

ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА

УДК 627.324.2/3:532.546:532.72 <https://doi.org/10.31713/vt4201911>

Жуковська Н. А., к.т.н., доцент, Жуковський В. В., к.т.н., доцент
(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

МАТЕМАТИЧНЕ І КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ БАГАТОШАРОВОГО ҐРУНТОВОГО МАСИВУ З РУХОМОЮ ВІЛЬНОЮ ПОВЕРХНЕЮ У ДВОВИМІРНОМУ ВИПАДКУ

Розглянуто задачу напружено-деформованого стану (НДС) багатошарового ґрунтового масиву з рухомою вільною поверхнею під впливом тепломасоперенесення. Вільна поверхня знаходилася в одному з шарів. Шари ґрунтового масиву, що знаходяться під вільною поверхнею, є водонасиченими, а над вільною поверхнею – у природному стані. Напружено-деформований стан ґрунтового масиву розглядається в межах лінійної теорії пружності з різними пружними параметрами в кожному з шарів. Побудовано математичну модель поставленої крайової задачі, що включає систему рівнянь Ламе для зміщень ґрунту, рівняння конвективної та термодифузії, рівняння, що описує швидкість фільтрації сольового розчину при відповідних крайових умовах та умовах спряження ідеального контакту на межі областей. Знайдено чисельний розв'язок відповідної крайової задачі методом скінченних різниць. Створено програмний комплекс можливостями фреймворку Microsoft Visual Studio 2017 для Windows Desktop на мові програмування C#. Розглянуто ґрунтовий масив, що має прямокутну форму. Проведено серію чисельних експериментів, результати яких наведено у вигляді графіків розподілів зміщень та модуля зміщень. Як приклад положення вільної поверхні бралось на глибині 8 м, 10 м та 15 м. На основі комп'ютерного моделювання поставленої задачі проведено аналіз результатів. Показано, що при русі вільної поверхні значення зміщень ґрунтового масиву змінюються, зокрема при збільшенні глибини положення вільної поверхні розподіл поля зміщень по осі O_x та модуля вектора зміщень збільшуються, а по осі O_y – зменшуються.

Ключові слова: напружено-деформований стан, рухома вільна поверхня, тепломасоперенесення.



Питання врахування деформаційних характеристик ґрунтових масивів набувають все більш важливого значення на сучасному етапі при проектуванні, будівництві та експлуатації гідротехнічних, цивільних, промислових об'єктів і споруд. При експлуатації даних об'єктів НДС ґрунтових основ, на яких вони побудовані, може значно змінюватись.

Як відомо, на напружено-деформований стан (НДС) ґрунтових масивів можуть значно впливати фізико-механічні характеристики ґрунтів, гідрогеологічні умови ґрунтового середовища та тип навантажень, зокрема фільтрація підземних вод, масоперенесення, теплоперенесення розчинених речовин фільтраційними потоками (розчинення та вимивання порід).

Важливий вплив на стійкість споруд має вільна поверхня, зміна положення якої може змінити НДС ґрунтових масивів і зрештою призвести до різноманітних негативних явищ та аварій.

Також в природних умовах ґрунтовий масив може складатись із багатьох шарів, кожний з яких володіє своїми власними характеристиками, відмінними від характеристик інших шарів (пористості, коефіцієнти Ламе, конвективної дифузії, термодифузії, теплопровідності, коефіцієнти фільтрації та ін.).

Задача НДС ґрунтів досліджена та описана в працях [1-10]. Однак, в цих роботах недостатньо вивчено НДС багат шарового ґрунтового масиву під впливом тепломасоперенесення та при наявності рухомої вільної поверхні.

Тому, враховуючи вищесказане, **актуальною задачею** є математичне моделювання та дослідження НДС багат шарового ґрунтового масиву з врахуванням тепломасоперенесення та наявності рухомої вільної поверхні.

Метою даної роботи є постановка задачі та удосконалення математичної моделі НДС багат шарового ґрунтового масиву з врахуванням тепломасоперенесення та при наявності рухомої вільної поверхні; числове розв'язання поставленої крайової задачі; отримання результатів числових експериментів у вигляді графіків; аналіз зміни НДС багат шарового ґрунтового масиву за наявності рухомої вільної поверхні ґрунтових вод та при врахуванні тепло-масоперенесення.

Розглянемо багат шаровий ґрунтовий масив з рухомою вільною поверхнею, що займає область $\Omega = \{(x, y) : 0 < x < l_1, 0 < y < l_2\}$ (див. рис. 1).

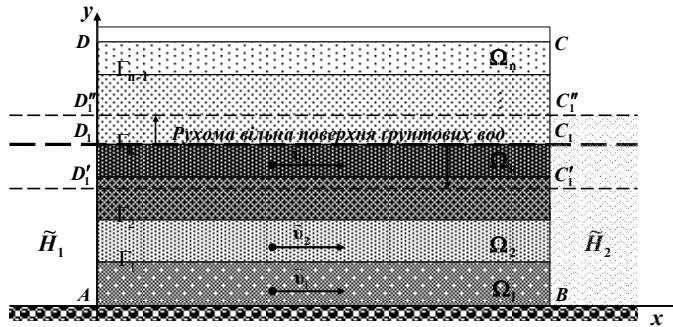


Рис. 1. Багат шаровий ґрунтовий масив при наявності в ньому рухомої вільної поверхні та фільтрації підземних вод під вільною поверхнею

Кількість шарів в ґрунтовому масиві дорівнює n . Шари нумеруються знизу вгору. Вільна поверхня ґрунтових вод ($C_1 D_1$) знаходиться на рівні Γ_k . Відповідно шари ґрунтового масиву, розміщені вище Γ_k , знаходяться в природному стані, а нижче Γ_k – при повній вологоємкості.

Багат шаровий ґрунтовий масив вважається пружно-деформівним в межах лінійної теорії пружності з різними пружними параметрами (коефіцієнтами Ламе) $\lambda_i(c_i, T_i)$, $\mu_i(c_i, T_i)$, $i = \overline{1, n}$, які залежать від концентрації сольового розчину та температури. На шари ґрунту діє сила тяжіння, а у випадку водонасичених шарів ґрунтового масиву – архімедова та фільтраційна сили.

Задані значення п'єзометричних напорів \tilde{H}_1 , \tilde{H}_2 лівого (AD_1) та правому (BC_1) водних басейнах відповідно, причому $\tilde{H}_1 > \tilde{H}_2$. У лівому басейні задано значення концентрації солей \tilde{C}_1 , а у правому – умову швидкого виносу солей. Значення температур \tilde{T}_1 та \tilde{T}_2 ($\tilde{T}_1 > \tilde{T}_2$) задані на межах AD та BC відповідно. В результаті різниці напорів відбувається перенесення розчинених у воді речовин та тепла фільтраційним потоком. При цьому процес фільтрації розчинених у воді речовин та тепла підлягають відповідно законам Дарсі, Фіка та Фур'є.

Потрібно розрахувати значення зміщень, напружень та деформацій, а також розподіл поля напорів, швидкостей фільтрації, концентрації солей та температури ґрунтового масиву при умові, що відсутні зміщення нижньої (AB) та верхньої (CD) меж багат шарового ґрунтового масиву, а також AB та CD вважаються теплоізольованими і непроникними.

Математичну модель двовимірної задачі НДС багат шарового ґрунтового масиву з рухомою вільною поверхнею під впливом теп-



ломасоперенесення в загальноприйнятих позначеннях можна описати наступною крайовою задачею [1-10]:

$$\begin{aligned} & \mu_i(c_i, T_i) \Delta U_i + (\lambda_i(c_i, T_i) + \mu_i(c_i, T_i)) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} \right) + \left[\frac{\partial \lambda_i(c_i, T_i)}{\partial x} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} \right) + \right. \\ & \left. + 2 \frac{\partial \mu_i(c_i, T_i)}{\partial x} \frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial \mu_i(c_i, T_i)}{\partial y} \left(\frac{\partial U_i}{\partial y} + \frac{\partial V_i}{\partial x} \right) \right] - (2\lambda_i(c_i, T_i) + 2\mu_i(c_i, T_i)) \alpha_T^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial x} = X_i, \\ & \mu_i(c_i, T_i) \Delta V_i + (\lambda_i(c_i, T_i) + \mu_i(c_i, T_i)) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} \right) + \left[\frac{\partial \lambda_i(c_i, T_i)}{\partial y} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x} + \frac{\partial V_i}{\partial y} \right) + \right. \\ & \left. + 2 \frac{\partial \mu_i(c_i, T_i)}{\partial y} \frac{\partial V_i}{\partial y} + \frac{\partial \mu_i(c_i, T_i)}{\partial x} \left(\frac{\partial U_i}{\partial y} + \frac{\partial V_i}{\partial x} \right) \right] - (2\lambda_i(c_i, T_i) + 2\mu_i(c_i, T_i)) \alpha_T^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial y} = Y_i, \end{aligned} \quad (1)$$

$$i = \overline{1, n},$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{D}_i(c_i, T_i) \nabla c_i) - \mathbf{v}_i \nabla c_i - \gamma_i(c_i - C_m) + \nabla \cdot (\mathbf{D}_T^{(i)} \nabla T_i) = n_p^{(i)} \frac{\partial c_i}{\partial t}, \quad i = \overline{1, n_*}(t), \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\lambda_T^{(i)} \nabla T_i) - \rho_i c_p^{(i)} \bar{\mathbf{v}}_i \nabla T_i = c_T^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad i = \overline{1, n}, \quad (3)$$

$$\mathbf{v}_i = -\mathbf{K}_i(c_i, T_i) \nabla h_i + \mathbf{v}_c^{(i)}(c_i) \nabla c_i + \mathbf{v}_T^{(i)} \nabla T_i, \quad \text{div } \bar{\mathbf{v}}_i + \frac{\partial n_p^{(i)}}{\partial t} = 0, \quad i = \overline{1, n_*}(t), \quad (4)$$

$$\mathbf{q}_c^{(i)} = \mathbf{v}_i c_i - \mathbf{D}_i(c_i, T_i) \nabla c_i - \mathbf{D}_T^{(i)} \nabla T_i, \quad i = \overline{1, n_*}(t), \quad \mathbf{q}_T^{(i)} = \rho c_p \mathbf{v}_i T_i - \lambda_T^{(i)} \nabla T_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

$$(\bar{\mathbf{v}}_i, \bar{\mathbf{n}}_i)|_{AB \cup CD} = 0, \quad h_i|_{AD_1} = \tilde{H}_1, \quad h_i|_{BC_1} = \tilde{H}_2, \quad i = \overline{1, n_*}(t), \quad (6)$$

$$(\bar{\mathbf{q}}_c^{(i)}, \bar{\mathbf{n}}_i)|_{AB \cup CD} = 0, \quad c_i|_{AD_1} = \tilde{C}_1, \quad \frac{\partial c_i}{\partial y} \Big|_{BC_1} = 0, \quad i = \overline{1, n_*}(t), \quad (7)$$

$$(\bar{\mathbf{q}}_T^{(i)}, \bar{\mathbf{n}}_i)|_{AB \cup CD} = 0, \quad T_i|_{AD_1} = \tilde{T}_1, \quad T_i|_{BC_1} = \tilde{T}_2, \quad T_i|_{D_1 D} = \tilde{T}_3, \quad T_i|_{C_1 C} = \tilde{T}_4, \quad i = \overline{1, n}, \quad (8)$$

$$[h_i]_{\Gamma_i} = 0, \quad [c_i]_{\Gamma_i} = 0, \quad [\mathbf{v}_i]_{\Gamma_i} = 0, \quad [\mathbf{q}_c^{(i)}]_{\Gamma_i} = 0, \quad i = \overline{1, n_*}(t) - 1, \quad (9)$$

$$[T_i]_{\Gamma_i} = 0, \quad [\mathbf{q}_T^{(i)}]_{\Gamma_i} = 0, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (10)$$

$$\mathbf{u}^{(1)} = 0, \quad (x, y) \in AB, \quad \mathbf{u}^{(n)} = 0, \quad (x, y) \in CD, \quad (11)$$

$$\sigma_n^{(i)} = 0, \quad \tau_s^{(i)} = 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (x, y) \in AD_1 \cup D_1 D \cup BC_1 \cup C_1 C, \quad (12)$$

$$[u_n^{(i)}] = [u_s^{(i)}] = 0, \quad [\sigma_n^{(i)}] = [\tau_s^{(i)}] = 0, \quad (x, y) \in \Gamma_i, \quad i = \overline{1, n-1}, \quad (13)$$

$$h_i(x, y, 0) = \tilde{H}_0^{(i)}(x, y), \quad c_i(x, y, 0) = \tilde{C}_0^{(i)}(x, y), \quad i = \overline{1, n_*}(t), \quad (14)$$

$$T_i(x, y, 0) = \tilde{T}_0^{(i)}(x, y), \quad i = \overline{1, n}, \quad (15)$$

де $(x, y) \in \Omega_i$, $i = \overline{1, n}$, $t > 0$, $\mathbf{u}^{(i)} = (U_i, V_i)$; \tilde{H}_1 , \tilde{H}_2 , \tilde{C}_1 , \tilde{T}_1 , \tilde{T}_2 , \tilde{T}_3 , \tilde{T}_4 , $\tilde{C}_0^{(i)}(x, y)$, $\tilde{T}_0^{(i)}(x, y)$, $\tilde{H}_0^{(i)}(x, y)$ – задані функції, $n_*(t)$ – номер водонасиченого шару ґрунтового масиву, в якому присутня вільна поверхня; $\bar{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}_i$ при $i = \overline{1, n_*}(t)$ та $\bar{\mathbf{v}}_i = 0$ при $i = \overline{n_*(t), n}$.

Тут (1) – це система рівнянь Ламе для зміщень багатшарового ґрунтового масиву, що складається із областей Ω_i , $i = \overline{1, n_*}(t)$ повного

насичення (фільтрації), а також із областей ґрунтового масиву Ω_i , $i = \overline{n_*(t), n}$, що знаходяться в природному стані; (2), (3), (5) описують сольовий та тепловий режими ґрунтового масиву; (4) – це рівняння фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах у водонасичених шарах ґрунту. Крайові умови та умови спряження ідеального контакту для зміщень, концентрації солей, температури, а також для напору мають вигляд (6)-(15) відповідно.

Для **чисельного розв'язання** поставленої крайової задачі (1)-(15) використано метод скінчених різниць [11; 12]. Для апроксимації рівняння (1) використано дев'ятиточковий шаблон типу «ящик» (рис. 2).

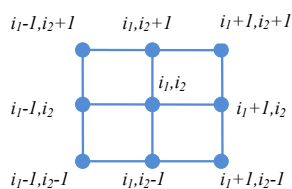


Рис. 2. Дев'ятиточковий шаблон типу «ящик»

Для знаходження значень зміщень $U_i(x, y)$ та $V_i(x, y)$ використано ітераційний метод Гауса – Зейделя. Для цього зведено дані рівняння до рівнянь рівноваги вигляду

$$(U_i)_{i_1, i_2}^{(s+1)} = (A_i)_{i_1, i_2}^1 (U_i)_{i_1-1, i_2}^{(s+1)} + (B_i)_{i_1, i_2}^1 (U_i)_{i_1, i_2-1}^{(s+1)} + (C_i)_{i_1, i_2}^1 (U_i)_{i_1+1, i_2}^{(s)} + (D_i)_{i_1, i_2}^1 (U_i)_{i_1, i_2+1}^{(s)} + (F_i)_{i_1, i_2}^1, \quad (16)$$

$$(V_i)_{i_1, i_2}^{(s+1)} = (A_i)_{i_1, i_2}^2 (V_i)_{i_1-1, i_2}^{(s+1)} + (B_i)_{i_1, i_2}^2 (V_i)_{i_1, i_2-1}^{(s+1)} + (C_i)_{i_1, i_2}^2 (V_i)_{i_1+1, i_2}^{(s)} + (D_i)_{i_1, i_2}^2 (V_i)_{i_1, i_2+1}^{(s)} + (F_i)_{i_1, i_2}^2, \quad (17)$$

де $(A_i)_{i_1, i_2}^1, (B_i)_{i_1, i_2}^1, (C_i)_{i_1, i_2}^1, (D_i)_{i_1, i_2}^1, (F_i)_{i_1, i_2}^1, (A_i)_{i_1, i_2}^2, (B_i)_{i_1, i_2}^2, (C_i)_{i_1, i_2}^2, (D_i)_{i_1, i_2}^2, (F_i)_{i_1, i_2}^2$ – деякі відомі функції.

Для апроксимації рівнянь конвективної та термодифузії використано монотонну різницеву схему О. А. Самарського. Значення концентрації солей та температури знайдено методом прогонки.

Як приклад, розглянуто двовимірну задачу НДС ґрунтового масиву прямокутної форми довжиною $l_1 = 40 \text{ м}$ та товщиною $l_2 = 20 \text{ м}$. Вільна поверхня розташовувалась на рівнях $l_2^1 = 8 \text{ м}$, $l_2^2 = 10 \text{ м}$ та $l_2^3 = 15 \text{ м}$.

Час, протягом якого розглядався процес НДС, дорівнював 3 рокам.

Проведено серію числових експериментів, результати яких на-



ведені у вигляді графіків при $t = 1080$ діб .

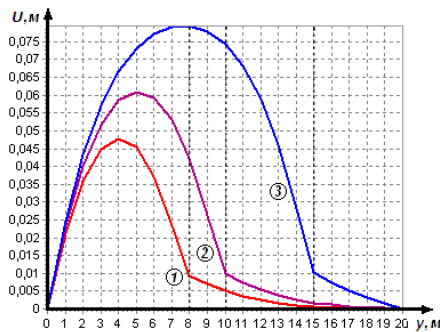


Рис. 3. Графік розподілу зміщень U вздовж осі Oy з врахуванням тепломасоперенесення в площині перерізу $x = 20$ м при розташуванні вільної поверхні на рівнях ① (8 м), ② (10 м) та ③ (15 м)

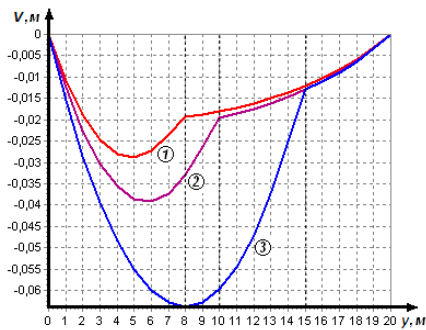


Рис. 4. Графік розподілу зміщень V вздовж осі Oy з врахуванням тепломасоперенесення в площині перерізу $x = 20$ м при розташуванні вільної поверхні на рівнях ① (8 м), ② (10 м) та ③ (15 м)

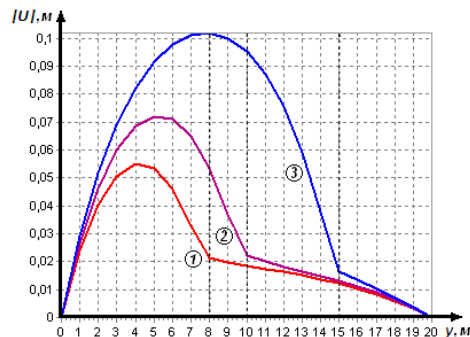


Рис. 5. Графік розподілу модуля вектора зміщень вздовж осі Oy з врахуванням тепломасоперенесення в площині перерізу $x = 20$ м при розташуванні вільної поверхні на рівнях ① (8 м), ② (10 м) та ③ (15 м)

Як видно із графіків, при збільшенні глибини положення вільної поверхні розподіл поля зміщень по осі Ox та модуля вектора зміщень (рис. 3, рис. 5) значно збільшуються, а по осі Oy (рис. 4) – зменшуються.

Висновки. В роботі сформульовано постановку та проведено математичне моделювання задачі НДС багат шарового ґрунтового масиву з урахуванням тепломасоперенесення та при наявності рухомої вільної поверхні. Отримано числовий розв'язок поставленої кра-

йової задачі. Проведено числові експерименти, результати яких наведено у вигляді графіків та здійснено аналіз отриманих результатів.

1. Сергиенко И. В., Скопецкий В. В., Дейнека В. С. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах. К. : Наукова думка, 1991. 432 с. 2. Encyclopedia of Thermal Stresses. Editor R. B. Hetnarski. Springer Dordrecht Heidelberg New York London, 2014. 3. Vlasyuk A. P., Zhukovska N. A. and Zhukovskyy V. V. About Mathematical Modelling of Spatial Deformation Problem of Soil Massif With Free Surface. 2019. *IEEE 14th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)*. Lviv, Ukraine, 2019. Pp. 128–131. 4. Кузло М. Т. Інженерне ґрунтознавство та механіка ґрунтів : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2011. 252 с. 5. Duncan J. M., Wright S. G., Brandon T. L. Soil strength and slope stability. 2nd Edition. Wiley, 2014. 333 p. 6. Кузло М. Т., Жуковська Н. А., Бойко М. В. Експериментальні дослідження фільтрації сольових розчинів у залежності від їх концентрації та температури. *Автомобільні дороги і дорожнє будівництво*. 2019. № 106. С. 110–116. 7. Федорчук Н. А. Математичне моделювання одновимірної задачі напружено-деформованого стану ґрунтового масиву при фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах та наявності рівня ґрунтових. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Сер. Технічні науки* : зб. наук. праць / Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова Нац. акад. наук України, Кам.-Под. нац. ун-т ім. І. Огієнка. Кам'янець-Подільський : Кам.-Под. нац. ун-т ім. І. Огієнка, 2010. Вип. 4. С. 204–215. 8. Власюк А. П., Жуковська Н. А., Жуковський В. В. Математичне і комп'ютерне моделювання впливу тепломасоперенесення при фільтрації сольових розчинів на деформаційні процеси ґрунтових масивів : монографія. Рівне : НУВГП, 2019. 267 с. 9. Vlasyuk A. P., Zhukovska N. A. Mathematical modeling of influence of heat and mass transfer on deformation processes of multilayered soil array in three-dimensional case. *Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2019)* : Abstracts of XXXIII International Conference. Hurgada, Egypt. 2019. Pp. 92–93. 10. Коваленко А. Д. Термоупругость. К. : Вища школа, 1975. 216 с. 11. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы математической физики. М. : Наука, 2003. 316 с. 12. Vlasyuk A. P., Zhukovskaya N. A. Mathematical simulation of the stressed-strained state of the foundation of earth dams with an open surface under the influence of heat and mass transfer in two-dimensional case. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2015. Vol. 88, Issue 2. Pp. 329–341.

REFERENCES:

1. Serhienko I. V., Skopetskii V. V., Deineka V. S. Matematicheskoe modelirovanie i issledovanie protsessov v neodnorodnykh sredakh. K. : Naukova dumka, 1991. 432 s. 2. Encyclopedia of Thermal Stresses. Editor R. B. Hetnarski. Springer Dordrecht Heidelberg New York London, 2014.



3. Vlasyuk A. P., Zhukovska N. A. and Zhukovskyy V. V. About Mathematical Modelling of Spatial Deformation Problem of Soil Massif With Free Surface. 2019. *IEEE 14th International Conference on Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)*. Lviv, Ukraine, 2019. Pp. 128–131. 4. Kuzlo M. T. Inzhenerne hruntoznavstvo ta mekhanika hruntiv : navch. posibnyk. Rivne : NUVHP, 2011. 252 s. 5. Duncan J. M., Wright S. G., Brandon T. L. Soil strength and slope stability. 2nd edition. Wiley, 2014. 333 p. 6. Kuzlo M. T., Zhukovska N. A., Boiko M. V. Eksperymentalni doslidzhennia filtratsii solovykh rozchyniv u zalezhnosti vid yikh kontsentratsii ta temperatury. *Avtomobilni dorohy i dorozhnie budivnytstvo*. 2019. № 106. S. 110–116. 7. Fedorchuk N. A. Matematyчне modeliuвання odnovymirnoi zadachi napruzhenodeformovanoho stanu gruntovoho masyvu pry filtratsii solovykh rozchyniv v neizotermichnykh umovakh ta naiavnosti rivnia hruntovykh. *Matematyчне ta kompiuterne modeliuвання. Ser. Tekhnichni nauky : zb. nauk. prats / In-t kibernetiky im. V. M. Hlushkova Nats. akad. nauk Ukrainy, Kam.-Pod. nats. un-t im. I. Ohiiienka. Kamianets-Podilskyi : Kam.-Pod. nats. un-t im. I. Ohiiienka*, 2010. Vyp. 4. S. 204–215. 8. Vlasiuk A. P., Zhukovska N. A., Zhukovskyy V. V. Matematyчне i kompiuterne modeliuвання vplyvu teplomasoperenesennia pry filtratsii solovykh rozchyniv na deformatsiini protsesy gruntovykh masyviv : monohrafiia. Rivne : NUVHP, 2019. 267 s. 9. Vlasyuk A. P., Zhukovska N. A. Mathematical modeling of influence of heat and mass transfer on deformation processes of multilayered soil array in three-dimensional case. *Problems of decision making under uncertainties (PDMU-2019) : Abstracts of XXXIII International Conference*. Hurgada, Egypt. 2019. Pp. 92–93. 10. Kovalenko A. D. Termopruhost. K. : Vyshcha shkola, 1975. 216 s. 11. Samarskii A. A., Hulin A. V. Chislennye metody matematicheskoi fiziki. M. : Nauka, 2003. 316 s. 12. Vlasyuk A. P., Zhukovskaya N. A. Mathematical simulation of the stressed-strained state of the foundation of earth dams with an open surface under the influence of heat and mass transfer in two-dimensional case. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2015. Vol. 88, Issue 2. Pp. 329–341.

Zhukovska N. A., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor, Zhukovskyy V. V., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

MATHEMATICAL AND COMPUTER SIMULATION OF THE STRESS-STRAINED STATE OF MULTILAYERED SOIL MASSIF WITH MOVABLE FREE SURFACE IN TWO-DIMENSIONAL CASE

The problem of the stress-strain state (SSS) of a multilayer soil massif with a moving free surface under the influence of heat and

mass transfer is considered. The free surface is located in one of the layers. The soil mass layers that were under the free surface are water-saturated and above the free surface they are in a natural state. The stress-strain state of the soil mass is considered in the framework of the linear theory of elasticity with various elastic parameters in each layer. The mathematical model of the considered boundary-value problem is constructed, which includes the Lamé system of equations for soil displacements, the convective and thermal diffusion equation, and the equation describing the rate of saline filtration under the appropriate boundary conditions and the conditions of conjugation of an ideal contact at the regions boundary. The numerical solution of the corresponding boundary value problem is found by the finite difference method. The software package was created using the Microsoft Visual Studio 2017 framework in the C # programming language. A rectangular massif is considered. A series of numerical experiments was carried out, the results of which are presented in the form of graphs of the displacement distributions and the displacement modulus. As an example, the position of the free surface was taken at a depth of 8 m, 10 m and 15 m. An analysis of the results was carried out based on computer simulation of the task. It is shown that with the movement of the free surface the displacements of the soil mass changed in particular, with an increase in the depth of the position of the free surface, the distribution of the displacement field along the Ox axis and the displacement vector module increases and along the Oy axis they decrease.

Keywords: stress-strain state, moving free surface, heat and mass transfer.

Жуковская Н. А., к.т.н., доцент, Жуковский В. В., к.т.н., доцент
(Национальный университет водного хозяйства и
природопользования, г. Ровно)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МНОГОСЛОЙНОГО ГРУНТОВОГО МАССИВА С ПОДВИЖНОЙ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ В ДВУМЕРНОМ СЛУЧАЕ

Рассмотрена задача напряженно-деформированного состояния (НДС) многослойного грунтового массива с подвижной свободной поверхностью под влиянием тепломассопереноса. Свободная по-



верхность находилась в одном из слоев. Слои грунтового массива, находящиеся под свободной поверхностью, являются водонасыщенными, а над свободной поверхностью – в естественном состоянии. Напряженно-деформированное состояние грунтового массива рассматривается в рамках линейной теории упругости с различными упругими параметрами в каждом из слоев. Построено математическую модель поставленной краевой задачи, которая включает систему уравнений Ламе для смещений грунта, уравнение конвективной и термодиффузии, уравнение, описывающее скорость фильтрации солевого раствора при соответствующих краевых условиях и условиях сопряжения идеального контакта на границе областей. Найдено численное решение соответствующей краевой задачи методом конечных разностей. Создан программный комплекс возможностями фреймворка Microsoft Visual Studio 2017 для Windows Desktop на языке программирования C#. Рассмотрен грунтовой массив, имеющий прямоугольную форму. Проведена серия численных экспериментов, результаты которых приведены в виде графиков распределений смещений и модуля смещений. В качестве примера, положение свободной поверхности бралось на глубине 8 м, 10 м и 15 м. На основании компьютерного моделирования поставленной задачи проведен анализ результатов. Показано, что при движении свободной поверхности значение смещений грунтового массива меняются, в частности при увеличении глубины положения свободной поверхности распределение поля смещений по оси O_x и модуля вектора смещений увеличиваются, а по оси O_y – уменьшаются.

Ключевые слова: напряженно-деформированное состояние, подвижная свободная поверхность, тепломассоперенос.
