $D_1(c_1^s), D_2(c_2^s)$  – коефіцієнти конвективної дифузії, м/добу;  $k_1(c_1^s, h_1^s), k_2(c_2^s, h_2^s)$  – коефіцієнти фільтрації, м/добу;  $v'_x, v'_y$  – компоненти швидкостей фільтрації, м/добу;  $h_1^i, h_2^i$  – напори води та рідини, м;  $\mu(h_1^i)$  – коефіцієнт вологоємності, г/л;  $\gamma_1, \gamma_2$  – коефіцієнти масообміну;  $\sigma_s$  – пористість шарів ґрунту;  $v(c_1^s), v(c_2^s)$  – осмотичні функції;  $f^1(t, x, h^s)$  – функція, яка задає випаровування та інфільтрацію,  $q(t)$  – потік води.

### Чисельний метод розв'язування задачі

Обчислювальний алгоритм знаходження чисельного розв'язку задачі побудовано за методом скінченних різниць [9]. Зокрема, для розв'язування задачі вологоперенесення (2)-(4) в шарах ґрунту  $s = \overline{1, l}$  використано локально-однодимірну схему (ЛОС) О. А. Самарського та неявну різницеву схему [9]. Таким чином, представимо рівняння (2) у вигляді

$$\mu(h_1^s) \frac{\partial h_1^s}{\partial t} = k_1(c_1^s, h_1^s) \left( \frac{\partial^2 h_1^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h_1^s}{\partial y^2} \right) + f^1(x, y, h). \quad (12)$$

В результаті застосування ЛОС отримаємо наступні крайові задачі:

– вздовж осі Ох:

$$\frac{\partial^2 h_1^s}{\partial x^2} = \frac{0.5 \mu(h_1^s)}{k_1(c_1^s, h_1^s)} \frac{\partial h_1^s}{\partial t} + f^1(x, h), \quad (13)$$

$$h_1^i(x, y, 0) = \frac{H_2 - H_1}{l} x + y, \quad k \frac{\partial h_1^1}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0.02 e^{-3t}, \quad h_1^i(0, t) = H_1, \quad (14)$$

$$f^1(x, h) = \varepsilon \left( -\frac{x}{s} + 1 \right);$$

– вздовж осі Оу:

$$\frac{\partial^2 h_1^s}{\partial y^2} = \frac{0.5 \mu(h_1^s)}{k_1(c_1^s, h_1^s)} \frac{\partial h_1^s}{\partial t} + f^1(y, h), \quad (15)$$

$$h_1^i(x, y, 0) = \frac{H_2 - H_1}{l} x + y, \quad h_1^i(y, t) = H_1, \quad f^1(y, h) = \varepsilon \left( \frac{y}{l} + 1 \right). \quad (16)$$

Для знаходження чисельного розв'язку задач (13)-(16) застосуємо неявну різницеву схему, яка для повздовжньої прогонки (13) має вигляд

$$\frac{H_{li-1,j}^{sk+1/2} - 2H_{li,j}^{sk+1/2} + H_{li+1,j}^{sk+1/2}}{(h_1^s)^2} = \frac{0.5 \mu_{i,j}^k(h_1^s)}{k_1(c_1^s, h_1^s)} \frac{H_{li,j}^{sk+1/2} - H_{li,j}^{sk}}{0.5\tau} + f^1(y, h), \quad (17)$$

$$\text{де } \mu_{i,j}^k(h_1^s) = a\rho g \left( 1 - \frac{2h_1^s}{H_{li+1,j}^{sk} - H_{li-1,j}^{sk}} \right), \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad k = \overline{0, s_1 - 1}.$$

Тоді за методом прогонки (17) представимо у вигляді

$$a_1 H_{1i-1,j}^{sk+1/2} - c_1 H_{1i,j}^{sk+1/2} + b_1 H_{1i+1,j}^{sk+1/2} = -f_1, \quad (18)$$

де 
$$a_1 = b_1 = \frac{1}{(h_1^s)^2}, \quad c_1 = \frac{2}{(h_1^s)^2} + \frac{\mu_{i,j}^k(h_1^s)}{k_1(c_1^s, h_1^s)\tau},$$

$$f_1 = H_{1i,j}^{sk} \frac{\mu_{i,j}^k(h_1^s)}{k_1(c_1^s, h_1^s)\tau} - f^1(x, h), \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad k = \overline{0, s_1 - 1}.$$

Таким чином, чисельний розв'язок (13), згідно (18) та методу прогонки, має вигляд

$$H_{1i,j}^{sk+1/2} = \alpha_{i+1,j}^1 H_{1i+1,j}^{sk+1/2} + \beta_{i+1,j}^1, \quad (19)$$

де 
$$\alpha_{i+1,j}^1 = \frac{b_1}{c_1 - \alpha_{i,j}^1 a_1}, \quad \beta_{i+1,j}^1 = \frac{a_1 \beta_{i,j}^1 + f_1}{c_1 - \alpha_{i,j}^1 a_1}, \quad \alpha_{1,j}^1 = 0, \quad \beta_{1,j}^1 = H_{0,j}^{sk+1/2},$$

$$H_{1i,j}^{0s} = H_1^0, \quad H_{1,0,j}^{sk+1/2} = H_{1,1,j}^{sk}, \quad H_{1,n,j}^{sk+1/2} = H_{1,n-1,j}^1, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad j = \overline{1, m-1}, \quad k = \overline{0, s_1}.$$

Неявна різницєва схема (16) у випадку поперечної прогонки є наступною:

$$\frac{H_{1i,j-1}^{sk+1} - 2H_{1i,j}^{sk+1} + H_{1i,j+1}^{sk+1}}{(h_1^s)^2} = \frac{0.5\mu_{i,j}^k(h_1^s)}{k_1(c_1^s, h_1^s)} \frac{H_{1i,j}^{sk+1} - H_{1i,j}^{sk+1/2}}{0.5\tau}, \quad (20)$$

де 
$$\mu_{i,j}^k(h_1^s) = \rho g \left( 1 - \frac{2h_1^s}{H_{1i,j+1}^{sk} - H_{1i,j-1}^{sk}} \right), \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad k = \overline{0, s_1 - 1}.$$

За методом прогонки маємо

$$a_2 H_{1i,j-1}^{sk+1} - c_2 H_{1i,j}^{sk+1} + b_2 H_{1i+1,j}^{sk+1} = -f_2, \quad (21)$$

де 
$$a_2 = b_2 = \frac{1}{(h_1^s)^2}, \quad c_2 = \frac{2}{(h_1^s)^2} + \frac{\mu_{i,j}^k(h_1^s)}{k_1(c_1^s, h_1^s)\tau},$$

$$f_2 = H_{1i,j}^{sk+1/2} \frac{\mu_{i,j}^k(h_1^s)}{k_1(c_1^s, h_1^s)\tau} - f^1(y, h), \quad i = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, m}, \quad k = \overline{0, s_1 - 1}.$$

Згідно (21) чисельний розв'язок задачі вологоперенесення має вигляд

$$H_{1i,j}^{sk+1} = \alpha_{i,j+1}^2 H_{1i,j+1}^{sk+1} + \beta_{i,j+1}^2, \quad (22)$$

$$\text{де } \alpha_{i,j+1}^2 = \frac{b_2}{c_2 - \alpha_{i,j}^2 a_2}, \quad \beta_{i,j+1}^2 = \frac{a_2 \beta_{i,j}^2 + f_2}{c_2 - \alpha_{i,j}^2 a_2}, \quad \alpha_{i,1}^2 = 0, \quad \beta_{i,1}^2 = H_{i,0}^{sk+1},$$

$$H_{1i,j}^{0s} = H_1^0, \quad H_{1,i,0}^{sk+1} = H_{1,i,1}^{sk}, \quad H_{2,i,m}^{sk+1} = H_{2,i,m-1}^{sk}, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad j = \overline{1, m-1}, \quad k = \overline{0, s_1}.$$

Чисельний розв'язок задачі солеперенесення (1), (3), (5) в шарах  $s = \overline{1, l}$  області неповного насичення знайдено за ЛОС О. А. Самарського та монотонною різницевою схемою [3; 7-9].

Тоді рівняння (1) запишемо у вигляді

$$D_1^s(c_1^s) \left( \frac{\partial^2 c_1^s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_1^s}{\partial y^2} \right) - v_x(c_1^s) \frac{\partial c_1^s}{\partial x} - v_y(c_1^s) \frac{\partial c_1^s}{\partial y} - \gamma_1(c_1^s - C^*) = \sigma_s \frac{\partial c_1^s}{\partial t} \quad (23)$$

і згідно ЛОС задачу солеперенесення представимо у вигляді наступних одновимірних крайових задач:

– вздовж осі Ох:

$$\frac{\partial^2 c_1^s}{\partial x^2} - \frac{v_x(c_1^s)}{D_1^s(c_1^s)} \frac{\partial c_1^s}{\partial x} - \frac{0,5\gamma_1}{D_1^s(c_1^s)} (c_1^s - C^*) = 0,5 \frac{\sigma_s}{D_1^s(c_1^s)} \frac{c_1^s}{\partial t}, \quad (24)$$

$$v_x(c_1^s) = -k_1(c_1^s, h_1^s) \frac{\partial h_1^s}{\partial x} + v(c_1^s) \frac{\partial c_1^s}{\partial x}, \quad (25)$$

$$C_1^i(x, 0) = \frac{C_2 - C_1}{l} x, \quad C_1^i(l_1, t) = C_1; \quad (26)$$

– вздовж осі Оу:

$$\frac{\partial^2 c_1^s}{\partial y^2} - \frac{v_y(c_1^s)}{D_1^s(c_1^s)} \frac{\partial c_1^s}{\partial y} - \frac{0,5\gamma_1}{D_1^s(c_1^s)} (c_1^s - C^*) = 0,5 \frac{\sigma_s}{D_1^s(c_1^s)} \frac{c_1^s}{\partial t}, \quad (27)$$

$$v_y(c_1^s) = -k_1(c_1^s, h_1^s) \frac{\partial h_1^s}{\partial y} + v(c_1^s) \frac{\partial c_1^s}{\partial y}, \quad (28)$$

$$C_1^i(y, 0) = y, \quad C_1^i(y, t) = C_1. \quad (29)$$

Для знаходження чисельного розв'язку крайових задач (24)-(26), (27)-(29) застосуємо монотонну різницеву схему [3]. Зокрема, монотонна різницева схема для задачі (24)-(26) має вигляд

$$\eta_{li}^k \frac{C_{li-1,j}^{sk+1/2} - 2C_{li,j}^{sk+1/2} + C_{li+1,j}^{sk+1/2}}{(h_1^s)^2} + r_{il+}^k \frac{C_{li+1,j}^{sk+1/2} - C_{li,j}^{sk+1/2}}{h_1^s} + r_{il-}^k \frac{C_{li,j}^{sk+1/2} - C_{li-1,j}^{sk+1/2}}{h_1^s} - 0.5 \frac{\gamma_1}{D_1^s(c_1^s)} (C_{li,j}^{sk+1/2} - C_1^*) = 0.5 \frac{\sigma_s}{D_1^s(c_1^s)} \frac{C_{li,j}^{sk+1/2} - C_{li,j}^{sk}}{0.5\tau}, \quad (30)$$

де  $r_{il}^k = r_{il-}^k + r_{il+}^k$ ,  $r_{il-}^k = 0,5(V(x_i, C_{li,j}^{sk}) - |V(x_i, C_{li,j}^{sk})|) \leq 0$ ,

$$r_{il+}^k = 0,5(V(x_i, C_{li,j}^{sk}) + |V(x_i, C_{li,j}^{sk})|) \geq 0, \quad \eta_{li}^k = \frac{1}{1 - \frac{h_1^s V_x^s(x_i^s, C_{li,j}^{sk})}{2D_1^s(c_1^s)}},$$

$$d_{li}^{sk} = 0,5(D_1^s(x_i^s, C_{li,j}^{sk}) + D_1^s(x_{i-1}^s, C_{li-1,j}^{sk})), \quad d_{li+1}^{sk} = 0,5(D_1^s(x_i^s, C_{li+1,j}^{sk}) + D_1^s(x_{i-1}^s, C_{li,j}^{sk})),$$

$$i = \overline{1, n-1}, j = \overline{1, m-1}, k = \overline{0, s_1}.$$

Різницева схема (30) за методом прогонки має вигляд

$$a_{3i} C_{li-1,j}^{sk+1/2} - c_{3i} C_{li,j}^{sk+1/2} + b_{3i} C_{li+1,j}^{sk+1/2} = -f_{3i}, \quad (31)$$

де  $a_{3i} = \frac{\eta_{li}^k}{(h_1^s)^2} - \frac{r_{il-}^k}{h_1^s}$ ,  $b_{3i} = \frac{\eta_{li}^k}{(h_1^s)^2} + \frac{r_{il+}^k}{h_1^s}$ ,

$$c_{3i} = \frac{2\eta_{li}^k}{(h_1^s)^2} + \frac{r_{il+}^k}{h_1^s} - \frac{r_{il-}^k}{h_1^s} + 0.5 \frac{\gamma_1}{D_1^s(c_1^s)} + \frac{\sigma_s}{D_1^s(c_1^s)\tau}, \quad f_{3i} = \frac{\sigma_s}{D_1^s(c_1^s)\tau} C_{li,j}^{sk} + 0.5 \frac{\gamma_1 C_1^*}{D_1^s(c_1^s)},$$

$$i = \overline{1, n-1}, j = \overline{1, m-1}, k = \overline{0, s_1-1}.$$

Тоді згідно (31) та методу прогонки розв'язок задачі (24)-(26) має вигляд

$$C_{li,j}^{sk+1/2} = \alpha_{i+1,j}^3 C_{li+1,j}^{sk+1/2} + \beta_{i+1,j}^3, \quad (32)$$

де  $\alpha_{i+1,j}^3 = \frac{b_{3i}}{c_{3i} - \alpha_{i,j}^3 a_{3i}}$ ,  $\beta_{i+1,j}^3 = \frac{a_{3i} \beta_{i,j}^3 + f_{3i}}{c_{3i} - \alpha_{i,j}^3 a_{3i}}$ ,

$$\alpha_{1,0,j}^3 = 0, \quad \beta_{1,0,j}^3 = C_{1,0,j}^{k+1/2}, \quad C_{li,j}^s = \tilde{C}_1^0, \quad C_{1,0,j}^{sk+1/2} = C_{1,1,j}^{sk}, \quad C_{1,n,j}^{sk+1/2} = C_{1,n-1,j}^{sk},$$

$$i = \overline{1, n-1}, j = \overline{1, m-1}, k = \overline{0, s_1}.$$

Монотонна різницева схема для задачі (27)-(29) має вигляд

$$\eta_{2i}^k \frac{C_{1i,j-1}^{sk+1} - 2C_{1i,j}^{sk+1} + C_{1i,j+1}^{sk+1}}{(h_1^s)^2} + r_{i2+}^k \frac{C_{1i,j+1}^{sk+1} - C_{1i,j}^{sk+1}}{h_1^s} + r_{i2-}^k \frac{C_{1i,j}^{sk+1} - C_{1i,j-1}^{sk+1}}{h_1^s} - 0.5 \frac{\gamma_1}{D_1^s(c_1^s)} (C_{1i,j}^{sk+1} - C^*) = 0.5 \frac{\sigma_s}{D_1^s(c_1^s)} \cdot \frac{C_{1i,j}^{sk+1} - C_{1i,j}^{sk+1/2}}{0.5\tau}, \quad (33)$$

де  $r_{21}^k = r_{i2-}^k + r_{i2+}^k$ ,  $r_{i2-}^k = 0,5(V(y_i, C_{1i,j}^{sk}) - |V(y_i, C_{1i,j}^{sk})|) \leq 0$ ,  
 $r_{i2+}^k = 0,5(V(y_i, C_{1i,j}^{sk}) + |V(y_i, C_{1i,j}^{sk})|) \geq 0$ ,  $\eta_{2j}^k = \frac{1}{1 - \frac{h_1^s V_y}{2D_1^s(c_1^s)}}$ ,

$$d_{1i}^{sk} = 0,5(D_1^s(y_i^s, C_{1i,j}^{sk}) + D_1^s(y_{i-1}^s, C_{1i-1,j}^{sk})), d_{i+1}^{sk} = 0,5(D_1^s(y_i^s, C_{1i+1,j}^{sk}) + D_1^s(y_{i-1}^s, C_{1i,j}^{sk})),$$

$$i = \overline{1, n-1}, j = \overline{1, m-1}, k = \overline{0, s_1}.$$

Тоді різницєва схема (33) за методом прогонки є наступною:

$$a_{4i} C_{1i,j-1}^{sk+1} - c_{4i} C_{1i,j}^{sk+1} + b_{4i} C_{1i,j+1}^{sk+1} = -f_{4i}, \quad (34)$$

де  $a_{4i} = \frac{\eta_{2i}^k}{(h_1^s)^2} - \frac{r_{i2-}^k}{h_1^s}$ ,  $b_{4i} = \frac{\eta_{2i}^k}{(h_1^s)^2} + \frac{r_{i2+}^k}{h_1^s}$ ,

$$c_{4i} = \frac{2\eta_{2i}^k}{(h_1^s)^2} + \frac{r_{i2+}^k}{h_1^s} - \frac{r_{i2-}^k}{h_1^s} + 0.5 \frac{\gamma_1}{D_1^s(c_1^s)} + \frac{\sigma_s}{D_1^s(c_1^s)\tau}, f_{4i} = -\frac{\sigma_s}{D_1^s(c_1^s)\tau} C_{1i,j}^{sk+1/2} + 0.5 \frac{\gamma_1 C_1^*}{D_1^s(c_1^s)},$$

$$i = \overline{1, n-1}, j = \overline{1, m-1}, k = \overline{0, s_1} - 1.$$

Згідно (34) та методу прогонки розв'язок задачі солеперенесення (27)-(29) має вигляд

$$C_{1i,j}^{sk+1} = \alpha_{i,j+1}^4 C_{1i,j+1}^{sk+1} + \beta_{i,j+1}^4, \quad (35)$$

де  $\alpha_{i,j+1}^4 = \frac{b_{4i}}{c_{4i} - \alpha_{i,j}^4 a_{2j}}$ ,  $\beta_{i,j+1}^4 = \frac{a_{4i} \beta_{1i,j}^4 + f_{4i}}{c_{4i} - \alpha_{i,j}^4 a_{4i}}$ ,

$$\alpha_{1i,0}^4 = 0, \beta_{1i,0}^4 = C_{1i,0}^{k+1}, C_{1i,j}^0 = \tilde{C}_1^0, C_{1i,0}^{sk+1} = C_{1i,1}^{sk}, C_{1i,m}^{sk+1} = C_{1i,m-1}^{sk},$$

$$i = \overline{1, n-1}, j = \overline{1, m-1}, k = \overline{0, s_1}.$$

Апроксимуючи рівняння компонент швидкостей фільтрації (25), (28), отримаємо

$$V_x = V_{1i,j}^{k+1} = -k_1(c_1^s, h_1^s) \cdot \left( \frac{H_{1i+1,j}^{sk} - H_{1i-1,j}^{sk}}{2h_1^s} + \left( Z_{1i+1,j}^k \frac{C_{1i+1,j}^{k+1} - C_{1i,j}^{k+1}}{(h_1^s)^2} - Z_{1i,j}^k \frac{C_{1i,j}^{k+1} + C_{1i-1,j}^{k+1}}{(h_1^s)^2} \right) \right), \quad (36)$$

де  $Z_{1i+1,j}^k = 0.5(v(C_{1i+1,j}^{sk}) + v(C_{1i,j}^{sk}))$ ,  $Z_{1i,j}^k = 0.5(v(C_{1i,j}^{sk}) + v(C_{1i-1,j}^{sk}))$ ,

$$V_y = V_{1i,j}^{k+1} = -k_1(c_1^s, h_1^s) \cdot \left( \frac{H_{1i,j+1}^{sk} - H_{1i,j-1}^{sk}}{2h_1^s} + \left( Z_{1i,j+1}^k \frac{C_{1i,j+1}^{k+1} - C_{1i,j}^{k+1}}{(h_1^s)^2} - Z_{1i,j}^k \frac{C_{1i,j}^{k+1} + C_{1i,j-1}^{k+1}}{(h_1^s)^2} \right) \right), \quad (37)$$

де  $Z_{1i,j+1}^k = 0.5(v(C_{1i,j+1}^{sk}) + v(C_{1i,j}^{sk}))$ ,  $Z_{1i,j}^k = 0.5(v(C_{1i,j}^{sk}) + v(C_{1i,j-1}^{sk}))$ ,

$$i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}, k = \overline{0, s_1}.$$

Чисельний розв'язок задачі солеперенесення при фільтрації сольових розчинів в області повного насичення знайдено аналогічно.

#### Результати чисельних експериментів

Програмну реалізацію даної задачі виконано в середовищі MS Visual Studio на платформі .NET 4.0 при таких вхідних даних:

$$T = 360 \text{ діб}, l_1 = 5 \text{ м}, l_2 = 5 \text{ м}, \rho = 1000 \text{ кг/м}^3, C^* = 350 \text{ г/літр},$$

$$\tilde{C}_1 = 15 \text{ г/літр}, \tilde{C}_2 = 20 \text{ г/літр}, H_1 = 2 \text{ м}, H_2 = 8 \text{ м},$$

$$k_1(c) = (0.0002c^6 - 0.0088c^5 + 0.162c^4 - 1.3194c^3 + 3.9229c^2 + 0.0223c + 18.187) / C^*,$$

$$k_2(c) = (-0.00058c^4 + 0.002571c^3 + 0.3797c^2 + 1.7740c - 9.0467c^2 + 28.2478\sigma) / C^*.$$

Результатом розв'язання задачі солеперенесення при вологоперенесенні з урахуванням впливу інфільтрації є знаходження значень розподілу напорів води та концентрації солей в області неповного насичення ґрунту.

Графіки впливу інфільтрації на процеси волого- та солеперенесення мають вигляд

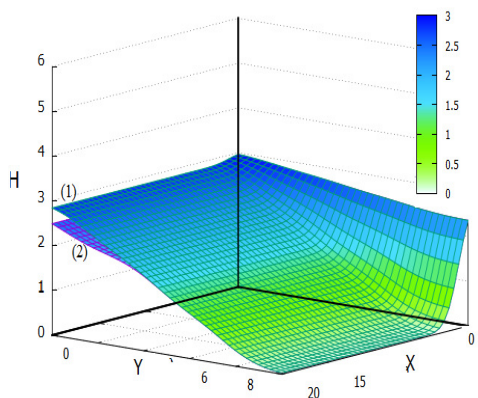


Рис. 2. Розподіл напорів води з урахуванням (1) та без урахування (2) інфільтрації

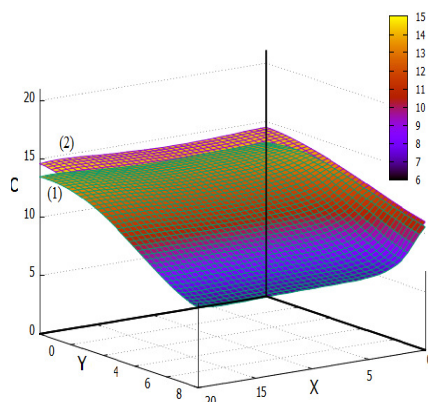


Рис. 3. Розподіл концентрації солей води з урахуванням (1) та без урахування (2) інфільтрації

В результаті розв'язання задачі солеперенесення при фільтрації в області повного насичення отримано наступні розподіли п'єзометричних напорів (рис. 4) та концентрації солей (рис. 5) в межах даної області фільтрації.

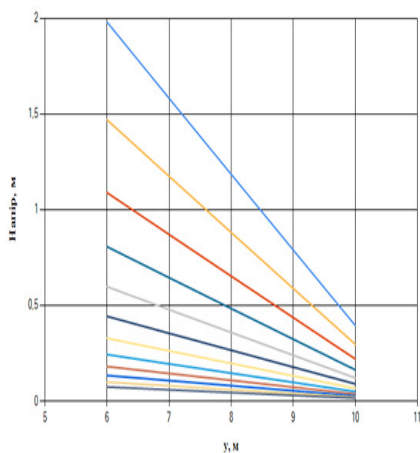


Рис. 4. Розподіл п'єзометричних напорів

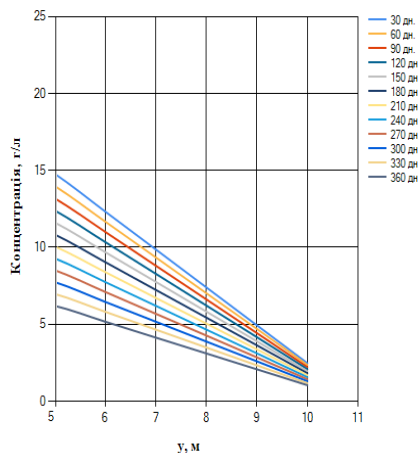


Рис. 5. Розподіл концентрації солей



В результаті проведення чисельних експериментів отримано наступні значення, які показують вплив інфільтрації на досліджувані процеси (табл. 1, 2):

Таблиця 1

Відсотки різниці напорів рідини з урахуванням та без урахування інфільтрації

Глибина, м	%	Напір без інфільтрації, м	Напір з інфільтрацією, м
0	10,04229	4,44491	5,11158
1	8,21449	4,02338	4,69005
2	7,09081	3,60693	3,76077
3	4,59401	3,19450	3,34884
4	3,52560	2,78707	2,87403
5	3,52112	2,38262	2,46957

Таблиця 2

Відсотки різниці концентрацій солей з урахуванням та без урахування інфільтрації

Глибина, м	%	Концентрація без інфільтрації, г/л	Концентрація з інфільтрацією, г/л
0	8,62021	21,76667	20,36667
1	5,45896	20,76097	19,62763
2	3,47346	19,57703	18,89703
3	2,63892	18,40578	17,92007
4	2,24649	16,81637	16,43859
5	2,08874	14,79800	14,48890

### Висновки

В результаті розв'язання даної задачі та проведенні ряду чисельних експериментів встановлено наступне: розподіли напорів води, п'єзометричних напорів та концентрації солей спадають з глибиною та часом в шаруватому

насичено-ненасиченому ґрунті. На рівні ґрунтових вод спостерігається перерозподіл напорів рідини та концентрації сольових розчинів.

З урахуванням інфільтрації розподіл напорів вологи зростає в порівнянні з результатами без урахування її впливу; розподіл концентрації солей з урахуванням інфільтрації приймає менші значення у зв'язку зі зростанням напорів рідини, що призводить до інтенсивнішого вимивання солей з ґрунту; вплив інфільтрації на процес розподілу напорів вологи складає приблизно 3,5-10% (глибина 0 м – 10%, глибина 5 м – 3,5%); вплив інфільтрації на концентрацію солей становить 2-9%; на інфільтрацію значною мірою впливає тип верхнього шару ґрунту; вплив інфільтрації пропорційно залежить від типу ґрунту: зі зменшенням коефіцієнта пористості вплив інфільтрації на розподіл напорів та концентрації солей зменшується; при однотипному ґрунті вплив інфільтрації на досліджувані процеси спадає з глибиною та часом більш рівномірно; розподіл концентрації солей зменшується швидше при більшому коефіцієнті пористості для однотипного ґрунту в порівнянні з шаруватим.

1. Ахтарев А. А., Даутов Р. З. Метод решения задачи ненасыщенно-насыщенной фильтрации. Казань : Изд. КГУ, 2008. С. 318–328. 2. Власюк А. П., Цветкова Т. П. Математичне моделювання впливу масоперенесення солей на вологоперенесення при наявності інфільтрації та осмосу. *Тези XIV Міжнар. конф. ім. академіка М. Кравчука*. Київ, 2012. С. 115. 3. Власюк А. П., Остапчук О. П. Монотонна різницева схема для нелінійного одновимірного рівняння параболічного типу, що містить першу похідну. *Вісник Київського ун-ту. Серія фіз.-мат. наук*. 2005. Вип. 2. С. 188–197. 4. Власюк А. П., Цветкова Т. П., Барбо М. В. Математичне моделювання впливу інфільтрації на солеперенесення у шаруватих ґрунтах. *Інф.-обчисл. технології, автоматика та електротехніка* : тези Міжнар. наук.-практ. конф. молод. науковців, аспірантів та студентів (м. Рівне, 10-11 листопада 2016 р.). Рівне : НУВГП, 2016. С. 44–45. 5. Власюк А. П., Цветкова Т. П. Математичне моделювання масоперенесення при фільтрації та вологоперенесенні в ненасичених шаруватих ґрунтах з врахуванням інфільтрації та осмосу. *Сучасні проблеми прикладної математики та інформатики* : тези XVIII Всеукраїнська наукова конференція (м. Львів, 4-5 жовтня 2012 р.). Львів, 2012. С. 63. 6. Власюк А. П., Цветкова Т. П.

Математичне моделювання перенесення солей при вологоперенесенні в шаруватих ґрунтах. *Сучасні проблеми математичного моделювання та обчисл. методів* : тези I Всеукр. наук. конф. (м. Рівне, 22-23 лютого 2013 р.). Рівне, 2013. С. 46. **7.** Ляшко І. І., Демченко Л. І., Мистецкий Г. Е. Численное решение задач тепло- и массопереноса в пористых средах. Киев : Наук. Думка, 1991. 262 с. **8.** Ляшко С. И. Оптимизация и математическое моделирование массопереноса подземных вод. Киев : Наукова думка, 1998. 256 с. **9.** Самарский А. А. Теория разностных схем. 3-е изд. Москва : Наука, 1989. 616 с.

---

**Tsvietkova T. P., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor, Barbo M. V.,  
Master** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

#### **MATHEMATICAL MODELLING OF THE INFLUENCE OF INFILTRATION ON MASS TRANSFER OF SALTS IN LAYERED SOILS**

**Mathematical modelling of the salt movement process under filtration and moisture transfer considering infiltration process in unsaturated-non-saturated layered soil has been carried out. The numerical solution of the corresponding boundary value problem has been found with a finite difference method. As a result of program implementation of the problem, numerical experiments have been performed and an analysis of the results has been done.**

***Keywords:* mass transfer of salts, infiltration, complete saturation, incomplete saturation, concentration, head.**

Наконечна Ю., студентка (Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне)  
nakonechna\_ak17@nuwm.edu.ua

### АЛГОРИТМИ ОБЧИСЛЕННЯ N-ГО ЧЛЕНА ПОСЛІДОВНОСТІ $\lambda$ -ЧИСЕЛ ФІБОНАЧЧІ

Стаття присвячується розгляду питань алгоритмізації обчислення n-го члена послідовності чисел Фібоначчі. У статті дається визначення поняття «рекурентний» і пропонуються алгоритми для розрахунку заданого елемента класичної послідовності Фібоначчі. Дано узагальнене визначення рекурентного співвідношення і його порядку. Описано узагальнений алгоритм обчислення елемента рекурентної послідовності. Розглядається узагальнення класичних чисел Фібоначчі, які називаються  $\lambda$ -числами Фібоначчі, і способи їх завдання: за допомогою рекурентного співвідношення  $F_\lambda(n+2) = \lambda F_\lambda(n+1) + F_\lambda(n)$ ;  $F_\lambda(0) = 0$ ;  $F_\lambda(1) = 1$ ; за допомогою формули Газаля для  $\lambda$ -чисел Фібоначчі. Робиться висновок про можливість застосування алгоритмів обчислення довільного елемента класичного ряду Фібоначчі для знаходження деякого члена узагальненого ряду.

**Ключові слова:** рекурентні співвідношення, порядок рекурентного співвідношення, гномон,  $\lambda$ -числа Фібоначчі.

Інтерес до послідовності чисел Фібоначчі викликаний тим, що вони описують різні явища в мистецтві, музиці і природі. Числа спіралей на більшості шишок і ананасах дорівнюють числам Фібоначчі. Розташування листя і гілок на стеблах багатьох рослин відповідають числам Фібоначчі. На піаніно кількість білих (8) клавіш і чорних (5) клавіш в кожній октаві (13) є числами Фібоначчі. Розробки програмістів останніх років показали, що цей ряд з успіхом можна застосовувати для сортування, пошуку даних та генерації випадкових чисел.

Числа Фібоначчі – це напевно найпростіша послідовність і практично кожен з нас її знає: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13 ... Ці числа так названі на честь математика Леонардо Фібоначчі з міста Пізи (сучасна Італія). Але насправді ці числа були відомі задовго до Фібоначчі ще в стародавній Індії, де вони використовувалися в метричному віршуванні.

Леонардо Фібоначчі першим ввів цю числову послідовність в західноєвропейську математичну науку в своїй важливій книзі «Liber Abaci» («Книга абака») в 1202 році. Він сформулював цю послідовність чисел, коли намагався розв'язати задачу про зростання популяції кроликів за рік, виявивши зв'язок між кількостями кроликів в поточний місяць і в два попередні. Якщо позначити кількість пар через  $F$ , а через  $m$  – порядковий номер місяця, то  $F_m = F_{m-1} + F_{m-2}$ . За допомогою цього виразу розраховують кількість кроликів по місяцях року: 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377 [3].

Співвідношення типу  $F_m = F_{m-1} + F_{m-2}$ , при заданих початкових умовах називається рекурентним співвідношенням. «Рекурентний» означає «той, що повертається». В даному випадку елемент послідовності визначається через попередні, і для його обчислення потрібно повертатися до них.

Послідовність  $\{f\}$  чисел 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,..., в якій  $f_1 = f_2 = 1$ , а наступні члени задаються рекурентним співвідношенням  $f_m = f_{m-1} + f_{m-2}$ ,  $m > 2$ , називається послідовністю чисел Фібоначчі. За двома першими її членами можна обчислити третій. Для обчислення четвертого перший член вже не потрібний, оскільки  $f_4 = f_3 + f_2$ . Для обчислення п'ятого достатньо пам'ятати лише третій та четвертий, і т. д. Обчислюючи члени послідовності один за одним можна добратися до довільного, починаючи з перших двох. Для цього використовуємо лише два останніх значення та, обчислив наступне, «забуваємо» перше з двох використаних [1, с. 55].

Задача. Нехай заданий номер  $n$ ,  $n > 2$ . Потрібно обчислити  $f_n$ .

Опишемо це обчислення у вигляді алгоритму.

З попередніх міркувань витікає, що потрібні дві змінні для двох сусідніх членів послідовності та третя для нового елемента, (позначимо їх  $f_a$ ,  $f_b$ ,  $f_c$ ), змінна  $m$  для номера останнього з обчислених членів.

1. Початок
2.  $f_a = 1, f_b = 1, m=2$
3. Обчислити  $f_c = f_a + f_b$ .
4. Збільшити  $m$  на одиницю  $m++$
5. Запам'ятаємо нові значення  $f_a = f_b, f_b = f_c$ .
6. Якщо  $m < n$ , то перейти до пункту 3.
7. Завершення.

Або цей алгоритм можна переписати в такому вигляді:

1. Початок
2.  $f_a = 1, f_b = 1, m=2$
3. Поки  $m < n$  виконувати
  - a. Обчислити  $f_c = f_a + f_b$ .
  - b. Збільшити  $m$  на одиницю  $m++$
  - c. Запам'ятаємо нові значення  $f_a = f_b, f_b = f_c$ .
4. Завершення.

З кожним виконанням  $f_c = f_a + f_b$  та  $m++$  ми переходимо до наступного члену послідовності та у  $m$  запам'ятовуємо його номер. Оскільки значення  $m$  кожний раз збільшується, то в деякий момент  $m=n$  та умова  $m < n$  стане хибною та змінні  $f_b, f_c$  будуть мати потрібні значення  $f_n$ .

Запишемо наведений алгоритм мовою програмування C#:

```
class Program
{
    static void Main(string[] args)
    {
        int fa, fb, fc;    //створюємо три змінні
        fa = 1;           //ініціалізуємо початкові умови
```

```

fb = 1;

int m = 2;      // лічильник чисел
int N;
Console.Write("Ведіть діапазон от 1 до : ");
N = int.Parse(Console.ReadLine());
Console.WriteLine(fb); // Виведення початкових умов
Console.WriteLine(fb);
while (m<N)
{
    fc = fa + fb; // обчислення наступного числа
    fa = fb;     //запам'ятовування попередніх членів
                //послідовності
    fb = fc;
    Console.WriteLine(fc);
    m++;        // збільшення лічильника чисел
}
Console.ReadLine();
}

```

Продемонструємо, як можна змінити програму для обчислення чисел Фібоначчі з використанням оператора циклу з параметром [3].

```

class Program
{
    static void Main(string[] args)
    {
        int a, b, c; //створюємо три змінні
        a = 1;      //ініціалізуємо початкові умови
        b = 0;
        int N;
        Console.Write("Ведіть діапазон от 1 до : ");
        N = int.Parse(Console.ReadLine());

```

```

for (int j = 0; j < N; j++)
{
    c = a + b;
    a = b;
    b = c;
    Console.WriteLine(c);
}
Console.ReadLine();
}
}

```

Можна помітити, що  $f_c$  ніде не використовується, тому без цієї змінної можна обійтися. Число, яке обчислюється, буде зберігатися в змінній  $f_b$ . Продемонструємо це в програмі [3].

```

class Program
{
    static void Main(string[] args)
    {
        int fa, fb;    //створюємо дві змінні
        fa = 1;       //ініціалізуємо початкові умови
        fb = 1;

        int m = 2;    // лічильник чисел
        int N;
        Console.Write("Ведіть діапазон от 1 до : ");
        N = int.Parse(Console.ReadLine());
        Console.WriteLine(fa);
        Console.WriteLine(fb);
        for (int i = 2; i < N; i++)
        {
            fb = fa + fb;

```



```

        fa = fb - fa;
        Console.WriteLine(fb);
    }
    Console.ReadLine();
}
}

```

Такого ж результату, але всього за одну операцію додавання, можна досягти, якщо використати операцію % (остача від ділення). Продемонструємо це [3]:

```

class Program
{
    static void Main(string[] args)
    {
        int[] f = new int[2] { 1 ,1};
        //створюємо три змінні

        int N;
        Console.Write("Ведіть діапазон от 1 до : ");
        N = int.Parse(Console.ReadLine());
        Console.WriteLine(f[0]);
        Console.WriteLine(f[1]);
        for (int i = 2; i <= N; i++)
        {
            f[i % 2] = f[0] + f[1];
            Console.WriteLine(f[i % 2]);
        }
        Console.ReadLine();
    }
}

```

Звичайно, для обчислення чисел Фібоначчі можна використовувати рекурсію. Але проста рекурсивна функція, за допомогою якої можна реалізувати перебір, вже на 30-му числі Фібоначчі буде вимагати суттєві ресурси, оскільки однакові значення

аргументів функції обчислюються багаторазово, а це достатньо ресурсомісткі операції [3].

В загальному випадку рекурентне співвідношення задає залежність члена рекурентної послідовності  $s_n$  від  $k$  попередніх у вигляді виразу  $s_n = F(s_{n-k}, \dots, s_{n-1})$ . Число  $k$  називається порядком рекурентного співвідношення та задає обчислення  $s_n$  через  $s_{n-k}, \dots, s_{n-1}$ , яке називається застосуванням рекурентного співвідношення [1, с. 56].

Наведемо узагальнений алгоритм обчислення елемента рекурентної послідовності [1, с. 56]:

1. оголосити  $k$  змінних для останніх  $k$  останніх членів послідовності;
2. оголосити змінну для нового члена послідовності;
3. оголосити змінну для номера останнього з обчислених членів;
4. ініціалізувати  $k$  перших членів значеннями;
5. застосувати рекурентне співвідношення для нового та запам'ятати його;
6. переприсвоїти значення  $k$  змінних (крім першої) та нового значення.

Послідовність чисел Фібоначчі задається рекурентним співвідношенням другого порядку ( $k=2$ ), тому для обчислення нового члена достатньо дві змінні.

До цього моменту розглядалась класична послідовність Фібоначчі. Якщо продовжити таку послідовність ліворуч, припустивши існування від'ємних членів, то отримаємо ряд, нескінченний в обох напрямках:

..., -21, 13, -8, 5, -3, 2, -1, 1, 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

«Розширені» числа Фібоначчі  $F_{-n}$ ,  $F_n$  симетричні відносно нуля та пов'язані між собою таким співвідношенням:

$$F_{-n} = (-1)^{n+1} F_n. \quad (1)$$

Побудуємо послідовність чисел, кожне з яких є різницею між сусідніми числами Фібоначчі (назвемо її гномонною (самоподібною) послідовністю Фібоначчі). Привертає увагу той факт, що в результаті цієї дії отримаємо послідовність, яка співпадає з вихідним рядом Фібоначчі, за виключенням деякого зсуву, тобто можна сказати, що послідовність Фібоначчі гомогномонна [4, с. 60].

Існує багато узагальнень числового ряду Фібоначчі: числа Люка, Трибоначчі, тощо. З кінця 20-го століття в межах сучасної «математики гармонії» активно досліджується незалежно один від одного декількома математиками – аргентинським математиком Вірою Шпинадель, французьким математиком єгипетського походження Мидхатом Газеле, американським математиком Джеєм Капраффом, українським фізиком Миколою Косиновим, україно-канадським дослідником Олексієм Стаховим, тощо – узагальнення класических чисел Фібоначчі, які названі  $\lambda$ -числами Фібоначчі. Ці дослідження привели до відкриття Вірою Шпинадель «металічних пропорцій», окремим випадком яких є класична золота пропорція [7].

Нехай  $\lambda > 0$  – ціле число. Рекурентне співвідношення для  $\square$ -чисел Фібоначчі має вигляд:

$$F_{\lambda}(n+2) = \lambda F_{\lambda}(n+1) + F_{\lambda}(n); F_{\lambda}(0) = 0; F_{\lambda}(1) = 1. \quad (2)$$

Це рекурентне співвідношення «генерує» нескінченне число нових числових послідовностей, оскільки кожному  $\lambda > 0$  відповідає своя числова послідовність.

Зокрема, для випадку  $\lambda = 1$  рекурентне співвідношення (2) задає класичні числа Фібоначчі:

$$F_1(n+2) = F_1(n+1) + F_1(n); F_1(0) = 0; F_1(1) = 1. \quad (3)$$

Для випадку  $\lambda = 2$  рекурентне співвідношення (2) задає числа Пелля:

$$F_2(n+2) = 2F_2(n+1) + F_2(n); F_2(0) = 0; F_2(1) = 1. \quad (4)$$

Для випадку  $\lambda = 3, 4$  рекурентне співвідношення (2) перетворюється до таких рекурентних співвідношень:

$$\begin{aligned} F_3(n+2) &= 3F_3(n+1) + F_3(n); F_3(0) = 0; F_3(1) = 1 \\ F_4(n+2) &= 4F_4(n+1) + F_4(n); F_4(0) = 0; F_4(1) = 1 \end{aligned} \quad (5)$$

Лямбда-числа Фібоначчі володіють багатьма цікавими властивостями, аналогічними властивостям класичних чисел Фібоначчі. Лямбда-числа Фібоначчі, так само як класичні числа Фібоначчі, можуть бути «розширені» у бік від'ємних значень.

У таблиці 1 представлені розширені послідовності  $\square$ -чисел Фібоначчі, які відповідають значенням  $\lambda = 1, 2, 3, 4$  [5].

Розширені послідовності  $\lambda$ -чисел Фібоначчі

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$F_1(n)$	0	1	1	2	3	5	8	13	21
$F_1(-n)$	0	1	-1	2	-3	5	-8	13	-21
$F_2(n)$	0	1	2	5	12	29	70	169	408
$F_2(-n)$	0	1	-2	5	-12	29	-70	169	-408
$F_3(n)$	0	1	3	10	33	109	360	1189	3927
$F_3(-n)$	0	1	-3	10	-33	109	-360	1189	-3927
$F_4(n)$	0	1	4	17	72	305	1292	5473	23184
$F_4(-n)$	0	1	-4	17	-72	305	-1292	5473	-23184

Формула (2) задає лямбда-числа Фібоначчі  $F_\lambda(n)$  рекурсивно. Однак,  $\lambda$ -числа Фібоначчі можуть бути виражені в аналітичній формі через металічні пропорції  $\Phi_\lambda$  таким самим чином, як числа Фібоначчі можна представити через золоту пропорцію з використанням формули Біне.

Формула Газале для  $\lambda$ -чисел Фібоначчі має вигляд:

$$F_\lambda(n) = \frac{\Phi_\lambda^n - (-1)^n \Phi_\lambda^{-n}}{\sqrt{4 + \lambda^2}}. \quad (6)$$

Формула Газале є узагальненням формули Біне та породжує нескінченне число формул типу (6), оскільки кожному дійсному числу  $\lambda > 0$  відповідає своя формула Газале [6].

Враховуючи гномонність ряду Фібоначчі, можна стверджувати, що для знаходження деякого члена узагальненого ряду Фібоначчі можна застосовувати алгоритми обчислення довільного елемента класичного ряду Фібоначчі.

1. Ставровський А. Б. Турбо Паскаль 7.0 : учебник. Київ, 2000. 400 с. 2. Базанов С. Фібоначчі повсюду! URL: <https://medium.com/paradox-review/фибоначчи-повсюду-d42dafa0a29e> (дата звернення: 12.10.2017). 3. Находим N'е число Фібоначчі тремя

способами за приемлемое время: основы динамического программирования. URL: <https://tproger.ru/problems/finding-fibonacci/> (дата звернення: 12.10.2017). 4. Газале М. Гномон. От фараонов до фракталов. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. 272 с. 5. Стахов А. Обобщенная формула Кассини: сколько существует целочисленных рекуррентных последовательностей, которые удовлетворяют этой формуле? URL: <http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/1316-sth.pdf>. (дата звернення: 12.10.2017). 6. Стахов А. П. Теория  $\lambda$ -чисел Фібоначчі. URL: <https://docplayer.ru/49189891-A-p-stahov-teoriya-l-chisel-fibonachchi-soderzhanie.html>. (дата звернення: 12.10.2017). 7. Vera W. de Spinadel. From the Golden Mean to Chaos. Nueva Libreria, 1998 (second edition, Nobuko, 2004).

---

**Nakonechna Yu., Senior Student** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

#### **ALGORITHMS FOR CALCULATING THE N-TH MEMBER OF THE SEQUENCES OF THE FIBONACCI $\lambda$ -NUMBERS**

The article is dedicated to the consideration of the issues of the algorithmization of finding the n-th term in the Fibonacci number sequence. The interest in these numbers is due to the fact that they describe various phenomena in nature, music and art.

Leonardo Fibonacci, who was the first to introduce this numerical sequence in Western European Mathematical Science, described it with a recurrence equation

$F(n+2) = F(n+1) + F(n); F(0) = 0; F(1) = 1$ . The article defines the concept

of "recurrence" and suggests algorithms for calculating a defined element of the classical Fibonacci sequence. The impracticality of using the recursion mechanism to find the element of a sequence with a large number (more than 30) is argued. A generalized definition of the recurrence equation and its order is given. A generalized algorithm for computing an element of a recurrent sequence is described. The concept of "extended" Fibonacci numbers is introduced. It is determined that the Fibonacci

sequence is gnomonic. We consider the generalization of the classical Fibonacci numbers, which are called Fibonacci  $\lambda$ -numbers, and the ways of setting them: using the recurrence equation  $F_\lambda(n+2) = \lambda F_\lambda(n+1) + F_\lambda(n)$ ;  $F_\lambda(0) = 0$ ;  $F_\lambda(1) = 1$ ; using the Ghazal formula for Fibonacci  $\lambda$ -numbers. The conclusion is made about the possibility of using the algorithms for calculating an arbitrary element in the classical Fibonacci series to find a certain term of the generalized series.

**Keywords:** Fibonacci numbers, recurrence equations, the order of recurrence equation, gnomon, Fibonacci  $\lambda$ -numbers.

УДК 658.5.012.2

Герус В. А., ст. викладач, Кот Н. І., студентка (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

### СТВОРЕННЯ ДОДАТКУ ДЛЯ ПЛАНУВАННЯ ТА ОРГАНІЗАЦІЇ РОБОЧОГО ЧАСУ

Розроблений додаток дозволяє створювати проектне планування та розподіляти робоче навантаження робітників. Він працює на основі сіткового планування та діаграми Ганта. Має три представлення даних та має змогу інтегруватися з сторонніми системами.

**Ключові слова:** сіткове планування, сіткова модель, календарне планування, діаграма Ганта, сітковий графік, система автоматизованого проектування, задачник, планувальник.

**Вступ.** Жодна компанія, що займається розробкою певних проектів, не може обійтися без грамотного планування. Усі бізнес-процеси в компанії взаємозв'язані, тому дуже важливо розуміти терміни виконання завдань, на основі яких повинні виконуватись наступні. Також керівництво повинно розуміти навантаженість своїх підлеглих або правильно розподіляти обов'язки та задачі, особливо, коли одному спеціалісту доводиться працювати над кількома різними проектами чи модулями.

Тому для усього цього необхідно мати інструмент, що дозволить легко, майже автоматично здійснювати планування.

**Аналіз останніх досліджень.** Найчастіше для реалізації проектного планування використовується сіткове планування як одна з форм графічного відображення змісту робіт і тривалості виконання планів і довгострокових комплексів проектних, планових, організаційних та інших видів діяльності підприємства, яка забезпечує наступну оптимізацію розробленого графіка на основі економіко-математичних методів та комп'ютерної техніки. Сіткова модель – множина поєднаних між собою елементів для опису технологічної залежності окремих робіт і етапів майбутніх проектів. Основним плановим документом системи сіткового планування є сітковий графік, що являє собою інформаційно-динамічну модель, яка відображає всі логічні взаємозв'язки та результати робіт, необхідні для досягнення кінцевої мети планування. Сіткове планування полягає передусім у побудові сіткового графіка та обчисленні його параметрів. Для графіків легше створювати комп'ютерні програми, які сьогодні використовують. Від них простіше перейти до діаграм Ганта, які є формою календарного планування.

Ідея графічного зображення взаємозв'язків між роботами не є новою. Новими являються метод оптимізації часових та вартісних параметрів, критичний шлях та обробка інформації при використанні EOM.

**Методика досліджень.** Одним з методів планування та управління проектами є діаграма Ганта. Це популярний тип діаграм, який використовується для ілюстрації плану, графіка робіт за будь-яким проектом. Це один з найбільш популярних способів сіткового графічного представлення плану проекту, вживаний в багатьох програмах управління проектами.

Для того щоб планування було автоматизованим процесом необхідно створити систему автоматизованого проектування. САПР – це організаційно-технічна система, яка складається з комплексів засобів автоматизації проектування і взаємодіє з іншими підрозділами. Така система є інструментом проектувальника і включає технічне математичне, програмне і методичне забезпечення для автоматичного проектування об'єктів.

**Постановка завдання.** Створити засіб, що допоможе планувати час та розвиток проектів, покаже робоче навантаження робітників і буде гнучким для інтеграції з різними сторонніми сервісами.

**Результати досліджень.** Оскільки технології та світ невпинно рухається вперед, все більше розділів управління бізнесом переноситься в електронний режим. На сьогоднішній день багато компаній використовують сервіси-задачники для чіткого розподілення роботи. Також окремо використовуються сервіси для проектного планування. Велика частина таких сервісів розроблені на основі сіткового планування та діаграми Гранта, але вони мають досить обмежений функціонал і не дають змогу оцінювати рух роботи по проекту в повній мірі.

Основними представленнями, у розрізі яких краще всього слідкувати за роботою підлеглих та рухом задач є: проекти (рис. 1), користувачі (рис. 2) та задачі (рис. 3). На жаль, доступні сервіси по плануванню дають можливість налаштувати лише один з цих видів представлень. Якщо фірмі треба бачити всі три представлення, вона повинна використовувати три різні сервіси і цим витратити втричі більше коштів. Також величезним недоліком є відсутність взаємодії з задачками.

Проаналізувавши вище наведені факти, можна зрозуміти, що для найбільш вдалого способу планування проектів та керування робочим часом, необхідно створити систему автоматизованого проектування, яка буде представлена у вигляді додатку, що має змогу інтегруватися з найпопулярнішими задачками, та включає три основних види представлення даних. Всі ці блоки даних раціональніше всього буде розміщувати на TimeLine по принципу діаграми Гранта.



	2018-07-11	2018-07-12	2018-07-13	2018-07-14	2018-07-15	2018-07-16	2018-07-17	2018-07-18	2018-07-19	2018-0
<b>Back log</b>	Оновлення бази									
<b>Інтернет магазин</b>	Крони на кеш	RTB VPAID								
Катерина Давидчук	Дизайн головної ст			Сторінка товару						
	Опис ТЗ									
Олексій Примачук	Skip by timing	Прев'ю товару			Онлайн замовлення					
	time to AdImpress...									
<b>Блог</b>										
Юрій Богданович										
<b>Сайт-візитка</b>	Галерея									
Катерина Давидчук	Логотип									
	Форма зв'язку									
<b>Сервіс аналітики</b>	Балансува...									
Максим Саковець	Сегментування даних			Формування звітів						
	Крони на збір даних									
Олексій Примачук				Налаштування серверів						
	Графіки									

Рис. 1. Представлення виду “Проекти”

	2018-07-11	2018-07-12	2018-07-13	2018-07-14	2018-07-15	2018-07-16	2018-07-17	2018-07-18	2018-07-19	2018-0
<b>Катерина Давидчук</b>										
Інтернет магазин	Сторінка товару					Дизайн головної ст				
Сайт-візитка			Форма зв'язку							
Сервіс аналітики	Крони на збір даних									
<b>Олексій Примачук</b>										
Інтернет магазин	Skip by timing (check)									
Блог			Опис ТЗ							
Сервіс аналітики				Графіки						
	Налаштув... серверів									

Рис. 2. Представлення виду “Користувачі”

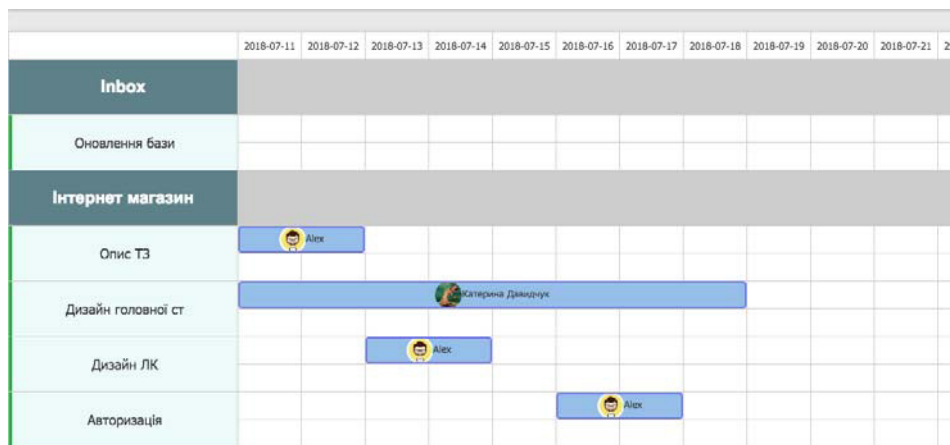


Рис. 3. Представлення виду “Задачі”

**Висновок.** Розроблений додаток дозволить чітко формувати проектне планування та легко розподіляти робоче навантаження робітників. Він зможе конкурувати з подібними сервісами на ринку, адже має великі переваги – розширений функціонал та передбачає інтеграцію з іншими популярними сервісами.

1. Ноздріна Л. В., Ящук В. І., Полотай О. І. Управління проектами. 2010. 432 с.
2. Електронна бібліотека Чернівецького національного університету ім. Ю. Федьковича. URL: <http://library.chnu.edu.ua/?page=/ua/02infres/01elcat>. (дата звернення: 12.10.2017).
3. Morris Peter W. G. The Management of Projects. 1994. 359 p.
4. Dr Selig Gad J. Implementing IT Governance: A Practical Guide to Global Best Practices in IT management. Van Haren Publishing. 2015. 297 p.
5. Wallace C. The Gantt chart, a working tool of management. 1923. 190 p.

**Herus V. A., Senior Lecturer, Kot N. I., Senior Student** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

#### CREATION APPLICATION FOR PLANNING AND ORGANIZATION OF OPERATING TIME

The developed application allows you to create project planning and distribute workload of workers. It works on the basis of grid planning and Gantt charts. It has three views and can integrate with third-party systems.

**Keywords:** grid layout, grid model, calendar planning, Gantt chart, grid schedule, automated design system, task manager, scheduler.

Наукове видання

**ВІСНИК  
НАВЧАЛЬНО-НАУКОВОГО ІНСТИТУТУ АВТОМАТИКИ, КІБЕРНЕТИКИ ТА  
ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ НУВГП**

**Випуск 5**

*Комп'ютерна верстка*

*Оксана Прищепя*

*Технічний редактор*

*Галина Сімчук*

*Друкується в авторській редакції*

Підписано до друку 25.01.2019 р. Формат 60×84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>.

Ум.-друк. арк. 5,3. Обл.-вид. арк. 5,8.

Тираж 100 прим. Зам. № 5419.

*Видавець і виготовлювач  
Національний університет  
водного господарства та природокористування  
вул. Соборна, 11, м. Рівне, 33028.*

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного  
реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів  
видавничої продукції РВ № 31 від 26.04.2005 р.*