



Національний університет  
водного господарства  
та природокористування

Міністерство освіти і науки України  
Національний університет водного господарства та  
природокористування

**В.В. Кривцов, Є.В. Пугачов**

# **ПРОЕКЦІЇ З ЧИСЛОВИМИ ПОЗНАЧКАМИ**

*Навчальний посібник*

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України як  
навчальний посібник для студентів  
вищих навчальних закладів, які навчаються за напрямками підготовки  
«Будівництво», «Архітектура» та «Гідротехніка (водні ресурси)»*

Рівне - 2014



УДК 514.18(075)

ББК 22.151.3я7

К82

*Рекомендовано Міністерством освіти і науки України.  
(Лист № 1/11-11492 від 22.07.2014 р.)*

**Рецензенти:**

**Пустюльга С. І.**, доктор техн. наук, професор Луцького національного технічного університету;

**Пилипака С. Ф.**, доктор техн. наук, професор Національного аграрного університету (м. Київ);

**Шоман О.В.**, доктор техн. наук, професор Національного технічного університету «Харківський політехнічний університет».

**Кривцов В.В., Пугачов Є.В.**

**К82** Проекції з числовими позначками: Навч. посібник. – Рівне: НУВГП, 2014. – 135 с.

**ISBN 978-966-327-281-8**

Матеріал, наведений в навчальному посібнику, дає можливість студентам опанувати основними теоретичними положеннями та практичними навичками застосування спеціального методу зображення об'єктів земної поверхні – методу проєкцій з числовими позначками. Навчальний посібник рекомендовано до використання студентами за напрямками підготовки «Архітектура», «Будівництво», «Гідротехніка (водні ресурси)».

**УДК 514.18(075)**

**ББК 22.151.3я7**

**ISBN 978-966-327-281-8**

© Кривцов В.В., Пугачов Є.В., 2014

© Національний університет

водного господарства

та природокористування, 2014



## ЗМІСТ

<b>Вступ</b> .....	5
<b>Розділ 1. Сутність методу проєкцій з числовими позначками. Проєкції точки</b> .....	6
1.1. Загальні відомості щодо методу проєкцій з числовими позначками та область його застосування.....	6
1.2. Проєкціювання точки. План.....	8
1.3. Масштаб.....	12
<b>Розділ 2. Проєкції прямих ліній</b> .....	14
2.1. Проєкціювання прямої загального положення.....	14
2.2. Закладання, підйом, нахил та інтервал прямої лінії.....	15
2.3. Градуювання прямої лінії.....	19
2.3.1. Аналітичний спосіб градуювання прямої лінії.....	19
2.3.2. Градуювання прямої способом профілю.....	21
2.3.3. Градуювання прямої способом пропорціонального ділення.....	24
2.4. Визначення натуральної величини відрізка прямої та кута її нахилу до площини нульового рівня.....	25
2.5. Прямі окремого положення.....	27
2.6. Взаємне положення двох прямих.....	28
<b>Розділ 3. Проєкції площин</b> .....	33
3.1. Задання площини на плані. Масштаби уклону площини.....	33
3.2. Пряма та точка у площині.....	42
3.3. Градуювання площини.....	46
3.4. Визначення площ укосів.....	52
<b>Розділ 4. Взаємне положення двох площин, прямої та площини</b> .....	54
4.1. Взаємне положення двох площин.....	54



4.2. Взаємне положення прямої та площини.....	65
4.3. Взаємна перпендикулярність прямої і площини та двох площин..	67
<b>Розділ 5. Проекції поверхонь.....</b>	<b>70</b>
5.1. Проекції багатогранників.....	70
5.2. Проекції кривих поверхонь.....	71
5.3. Проекції топографічної (земної) поверхні.....	78
5.4. Лінії та точки на топографічній поверхні.....	83
<b>Розділ 6. Перетин поверхні з площиною та прямою. Взаємний перетин поверхонь.....</b>	<b>88</b>
6.1. Перетин поверхні з площиною.....	88
6.2. Перетин поверхні з прямою лінією.....	99
6.3. Взаємний перетин поверхонь.....	101
6.3.1. Визначення точок нульових робіт.....	102
6.3.2. Побудова меж земляних робіт греблі.....	107
6.3.3. Побудова меж земляних робіт будівельного майданчика....	110
6.4. Основи вертикального планування.....	112
6.4.1. Метод проектних (червоних) позначок.....	112
6.4.2. Метод проектних (червоних) горизонталей.....	114
<b>Розділ 7. Тіні в проекціях з числовими позначками.....</b>	<b>122</b>
7.1. Загальні положення. Тінь від точки.....	122
7.2. Тінь від прямої лінії.....	126
<b>Питання та завдання до самоконтролю.....</b>	<b>130</b>
<b>Список літератури.....</b>	<b>134</b>



## ВСТУП

Під час проектування генеральних планів забудови територій розробляють проекти горизонтального та вертикального планування, креслення з благоустрою територій, плани земляних робіт та інші графічні матеріали, в яких міститься інформація про рельєф земної поверхні, відведеної під забудову. Проекти будівництва водогосподарських та гідротехнічних споруд (греблі, дамби, насипи, виїмки, штучні і регуляційні споруди, меліоративні канали), інженерно-будівельних споруд (котловани, будівельні майданчики, мости, тунелі, дорожні естакади тощо) також ґрунтуються на інформації про земну поверхню.

Проектування таких об'єктів, а також читання та виконання відповідних креслень потребує знань спеціального методу зображення – методу проєкцій з числовими позначками. Архітекторам, спеціалістам будівельного та водогосподарського профілю без знань цього методу неможливо якісно запроектувати об'єкти на земній поверхні.

Зазвичай в повних курсах нарисної геометрії проєкціям з числовими позначками відводиться небагато місця. Тому в посібнику теоретичні положення проілюстровані великою кількістю рисунків, розв'язано багато практичних задач з різних тем, що значно полегшує студентам задачу оволодіння методом проєкцій з числовими позначками, а також дозволяє знайти при необхідності розв'язок тієї чи іншої практичної задачі. Знання, отримані студентами під час вивчення методу проєкцій з числовими позначками, знадобляться їм при виконанні курсових та дипломних проєктів, опануванні спецдисциплінами за напрямками підготовки «Архітектура», «Будівництво», «Гідротехніка (водні ресурси)».

При підготовці матеріалів посібника розділи 1, 2, 3, 4 написано В. В. Кривцовим; розділи 5, 6, 7 – Є. В. Пугочовим.



## Розділ I. Сутність методу проєкцій з числовими позначками. Проєкції точки

### 1.1. Загальні відомості щодо методу проєкцій з числовими позначками та область його застосування

При проєктуванні водогосподарських та будівельних споруд доводиться зображувати земну (топографічну) поверхню з різними земляними об'єктами. Ці об'єкти в двох вимірах (на плані) мають розміри, які значно більші за третій розмір – по вертикалі. Застосовувати для проєктування таких об'єктів звичні ортогональні проєкції незручно. В подібних випадках використовують метод проєкцій з числовими позначками.

Сутність методу проєкцій з числовими позначками полягає в тому, що об'єкт, наприклад, ділянка земної поверхні, ортогонально проєкціюється тільки на одну, як правило, горизонтальну площину проєкцій. При цьому оберненість креслення досягається тим, що поряд з проєкціями характерних точок об'єкта проставляють числові позначки, які вказують, на скільки одиниць довжини віддалені ці точки від горизонтальної площини проєкцій.

Виникнення ідеї цього методу відносять до середньовіччя. Вже тоді багато народів, які користувалися картами з нанесеними на них морськими глибинами, вміли зображувати точку за допомогою її проєкції та позначки. Проте теоретичне обґрунтування методу отримав лише у XIX столітті завдяки французькому військовому інженеру – капітану Нуазе.

Креслення в проєкціях з числовими позначками побудовані на одній площині проєкцій (на одній картині), тому їх часто називають однокартинними.

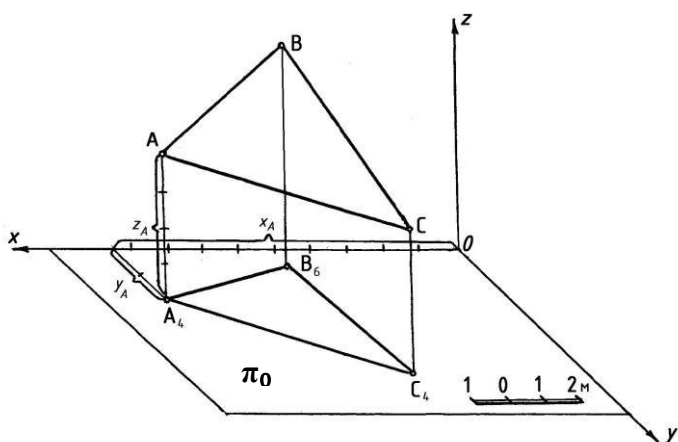


Рис. 1.1. До пояснення сутності методу проєкцій з числовими позначками

Пояснимо суть методу на такому графічному прикладі (рис. 1.1). Нехай трикутник  $ABC$  ( $\Delta ABC$ ) є частиною площини земляного укосу. Ортогонально проєкціюємо  $\Delta ABC$  на горизонтальну площину проєкцій  $\pi_0$ , яку в проєкціях з числовими позначками називають основною площиною або

площиною нульового рівня. Для цього через вершини  $\Delta ABC$  проводимо перпендикулярно до  $\pi_0$  прямі, в перетині яких з  $\pi_0$  одержимо точки  $A_4, B_6, C_4$  –



проекції вершин  $\Delta ABC$ . З'єднавши точки  $A_4, B_6, C_4$  відрізками прямих ліній, одержимо ортогональну проекцію  $\Delta ABC$  на площині  $\pi_0$ .

Для визначення положення точок  $A, B$  та  $C$  відносно основної площини  $\Delta ABC$  та площину  $\pi_0$  віднесемо до просторової прямокутної системи координат  $Oxyz$ , розташованої таким чином, щоб дві осі координат  $Ox$  та  $Oy$  знаходились в основній площині  $\pi_0$ .

Положення точок  $A_4, B_6$  та  $C_4$  на основній площині  $\pi_0$  визначається двома координатами –  $x$  та  $y$ . Наприклад, координати  $x, y$  точки  $A$  з урахуванням вибраної масштабної одиниці, наведеної на рис. 1.1, мають такі значення:  $x_A = 9,5; y_A = 2$ . Це записується таким чином:  $A_4 (9,5; 2)$ . Проте за двома координатами точки об'єкта або за однією її проекцією неможливо визначити положення точки в просторі.

Для визначення положення точок об'єкта в просторі необхідно знати величини їх третьої координати – координати  $z$  або мати другу ортогональну проекцію об'єкта. Маючи координати  $x, y, z$  точок  $A, B$  та  $C$ , можна визначити їх положення, а, отже, і положення  $\Delta ABC$  в просторі відносно площини  $\pi_0$ . Координата  $z$  вказує на відстань точок об'єкта до горизонтальної площини  $\pi_0$ , тобто визначає висоти точок.

Оскільки в проекціях з числовими позначками об'єкт проекціюється тільки на одну площину проекцій, то другу (фронтальну) проекцію, яка дозволила б визначити координату  $z$  (її не вистачає для оберненості креслення), не будують, а замінюють числами (числовими позначками), що показують висоти точок відносно площини проекцій  $\pi_0$ . Числові позначки (відмітки) проставляють у вигляді індексу справа внизу від позначення горизонтальних проекцій точок об'єкта. Зазначимо, що слово «відмітка» часто вживається замість терміну «числова позначка».

На рис. 1.1 координати  $z$  точок  $A, B$  та  $C$  :  $z_A = 4, z_B = 5, z_C = 4$ . Таким чином, позначення  $A_4$  означає, що точка  $A$  знаходиться від основної площини  $\pi_0$  на відстані, що дорівнює 4 одиницям вибраного масштабу.

Очевидно, що при доповненні горизонтальних проекцій точок об'єкта їх числовими позначками, креслення стає оберненим, тобто дає можливість визначити положення будь-якої точки об'єкта відносно площини проекцій або відносно іншої точки об'єкта.

У геодезії за допомогою методу проекцій з числовими позначками зображають рельєф місцевості, що дозволяє виконувати інженерно-геодезичну розвідку і розбивку споруд, а в гірництві та геології – вирішувати різноманітні метричні задачі. Цей метод використовують також для зображення і проектування на земній поверхні різних меліоративних та гідротехнічних

споруд (греблі, дамби, насипи, виїмки, штучні і регуляційні споруди, меліоративні канали) та інженерно-будівельних споруд (котловани, будівельні майданчики, мости, тунелі, дорожні естакади). В архітектурі метод проєкцій з числовими позначками використовують для розробки креслень генплану, а саме, креслень організації рельєфу.

Основні переваги методу проєкцій з числовими позначками: простота в побудові зображення об'єкта (найбільш простий метод проєктування – ортогональне проєкціювання об'єкта тільки на одну площину проєкцій); зручність у визначенні висотних розмірів об'єкта, поданих у вигляді числових відміток його характерних точок, і відносна простота розв'язування метричних задач. До недоліків слід віднести недостатню наочність зображення, а також необхідність у деяких випадках доповнювати основне зображення вертикальними перерізами (так званими профілями).

## 1.2. Проекціювання точки. План

В параграфі 1.1 наведені загальні відомості про метод проєкцій з числовими позначками та область його застосування. Розглянемо більш детально суть методу проєкцій з числовими позначками на прикладі проєкціювання точки.

**Задача.** Побудувати прямокутні ізометричні проєкції точок в масштабі 1:100 за їх координатами в метрах:  $A(2, 1, 3)$ ,  $C(1, 2, 0)$ .

**Розв'язування (рис. 1.2):**

Прямокутну ізометрію точки за її координатами будемо способом «координатної ламаної».

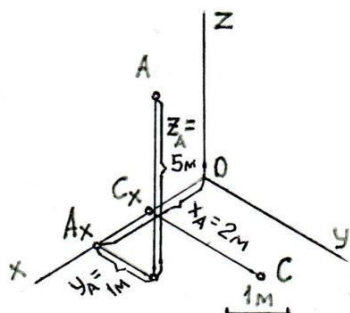


Рис. 1.2. Побудова прямокутних ізометричних проєкцій точок за їх координатами

Для побудови прямокутної ізометрії точки  $A$ .

1. Від точки  $O$  по осі  $x$  відкладаємо відрізок  $OA_x = 2 \text{ м}$ .

2. З точки  $A_x$  проводимо пряму паралельно осі  $y$  і відкладаємо відрізок, що чисельно дорівнює координаті  $y$  точки  $A$ , тобто  $1 \text{ м}$ .

3. Від кінця відрізка проводимо пряму, паралельно осі  $z$ , і відкладаємо відрізок, що чисельно дорівнює координаті  $z$  точки  $A$ , тобто  $3 \text{ м}$ , і фіксуємо точку  $A$ .

Побудову прямокутної ізометрії точки  $C$  виконуємо аналогічно. Проте, враховуючи, що



координата  $z$  цієї точки дорівнює  $0$ , вертикальну пряму не проводимо, а точку  $C$  фіксуємо, провівши тільки два відрізка координатної ламаної: по осі  $x - OC = 1 \text{ м}$  і паралельно осі  $y - C_x C = 2 \text{ м}$ .

Через осі  $x$  і  $y$ , які розміщені горизонтально (рис. 1.3), проводимо горизонтальну площину нульового рівня  $\pi_0$ . Далі фіксуємо на  $\pi_0$  горизонтальні проекції  $A'$  і  $C'$  точок  $A$  і  $C$ . Оскільки точка  $C$  лежить в горизонтальній площині  $\pi_0$ , то її горизонтальна проекція збігається із самою точкою ( $C \equiv C'$ ).

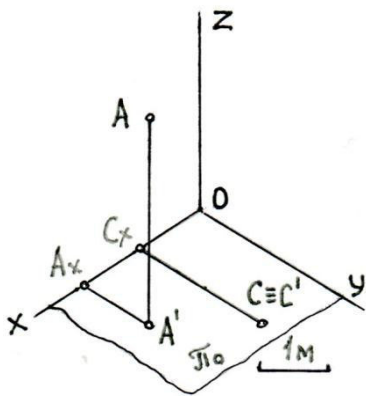


Рис. 1.3. Позначення на площині нульового рівня  $\pi_0$  горизонтальних проекцій точок

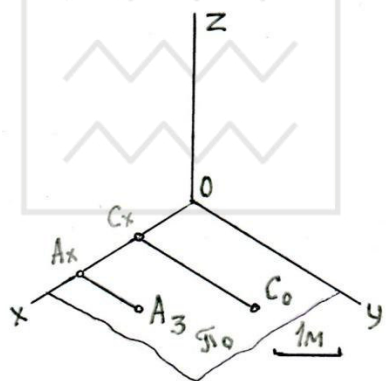


Рис. 1.4. Позначення числових позначок поруч з горизонтальними проекціями

В проекціях з числовими позначками проектування здійснюється на одну горизонтально розміщену площину  $\pi_0$ , що дозволяє визначити тільки дві координати точок  $A$  і  $C$  – це координати  $x$  і  $y$ . Для того, щоб креслення в проекціях з числовими позначками було оберненим, потрібно мати значення третьої відсутньої координати  $z$ . Її відсутність на кресленні (рис. 1.3) компенсується тим, що поруч з горизонтальною проекцією точок проставляють числа – числові позначки, які вказують на скільки одиниць довжини віддалені точки від горизонтальної площини  $\pi_0$  (висоти точок відносно  $\pi_0$ ), тобто по суті фіксуються у вигляді числових позначок координати  $z$  цих точок.

Оскільки всі проекції точок об'єкта на площину  $\pi_0$  є горизонтальними, то коли позначають горизонтальні проекції точок. «штрих» не ставлять (рис. 1.4).

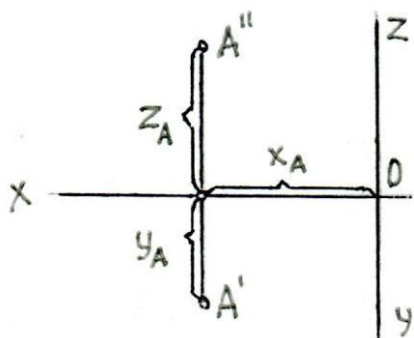


Рис. 1.5. Визначення координат точок за їх двома проекціями

Відмінність між звичайним комплексним кресленням і кресленням в проекціях з числовими позначками можна побачити, розглянувши рис. 1.5 і 1.6. На рис. 1.5 зображено класичний епюр точки  $A$  в системі трьох площин проекцій. Дві проекції  $A'$  і  $A''$  точки  $A$  дозволяють на епюрі визначити всі три координати точки, тобто положення точки  $A$  в просторі відносно  $\pi_1$  і  $\pi_2$ . В проекціях з числовими позначками маємо тільки горизонтальну проекцію точки (рис. 1.6), тобто за таким кресленням можемо

визначити тільки дві з трьох координат точки – координати  $x$  і  $y$ . Відсутню

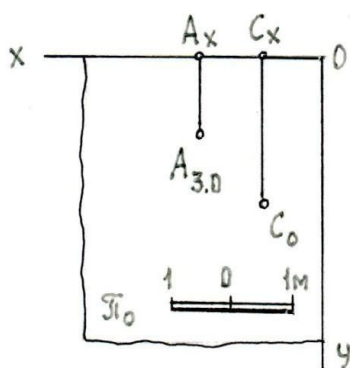


Рис. 1.6. Визначення двох координат точки за її однією проекцією

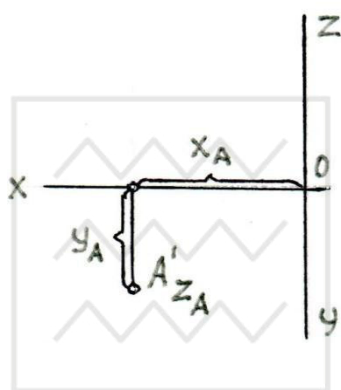


Рис. 1.7. План або креслення в проекціях з числовими позначками

осями координат, на рис. 1.10 – без осей (їх, як правило, не показують).

Взагалі проекції точок, що лежать над площиною  $\pi_0$ , мають додатні числові позначки, під площиною  $\pi_0$  – від'ємні (перед числовою відміткою ставиться знак "-"), а ті, що лежать в площині  $\pi_0$ , – нуль.

координату  $z$  замінює числова позначка, що чисельно дорівнює координаті  $z$  і проставляється у вигляді індексу справа внизу від горизонтальних проєкцій точок об'єкта, тобто на рис. 1.6 індекс  $z_A$  – це аналог числової позначки точки. Креслення (рис. 1.6) стає оберненим, а числове значення координати  $z$  фіксується числовою позначкою. Площину  $\pi_0$  разом з розміщеними на ній проєкціями точок сумістимо з площиною креслення. Отримане креслення (рис. 1.7) називають планом або кресленням в проекціях з числовими позначками.

Ортогональні проекції точок можуть і не мати літерних позначень. Тоді поряд з проекціями точок проставляються тільки їх числові позначки.

Числові позначки можуть бути як додатними, так і від'ємними. Це ілюструє рис. 1.8, де побудовані прямокутні ізометричні проекції точок з урахуванням одиниці масштабу за заданими координатами точок

$A(3, 2, 3)$ ,  $C(2, 3, 0)$ ,  $B(4, 3, -3)$ . На рис. 1.9 показано зображення тих же точок на плані з відповідними

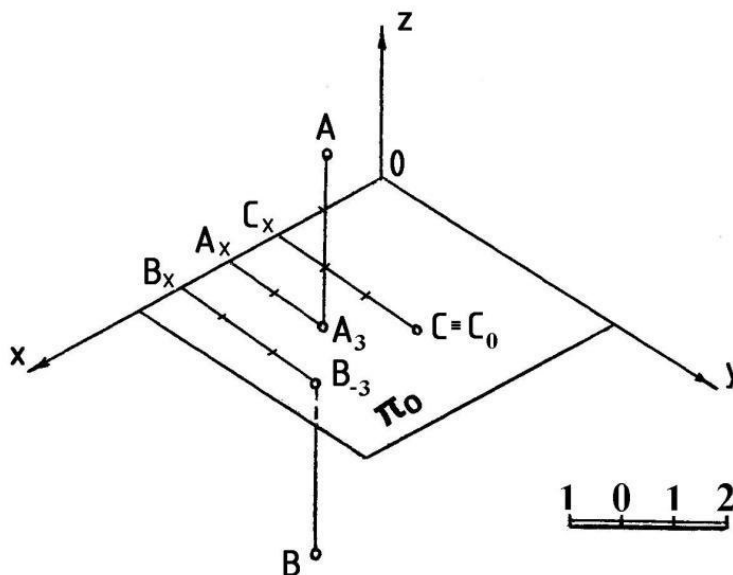


Рис. 1.8. Позначення на площині нульового рівня  $\pi_0$  горизонтальних проєкцій точок

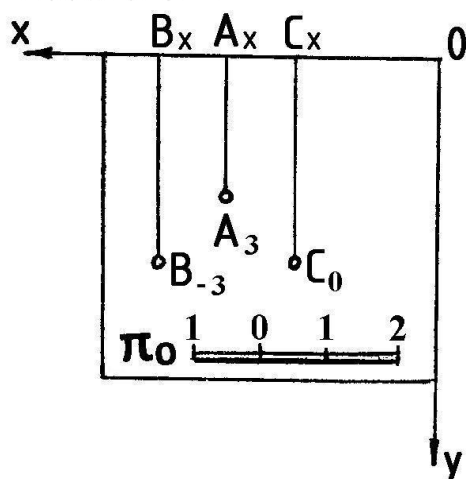


Рис. 1.9. Проекції точок з додатними та від'ємними числовими позначками

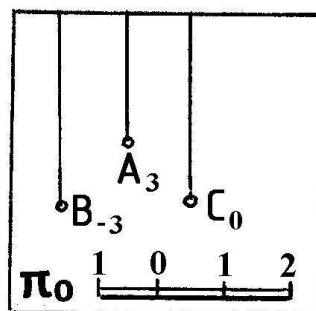


Рис. 1.10. Проекції точок на плані без координатних осей

На території колишнього Радянського Союзу при зображенні рельєфу земної поверхні висоти її точок вимірювались від нуля Кронштадського футштока (риска на мідній дошці, встановлений у гранітному стояку моста через Обвідний канал у Кронштадті). Так визначаються абсолютні висоти точок. Проте найчастіше вдаються до вимірювання умовних висот точок відносно довільно розташованої горизонтальної площини, яку приймають за основну площину (площину нульового рівня). Наприклад, при розробленні архітектурно-будівельних креслень площину нульового рівня умовно розташовують на рівні підлоги першого поверху будинку.

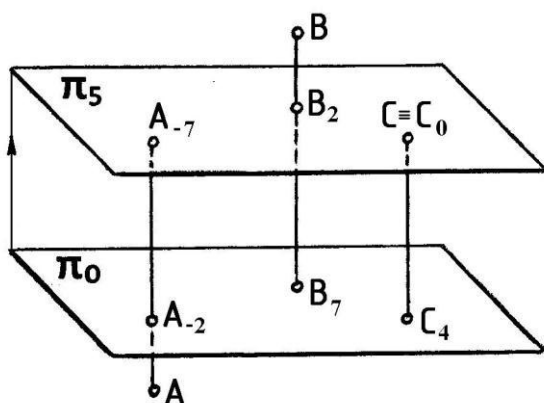


Рис. 1.11. Проекції точок на площині  $\pi_0$  і площині  $\pi_5$ , розміщеної вище площини  $\pi_0$  на 5 масштабних одиниць

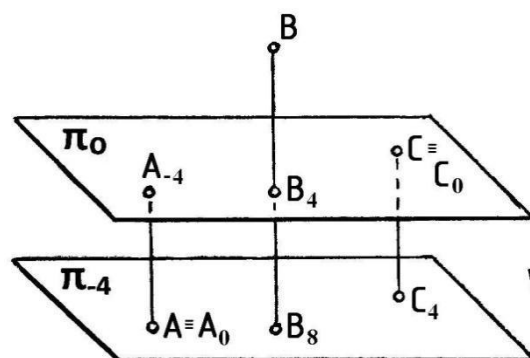


Рис. 1.12. Проекції точок на площині  $\pi_0$  і площині  $\pi_{-4}$ , розміщеної нижче площини  $\pi_0$  на 4 масштабні одиниці

На практиці часто буває зручно перейти від одної основної площини проєкцій до іншої, їй паралельної і розташованої вище (нижче) вибраної основної площини. При цьому положення проєкцій не змінюється, а

змінюються на величину переміщення основної площини лише їх числові позначки.

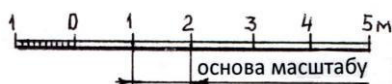
Наприклад, якщо нова основна площина  $\pi_5$  розташована вище (рис. 1.11) площини  $\pi_0$  на 5 масштабних одиниць, то додатні і від'ємні числові відмітки усіх точок зменшаться на 5 одиниць. Якщо нова основна площина проєкцій  $\pi_{-4}$  розташована нижче (рис. 1.12) основної площини  $\pi_0$ , наприклад, на 4 одиниці, то додатні і від'ємні числові відмітки усіх точок збільшаться на 4 одиниці. Нову основну площину позначають буквою  $\pi$  з відповідним індексом:  $\pi_5$ ,  $\pi_{-4}$  (рис. 1.11, 1.12). Така заміна основних площин застосовується, наприклад, при переході від умовних числових позначок до абсолютних і навпаки.

### 1.3. Масштаб

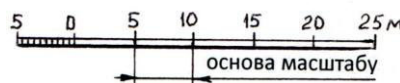
Особливістю креслень в проєкціях з числовими позначками є те, що розміри на них, як правило, не проставляють. Відсутність розмірів замінюють нанесенням масштабу, в якому виконане креслення. Тому неодмінною умовою будь-якого креслення, виконаного в проєкціях з числовими позначками, є наявність на ньому масштабу – числового або лінійного.

Масштабом називається відношення довжини лінії на плані до відповідної довжини проєкції цієї лінії на місцевості, наприклад, на ділянці земної поверхні. Це абстрактне число – правильний дріб.

Для зручності користування і порівняння всі масштаби мають однаковий вигляд: чисельником дробу завжди є одиниця, а знаменник при цьому безпосередньо виражає ступінь зменшення. Такий масштаб називається числовим, наприклад: 1/100 (1:100); 1/200 (1:200) 1/500 (1:500); 1/1000 (1:1000) тощо. Числовий масштаб дає загальну характеристику ступеня зменшення



**Рис. 1.13. Лінійний масштаб, що відповідає числовому 1:100**



**Рис. 1.14. Лінійний масштаб, що відповідає числовому 1:500**

і не завжди зручний для практичних цілей.

Для побудови планів або визначення довжини відрізків, узятих з плану, використовують лінійний масштаб, який наносять на плані у вигляді масштабної шкали (рис. 1.13).



Зображений на рис. 1.13 лінійний масштаб відповідає числовому 1:100, а на рис. 1.14 – масштабу 1:500. Основа лінійного масштабу – це відрізок довжиною 10 мм (рис. 1.13, 1.14). Основу масштабу, розміщену ліворуч від нульової точки, як правило, ділять на десять рівних частин, кожна з яких відповідає 0,1 м на місцевості для масштабу 1:100 (рис. 1.13) або 0,5 м для масштабу 1:500 (рис. 1.14). Це дає змогу робити вимірювання на плані з точністю до 0,1 м (масштаб 1:100), або з точністю 0,5 м (масштаб 1:500).





## Розділ 2. Проекції прямих ліній

### 2.1. Проекціювання прямої загального положення

Спроеціюємо дві довільні точки  $A$  та  $B$  даної прямої  $n$  (рис. 2.1) на основну площину  $\pi_0$ . Причому висоти точок  $A$  та  $B$ , відповідно, дорівнюють 2,5 та 5,4 м. Поряд з горизонтальними проекціями точок  $A$  та  $B$  проставимо їх числові позначки, що дорівнюють висотам цих точок. Пряма, проведена через точки  $A_{2,5}$  та  $B_{5,4}$ , буде проекцією тільки однієї прямої в просторі.

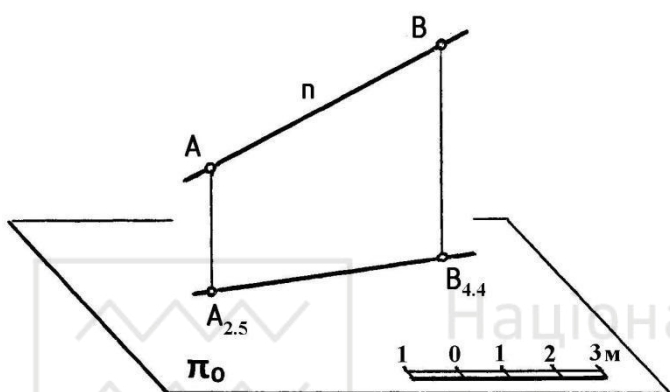


Рис. 2.1. Проекціювання прямої  $n$  на площину  $\pi_0$

Дійсно, якщо не вказати числові позначки 2.5 і 4.4 точок  $A$  і  $B$  прямої  $n$ , то її горизонтальна проекція може бути проекцією безлічі прямих, наприклад прямих  $a$  і  $b$  (рис. 2.2), що розміщені в вертикальній площині  $\Delta$ , яка проходить через пряму  $n$ . Для неї горизонтальна проекція прямої  $n$  є горизонтальним слідом (слідом – проекцією).

Отже, в проекціях з

числовими позначками пряма загального положення може бути задана проекціями будь-яких двох її незбіжних (нетотожних) точок з обов'язковим вказуванням їх числових позначок (рис. 2.3).

У горизонтальній прямої числові позначки будь-яких двох її точок однакові, тому таку пряму можна зобразити на плані горизонтальною проекцією із зазначенням числової позначки прямої. На рис 2.4 на плані зображена горизонтальна пряма, що має числову позначку 17.

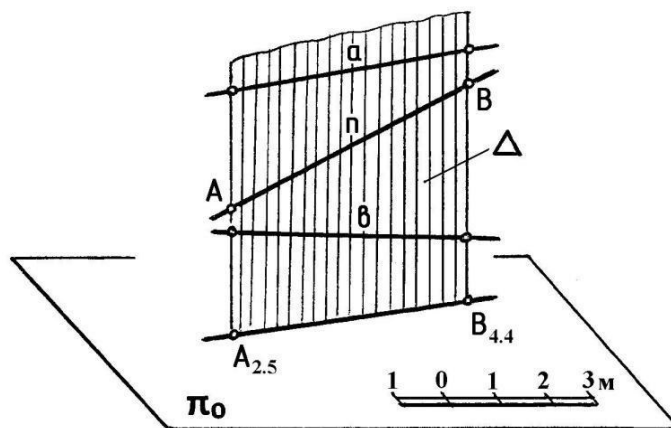


Рис. 2.2. Проекціювання прямих, що лежать в одній вертикальній площині  $\Delta$

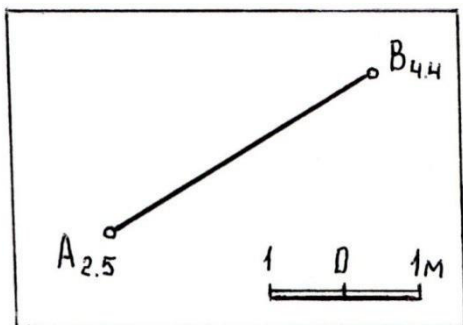


Рис. 2.3. Зображення прямої загального положення

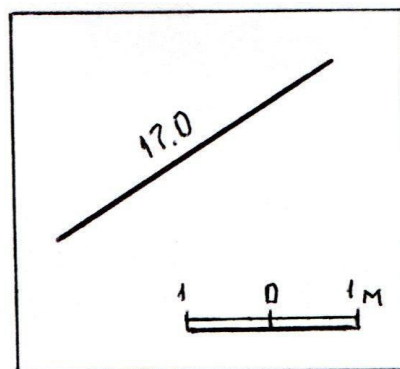


Рис. 2.4. Зображення горизонтальної прямої

Прямі на плані можуть бути задані також іншими способами.

## 2.2. Закладання, підйом, нахил та інтервал прямої лінії

При розв'язанні багатьох задач у проекціях з числовими позначками використовують такі поняття та визначення: закладання, підйом, нахил та інтервал прямої. Для їх з'ясування розглянемо рис. 2.5, де показані наочне зображення прямої  $AB$  та її проекції на площині нульового рівня  $\pi_0$ . Пряма в просторі побудована за її проекцією. Точка  $A$  прямої  $AB$  віддалена від площини  $\pi_0$  на  $2,5$  м, а точка  $B$  – на  $4,4$  м.

В проекціях з числовими позначками довжина горизонтальної проекції відрізка прямої на площині нульового рівня називається **закладанням** цього відрізка і позначається буквою  $L$  (рис. 2.5).

Різниця числових позначок точок-кінців відрізка прямої називається **підйомом** або **перевищенням** цього відрізка прямої і позначається буквою  $h$  (рис. 2.5). Для відрізка  $AB$  прямої  $h = 4,4 - 2,5 = 1,9$  м.

**Нахилом** або **уклоном** прямої  $i$  називається відношення підйому будь-якого відрізка прямої до його закладання:  $i = \frac{h}{L}$ .

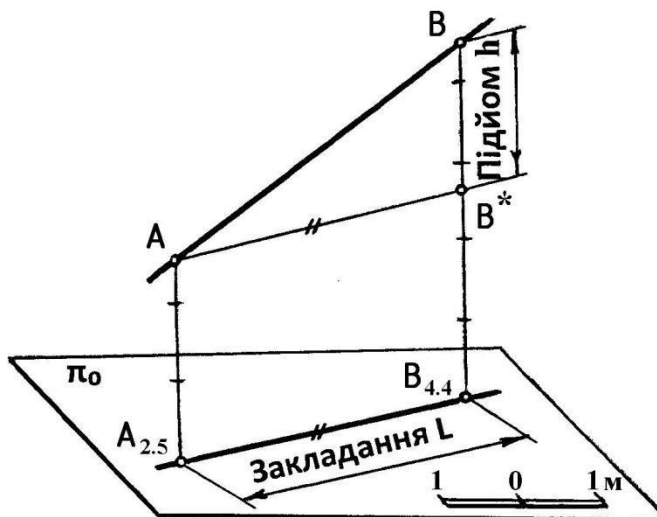


Рис. 2.5. До визначення підйому та закладання відрізка прямої



Оскільки кут  $\alpha$ , утворений прямою і її проекцією на основну площину  $\pi_0$ , є кутом нахилу прямої до площини  $\pi_0$  (рис. 2.6), то нахил прямої дорівнює тангенсу кута  $\alpha$ :  $i = \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{L}$ .

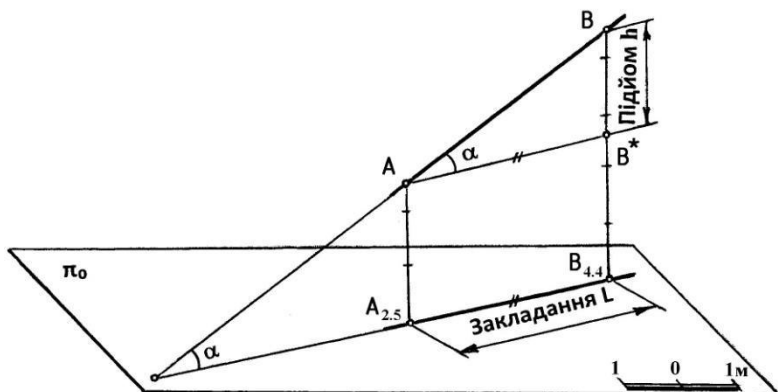


Рис. 2.6. До визначення нахилу прямої з використанням кута нахилу  $\alpha$

Таким чином, щоб знайти нахил прямої, потрібно на цій прямій взяти відрізок, визначити його підйом та закладання, поділити ці величини одна на одну. Отримане відношення дасть нахил прямої.

Нахил прямої задається в десяткових дробах або у вигляді

відношення  $1:k$ , де  $k$  – будь-яке додатне число.

Потрібно вміти визначити нахил заданої на плані прямої, а також будувати на плані пряму із заданим нахилом. Наприклад, на рис. 2.7 задана пряма  $AB$ , нахил якої потрібно визначити.

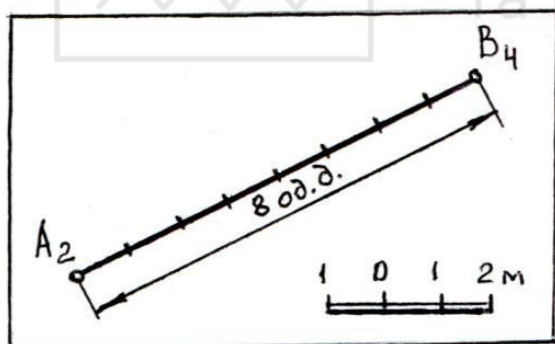


Рис. 2.7. До визначення нахилу прямої

Підйом відрізка  $AB$  цієї прямої  $h = 4 - 2 = 2$  м. Його закладання  $L$  дорівнює 8 м (визначається вимірюванням довжини горизонтальної проекції відрізка  $AB$ ). Тоді нахил прямої  $i = h : L = 2 : 8 = 1:4$ . Тобто нахил прямої  $AB$  в десяткових дробах дорівнює  $i = 0,25$ , а у вигляді відношення  $1:k - i = 1:4$ .

Щоб краще уявити, що означає нахил прямої  $1:4$ , треба побудувати прямокутний трикутник (рис. 2.8), у якого вертикально розміщений катет дорівнює одиниці довжини, а горизонтально розміщений – 4 одиницям довжини. Тоді гіпотенуза цього трикутника, тобто дана пряма, буде мати нахил до горизонтальної площини проєкцій  $1:4$ , (горизонтальний катет  $AC$  дорівнює довжині горизонтальної проєкції відрізка прямої  $AB$ , а вертикальний катет  $BC$  чисельно дорівнює підйому відрізка

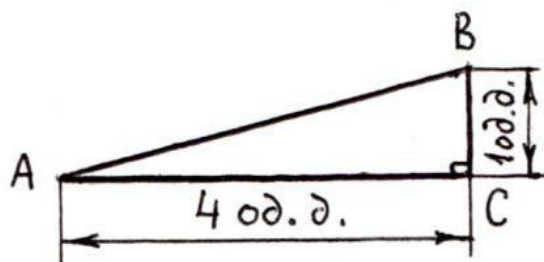


Рис. 2.8. Наочне зображення нахилу  $(1:4)$  прямої  $AB$



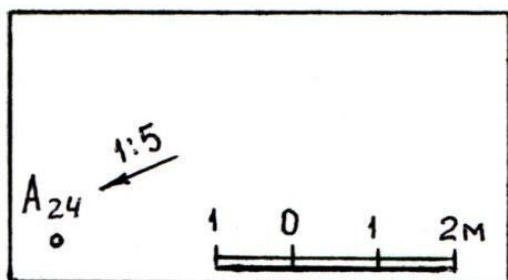


Рис. 2.9. До побудови через точку  $A_{24}$  прямої з нахилом  $1:5$

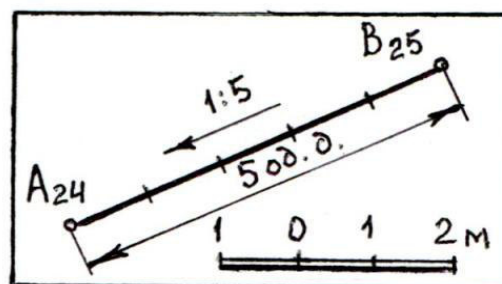


Рис. 2.10. Розв'язок задачі з початковою умовою, наведеною на рис. 2.9

Нехай потрібно через точку  $A_{24}$  провести горизонтальну проекцію прямої  $AB$ , що має нахил  $1:5$ , в напрямі, заданому стрілкою (рис. 2.9).

Розв'язок цієї задачі наведено на рис. 2.10. Стрілка завжди спрямована в бік точок прямої з меншою числовою позначкою і паралельна до горизонтальної проекції прямої. Тому з точки  $A_{24}$  відкладаємо відрізок довжиною 5 одиниць довжини, паралельно напрямку, зазначеному стрілкою. В кінці відрізка фіксуємо точку  $B_{25}$ . Таким чином, відрізок  $A_{24}B_{25}$  задає пряму  $AB$ , що має нахил  $1:5$ .

Нахил вказують також в процентах (позначається «‰») або в проміле (позначається «‱»). Проміле – одна тисячна будь-якого числа, а процент – сота частина будь-якого числа, тобто проміле – це десята частина процента. Наприклад:  $1 ‰ = 0,1 ‰ = 1 : 1000 = 0.001$ ;  $10 ‰ = 1 ‰ = 1 : 100 = 0.01$ ;  $50 ‰ = 5 ‰ = 1 : 20 = 0.05$ .

Щоб перейти від задання нахилу прямої у вигляді відношення  $1:k$  до задання нахилу в процентах, потрібно відношення  $\frac{1}{k}$  помножити на  $100 ‰$ .

Наприклад, нахилу  $1:5$  відповідає  $20 ‰$  ( $\frac{1}{5} \cdot 100 ‰ = 20 ‰$ ). Навпаки, для переходу від задання нахилу в процентах до задання нахилу прямої у вигляді відношення  $1:n$  потрібно задану величину в процентах поділити на  $100 ‰$ .

Наприклад, нахилу в  $25 ‰$  відповідає нахил  $1:4$   
 $\frac{25 ‰}{100 ‰} = 25 ‰ : 100 ‰ = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} = 1:4$ .

Якщо відомий нахил прямої або кут її нахилу до основної площини, пряму загального положення в проекціях з числовими позначками можна задати горизонтальною проекцією з відміченими на ній однією точкою з числовою відміткою і нахилом прямої (рис. 2.11) або кутом її нахилу (рис. 2.12) до основної площини із зазначенням напрямку нахилу (спуску) прямої лінії.

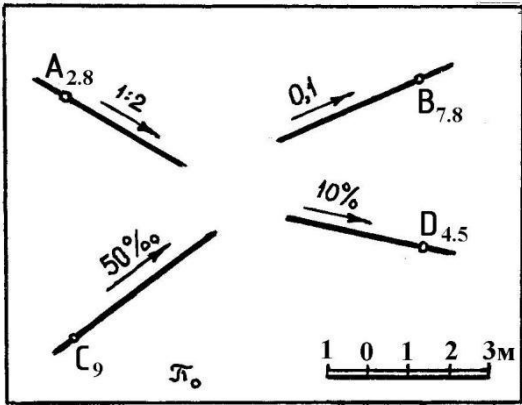


Рис. 2.11. Задання прямої точкою з числовою позначкою і нахилом прямої

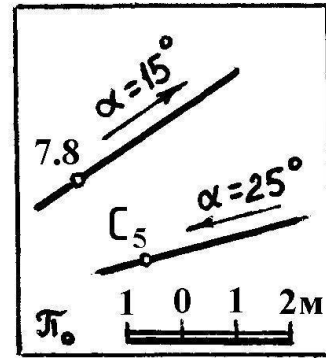


Рис. 2.12. Задання прямої точкою з числовою позначкою і кутом нахилу  $\alpha$  прямої до основної площини

Розглянемо рис. 2.13, який є видозміненим рис. 2.5. На проекціюючій вертикальній прямій  $B-B_{4.4}$  зазначимо точки, які віддалені від площини  $\pi_0$  на 3 і 4 м. Через точку 3 проведемо пряму, паралельну до  $A_{2.5}B_{4.4}$ . Ця пряма перетне пряму  $AB$  в точці  $C$ , яка віддалена від площини  $\pi_0$  на 3 м. Спроекціювавши точку  $C$  на площину  $\pi_0$ , отримаємо на горизонтальній проекції прямої  $AB$  точку  $C_{3.0}$ . Таким саме чином через

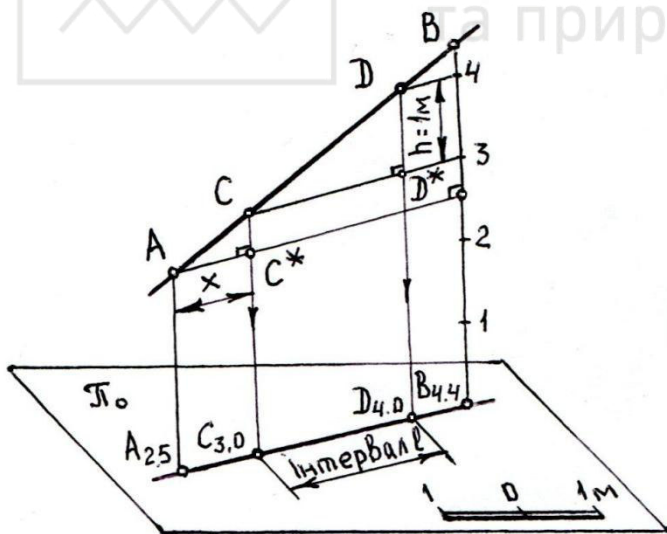


Рис. 2.13. До визначення інтервалу прямої та формули для аналітичного способу її градуювання

точку 4 проведемо пряму, паралельну до  $A_{2.5}B_{4.4}$ . Отриману точку  $D$  спроекціюємо на площину  $\pi_0$  і зазначимо на  $A_{2.5}B_{4.4}$  точку  $D_{4.0}$ .

Відрізок  $CD$  має підйом, що дорівнює 1 м ( $H_D - H_C = 4 - 3 = 1$  м).

Довжина горизонтальної проекції відрізка прямої, підйом якого дорівнює одиниці довжини, називається **інтервалом прямої** і позначається буквою  $l$  (рис. 2.13).

Інтервал прямої дорівнює відношенню довжини закладання

відрізка прямої до його підйому:  $l = k \cdot L/h$ , де  $L$  – закладання відрізка, м;  $h$  – підйом відрізка, м;  $k$  – розмірний коефіцієнт ( $k = 1$  м).

При  $h = 1$  м інтервал прямої чисельно дорівнює закладанню:  $l = L$ . Тому інше означення інтервалу прямої: довжина закладання відрізка прямої, підйом якого дорівнює одиниці довжини.



Оскільки  $i = h/L$ , а  $l = k \cdot L/h$ , то  $i = 1 : l/k$ , тобто нахил та інтервал прямої – взаємно обернені величини.

Якщо  $l = 2 м$ , то  $i = 1 : l/k = 1 : \frac{2м}{1м} = 1 : 2$ . Якщо  $i = 1 : 2$ , то  $l = 2м$  ( $l/k = 2$ , то  $l = 2 \cdot 1м = 2м$ ).

### 2.3. Градування прямої лінії

**Градування прямої** – це визначення на прямій лінії положення точок, що мають цілі числові позначки. Оскільки на планах зображують горизонтальні проекції об'єктів, то градування прямої на плані зводиться до визначення на горизонтальній проекції прямої положення проекцій її точок, що мають цілі числові позначки.

#### 2.3.1. Аналітичний спосіб градування прямої лінії

Виведемо формулу, за допомогою якої можна визначити положення точки з шуканою числовою позначкою. Для цього скористаємося рис. 2.13, де точка  $C$  з числовою позначкою  $3$  (шукана точка) віддалена від точки  $A$  з відомою числовою позначкою  $2.5$  на відстань  $x$ . На рис. 2.13 прямокутні трикутники  $ACC^*$  і  $CDD^*$  є подібними, оскільки відповідні катети трикутників паралельні між собою, а гіпотенузи лежать на одній спільній прямій. У подібних прямокутних трикутниках однакове за величиною відношення катетів, тобто  $AC^*/CC^* = CD^*/DD^*$ .

Підставляємо в зазначену пропорцію величини, взяті з рис. 2.13:  $x/h_{AC} = l/1$ , де  $h_{AC}$  – підйом відрізка  $AC$ ,  $l$  – інтервал прямої. Звідси положення шуканої точки  $C$  відносно точки  $A$  з відомою числовою позначкою визначається за формулою  $x = h_{AC} \cdot l$ .

Таким чином, відстань  $x$  від точки з шуканою числовою позначкою до точки прямої з відомою числовою позначкою визначається за формулою:

$$x = h \cdot \frac{l}{k}, \quad (2.1)$$

де  $h$  – підйом відрізка прямої між точками з шуканою і відомою числовими позначками;  $l$  – інтервал прямої;  $k = l_m$ .

**Задача.** Проградувати аналітичним способом пряму  $AB$  (рис. 2.14).

**Розв'язок (рис. 2.15).**

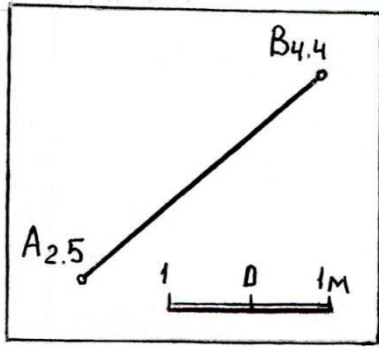


Рис. 2.14. До задачі  
градування прямої  $A_{2.5}B_{4.4}$   
аналітичним способом

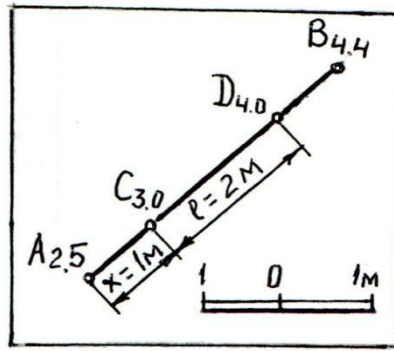


Рис. 2.15. Розв'язок задачі з  
початковою умовою,  
наведеною на рис. 2.14

1. Відстань  $x$  від точки  $C$  з числовою позначкою  $3.0$  до точки  $A$  з числовою позначкою  $2.5$  визначаємо за формулою  $x = h_{AC} \cdot l/k$ , де  $h_{AC}$  –

різниця числових позначок між точками  $C$  і  $A$  ( $h_{C,A} = 3,0 - 2,5 = 0,5$  м),

$l$  – інтервал прямої,  $k = 1$  м.

2. Визначаємо інтервал даної прямої за формулою  $l = k \cdot L_{B,A} / h_{B,A}$ , де  $k = 1$  м;  $L_{B,A}$  – закладання відрізка  $AB$ ;  $h_{B,A}$  – підйом відрізка  $AB$ . Для нашого випадку, з урахуванням масштабу, маємо:  $L_{B,A} = 3.8$  м (вимірюємо лінійкою довжину відрізка  $AB$ );  $h_{B,A} = 4,4 - 2,5 = 1,9$  м, тобто інтервал  $l$  прямої  $AB$  дорівнює:  $l = 1 \text{ м} \cdot 3.8 \text{ м} / 1.9 \text{ м} = 2 \text{ м}$ .

3. Підставляємо величину  $l$  в формулу п. 1, маємо:  $x = 0,5 \text{ м} \cdot 2 \text{ м} / 1 \text{ м} = 1 \text{ м}$ .

4. Точка  $D$  з числовою позначкою  $4.0$  розміщена від точки  $C$  з числовою позначкою  $3.0$  на відстані інтервалу  $l$ , тобто  $2$  м.

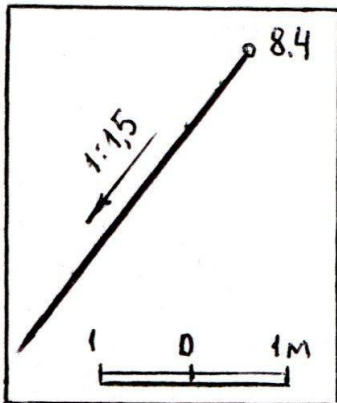


Рис. 2.16. До задачі  
градування прямої  
аналітичним способом

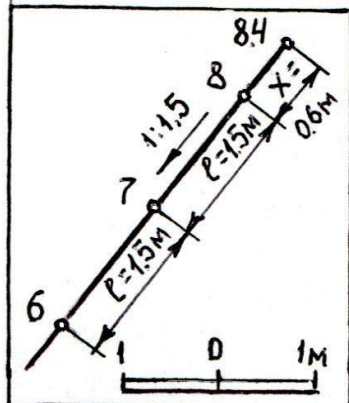


Рис. 2.17. Розв'язок задачі з  
початковою умовою,  
наведеною на рис. 2.16

**Задача.** Проградувати пряму (рис. 2.16).

**Розв'язок (рис. 2.17).**

1. Точка з числовою позначкою  $8$  розміщена від точки з числовою позначкою  $8.4$  на відстані  $x$ , що визначається за формулою  $x = h_{8,4.8} \cdot l/k$ , де  $h_{8,4.8} = 8,4 - 8 = 0,4$  м;  $l$  – інтервал прямої ( $l = 1,5$  м),  $k = 1$  м, тобто  $x = 0.4 \text{ м} \cdot 1.5 \text{ м} / 1 \text{ м} = 0.6 \text{ м}$ .

2. Точки з числовими позначками  $7$  і  $6$  розміщені від точки  $8$  і між собою на відстані інтервалу прямої  $l$ , тобто  $1,5$  м.

**Задача.** Проградувати пряму (рис. 2.18).

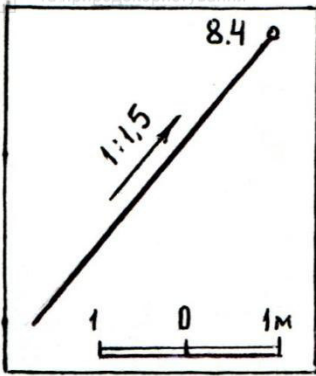


Рис. 2.18. До задачі  
градування прямої  
аналітичним способом

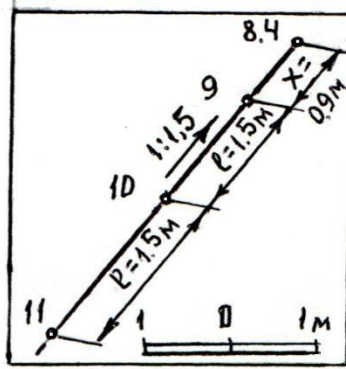


Рис. 2.19. Розв'язок задачі  
з початковою умовою,  
наведеною на рис. 2.18

### Розв'язок (рис. 2.19):

1. Оскільки стрілка направлена в бік точок з меншими числовими позначками, то найближчою від точки 8.4 буде точка з цілою числовою позначкою 9, яка розміщена від точки 8.4 на відстані  $x$ , що визначається за формулою

$$x = |8.4 - 9| \cdot 1.5 \text{ м} / 1 \text{ м} = 0,9 \text{ м}.$$

Точки з числовими позначками 10 і 11 розміщені від точки 9 і між собою на відстані інтервалу прямої  $l$ , тобто на 1,5 м.

### 2.3.2. Градування прямої способом профілю

За цим способом будують профіль прямої. В проекціях з числовими позначками під профілем розуміють ортогональну проекцію об'єкта на вертикальну площину. На рис. 2.20 пряму  $AB$  проєкціюємо на вертикальну площину  $\pi$ . Ортогональна проєкція  $\bar{A}\bar{B}$  прямої  $AB$  і буде профілем прямої  $AB$  на вертикальній площині  $\pi$ .

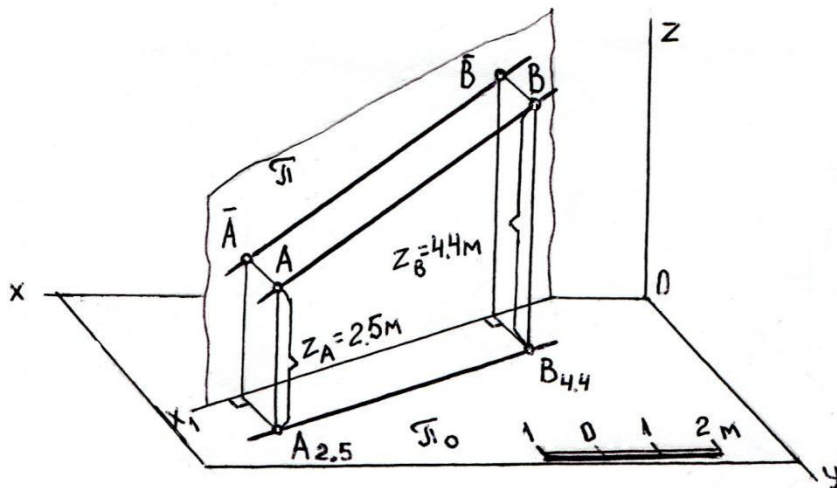


Рис. 2.20. До визначення профілю прямої

При градуванні прямої за способом профілю будують суміщений з площиною нульового рівня або з іншою горизонтальною площиною профіль прямої (рис. 2.21), причому висоти точок (координати  $z$ ) відкладають або, як правило, в масштабі плану, або з метою більш точного градування прямої

в більшому масштабі. Потім в площині  $\pi$  проводять низку паралельних прямих, розміщених одна від одної на відстані, що дорівнює одиниці масштабу, який використовують для побудови профілю. Ці прямі приймають за лінії рівня з цілочисловими відмітками. Фіксують точки перетину ліній рівня площини  $\pi$  з профілем відрізка прямої. Спроекціювавши зазначені точки профілю прямої на

проекцію прямої в площині  $\pi_0$  або в іншій горизонтальній площині, отримаємо

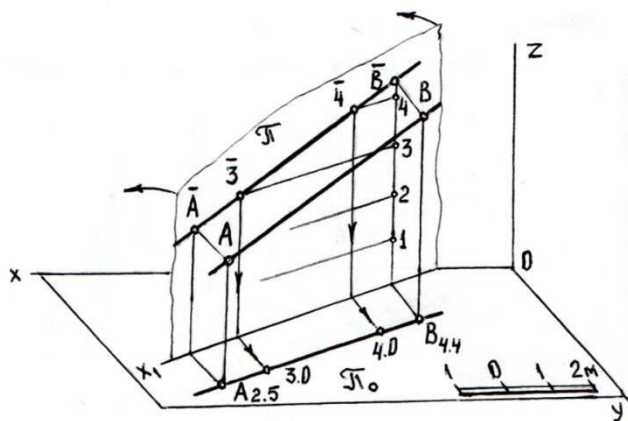


Рис. 2.21. До градуювання прямої способом профілю

на плані проекцію прямої з точками, що мають цілі числові позначки, тобто виконаємо таким чином операцію градування прямої в межах даного відрізка.

На рис. 2.21 лінії рівня з числовими позначками 3 і 4, що проведені в площині  $\pi$ , перетинають профіль  $\overline{AB}$  в точках  $\bar{3}$  і  $\bar{4}$ . Проекціюючи ці точки на  $A_{2.5}B_{4.4}$ , отримаємо на горизонтальній проекції прямої  $AB$  положення точок, що мають

значення цілих числових позначок 3 і 4.

На рис. 2.22 показано розв'язок задачі на градування відрізка  $AB$  прямої способом профілю.

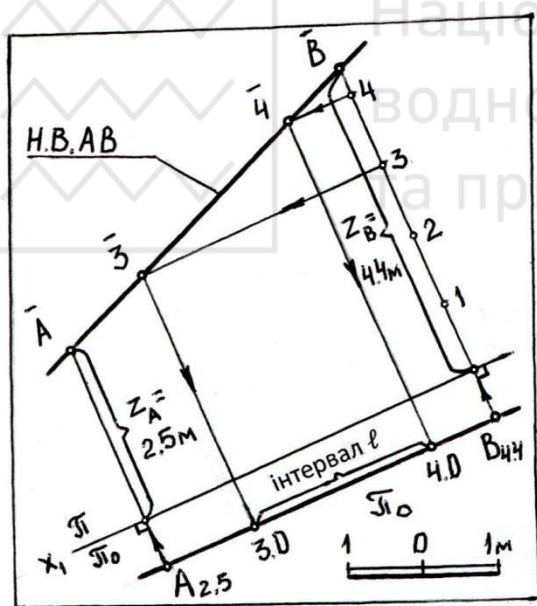


Рис. 2.22. Градування прямої  $A_{2.5}B_{4.4}$  способом профілю

1. Будуємо суміщений з площиною нульового рівня  $\pi_0$  профіль  $\overline{AB}$  відрізка прямої  $AB$ , відкладаючи від осі  $x_1$  висоти (координати  $z$ ) точок  $A$  і  $B$  в масштабі плану (в даній задачі  $x_1$  – лінію перетину вертикальної площини  $\pi$  з площиною  $\pi_0$  – проведено паралельно до  $A_{2.5}B_{4.4}$ ).

2. На прямій  $B_{4.4}\overline{B}$  позначаємо точки, що віддалені від осі  $x_1$  на відстані 1, 2, 3, 4 м.

3. Через точки 3 і 4 проводимо паралельно до осі  $x_1$  лінії рівня з числовими позначками 3 і 4.

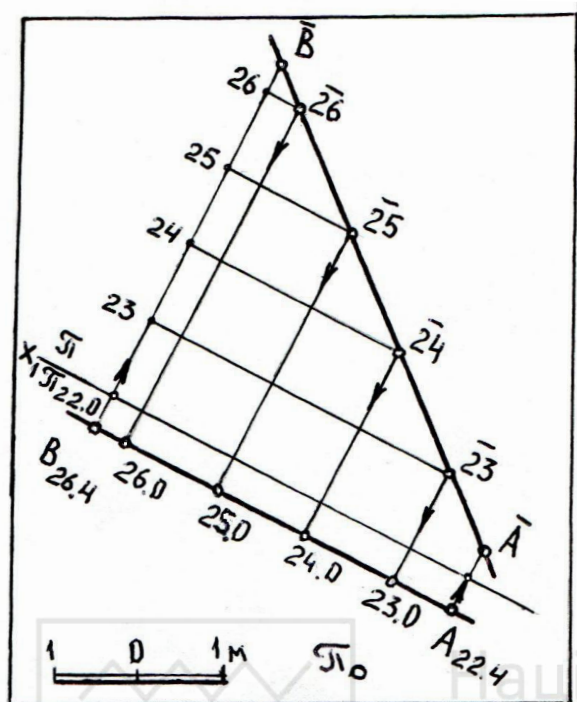
4. Фіксуємо на  $\overline{AB}$  точки  $\bar{3}$  і  $\bar{4}$  –

точки перетину ліній рівня 3 і 4 з профілем  $\overline{AB}$ ;

5. Точки  $\bar{3}$  і  $\bar{4}$  проекціюємо на горизонтальну проекцію  $A_{2.5}B_{4.4}$ , і отримуємо проекції точок прямої з числовими позначками 3.0 і 4.0. Оскільки вісь  $x_1$  паралельна горизонтальній проекції прямої ( $x_1 \parallel A_{2.5}B_{4.4}$ ), то вертикальна площина  $\pi$  розміщена паралельно прямій  $AB$ . В цьому випадку відрізок  $AB$  прямої проекціюється на площину  $\pi$  в натуральну величину.



З рис. 2.22 легко графічно (тобто без обчислень) визначити інтервал  $l$



прямої  $AB$ . Він дорівнює довжині відрізка на горизонтальній проекції прямої між точками 3.0 і 4.0, оскільки підйом цього відрізка дорівнює  $l$  м.

На рис. 2.23 проградуйований відрізок  $A_{22.4}B_{26.4}$  прямої  $AB$ . Відмінність побудов в даній задачі від побудов в попередній полягає в тому, що від осі  $x_1$  відкладають не абсолютні значення висот точок, тобто координат  $z$ , а їх відносні значення. Оскільки вісь  $x_1$  – лінія перетину площини  $\pi$  не з площиною  $\pi_0$ , а з горизонтальною площиною  $\pi_{22}$ , яка має числову позначку 22.0, то при побудові точки  $\bar{B}$  від осі  $x_1$  відкладається відрізок, рівний

Рис. 2.23. Градування прямої способом профілю з відкладанням від осі  $x_1$  відносних висот (числових позначок) точок

різниці числових позначок точки  $B$  і горизонтальної площини  $\pi_{22}$ , тобто  $26,4 - 22,0 = 4,4$  м. При побудові  $\bar{A}$  від  $x_1$  відкладається відрізок, що дорівнює  $22,4 -$

$22,0 = 0,4$  м.

Введення замість площини  $\pi_0$  площини  $\pi_{22}$  дозволяє розмістити  $\bar{AB}$  в межах креслення (плану).

З формули  $i = h/L$  для визначення нахилу прямої випливає, що при  $L = 1$  м нахил прямої чисельно дорівнює підйому, тобто  $i = h/L$ , де  $k = 1$  м. Отже, можна дати ще і таке означення нахилу: нахилом прямої називається величина підйому відрізка прямої, закладання якого дорівнює одиниці.

Таким чином, якщо на проекції прямої взяти відрізок, чисельно рівний одиниці масштабу, то підйом цього відрізка чисельно дорівнюватиме нахилу прямої. На цьому ґрунтується графічне знаходження нахилу прямої.

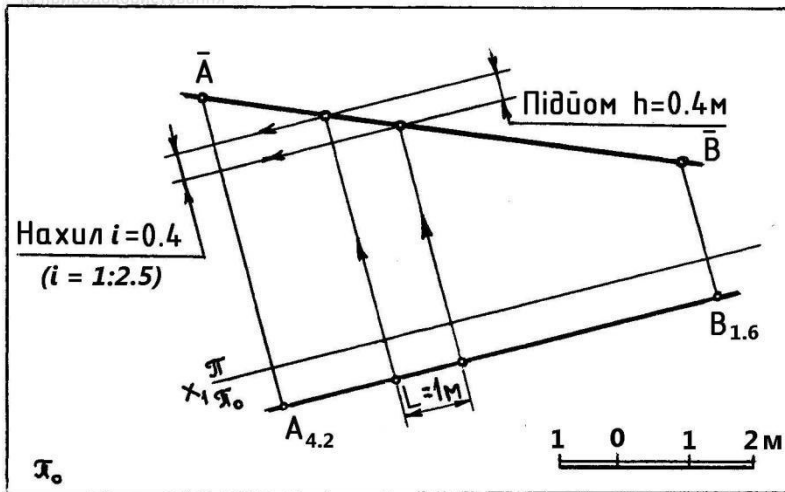


Рис. 2.24. Визначення нахилу прямої графічним способом

відрізок, закладання якого  $L = 1\text{м}$ , і знаходимо підйом  $h$  цього відрізка, який чисельно буде дорівнювати нахилу  $i$  прямої  $AB$  :  $i = h = 0,4$  або  $i = 1 : 2,5$ .

### 2.3.3. Градування прямої способом пропорційного ділення

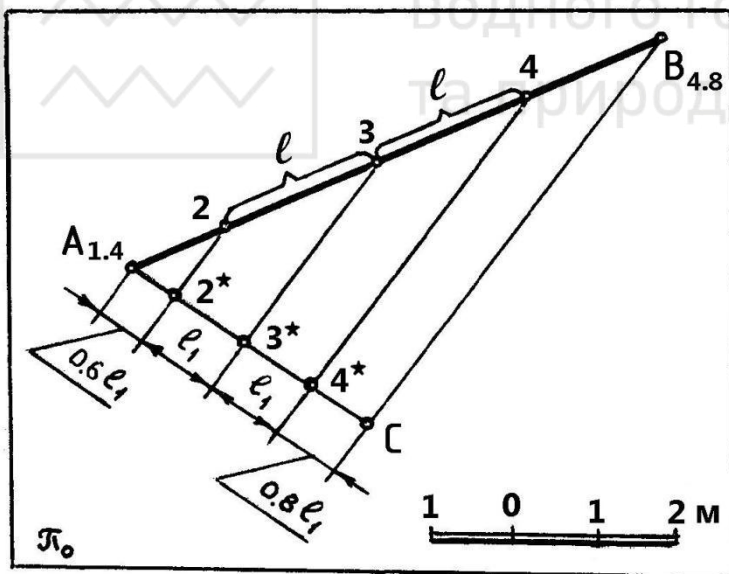


Рис. 2.25. Градування прямої способом пропорційного ділення

вимірюється підйом відрізка  $AB$ .

На прямій  $AC$  від точки  $A_{1,4}$  відкладемо відрізок, рівний  $(2 - 1,4) l_1 = 0,6l_1$ , і позначимо точку  $2^*$ , якій на прямій  $A_{1,4}B_{4,8}$  буде відповідати точка  $2$ . Точки  $3^*$ ,  $4^*$  віддалені одна від одної на відстань  $l_1$ . Їм на прямій  $A_{1,4}B_{4,8}$  буде відповідати точки  $3$  і  $4$ . На рис. 2.25  $l_1$  дорівнює одиниці масштабу плану, тобто  $l_1 = 1\text{м}$ . Точка  $C$  знаходиться від точки  $4^*$  на відстані, що дорівнює  $0,8l_1$ .

Наприклад, потрібно графічно визначити нахил прямої  $AB$ , яка зображена на плані своєю проекцією  $A_{4,2}B_{1,6}$  (рис. 2.24). Для цього будемо профіль  $\bar{A}\bar{B}$  відрізка прямої  $AB$  на вертикальну площину  $\pi$  у масштабі плану. Потім на горизонтальній проекції  $A_{4,2} B_{1,6}$  відкладаємо

Суть цього способу розглянемо на прикладі градування прямої  $AB$ , проекція якої зображена на рис. 2.25.

З одного кінця відрізка прямої (точки  $A_{1,4}$ ) проведемо допоміжну пряму в довільному напрямі, на якій відкладемо в масштабі плану або в більшому відрізок  $AC$ , рівний підйому відрізка  $AB$  :  $h = H_B - H_A = (4,8 - 1,4)l_1 = 3,4l_1$ , де  $l_1$  – одиниця масштабу, в якому





Кінцеву точку  $C$  сполучимо з точкою  $B_{4,8}$  і з кожної точки поділки (точки  $2^*$ ,  $3^*$ ,  $4^*$ ) проведемо прямі, паралельні  $CB_{4,8}$ . Ці прямі визначають в перетині з  $A_{1,4} B_{4,8}$  проекції точок прямої  $AB$ , що мають цілі числові позначки (рис. 2.25). Це дозволяє визначити також графічно і інтервал прямої  $l$ .

#### 2.4. Визначення натуральної величини відрізка прямої та кута її нахилу до площини нульового рівня

На рис. 2.21, 2.22 способом профілю визначено натуральну величину відрізка  $AB$  прямої ( $\bar{A}\bar{B} = H.V. AB$ ), де вертикальну площину  $\pi$  проведено паралельно до прямої  $AB$  ( $x_1 \parallel A_{2,5}B_{4,4}$ ). На рис. 2.23 профіль  $\bar{A}\bar{B}$  відрізка  $AB$

прямої також визначає натуральну величину відрізка  $AB$ , оскільки  $x_1 \parallel A_{2,4}B_{2,6,4}$ .

Вертикальну площину  $\pi$  можна провести і через пряму  $AB$  (рис. 2.26). В цьому випадку вісь  $x_1$  збігається з горизонтальною проекцією  $A_{1,4}B_{4,2}$  прямої  $AB$ . Тоді профіль  $\bar{A}\bar{B}$  відрізка прямої збігається з самим відрізком  $AB$  прямої, тобто визначає натуральну величину відрізка прямої, через яку проведено вертикальну площину  $\pi$ .

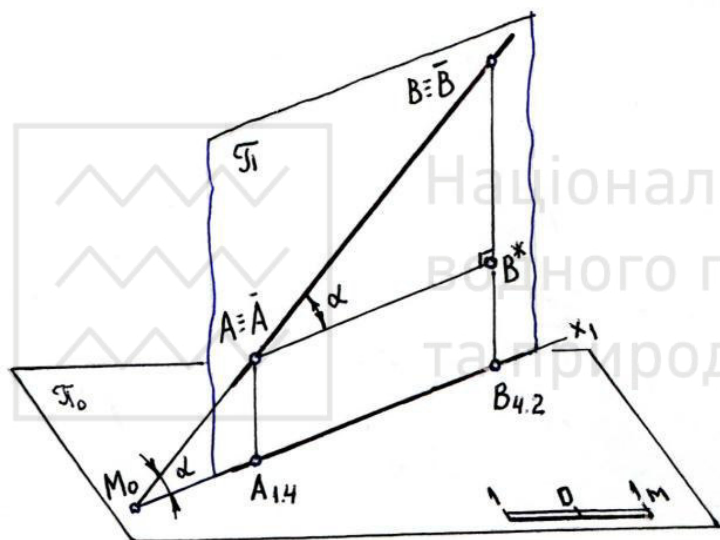
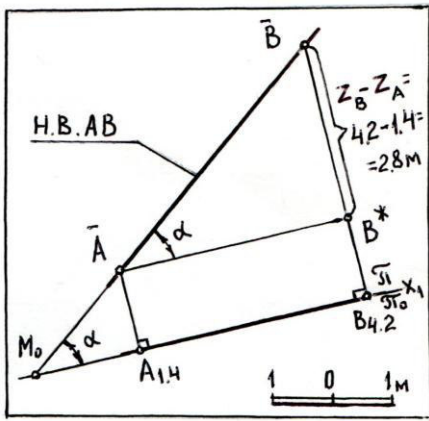


Рис. 2.26. Визначення сліду  $M_0$  та кута нахилу  $\alpha$  прямої  $AB$  до площини  $\pi_0$  (вертикальна площина  $\pi$  проходить через пряму  $AB$ )

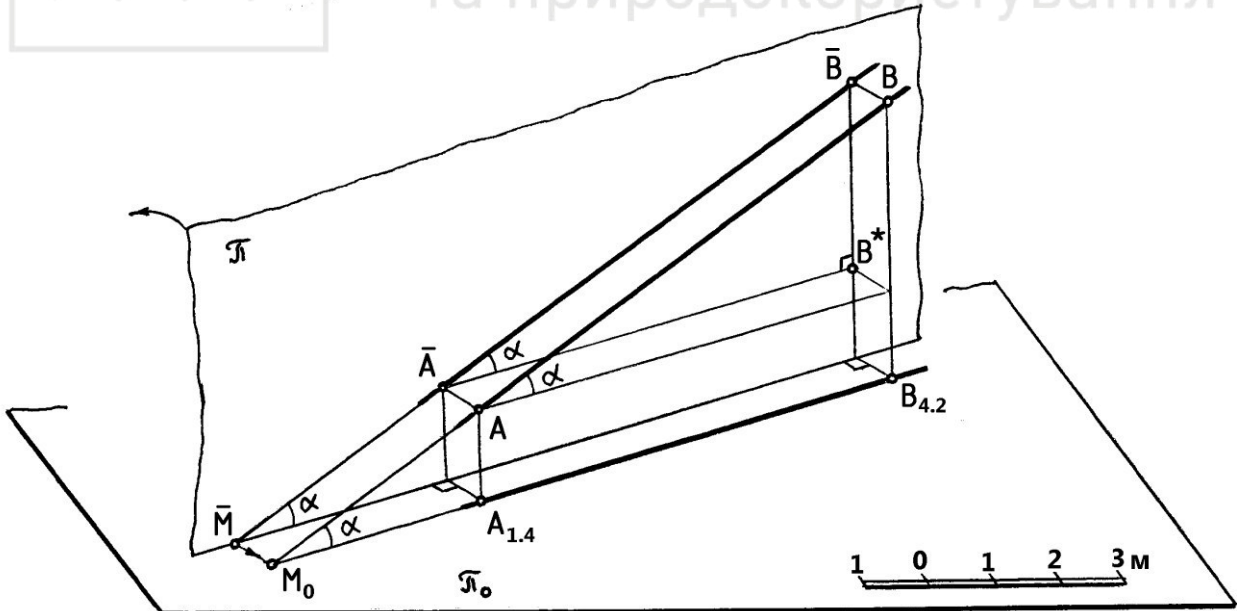
На рис. 2.26 кут  $\alpha$  між самою прямою  $AB$  і її горизонтальною проекцією  $A_{1,4}B_{4,2}$  на площині  $\pi_0$  є кутом нахилу прямої до площини нульового рівня  $\pi_0$ . Якщо в вертикальній площині  $\pi$  провести через точку  $A$  пряму  $AB^* \parallel A_{1,4}B_{4,2}$ , то кут  $BAB^* = \alpha$ .

На рис. 2.26 точка  $M_0$  – слід прямої  $AB$  – точка перетину прямої  $AB$  з площиною нульового рівня  $\pi_0$ . В точці  $M_0$  перетинаються пряма  $AB$  і її горизонтальна проекція  $A_{1,4}B_{4,2}$ . Очевидно, що числова позначка точки  $M_0$  дорівнює нулю, тобто має таку ж числову позначку, що і площина нульового рівня  $\pi_0$ . Звідси випливає інше визначення сліду прямої. Слідом прямої загального положення є точка прямої, яка має нульову числову позначку.



**Рис. 2.27. Визначення натуральної величини відрізка  $AB$  прямої, її сліду  $M_0$  та кута нахилу  $\alpha$  прямої до площини  $\pi_0$  способом профілю (вертикальна площина  $\pi$  проходить через пряму  $AB$ )**

горизонтальну проекцію  $A_{1.4}B_{4.2}$ . Отримаємо  $M_0$  – слід прямої  $AB$ , який, звичайно, повинен знаходитися на горизонтальній проекції прямої на площину  $\pi_0$ .



**Рис. 2.28. Визначення сліду  $M_0$  та кута нахилу  $\alpha$  прямої  $AB$  до площини  $\pi_0$  (вертикальна площина  $\pi$  не проходить через пряму  $AB$ )**

Натуральну величину відрізка прямої і кут нахилу прямої до площини  $\pi_0$  можна визначити і способом прямокутного трикутника, який логічно випливає із способу профілю. На рис. 2.27, 2.29 в прямокутних трикутниках  $\overline{ABB^*}$  катет

$AB^* = A_{1.4}B_{4.2}$ , тобто довжині горизонтальної проекції відрізка  $AB$ , а другий катет  $\overline{BB}^*$  – алгебраїчній різниці числових позначок кінцевих точок відрізка  $AB$  прямої. На рис. 2.30 способом прямокутного трикутника визначено

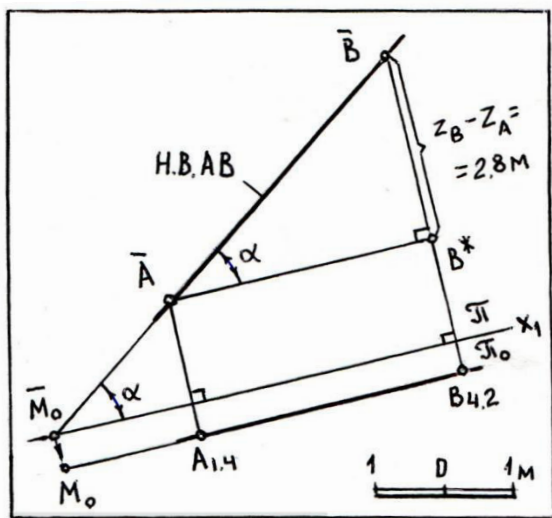


Рис. 2.29. Визначення натуральної величини відрізка  $AB$  прямої, її сліду  $M_0$  та кута нахилу  $\alpha$  до площини  $\pi_0$  способом профілю (вертикальна площина  $\pi$  не проходить через пряму  $AB$ )

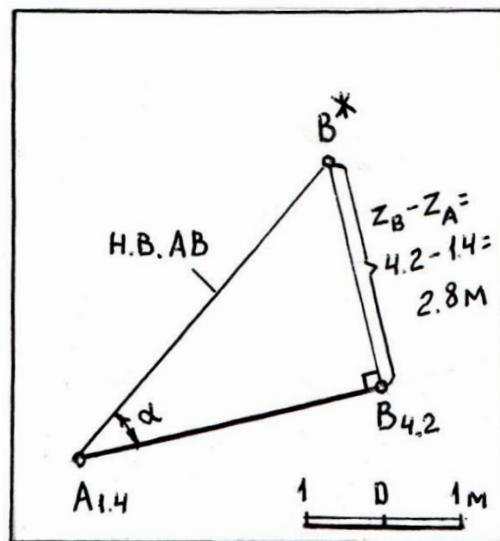


Рис. 2.30. Визначення натуральної величини відрізка  $AB$  прямої способом прямокутного трикутника

натуральну величину відрізка  $AB$  прямої за заданою горизонтальною проекцією  $A_{1.4}B_{4.2}$ . В цьому прямокутному трикутнику горизонтальна проекція  $A_{1.4}B_{4.2}$  є одним із катетів, а другий катет  $B^*B_{4.2}$  чисельно дорівнює різниці числових позначок кінцевих точок відрізка  $AB$ .

## 2.5. Прямі окремого положення

Пряма відносно основної площини може займати окреме положення: бути паралельною (горизонтальна пряма або горизонталь – це лінія рівня) або перпендикулярною (горизонтально-проекціююча пряма або вертикальна пряма) до основної площини.

На рис. 2.31 показано зображення прямих окремого положення на плані. У горизонтальній прямій числові позначки будь-яких двох точок однакові, тому горизонтальна пряма може бути задана на плані своєю проекцією і проекцією двох її точок, числові позначки яких однакові, наприклад пряма  $AB$ . Горизонтальну пряму можна позначити, вказуючи лише її числову відмітку, наприклад горизонталь з числовою відміткою 5.0.

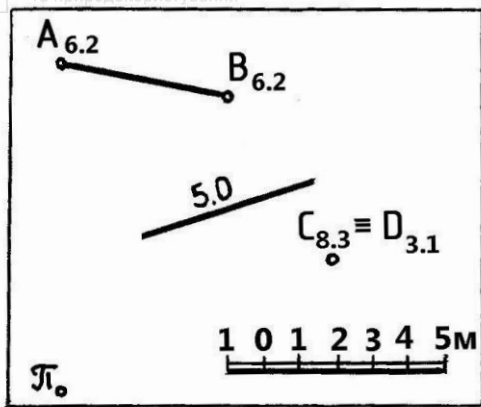


Рис. 2.31. Зображення на плані прямих окремого положення

Проекціюючу пряму на плані завжди позначають проекціями двох її нетотожних точок, які на плані збігаються (проекціюються у точку), наприклад проекціююча пряма CD.

## 2.6. Взаємне положення двох прямих

Взаємне положення прямих на плані легко визначити побудовою проекцій прямих на деяку вертикальну площину (спосіб профілю) з наступним суміщенням її з основною площиною, що зводить креслення до комплексного. Нові проекції прямих разом з проекціями з числовими позначками дозволяють встановити взаємне розміщення прямих за ознаками, які розглядаються у розділі ортогональних проекцій.

Способом профілю на рис. 2.32 виявлено, що задані прямі  $AB$  та  $CD$  паралельні:  $A_5B_1 \parallel C_7D_3$  та  $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ ; на рис. 2.33 прямі  $AB$  та  $CD$  перетинаються: точка  $K$  – точка перетину; на рис. 2.34, 2.35 прямі  $AB$  та  $CD$  мимобіжні. На рис. 2.35 через задані прямі проведено дві вертикальні площини  $\pi^1$  та  $\pi^2$  і встановлено, що точки  $M$  і  $N$ , по яких перетинаються проекції прямих  $A_5B_3$  і  $C_1D_4$ , мають різні числові позначки.

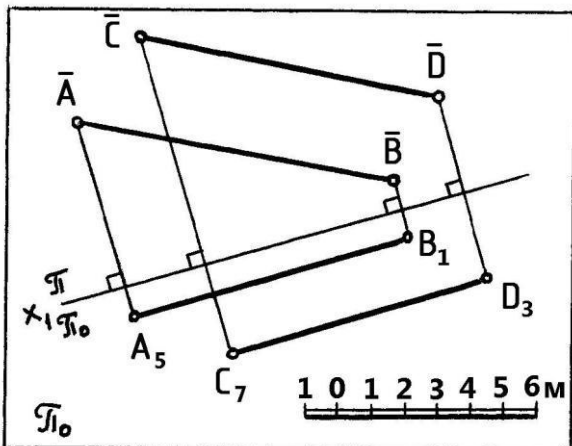


Рис. 2.32. Зображення на плані паралельних прямих (визначено способом профілю)

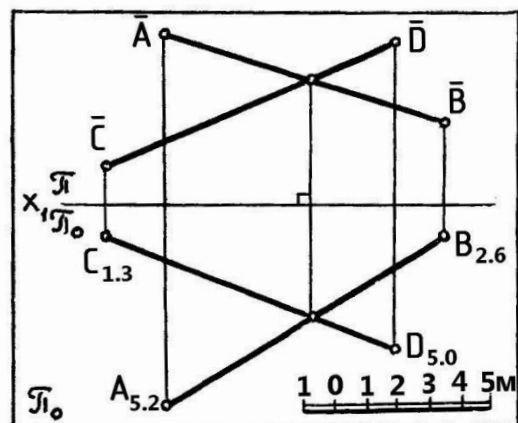


Рис. 2.33. Зображення на плані прямих, що перетинаються (визначено способом профілю)

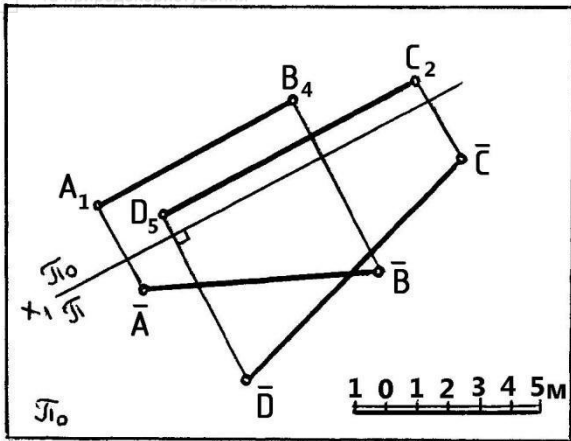


Рис. 2.34. Зображення на плані мимобіжних прямих (визначено способом профілю)

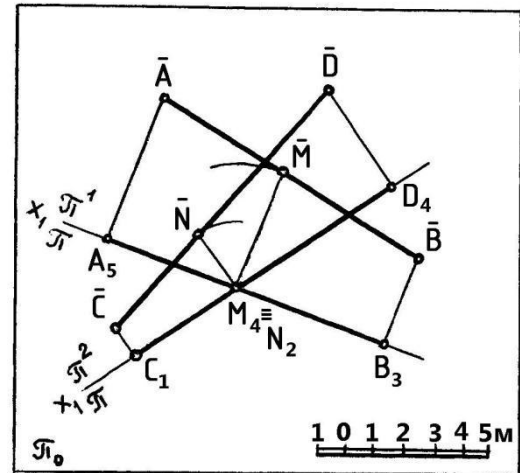


Рис. 2.35. Зображення на плані мимобіжних прямих (визначено порівнянням числових позначок точок  $M$  і  $N$ )

Взаємне положення прямих на плані можна визначати, якщо проградуювати прямі і порівняти інтервали, нахили, напрями збільшення або зменшення числових позначок точок прямої і числові позначки точок перетину прямих на плані. Цей спосіб визначення взаємного положення прямих тільки за їх проекціями на плані для методу проекцій з числовими позначками більш зручний. Розглянемо його для різних випадків взаємного положення прямих і відзначимо ознаки, характерні для цих випадків.

Ознаки паралельності двох прямих в проекціях з числовими позначками:

- взаємна паралельність проекцій прямих на основну площину;
- рівність інтервалів, нахилів або кутів нахилу прямих до основної площини;
- числові позначки точок прямих збільшуються або зменшуються в одному і тому ж напрямі.

Тільки за однією або двома з трьох ознак паралельності прямих, зображених на плані, не можна робити висновок про їх паралельність, оскільки відсутні інші ознаки паралельності цих прямих, які визначають положення прямих.

На рис. 2.36 прямі  $AB$  та  $CD$ , зображені на плані, паралельні, тому що виконуються всі три ознаки паралельності прямих в проекціях з числовими позначками:

- проекції прямих паралельні;
- інтервали рівні (попередньо прямі  $AB$  та  $CD$  була проградуйовані);
- числові позначки точок прямих зростають в одному напрямі.

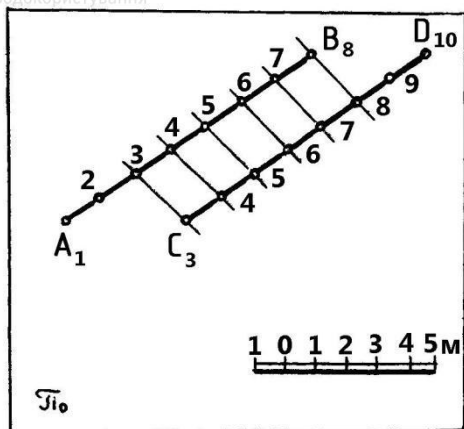


Рис. 2.36. Зображення на плані паралельних прямих (визначено за паралельністю горизонталей площини, що проходить через задані прямі)

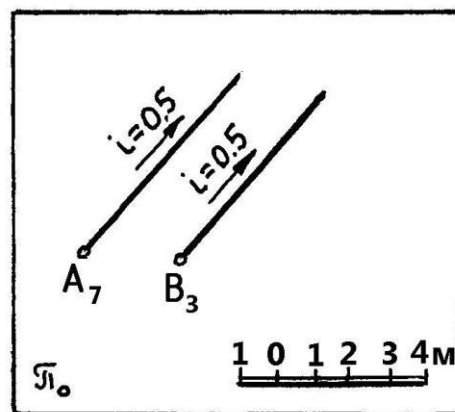


Рис. 2.37. Зображення на плані паралельних прямих (визначено за рівністю нахилу прямих та їх однаковим напрямом спуску)

Відзначимо, що прямі, які сполучають точки з однаковими числовими позначками паралельних прямих  $AB$  та  $CD$ , будуть також паралельні (на рис. 2.36 ці прямі зображені суцільними тонкими лініями), оскільки вони є горизонталлями площини, яка проходить через задані паралельні прямі  $AB$  та  $CD$ .

Паралельні прямі на плані часто задаються своїми горизонтальними проекціями з позначеною на них однією точкою з числовою позначкою, а також нахилом прямих із зазначенням напрямку спуску, які для двох прямих повинні бути однаковими. На рис. 2.37 задано дві паралельні прямі.

Якщо прямі перетинаються, то в проекціях з числовими позначками:

- їх проекції також перетинаються;
- точка перетину проекцій двох прямих має однакові числові відмітки на двох прямих.

Дотримання другої ознаки прямих, що перетинаються, можна встановити таким чином. Прямі, що перетинаються, визначають положення тільки однієї площини, а горизонталі, які проведені в цій площині, паралельні. Тому спочатку проградуємо задані прямі, а потім проведемо прямі, що з'єднують точки з однаковими числовими відмітками (горизонталі). Якщо останні паралельні, то дві задані прямі лежать в одній площині, а отже, точка перетину їх горизонтальних проекцій на плані має однакову числову відмітку як на першій, так і на другій прямій.

Показані рис. 2.38 прямі  $AB$  та  $CD$  перетинаються оскільки:

- мають спільну точку;
- горизонталі, проведені через точки прямих з однаковими позначками паралельні (на рис. 2.38 горизонталі показано суцільними тонкими лініями).

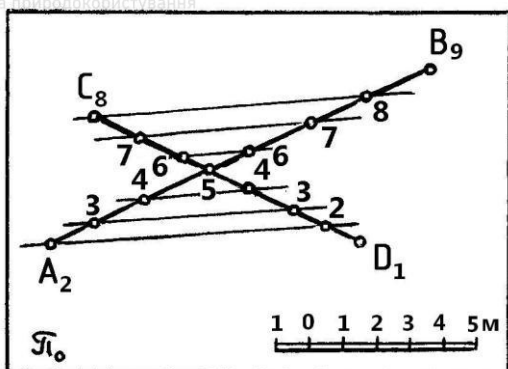


Рис. 2.38. Прямі, що перетинаються (визначено за паралельністю горизонталей площини, що проходить через задані прямі)

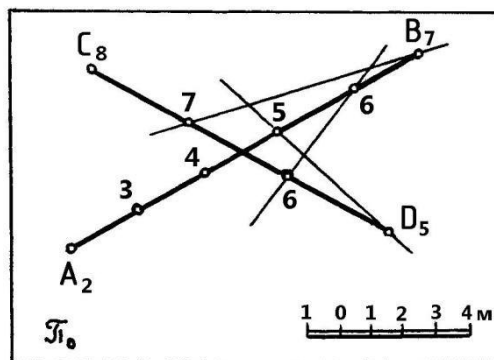


Рис. 2.39. Мимобіжні прямі (визначено за непаралельністю горизонталей, що проходять через точки прямих із однаковими числовими позначками)

Точка перетину прямих  $AB$  та  $CD$  має числову позначку 5.

Якщо ознаки паралельності та перетину прямих не виконуються, то такі прямі мимобіжні. Точка перетину проекцій мимобіжних прямих буде мати різні позначки на кожній з прямих, а прямі, які сполучають однакові числові відмітки (горизонталі), не будуть паралельні, оскільки горизонталі лежать не в одній, а в різних площинах. На рис. 2.39 прямі  $AB$  та  $CD$  мимобіжні, оскільки горизонталі які проведені через точки прямих з однаковими числовими позначками непаралельні (горизонталі показані суцільними тонкими лініями).

На плані часто доводиться проектувати дренажні мережі, різні трубопроводи: водопроводи, газопроводи, які часто перетинаються між собою під прямим кутом. Тому розглянемо ознаки взаємної перпендикулярності прямих на плані.

Оскільки взаємно перпендикулярні прямі – окремий випадок перетину прямих, то для них повинні бути характерними ознаки, властиві прямим, що перетинаються. Крім цього, з розділу ортогональних проекцій відомо: якщо дві прямі взаємно перпендикулярні в просторі, то проекції їх перпендикулярні одна до одної у тому випадку, коли хоча б одна з прямих горизонтальна. Отже, у взаємно перпендикулярних прямих, з яких хоча б одна горизонтальна, проекції на плані взаємно перпендикулярні.

На рис. 2.40 прямі  $c$  та  $AB$  взаємно перпендикулярні, оскільки:

- проекції прямих перетинаються;
- точка перетину прямих (точка  $A$ ) має однакову числову позначку на одній та другій прямій, рівну 7;
- пряма  $c$  - горизонталь, а проекції прямих  $c$  та  $AB$  на плані взаємно перпендикулярні.

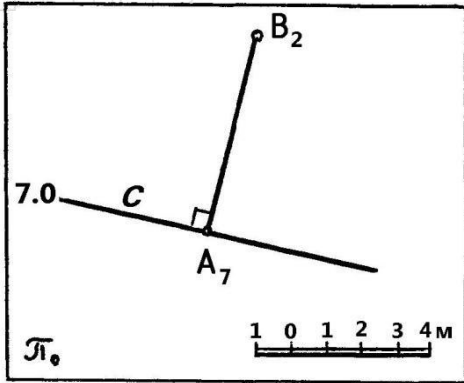


Рис. 2.40. Перпендикулярні прямі

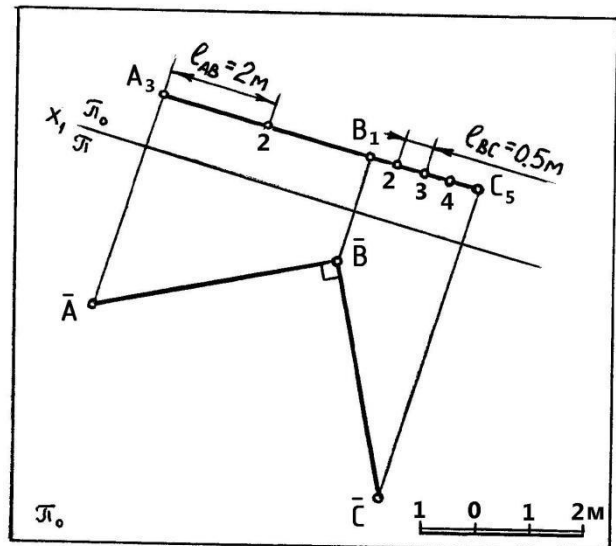


Рис. 2.41. Перпендикулярні прямі  $AB$  і  $BC$   
(визначено способом профілю)

Якщо дві прямі взаємно перпендикулярні і знаходяться у вертикальній площині, то їх інтервали – величини, обернені одна до одної, а числові позначки точок прямих зростають у різних напрямках.

На рис. 2.41 прямі  $AB$  та  $BC$  розміщені у спільній вертикальній площині і перпендикулярні одна до одної, оскільки інтервали прямих дорівнюють  $l_{AB} = 2$  м,  $l_{BC} = 0,5$  м, тобто інтервали – величини, обернені одна до одної, а числові позначки прямих зростають у протилежних напрямках.

У тому, що  $AB \perp BC$ , можна переконатися, побудувавши профіль прямих на вертикальній площині  $\pi$ , розміщеній паралельно прямим (рис. 2.41).

Взаємну перпендикулярність прямих загального положення можна визначити проєкціюванням на вертикальну площину, паралельну одній із заданих прямих. Якщо профілі прямих виявляться перпендикулярними, то це означає, що і самі прямі взаємно перпендикулярні.





## Розділ 3. Проекції площин

### 3.1. Задання площини на плані. Масштаб уклону площини

Площина на плані може бути задана такими ж геометричними фігурами, як і в ортогональних проекціях: проекціями трьох точок, які не лежать на одній прямій (рис. 3.1); проекціями прямої та точки, яка не лежить на цій прямій (рис. 3.2); проекціями двох прямих, що перетинаються (рис. 3.3); проекціями двох паралельних прямих загального положення (рис. 3.4) або горизонтальними (рис. 3.5); проекціями відріку плоскої фігури, наприклад трикутника (рис. 3.6).

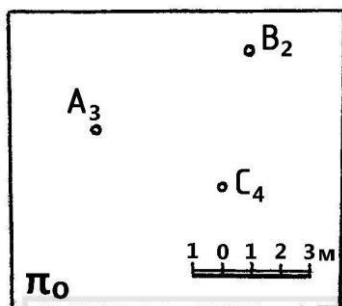


Рис. 3.1. Задання площини трьома точками

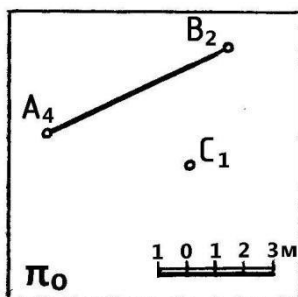


Рис. 3.2. Задання площини прямою та точкою

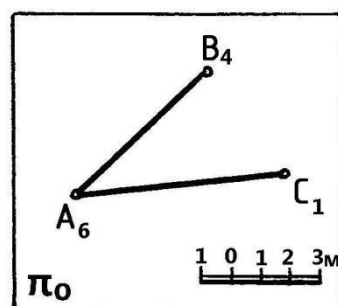


Рис. 3.3. Задання площини двома прямими, що перетинаються

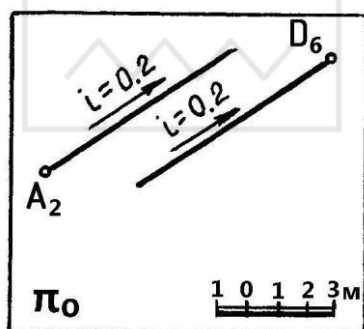


Рис. 3.4. Задання площини двома паралельними прямими загального положення

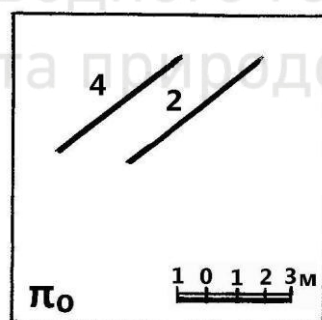


Рис. 3.5. Задання площини двома паралельними горизонтальними прямими

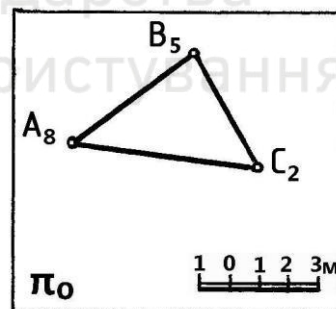


Рис. 3.6. Задання площини трикутником

В проекціях з числовими позначками досить поширеним є задання площини прямою лінією та величиною уклону (нахилу) площини. На рис. 3.7 площина задана горизонтальною прямою і величиною уклону площини, а на рис. 3.8 – прямою загального положення і величиною уклону площини.

Особливий випадок задання площини простору на плані – це задання масштабом уклону площини. Такий спосіб більш наочний і зручний при розв'язуванні більшості інженерних задач. **Масштабом уклону площини**

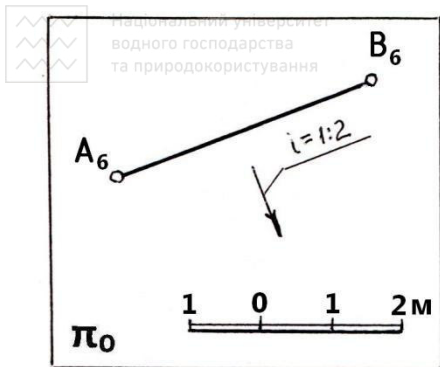


Рис. 3.7. Задання площини горизонтальною прямою і величиною уклону

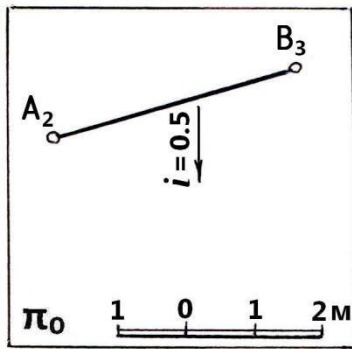


Рис. 3.8. Задання площини прямою загального положення і величиною уклону

називається проградуйована проекція лінії найбільшого уклону (ЛНУ) площини.

Із розділу ортогональних проекцій відомо,

що **лінією найбільшого уклону площини** називають пряму, перпендикулярну до горизонталей площини. Її

ще називають лінією найбільшого схилу площини. Назва "лінія схилу" пов'язується з тим, що важка матеріальна точка рухається (скочується) з похилої площини саме по ЛНУ, адже серед усіх прямих, які можна провести в даній площині, ЛНУ утворює з горизонтальною площиною найбільший кут нахилу (схилу). Наприклад, найбільш імовірний напрям руху потоку води під дією власної ваги (дощового потоку) по площинних укосах греблі, дамби, меліоративного каналу – по ЛНУ. Найкоротша відстань від її точки до горизонтальної площини лежить саме на лінії найбільшого уклону площини.

На рис. 3.9 наведено просторове зображення площини  $\gamma$ , яка перетинає основну площину  $\pi_0$  по прямій  $h_{0\gamma}$ . У площині  $\gamma$  проведена лінія найбільшого уклону  $MN$  ( $MN \perp h_{0\gamma}$ ) і побудована її проекція  $M_0N_4$  на площині  $\pi_0$ . Лінія найбільшого уклону площини називається також лінією падіння. Вона визначає **кут нахилу або кут падіння площини** – кут  $\nu$  – кут між лінією найбільшого уклону  $MN$  і її проекцією  $M_0N_4$  на основну площину  $\pi_0$ . Площину  $\gamma$  перетнемо горизонтальними площинами  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ , віддаленими одна від одної на  $1\text{ м}$  (площина  $\omega_0$  збігається з площиною  $\pi_0$ ). Лінії перетину цих площин з площиною  $\gamma$  – це горизонталі площини  $h_{1\gamma}, h_{2\gamma}, h_{3\gamma}, h_{4\gamma}$  і, отже, паралельні сліду  $h_{0\gamma}$  і перпендикулярні до лінії найбільшого уклону  $MN$ . Проекції цих горизонталей  $1.0, 2.0, 3.0, 4.0$  також паралельні сліду  $h_{0\gamma}$  і перпендикулярні до проекції  $M_0N_4$  лінії найбільшого уклону площини  $\gamma$ .

Оскільки горизонталі площини  $\gamma$  розміщені по висоті через  $1\text{ м}$  (їх підйом дорівнює  $1\text{ м}$ ), то відстані між суміжними проекціями горизонталей з цілочисловими відмітками є інтервалами ЛНУ даної площини. Проекції горизонталей площини, що паралельні сліду площини, називаються просто горизонталлями площини, при цьому слово "проекція" не вживається.

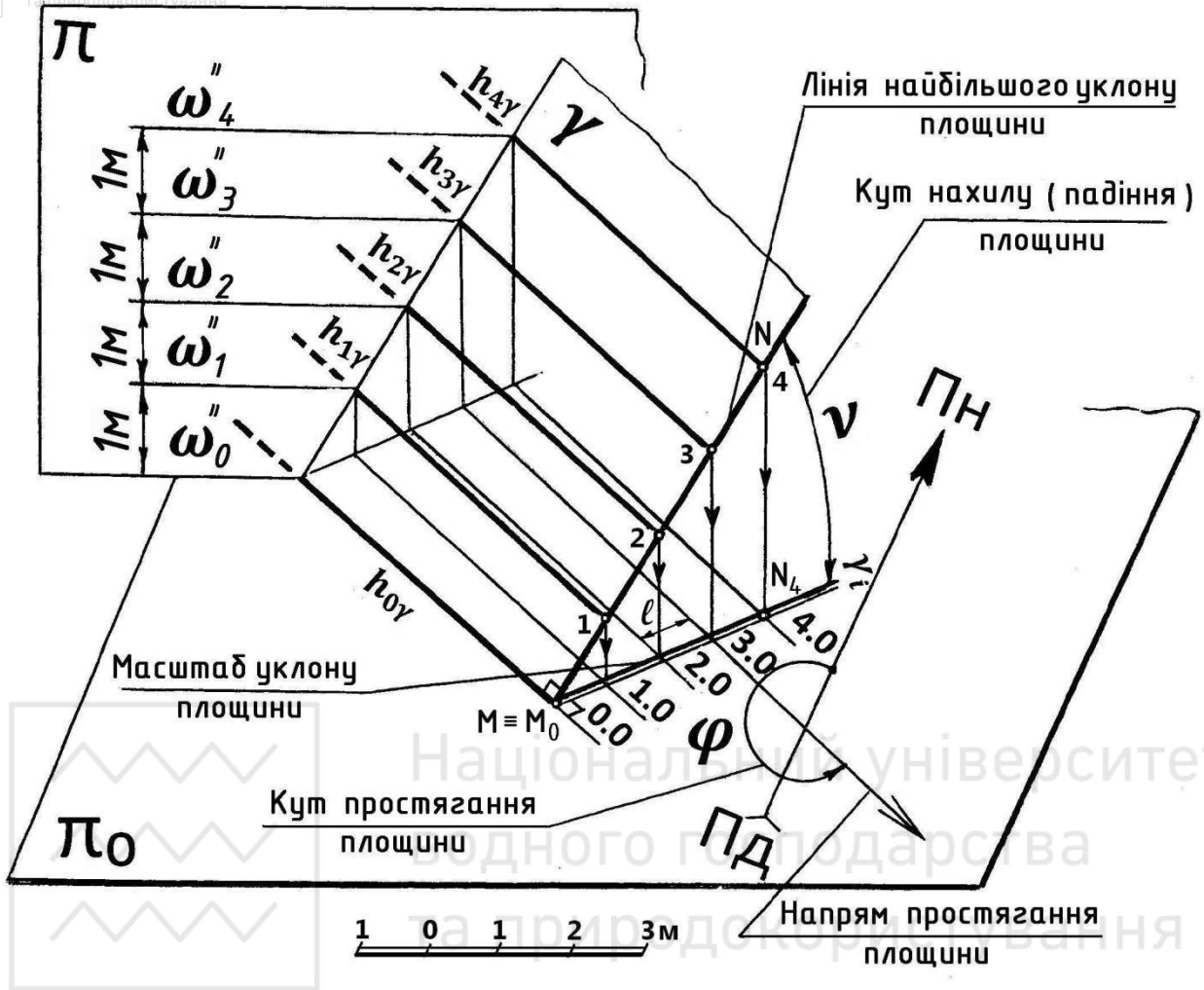


Рис. 3.9. Наочне зображення площини  $\gamma$

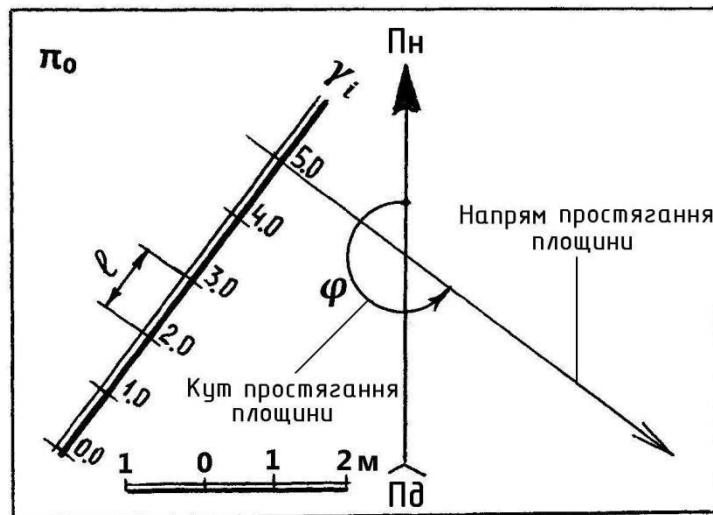


Рис. 3.10. Задання площини масштабом уклону  $\gamma_i$  і зазначенням напрямку та кута простягання площини



Проекція  $M_0N_4$  лінії найбільшого уклону  $MN$  із зазначеними на ній інтервалами називається масштабом уклону площини  $\gamma$ . Таким чином, масштабом спаду площини називається проградуйована проекція ЛНС площини.

Масштаб уклону площини зображують у вигляді двох паралельних ліній (подвійною лінією), причому одна лінія товща за другу і проводиться із нанесенням проекцій точок, які мають послідовні цілочислові позначки, та позначається буквою з індексом "i", наприклад  $\gamma_i$  (рис. 3.9 і 3.10).

Положення площини в просторі також визначають її кутами нахилу (падіння)  $\nu$  і простягання  $\varphi$  (рис. 3.9 і рис. 3.10). **Кутом простягання площини** називають кут в горизонтальній площині між напрямом на північ і напрямом простягання. Кут простягання відраховують проти руху годинникової стрілки. **Напрямом простягання площини** вважають правий напрям її горизонталей, якщо дивитися на площину в бік збільшення позначок.

Якщо через точки ЛНС, які мають послідовні цілочислові позначки, провести горизонталі, то буде задана площина того ж уклону, що і нахил (уклон) ЛНУ. На рис. 3.11 уклон площини  $\alpha$  дорівнює нахилу ЛНУ цієї ж площини. Площина  $\alpha$  задана масштабом уклону  $\alpha_i$  з нанесеними відрізками горизонталей площини, віддалених одна від одної на відстань, що дорівнює інтервалу ЛНС.

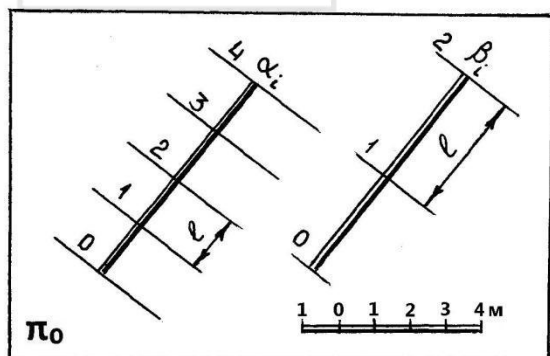


Рис. 3.11. Задання площин  $\alpha$  і  $\beta$  масштабами уклонів  $\alpha_i$  і  $\beta_i$  із зазначенням їх інтервалів

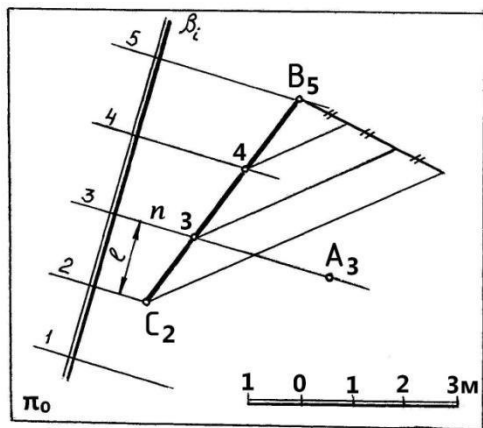
Інтервал та уклон площини дорівнюють, відповідно, інтервалу та нахилу(уклону) її ЛНУ. Для того щоб визначити уклон площини, в ній потрібно провести і проградуювати ЛНУ та визначити інтервал. Величина, обернена до інтервалу ЛНС, визначає уклон самої площини.

Чим менший уклон площини, тим більший інтервал, і навпаки: чим більший уклон, тим менший інтервал площини (рис. 3.11).

Оскільки інтервал лінії найбільшого уклону дорівнює інтервалу площини, її на плані можна задати масштабом уклону з обов'язковим нанесенням відрізків горизонталей цієї площини, які мають послідовні цілочислові позначки і проходять через відповідні точки масштабу уклону площини (наприклад, площини  $\alpha$  та  $\beta$  на рис. 3.11).



Масштаб уклону площини цілком визначає її положення у просторі. При будь-якому заданні площини (рис. 3.1 – рис. 3.6) завжди можна побудувати її масштаб уклону і провести в ній горизонталі. Нехай площина  $\beta$  на плані (рис. 3.12) задана прямою лінією  $BC$  і точкою  $A$  поза прямою:  $\beta$  ( $BC, A$ ). Виконаємо перехід від задання площини  $\beta$  геометричними елементами до задання площини  $\beta$  її масштабом уклону. Для цього:



- проградуюємо пряму  $BC$  і визначимо на ній точку, яка має числову позначку, що дорівнює позначці точки  $A$ , тобто 3;
- через точку  $A$  і точку прямої  $BC$  з відміткою 3 проведемо горизонталь  $n$ ;
- перпендикулярно до  $n$  на плані проведемо проекцію  $\beta_i$  лінії найбільшого уклону. На перетині горизонталі  $n$  з прямою  $\beta_i$  маємо точку з позначкою 3. Точки на прямій  $\beta_i$ , які мають позначки 2 та 3, визначаємо за допомогою горизонталей площини  $\beta$ , що проходять через точки  $C$  та  $B$  паралельно  $n$ . Інші цілочислові позначки на  $\beta_i$  відмічаємо через інтервали, рівні  $\ell$ , тобто виконуємо операцію градування проекції ЛНУ площини  $\beta$ , а отже,  $\beta_i$  буде масштабом уклону площини.

Рис. 3.12. Побудова масштабу уклону  $\beta_i$  площини  $\beta$ , заданої прямою та точкою

Таким чином, виконано перехід від задання площини  $\beta$  на плані геометричними фігурами до задання площини  $\beta$  її масштабом уклону (проградуйованою проекцією ЛНУ).

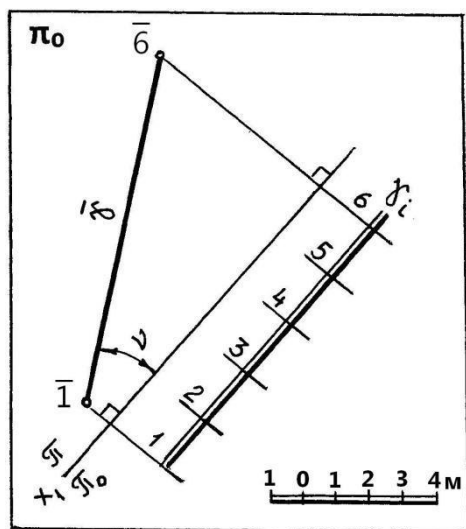


Рис. 3.13. Визначення кута нахилу площини  $\gamma$  до площини  $\pi_0$

Задання площини масштабом уклону дозволяє визначити її кут нахилу до основної площини. Наприклад, площина  $\gamma$  задана масштабом спаду  $\gamma_i$  (рис. 3.13). Для визначення кута нахилу  $\nu$  площини  $\gamma$  до основної площини  $\pi_0$  будемо профіль  $\gamma$  ЛНУ, який буде також і профілем площини  $\gamma$ , оскільки вертикальна площина  $\pi$  перпендикулярна до  $\gamma$ , яка проекціюється на  $\pi$  у пряму лінію. Кут  $\nu$  між профілем  $\gamma$  і віссю  $x_1$  є кутом нахилу площини  $\gamma$  до площини  $\pi_0$ .

При проектуванні меліоративних та гідротехнічних споруд площини зображають у вигляді укосів меліоративних каналів, гребель, дамб, граней споруд тощо. Серед земляних споруд найбільш поширені канали та греблі.

Канали – це споруди, як правило трапеціоїдної форми в перерізі, призначені для транспортування води для зрошування, осушування, обводнювання земель та інших цілей. Канали розподіляються на відкриті, коли для транспортування води використовуються, наприклад, насипи, виїмки, та закриті (підземні), коли для транспортування води застосовують трубопроводи, покладені відкрито на поверхні землі або під землю.

Відкриті канали застосовуються переважно при будівництві гідромеліоративних систем, а закриті – при будівництві систем водопостачання та каналізації, рідше – в меліоративно-гідротехнічному будівництві (дренажні труби, трубопроводи зрошення, трубопроводи насосних станцій тощо).

На рис. 3.14 зображено план меліоративного зрошувального каналу у виїмці, який для наочності доповнений перерізом (профілем) 1-1. Розглянемо елементи каналу: 1 – дно каналу; 2 – водні укоси каналу; 3 – берма; 4 – надводні укоси каналу; 5, 6 – бровки (верх) відповідно водного та надводного укосів каналу; 7, 8 – підшви (низ) відповідно водного та надводного укосів каналу.

Берма – це майданчик, який будують для забезпечення стійкості укосів, полегшення очищення каналу від намулу і перевірки стану каналу технічним персоналом.

Дно каналу 1 та берму 3 можна уявити як горизонтальні площини, паралельні основній площині, що мають числові позначки відповідно 5.0 та 7.0 (на практиці вони мають невеликий уклон  $i \approx 0.002 - 0.005$  до основної площини). На плані дно каналу задано двома паралельними прямими – горизонталями 5.0, які мають однакові числові позначки, а берма – двома паралельними горизонталями 7.0.

На плані горизонтальну ділянку або майданчик можна позначити числовою позначкою, що проставляється всередині прямокутника: 5.0. На рис. 3.14 показані одночасно два варіанта позначення горизонтальних ділянок на плані.

В перерізі (на профілі) числові позначки дна каналу і берми позначаються відповідним знаком відмітки рівня – стрілкою у вигляді прямого кута, вершина якого дотикається до лінії контуру поверхні або до виносної лінії рівня цієї поверхні, з короткими (2-4 мм) сторонами, проведеними суцільними товстими лініями під кутом  $45^\circ$  до лінії контуру поверхні або до виносної лінії рівня цієї поверхні. Вертикальний відрізок і горизонтальну лінію знаку виконують тонкими лініями.



бік горизонталей з меншою числовою позначкою. Вони вказують напрям проєкцій ліній найбільшого уклону даної площини земляного укосу.

Площини земляних укосів на плані можуть бути також задані проєкціями (нагадуємо, що слово “проєкція” при цьому не вживається) двох ліній – бровкою та підшовою укосу (рис. 3.15), однією лінією – бровкою або підшовою із зазначенням величини уклону укосу (рис. 3.16,  $A_4B_3$  – проєкція підшови укосу каналу).

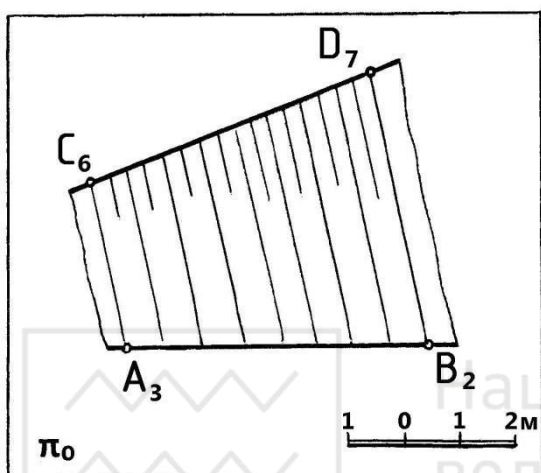


Рис. 3.15. Задання площини земляного укосу двома лініями – бровкою та підшовою

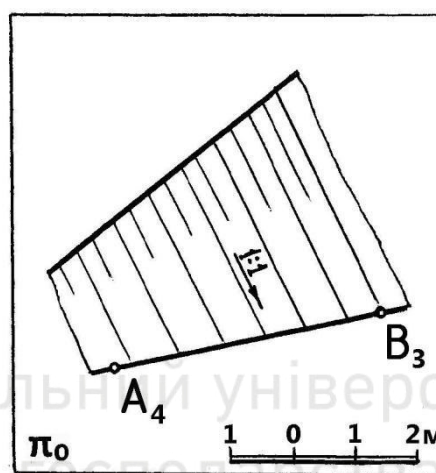


Рис. 3.16. Задання площини земляного укосу однією лінією – підшовою і величиною уклону

Часто нахил (уклон) площини земляного укосу позначається коефіцієнтом укосу  $m$  (рис. 2.5), який чисельно дорівнює відношенню закладання  $L$  відрізка лінії найбільшого уклону, що вимірюється між його бровкою та підшовою, до підйому  $h$  цього відрізка (глибина каналу):

$$m = \frac{L}{h}. \quad (3.1)$$

Коефіцієнт укосу  $m$  чисельно дорівнює величині інтервалу укосу.

На рис. 3.14 у перерізі 1-1 позначені коефіцієнти водного ( $m = 1.5$ ) та надводного ( $m = 1.0$ ) укосів зрошувального каналу, а на плані – уклони цих же укосів каналу: коефіцієнт укосу і його уклон – величини, обернені одна до одної. Коефіцієнт укосу визначається стійкістю ґрунту і змінюється переважно від 0.5 до 3.0.

Розглянемо також поширене в практиці меліоративно-гідротехнічного будівництва земляну споруду, яка називається греблею. Це штучна споруда у вигляді насипу (земляна споруда утворена від штучного присипання ґрунту на природну поверхню землі) трапецієдного або близького до трапецієдного



поперечного перерізу, що перегороджує водний потік і тим самим піднімає (підпирає) рівень води перед собою.

На рис. 3.17 зображено план земляної греблі, доповнений перерізом 1-1. Розглянемо елементи греблі: 1 – тіло греблі; 2 – верхній (мокрый) укіс, який є боковою поверхнею греблі і повернутий до води; 3 – низовий (сухий) укіс; 4 – гребінь греблі, який може бути основою для полотна автомобільної або залізничної дороги; 5, 6 – підшошва відповідно мокрого та сухого укосів; 7, 8 – бровка відповідно мокрого та сухого укосів.

Гребінь греблі є горизонтальною площиною, паралельною основній площині, і має числову позначку 28.0. Мокрий та сухий укоси є також площинами, нахиленими до основної площини, бровка та підшошва яких є горизонтальними з числовими позначками відповідно 28.0 та 25.0, але з різними коефіцієнтами укосів:  $m = 1.5$  – мокрого,  $m = 1.0$  – сухого.

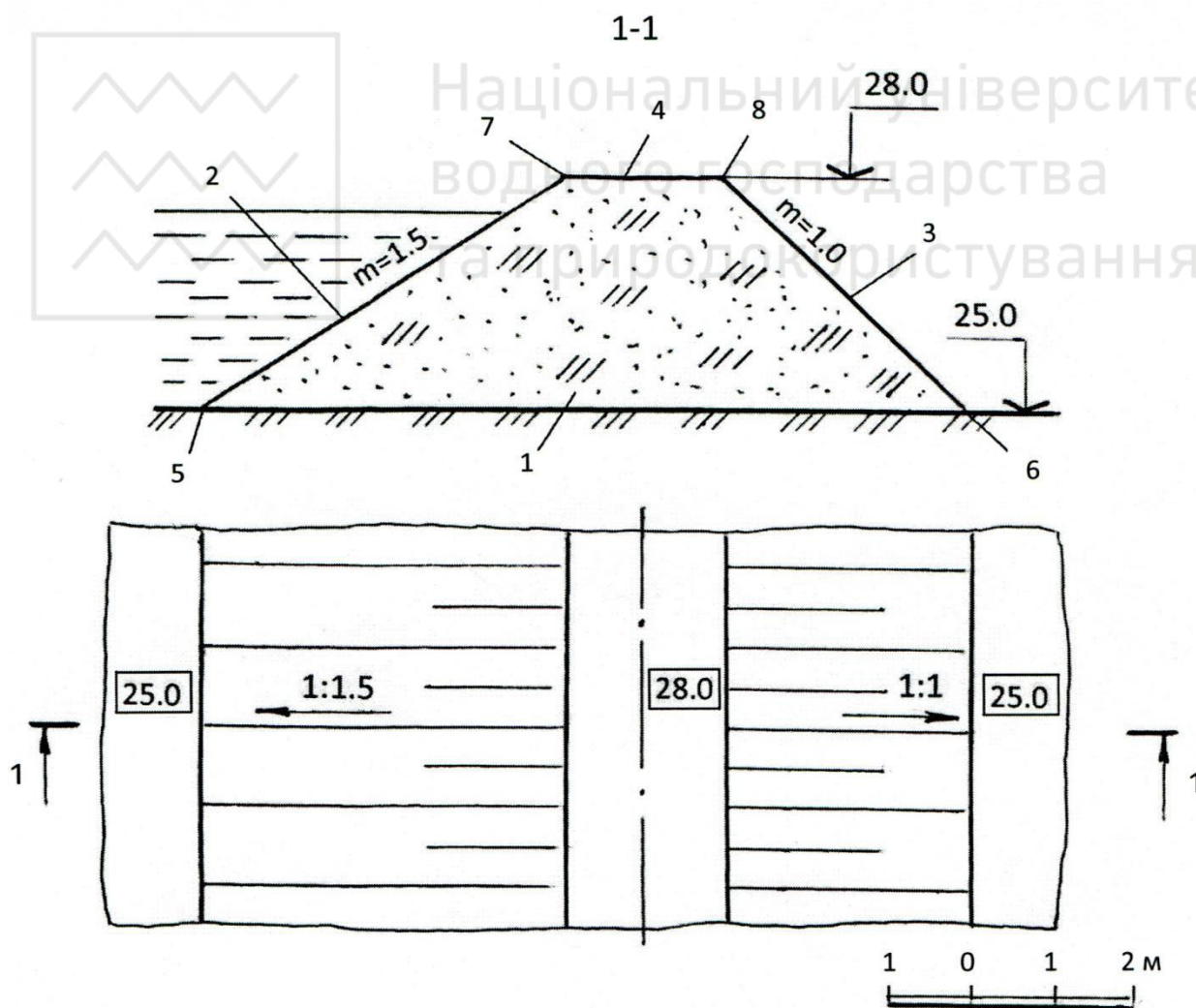


Рис. 3.17. Зображення земляної греблі: 1 – тіло греблі; 2 – верхній (мокрый) укіс; 3 – низовий (сухий) укіс; 4 – гребінь греблі; 5, 6 – підшошви мокрого та сухого укосів; 7, 8 – бровки мокрого та сухого укосів



### 3.2. Пряма та точка у площині

Пряма належить площині, якщо числові позначки будь-яких двох її нетотожних точок збігаються з відповідними числовими позначками двох точок площини. Як правило, для побудови прямої, яка лежала б у площині, визначають дві точки прямої, що належать відповідним горизонталям цієї площини, які пряма перетинає, причому в точках перетину пряма має однакові числові позначки з горизонталями площини.

Пряма  $AB$  лежить у площині земляного укосу  $\alpha$  (рис. 3.18), заданого масштабом уклону, оскільки точка  $A_2$  прямої  $AB$  лежить на горизонталі площини укосу з числовою позначкою 2, а точка  $B_4$  – на бровці укосу  $n$ , яка є горизонталлю площини укосу з числовою позначкою 4.

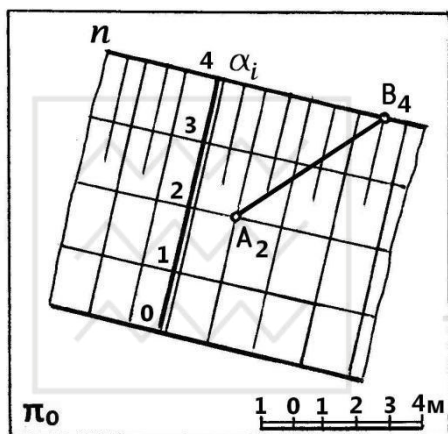


Рис. 3.18. Побудова прямої  $AB$ , що лежить у площині земляного укосу  $\alpha$

Таким чином, якщо пряма, що належить площині, має точки з цілочисловими позначками, то ці точки належатимуть відповідним горизонталям площини.

Точка належить площині, якщо вона лежить на прямій цієї площини. Точку в площині можна побудувати за допомогою довільної прямої площини, яка проходить через цю точку. Для визначення числової позначки точки пряму градуують.

На рис. 3.19 в площині земляного укосу, заданого двома паралельними прямими – горизонталями 23 та 27, що є відповідно підшовою та бровкою укосу, необхідно визначити числову позначку точки  $A$ , в якій трубопровід перетинає площину укосу, якщо дано горизонтальну проекцію точки  $A$ . Для цього:

- через точку  $A$  проводимо довільну пряму, наприклад,  $BC$ , і позначаємо числові позначки двох її точок: точка  $C$  лежить на бровці і має позначку 27, а точка  $B$  лежить на підшві укосу і має позначку 23;

- градуємо пряму  $BC$  способом пропорціонального ділення і виявляємо, що числова відмітка точки  $A$  знаходиться між цілими числами 24 та 25;

- визначаємо числову позначку точки  $A$  з точністю до десятих часток. Для цього інтервал прямої  $BC$  між точками з числовими позначками 24 та 25 способом пропорціонального ділення розбиваємо на десять рівних відрізків (ці побудови для вирішення поставленої задачі безпосередньо на кресленні

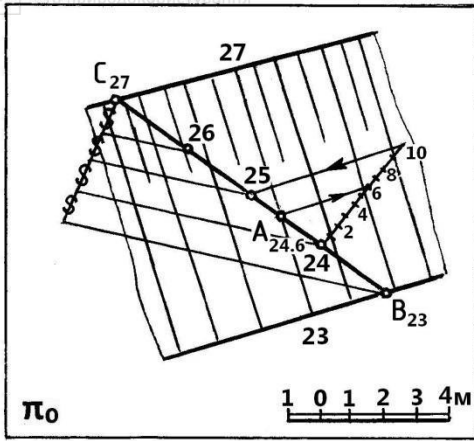


Рис. 3.19. Визначення числової позначки точки  $A$ , що лежить у площині земельного укосу

можна не показувати) і визначаємо (рис. 3.19), що числова позначка точки  $A$  з точністю до десятих часток дорівнює 24,6.

У площині можна провести прями з різним нахилом, величина якого завжди менша чи дорівнює уклону площини. Нахил прямої у площині дорівнює уклону самої площини, якщо пряма паралельна (збігається) лінії найбільшого уклону площини. Оскільки нахил (уклон) – величина, обернена інтервалу, то інтервал будь-якої прямої, що лежить у площині, завжди більший за інтервал площини

або дорівнює йому.

Розглянемо найбільш поширені в практиці випадки, коли в заданій площині потрібно провести пряму заданого нахилу або, навпаки, через дану пряму провести площину із заданим уклном.

Нехай через точку  $D$  площини земельного укосу  $P$  (рис. 3.20) провести пряму (вісь водостоку) заданого нахилу, наприклад,  $i = 1:3$ .

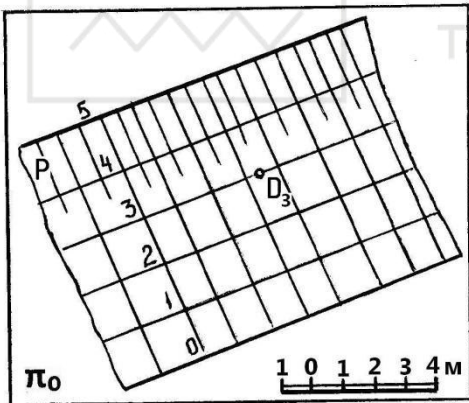


Рис. 3.20. Початкова умова задачі: через точку  $D$ , що лежить в площині земельного укосу  $P$ , провести пряму з нахилом  $i = 1:3$

Розв'яжемо задачу на наочному зображенні (рис. 3.21). Задамо прямий конус обертання, що складається з двох піл. Його вісь перпендикулярна до основної площини  $\pi_0$ . Твірні конусу мають нахил, що дорівнює нахилу заданої прямої. Вершина конуса збігається з точкою  $D$ . В перерізі конуса обертання з площиною земельного укосу отримаємо прями  $AB$  та  $MN$ , які є твірними конуса і мають нахил  $i = 1:3$ , рівний нахилу заданої прямої. Якщо висоти обох піл конуса прийняти рівними одиниці, то радіуси основ дорівнюватимуть інтервалам  $l$  прямих  $AB$  та

$MN$ . За значенням нахилу прямої визначаємо величину інтервалу  $l$ .

Щоб розв'язати цю задачу на плані (рис. 3.22), з точки  $D_3$  як із центра проведемо коло радіусом  $R$ , величина якого дорівнює інтервалу  $l$  прямої заданого нахилу:  $R = l = 3$  м. У перетині кола із суміжними горизонталями площини земельного укосу  $P$  позначимо точки  $A_2, N_2$  та  $M_4, B_4$ . Прями  $AB$  та

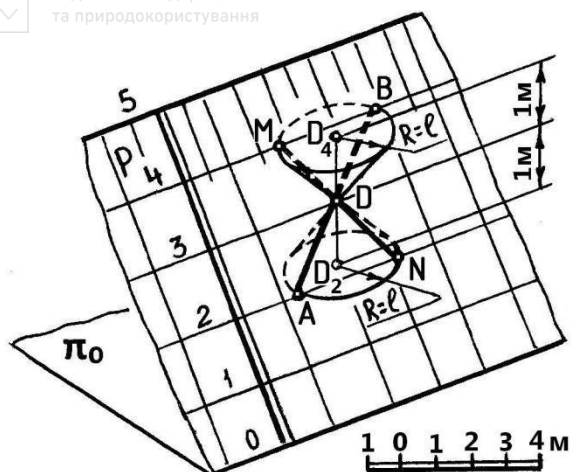


Рис. 3.21. Розв'язок задачі з початковою умовою, наведеною на рис. 3.20 (наочне зображення)

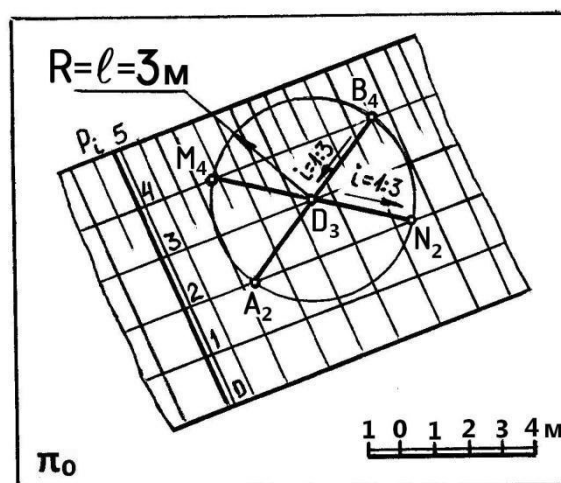


Рис. 3.21. Розв'язок задачі з початковою умовою, наведеною на рис. 3.20 (план)

$MN$  лежать в площині  $P$  і мають нахил  $i = 1:3$ , оскільки інтервал прямих дорівнює  $3$  м. При цьому через точку  $D$  можна провести дві прямі заданого нахилу. Щоб задача мала єдиний розв'язок, необхідно вказати напрям прямої, що проходить через точку  $D$ .

Розглянемо обернену задачу: через пряму провести площину, що задана прямою і укладом площини. З подібною задачею зустрічаються при зображенні та побудові укосів насипу або виїмки, що стикаються з бровкою полотна дороги, при градуванні укосів.

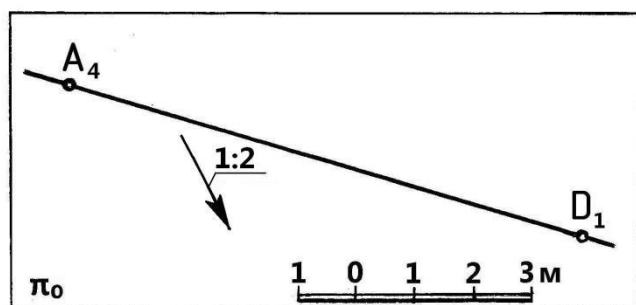


Рис. 3.23. Початкова умова задачі: провести до бровки нахиленої ділянки дороги (пряма  $AD$ ) площину земляного укосу  $\gamma$  з укладом  $i = 1:2$

Нехай до бровки нахиленої ділянки дороги (пряма  $AD$ ) треба провести площину земляного укосу  $\gamma$  з укладом  $i = 1:2$  (рис. 3.23).

Шукана площина заданого укладу, що проходить через задану пряму, є дотичною до поверхні прямого конусу обертання, твірні якого мають нахил, рівний спаду площини, а вершина конусу збігається з однією із точок, що лежать на прямій. Вісь конуса перпендикулярна до основної площини, горизонталі конуса – кола, площини яких паралельні до основної площини.

Побудова площини земляного укосу  $\gamma$  до прямолінійної бровки  $AD$  на наочному зображенні показана на рис. 3.24. Площина  $\gamma$ , що проходить через прямолінійну бровку  $AD$ , дотикається до прямого колового конуса з вершиною в точці  $A$ , твірні якого мають нахил  $i = 1:2$  до горизонтальної

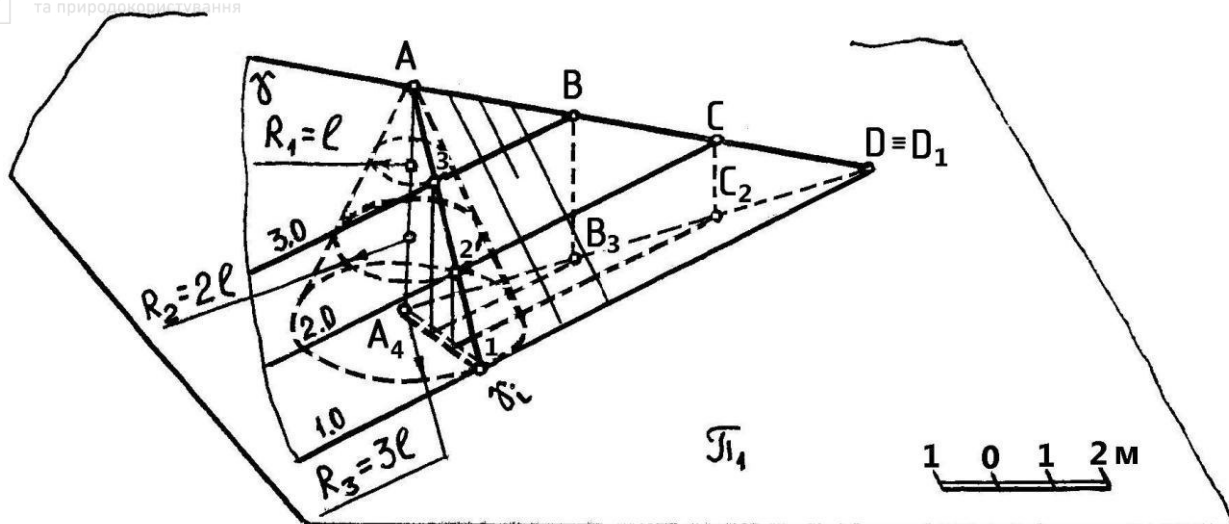


Рис. 3.24. Розв'язок задачі з початковою умовою, наведеною на рис. 3.23 (наочне зображення)

площини  $\pi_1$ , а висота дорівнює 3 м (підйом відрізка  $AD$ , у якого числові позначки точок  $A$  та  $D$  відповідно дорівнюють 4 та 1 м). При уклоні  $i = 1:2$  даної площини  $\gamma$  її інтервал  $l = 1/i \cdot k = 2$  м. Тому горизонталі конуса, числові позначки яких відрізняються на 1 м, мають радіуси, які дорівнюють  $l = 2$  м,  $2l = 4$  м,  $3l = 6$  м. Горизонталі площини земляного укосу  $\gamma - B_3, C_2, D_1$  проведені з точок  $B, C$  та  $D$  прямої  $AD$ , дотичні до відповідних горизонталей конуса з числовими позначками 3, 2 та 1 м (точки  $B, C$  і  $D$  мають числові позначки відповідно 3, 2 і 1 м). Лінія дотику  $A_1I$  площини  $\gamma$  з прямим коловим конусом є лінією найбільшого уклону площини земляного укосу  $\gamma$ , а градуйована інтервалами  $l$  проекція  $A_4I$  цієї лінії – масштабом уклону  $\gamma_i$  площини  $\gamma$ .

Розв'язок цієї задачі на плані показано на рис. 3.25. Послідовність побудов така:

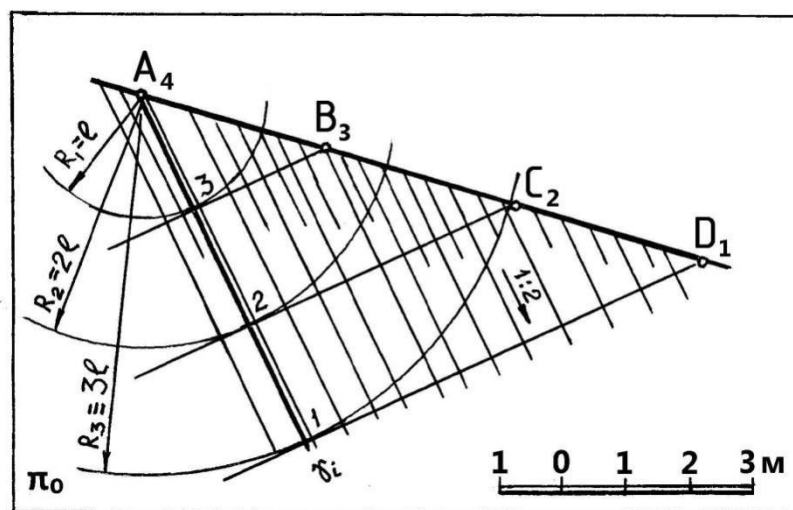


Рис. 3.25. Розв'язок задачі з початковою умовою, наведеною на рис. 3.23 (план)



- градуємо прямою  $AD$  і позначаємо точки  $B$  та  $C$ , які мають числові позначки  $3$  та  $2$  (точки  $A$  та  $D$  мають задані числові позначки  $4$  та  $1$ );
- із точки  $A_4$  як із центра проводимо кола радіусами  $R_1 = l, R_2 = 2l, R_3 = 3l$ , які є горизонталями конуса з числовими позначками відповідно  $3, 2$  та  $1$ ;
- проводимо паралельні між собою горизонталі площини земляного укосу  $B_33, C_22, D_11$ , дотичні до горизонталей конуса з числовими позначками  $3, 2$  та  $1$ ;
- перпендикулярно до горизонталей укосу проводимо проекцію ЛНУ площини укосу, градуйовану інтервалами  $l$ , яка є масштабом уклону  $\gamma_i$  площини укосу  $\gamma$ .

Відзначимо, що інтервал площини не може бути більший за інтервал прямої, що лежать у цій площині. Тому якщо інтервали площини та прямої, що у ній лежить, однакові, то ця пряма є лінією найбільшого уклону площини.

На рис. 3.24 та 3.25 показано побудову однієї із двох можливих площин з укладом  $i = 1:2$ , які проходять через пряму  $AD$ . Друга площина буде симетричною побудованій площині відносно площини симетрії, що проходить через пряму  $AD$  перпендикулярно до основної площини. Щоб задача мала єдиний розв'язок, вказують напрям нахилу площини у вигляді стрілочки (напряму уклону) із зазначенням уклону площини (рис. 3.25).

### 3.3. Градування площини

Із усіх прямих, що лежать у площині, в проекціях з числовими позначками найбільш часто застосовуються горизонталі. Тому основною задачею в проекціях з числовими позначками є задача визначення горизонталей заданої площини, наприклад, горизонталей укосів каналів, гребель та інших споруд.

Градування площини – це проведення горизонталей площини, числові позначки яких цілі послідовні числа.

Розглянемо найбільш поширені випадки градування площин.

I. Якщо площина задана масштабом уклону, її горизонталі проводять перпендикулярно до нього через відстані, що дорівнюють інтервалу площини.

II. Якщо площина задана іншими геометричними елементами, то необхідно знайти точки, що мають однакові цілочислові позначки, через які можна провести її горизонталі.

Наприклад, проградуємо площину  $\omega$ , задану на плані (рис. 3.26) двома проекціями  $A_{2,2}B_{6,4}$  та  $B_{6,4}C_{4,5}$  прямих, що перетинаються. Для цього:

- градуємо прями способом пропорційного ділення;

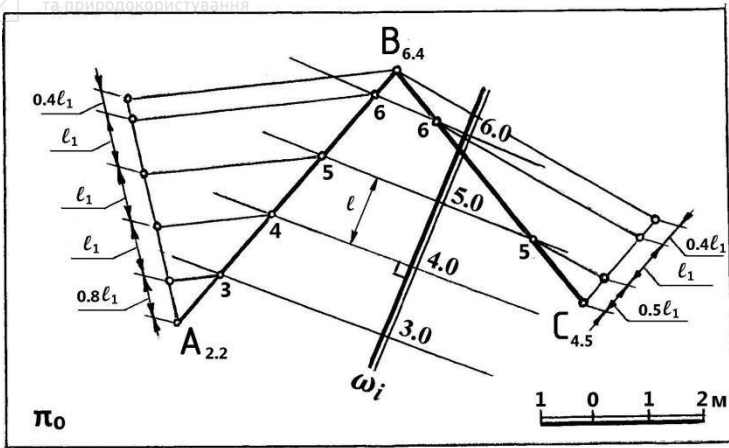


Рис. 3.26. Градування площини  $\omega$ , заданої проекціями  $A_{2.2}B_{6.4}$  і  $B_{6.4}C_{4.5}$  прямих, що перетинаються

горизонтальною бровкою або підшовою і уклоном площини, то необхідно провести проекцію лінії найбільшого уклону площини перпендикулярно до бровки або підшови укосу, а потім проградуювати її, враховуючи що інтервал  $l = 1/i \cdot k$  ( $i$  – величина уклону площини). Горизонталі площини з цілочисловими позначками проводимо перпендикулярно до масштабу уклону площини через інтервальні ділення, причому горизонталі площини укосів будуть паралельні прямолінійній горизонтальній бровці або підшові укосу.

Розглянемо такі приклади. Нехай площина земляного укосу  $\omega$  на плані (рис. 3.27) задана бровкою, що є горизонталлю 7.0, і величиною уклону площини укосу  $i = 1:2$ . Щоб проградуювати площину укосу, проводимо перпендикулярно до бровки укосу проекцію  $\omega_i$  лінії найбільшого уклону і градуємо її. Точки, що мають цілочислові позначки, знаходяться на ній на відстані одна від одної, яка дорівнює інтервалу площини  $l = 1/i \cdot k = 2$  м. Через ці точки проводимо горизонталі площини перпендикулярно до  $\omega_i$ , які будуть паралельні бровці 7.0 укосу. Зазначимо, що проградуйована лінія  $\omega_i$  є масштабом уклону площини  $\omega$ .

Нехай площина укосу насипу, що примикає до гребня греблі, задана прямолінійною горизонтальною бровкою, яка має дробову числову позначку 49.4, і уклоном площини укосу  $i = 1:1,5$  (рис. 3.28). Щоб проградуювати площину укосу, проводимо проекцію лінії найбільшого уклону перпендикулярно до бровки. Знаходимо на ній точку з числовою позначкою 49.0. Проекція цієї точки віддалена від бровки укосу на відстань  $x$ , яка визначається за формулою (2.1):  $x = h \cdot l/k = (49.4 - 49.0) \cdot 1.5/1.0 = 0,6$  м.

- сполучаємо прямими лініями точки, що мають однакові цілочислові позначки (ці прямі є горизонталлями площини);

- проводимо пряму, перпендикулярну до горизонталей площини (ця градуйована пряма є масштабом уклону площини  $\omega$ ).

III. Якщо площина земляного укосу задана прямолінійною

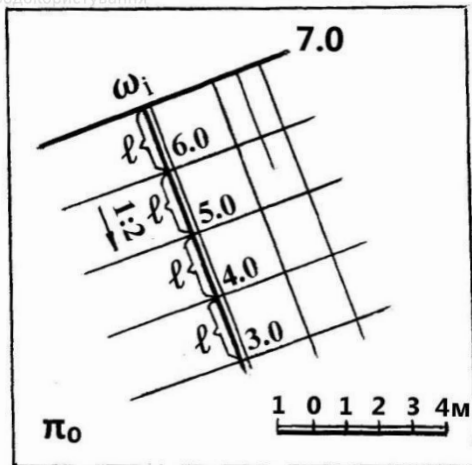


Рис. 3.27. Градування площини земляного укосу, що задана горизонтальною бровкою з позначкою 7.0 і величиною уклону 1:2

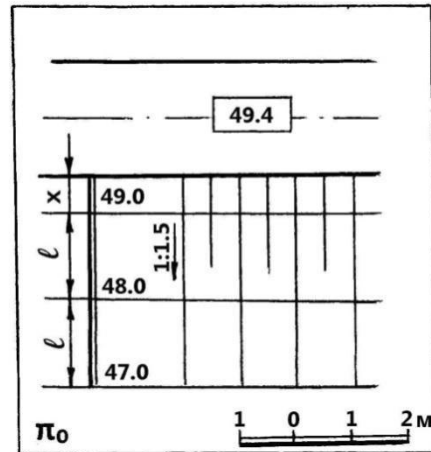


Рис. 3.28. Градування площини укосу насипу, що задана горизонтальною бровкою з позначкою 49.4 і величиною уклону 1:1.5

Точки, що мають послідовні цілочислові позначки 48.0, 47.0 та інші, знаходяться одна від одної на відстані, яка дорівнює інтервалу площини  $l = 1/i \cdot k = 1.5$  м. Через одержані точки проводимо горизонталі укосу паралельно бровці укосу.

IV. Якщо площина земляного укосу задана прямолінійною бровкою або підшовою і величиною уклону площини, то вона є дотичною до поверхонь прямих конусів обертання, твірні яких мають нахил, рівний уклону площини, а вершини знаходяться на бровці або підшві укосу. Лінія, по якій ця площина дотикається до конусів, є лінією найбільшого уклону даної площини. Горизонталі площини укосу, що мають послідовні цілочислові позначки, – це прямі площини, дотичні до кіл прямих колових конусів, які мають однакові числові позначки.

Проградуємо площину земляного укосу  $\gamma$ , бровка якого є нахиленою прямою  $AB$ , а уклон площини укосу  $i = 1:2$  (рис. 3.29, 3.30).

Виконаємо спочатку побудови на наочному зображенні (рис. 3.29). Нехай точки  $A$  та  $B$  прямолінійної нахиленої бровки мають цілочислові позначки 1 та 2. В точках  $A$  і  $B$  прямої  $AB$  знаходяться вершини прямих колових конусів  $S^1$  і  $S^2$ , висоти яких дорівнюють відповідно 1 м і 2 м, а твірні мають уклон 1:2. Точка  $A_1$  – центр основи конуса з вершиною в точці  $A$ . Всі точки основи цього конуса мають числову позначку 0.0, оскільки знаходяться в площині  $\pi_0$ . Так як висота конуса  $AA_1 = 1$  м, то твірні будуть мати уклон 1:2 тільки при радіусі основи конуса  $R_1 = 2$  м.







$$R = h \cdot l, \quad (3.2)$$

де  $h$  – різниця числових позначок між відомою числовою позначкою точки площини, в якій знаходиться вершина конуса, і числовою позначкою горизонталі, яку потрібно провести;  $l$  – інтервал площини, який дорівнює інтервалу лінії найбільшого уклону площини.

На рис. 3.30 наведено розв'язок цієї задачі на плані.

1. Проводимо горизонталь площини з числовою позначкою, що дорівнює  $0.0$ . Для цього проводимо горизонталі конусів, які мають нульову числову позначку (вершини конусів знаходяться в точках  $A$  і  $B$ ):

$$R_1 = h \cdot l = (1 - 0) \cdot 1 = 1 \text{ м}; \quad R_2 = h \cdot l = (2 - 0) \cdot 1 = 2 \text{ м}.$$

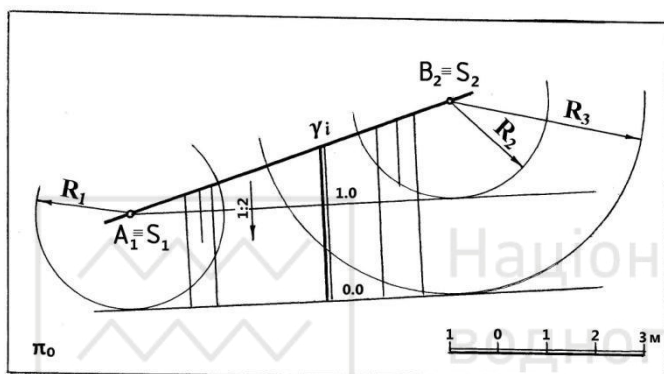


Рис. 3.30. Градування площини земляного укосу  $\gamma$  з укладом  $1:2$ , що прилягає до прямолінійно нахиленої бровки (пряма  $AB$ ). План

2. На плані з точок  $A_1$  і  $B_2$  проводимо горизонталі конусів радіусами відповідно  $R_1$  і  $R_2$ . Ці горизонталі мають числову позначку  $0.0$ .

3. Проводимо дотичну до горизонталей конусів з нульовою числовою позначкою. Дотична буде горизонталлю площини з числовою позначкою  $0.0$ .

4. Для того, щоб провести на плані горизонталь площини з числовою позначкою  $1.0$ , спочатку з точки  $B_2$  проводимо горизонталь конуса з числовою позначкою  $1.0$ , яка має радіус  $R_3 = h \cdot l = (2 - 1) \cdot 1 = 1 \text{ м}$ . На наочному зображенні (рис. 3.29) це є горизонталь конуса з центром в точці  $B_1$ .

5. З точки  $A_1$  (на наочному зображенні це точка  $A$ ), що має числову позначку  $1.0$ , проводимо дотичну до горизонталі конуса радіуса  $R_3$ . Ця дотична і буде горизонталлю площини з числовою позначкою  $1.0$ .

Слід зазначити, що при градуванні площини не обов'язково будувати горизонталі конусів при проведенні чергової горизонталі площини. Достатньо, наприклад, провести горизонталь площини з числовою позначкою  $0.0$ , потім перпендикулярно до цієї горизонталі провести ЛНУ площини, визначити на ній точку з числовою позначкою  $1.0$  і через цю точку провести горизонталь площини з числовою позначкою  $1.0$ . Можна спочатку накреслити горизонталь площини з числовою позначкою  $1.0$ , потім перпендикулярно до цієї горизонталі провести ЛНУ площини, визначити на ній точку з числовою позначкою  $0.0$  і через цю точку провести горизонталь площини з числовою позначкою  $0.0$ . Головне при градуванні площини загального положення побудувати в цій

площині хоча б одну горизонталь, що дозволить провести ЛНУ площини. Проградувавши ЛНУ площини, можна провести потрібну кількість відповідних горизонталей площини, тобто виконати операцію її градуювання.

На рис. 3.7, 3.8, 3.27-3.30 стрілка, біля якої вказують величину уклону площини, направлена в бік горизонталей площини з меншою числовою позначкою, перпендикулярно до них або паралельно до ЛНУ площини.

Розглянемо ще один поширений в практиці приклад використання горизонталей конусів як допоміжних ліній. Побудуємо горизонталі укосів насипу нахилоного дорожнього в'їзду на греблю, якщо уклон в'їзду  $i = 1:5$ , а уклон укосів насипу  $i_n = 1:1,5$  (рис. 3.31). Для цього виконаємо такі дії.

1. Градуємо площину дорожнього полотна нахилоного в'їзду. Спочатку градуємо нижню бровку в'їзду, враховуючи що відстань між точками бровки, що мають послідовні цілочислові позначки дорівнює інтервалу площини в'їзду:  $l = 1/i \cdot k = 5$  м. Позначки 60, 59, 58 та 57 переносимо на верхню бровку в'їзду. Оскільки бровки в'їзду являють собою проєкції ліній найбільшого уклону площини в'їзду, то із точок нижньої бровки з позначками 60, 59, 58 та 57 проводимо прямі, перпендикулярні до бровки (горизонталі площини в'їзду), які перетинають верхню бровку у точках, що мають відповідні числові позначки 60, 59, 58 та 57.

2. Градуємо нижній укіс насипу. У будь-якій точці нижньої бровки, наприклад, з позначкою 60, розмістимо вершину прямого колового конуса. З неї як із центра опишемо дугу кола, що є допоміжною горизонталлю конуса,

радіусом, рівним інтервалу укосу насипу  $l_n = 1/i_n \cdot k = 1,5$  м. Позначка цієї горизонталі конуса буде на одиницю менша від числової позначки вершини і становитиме 59 м.

3. Проводимо низку дуг кіл, які є також допоміжними горизонталлями конуса, радіусами, рівними  $2l_n, 3l_n$ . В результаті одержимо горизонталі конуса з числовими позначками 58, 57 м.

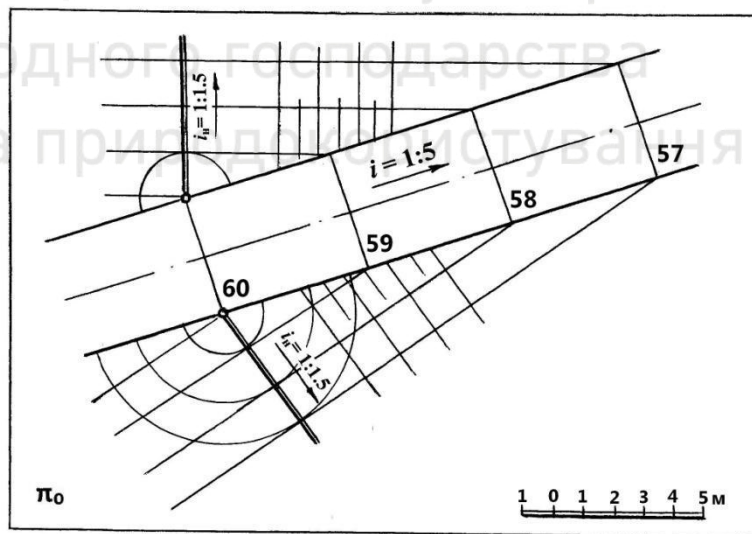


Рис. 3.31. Побудова горизонталей в укосах насипу, що прилягають до нахилоного в'їзду на греблю



4. Проводимо із точок бровки з відповідними числовими позначками горизонталі нижнього укосу насипу як дотичні до горизонталей конуса з позначками 59, 58, 57 м.

5. Перпендикулярно до горизонталей нижнього укосу проводимо лінію масштабу уклону площини.

Розв'язування задачі можна спростити, як це показано для верхнього укосу (рис. 3.31). Достатньо провести одну допоміжну горизонталь конуса з позначкою 59 м і одну горизонталь укосу, яка має числову позначку 59 м. Усі інші горизонталі з цілочисловими позначками проводять паралельно горизонталі з позначкою 59 м. Причому відстань між горизонталями дорівнює інтервалу укосу насипу  $l_n = 1,5$  м.

### 3.4. Визначення площ укосів

Для того щоб обчислити площу укосів насипу та виїмки, необхідно визначити натуральну величину відсіку площини укосу, наприклад, методом обертання відсіку площини укосу навколо горизонталі.

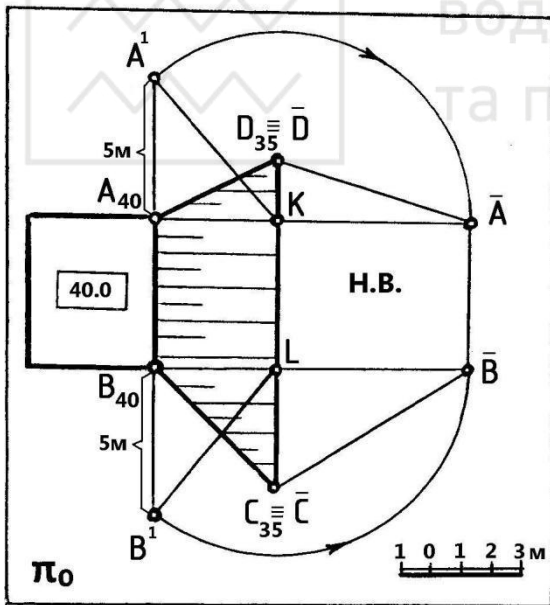


Рис. 3.32. Визначення площі правого укосу насипу  $ABCD$ , що примикає до горизонтального майданчика

Нехай необхідно визначити площу правого укосу насипу  $ABCD$ , що примикає до горизонтального майданчика з відміткою 40,0 м (рис. 3.32). Відсік площини укосу є трапецією  $ABCD$ . Площину укосу необхідно сумістити з однією з горизонтальних площин рівня. Оскільки укіс  $ABCD$  – трапеція, в якій основи  $AB$  та  $CD$  є горизонталі з числовими позначками відповідно 40 та 35 м, площину укосу слід сумістити з горизонтальними площинами рівня, що мають числові відмітки 40 або 35 м. Сумістимо площину укосу з

горизонтальною площиною з позначкою 35 м. Позначимо цю площину  $\pi_{35}$ . Обертати площину укосу будемо навколо горизонталі  $CD$  з позначкою 35 м.

Для побудови натуральної величини площини укосу сумістимо з  $\pi_{35}$  точки  $A$  та  $B$  укосу. Визначимо радіуси обертання точок  $A$  та  $B$ . Для цього на плані з точок  $A_{40}$  та  $B_{40}$  проводимо прямі, перпендикулярні до горизонталі  $C_{35}D_{35}$ ,



точки перетину яких з  $C_{35}D_{35}$  позначимо  $K$  та  $L$ . Вони є центрами обертання точок  $A$  та  $B$ , а  $A_{40}K$  та  $B_{40}L$  – проекціями радіусів обертання, які у даному прикладі рівні між собою ( $A_{40}K = B_{40}L$ ) і є лініями найбільшого уклону площини правого укосу.

Проекції точок  $A$  та  $B$  на плані при обертанні навколо  $CD$  будуть переміщуватись по прямим  $A_{40}K$  та  $B_{40}L$  та їх продовженням. При суміщенні площини укосу з  $\pi_{35}$  радіуси обертання  $AK$  та  $BL$  проекціюються на  $\pi_{35}$  у натуральну величину. Тому знайдемо натуральну величину радіусів  $AK$  та  $BL$ . На рис. 3.30 натуральні величини радіусів  $AK$  та  $BL$  визначені способом прямокутного трикутника:  $A'K$  та  $B'L$  – натуральні величини радіусів обертання  $AK$  та  $BL$ .

Із точок  $K$  та  $L$  як із центрів радіусами  $A'K$  та  $B'L$  проводимо дуги кіл до перетину з продовженням прямих  $A_{40}K$  та  $B_{40}L$  і одержуємо точки  $\bar{A}$  та  $\bar{B}$ , які є проекціями суміщених з  $\pi_{35}$  точок  $A$  та  $B$  і мають числові позначки 35 м. Після суміщення всі точки вершин трапеції  $ABCD$  мають однакові числові позначки – 35 м. Отже, сполучивши точки  $A$  та  $B$  між собою, точку  $\bar{A}$  з  $D_{35}$ , а  $\bar{B}$  – з  $C_{35}$ , одержимо натуральну величину площини укосу – трапецію  $\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$  (рис. 3.32).

Площі укосів насипу та виїмки можна визначити планіметром, палеткою або графічним методом – шляхом розбивання їх на найпростіші геометричні фігури.

## Розділ 4. Взаємне положення двох площин, прямої та площини

### 4.1. Взаємне положення двох площин

Дві площини у просторі можуть бути паралельними, збігатися, перетинатися.

Площини паралельні, якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини паралельні двом прямим, що перетинаються, іншої площини. В проєкціях з числовими позначками для визначення паралельності площин в якості згаданих

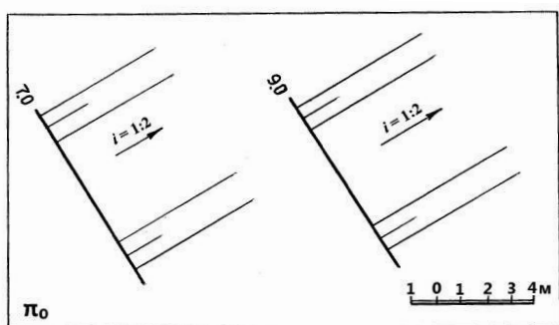


Рис. 4.1. Площини  $\alpha$  і  $\beta$  з однаковою величиною і напрямом уклону (1:2), задані горизонтальними прямими

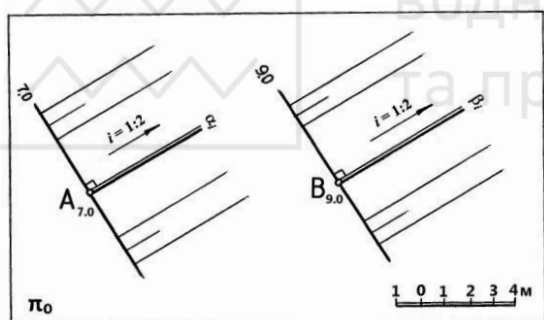


Рис. 4.2. До доведення паралельності площин  $\alpha$  і  $\beta$ , показаних на рис. 4.1

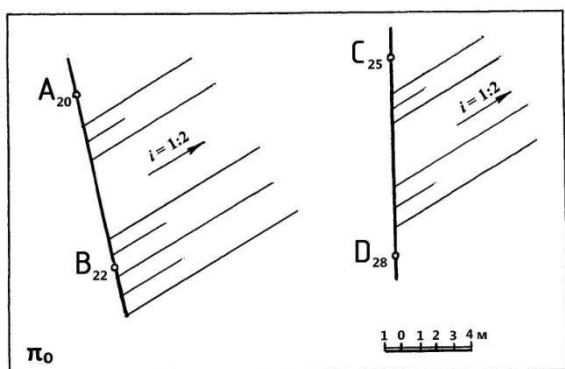


Рис. 4.3. Початкова умова задачі на визначення паралельності двох площин земляних укосів, заданих прямолінійними нахиленими бровками і величиною уклонів

прямих найбільш зручно застосовувати горизонталі та ЛНУ. На рис. 4.1 площини земляних укосів  $\alpha$  і  $\beta$  задані на плані прямолінійними горизонтальними бровками 7.0 та 9.0 і величиною уклону  $i = 1:2$ . Якщо в цих площинах провести ЛНУ  $\alpha_i$  і  $\beta_i$

(рис. 4.2), то вони будуть паралельними між собою, оскільки напрями їх горизонтальних проєкцій паралельні ( $\alpha_i \perp 7.0$ , а  $\beta_i \perp 9.0$ ), нахили прямих однакові (нахил ЛНУ дорівнює уклону самої площини), а також є однаковими напрями нахилів цих прямих. Отже, задані площини укосів  $\alpha$  і  $\beta$  паралельні, тому що їх горизонталі 7.0 і 9.0 та лінії найбільшого уклону  $\alpha_i$  та  $\beta_i$  паралельні між собою.

Із викладеного випливає, що для

визначення паралельності двох площин необхідно провести в них горизонталі, і якщо вони будуть паралельні, то при однакових величинах і напрямках уклону задані площини будуть паралельні.

Наприклад, необхідно визначити паралельність площин двох земляних укосів, заданих (рис. 4.3) прямолінійними нахиленими бровками  $A_{20}B_{22}$ ,  $C_{25}D_{28}$  і величинами уклону, які, як і напрями уклону, однакові для обох площин. Для цього (рис. 4.4) проводимо

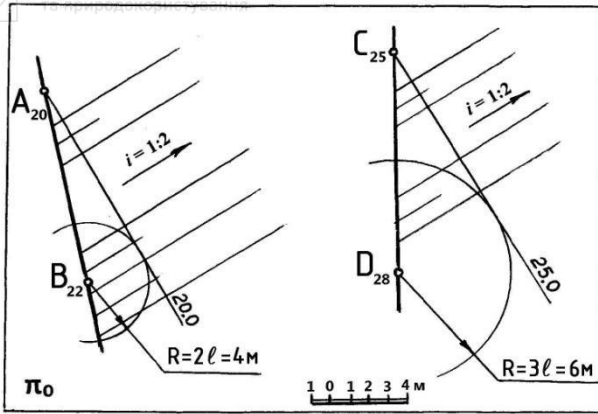


Рис. 4.4. До доведення паралельності двох площин земляних укосів, показаних на рис. 4.3

у площинах укосів горизонталі, причому вони можуть мати різні числові позначки. В одному укосі з точки  $B_{22}$  як із центра проводимо горизонталь конуса радіусом, що дорівнює двом інтервалам ( $l = 2 м$ ), і з точки  $A_{20}$  дотичну до неї пряму, яка буде горизонталлю 20 площини укосу з позначкою 20. У другому укосі проводимо горизонталь з числовою позначкою 25.

Укоси, показані на рис. 4.3, 4.4

паралельні, тому що виконуються три умови паралельності площин:

- горизонталі площин паралельні;
- величини уклонів площин (їх інтервалів або кутів нахилу) однакові;
- напрями уклонів площин однакові.

Якщо площини задані масштабами уклону, то у взаємно паралельних площин:

- масштаби уклонів паралельні;
- інтервали масштабів уклону дорівнюють один одному;
- числові позначки масштабів уклону зростають або зменшуються в

одному і тому ж напрямі.

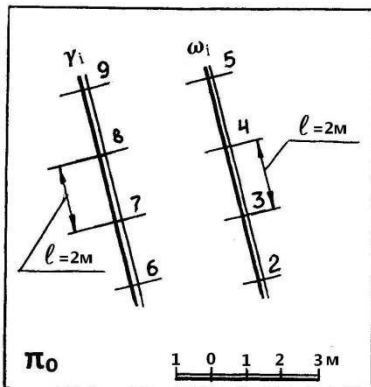


Рис. 4.5. Паралельні площини  $\gamma$  та  $\omega$ , задані масштабами уклонів

На рис. 4.5 площини  $\gamma$  та  $\omega$ , задані масштабами уклону, паралельні, оскільки виконуються всі три вимоги паралельності площин. Якщо умови паралельності двох площин виконуються, але крім цього, встановлено, що хоча б одна пара горизонталей площин з однаковими числовими позначками збігається, то такі площини збігаються одна з одною. Якщо хоча б одна із умов паралельності площин не виконується, то такі площини перетинаються.

Побудова лінії перетину двох площин у проєкціях з числовими позначками ґрунтується, як і

при побудові ортогональних проєкцій, на способі допоміжних січних площин. Зручно застосовувати горизонтальні допоміжні січні площини, оскільки вони перетинають задані площини по горизонталях. Тому задача на побудову лінії

перетину двох площин зводиться до знаходження точок перетину горизонталей з однаковими числовими позначками обох площин.

Для побудови лінії перетину площин  $\alpha$  і  $\beta$  (рис. 4.6) проводимо горизонтальну допоміжну січну площину  $\pi_{20}$ , яка має числову позначку 20. Площина  $\pi_{20}$  перетинає площини  $\alpha$  та  $\beta$  по горизонталям 20. Горизонталі 20 площин  $\alpha$  та  $\beta$  лежать в одній площині і перетинаються у точці  $K$ , яка належить трьом площинам водночас, тобто знаходиться на лінії перетину площин  $\alpha$  і  $\beta$ .

Оскільки лінією перетину двох площин є пряма, що визначається двома точками, то для побудови другої точки, яка належить лінії перетину, проводимо другу горизонтальну допоміжну січну площину  $\pi_{18}$  з позначкою 18. Друга точка  $L$  лінії перетину визначається як точка перетину горизонталей 18 площин  $\alpha$  та  $\beta$ , по яких площина  $\pi_{18}$  їх перетинає. Пряма, що проходить через точки  $K$  та  $L$ , є шуканою лінією перетину площин  $\alpha$  та  $\beta$ .

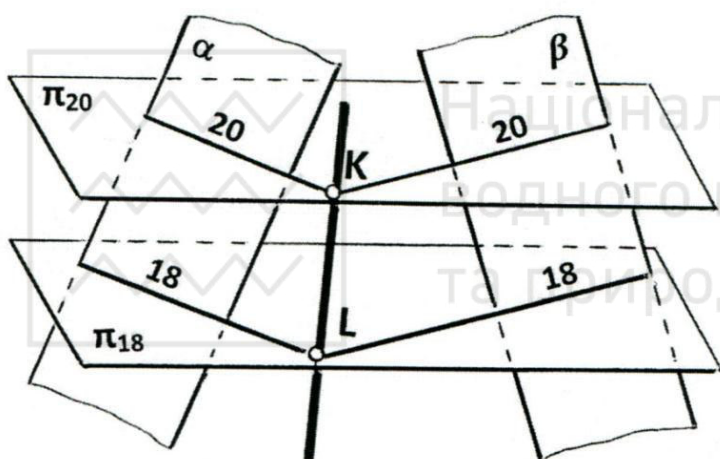


Рис. 4.6. Побудова на наочному зображенні лінії перетину  $KL$  площин  $\alpha$  і  $\beta$

На практиці при побудові лінії перетину двох площин допоміжні січні площини без потреби не проводять, а для визначення точок, що належать лінії перетину, застосовують горизонталі площин, які мають однакові числові позначки, оскільки будь-які дві горизонталі з однаковими позначками, що не паралельні одна одній, перетинаються.

Тому лінія перетину в проєкціях з числовими позначками визначається як пряма, що проходить через точки перетину двох будь-яких горизонталей однієї площини з двома горизонталями другої площини, які мають такі ж самі числові позначки.

Послідовність побудови лінії перетину двох площин така.

1. Проводимо горизонталі з однаковими числовими позначками у кожній з площин і визначаємо точку їх взаємного перетину.
2. Другу точку, що належить лінії перетину, знаходимо, виконуючи такі ж побудови, але з іншою парою горизонталей з однаковими числовими позначками.
3. Через одержані точки проводимо пряму лінію, яка є шуканою лінією перетину заданих площин.





Наприклад, визначимо лінію перетину  $KL$  площин двох земляних укосів  $\alpha$  та  $\beta$ , заданих своїми масштабами спаду  $\alpha_i$  та  $\beta_i$  (рис. 4.7).

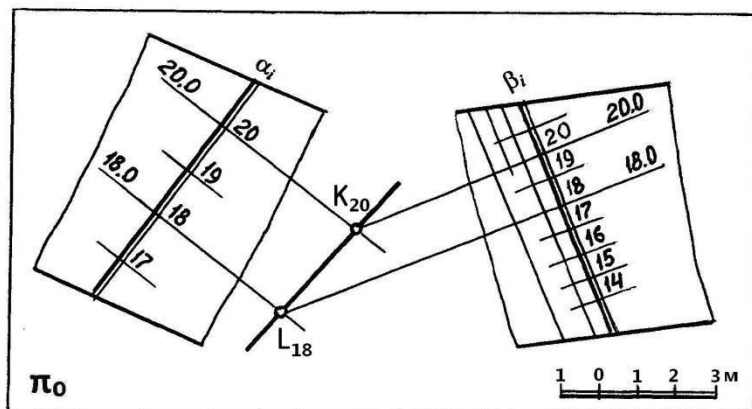


Рис. 4.7. Визначення лінії перетину  $KL$  двох площин земляних укосів  $\alpha$  та  $\beta$

Для цього:

- через числові відмітки 20 на масштабах спаду площин перпендикулярно до  $\alpha$  і  $\beta$  проводимо горизонталі 20 і відмічаємо точку  $K_{20}$  їх взаємного перетину;
- будуємо аналогічно проекції  $L_{18}$  точки  $L$ , що належить лінії перетину;
- проводимо через точки  $K_{20}$  і  $L_{18}$  пряму лінію, яка є

шуканою лінією перетину площин  $\alpha$  та  $\beta$ .

Площини, що перетинаються, можуть мати як різні, так і однакові величини уклону. При різних уклоних площин земляних укосів (рис. 4.8) лінію

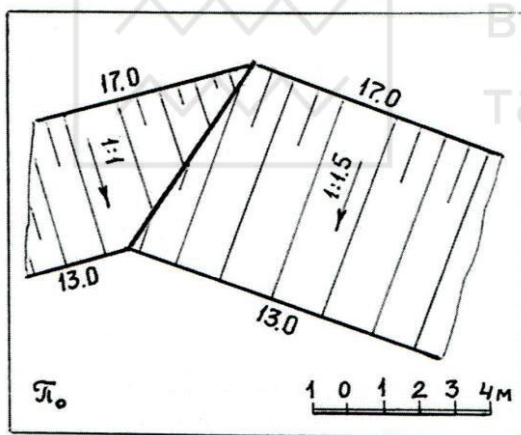


Рис. 4.8. Побудова лінії перетину земляних укосів з уклонами  $1:1$  і  $1:1,5$

їх перетину знаходимо за допомогою двох пар горизонталей, що належать обом площинам укосів і мають однакові числові позначки. Двома парами горизонталей з однаковими числовими позначками для даного прикладу є бровки та підшви земляних укосів, числові позначки яких відповідно 17.0 та 13.0 (рис. 4.8).

Лінія перетину площин земляних укосів однакового уклону може бути знайдена за допомогою лише однієї пари горизонталей, що мають однакові числові позначки (горизонталі

одного рівня), оскільки для площин, що мають однаковий уклон, лінія перетину є бісектрисою кута між цими горизонталями.

На рис. 4.8 напрям горизонталей в укосах, що перетинаються, відомий, і це полегшує розв'язання задачі на визначення точок, які належать лінії перетину. Розглянемо тепер задачі на побудову лінії перетину укосів, в яких напрями горизонталей в одному або в обох укосах невідомі (укоси каналів з нахиленими бровками або підшвами).

На рис. 4.9 один укіс задано проекцією прямолінійної нахиленої бровки  $n$ , що має нахил  $i_B = 1:5$ , і уклоном площини укосу  $i_Y = 1:1$ ; другий укіс –

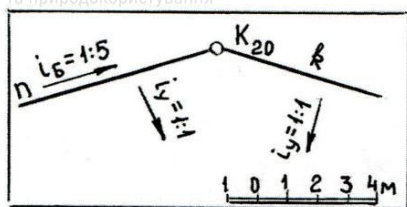


Рис. 4.9. До побудови лінії перетину двох земляних укосів

проекцією прямолінійної горизонтальної бровки  $k$  з числовою позначкою 20 м і уклоном площини укосу  $i_y = 1:1$ . Відомо також проекція  $K_{20}$  точки  $K$  перетину бровок укосів і, що підосви укосів мають відмітку 16 м. Потрібно побудувати лінію  $KL$  перетину укосів.

Розв'язок задачі показано на рис. 4.10. Однією точкою, що належить лінії перетину, буде

точка  $K$ , а другою, наприклад, точка перетину горизонталей з числовими позначками 16 м, які є підосвами укосів, що перетинаються. Побудуємо горизонталь з відміткою 16 м спочатку в укосі з нахиленою бровкою  $n$ .

1. На бровці  $n$  відмічаємо точку  $A_{21}$ , розміщену від точки  $K_{20}$  на відстані 5 м, оскільки інтервал прямолінійної бровки дорівнює 5 м.

2. З точки  $A_{21}$  та  $K_{20}$  як із центрів проводимо горизонталі прямих колових конусів з вершинами  $A_{21}$  та  $K_{20}$  радіусами згідно з (3.2) відповідно  $R_1 = (21-16)l_y = 5l_y = 5\text{ м}$  і  $R_2 = (20-16)l_y = 4l_y = 4\text{ м}$ , де  $l_y = \frac{1}{i_y} \cdot 1\text{ м} = 1\text{ м}$ . Ці горизонталі конусів мають числові позначки 16 м.

3. Проводимо дотичну до побудованих горизонталей конусів, яка буде горизонталлю 16 укосу з нахиленою бровкою.

Для проведення горизонталі з числовою позначкою 16 у другому укосі застосовувати дві горизонталі конусів немає потреби. Оскільки напрями горизонталей укосу відомі (задана  $k$ ), горизонталь 16 укосу проводимо як дотичну до горизонталі конуса радіуса  $R_2$  і паралельно  $k$ . Точка  $L_{16}$  перетину горизонталей 16 обох укосів буде

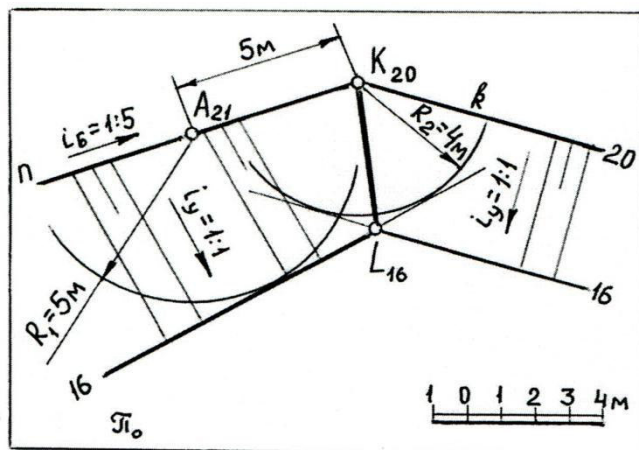


Рис. 4.10. Розв'язок задачі з початковою умовою, наведеною на рис. 4.9

проекцією другої точки  $L$ , що належить лінії перетину укосів. Сполучивши точки  $K_{20}$  та  $L_{16}$  прямою лінією, одержимо проекцію лінії перетину двох укосів на плані.

На плані (рис. 4.11) задані проекції підосхов укосів, що перетинаються, із позначеною на них проекцією  $K_{21}$  точки  $K$  їх перетину. Нахил підосхов 1:6 та 1:7, величини уклонів укосів 1:1 та 1:1.5. Рис. 4.12 ілюструє побудову лінії перетину  $KL$  укосів каналу, висота (глибина каналу) яких дорівнює 6 м.

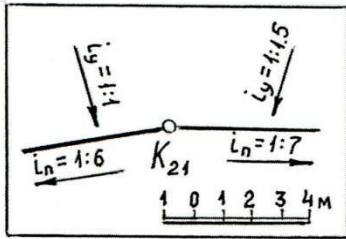


Рис. 4.11. До побудови лінії перетину двох земляних укосів із спільною точкою  $K_{21}$

Для побудови лінії перетину заданих укосів необхідно знайти другу точку, що належить лінії перетину. Проведемо в площинах укосів пару горизонталей з однаковими числовими позначками, наприклад  $18\text{ м}$ . Для цього (рис. 4.12).

1. На підшві укосу з уклоном  $1:6$  знаходимо точку  $M_{20}$ , яка розміщена від точки  $K_{21}$  згідно з (2.2) на відстані  $x_1 = (21 - 20)6 = 6\text{ м}$ , а на підшві укосу з уклоном  $1:7$  точку  $N_{20}$ , віддалену від  $K_{21}$  згідно з (2.2) на відстань  $x_2 = (21 - 20)7 = 7\text{ м}$ .

2. З точок  $M_{20}$ ,  $K_{21}$  та  $N_{20}$  проводимо горизонталі конусів із числовими позначками  $18\text{ м}$ . З урахуванням уклону укосів радіуси горизонталей конусів з позначками  $18\text{ м}$  згідно з (3.2) дорівнюють відповідно:

$$R_1 = (20 - 18)6 = 12\text{ м};$$

$$R_2 = (21 - 18)7 = 21\text{ м};$$

$$R_3 = (20 - 18)1.5 = 3\text{ м}.$$

3. Проводимо горизонталі  $18$  укосів як дотичні до горизонталей конусів.

Точка  $L_{18}$  перетину горизонталей  $18$  укосів буде проекцією точки  $L$ , що належить лінії перетину укосів. Проекція лінії перетину укосів проходить через точки  $K_{21}$  та  $L_{18}$ .

Тепер побудуємо проекції бровок (рис. 4.12) укосів, що перетинаються, знаючи, що їх висота дорівнює  $6\text{ м}$ . Для цього виконуємо такі дії.

1. З точок  $M_{20}$  та  $N_{20}$  проводимо проекції ліній найбільшого уклону площин укосів перпендикулярно до горизонталей  $18$  укосів і відкладаємо на них відрізки  $M_{20}B_{26}$  та  $L_{20}C_{26}$  довжиною згідно з (2.1) відповідно  $6\text{ м}$  та  $9\text{ м}$ .

2. Через одержані точки  $B_{26}$  та  $C_{26}$  проводимо паралельно підшвам своїх укосів прямі  $n$  та  $k$  (рис. 4.12), які є проекціями бровок укосів каналу.

3. Визначаємо перетин проекцій бровок  $n$  та  $k$  з проекцією лінії перетину  $K_{21}L_{18}$  заданих укосів.

На рис. 4.13 наведено графічну умову задачі на побудову ліній перетину чотирьох укосів котловану. Дно котловану горизонтальне і має числову позначку  $-3.0\text{ м}$ , спади укосів котловану  $1:1$ ;  $1:1.5$ ;  $1:2$  та  $1:3$ . Числова

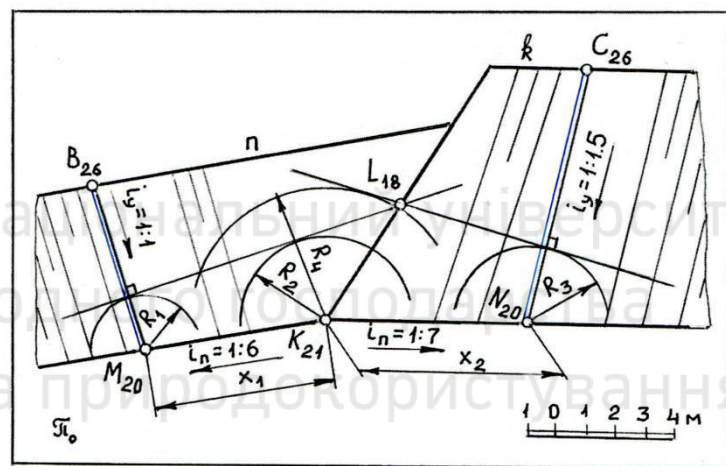


Рис. 4.12. Розв'язок задачі з початковою умовою, наведеною на рис. 4.11

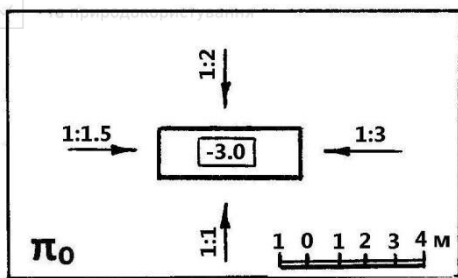


Рис. 4.13. Початкова умова задачі на побудову ліній перетину котловану

позначка поверхні землі прийнята рівною нулю і є площиною, що збігається з основною площиною. На рис. 4.14 показано розв'язок цієї задачі.

Вершини прямокутного дна котлована (рис. 4.14) позначимо  $A_{-3.0}$ ,  $B_{-3.0}$ ,  $C_{-3.0}$ ,  $D_{-3.0}$ . Вони належать лініям перетину суміжних укосів котлована. Оскільки поверхня землі є горизонтальною площиною з нульовою

позначкою, лінії перетину чотирьох укосів котлована з нею є горизонталями укосів з нульовими позначками, які є бровками укосів котлована. Тому побудуємо горизонталі укосів котлована з нульовими позначками і визначимо

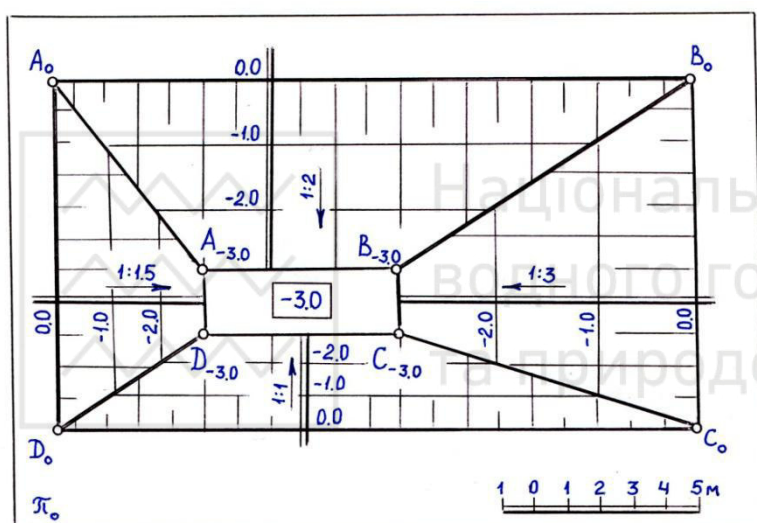


Рис. 4.14. Побудова ліній перетину укосів котловану

точки перетину суміжних горизонталей, які і будуть точками, яких не вистачає. Ці точки належать лініям перетину укосів.

Для цього виконаємо такі дії.

1. Проведемо проекції ліній найбільшого уклону в усіх чотирьох укосах перпендикулярно до підшов укосів (до сторін дна котловану).

2. Відкладемо вздовж проекцій ЛНУ відрізки згідно з (2.3), що дорівнюють 3.0, 4.5, 6.0 та 9.0 м відповідно в укосах котловану із спадами 1:1; 1:1.5; 1:2 та 1:3 і одержимо точки з нульовими відмітками.

3. Через одержані точки проведемо горизонталі укосів з нульовими відмітками, які є лініями перетину укосів із земною поверхнею, і визначимо точки перетину суміжних горизонталей:  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$ ,  $D_0$ .

4. Сполучивши точки  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$ ,  $D_0$  відповідно з точками  $A_{-3.0}$ ,  $B_{-3.0}$ ,  $C_{-3.0}$ ,  $D_{-3.0}$ , одержимо проекції ліній перетину укосів котлована між собою. Укоси заштрихуємо.

На рис. 4.15 показано приклад побудови ліній перетину двох призматичних поверхонь, якими є меліоративні канали. З магістрального каналу, дно якого має числову позначку 18, а уклон укосів 1:1.5, відходить під прямим кутом

відвідний канал, дно якого має числову позначку 19, а уклон укосів 1:1. Поверхня землі в зоні перетину каналів має числову позначку 21.

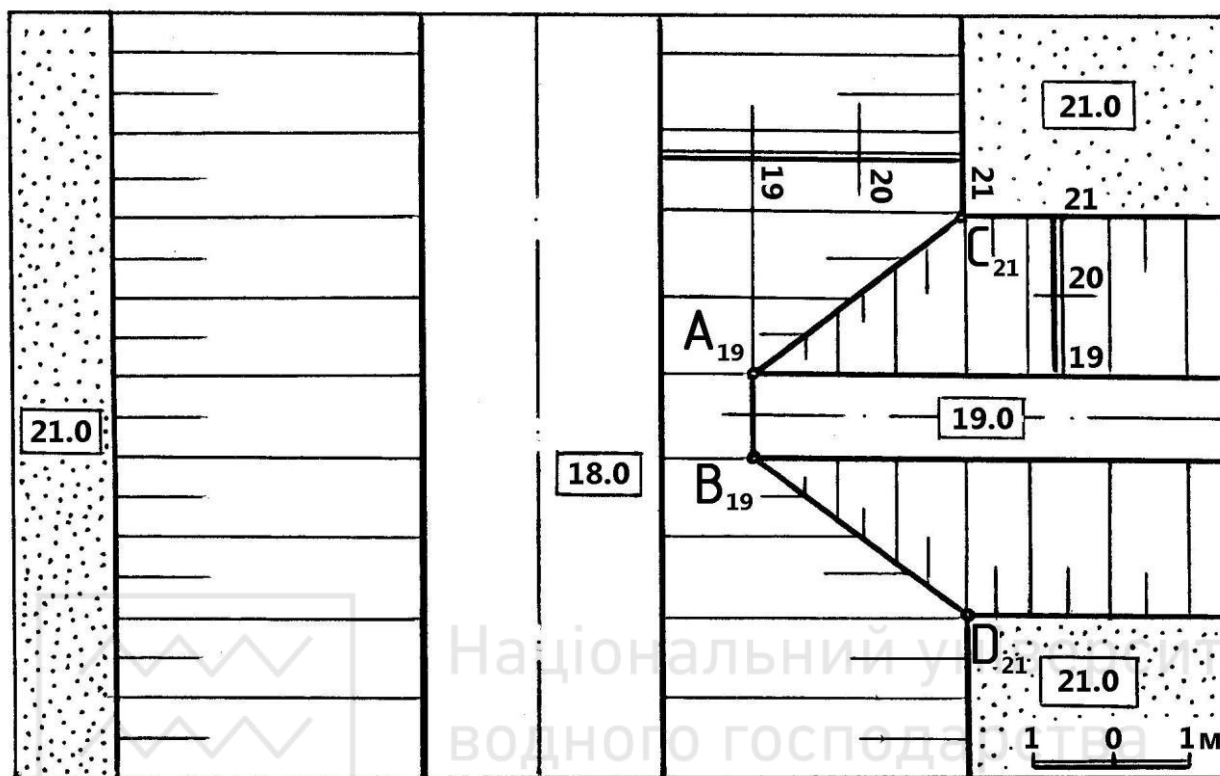


Рис. 4.15. Побудова ліній перетину призматичних поверхонь

Призматичні поверхні каналів складаються з відсіків площин, які перетинаються між собою по прямим лініям. Для визначення проєкції лінії перетину дна відвідного каналу з укосом магістрального каналу градуємо укіс і проводимо в ньому горизонталь з числовою відміткою 19, яка перетинає підшву дна відвідного каналу в точках  $A_{19}$  та  $B_{19}$ . Сполучивши ці точки прямою лінією, отримаємо лінію перетину укосу магістрального каналу з дном відвідного каналу. Для визначення лінії перетину укосу магістрального каналу з укосами відвідного каналу знаходимо точки  $C_{21}$  та  $D_{21}$  перетину горизонталей укосів з числовими позначками 21 та сполучаємо їх відповідно з точками  $A_{19}$  та  $B_{19}$ .

Ламана лінія  $C_{21}A_{19}B_{19}D_{21}$  є проєкцією лінії перетину двох меліоративних каналів, що мають призматичні поверхні. Обидва канали перетинають земну поверхню по горизонталям укосів з числовими позначками 21, які є бровками каналів.

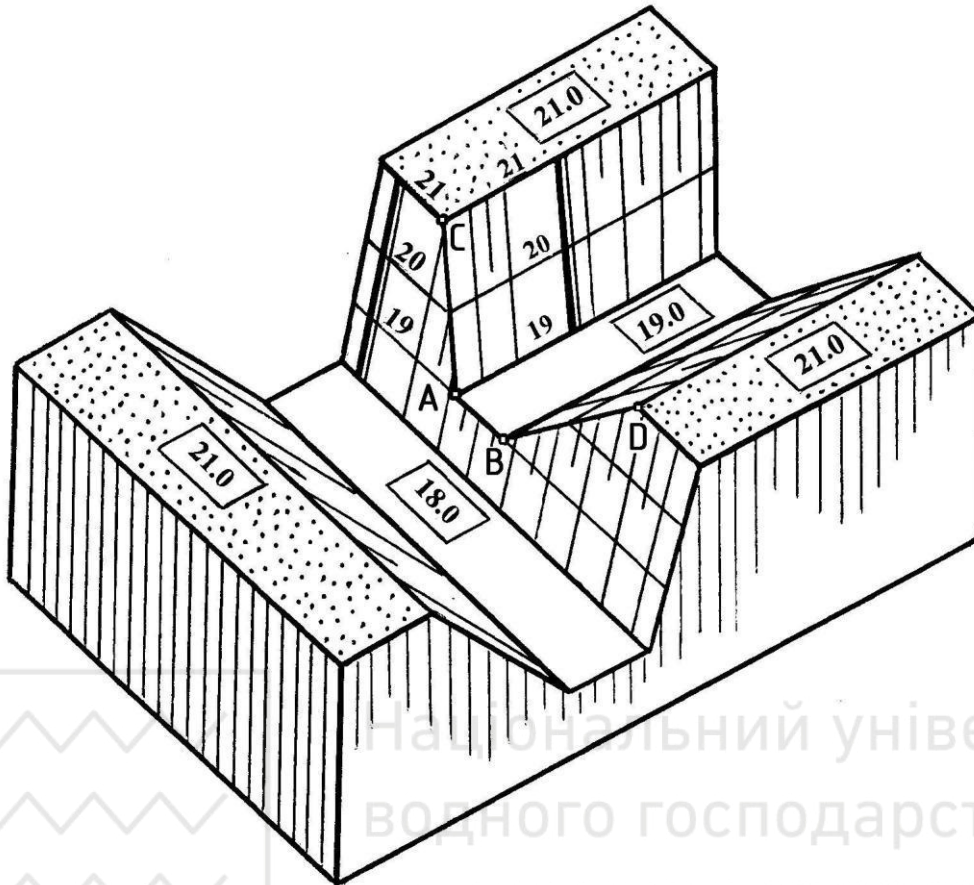


Рис. 4.16. Наочне зображення ліній перетину призматичних поверхонь каналів

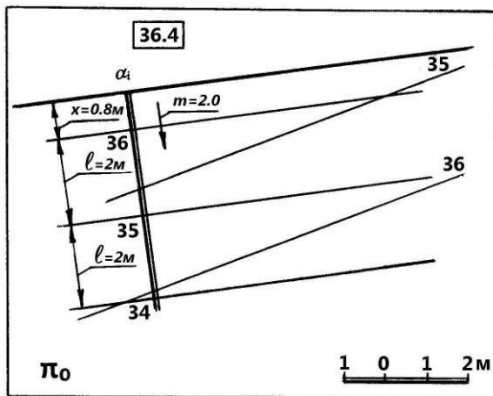


Рис. 4.17. Початкова умова задачі на визначення можливості перетину горизонталей з однаковими числовими позначками двох площин в межах креслення

Розглянемо приклад на визначення лінії перетину площин, коли горизонталі з однаковими числовими позначками не перетинаються у межах креслення (рис. 4.17). Площина укосу насипу  $\alpha$  задана прямолінійною горизонтальною бровкою з числовою позначкою 36.4 і коефіцієнтом укосу  $m = 2.0$ , а площина плоского косогуру задана двома паралельними горизонтальними прямими з числовими позначками 35 та 36.

Проведемо в обох площинах масштаби уклонів  $\alpha_i$  та  $\beta_i$  перпендикулярно до горизонталей своїх площин (рис. 4.18). Проекція горизонталі з числовою позначкою 36 площини  $\alpha$  віддалена від проекції бровки згідно з (2.1) та (3.1) на відстань, що дорівнює  $x = (36.4 - 36.0) / k = 0.8$  м. Відзначимо, що відстань на плані між горизонталлями з цілочисловими



послідовними позначками площини  $\alpha$  становить 2 м, тобто дорівнює інтервалу площини  $\alpha$ . Таким чином, з рис. 4.15 видно, що горизонталі площин  $\alpha$  та  $\beta$  з цілочисловими позначками у межах креслення не перетинаються, крім горизонталей з числовою відміткою 35, перетин яких дозволяє визначити тільки одну точку, яка належить лінії перетину, що недостатньо для її побудови.

У таких випадках для визначення лінії перетину двох площин можна застосовувати два способи: спосіб допоміжних січних площин та спосіб профілю.

Спосіб допоміжних січних площин полягає в тому, що лінія перетину двох площин будується за допомогою допоміжних січних площин, які перетинають задані площини. Для цього:

- проводять допоміжні січні площини;
- будують лінію перетину січних площин із заданими;
- визначають точки перетину побудованих ліній перетину січних площин з заданими, які водночас належать двом заданим площинам, що перетинаються;
- сполучають одержані точки перетину прямою лінією, яка буде шуканою лінією перетину заданих площин.

Розглянемо суть способу допоміжних січних площин (рис. 4.18). Проекцію лінії перетину  $MN$  двох площин визначимо таким чином:

- проводимо першу допоміжну січну площину, яка проходить через ЛНУ площини  $\alpha$ , проекцією якої є масштаб уклону  $\alpha_i$ . Для цього через дві точки

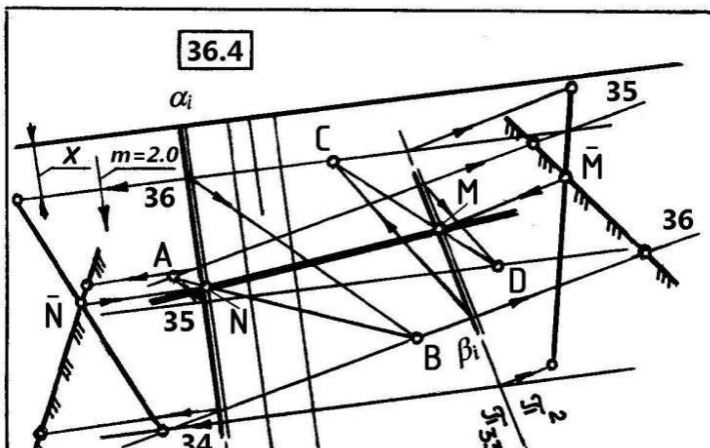


Рис. 4.18. Побудова лінії перетину площин  $\alpha$  та  $\beta$  способом допоміжних січних площин та способом профілю

масштабу уклону  $\alpha_i$  з числовими позначками 35 та 36 проводимо горизонталі допоміжної площини, вибравши їх напрямок так, що вони будуть перетинатися з відповідними горизонталями площини  $\beta$  у межах креслення (точки  $A$  та  $B$ );

- через точки  $A$  та  $B$  проводимо пряму  $AB$ , яка є проекцією лінії перетину допоміжної площини з

площиною  $\beta$ ;

- знаходимо точку  $N$ , яка є проекцією точки перетину прямої  $AB$  з масштабом уклону  $\alpha_i$ , і належить лінії перетину заданих площин;
- проводимо другу допоміжну січну площину, яка проходить через лінію



найбільшого уклону площини  $\beta$ , і визначаємо точки  $C$  та  $D$ , в яких горизонталі з числовими позначками 35 та 36 допоміжної площини перетинаються з відповідними горизонталями площини  $\alpha$ ;

- через точки  $C$  та  $D$  проводимо пряму  $CD$ , яка є проекцією лінії перетину другої допоміжної площини з площиною  $\alpha$ ;

- знаходимо точку  $M$ , яка є проекцією точки перетину прямої з масштабом уклону  $\beta_i$  і належить лінії перетину заданих площин;

- через одержані точки  $N$  та  $M$  проводимо пряму лінію  $MN$ , яка є проекцією лінії перетину двох площин  $\alpha$  та  $\beta$ .

Спосіб профілю (рис. 4.16):

- перетинаємо задані площини  $\alpha$  та  $\beta$  двома вертикальними площинами  $\pi^1$  та  $\pi^2$ , які проходять через лінії найбільшого уклону  $\alpha_i$  та  $\beta_i$  площин  $\alpha$  та  $\beta$ ;

- будуємо профілі (зображення на площинах  $\pi^1$  та  $\pi^2$ ) площини укосу насипу  $\alpha$  і земної поверхні у вигляді плоского косоугру  $\beta$  (профіль косоугру виділено штриховкою);

- на перетині побудованих профілів знаходимо точки  $N$  та  $M$ , які переносимо (показано стрілкою) на осі  $x_1$  і  $x_2$ , одержуємо шукані точки  $N$  та  $M$ , через які проходить пряма лінія  $MN$  – проекція лінії перетину площин  $\alpha$  та  $\beta$ .

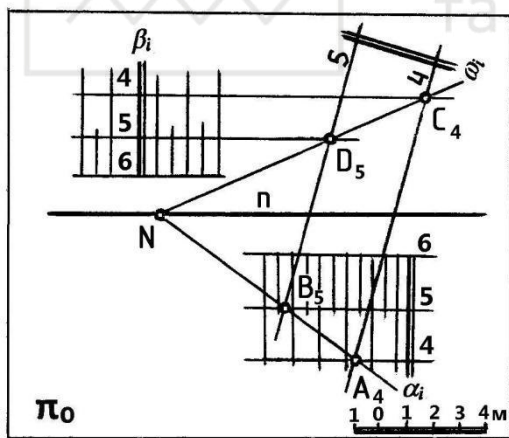


Рис. 4.19. Побудова лінії перетину двох площин, у яких масштаби уклонів взаємно паралельні

Якщо масштаби уклонів площин взаємно паралельні, то взаємно паралельні й їх горизонталі. У цьому випадку лінія перетину площин є їх спільною горизонталлю, для побудови якої необхідно знайти лише одну будь-яку спільну точку.

На рис. 4.19 така точка визначена шляхом введення допоміжної січної площини  $\omega$ , масштаб уклону  $\omega$  якої не паралельний масштабам уклону площин земляних укосів  $\alpha$  та  $\beta$ . Після цього:

- будуємо проекції ліній перетину  $A_4B_5$  та  $C_4D_5$  допоміжної площини  $\omega$  відповідно з

площинами  $\alpha$  та  $\beta$ ;

- на перетині  $A_4B_5$  та  $C_4D_5$  знаходимо проекцію  $N$  точки, що належить лінії перетину площин укосів  $\alpha$  та  $\beta$ ;

- через точку  $N$  проводимо горизонталь  $n$  паралельно горизонталям заданих площин, яка і буде проекцією лінії перетину укосів  $\alpha$  та  $\beta$ .





## 4.2. Взаємне положення прямої та площини

Пряма лінія може належати площині, бути паралельною їй або перетинати.

Якщо пряма належить площині, то вона перетинає будь-яку не паралельну їй пряму, що лежить у площині. Перетинаючи горизонталі площини, пряма має в точках перетину числові позначки, однакові з числовими позначками відповідних горизонталей.

Якщо пряма паралельна площині, то в цій площині можна провести пряму, паралельну даній прямій.

Зупинимось докладніше на випадку перетину прямої з площиною. Загальний алгоритм визначення точки перетину прямої з площиною складається з таких дій:

- проводимо через пряму допоміжну січну площину;
- будуємо лінію перетину допоміжної площини із заданою площиною;
- знаходимо точку перетину побудованої лінії перетину площин з даною прямою, яка і буде шуканою точкою перетину прямої із заданою площиною.

На рис. 4.20 визначено точку перетину осі прямолінійного трубопроводу  $AB$  з площиною земляного укосу  $\alpha$ . Для цього виконуємо такі дії.

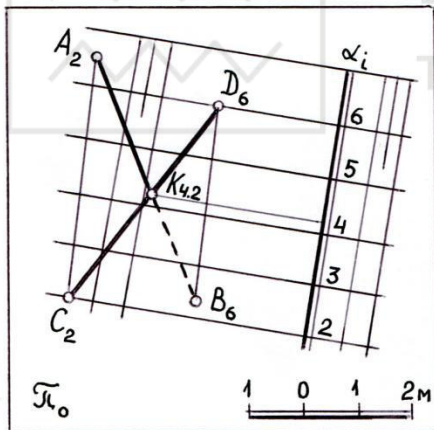


Рис. 4.20. Визначення точки перетину трубопроводу  $AB$  з площиною земляного укосу  $\alpha$  способом горизонталей

1. Проводимо через пряму  $AB$  довільну площину загального положення, задану горизонталями  $A_2C_2$  та  $B_6D_6$ , які проведені таким чином, щоб вони перетинали горизонталі того ж рівня площини  $\alpha$  у межах креслення.

2. Визначаємо точки  $C_2$  та  $D_6$ , що є проєкціями точок перетину горизонталей  $A_2C_2$  та  $B_6D_6$  допоміжної площини із заданою, і сполучаємо їх прямою лінією  $C_2D_6$ , яка є проєкцією лінії перетину допоміжної площини із заданою.

3. Знаходимо точку  $K$  – проєкцію точки перетину прямої  $C_2D_6$  з даною прямою  $AB$ , яка є шуканою проєкцією точки перетину прямолінійного трубопроводу  $AB$  з площиною земляного укосу  $\alpha$ .

Оскільки точка  $K$  належить площині  $\alpha$ , то числову позначку точки  $K$  можна визначити за допомогою проведення через неї горизонталі площини  $\alpha$  (на рис. 4.20 це горизонталь 4.2) або градуюванням прямої  $AB$ .

Спосіб розв'язування задачі визначення точки перетину прямої з площиною, показаний на рис. 4.20, називається способом горизонталей.



Відзначимо, що в проєкціях з числовими позначками допоміжною площиною при застосуванні способу горизонталей може бути будь-яка площина загального положення, але тільки не проєкціуюча. Це пов'язано з тим, що застосування допоміжної проєкціуючої площини, наприклад,

вертикальної, призвело б до суміщення проєкцій прямих  $A_2B_6$  та  $C_2D_6$  і вимагало б додаткових побудов для визначення шуканої точки перетину.

Якщо числові позначки у точок, що задають пряму лінію, дробові, то допоміжними площинами можуть бути не площини загального положення, як у випадку застосування способу горизонталей, а горизонтально-проєкціуючі (вертикальні) площини, тобто такі задачі зручно розв'язувати способом профілю.

На рис. 4.21 точка перетину осі прямолінійного трубопроводу  $AB$  з площиною земляного укосу  $\alpha$  визначена способом профілю.

Для цього виконуємо такі дії.

1. Проводимо через пряму  $AB$  вертикальну площину  $\pi$  і будуємо на ній профілі прямої  $AB$  та площини  $\alpha$ :  $\overline{A\overline{B}}$  – профіль прямої,  $\overline{M\overline{N}}$  –

профіль площини.

2. В перетині профілів  $\overline{A\overline{B}}$  та  $\overline{M\overline{N}}$  знаходимо точку  $\overline{K}$ .

3. Проєкціюємо точку  $\overline{K}$  на вісь проєкцій  $x_1$ , одержуємо точку  $K$  – проєкцію точки перетину осі прямолінійного трубопроводу  $AB$  з площиною земляного укосу  $\alpha$ .

Визначаємо числову позначку точки  $K$ , вимірявши відрізок  $\overline{K\overline{K}}$  в масштабі плану. Його довжина дорівнює 2,5 м і визначає числову позначку точки  $K$  (рис. 4.21).

При малих значеннях нахилу (уклону) прямої та площини вертикальний масштаб для більш точного визначення точки перетину слід збільшувати.

Відзначимо, що задачу, наведену на рис. 4.22, можна розв'язати і способом профілю, але побудови були б у цьому випадку більш трудомісткими. А задачу, наведену на рис. 4.21, можна розв'язати і способом горизонталей, але для цього необхідно проградуювати пряму  $AB$ , що також збільшує трудомісткість побудов. Тому при розв'язуванні подібних задач важливо вибрати найбільш раціональний спосіб.

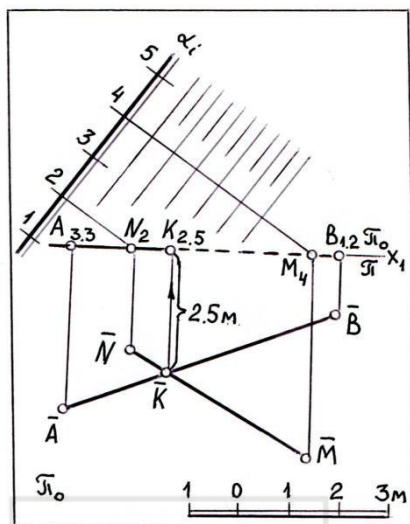


Рис. 4.21. Визначення точки перетину осі трубопроводу  $AB$  з площиною земляного укосу  $\alpha$  способом профілю



Розглянемо поширену на практиці задачу (рис. 4.22) визначення точок перетину осі прямолінійного трубопроводу  $CD$  з укосами насипу горизонтально розміщеного полотна дороги. Цю задачу раціонально розв'язувати способом профілю, оскільки, по-перше, пряма  $CD$  задана точками з дробовими числовими позначками, по-друге, вона перетинає одночасно два укоси, що при застосуванні способу горизонталей викликає необхідність введення двох допоміжних січних площин. Послідовність розв'язування така.

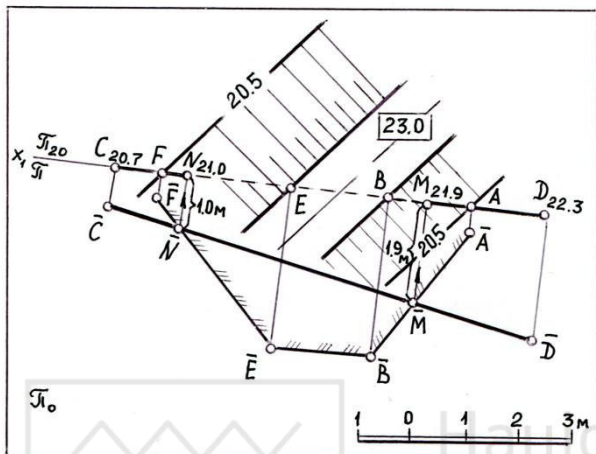


Рис. 4.22. Визначення точок перетину осі прямолінійного трубопроводу  $CD$  з укосами насипу полотна дороги способом профілю

1. Через пряму  $CD$  проводимо вертикальну площину  $\pi$  і будуємо на ній профілі прямої  $CD$  та земляної споруди, що складається з площин укосів та полотна дороги:  $\bar{C}\bar{D}$  – профіль прямої;  $\bar{A}\bar{B}\bar{E}\bar{F}$  – профіль земляної споруди, де прямі  $\bar{A}\bar{B}$ ,  $\bar{E}\bar{F}$  – профілі укосів,  $\bar{E}\bar{B}$  – профіль полотна дороги (горизонтальної ділянки).

2. Знаходимо в перетині профілів  $\bar{C}\bar{D}$  і  $\bar{A}\bar{B}\bar{E}\bar{F}$  точки  $\bar{M}$ ,  $\bar{N}$ .

3. Проекціюємо точки  $\bar{M}$ ,  $\bar{N}$  на вісь проєкцій  $x_1$  і одержуємо точки  $M$ ,  $N$  –

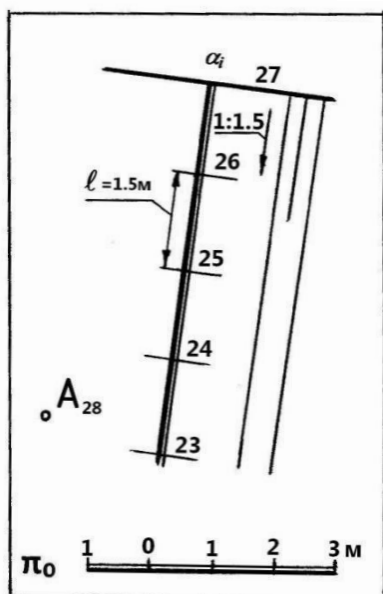
проєкції точок перетину осі прямолінійного трубопроводу з укосами насипу земляної споруди. Визначаємо числові позначки точок  $M$  та  $N$ .

### 4.3. Взаємна перпендикулярність прямої і площини та двох площин

Окремим випадком перетину прямої з площиною є їх взаємна перпендикулярність.

Пряма перпендикулярна площині, якщо виконуються такі ознаки.

1. Проекція прямої паралельна масштабу уклону площини або перпендикулярна горизонталям площини.



2. Нахил прямої обернено пропорціональний уклону площини або інтервал прямої обернено пропорціональний інтервалу площини.

3. Числові позначки прямої та площини повинні зростати в протилежні боки.

Побудова перпендикуляра до площини необхідна при визначенні відстані від будь-якого об'єкта до площини.

На рис. 4.23 наведено початкову умову задачі



визначення відстані від точки  $A$ , до площини земляного укосу  $\alpha$ , заданої масштабом уклону  $\alpha_i$ . Спочатку задамо пряму, яка проходить через точку  $A$  і перпендикулярна площині  $\alpha$ . Для цього (рис. 4.24):

- проводимо через точку  $A_{\pi}$  проекцію прямої  $AB$  паралельно масштабу уклону  $\alpha_i$ ;

- визначаємо інтервал прямої  $AB$ , який повинен бути обернено пропорційний до величини інтервалу площини  $\alpha$ . Якщо інтервал площини  $\alpha$  дорівнює  $l = 1,5 \text{ м}$  (рис. 4.23), то інтервал прямої  $AB$  дорівнює  $l_1 = 1/l = 1/1,5 \cong 0,7 \text{ м}$ ;

- розміщуємо числові позначки точок прямої  $AB$  таким чином, щоб вони зростали у напрямі, протилежному зростанню проекцій відповідних точок лінії найбільшого уклону  $\alpha_i$  площини  $\alpha$ .

Таким чином, усі три умови перпендикулярності прямої і площини виконуються, а отже, пряма  $AB$  перпендикулярна до площини  $\alpha$ .

Тепер визначаємо точку  $K$  перетину перпендикуляра з площиною  $\alpha$  (рис. 4.24). Точка  $K$  визначена двома способами: горизонталей та профілю

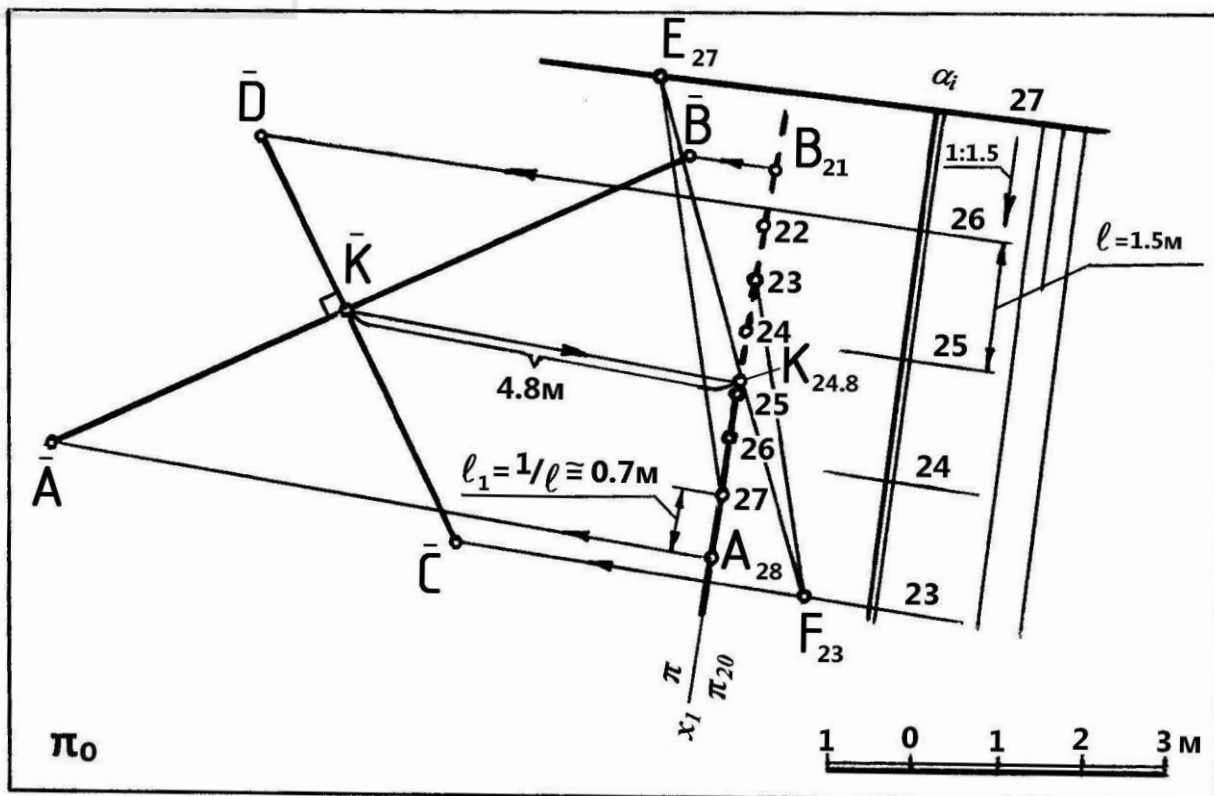


Рис. 4.24. Розв'язок задачі з початковою умовою, наведеною на рис. 4.23, способом горизонталей та способом профілю

( $\overline{AB}$  – профіль прямої  $AB$ ,  $\overline{CD}$  – профіль площини  $\alpha$ ). Відзначимо, що пряма  $E_{27} F_{23}$  є лінією перетину даної площини  $\alpha$  з допоміжною площиною, яка проведена через пряму  $AB$ .

Далі способом профілю визначаємо натуральну величину відрізка прямої  $AK$  – відстань від даної точки  $A$  до площини земляного укосу  $\alpha$ . На рис. 4.24

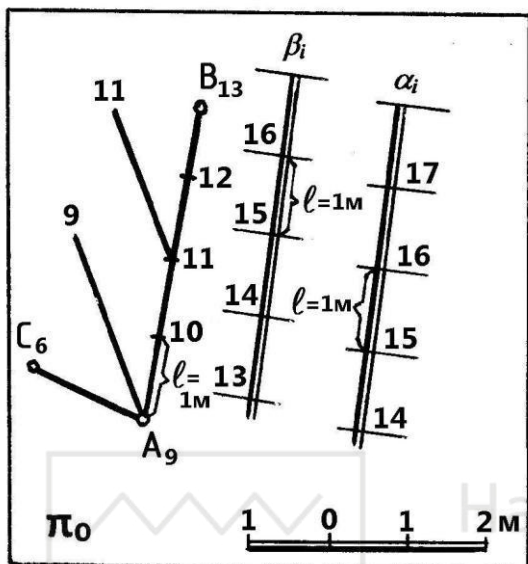


Рис. 4.25. Зображення взаємно перпендикулярних площин

На рис. 4.25 площина  $\beta$  перпендикулярна до площини  $\alpha$ . Дві інші площини, задані прямими  $AB$ ,  $AC$ , що перетинаються, та горизонталями  $9$ ,  $11$ , перпендикулярні до площини  $\alpha$ , оскільки вони проходять через пряму  $AB$ , яка перпендикулярна до площини  $\alpha$ .

натуральна величина відрізка прямої  $AK$  – довжина відрізка  $\overline{AK}$ . Знаходимо числову позначку точки  $K$ .

Дві площини взаємно перпендикулярні, якщо одна з них проходить через пряму, перпендикулярну до іншої площини. Дві площини, задані своїми масштабами уклону, перпендикулярні, якщо:

- масштаби уклону паралельні;
- інтервали або уклони площин обернено пропорційні за величиною;
- числові позначки точок ліній найбільшого уклону площин зростають у протилежних напрямках.



## Розділ 5. Проекції поверхонь

### 5.1. Проекції багатогранників

В проекціях з числовими позначками багатогранники можна задати проекціями ребер та сторін основ із зазначенням числових позначок вершин.

На рис. 5.1 зображена проекція  $S_5A_0B_0C_0$  піраміди  $SABC$ . Вершини – точки  $A, B, C$  – мають нульові числові позначки, оскільки основа піраміди збігається з

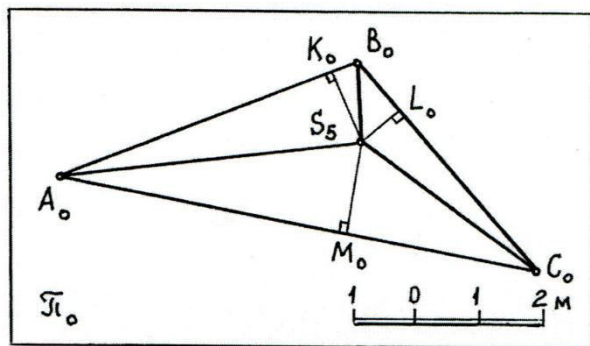


Рис. 5.1. Зображення на плані піраміди  $SABC$

основною площиною  $\pi_0$ . Якщо у площинах бокових граней провести лінії найбільшого уклону, то з рис. 5.1 випливає, що грань  $ASC$  більш полого, ніж інші грані (довжина відрізка проекції  $S_5M_0$  лінії найбільшого уклону більша, ніж довжина проекції  $S_5L_0$  та  $S_5K_0$ ), а грань  $SBC$  більш крута, ніж інші грані (довжина проекції  $S_5L_0$  лінії найбільшого уклону менша, ніж довжина проекцій  $S_5K_0$  та  $S_5M_0$ ).

На рис. 5.2 зображена проекція  $A_0B_0C_0N_3M_3L_3$  призми  $ABCNML$ . Бічні ребра  $BM, AN, CL$  паралельні, оскільки їх проекції паралельні, закладання та підйом відрізків бічних ребер однакові, тобто інтервали рівні, і числові позначки точок ребер зростають в один бік. Верхня та нижня основи призми також паралельні: дві сторони, що перетинаються, однієї основи, наприклад  $AB$  та  $AC$ , паралельні двом сторонам  $MN$  та  $ML$ , що перетинаються іншої основи.

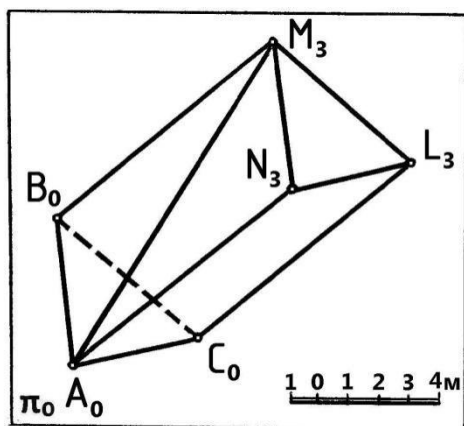


Рис. 5.2. Зображення на плані призми  $ABCNML$

Пряма лінія лежить на поверхні багатогранника, якщо вона проходить через дві точки, що належать одній його грані. Пряма  $AM$  розміщена в і грані  $ABMN$  призми (рис. 5.2), оскільки точки  $A$  та  $M$  належать грані.

При проектуванні меліоративних та гідротехнічних споруд багатогранні поверхні часто задаються проекцією та числовою відміткою однієї з граней (наприклад, дна котловану, бровки земляного полотна) і величиною спаду інших граней (наприклад, укосів котлована, укосів насипу або виїмки

земляного полотна).

Зображений на рис. 4.14 котлован є багатогранною поверхнею (призмою), що задана проекцією та числовою позначкою дна котлована і

величинами уклону укосів насипу. Таке задання багатограних поверхонь на плані цілком їх визначає і є зручним для розв'язування практичних задач на визначення меж та обсягів земляних робіт тощо.

## 5.2. Проекції кривих поверхонь

При проектуванні різних земляних споруд меліоративного та гідротехнічного профілю використовують різноманітні криві поверхні, з яких найбільш поширеними є конічні поверхні та поверхні однакового скату. Криві поверхні на плані зображуються проекціями горизонталей, одержаних внаслідок перетину даної поверхні горизонтальними площинами, віддаленими одна від одної, як правило, на одиницю масштабної довжини, наприклад  $1\text{ м}$ .

Утворення горизонталей конічних поверхонь показано на рис. 5.3 (прямий коловий конус) і рис. 5.4 (конус другого порядку).

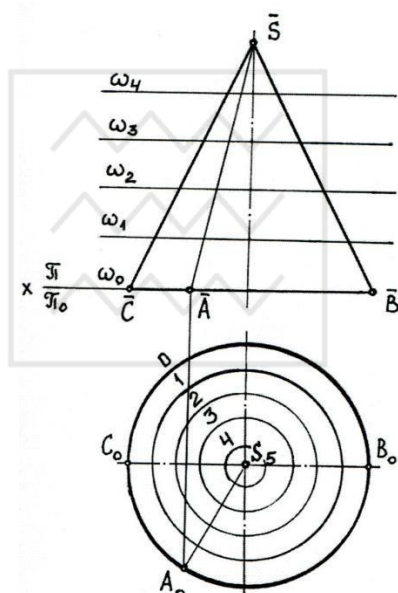


Рис. 5.3. Зображення прямого колового конуса

Розсічемо ці конуси горизонтальними площинами  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_4$ , які знаходяться одна від одної на відстані  $1\text{ м}$ . Лініями перетину поверхні прямого колового конуса (рис. 5.3) є горизонталі поверхні конуса – кола з центрами, розміщеними на осі конуса. Проекції цих горизонталей на площину  $\pi_0$  – концентричні кола з центром у точці  $S_5$ . Відстань між проекціями горизонталей визначає інтервали твірних даної конічної поверхні (у всіх твірних інтервали рівні).

В результаті розсікання поверхні конуса другого порядку (рис.5.4) горизонтальними площинами на площині  $\pi_0$  отримаємо проекції горизонталей також у вигляді кіл, але ексцентричних, а отже, у твірних конуса другого порядку інтервали різні.

Концентричність горизонталей прямого колового конуса і ексцентричність горизонталей конуса другого порядку дає змогу їх розрізняти при зображенні на плані.

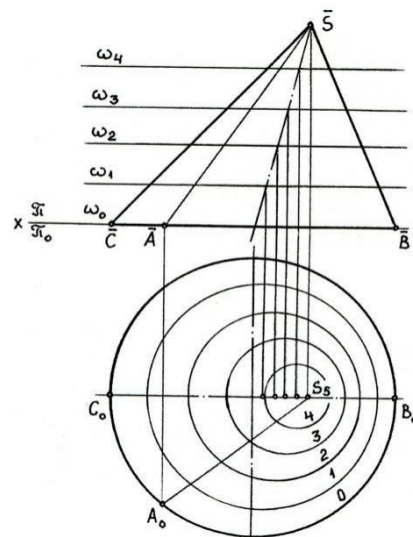


Рис. 5.4. Зображення конуса другого порядку



Якщо відомі інтервали твірних конуса, можна судити про їх нахил. У прямого колового конуса інтервали у всіх твірних рівні, а отже, його поверхня має однаковий уклон по всіх напрямках.

У конуса другого порядку нахил твірної  $SC$  менше нахилу твірної  $SA$  (рис. 5.4), оскільки інтервал твірної  $SC$  більше інтервалу твірної  $SA$ . Найменший інтервал має твірна  $SB$ , нахил якої у даному випадку найбільший, тобто для поверхні конуса другого порядку твірна  $SB$  є лінією найбільшого уклону.

Таким чином, проекцією ЛНУ конічної поверхні є твірна з найменшим інтервалом.

Конічні поверхні застосовують при спорудженні дамби греблі, межуванні земляних укосів двох доріг, які розміщені на плані під деяким кутом одна від одної, тощо.

При однакових уклонах земляних укосів, наприклад насипу (рис. 5.5), їх інтервали будуть однаковими і укоси з'єднуються поверхнею прямого колового конуса. Коли уклони укосів, що сполучаються між собою, різні (рис. 5.6), а це спостерігається, наприклад, при підході дороги до мосту, інтервали укосів будуть різними і сполучення укосів відбувається поверхнею конуса другого

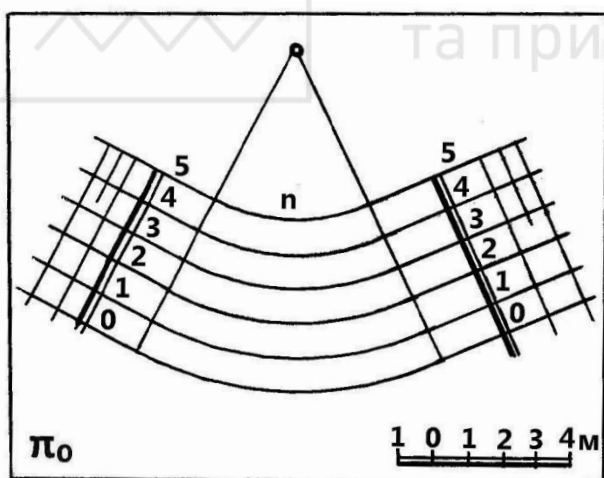


Рис. 5.5. З'єднання укосів при їх однакових уклонах

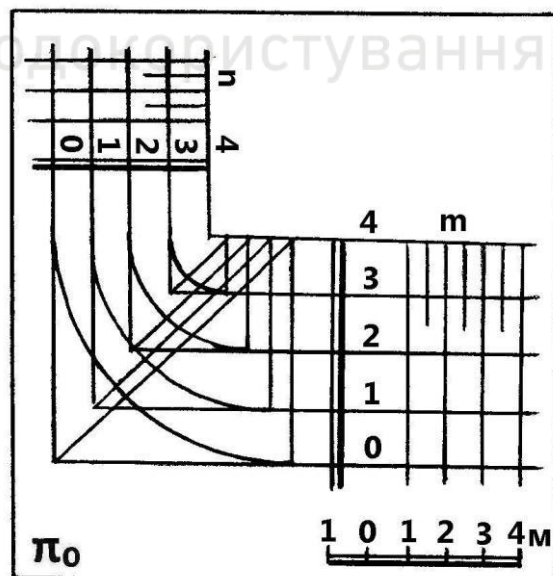


Рис. 5.6. З'єднання укосів при їх різних уклонах

порядку.

При заокругленні доріг з одночасним підйомом в укосах насипу або виїмки утворюється поверхня, яка по всій довжині має однаковий уклон і є поверхнею однакового уклону. Тобто поверхня однакового уклону – це лінійчата поверхня, всі прямолінійні твірні якої складають з горизонтальною площиною однаковий кут.. Вона утворюється (рис. 5.7) переміщенням вершини  $S$  прямого колового конуса вертикальною віссю, по деякій



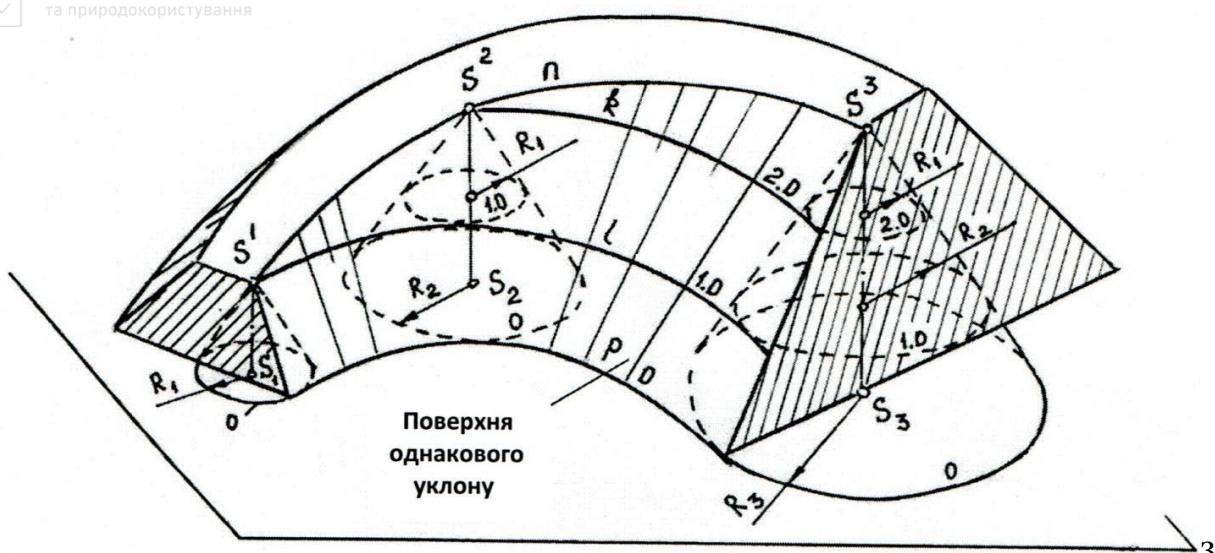


Рис. 5.7. Наочне зображення поверхні однакового уклону та побудова в ній горизонталей

кривій лінії – напрямній, наприклад, бровці  $n$  укосу ( $S^1, S^2, S^3$  – послідовні положення вершини). Поверхня, що огинає сімейство прямих колових конусів у всіх їх положеннях, і є поверхнею однакового уклону. На рис. 5.7 поверхнею однакового уклону є поверхня укосу насипу з криволінійною бровкою  $n$ .

На рис. 5.7 показано побудову горизонталей поверхні земляного укосу заданого уклону  $i$ . Вершини  $S^1, S^2, S^3$  прямих колових конусів,

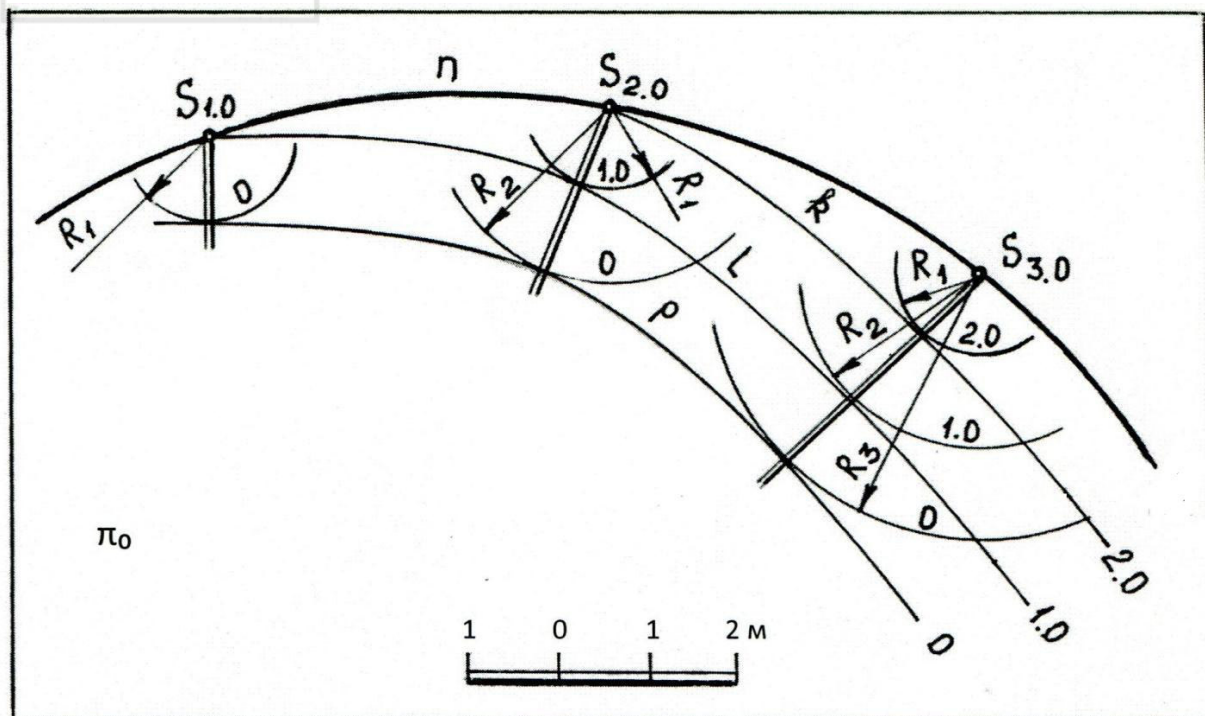


Рис. 5.8. Побудова на плані горизонталей в укосі, що заданий криволінійною бровкою та величиною уклону 1:2

**інцидентних** бровці  $n$ , мають числові позначки 1, 2 та 3. Для того, щоб побудувати горизонталі поверхні укосу з позначками 0, 1, 2, проведемо в прямих колових конусах з вершинами  $S^1, S^2, S^3$  горизонталі з числовими позначками, рівними відповідно 1, 2, 3. Радіуси цих горизонталей згідно з (3.2) відповідно дорівнюють:  $R_1 = l, R_2 = 2l, R_3 = 3l$ , де  $l = \frac{1}{i}$ . Потім проведемо плавні криві лінії  $p, l, k$ , що дотикаються до кіл горизонталей конусів з числовими позначками 0, 1, 2. Вони (лінії) є горизонталями  $p, l, k$  поверхні укосу з числовими позначками відповідно 0, 1, 2.

Ці ж побудови виконано на плані (укіс має уклон 1:2, рис. 5.8). Точки  $S^1, S^2, S^3$  криволінійної бровки  $n$  укосу прийняті за вершини прямих колових конусів, для кожного з яких при уклоні твірних 1:2 побудовані згідно з (3.2) у заданому масштабі горизонталі конусів:  $R_1 = l = 2m, R_2 = 2l = 4m, R_3 = 3l = 6m$ . Плавні криві лінії, дотичні до горизонталей конусів, що мають однакові числові позначки, є горизонталями  $k, l, p$  поверхні однакового уклону (поверхні земляного укосу з криволінійною бровкою). Таким чином, було виконано градуювання поверхні земляного укосу.

Наведемо приклади градуювання земляних укосів з криволінійною бровкою, яке широко застосовується на практиці.

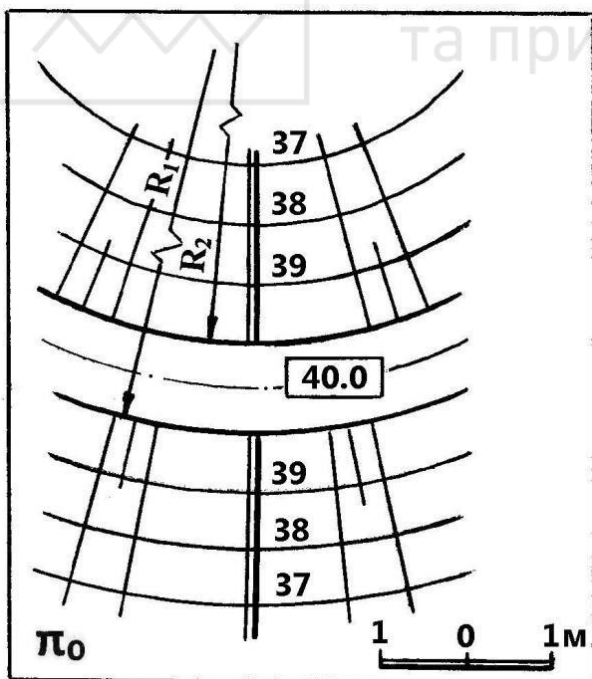


Рис. 5.9. Градування земляних укосів, бровки яких є дугами горизонтальних концентричних кіл

на нормалі (масштабу уклону) однакова. Тому кола є еквідистантними.

На рис. 5.10 показано побудову горизонталей поверхонь земляних уко-

На рис. 5.9 криволінійні бровки укосів є дугами концентричних кіл радіусів  $R_1$  та  $R_2$  і мають сталі числові позначки, рівні 40.0 м, а уклони укосів насипу  $i_H = 1:1.5$ . Горизонталі укосів проводимо через точки масштабів уклонів укосів, які мають цілочислові позначки і віддалені одна від одної на відстань, що дорівнює інтервалу  $l_H$  укосу насипу:  $l_H = 1/i_H = 1.5$  м. Масштаби уклонів укосів є спільною нормаллю до бровок. Укоси насипу є кінчними поверхнями, горизонталі яких – дуги концентричних бровок кіл. Відстань між двома проєкціями суміжних горизонталей у напрямі спільної



сів, бровкою яких є дуги  $k$  та  $n$  концентричних кіл радіусів  $R_1$  та  $R_2$ , а укоси мають уклон  $i_n = 1:1.5$ .

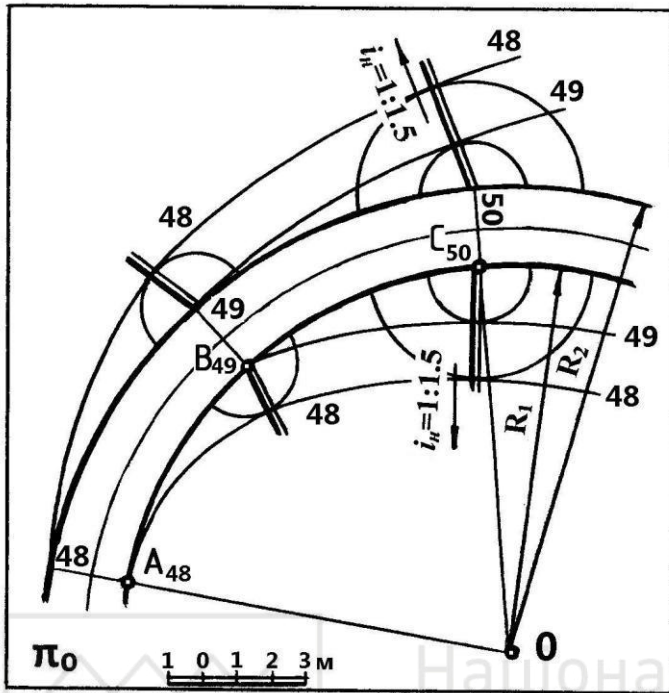


Рис. 5.10. Градування земляних укосів, бровки яких є концентричними дугами з різними числовими позначками

Побудову горизонталей укосів почнемо з проведення горизонталей полотна дороги насипу. Нехай відомі точки  $A_{48}$  та  $C_{50}$  на бровці  $n$  укосу, які мають числові позначки 48.0 та 50.0 м. Оскільки різниця числових позначок точок  $A_{48}$  та  $C_{50}$  дорівнює 2, то, поділивши дугу  $A_{48}C_{50}$  на дві рівні частини, одержимо точку  $B_{49}$  бровки, яка має числову позначку 49. Відрізки прямих, що розміщені між бровками і сполучають точки  $A_{48}$ ,  $B_{49}$  та  $C_{50}$  з центром  $O$ , і є горизонталлями полотна дороги з числовими позначками відповідно 48, 49, 50 (рис. 5.10).

Укоси градуємо аналогічно прикладу, наведеному на рис. 3.31, за винятком того, що горизонталі укосів проводимо не прямими лініями, а кривими, як і у випадку подібної задачі, показаної на рис. 5.9. У точках бровок з числовими позначками 50 (можна і в будь-якій іншій точці бровки з цілочисловими позначками) розміщуємо вершину прямого колового конуса і проводимо кола радіусами, що дорівнюють інтервалам укосів насипу:  $R = l_n = 1/i_n = 1.5$  м. Числові позначки цих горизонталей конусів будуть на одиницю менші від числових позначок вершин, тобто 49 м. Із точок бровок з числовими позначками 50 проводимо як із центрів кола радіусами, що дорівнюють величині подвійного інтервалу укосів насипу:  $2l_n = 3.0$  м. Одержимо горизонталі допоміжних конусів, числові позначки яких на дві одиниці менші числових позначок вершин, тобто 48 м. Потім аналогічним чином проводимо горизонталі конусів з числовими позначками 48, розміщуючи вершини допоміжних конусів у точках бровок з числовими позначками 49.

Побудувавши горизонталі допоміжних конусів з числовими позначками 48, 49, проведемо горизонталі укосів, які мають такі ж числові позначки. Спочатку проведемо горизонталі укосів з числовими позначками 48. Для цього з точок бровок з числовими позначками 48 проводимо плавну криву, дотичну





яких збігаються з точками перетину горизонталей дороги з брівкою. Конуси мають однаковий нахил твірних до горизонтальної площини і розміщені вершиною вниз (верхня частина конусів). Площина  $\Sigma$  є укосом виїмки, що прилягає до дороги з прямолінійною нахиленою брівкою.

На рис. 5.14 показано побудову горизонталей укосу виїмки, наочне зображення якого наведено на рис. 5.13.

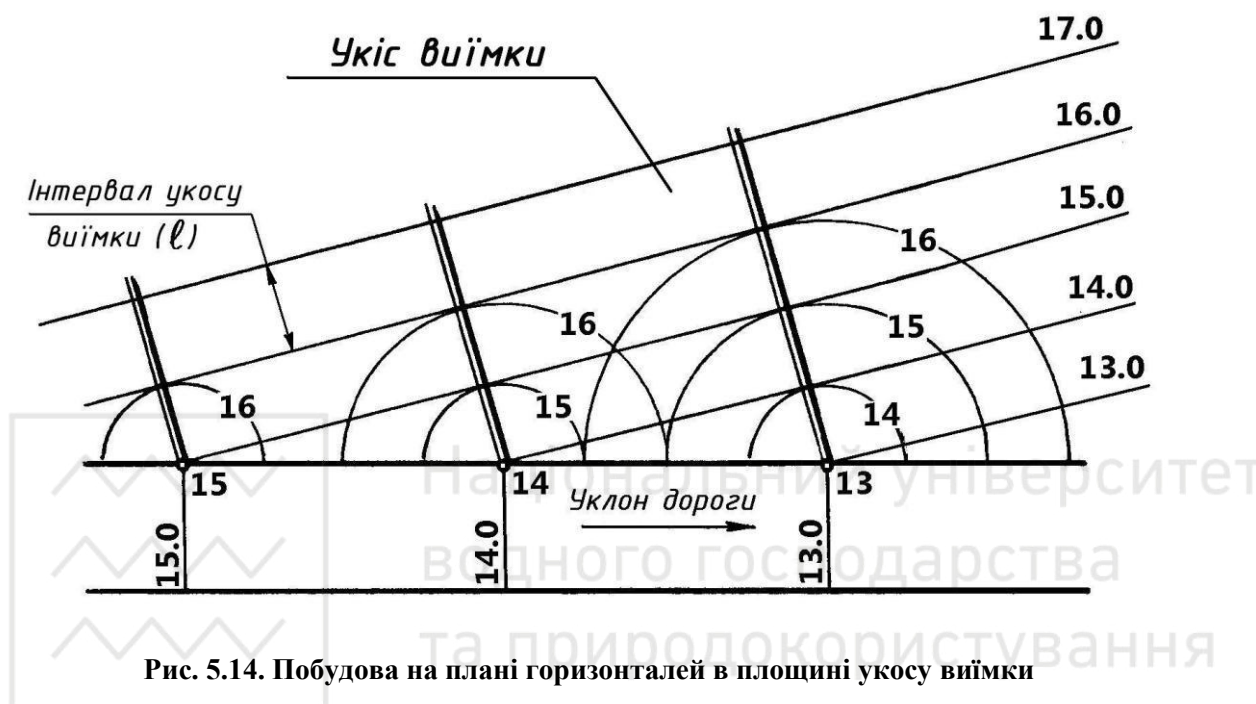


Рис. 5.14. Побудова на плані горизонталей в площині укосу виїмки

### 5.3. Проекції топографічної (земної) поверхні

Поверхні, утворення яких не підлягає геометричній закономірності, можна представляти дискретним каркасом точок чи ліній. Так, земну поверхню в проекціях з числовими позначками зображують за допомогою її горизонталей, отриманих шляхом перетину земної поверхні горизонтальними площинами, розміщеними одна від одної на відстані, як правило,  $1 \text{ м}$  (рис. 5.15, 5.16).

Нехай на наочному зображенні (рис. 5.15) або на вертикальній площині  $\pi$  (рис. 5.16) зображено частину земної поверхні з двома підвищеннями. Розсічемо її уявно горизонтальними площинами  $\omega_1, \omega_2, \omega_3, \omega_4$ , що мають числові позначки відповідно  $1, 2, 3, 4 \text{ м}$  і віддалені одна від одної на відстань  $1 \text{ м}$ . Площина  $\omega_0$  збігається з площиною нульового рівня  $\pi_0$ . Лінії перетину цих площин із земною поверхнею є, в загальному випадку, плоскими замкненими кривими лініями довільного вигляду, всі точки яких мають однакові числові позначки. Ці лінії називають горизонталями земної поверхні. Вони проєкціюються на площину  $\pi_0$  в натуральну величину. Горизонталі земної поверхні на плані являють собою замкнені неперервні плоскі криві лінії, які не

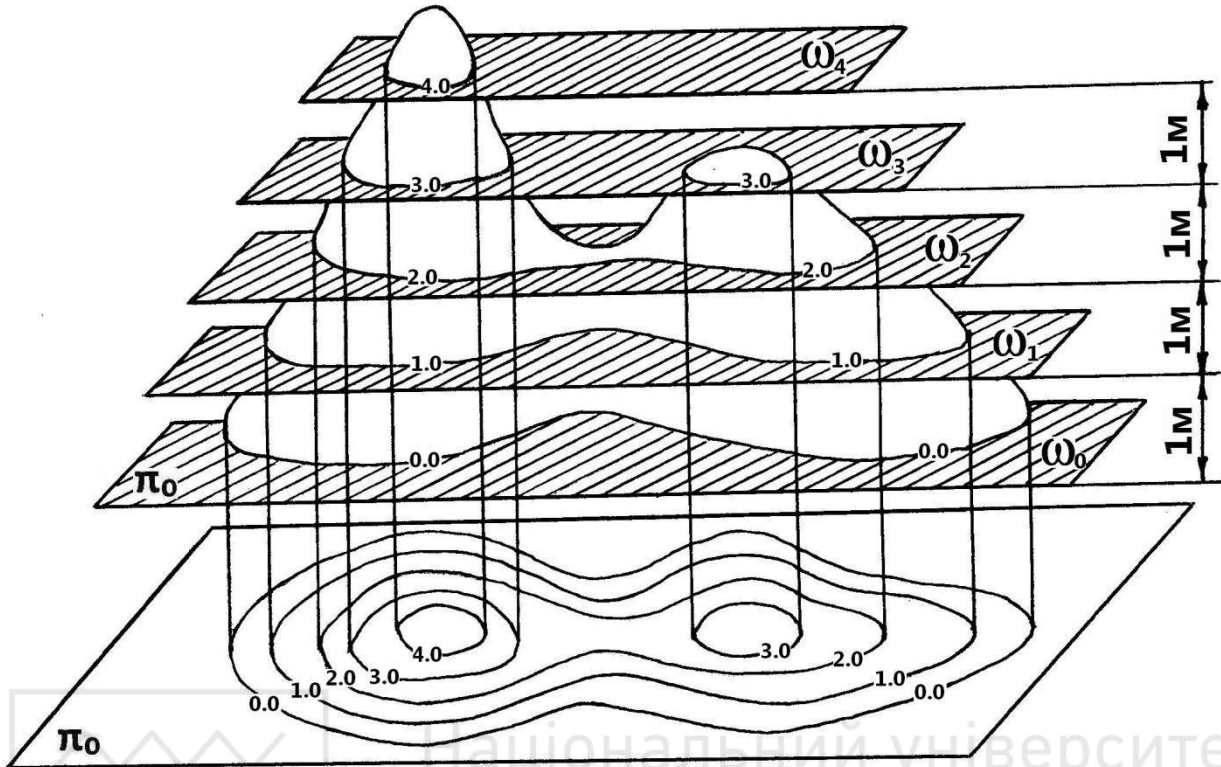


Рис. 5.15. Утворення на наочному зображенні в площині нульового рівня  $\pi_0$  горизонталей земної поверхні

можуть перетинатися або розгалужуватися. За їх взаємним положенням і числовими позначками можна судити про рельєф місцевості. Всі точки одної горизонталі мають однакову висоту (однакову числову позначку).

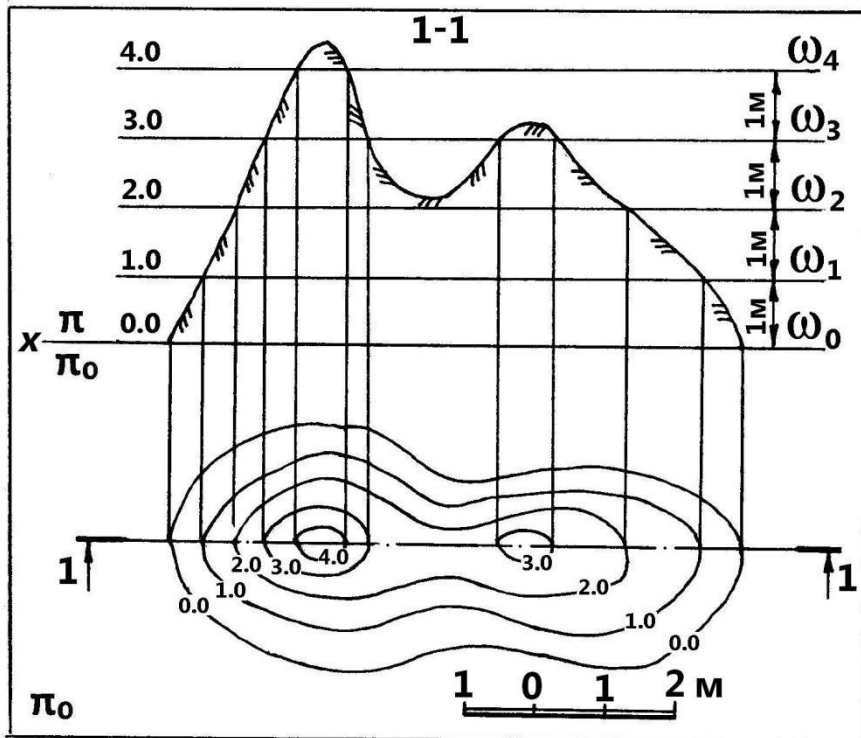


Рис. 5.16. Зображення земної поверхні на плані



На плани наносять умовні позначення, які допомагають зробити креслення більш наочним та зручним. Номери горизонталей відповідають їх числовим позначкам. Кожну п'яту або десяту горизонталь наносять потовщеною лінією, причому горизонталі можуть проводити через  $0,5 \dots 10$  м, залежно від масштабу плану та рельєфу місцевості.

На рис. 5.16 зображена ділянка земної поверхні з двома вершинами. У

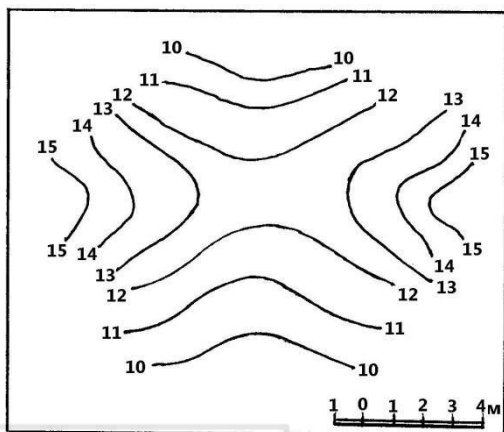


Рис. 5.17. Зображення на плані сідловини

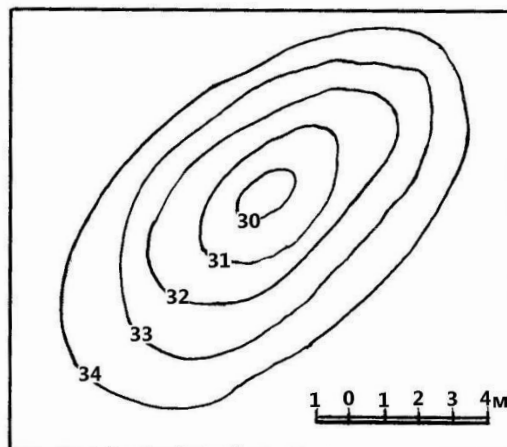


Рис. 5.18. Зображення на плані улоговини

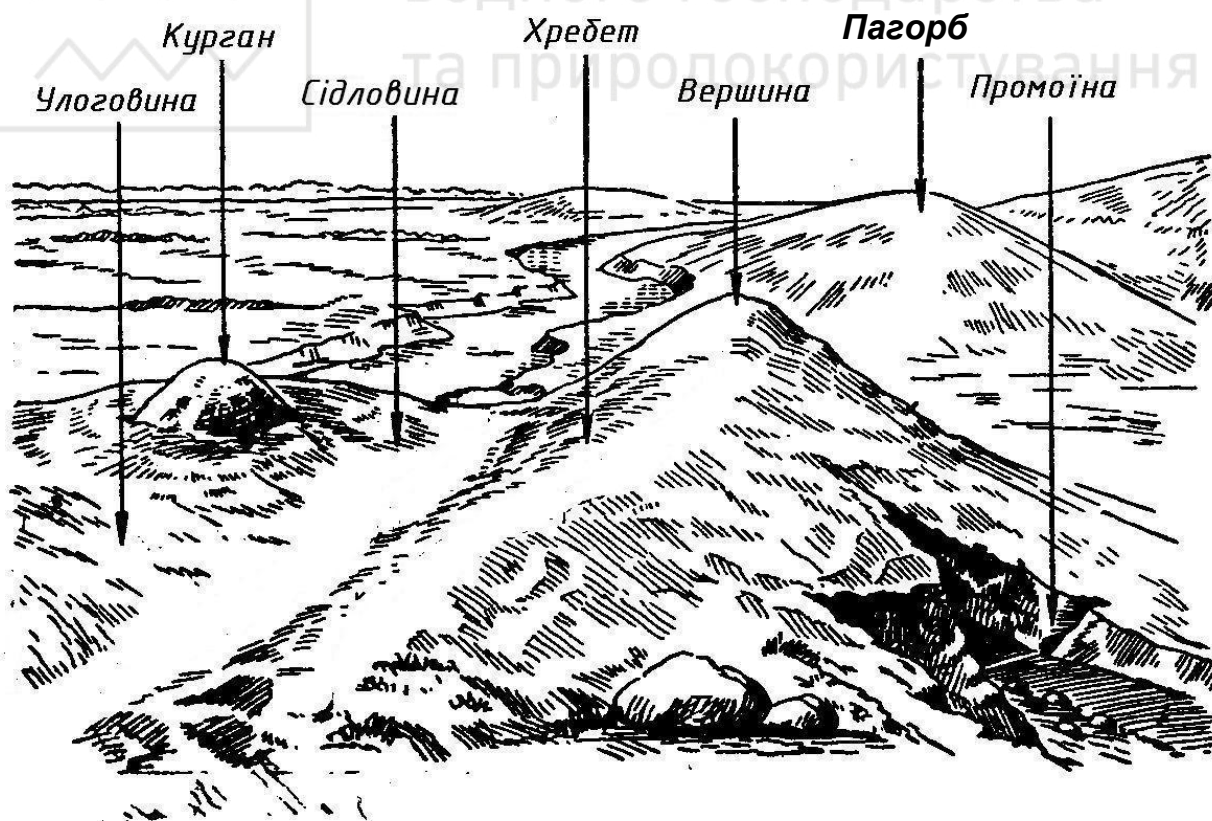


Рис. 5.19. Зображення та назви деяких нерівностей земної поверхні

вершини будь-яка внутрішня горизонталь має числову позначку, більшу за позначку будь-якої зовнішньої горизонталі. Між вершинами (рис. 5.16)





розміщена сідловина. Сідловиною називається ділянка топографічної поверхні, обмежена з чотирьох боків опуклими сторонами горизонталей (рис. 5.17). При цьому протилежні горизонталі утворюють одне сімейство, будь-яка горизонталь якого має числову позначку меншу або більшу, ніж числова позначка будь-якої горизонталі іншого сімейства. На рис. 5.18 показано ділянку земної поверхні (улоговина), у якої будь-яка внутрішня горизонталь має числову позначку меншу від позначки будь-якої зовнішньої горизонталі. Наочне зображення деяких поширених елементів земної поверхні показано на рис. 5.19.

При розв'язуванні багатьох інженерно-будівельних задач (наприклад, при проектуванні доріг, меліоративних та гідротехнічних споруд) для визначення обсягу земляних робіт доводиться доповнювати плани топографічних поверхонь зображеннями профілю земної поверхні.

Профілем топографічної поверхні називають лінію, одержану в результаті перерізу поверхні проекціуючою площиною, або, інакше кажучи, профіль – це лінія перетину топографічної поверхні з вертикальною площиною (вертикальний переріз поверхні).

Розглянемо приклад побудови профілю місцевості за її планом в горизонталях (рис. 5.20) в напрямі *1-1*.

Побудову профілю починають з заповнювання сітки профілю (рис. 5.20), що являє собою низку горизонтальних граф (в даному прикладі дві), кількість і розміри яких залежать від призначення профілю та області його застосування.

У графі "Відмітки землі" записують числові позначки точок горизонталей з вертикальною січною площиною, яка проведена в заданому напрямі *1-1*, а в графі "Відстані" – горизонтальні відстані між цими точками.

Верхню горизонтальну лінію сітки профілю приймають за базу профілю, від якої по вертикалі відкладають відрізки прямих, що відповідають різниці числових позначок точок землі та умовної позначки бази профілю. Умовну позначку бази профілю вибирають таким чином, щоб зручно було відкладати вертикальні відстані та виконувати необхідні розрахунки, а лінія профілю не виходила за межі відведеного місця на кресленні. В прикладі на рис. 5.20 умовна відмітка бази профілю дорівнює *50.0 м*.

Потім виконують такі побудови.

1. Зазначають на плані точки перетину сліду *1-1* вертикальної січної площини з проекціями горизонталей, які можна фіксувати, наприклад, на смужці паперу.

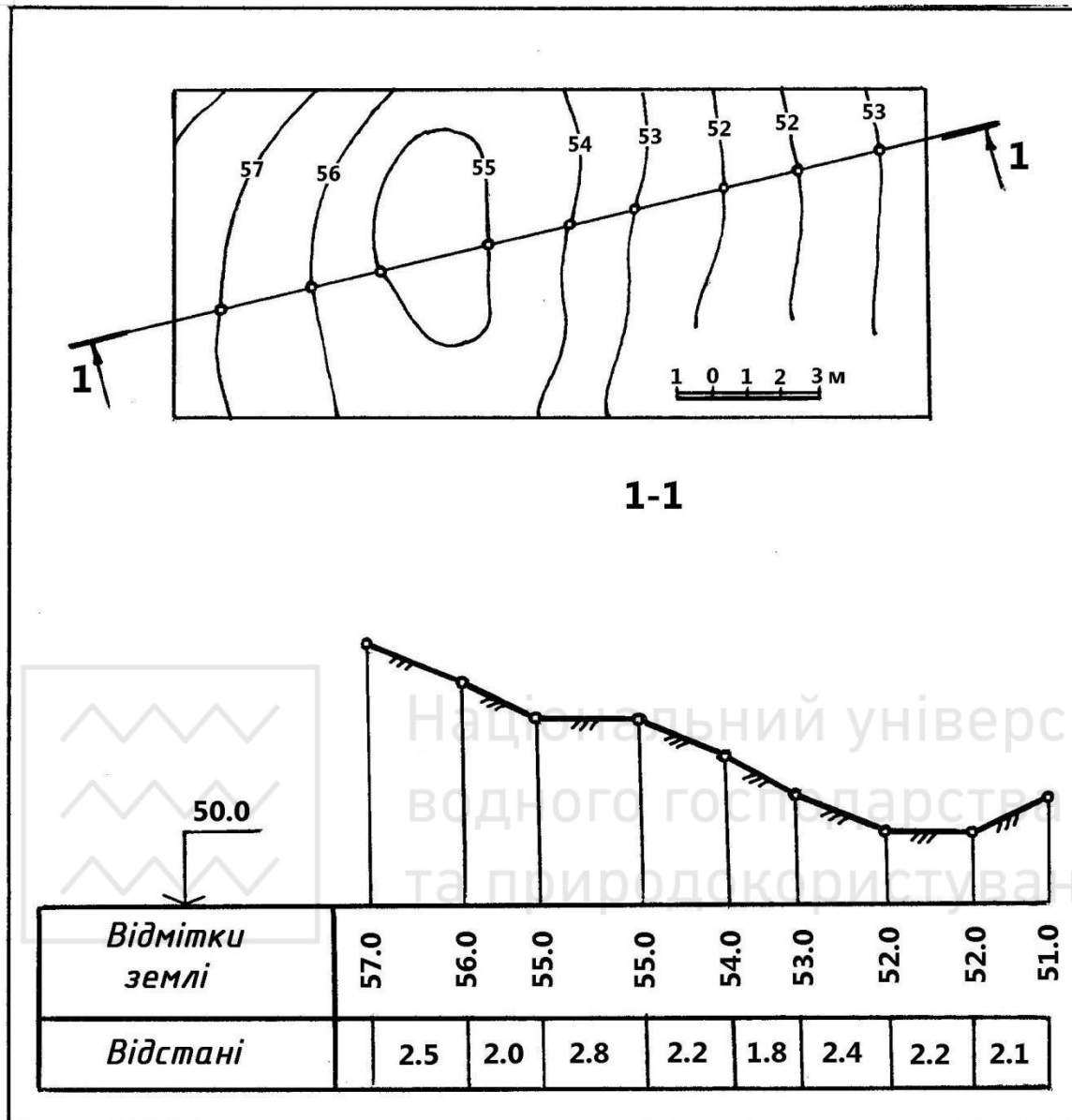


Рис. 5.20. Побудова профілю земної поверхні у напрямі I-I

2. Позначки на папері переносять на базу профілю. Числової позначку бази профілю приймають умовно рівною найменшій числовій позначці профілю або заокруглюють до ще меншої числової позначки (у даному випадку умовна позначка бази профілю дорівнює 50.0 м).

3. Через фіксовані точки на базі профілю в графі "Відстані" проводять вертикальні прямі і з урахуванням масштабу плану визначають довжину відрізків між точками перетину сліду I-I з проекціями горизонталей, тобто відстані між вертикальними лініями в графі "Відстані". Одержані значення записують в цю графу.

4. У графі "Відмітки землі" над відповідними поділками вписують числові позначки 57.0, 56.0 і т. д. точок перетину сліду I-I з проекціями горизонталей.



5. На відповідних вертикальних прямих від бази профілю відкладають в прийнятому вертикальному масштабі відрізки, рівні різниці числових позначок точок землі та умовної позначки бази профілю. Відзначимо, що вертикальний масштаб можна вибирати більшим за горизонтальний (масштаб плану), чим збільшується точність графічних побудов та покращується виразність креслення. В даному прикладі вертикальний масштаб дорівнює масштабу плану.

6. Одержані на вертикальних прямих точки сполучають прямими лініями, які утворюють шуканий профіль топографічної поверхні в заданому напрямі 1-1. Виконують штриховку профілю топографічної поверхні.

#### 5.4. Лінії та точки на топографічній поверхні

При розв'язуванні багатьох задач з топографічними поверхнями прийнята така умовність: дві точки суміжних горизонталей з'єднуються по прямій лінії. Отже, з урахуванням цієї умовності, на даній ділянці поверхні через точку, що лежить на одній з горизонталей, можуть бути проведені прямі лінії будь-якого напрямку.

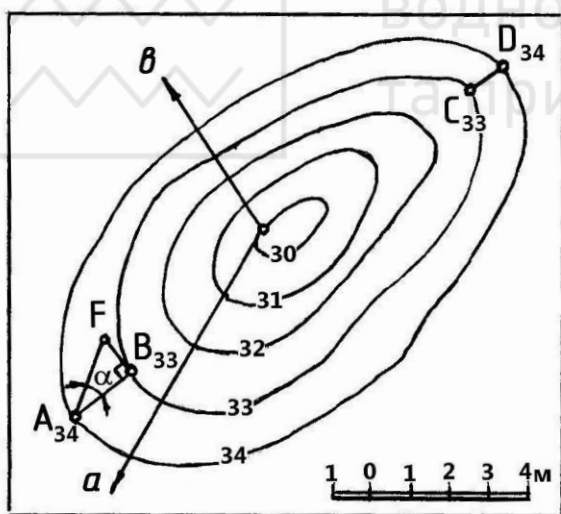


Рис. 5.21. До аналізу рельєфу земної поверхні

Пряма лінія, яка сполучає дві точки суміжних горизонталей, наприклад, лінія  $A_{34}B_{33}$  (рис. 5.21), усіма своїми точками лежить на топографічній поверхні. Можна визначити кут нахилу прямої  $AB$  до основної площини. Для цього з точки  $B_{33}$  проводимо пряму, перпендикулярну до  $A_{34}B_{33}$ . На цьому перпендикулярі від точки  $B_{33}$  відкладаємо відрізок  $B_{33}F$ , що дорівнює одиниці масштабу. Точку  $F$  сполучаємо з точкою  $A_{34}$ , одержуємо

кут нахилу  $\alpha$  прямої  $AB$  до основної площини.

Нахил лінії  $AB$  до основної площини визначаємо за формулою  $i = h/L$ , де  $h$  – підйом відрізка прямої  $AB$ , рівний  $1$  м;  $L$  – закладання цього відрізка, вимірюючи яке на плані маємо, що  $L = 2.0$  м. Тоді нахил прямої  $AB$  дорівнює:  $i = h/L = 1/2 = 0,5 = 1:2$ .

Порівнюючи прямі  $A_{34}B_{33}$  та  $C_{33}D_{34}$  (рис. 5.21), можна сказати, що зображена у верхній правій частині креслення місцевість, крутіша, ніж та, що зображена у нижній лівій частині креслення, оскільки інтервал прямої  $CD$

менший від інтервалу прямої  $AB$ .

За відстанню між горизонталями топографічної поверхні можна судити про уклон поверхні в тому або іншому напрямі. Чим менша відстань (інтервали) між проекціями суміжних горизонталей, тим крутіший уклон топографічної поверхні, і навпаки. Так, уклон поверхні, зображеної на рис. 5.21, від точки  $E_{30}$  у напрямі  $a$  більш пологий, ніж у напрямі  $b$ .

При проектуванні меліоративних каналів та доріг доводиться будувати на топографічній поверхні лінії найбільшого уклону і лінії заданого уклону (нахилу). Лінія найбільшого уклону топографічної поверхні являє собою лінію, яка в даній точці поверхні має найбільший нахил. У загальному випадку це просторова крива лінія, кожний відрізок якої між суміжними горизонталями поверхні перпендикулярний до горизонталі, що проходить через нижній кінець відрізка з меншою числовою позначкою. Кожний відрізок між суміжними горизонталями поверхні, що належить лінії найбільшого уклону, відповідає найкоротшій відстані від даної точки на горизонталі до суміжної горизонталі з меншою числовою позначкою, тобто лінія найбільшого уклону повинна перетинати горизонталі під прямим кутом. На рис. 5.21 з точки  $A_{34}$  відрізок  $A_{34}B_{33}$  проведений по найкоротшій відстані між суміжними горизонталями з числовими позначками 34 та 33, а отже, він належить лінії найбільшого уклону поверхні в даній точці  $A_{34}$ .

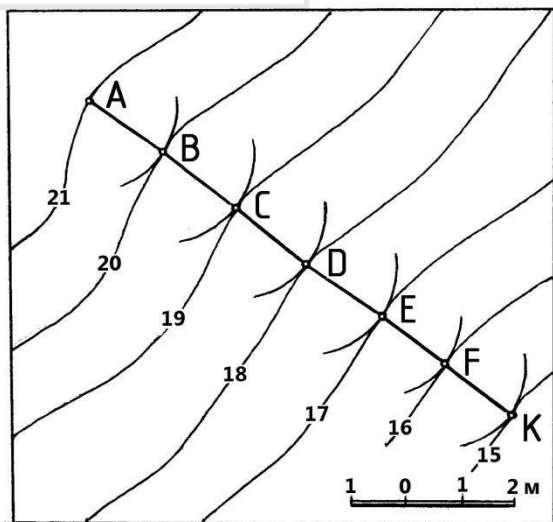


Рис. 5.22. Побудова на плані лінії найбільшого уклону земної поверхні

Щоб побудувати лінію найбільшого уклону топографічної поверхні в деякій точці  $A$  (рис. 5.22), треба з цієї точки, що лежить на горизонталі 21, провести пряму, перпендикулярну до найближчої суміжної горизонталі 20, яка має меншу числову позначку. Ця пряма перетинає горизонталь 20 у точці  $B$ . Потім з точки  $B$  проводимо пряму, перпендикулярну до горизонталі 19, що має меншу числовою позначку, ніж горизонталь 20, на якій лежить точка  $B$ , і т. д.

Лінія найбільшого уклону на плані може бути побудована за допомогою циркуля (рис. 5.22). Поставивши ніжку циркуля в точку  $A$  на горизонталі 21, проводимо дугу кола так, щоб вона дотикалася горизонталі 20, що лежить нижче. Точка дотику  $B$  дає напрям лінії найбільшого уклону. З точки  $B$  проводимо другу дугу кола, яка дотикається в

точці *C* наступної горизонталі *19*, що лежать нижче, і т.д. Сполучивши точки *A*, *B*, *C* і т. д. відрізками прямих ліній (рис. 5.22), одержимо лінію найбільшого уклону топографічної поверхні, яка проведена з точки *A*.

Лінію найбільшого уклону поверхні, що проходить через точки максимальної кривизни горизонталей, називають **лінією водозливу (гальвегом)**, якщо позначки горизонталей уздовж неї зростають в бік їх опуклості (рис. 5.23).

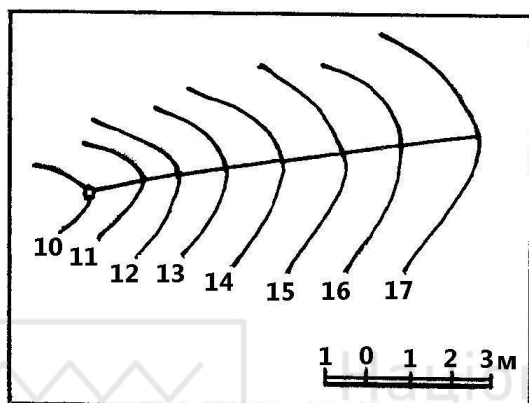


Рис. 5.23. Позначення на плані земної поверхні лінії водозливу (гальвег)



Рис. 5.24. Позначення на плані земної поверхні лінії водорозділу

**Лінією водорозділу** називається лінія найбільшого уклону топографічної поверхні, яка проходить через точки максимальної кривизни горизонталей, якщо позначки горизонталей уздовж неї зменшуються в бік їх опуклості (рис. 5.24).

Відзначимо, що потоки води прямують від лінії водорозділу до лінії водозливу по лінії найбільшого уклону топографічної поверхні.

Лінію заданого уклону доводиться будувати при проектуванні різних споруд на топографічній поверхні. При цьому на місцевості, що має дуже виявлений рельєф, доводиться або проводити великий обсяг земляних робіт, щоб зберегти заданий уклон споруди, або розміщувати лінію заданого уклону так, щоб вона проходила по топографічній поверхні, змінюючи свій напрямок відповідно до уклону місцевості, зберігаючи при цьому заданий уклон.

На рис. 5.25 з точки *A*, розміщеної на горизонталі *21*, проведена лінія заданого уклону  $i = 0,5$ . Побудову виконуємо таким чином:

- визначаємо довжину відрізка лінії заданого уклону між суміжними горизонталями при заданому уклоні:

$$l = h/L = 1/0,5 = 2 \text{ м};$$



- з точки  $A$  радіусом, що дорівнює інтервалу  $\delta = 2$  м описуємо дугу кола, яке перетинає суміжну горизонталь  $20$  у точці  $B$  (а також у точці  $C$ );
- з точки  $B$  тим же радіусом виконуємо засічки на горизонталі  $19$ , що лежить нижче, і знаходимо точку  $D$  і т. д.;
- сполучивши одержані точки  $A, B, D, E, F$  прямими лініями, отримаємо лінію заданого уклону, яка проходить з точки  $A$  топографічної поверхні.

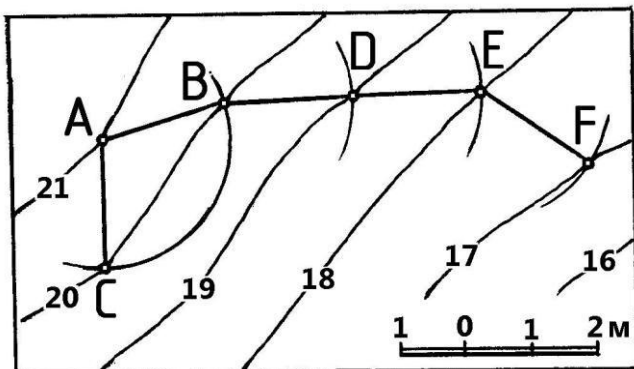


Рис. 5.25. Побудова на плані земній поверхні лінії заданого уклону

Відзначимо, що таку лінію із заданим спадом можна побудувати і в напрямі  $AC$ , тобто задача на побудову лінії заданого уклону має декілька розв'язків. Щоб мати один розв'язок, треба задати додаткові умови, наприклад, вказати певний напрям лінії заданого уклону. Якщо дуга радіуса, що дорівнює інтервалу лінії заданого уклону, не перетинає

суміжні горизонталі, то це означає, що уклон місцевості в цьому місці менший від заданого.

Якщо точка лежить на горизонталі топографічної поверхні, то її числова позначка дорівнює числовій позначці цієї ж горизонталі; якщо ж точка лежить між горизонталями і її числова позначка не вказана, побудова точки на топографічній поверхні зводиться до знаходження її числової позначки шляхом лінійної інтерполяції.

Нехай точка  $E$  лежить між горизонталями  $21$  та  $22$  (рис. 5.26). Числова позначка точки  $E$  визначається таким чином: проводимо через точку  $E$  відрізок лінії найбільшого уклону  $AB$  і за допомогою вимірника та масштабної лінійки вимірюємо довжину відрізків  $AB$ ,  $EB$ ,  $EA$  і визначаємо їх значення з урахуванням масштабу плану.

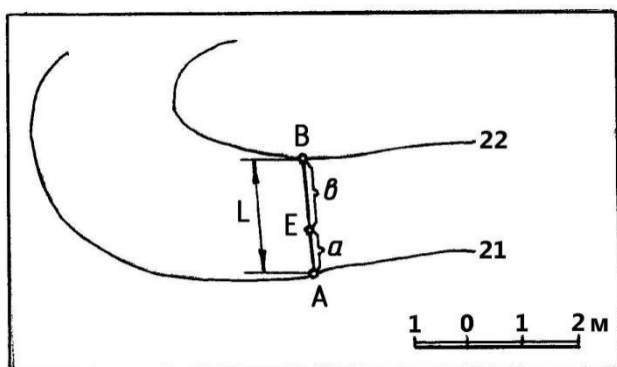


Рис. 5.26. Визначення числової позначки точки  $E$ , що не лежить на горизонталі земної поверхні



Точка  $E$  ділить відрізок  $AB$  на частини, пропорціональні висотам точок  $A$  та  $B$ . Тоді числову позначку точки  $E$  можна визначити за формулою:

$$H_E = H_A + \frac{h \cdot AE}{AB} = H_B - \frac{h \cdot BE}{AB}, \quad (5.1)$$

де  $h$  – підйом відрізка лінії найбільшого уклону між горизонталями  $21$  і  $22$ , дорівнює  $1$  м;  $H_A = 21$  м;  $H_B = 22$  м;  $AE$ ,  $BE$ ,  $AB$  – довжини відповідних відрізків.

Позначимо відрізки  $AE$ ,  $BE$ ,  $AB$  відповідно через  $a$ ,  $b$ ,  $L$  і формулу (5.1) запишемо у вигляді:

$$H_E = H_A + \frac{h \cdot a}{L} = H_B - \frac{h \cdot b}{L}.$$

Для прикладу, зображеному на рис. 5.26, маємо  $L = 2$  м,  $a = 0.8$  м,  $b = 1.4$  м. Тоді відповідно до (5.1) числова позначка точки  $E$  становить

$$H_E = H_A + \frac{h \cdot a}{L} = 21.0 + \frac{1.0 \cdot 0.8}{2.2} = 21.4 \text{ м.}$$

Числову позначку точки  $E$  можна визначити також і способом профілю.



## Розділ 6. Перетин поверхні з площиною та прямою. Взаємний перетин поверхонь

### 6.1. Перетин поверхні з площиною

Побудова лінії перетину поверхні з площиною, як і двох площин, в проєкціях з числовими позначками ґрунтується на методі допоміжних січних площин.

Як правило, допоміжними площинами є горизонтальні площини, паралельні основній площині. Ці площини перетинають задані поверхні та площину по їх горизонталях. Лінія перетину поверхні з площиною будується як лінія, що з'єднує точки перетину горизонталей поверхні та площин з однаковими позначками. Цей метод побудови лінії перетину називається способом горизонталей і використовується найчастіше.

Зображувати на плані допоміжні січні площини немає потреби, оскільки для побудови лінії перетину використовують горизонталі поверхні та площини.

Порядок побудови лінії перетину поверхні з площиною такий.

1. Побудувати проєкції горизонталей площини та поверхні, якщо вони не задані.
2. Зафіксувати в межах зображеного плану всі точки перетину горизонталей площини з горизонталями поверхні, які мають однакові числові позначки.
3. Послідовно сполучити одержані точки кривою лінією, якщо поверхня криволінійна, або ламаною, якщо поверхня багатогранна. Ця лінія і буде шуканою лінією перетину поверхні з площиною.

Розглянемо приклад побудови лінії перетину площини з багатогранною поверхнею. На рис. 6.1 побудовані лінії перетину укосів котлована між собою і з плоским косогором. Котлован є багатогранною поверхнею – зрізаною чотириохгранною пірамідою, три з чотирьох бокових граней якої мають уклони  $1:1$ , а одна –  $1:2$ . Дно котлована – горизонтальний майданчик з числовою позначкою  $10.0$ .

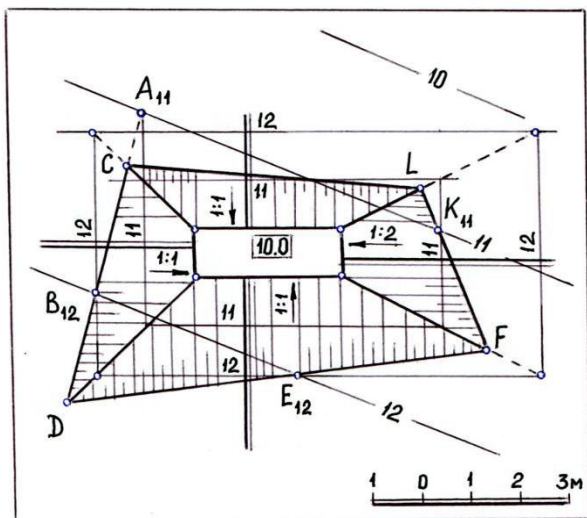


Рис. 6.1. Побудова ліній перетину укосів котлована між собою і з плоским косогором

Послідовність побудови ліній перетину:

1. Градуємомо укоси котлована. Межі дна котлована є горизонталями укосів, що мають числову відмітку  $10.0$ . Тому перпендикулярно до них проводимо лінії найбільшого уклону укосів, градуювання яких проведено з





урахуванням того, що інтервали укосів із уклоном  $1:1$  дорівнюють  $1\text{ м}$ , а інтервал укосу із уклоном  $1:2$  –  $2\text{ м}$ . Для цього, взявши в масштабі плану відрізки, що дорівнюють  $1\text{ м}$  та  $2\text{ м}$ , відкладемо їх на відповідних лініях найбільшого уклону. Одержані точки позначимо  $11, 12$ .

Числові позначки масштабів уклону котлована будуть зростати у напрямі від дна котлована, оскільки воно має числову позначку  $10.0$  і знаходиться між горизонталями плоского косогору з числовими позначками  $11, 12$ , тобто укоси котлована будуть укосами виїмки.

2. Через точки  $11, 12$  масштабів уклону проведемо горизонталі  $11, 12$  укосів котлована перпендикулярно масштабам уклону. Сполучивши точки перетину горизонталей з однаковими числовими позначками, що належать двом суміжним укосам, дістанемо на плані проекції ліній взаємного перетину цих укосів. Площини укосів перетинаються по прямій лінії. Щоб її побудувати, досить визначити дві її точки. Ці точки одержані в результаті перетину двох пар горизонталей суміжних укосів, що мають однакові числові позначки: одна – це точка перетину меж котлована, другу визначимо в результаті перетину горизонталей укосів з числовою позначкою  $12$ .

3. Зафіксуємо на плані точки перетину горизонталей  $11$  та  $12$  плоского косогору з горизонталями укосів, які мають такі ж числові позначки. Це точки  $A_{11}, K_{11}$  та  $B_{12}, E_{12}$ .

4. Проведемо пряму лінію перетину лівого укосу з плоским косогором. Вона проходить через точки  $A_{11}$  та  $B_{12}$ . Суцільною основною лінією виділимо відрізок  $CD$ , розміщений між лініями перетину лівого укосу з нижнім та верхнім. Потім побудуємо лінію перетину нижнього укосу з плоским косогором, яка проходить через точки  $D$  та  $E_{12}$  і розміщена між точками  $D$  та  $F$ . Аналогічно побудуємо лінію перетину правого укосу з плоским косогором, а сполучивши точки  $L$  та  $C$ , знаходимо лінію перетину верхнього укосу з плоским косогором.

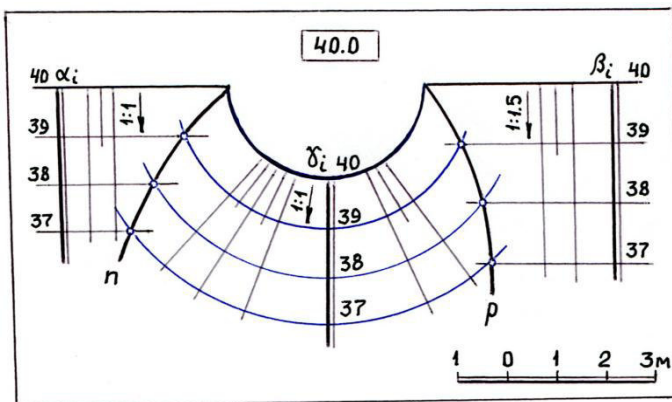


Рис. 6.2. Побудова ліній перетину площин укосів  $\alpha$  та  $\beta$  з укосом  $\gamma$ , який є поверхнею прямого колового конуса

Ламана лінія  $CDFL$  є шуканою лінією перетину укосів котлована з плоским косогором.

На рис. 6.2 побудовані лінії перетину площин укосів  $\alpha$  та  $\beta$  з поверхнею укосу  $\gamma$ , яка є поверхнею прямого колового

конуса. Уклони укосів  $\alpha$  та  $\gamma$  дорівнюють  $1:1$ , а укосу  $\beta$  –  $1:1.5$ . Числова позначка брівки укосу



дорівнює 40.

Розв'язування зводиться до визначення горизонталей укосів за заданими уклонами і знаходження точок перетину горизонталей укосів з однаковими числовими позначками. Для цього виконаємо такі дії.

1. Градуємомо укоси, враховуючи що інтервали укосів  $\alpha$  та  $\gamma$  дорівнюють  $1$  м, а укосу  $\beta$  –  $1.5$  м. Укоси  $\alpha$  та  $\beta$  градуємомо аналогічно прикладу, який розглянуто на рис. 3.27. Що стосується укосу  $\gamma$ , то горизонталі укосу – дуги концентричних кіл, як і криволінійна бровка. Вони проведені через точки з цілочисловими позначками масштабу укосу, перпендикулярного до брівки. Відстань між позначеними точками  $1$  м, оскільки уклон укосу  $1:1$ .

2. Фіксуємо точки перетину горизонталей укосів з однаковими числовими позначками.

3. Послідовно з'єднуємо одержані точки кривими лініями  $n$  та  $p$ .

Розглянемо приклад на визначення лінії перетину площини із земною поверхнею. Для визначення цієї лінії потрібно зафіксувати точки перетину горизонталей площини та земної поверхні, що мають однакові числові позначки. Сполучивши між собою послідовно знайдені точки, отримаємо шукану проекцію лінії перетину площини із земною поверхнею.

Задача на перетин площини із земною поверхнею виникає при визначенні меж земляних робіт, коли проектують земляні споруди.

Так, на рис. 6.3 наведені вихідні дані для побудови лінії перетину земляних укосів, що примикають до горизонтального полотна дороги, із земною

поверхнею. Уклон укосів  $1:1$ , ширина смуг під кювети  $0,5$  м.

Перш ніж виконувати побудови, потрібно з'ясувати, який тип укосів (насипу чи виїмки) примикає до полотна дороги. В укосах насипу числові позначки точок по мірі віддаленості від дороги

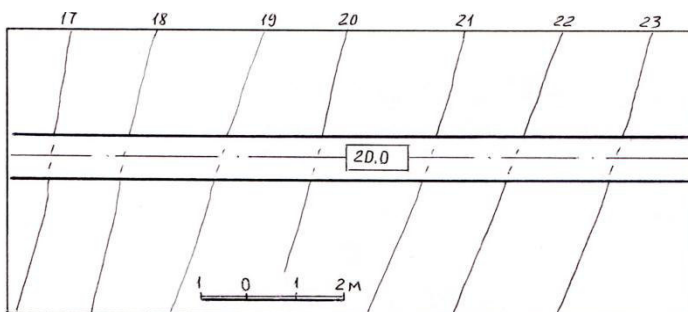


Рис. 6.3. До побудови меж земляних робіт укосів горизонтального полотна дороги

зменшуються, а в укосах виїмки – збільшуються. Визначають тип укосів таким чином. Відмічаємо точку перетину крайньої справа горизонталі земної поверхні з числовою позначкою 23 із брівкою споруди (дороги). Оскільки полотно дороги в цьому місці повинно мати числову позначку 20, а земна поверхня має більшу числову позначку, то для спорудження дороги землю потрібно забирати, а отже, справа на плані до дороги примикає укіс виїмки. Тепер візьмемо крайню зліва точку перетину горизонталі земної поверхні з числовою позначкою 17 із брівкою дороги. Оскільки дорога в цьому місці повинна мати

також числову позначку 20, а земна поверхня має меншу числову позначку, то для спорудження дороги землю потрібно підсипати, а отже, зліва на плані до дороги примикає укіс насипу.

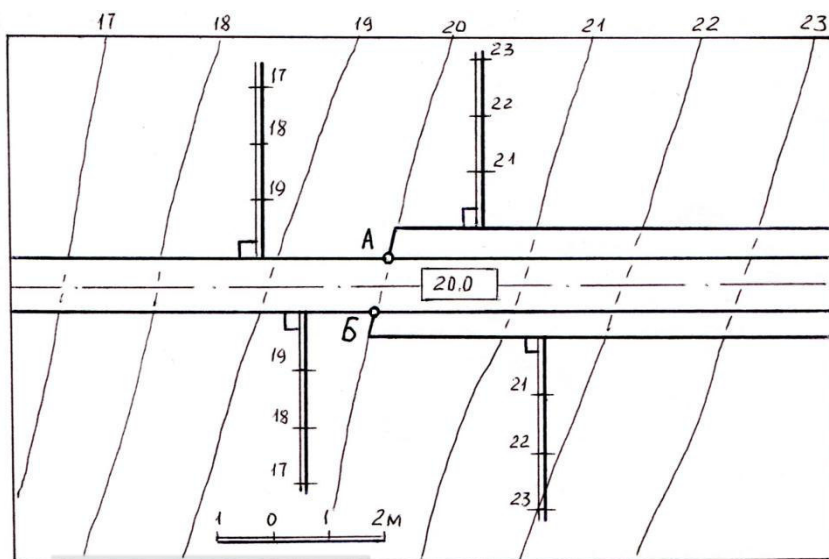


Рис. 6.4. Визначення точок нульових робіт та типів укосів

Точки перетину ліній контуру споруди із земною поверхнею. В цих точках ніяких земляних робіт не виконують, укіс виїмки переходить в укіс насипу і навпаки.

Визначивши точки А і В нульових робіт, в укосах виїмки проводимо смуги під кювети (рис. 6.4), до яких вже будуть прилягати укоси виїмки. Кювети

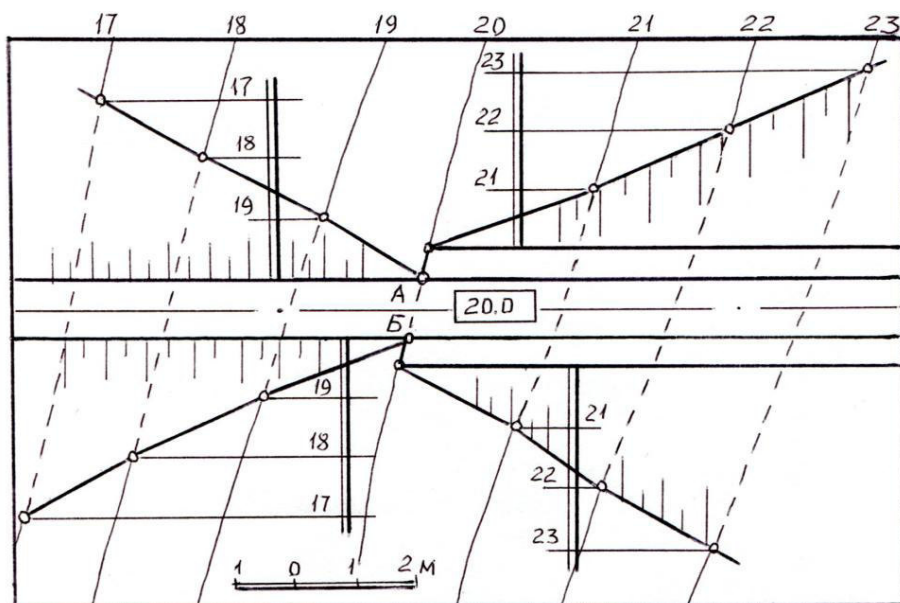


Рис. 6.5. Визначення меж земляних робіт укосів

виконують з метою відводу води з укосів виїмки, наприклад, під час дощу, щоб вода не збиралася на полотні дороги.

На рис. 6.4 в межах плану до полотна дороги з двох боків примикають два укоси насипу і два укоси виїмки. В кожному укосі проводимо ЛНУ перпендикулярно до брівки дороги в укосах насипу і до лінії контуру кювету в укосах виїмки. Потім градуємо ЛНУ площин. Оскільки уклони всіх укосів 1:1, то

Звідси логічно випливає, що на брівці дороги повинна бути точка, в якій укіс виїмки переходить в укіс насипу і навпаки. Зрозуміло, що це точка перетину брівок дороги із земною поверхнею. На рис. 6.4 дані точки позначені літерами А і В. Точки А і В називають точками нульових робіт. Отже, **точки нульових робіт** – це

точки перетину ліній контуру споруди із земною поверхнею. В цих точках ніяких земляних робіт не виконують, укіс виїмки переходить в укіс насипу і навпаки.

виконують з метою відводу води з укосів виїмки, наприклад, під час дощу, щоб вода не збиралася на полотні дороги.

На рис. 6.4 в межах плану до полотна дороги з двох боків примикають два укоси насипу і два укоси виїмки. В кожному укосі проводимо ЛНУ перпендикулярно до брівки дороги в укосах насипу і до лінії контуру кювету в укосах виїмки. Потім градуємо ЛНУ площин. Оскільки уклони всіх укосів 1:1, то

відстань між точками ЛНУ з цілочисловими значеннями (інтервал ЛНУ) буде складати  $l$  м (рис. 6.4).

Завершальний етап побудов показано на рис. 6.5. Через точку ЛНУ з цілими числовими позначками проводимо відповідні горизонталі укосів, тобто градуємо укоси насипу та виїмки. Далі для визначення лінії перетину укосів із земною поверхнею знаходимо точки перетину горизонталей укосів із горизонталями земної поверхні, що мають однакові числові позначки. Через отримані точки проводимо плавну лінію або з'єднуємо суміжні точки

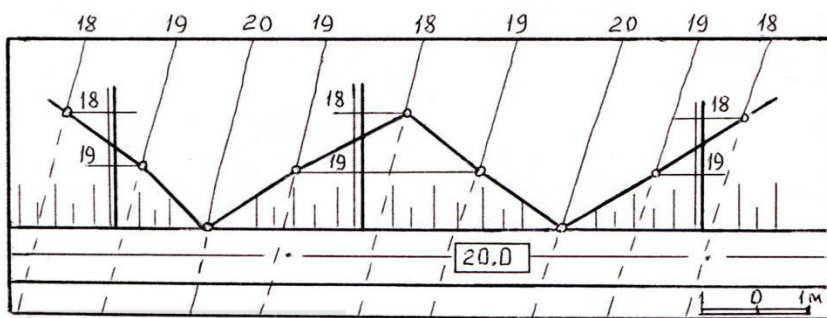


Рис. 6.6. Побудова меж земляних робіт трьох укосів насипу

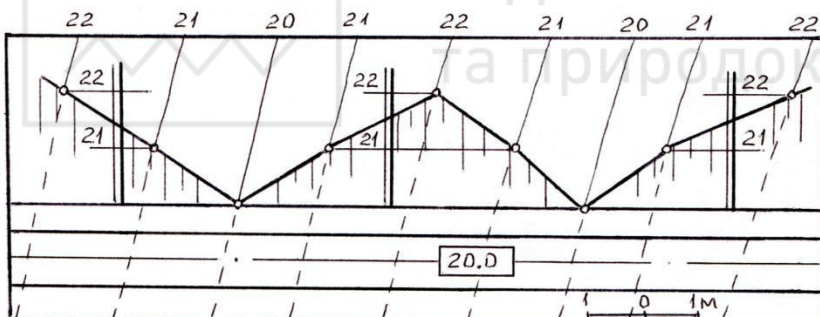


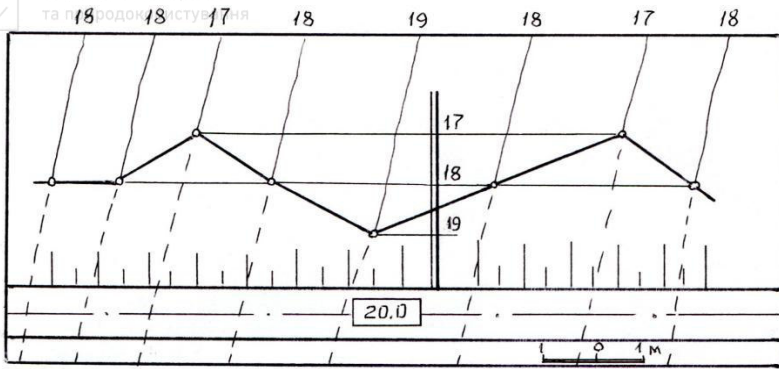
Рис. 6.7. Побудова меж земляних робіт трьох укосів виїмки

горизонталей і в бік горизонталей з меншою числовою позначкою. Для укосів виїмки верхньою кромкою є межа земляних робіт, а для укосів насипу – лінія контуру споруди, до якої примикає укіс насипу. Бергштрихи показують напрям ЛНУ даної площини земляних укосів, тобто вони паралельні до ЛНУ.

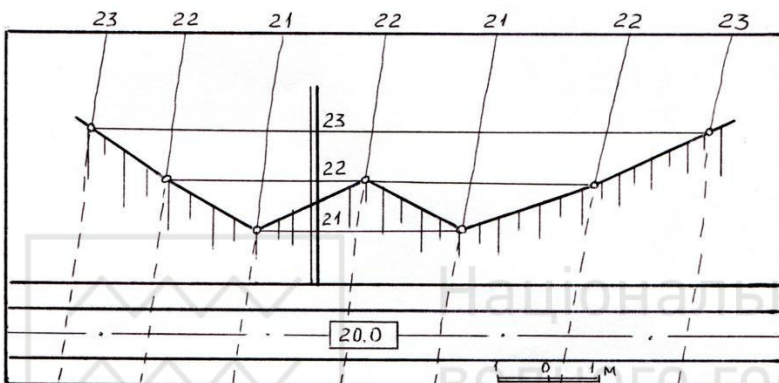
В точках нульових робіт не тільки укіс виїмки може переходити в інший тип укосу – укіс насипу, але і однотипні укоси можуть переходити один в один. На рис. 6.6 показано, як до горизонтального полотна дороги примикають три різних, проте однотипних укоси насипу (з одного боку полотна дороги), а на рис. 6.7 – три укоси виїмки.

Слід зазначити, що задачі на побудову меж земляних робіт укосів треба починати розв'язувати із знаходження саме точок нульових робіт.

відрізками ламаної лінії. Лінії доводимо до точок нульових робіт. Для укосів виїмки вони перемістилися на смугу кювету. Лінії перетину земляних укосів із земною поверхнею називають **межами земляних робіт**. Після визначення меж земляних робіт земляні укоси виділяють штриховкою паралельними короткими та довгими лініями, так званими **бергштрихами**. Бергштрихи проводять з верхньої кромки укосу перпендикулярно до його



**Рис. 6.8.** Побудова меж земляних робіт укосу насипу, коли в межах плану відсутні точки нульових робіт

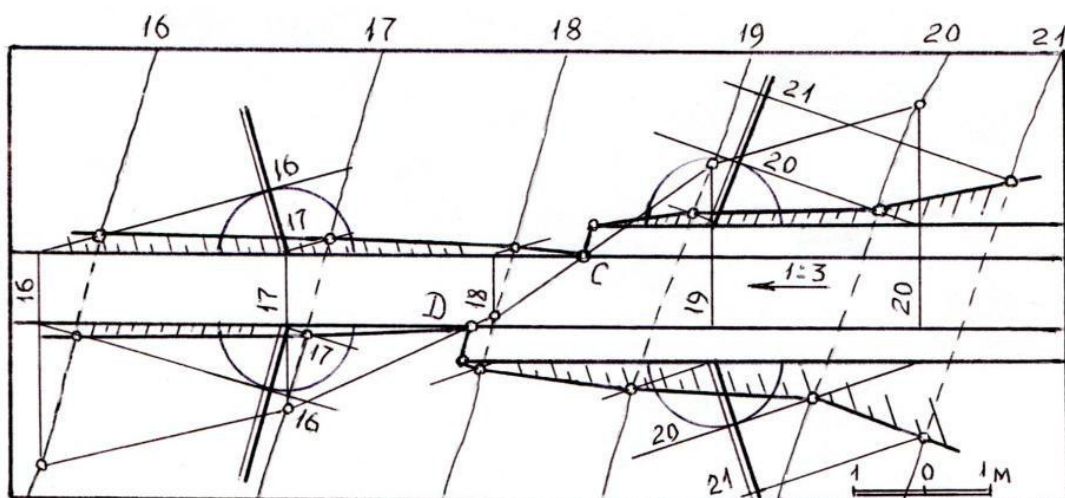


**Рис. 6.9.** Побудова меж земляних робіт укосу виїмки, коли в межах плану відсутні точки нульових робіт

Якщо в межах плану, зображеного на кресленні, немає точок нульових робіт, то це означає, що до споруди примикає тільки один укіс: або укіс насипу, або укіс виїмки. Так, на рис. 6.8 до полотна дороги прилягає тільки один укіс – укіс насипу, а на рис. 6.9 – виїмки.

Розглянемо приклади на побудову меж земляних робіт укосів, що примикають до нахилоного полотна дороги. На рис. 6.10 показано таку побудову, коли уклон полотна дороги  $1:3$ , уклон укосів  $1:1$ , ширина смуг під кювети  $0,5$  м. Точки нульових робіт можна

визначити різними способами, наприклад, способом профілю, провівши допоміжну вертикальну площину через бровку полотна дороги. На рис. 6.10 точки нульових робіт  $C$  і  $D$  визначені способом горизонталей. За цим способом будують лінію перетину площини полотна дороги із землею поверхнею. Для



**Рис. 6.10.** Побудова меж земляних робіт укосів, що примикають до нахилоного полотна дороги



цього знаходять точки перетину горизонталей полотна дороги і земної поверхні з однаковими числовими позначками. Через знайдені точки проводять шукану лінію перетину і визначають точки *C* і *D*, в яких ця лінія перетинає бровки полотна дороги. Потім аналогічно тому, як це визначено для задач, наведеної на рис. 6.6, встановлюємо, що справа від точок нульових робіт до дороги примикають укоси виїмки, а зліва – укоси насипу.

Наступний етап – це градуювання укосів, заданих прямими загального положення та величиною уклону площини укосів, що розглядалося в параграфі 3.3. Звернемо увагу на деякі особливості градуювання укосів насипу та виїмки. В укосах насипу з двох можливих горизонталей з числовими позначками 16 і 17 спочатку проводять горизонталь з меншою числовою позначкою, що є дотичною до горизонталі конуса, вершина якого знаходиться в точці на бровці з числовою позначкою 17. Радіус горизонталі конуса визначаємо за формулою (3.2):

$$R = h \cdot l = (17 - 16) \cdot 1 = 1 \text{ м.}$$

Побудову горизонталі укосу насипу з числовою позначкою 16 (рис. 6.10) проілюстровано на наочному зображенні (рис. 6.11).

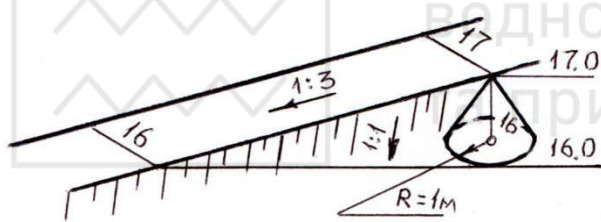


Рис. 6.11. Побудова на наочному зображенні горизонталі 16 в укосі насипу

Щодо градуювання укосу виїмки, то тут з двох можливих горизонталей 19 та 20 спочатку проводять горизонталь з більшою числовою позначкою. Це необхідно постійно враховувати, градуючи той чи інший тип земляних укосів.

Горизонталь з більшою числовою позначкою є дотичною до горизонталі конуса з вершиною в точці з меншою числовою позначкою 19. Причому використовують верхню полу прямого колового конуса, а його горизонталь і її центр мають числові позначки горизонталі, яку потрібно спочатку провести в укосі виїмки, тобто 20.

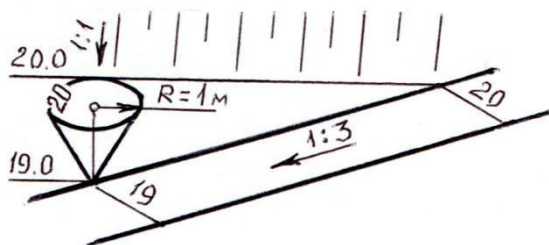


Рис. 6.12. Побудова на наочному зображенні горизонталі 20 в укосі виїмки

Радіус цієї горизонталі конуса також визначаємо за формулою (3.2):

$$R = h \cdot l = |(19 - 20)| \cdot 1 = 1 \text{ м}$$

Побудову горизонталі укосу виїмки з числовою позначкою 20 (рис. 6.10) проілюстровано на наочному

зображенні (рис. 6.12).

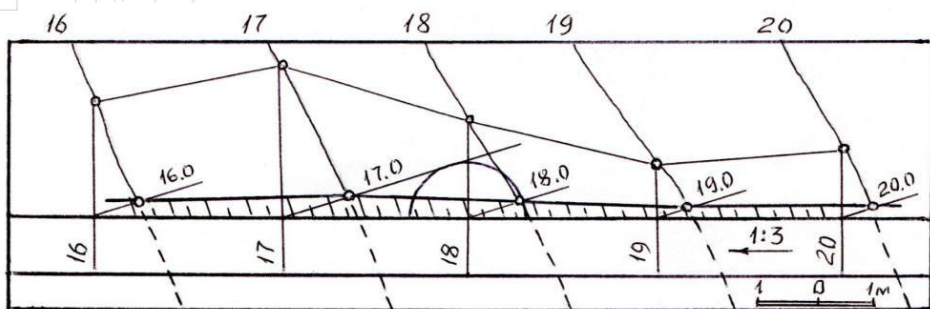


Рис. 6.13. Побудова меж земляних робіт укосу насипу, що примикає до нахиленого полотна дороги (в межах плану відсутні точки нульових робіт)

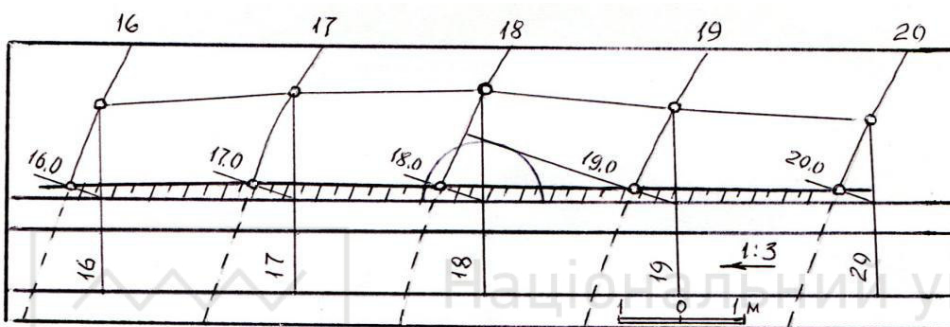


Рис. 6.14. Побудова меж земляних робіт укосу виїмки, що примикає до нахиленого полотна дороги (в межах плану відсутні точки нульових робіт)

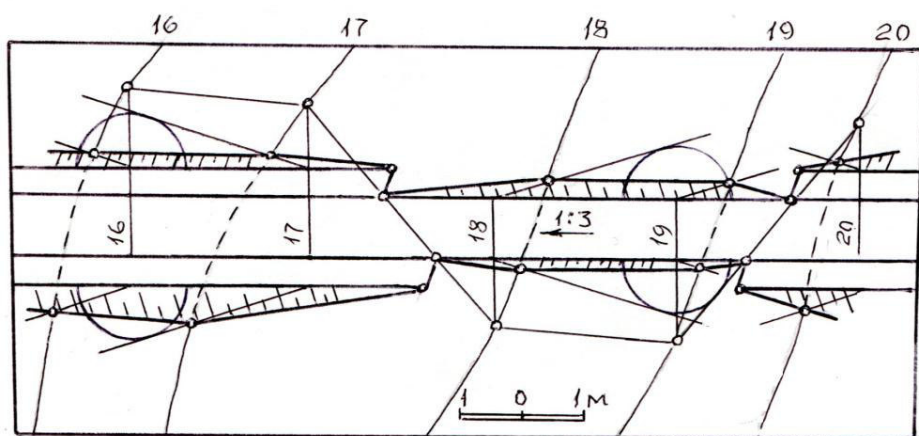


Рис. 6.15. Побудова меж земляних робіт трьох укосів, що примикають до нахиленого полотна дороги

Після того, як в укосах побудовано по одній горизонталі, можна перпендикулярно до них провести ЛНУ площин земляних укосів, які грабують, і через знайдені точки з цілими числовими позначками провести горизонталі укосів. Потім будують межі земляних робіт укосів і виконують штриховку отриманих укосів.

Бергштрихи проводять не перпендикулярно до меж земляних робіт, а перпендикулярно до горизонталей укосів або паралельно до ЛНУ площин укосів.

Якщо точок нульових робіт на

плані в межах креслення немає, то це означає, що до полотна дороги примикає або тільки укіс виїмки, або тільки укіс насипу. Так, на рис. 6.13 до полотна дороги прилягає тільки укіс насипу, а на рис. 6.14 – тільки укіс виїмки.

В крайніх на плані укосах (рис. 6.15) горизонталі проведено паралельно до горизонталей укосів, побудованих в центральній частині плану, оскільки горизонталі в різних, проте однотипних укосах, паралельні між собою, якщо

укоси мають однакову величину уклону. Це значно полегшує градуювання укосів, оскільки не треба будувати в них горизонталі конусів.

Розглянемо приклади побудови меж земляних робіт суміжних земляних укосів, які примикають до споруди.

На рис. 6.16 наведено умову задачі на визначення меж земляних робіт будівельного майданчика (уклон земляних укосів  $1:1$ , ширина смуг під кювети  $0,3$  м). На рис. 6.17 показано перший етап розв'язування задачі, а саме, визначення точок нульових робіт  $A$  і  $B$ . Зліва від них до майданчика прилягають три укоси насипу, а справа – три укоси виїмки, що примикають до

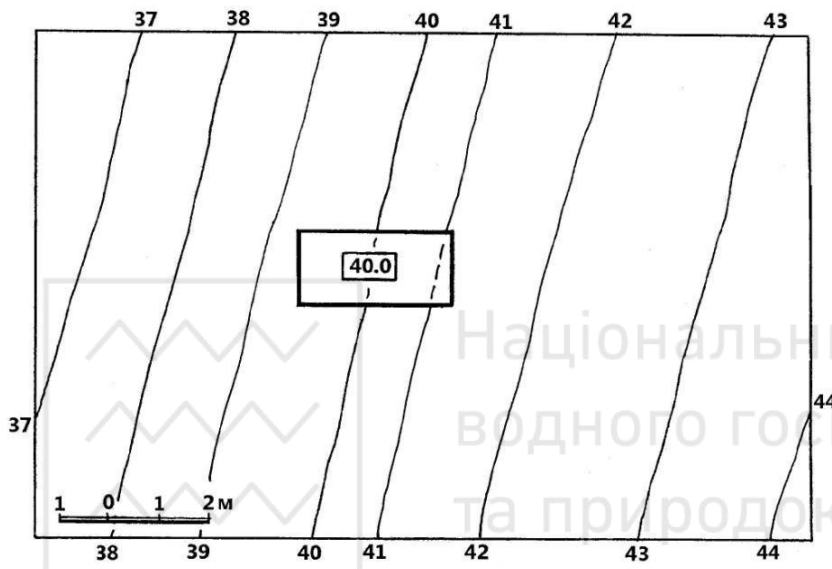


Рис. 6.16. До побудови меж земляних робіт укосів будівельного майданчика

кювету. Крім цього, на даному рисунку показано побудову ліній перетину укосів між собою. Детальніше зупинимося на цих побудовах. Виконаємо градуювання укосів. Оскільки сторони майданчика є горизонталлями укосів з числовими позначками  $40$  м, то проводимо ЛНУ перпендикулярно до сторони контуру майданчика в кожному із 6-ти

укосів. Градуємо ЛНУ з урахуванням типу укосів. Потім в укосах насипу проводимо горизонталі з числовою позначкою  $37$ , а в укосах виїмки – горизонталі з числовою позначкою  $43$  для визначення точки, через яку проходить лінія перетину двох суміжних укосів. Друга точка – перетин сторін контуру майданчика.

Через указані точки проводимо так звану «теоретичну» лінію перетину суміжних укосів за умови, що укоси безмежні, тобто не обмежуються земною поверхнею. Ця «теоретична» лінія перетину в укосах насипу проходить через точки перетину горизонталей суміжних укосів з числовими позначками  $37$  і  $40$ , а в укосах виїмки – через точки перетину горизонталей суміжних укосів з числовими позначками  $40$  і  $43$ .



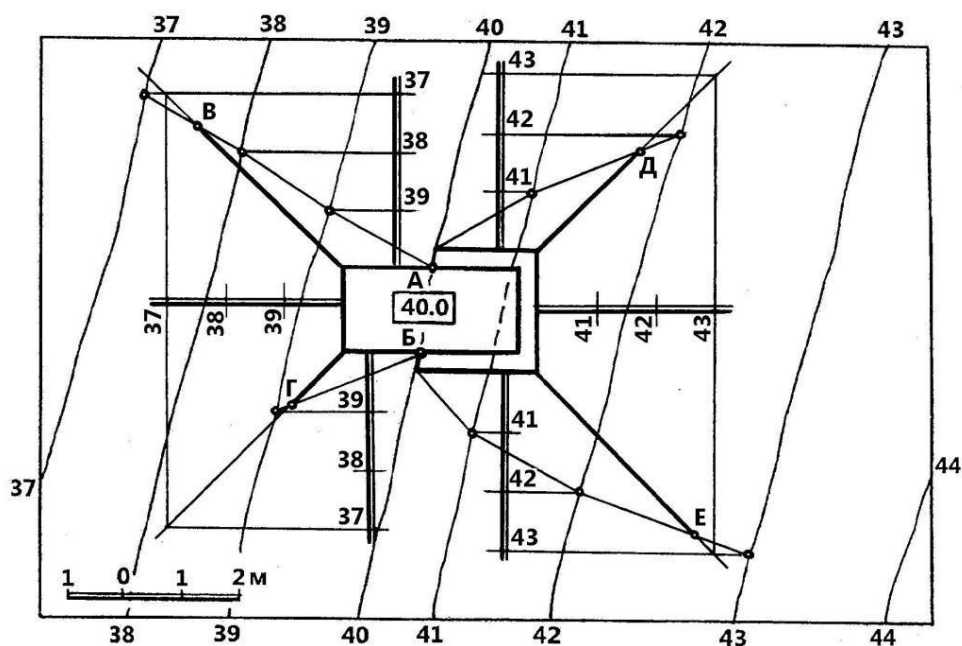


Рис. 6.17. Побудова точок нульових робіт та ліній перетину суміжних укосів

В дійсності «теоретична» лінія обмежується перетином укосів із земною поверхнею. Для її визначення будують межі земляних робіт укосів. Так, на рис. 6.19 межа земляних робіт верхнього укосу насипу перетинає «теоретичну» лінію в точці *В*, яка і обмежує лінію

перетину верхнього і розміщеного зліва укосів (виділена на плані потовщеною лінією). Побудувавши межу земляних робіт нижнього укоса, знаходимо точку *Г*, що обмежує лінію перетину нижнього і розміщеного зліва укосів. Аналогічно знаходимо точки *Д* і *Е*, які обмежують лінію перетину суміжних укосів виїмки.

На рис. 6.18 показано кінцевий результат розв'язування даної задачі. Крім того, побудовано профіль у напрямі *1-1* земної поверхні і будівельного майданчика з укосами. Позначена під профілем *1-1* графа «Відмітки землі» – це верхня графа сітки профілю, що є низкою горизонтально розміщених граф (в даному прикладі інші графи не показані), кількість і розміри яких залежать від призначення профілю та області його застосування.

У графі «Відмітки землі» записують числові позначки точок горизонталей земної поверхні, в яких вони перетинають на плані слід вертикальної площини, проведеної у напрямі *1-1*. Ці точки позначені символами «•». За ними будують профіль земної поверхні. Символами «×» позначені точки, за якими будується профіль будівельного майданчика з укосами.

Верхню горизонтальну лінію сітки профілю приймають за базу профілю, від якої по вертикалі відкладають відрізки прямих, що відповідають різниці числових позначок точок землі, зафіксованих на напрямі *1-1*, та умовної відмітки бази профілю. Умовну відмітку бази профілю вибирають таким

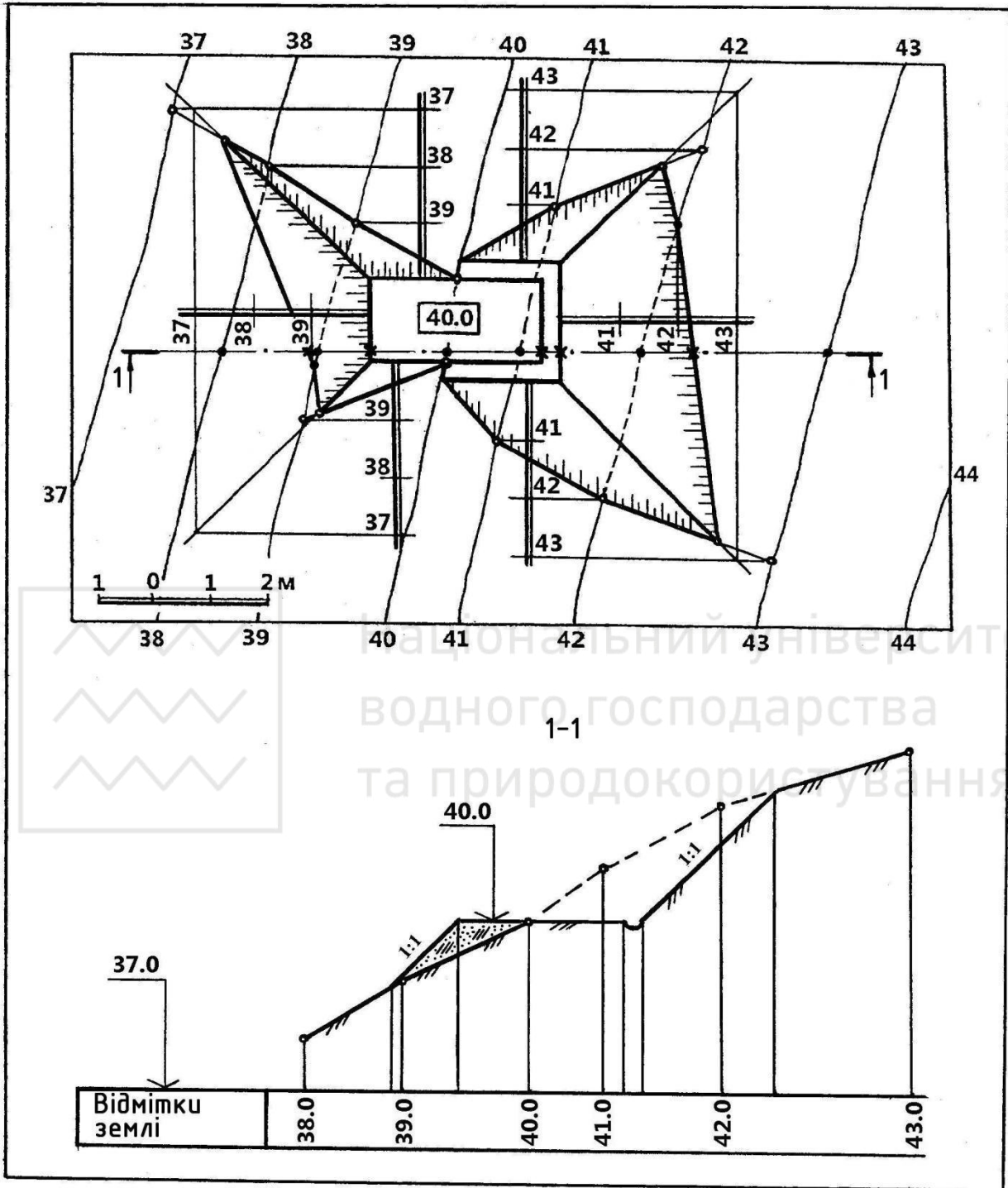


Рис. 6.18. Побудова меж земляних робіт укосів та профілю *I-I* земної поверхні і будівельного майданчика з укосами



чиним, щоб зручно було відкладати вертикальні відстані, а лінія профілю не виходила за межі відведеного місця на кресленні. В даній задачі умовна відмітка бази профілю дорівнює  $37.0$  м і вибрана на  $1$  м нижче найменшої числової позначки ( $38.0$  м) горизонталі земної поверхні в перетині  $1-1$ .

Потім виконуємо такі побудови.

1. Визначаємо на плані точки перетину горизонталей земної поверхні із слідом вертикальної площини, проведеної у напрямі  $1-1$ .

2. Відстані між визначеними точками переносимо на базу профілю.

3. У графі «Відмітка землі» над поділками, що відповідають визначеним точкам, вписуємо їх числові позначки  $38.0$ ,  $39.0$  ...  $43.0$ .

4. Від бази профілю відкладаємо в прийнятому вертикальному масштабі відрізки, що дорівнюють різниці між числовими позначками точок землі та умовною відміткою бази профілю, тобто  $38.0-37.0$ ,  $39.0-37.0$  ...  $43.0-37.0$ .

5. Отримані на вертикальних відрізках точки землі сполучаємо плавною лінією або відрізками прямої лінії.

6. Будуємо за визначеними на плані точками « $\times$ » профіль будівельного майданчика з укосами. Записуємо на профілі  $1-1$  числову позначку  $40.0$  горизонтального будівельного майданчика, виконуємо штриховку профілю земної поверхні, а також укоси насипу, як засипку.

## 6.2. Перетин поверхні з прямою лінією

Побудову точок перетину прямої лінії з поверхнею розглянемо на прикладі перетину прямої лінії із земною поверхнею, оскільки ця задача має велике практичне застосування і зустрічається при проектуванні трубопроводів, тунелів та інших споруд.

Побудова точок перетину прямої лінії із земною поверхнею в проекціях з числовими позначками ґрунтується, як і в ортогональних проекціях, на застосуванні допоміжних січних площин. При цьому, як і при перетині прямої з площиною, розрізняють два способи – горизонталей та спосіб профілю.

В способі горизонталей використовують допоміжну площину загального положення. В цьому випадку пряму градуюють і через неї проводять площину загального положення, задану горизонталями, які проходять через точки прямої. Визначають точки перетину горизонталей допоміжної січної площини і горизонталей земної поверхні з однаковими числовими позначками. Потім сполучають ці точки лінією, яка є лінією перетину допоміжної січної площини із земною поверхнею. Точка перетину одержаної лінії з заданою прямою і буде шуканою точкою перетину прямої із земною поверхнею.



На рис. 6.19 показано розв'язок задачі на визначення точки перетину прямої  $AB$  із земною поверхнею. Для цього виконаємо такі дії.

1. Градуємо прямою  $A_{24}B_{29}$  і проводимо через пряму допоміжну січну площину  $\alpha$  загального положення, яка на плані задана горизонталями, що проходять через відповідні точки прямої  $A_{24}$  і  $B_{29}$ . На рис. 6.19 побудовано також масштаб уклону  $\alpha_i$  площини  $\alpha$ .

2. Визначаємо точки перетину горизонталей допоміжної січної площини  $\alpha$  і горизонталей земної поверхні з однаковими числовими позначками, і сполучаємо ці точки лінією  $C_{29}D_{25}$ , яка є проекцією лінії перетину допоміжної січної площини  $\alpha$  із земною поверхнею.

3. Точка  $K$  перетину одержаної лінії  $C_{29}D_{25}$  із заданою прямою  $A_{24}B_{23}$  є шуканою точкою перетину прямої  $AB$  із земною поверхнею.

4. Визначаємо видимість прямої  $AB$  на плані.

При застосуванні способу профілю через пряму проводять вертикальну площину, в якій будують суміщені з площиною креслення профілі як заданої прямої, так і земної поверхні. Визначивши точку перетину побудованих профілів, переносять цю точку на проекцію прямої на плані, яка і буде проекцією шуканої точки перетину прямої із земною поверхнею.

На рис. 6.20 показано розв'язок задачі на визначення точки  $K$  перетину прямої  $AD$  із земною поверхнею.

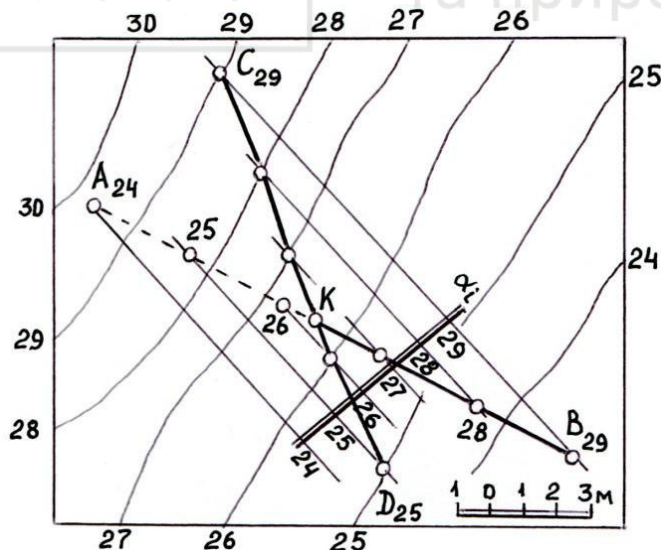


Рис. 6.19. Визначення точки  $K$  перетину прямої  $AB$  із земною поверхнею способом горизонталей

Для цього виконаємо такі дії.

1. Через пряму  $AB$  (її проекція на плані  $A_{15}B_{18}$ ) проводимо допоміжну вертикальну площину  $\pi$  і в ній будемо суміщений з площиною креслення профіль  $\overline{AB}$  прямої  $AB$  та профіль земної поверхні (виділено штриховкою).

При цьому побудова профілів ведеться в системі  $x_1 \pi / \pi_{13}$ , тобто базовою для побудови профілів є не площина  $\pi_0$ , а горизонтальна площина  $\pi_{13}$  з числовою позначкою 13. Це зроблено для

того, щоб відкладати висоти точок не від площини  $\pi_0$ , а від площини  $\pi_{13}$ , що дає можливість розміщувати профілі в межах креслення. Наприклад, щоб побудувати профіль  $\overline{A}$ , потрібно від точки  $A_{15}$  на осі  $x_1$  відкласти відрізок, що

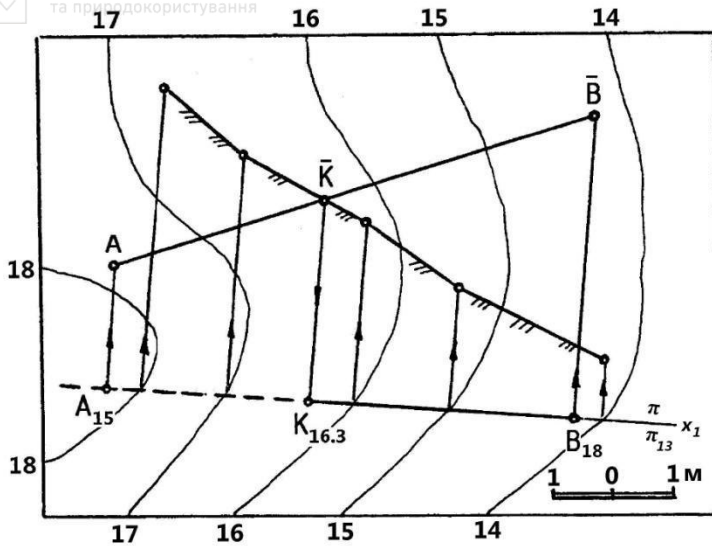


Рис. 6.20. Визначення точки  $K$  перетину прямої  $AB$  із земною поверхнею способом профілю

дорівнює  $2\text{ м}$  ( $15-13 = 2\text{ м}$ ). Якщо базовою була б площина  $\pi_0$ , то для побудови профілю  $\bar{A}$  потрібно було б відкласти від осі  $x$  вже  $15\text{ м}$ .

Зазначимо, що в даному випадку вісь  $x_1$  проведена безпосередньо через пряму  $A_{15}B_{18}$ , хоча її можна було б розмістити для зручності побудови профілів і далі від  $A_{15}B_{18}$ , причому по обидва боки.

2. Визначаємо точку  $\bar{K}$  перетину профілю  $\bar{AB}$  з

профілем земної поверхні.

3. Проекціюємо точку  $\bar{K}$  на пряму  $A_{15}B_{18}$  на плані і визначаємо точку  $K_{16.3}$ , яка буде проекцією шуканої точки перетину прямої  $AB$  із земною поверхнею. Точка  $K$  має числову позначку  $16.3$ , яка визначена таким чином:  
 $13 + |\bar{K}K_{16.2}| = 13 + 3.3 = 16.3$ .

4. Визначаємо видимість  $A_{15}B_{18}$  на плані.

### 6.3. Взаємний перетин поверхонь

В меліоративних та гідротехнічних спорудах часто зустрічаються різноманітні поверхні, що перетинаються між собою та із земною поверхнею.

Побудова лінії взаємного перетину двох поверхонь у проекціях з числовими позначками, як і при перетині двох площин та поверхні з площиною, ґрунтується на методі допоміжних січних площин.

В якості допоміжних використовують горизонтальні площини, які перетинають дані поверхні по їх горизонталях. Точки перетину горизонталей однієї поверхні з горизонталями другої, що мають однакові числові позначки, будуть точками лінії взаємного перетину поверхонь. Практично допоміжні січні площини тільки «тримають в умі», а на планах проводять або використовують готові горизонталі поверхонь.

Порядок побудови лінії взаємного перетину поверхонь такий.

1. Провести проекції горизонталей обох поверхонь.



2. Зафіксувати точки перетину горизонталей з однаковими числовими позначками.

3. Одержані точки послідовно сполучити лінією, яка і буде лінією взаємного перетину поверхонь.

### 6.3.1. Визначення точок нульових робіт

Побудову меж земляних робіт починають з визначення точок нульових робіт – точок перетину лінії контуру споруди із земною поверхнею. Тому, перш ніж приступити до побудови лінії взаємного перетину поверхонь, слід розглянути відомі способи знаходження точок нульових робіт.

На рис. 6.20 точку перетину прямої лінії із земною поверхнею визначено способом профілю. На рис. 6.4 точки нульових робіт знайдено просто – це точки перетину горизонтально розміщених бровок полотна дороги, що мають числову позначку 20, з горизонталлю 20 земної поверхні. При дробовій числовій позначці горизонтальної ділянки споруди (рис. 6.21) для визначення точок нульових робіт потрібно застосовувати або спосіб профілю, або спосіб пропорційного ділення відрізка лінії контуру споруди, що знаходиться в межах точок перетину цієї лінії із горизонталями земної поверхні із цілочисловими позначками. На рис. 6.21 точка нульових робіт  $K_{27.4}$  верхньої бровки дороги

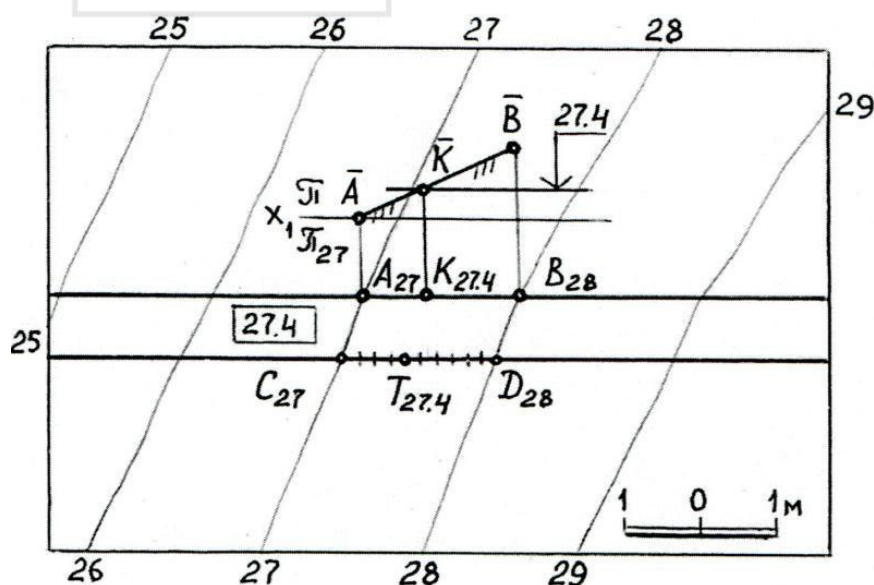
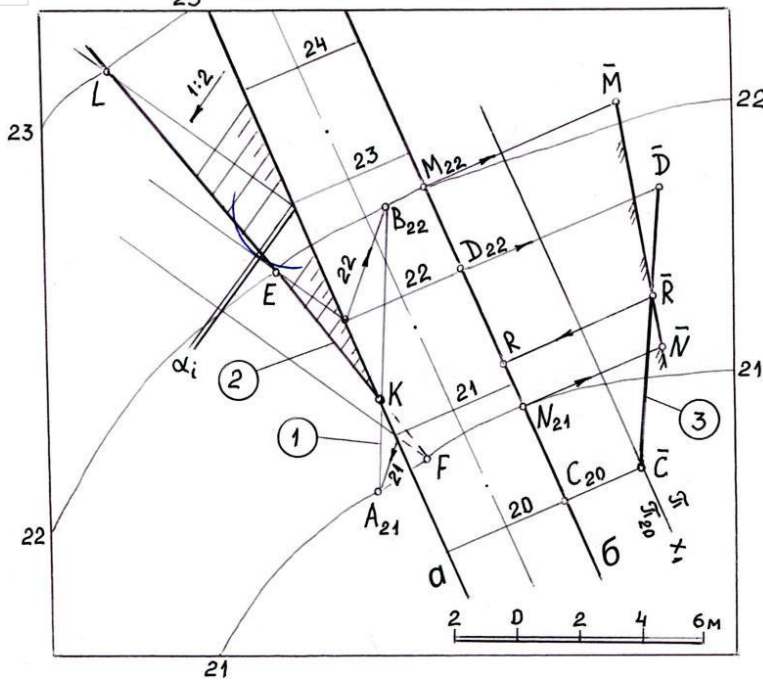


Рис. 6.21. Визначення точок нульових робіт способом профілю та пропорційного ділення

визначена способом профілю, а точка  $T_{27.4}$  нижньої бровки дороги – пропорційним діленням відрізка  $C_{27}D_{28}$  на десять рівних частин. Графічну побудову точки  $K_{27.4}$  виконано аналогічно тому, як це показано на рис. 6.20. Відмінність полягає в тому, що бровка дороги є горизонтальною прямою, тому і профіль бровки буде розміщений паралельно  $x_1$  на відстані

0,4 м.

Розглянемо знаходження точок нульових робіт, якщо лінія контуру споруди є прямою загального положення. На рис. 6.22 показано три способи



**Рис. 6.22.** Визначення точок нульових робіт способом допоміжних площин, побудови меж земляних робіт та профілю

допоміжної площини із землею поверхнею перетинає на плані лінію бровки  $a$  в точці  $K$ , яка є проекцією шуканої точки перетину бровки  $a$  із землею поверхнею, тобто точка  $K$  – точка нульових робіт на бровці  $a$ .

Існує інший спосіб знаходження точок нульових робіт, при якому шукана точка  $K$  перетину бровки  $a$  із землею поверхнею знаходиться як точка перетину лінії межі земляних робіт укосу  $\alpha$  з лінією бровки  $a$ . Площина укосу  $\alpha$  перетинає земну поверхню на плані по лінії  $LEF$ , але лінія  $EF$  перетинає бровку  $a$  в точці  $K$ , яка є проекцією точки нульових робіт на бровці  $a$ .

В третьому випадку точка нульових робіт на бровці  $b$  визначена способом профілю. Цей спосіб, як і показаний на рис. 6.20, полягає у побудові профілю бровки  $b$  та профілю земної поверхні при проведенні вертикальної січної площини через бровку  $b$ .

Вертикальний масштаб при побудові профілю збільшений у 2 рази порівняно з масштабом плану. В системі площин проекцій  $x_1 \frac{\pi}{\pi_{20}}$  від осі  $x_1$  відкладаємо відрізки, що дорівнюють різниці між числовими позначками точок  $M_{22}$ ,  $D_{22}$ ,  $N_{21}$ ,  $C_{20}$  та числової позначки горизонтальної площини  $\pi_{20}$ , що дорівнює 20. Лінія  $\overline{MN}$  – профіль земної поверхні (виділено штриховою лінією), лінія  $\overline{CD}$  – профіль бровки  $b$ . Точку  $R$  перетину одержаних профілів

визначення точок нульових робіт на прикладі перетину бровок нахиленої частини полотна дороги із землею поверхнею.

Перший спосіб полягає в тому, що через бровку  $a$  проводиться допоміжна січна площина. Вона задається горизонталями 22 та 21, які проведені через точки бровки з числовими позначками 22 та 21 до їх перетину на плані в точках  $A_{21}$  та  $B_{22}$  з горизонталями земної

$MN$  та  $CD$  переносимо (показано стрілкою) на бровку  $b$  на плані і отримаємо шукану точку  $R$ , яка є проекцією точки нульових робіт на бровці  $b$ .

Ще один спосіб, поширений на практиці, називається способом горизонталей. Його застосування показано на рис. 6.10, де точки нульових робіт  $C$  і  $D$  нахилених бровок дороги визначені як точки, в яких лінія перетину земної поверхні із площиною, що проходить через полотно дороги, перетинає бровки дороги.

На рис. 6.4, 6.10, 6.21, 6.22 бровки споруд прямолінійні. Але на практиці доводиться зустрічатися і з криволінійними бровками. Тому розглянемо спосіб визначення точки перетину кривої лінії із земною поверхнею.

На рис. 6.23 показано визначення точки перетину кривої лінії  $A_9B_{12}$  із земною поверхнею способом профілю. Для цього через криву лінію проводять проекціюючу поверхню  $\alpha$  (на рис. 6.23 позначено слід  $\bar{\alpha}$  цієї поверхні). Потім поверхню  $\alpha$  розгортають (випрямляють), при цьому профіль земної поверхні будують по кривій  $A_9B_{12}$ , довжину якої визначають наближено шляхом заміни кривої лінії ламаною, яка вписана в цю криву, та вимірюванням довжини її ланок. Для зменшення похибки ланки ламаної беруть такими, щоб вони мало

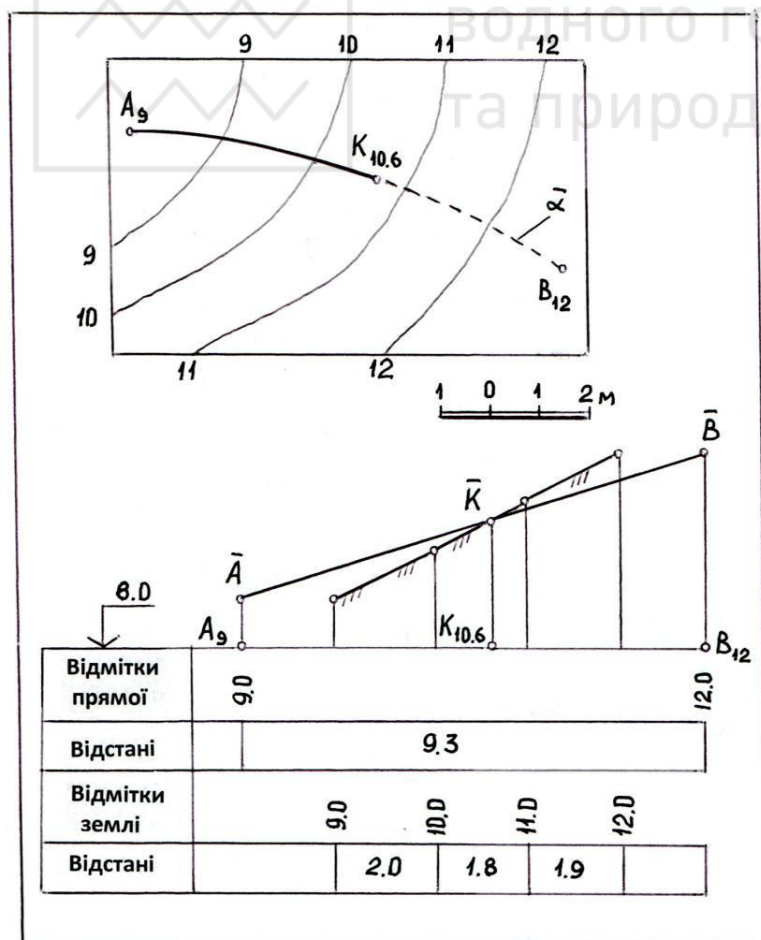
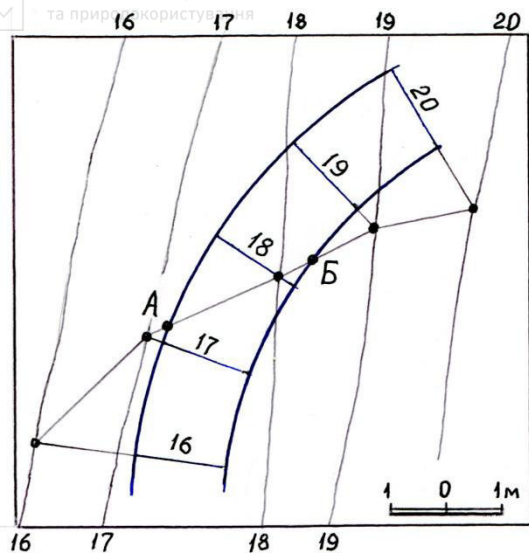


Рис. 6.23. Визначення точки перетину кривої лінії із земною поверхнею способом профілю

відрізнялись за довжиною від дуг кривої, які вони стягують.

Проводять базу профілю із умовною позначкою, що дорівнює  $\delta$ , і будують розгорнутий профіль лінії та земної поверхні (виділено штриховкою). При побудові профілю кривої лінії умовно вважають, що числові позначки точок кривої лінії змінюються прямо пропорційно відстаням між ними. Відмічають точку  $\bar{K}$  перетину профілів і проекціюють її на базу профілю, одержуючи точку  $K$ . Вимірюють на базі профілю відрізок, що дорівнює відстані між точками  $A$  та  $K$ . Його довжину на плані відкладають



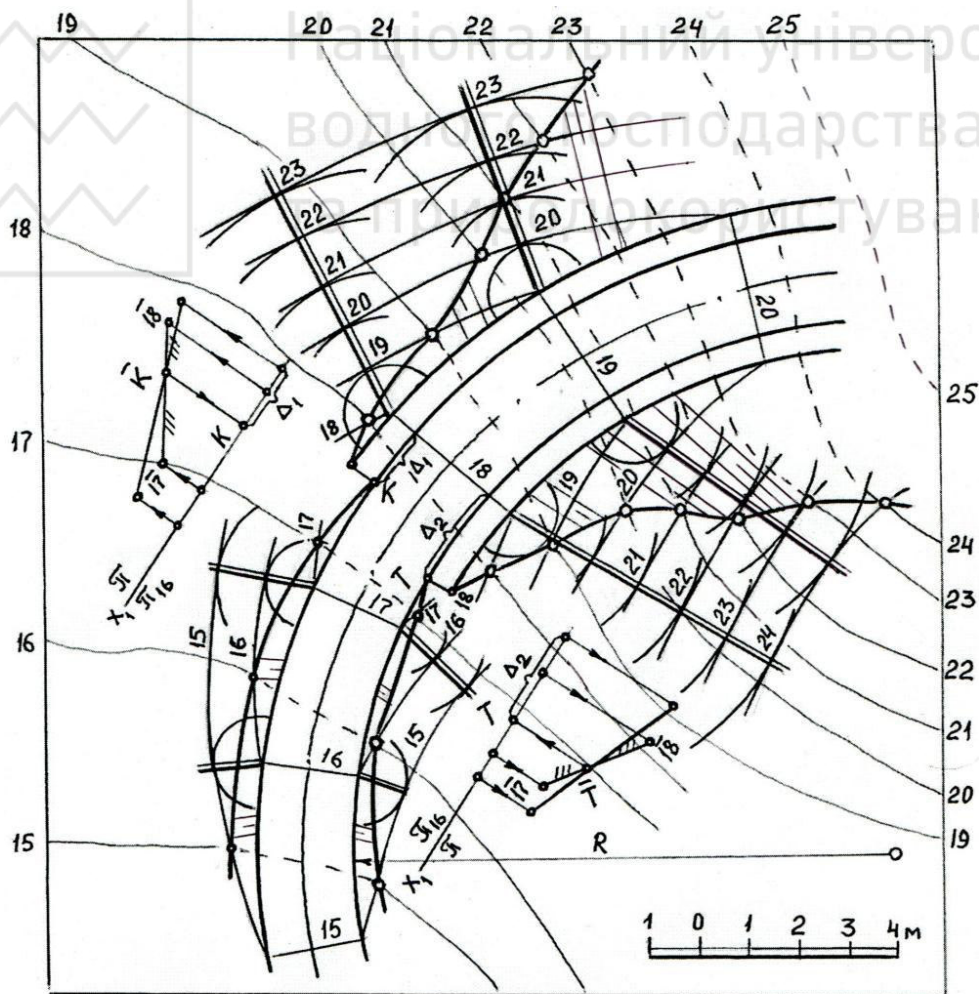


**Рис. 6.24.** Визначення точок нульових робіт криволінійних бровок нахиленого полотна дороги способом горизонталей

від точки *A* по довжині кривої лінії і визначають точку *K*. У разі потреби визначають видимість кривої.

Крім способу профілю, для визначення точок нульових робіт споруди з криволінійною лінією контуру, часто застосовують і спосіб горизонталей, що показаний на рис. 6.10 для прямолінійної бровки.

На рис. 6.24 способом горизонталей побудовані точки нульових робіт *A* і *B* криволінійних бровок нахиленого полотна дороги. Точки *A* і *B* – точки перетину бровок дороги з лінією перетину площини, що проведена через полотно дороги, із землею поверхнею.



**Рис. 6.25.** Визначення точок нульових робіт та меж земляних робіт укосів, що примикають до криволінійної нахиленої ділянки дороги

Інші способи – січних площин (поверхонь) і побудови меж земляних робіт – для криволінійної лінії контуру споруди є менш поширеними.

На рис. 6.25 показано визначення точок нульових робіт та меж земляних робіт на криволінійній нахиленій ділянці дороги. Уклоли укосів 1:1.

Точки нульових робіт  $K$  і  $T$  бровок полотна дороги визначені способом профілю. Більш детально це показано на рис. 6.26.

Частина споруди розміщена у виїмці, тому для стоку дощових і талих вод робиться, як правило, кювет. Для цього на рис. 6.25 креслять смугу шириною 0,5 м, від якої будують укоси виїмки.

Поверхні укосів, що є криволінійними поверхнями однакового уклону, розглянуті на рис. 5.7. Горизонталі укосів будують аналогічно прикладу, наведеному на рис. 5.8, з урахуванням особливостей побудови горизонталей в укосах насипу та виїмки, показаних на

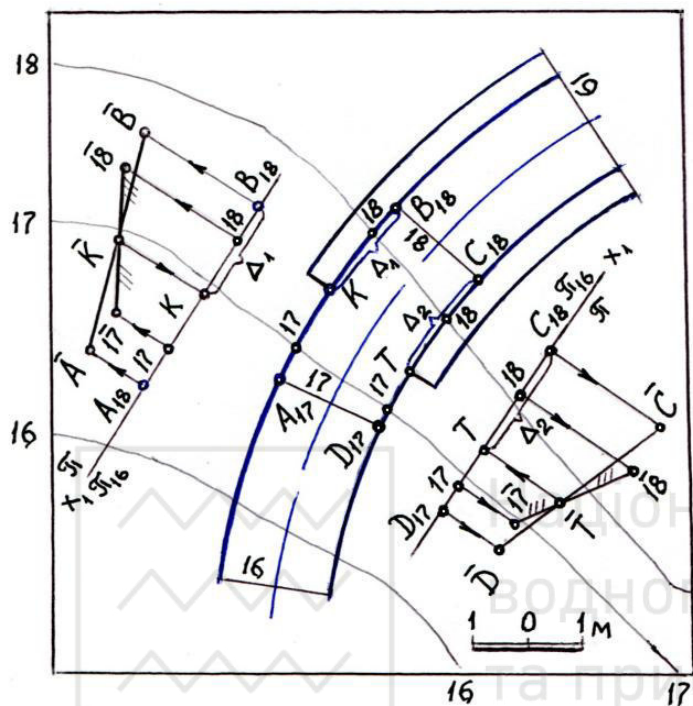


Рис. 6.26. Визначення точок нульових робіт способом профілю (доповнення до рис. 6.25)

рис. 6.13 та рис. 6.14. В укосах насипу та виїмки горизонталі укосів є дотичними до горизонталей (кіл) прямих колових конусів, радіуси яких визначають за формулою (2.2), причому в укосах виїмки використовують верхню полу конусів.

На рис. 6.27 показано побудову точок перетину горизонталей 17 укосів насипу та горизонталей 18 укосів виїмки із земною поверхнею. Кола конусів, до яких ці горизонталі є дотичними, на рис. 6.25 не показані, а на рис. 6.27 зображені штриховою лінією.

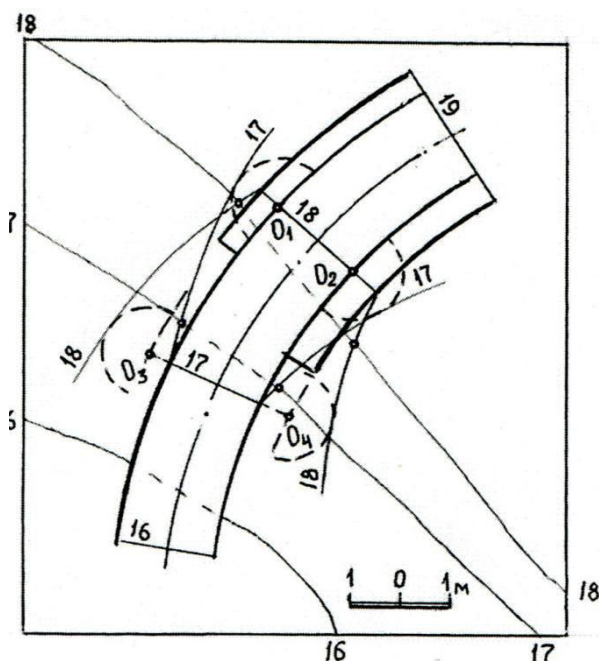


Рис. 6.27. Визначення точок перетину горизонталей 17 і 18 укосів із земною поверхнею (доповнення до рис. 6.25)



### 6.3.2. Побудова меж земляних робіт греблі

На рис. 6.28 показано побудову меж земляних робіт греблі, гребінь якої є горизонтальним майданчиком з дробовою числовою позначкою 32.4. В'їзди на греблю: в лівій частині креслення – прямолінійний нахилений, в правій частині креслення – криволінійний нахилений, їх уклони – 1:7. Земляні укоси греблі мають уклони: верхній – 1:3, нижній – 1:1.5. Радіус заокруглення криволінійного в'їзду  $R = 25.0$  м. Уклони укосів в'їздів – 1:1.5, ширина смуг під кювети дорівнює 1,5 м.

Послідовність розв'язування задачі.

1. Визначаємо точки нульових робіт. Спочатку знаходимо точки  $B$  та  $C$  нульових робіт верхньої бровки греблі способом профілю (профіль земної поверхні тут і далі виділено штриховкою). На плані з точок  $B$  та  $C$  проводимо пряму лінію перпендикулярно до бровки греблі і зазначаємо на нижній бровці точки  $N$  та  $L$ . Лінії  $BN$  та  $CL$  є межами гребня греблі. Зліва від лінії  $BN$  та справа від лінії  $CL$  починаються нахилені в'їзди на греблю. Потім визначаємо також способом профілю точки  $A$  та  $D$  нульових робіт на нижніх бровках в'їздів на греблю.

У точках  $A, B, C, L$  укоси насипу переходять в укоси виїмки.

2. Проводимо з боку укосів виїмок до точок нульових робіт смуги під кювети паралельно до бровок в'їздів на відстані 1,5 м.

3. Визначаємо межі земляних робіт укосів греблі, попередньо проградувавши кожний з укосів.

Горизонталь 32 верхнього укосу розміщена від верхньої бровки гребеня греблі, що має числову відмітку 32.4, на відстані, що згідно з (1.1) дорівнює  $x = h \cdot l = (32.4 - 32.0) \cdot 3.0 = 1.2$  м. Горизонталь 32 нижнього укосу розміщена від нижньої бровки гребеня греблі на відстані  $x = h \cdot l = (32.4 - 32.0) \cdot 1.5 = 0.6$  м. Горизонталі верхнього та нижнього укосів, що мають послідовні цілочислові позначки, знаходяться одна від одної на відстані, що дорівнює інтервалам укосів, тобто відповідно 3 м та 1,5 м.

Відзначимо, що нижній укіс греблі прилягає не тільки до її гребеня, але й до нижніх бровок в'їздів на греблю, тобто розпадається на три: основний і два невеликих за площею укосів  $\alpha$  та  $\beta$ , які прилягають по лінії  $AN$  (укіс  $\alpha$ ) та по лінії  $LD$  (укіс  $\beta$ ) до нижніх бровок в'їздів. Укіс  $\alpha$  прилягає до нахиленої прямолінійної нижньої бровки в'їзду на греблю, а укіс  $\beta$  – до нахиленої криволінійної нижньої бровки в'їзду.

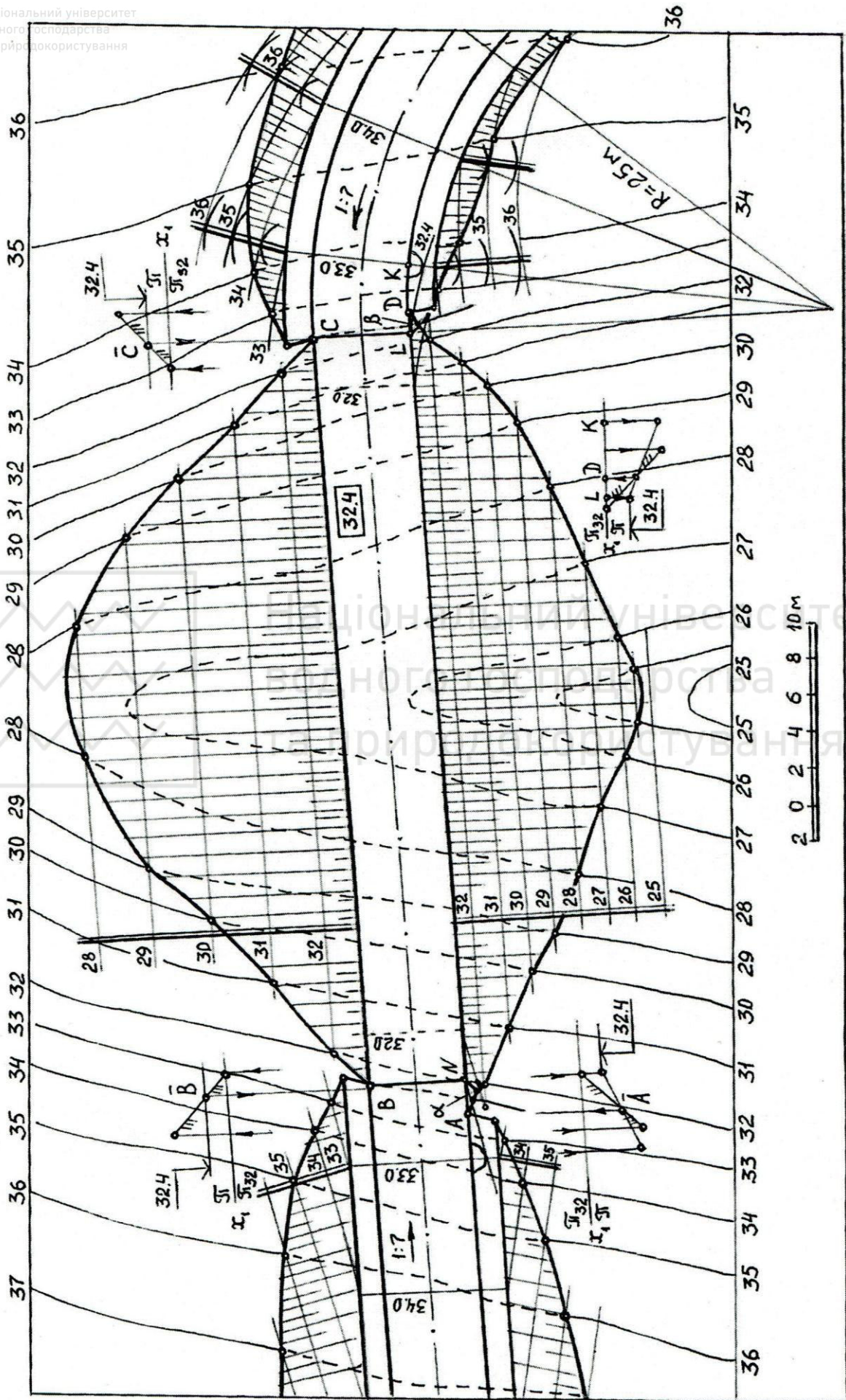


Рис. 6.28. Побудова меж земляних робіт греблі





Аналогічно визначаємо лінію перетину укосу  $\beta$ , який є криволінійною поверхнею однакового уклону, з основним укосом (рис. 6.30). Виконано ті самі побудови, що і при побудові лінії перетину укосу  $\alpha$  з основним укосом, за винятком того, що горизонталі укосу  $\beta$  проведені не прямими лініями, як на рис. 6.29, а кривими ( $LM$  – теоретична лінія перетину укосу  $\beta$  та основного укосу).

4. Градуємо полотно в'їздів. Горизонталі полотна в'їздів з числовою позначкою 33 будуть знаходитись від лінії меж гребеня греблі з числовою позначкою 32.4 на відстані, вимірній по осі в'їздів, що дорівнює згідно з (1.1)  $x = h \cdot l = (33 - 32.4) \cdot 7 = 4.2$  м, де  $l = 7$  м – інтервал полотна в'їздів.

Горизонталі полотна в'їздів, що мають послідовні цілочислові позначки, будуть розміщені одна від одної на відстані, що виміряна по осі в'їздів і дорівнює інтервалу, тобто 7 м.

5. Градуємо бокові укоси виїмки в'їздів аналогічно прикладам, розглянутим на рис. 6.10 та 6.25, причому укоси виїмки прямолінійного в'їзду будуть площинами, а укоси виїмки криволінійного в'їзду – криволінійними поверхнями однакового уклону.

### 6.3.3. Побудова меж земляних робіт будівельного майданчика

На рис. 6.31 визначені межі земляних робіт горизонтального будівельного майданчика з числовою позначкою 60 м та нахиленим в'їздом, який складається з криволінійної та прямолінійної ділянок. Уклони укосів: насипу – 1:1.5, виїмки – 1:1, уклон в'їзду – 1:6, ширина смуг під кювети становить 1.5 м. Укоси, що примикають до будівельного майданчика та в'їзду на нього, позначені цифрами 1...11 в кружечках.

Пояснення до розв'язування даної задачі.

1. Градування укосів 1, 9 та 6, 10 насипу, градування укосів 2, 11 та 4, 5 виїмки, а також побудова ліній перетину зазначених укосів між собою та із земною поверхнею виконано аналогічно прикладу, наведеному на рис. 6.18.

Градування укосу 3 та визначення ліній перетину його з укосами 4 та 11 виконано аналогічно прикладу, показаному на рис. 6.2. Проте в прикладі на рис. 6.2, перетинаються укоси насипу, а в даному прикладі – укоси виїмки, і укіс 3 є поверхнею прямого колового конуса, розміщеного вершиною донизу (верхня пола конуса).

Кутові точки ліній перетину укосу 3 з укосами 4 та 11 знаходяться як в прикладі, зображеному на рис. 6.4 – горизонталі укосу 3 продовжено до перетину з наступною горизонталлю земної поверхні.

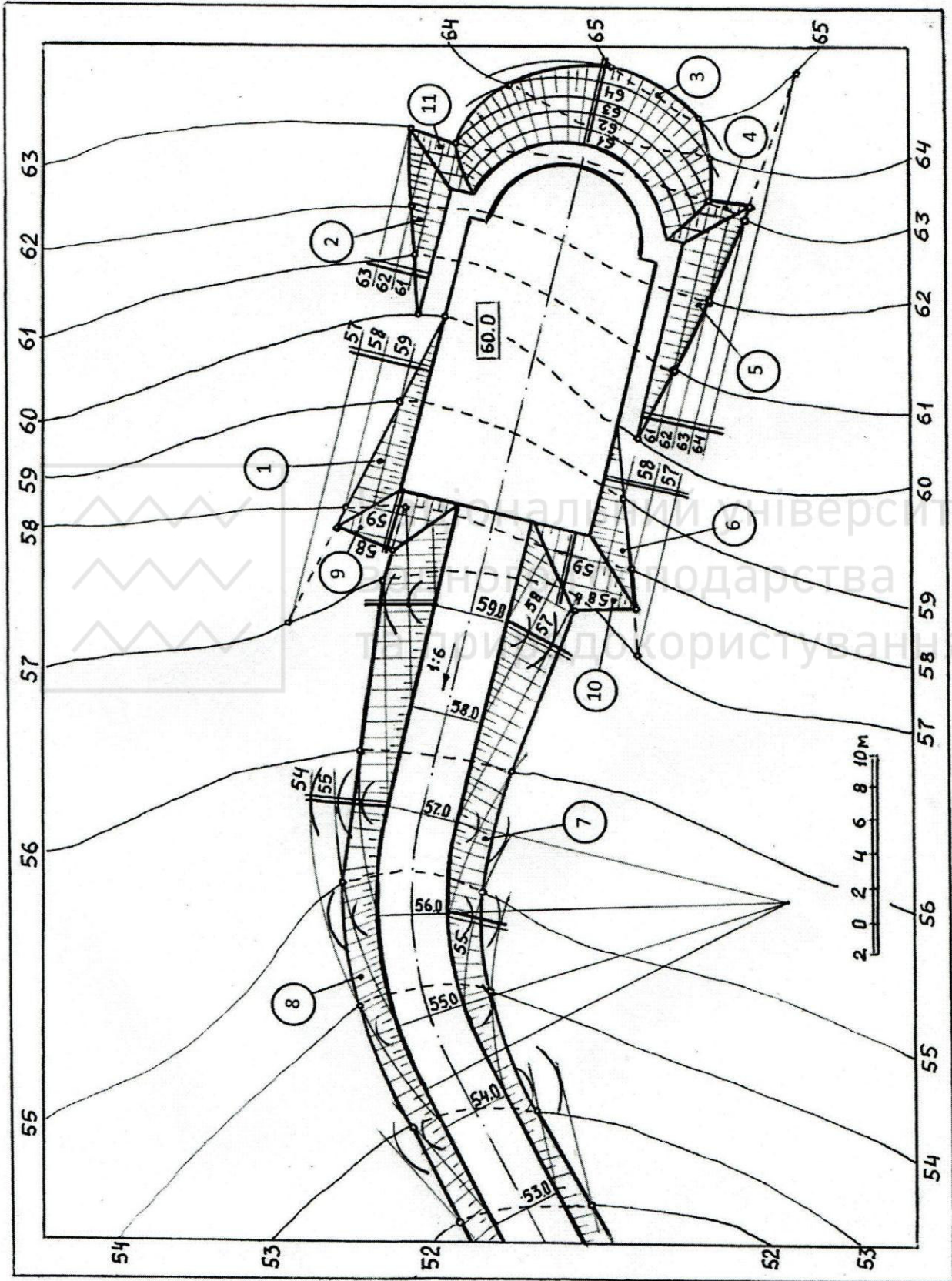


Рис. 6.31. Побудова меж земельного робіт будівельного майданчика з в'їздом



3. Укоси 7 та 8 насипу нахиленого в'їзду є поверхнями однакового уклону, градування і перетин яких з земною поверхнею виконаємо аналогічно розглянутому на рис. 6.10 та 6.25.

Побудова ліній перетину укосів 7 та 10, а також укосів 8 та 9 полягає у визначенні точок перетину горизонталей суміжних укосів з однаковими числовими позначками. Кутові точки ліній перетину суміжних укосів визначаємо як в прикладі, наведеному на рис. 6.18.

## 6.4. Основи вертикального планування

При виконанні вертикального планування широко застосовують способи, які використовуються в проєкціях з числовими позначками.

Вертикальне планування – це інженерний захід з штучної зміни, перетворення та покращення існуючого рельєфу місцевості для використання його в містобудівних цілях. Одна з основних задач вертикального планування – отримання даних для вирівнювання поверхні ділянки, що забудовується, з метою створення потрібних уклонів проїздів та майданчиків і організації відводу поверхневих вод. Всі ці заходи пов'язані із зрізанням, підсипанням та переміщенням земляних мас.

Проєкт вертикального планування складають на основі генплану та плану благоустрою території. Креслення з нанесеним на ньому вертикальним плануванням називають схемою вертикального планування. При розробці вертикального планування найбільш поширеним є використання методу проєктних (червоних) позначок та методу проєктних (червоних) горизонталей. Розглянемо сутність цих методів.

### 6.4.1. Метод проєктних (червоних) позначок

Сутність цього методу полягає в тому, що на схемі генплану з існуючими горизонталями земної поверхні та її позначками наносять проєктні позначки. Ці позначки повинні характеризувати рельєф місцевості, який проєктується з метою благоустрою території та організації поверхневого стоку дощових і талих вод. Для їх визначення використовують чорні позначки, червоні позначки та робочі позначки.

**Чорні позначки** відповідають позначкам існуючого рельєфу місцевості. **Червоні або проєктні позначки** – позначки проєктного рельєфу місцевості. **Робочі позначки** – різниця між проєктною червоною позначкою і чорною позначкою існуючого рельєфу.





Чорні позначки визначають на схемі генплану або благоустрою території в характерних точках, якими є межі об'єкта та точки в'їздів на його територію та виїздів з нього, кутові точки та точки перетину осей на перехресті доріг та доріжок, точки зламу поздовжнього рельєфу (зміна уклонів) по осям або бічним сторонам проїздів, доріг, доріжок тощо. На вертикальному плануванні характерні точки позначають знаком «+».

Чорні позначки наносять для кожної характерної точки місцевості, записуючи їх значення в метрах з точністю до сотих знизу полиці лінії виноски, яка проведена від характерної точки. Якщо характерна точка лежить на чорній (існуючій) горизонталі місцевості, то її числова позначка відповідає позначці цієї горизонталі. Позначка точки, що лежить між чорними горизонталями визначається методом інтерполяції, який детально описано в параграфі 5.4. Червоні позначки, як і чорні, наносять в тих же характерних точках, але зверху полиці лінії виноски.

Робоча позначка вказує на зрізання або підсипання ґрунту в даній точці до проектної позначки. Її записують в дужках і розміщують зліва від полиці лінії виноски. Якщо робоча позначка відмічена знаком «+», тобто проектна позначка характерної точки більша за її чорну позначку, то в цій точці підсипають ґрунт до проектної позначки. Якщо робоча позначка відмічена знаком «-», тобто проектна позначка характерної точки менша за її чорну позначку, то в цій точці ґрунт зрізують до проектної позначки.

Поздовжній уклон доріг показують за допомогою стрілки, розміщеної на осі дороги і спрямованої від більш високих позначок до низьких. Значення поздовжнього уклону в проміле проставляють над стрілкою, а відстань в метрах між характерними точками, що обмежують ділянку дороги, під нею.

На рис. 6.32 наведено фрагмент схеми вертикального планування вуличної міської території методом проектних позначок. Уклони доріг позначені в проміле. Наприклад, уклон дороги у верхній лівій частині схеми між характерними точками дорівнює  $11^0_{00}$  і обраховується за формулою:

$$i = \frac{\Delta H}{d} \cdot 1000 = \frac{(11.50 - 109.02) \cdot 1000}{225} = 11 \text{ ‰}, \text{ де } i - \text{ проектний поздовжній}$$

уклон ділянки дороги між її двома характерними точками,  $\Delta H$  – різниця в метрах проектних числових позначок цих характерних точок,  $d$  – відстань в метрах між цими характерними точками дороги .

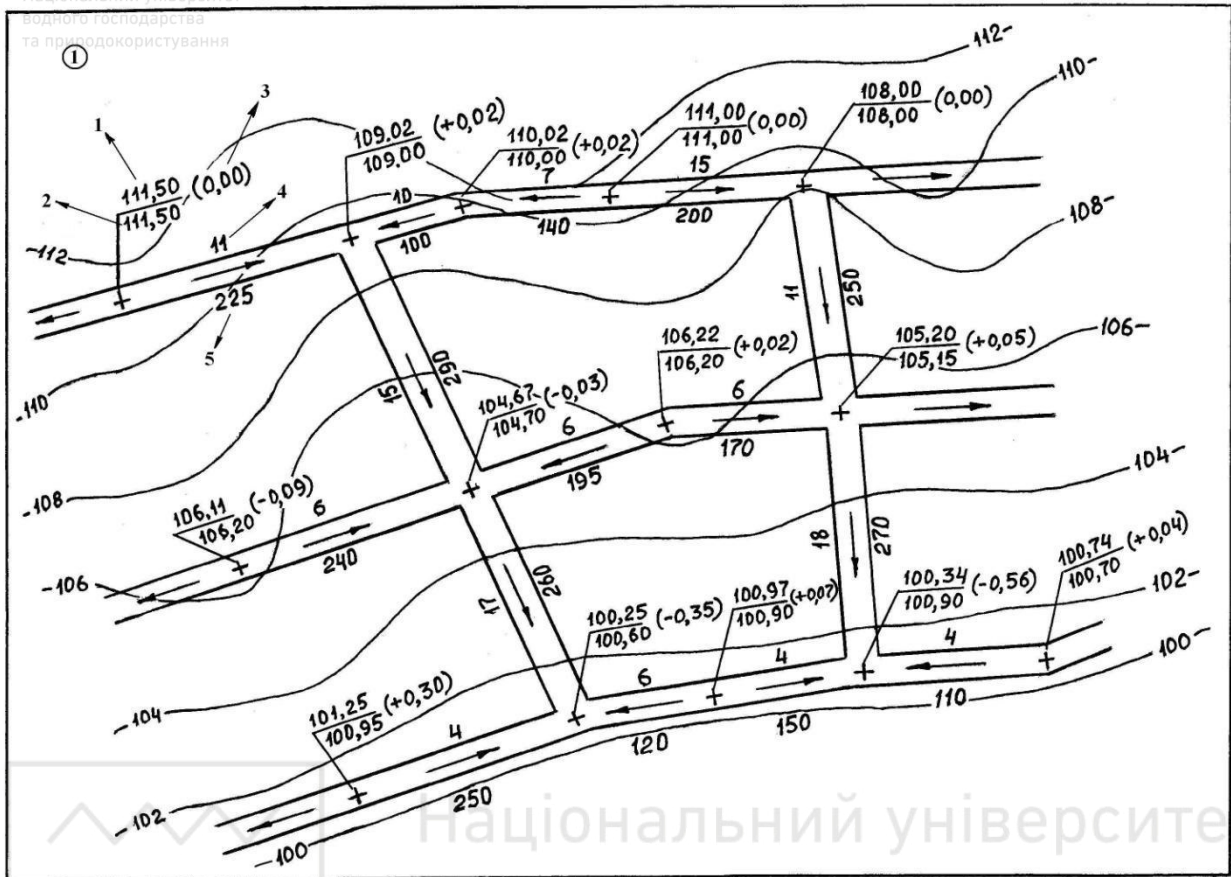


Рис. 6.32. Фрагмент схеми вертикального планування вуличної міської території методом проектних позначок: 1 – чорна (існуюча) позначка, 2 – червона (проектна) позначка, 3 – робоча позначка, 4 – проектний поздовжній уклон в проміле, 5 – відстань між характерними точками дороги

#### 6.4.2. Метод проектних (червоних) горизонталей

Сутність методу полягає в тому, що на схемі генплану з існуючими горизонталлями земної поверхні наносять нові проектні (червоні) горизонталлі, які показують зміну природного рельєфу місцевості до проектного вигляду. Проектні горизонталлі прийнято наносити червоним кольором, звідки вони і отримали назву.

Проектні (червоні) горизонталлі наносять через 0.10, 0.20, 0.25 або 0.50 м залежно від складу рельєфу і потрібної точності. Проектні горизонталлі, кратні метру або 0.5 м, підписують, вказуючи числову позначку в метрах і сотих частках метра. Виділяють ці горизонталлі потовщеною лінією. На інших горизонталлях можна проставляти тільки сантиметри.

На рис. 6.33 показано існуючу земну поверхню і проектну поверхню, яка задана проектними горизонталлями. В точках, де проектна поверхня

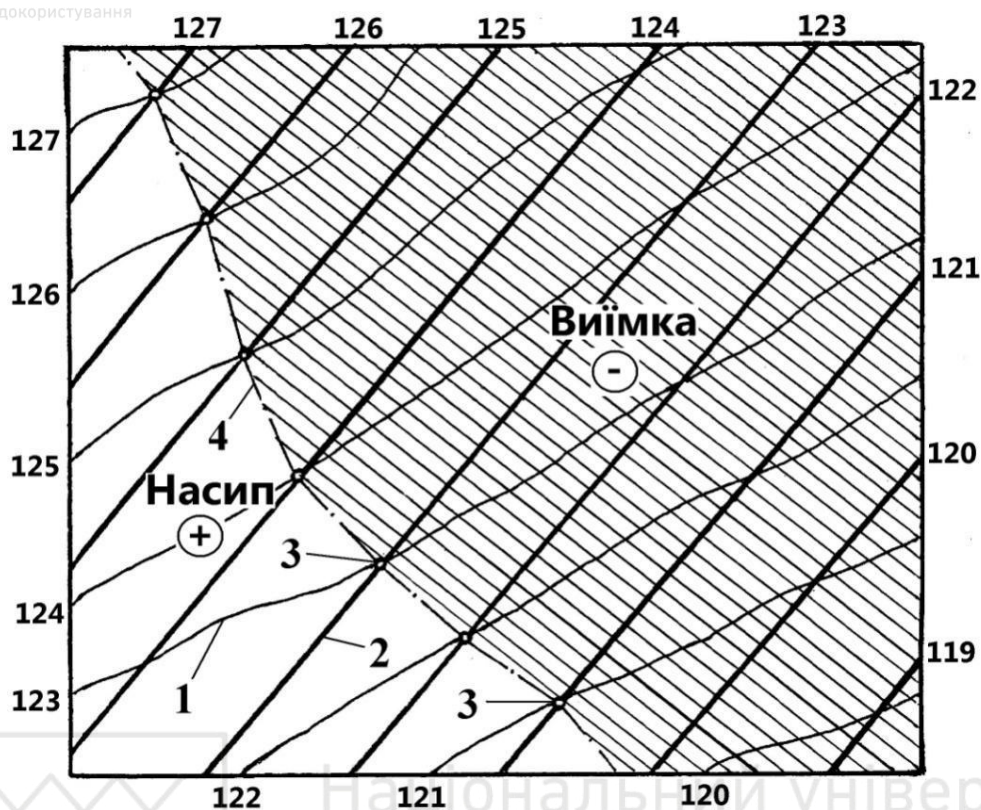


Рис. 6.33. Побудова лінії нульових робіт на схемі вертикального планування методом проектних горизонталей: 1 – існуючі горизонталі, 2 – проектні горизонталі, 3 – точки нульових робіт, 4 – лінія нульових робіт

збігається з природнім рельєфом, робочі позначки дорівнюють нулю, а, отже, в цих точках земляні роботи не виконують. Їх називають точками нульових робіт, а лінію, яка проходить через ці точки, – лінією нульових робіт. Вона розділяє природний рельєф місцевості на насип та виїмку.

Вертикальне планування, виконане в проектних горизонталях, дає можливість знайти проектні позначки будь-якої точки місцевості, а, отже, – робочі позначки та ділянки зрізання та підсипання ґрунту.

На рис. 6.34 показано вертикальне планування існуючого рельєфу методом проектних горизонталей. На ділянках, де ґрунт підсипається, проектні горизонталі зміщуються відносно однозначних позначок горизонталей існуючого рельєфу в бік їх зниження (ділянки відмічені знаком «+»), а при зрізанні, навпаки, в бік їх підвищення (ділянки, відмічені знаком «-»). Коли проектні поверхні рельєфу з'єднуються з існуючим рельєфом або між собою за допомогою крутих укосів або вертикально розміщених підпирних стінок, то проектні горизонталі можуть обриватися (рис. 6.34). На рис. 6.34 також побудовано профіль існуючої земної поверхні та проектної у напрямі 1-1.

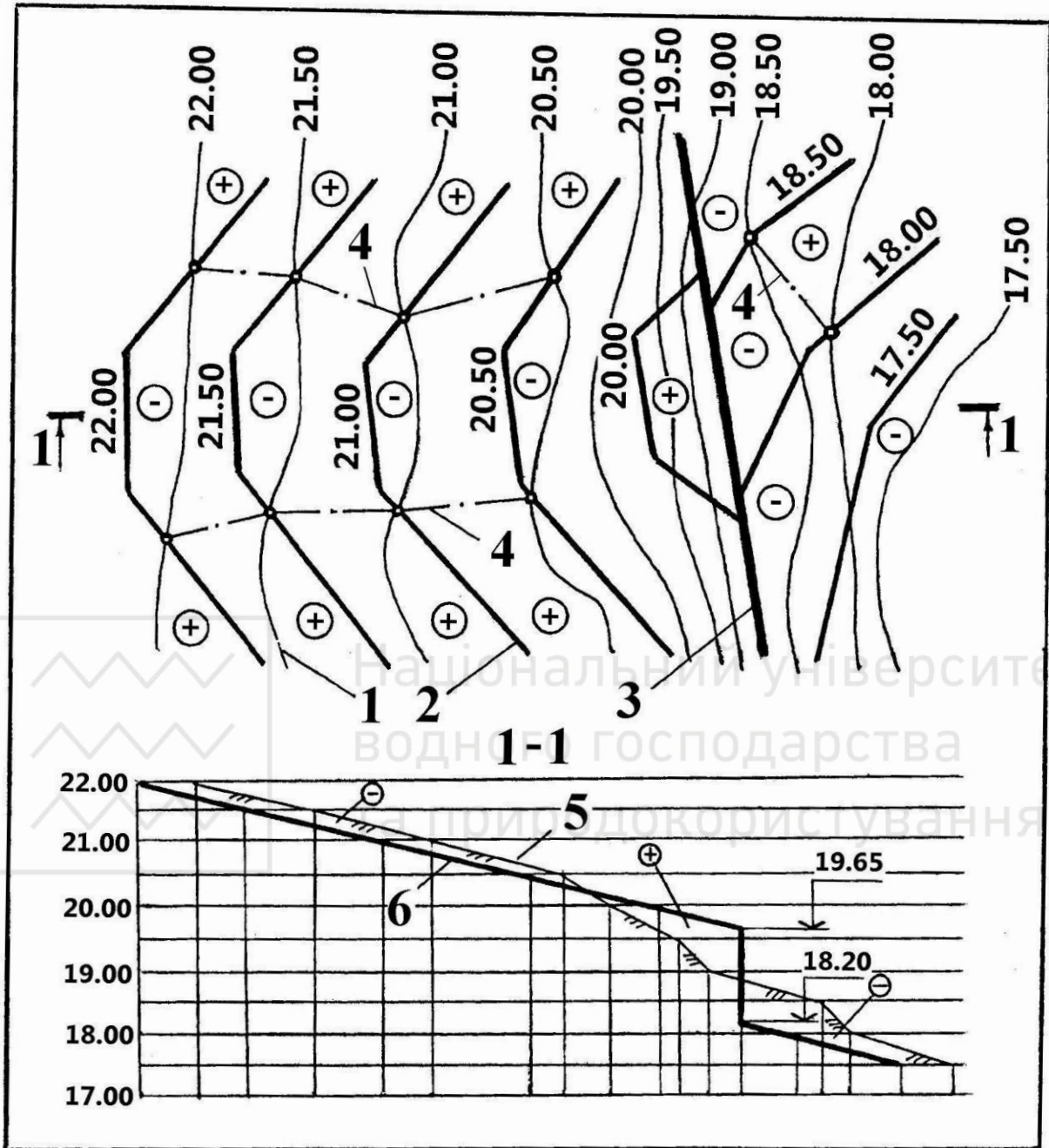


Рис. 6.34. Проектування вертикального планування методом проектних горизонталей :  
1 – існуючі горизонталі, 2 – проектні горизонталі, 3 – підпірна стінка, 4 – лінії нульових робіт,  
5 – профіль існуючої поверхні, 6 – профіль проектної поверхні

Виконаємо вертикальне планування методом проектних горизонталей ділянки дороги (рис. 6.32), розміщеної у верхній лівій частині схеми, між характерними точками з числовими позначками 111.50 і 109.02. Збільшений план цієї ділянки наведено на рис. 6.35. Характерні точки ділянки позначено цифрами I (числова позначка 111.50) і II (числова позначка 109.02). Визначимо на осі двоскатної дороги точки з числовими позначками 111.40, 111.30 ... 109.20, 109.10, через які проведемо однозначні проектні горизонталі. Точка А,

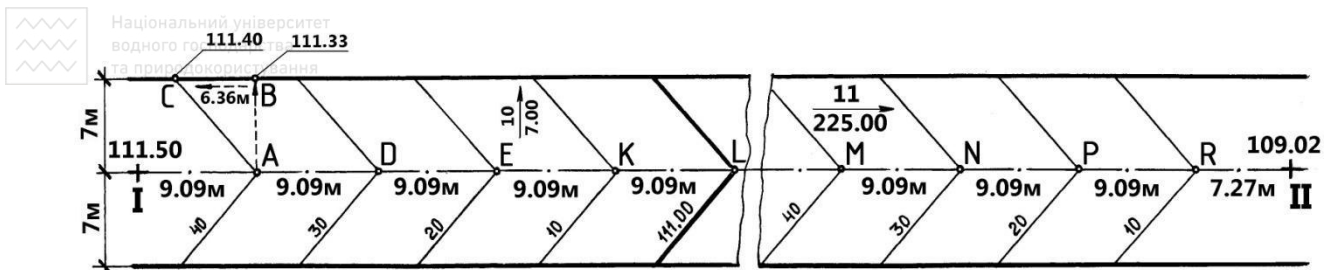


Рис. 6.35. Вертикальне планування методом проектних горизонталей ділянки дороги між її характерними точками I і II

що має числову позначку  $111.40$ , знаходиться від точки I з відомою числовою позначкою  $111.50$  на відстані  $x$ , яка визначається рівнянням:

$$\frac{\langle 11.50 - 111.40 \rangle 1000}{x} = 11, \text{ де } 11 - \text{уклон в проміле на ділянці дороги між}$$

точками I і II. З рівняння маємо, що  $x = \frac{\langle 11.50 - 111.40 \rangle 1000}{11} = 9.09 \text{ м.}$

Точка D на осі дороги, що має числову позначку  $111.30$ , знаходиться від точки A з числовою позначкою  $11.40$  також на відстані  $9.09 \text{ м.}$  Кожні наступні точки E, K, L і т. д., числові позначки яких відрізняються від сусідніх точок на  $10 \text{ см,}$  також знаходяться на відстані  $9.09 \text{ м}$  одна від одної.

Розрахуємо, на якій відстані  $x$  буде знаходитися від характерної точки II з числовою позначкою  $109.02$  точка R з числовою позначкою  $109.10$ :

$$x = \frac{\langle 109.10 - 109.02 \rangle 1000}{11} = 7.27 \text{ м.}$$

Для того, щоб провести проектну горизонталь з точки A з числовою позначкою  $111.40$ , потрібно на бровці дороги визначити точку з цією ж числовою позначкою. Спочатку знаходимо числову позначку точки B бровки дороги, яка лежить на лінії AB, перпендикулярної до бровки дороги. Поперечний уклон двоскатної дороги –  $10$  проміле, відстань на плані відрізка AB –  $7 \text{ м}$  (ширина двоскатної дороги на плані складає  $14 \text{ м}$ ). Точка B має числову позначку, яка визначається з рівняння:

$\frac{\langle 11.40 - H \rangle 1000}{7} = 10$ , де  $H$  – числова позначка точки B. З цього рівняння

маємо, що  $H = 111.40 - \frac{7 \cdot 10}{1000} = 111.33$ . Оскільки поздовжній уклон дороги  $11$

проміле, то точка C на бровці дороги з числовою позначкою  $111.40$  відстоїть від точки B з числовою позначкою  $111.33$  на відстані  $x$ , що визначається за

рівнянням  $\frac{\langle 11.40 - 111.33 \rangle 1000}{x} = 11$ , тобто

$x = \frac{\langle 11.40 - 111.33 \rangle 1000}{11} = 6.36 \text{ м.}$



З'єднуємо точки  $A$  і  $C$ , отримуємо проектну горизонталь дороги з числовою позначкою  $111.40$ . Наступні проектні горизонталі дороги проводимо через точки  $D, E, K, L, M, N, P, R$  паралельно відрізку  $AC$ . При двоскатній дорозі горизонталі в іншому скаті віддзеркалюємо відносно осі дороги.

Таким чином виконано вертикальне планування ділянки дороги між її характерними точками  $I$  і  $II$ .

Виконаємо вертикальне планування тротуару, що примикає до дороги (рис. 6.36). Приймаємо висоту бортового каменя  $15$  см ( $0.15$  м), тобто в точці  $A$  на дорозі числова позначка  $111.10$ , а на тротуарі –  $111.25$ .

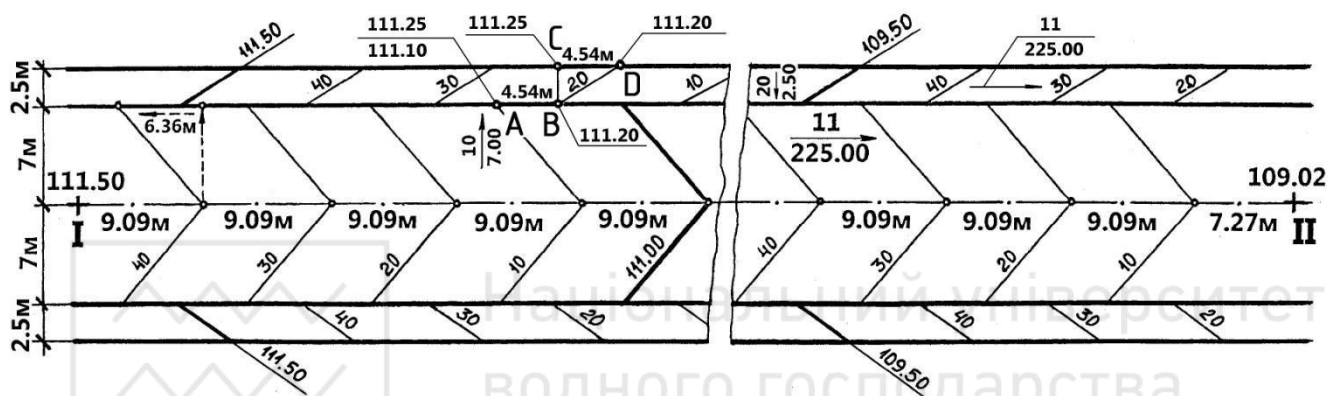


Рис. 6.36. Вертикальне планування методом проектних горизонталей тротуару, що примикає до ділянки дороги між її характерними точками  $I$  і  $II$  (доповнення до рис. 6.35)

Визначимо положення точки, через яку пройде проектна горизонталь  $111.20$  на тротуарі. Для цього знаходимо точку  $B$  на тротуарі з числовою позначкою  $111.20$ . Вона розміщена від точки  $A$  на відстані, яка визначається із рівняння: 
$$\frac{(111.25 - 111.20) \cdot 1000}{x} = 11$$
, де  $11$  – поздовжній уклон тротуару в промілі, який приймаємо рівним уклону дороги. З рівняння маємо, що  $x = \frac{(111.25 - 111.20) \cdot 1000}{11} = 4.54$ . Отже, точка  $B$  тротуару, що має числову позначку  $111.20$ , знаходиться від точки  $A$  тротуару, що має числову позначку  $111.25$ , на відстані  $4.54$  м.

Приймаємо ширину тротуару  $2.5$  м, а уклон тротуару в бік дороги –  $20$  проміле. Визначаємо числову позначку протилежного краю тротуару (точка  $C$ ) з рівняння: 
$$\frac{(H - 111.20) \cdot 1000}{2.5} = 20$$
, де  $H$  – числова позначка точки  $C$ .

Після розв'язування отримаємо, що  $H = 111.25$ . Знаходимо положення точки  $D$  тротуару, що має числову позначку  $111.20$ . Вона знаходиться від точки  $C$  на

відстані, яка визначається рівнянням:  $\frac{(111.25 - 111.20) \cdot 1000}{x} = 4.54 \text{ м.}$  Останні

розрахунки можна було і не виконувати, оскільки числові позначки точок *A* і *B* дорівнюють числовим позначкам точок *C* і *D*.

З'єднуючи точки *B* і *D*, отримуємо проектну горизонталь тротуару з числовою позначкою 111.20. Решту горизонталей тротуару проводимо через 9.09 м паралельно горизонталі 111.20.

На рис. 6.37 наведено частину генплану забудови житлового кварталу,

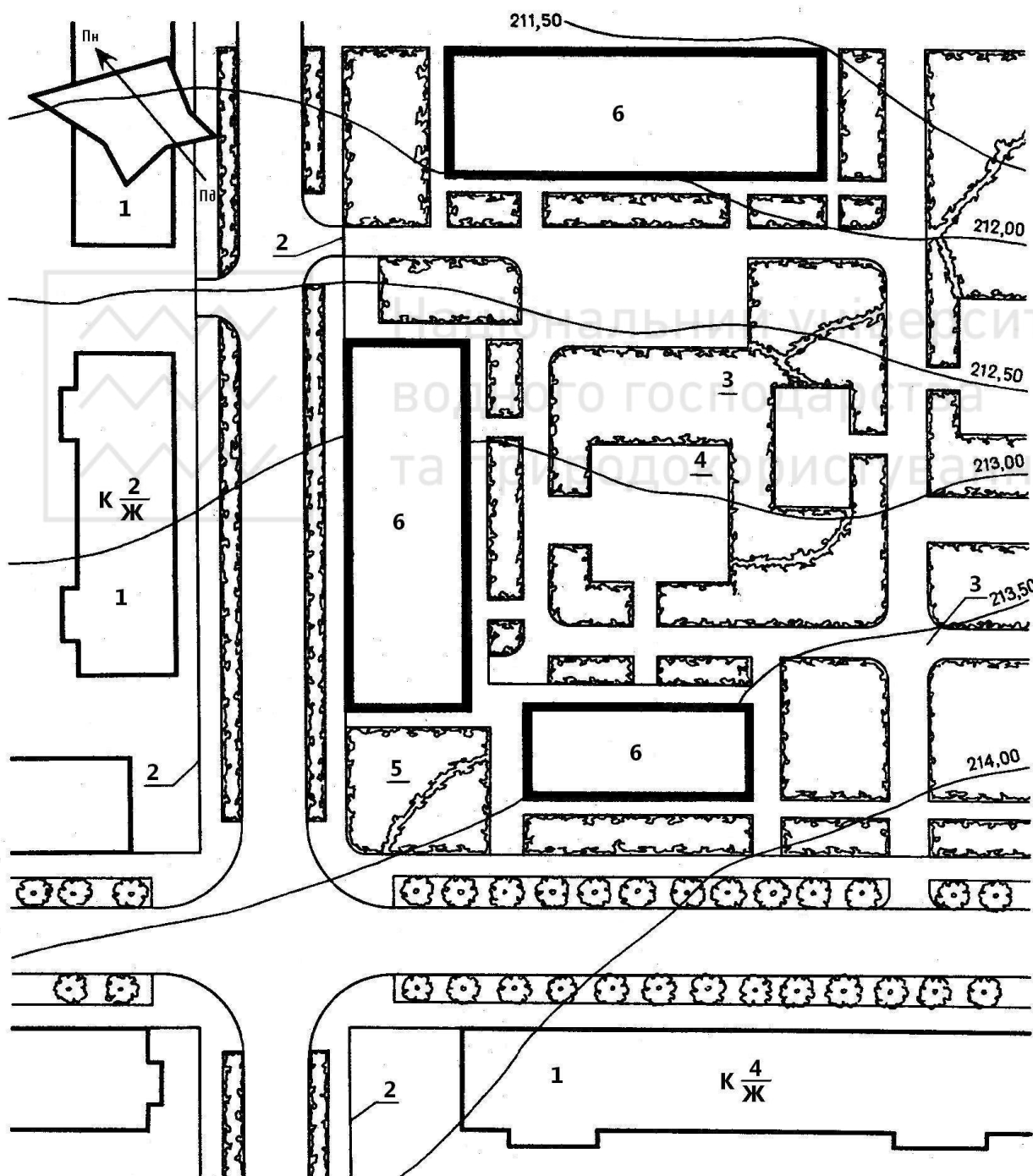


Рис. 6.37. Частина генерального плану забудови житлового кварталу



який запозичений з [11]. На плані показано існуючі будинки – 1 в межах ділянки – 2, що забудовується, внутрішньо кварталні проїзди та вулиці – 3, майданчики для відпочинку – 4, зелені насадження – 5 тощо. Також на плані показано житлові будинки – 6, що проектуються.

На ділянці плану нанесено горизонталі. Падіння рельєфу місцевості з південного сходу на північний схід складає 2 м. На рис. 6.38 наведено

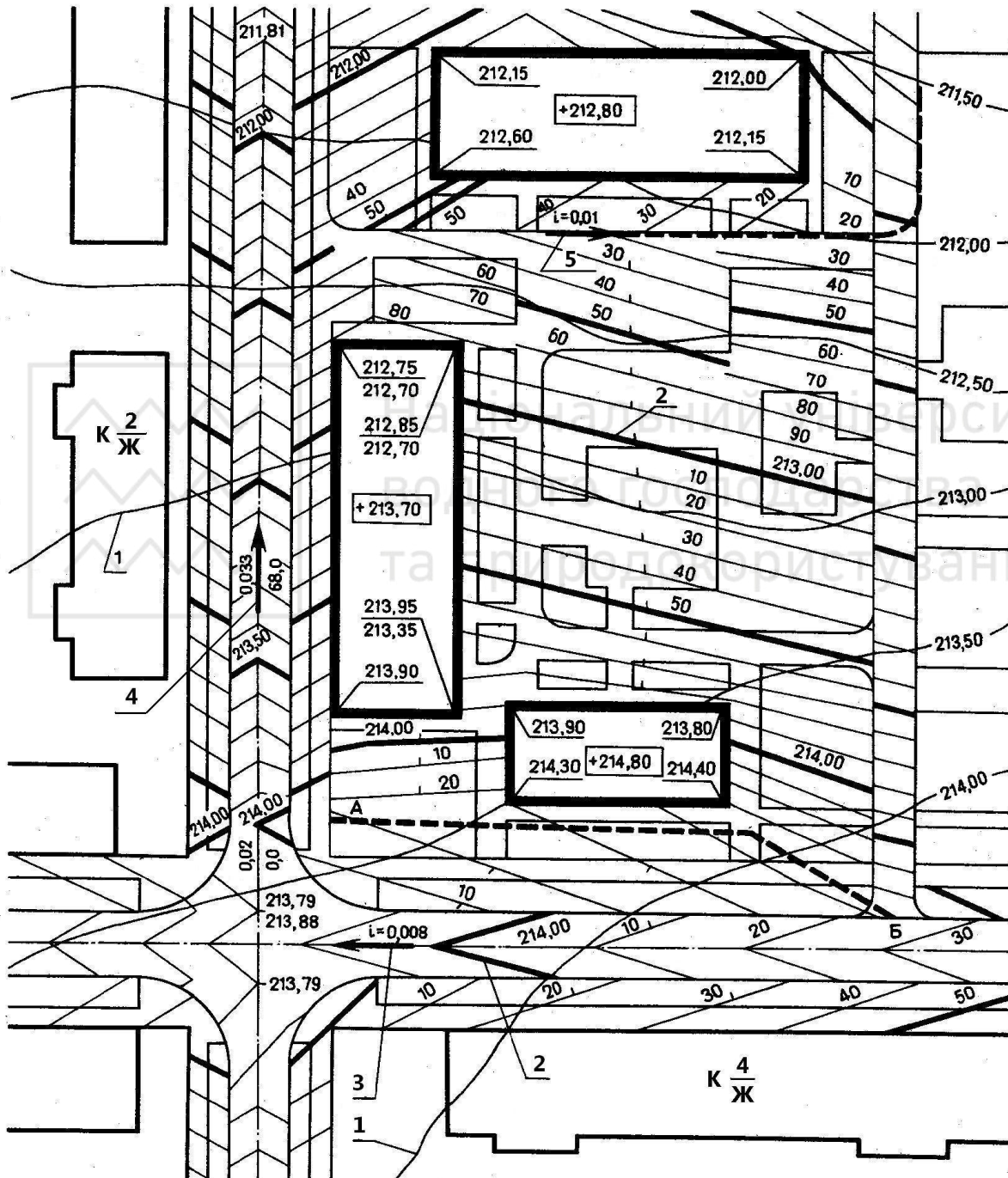


Рис. 6.38. Креслення вертикального планування житлового кварталу, генплан якого наведений на рис. 6.37





креслення вертикального планування частини цього ж житлового кварталу. На плані природний (існуючий) рельєф зображено чорними горизонталями – 1. Відповідно до існуючого рельєфу нанесено проектні (червоні) горизонталі – 2, які відображають поверхню, що проектується.

Горизонталі дорожнього полотна вулиць проводять після градування лінії осі проїзної частини за заданим уклоном аналогічно прикладу, наведеному на рис. 6.35. У поперечно розміщеної дороги – 3, що примикає до кварталу з короткої сторони, уклон дорівнює  $i = 0.008$  (8 проміле), а у поздовжньо розміщеної дороги – 4 дорівнює  $0.033$  (33 проміле).

Дорога 3 розміщена вище території кварталу. Щоб запобігти стоку вод з вулиці створено штучний водорозділ (гребінь). Він проходить по фасаді будинку, що виходить на цю вулицю. Лінія штучного водорозділу позначена штриховою лінією  $AB$  (рис. 6.38). На лінії цього водорозділу утворюється опуклий злам (позначка  $214.00$ ), який проходить у поздовжньому напрямі по осі вулиці 3. Тому уклон дороги 3 направлений від зламу до перехрестя. На протилежній частині плану по проїзду 5, розміщеному вздовж фасаду будинку, навпаки, утворюється уздовж дороги 5 лоткоподібна западина з уклоном  $i = 0.01$  (10 проміле). На рис. 6.38 проставлено проектні числові позначки кутів будинків.

План ділянки, виконаний в проектних горизонталях і числових позначках (вертикальне планування), як правило, не потребує побудови повздовжніх і поперечних профілів. Він дає повну характеристику спланованої поверхні.



## Розділ 7. Тіні в проекціях з числовими позначками

### 7.1. Загальні положення. Тінь від точки

Правила та прийоми побудови тіней в ортогональних проекціях використовують і для їх побудови в проекціях з числовими позначками. Так, для побудови тіні від точки  $A$  (рис. 7.1) на основну площину проєкцій  $\pi_0$  потрібно через точку  $A$  провести світловий промінь  $1$  до його перетину з площиною  $\pi_0$ . Точка перетину  $A^*$  світлового променя з площиною  $\pi_0$  і визначить на ній тінь від точки  $A$ . На рис. 7.1 точку  $A^*$  визначено в перетині світлового променя  $1$ , який проведено паралельно до заданого напрямку  $s$  розповсюдження світлових променів, і його горизонтальною проєкцією  $2$ .

В проекціях з числовими позначками світловий промінь задається

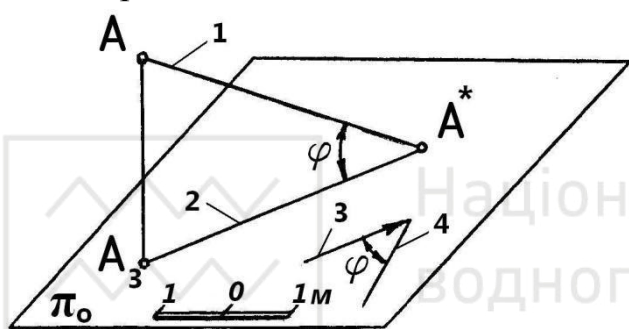


Рис. 7.1. Побудова тіні від точки  $A$  на площині  $\pi_0$  (наочне зображення)

азимутом і кутом  $\varphi$  нахилу променя до площини  $\pi_0$ . Ці величини задаються графічно на плані, де пряма  $3$  вказує азимут світлового променя (закінчується стрілкою), а пряма  $4$  складає з лінією  $3$  кут  $\varphi$ .

Лінії  $2, 3$  будемо називати лініями азимута, а лінію  $4$  – лінією світлових променів.

При побудові тіней вважається, що джерело світла знаходиться в нескінченності, тому світлові промені, які розповсюджуються від нього, будуть взаємно паралельними.

На рис. 7.2 показано один із способів побудови тіні від точки на площині  $\pi_0$ . Для цього від точки  $A$  через її проєкцію  $A_3$  проводимо пряму  $A_3A^*$  паралельно заданому азимуту світлових променів. З точки  $A_3$  проводимо пряму, перпендикулярну  $A_3A^*$ , і відкладаємо на ній відрізок  $A_3A$ , який дорівнює висоті точки  $A$  над площиною  $\pi_0$ , тобто  $A_3A = A_3A$ . Через точку  $A$  проводимо пряму  $AA^*$ , паралельно прямій світлових променів. Точка  $A^*$  перетину  $A_3A^*$  з  $AA^*$  і буде

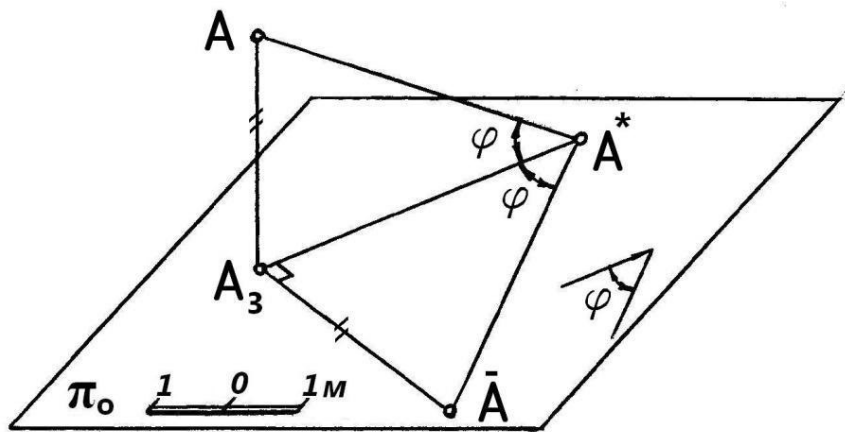


Рис. 7.2. Один із способів побудови тіні від точки на площині  $\pi_0$  (наочне зображення)

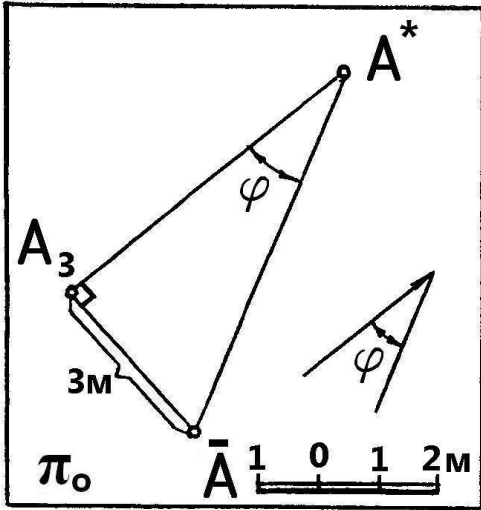


Рис. 7.3. Побудова тіні від точки  $A$  на площині  $\pi_0$  (план)

горизонтальній – закладання відрізків прямих. За допомогою масштабу закладання, знаючи перевищення відрізка прямої, легко визначити закладання цього відрізка для даного значення кута  $\varphi$  нахилу світлових променів до площини  $\pi_0$ .

Так, висота (перевищення) точки  $B$  (рис. 7.5) над площиною  $\pi_0$  складає  $4$  м. Отримаємо за допомогою масштабу закладання величину закладання ( $L = 8$  м) відрізка світлового променя від точки  $B$  до точки його перетину з площиною  $\pi_0$ . Тінь  $B^*$  від точки  $B$  на плані (рис. 7.5) знайдено шляхом проведення через точку  $B_4$  лінії, паралельної лінії азимута, і наступним відкладанням на ній відрізка  $B_4B^*$ , що дорівнює величині закладання ( $L = 8$  м).

шуваною тінню точки  $A$  на площині  $\pi_0$ . На рис. 7.3 показано розв'язок цієї задачі на плані.

Тінь від точки на площину  $\pi_0$  можна побудувати і іншими способами. Так, відрізок  $A_3A^*$  дорівнює закладанню  $L$  відрізка  $AA^*$  світлового променя. Отже, відклавши від  $A_3$  по лінії азимута величину закладання  $L$ , також можна отримати тінь  $A^*$ . Цей спосіб, який будемо називати способом закладання, є зручним при побудові тіней від декількох точок. Для

цього будується масштаб закладання (рис. 7.4), де по вертикальній осі відкладаються перевищення, а по

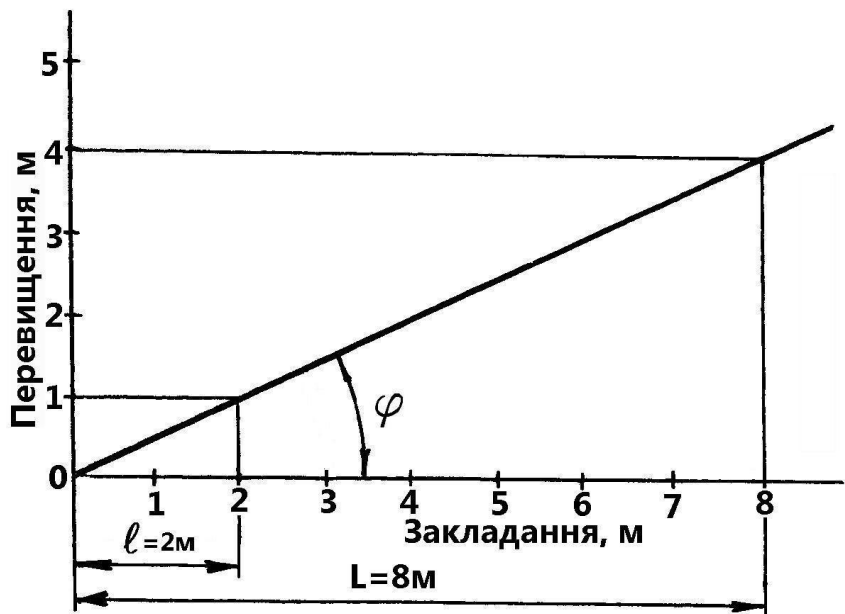


Рис. 7.4. Масштаб закладання

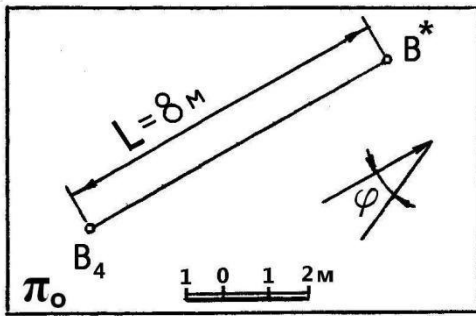


Рис. 7.5. Побудова тіні від точки на площині  $\pi_0$  способом закладання

Якщо кут  $\varphi$  нахилу світлових променів до площини  $\pi_0$  складає  $45^\circ$ , то градуювання лінії азимута спрощується.

На рис. 7.7 показано градуювання лінії азимута, що проведена через точку  $B_3$ , при куті  $\varphi$ , що дорівнює  $45^\circ$ . Достатньо з точки  $B_4$  провести пряму під кутом  $45^\circ$  до лінії азимута і відкласти на ній відрізок  $B_3B$ , що дорівнює  $1$  м. З точки  $B$  провести пряму, перпендикулярну до  $B_3B$ , до її перетину з лінією азимута. Отримаємо відрізок, довжина якого дорівнює інтервалу  $l$  лінії азимута (рис. 7.7).

Далі, градуюючи лінію азимута, визначаємо на ній точку з нульовою числовою позначкою, в якій і буде знаходитися тінь  $B^*$  від точки  $B$ .

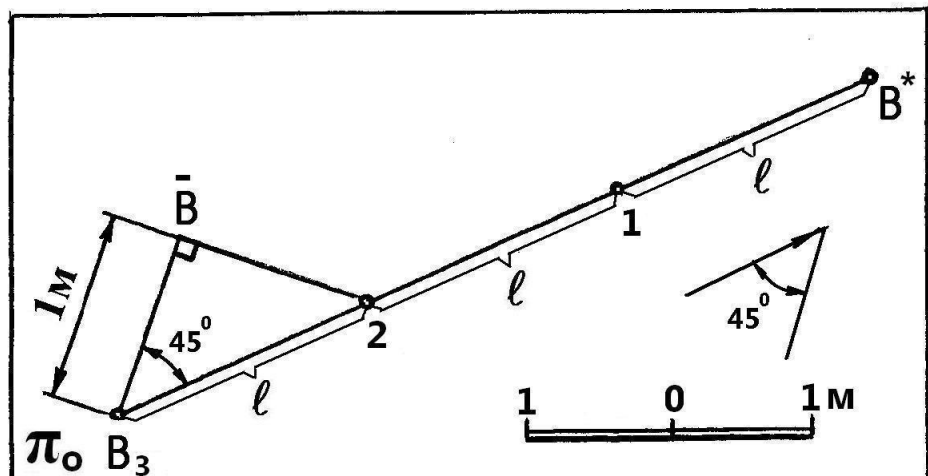


Рис. 7.7. Побудова тіні від точки  $B$  на площині  $\pi_0$  при куті нахилу світлових променів, що дорівнює  $45^\circ$

Відомо, що при перевищенні відрізка в  $1$  м, його закладання дорівнює інтервалу  $l$  цього відрізка (рис. 7.4). Отже, знаючи інтервал  $l$  можна проградувати лінію азимута світлового променя від точки  $B_4$  до точки з нульовою позначкою, що знаходиться на площині  $\pi_0$ . Визначення тіні від точки  $B$  на площині  $\pi_0$  цим способом, який будемо називати способом інтервалів, наведено на рис. 7.6.

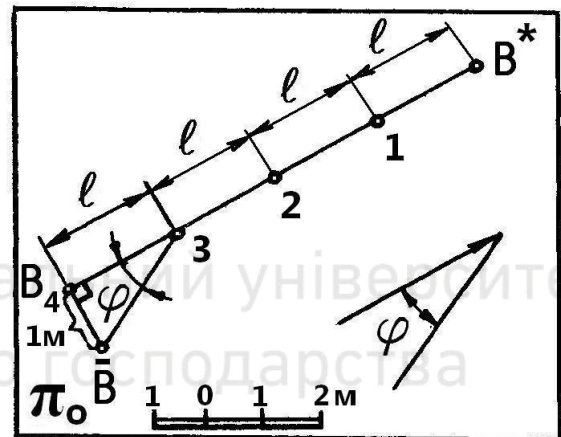


Рис. 7.6. Побудова тіні від точки на площині  $\pi_0$  способом інтервалів



площині  $\pi$ :  $A10$  – профіль світлового променя, що проходить через точку  $A$ ; лінія з штрихами – профіль земної поверхні. В перетині цих профілів отримаємо точку  $\bar{A}^*$ . Спроекціювавши цю точку на лінію азимута, отримаємо на плані точку  $A^*$  – тінь від точки  $A$ .

Для побудови тіні від точки на поверхні можна провести через світловий промінь і площину загального положення. Так, для побудови тіні від точки  $B$  на земній поверхні (рис. 7.9) градуюємо лінію азимута, яку проведено з точки  $B_{12}$ . Через отримані точки  $11, 10, 9$  і  $8$  проводимо горизонталі площини загального положення. Відмітивши точки перетину горизонталей площини і земної поверхні з однаковими позначками, з'єднуємо їх відрізками прямої, яка визначить лінію перетину допоміжної площини загального положення із земною поверхнею. В точці перетину цієї лінії з лінією азимута знаходиться тінь  $B^*$ .

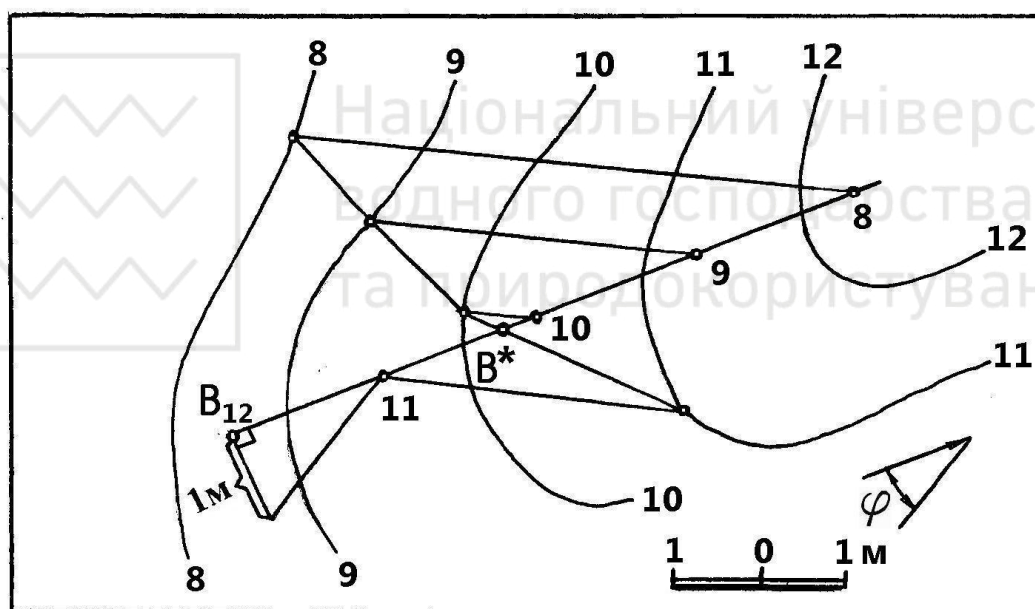


Рис. 7.9. Побудова тіні від точки  $B$  на земній поверхні за допомогою площини загального положення

## 7.2. Тінь від прямої лінії

Для побудови тіні від прямої лінії на площині в загальному випадку достатньо знайти тіні двох її точок, а потім з'єднати ці точки. На рис. 7.10 побудовано тінь від прямої  $AB$  на площині  $\pi_0$ . Тіні від точки  $B$  побудовано аналогічно тому, як це показано на рис. 7.3. Оскільки точка  $A$  має нульову числову позначку, тобто знаходиться в площині  $\pi_0$ , то її тінь  $A^*$  збігається із самою точкою.

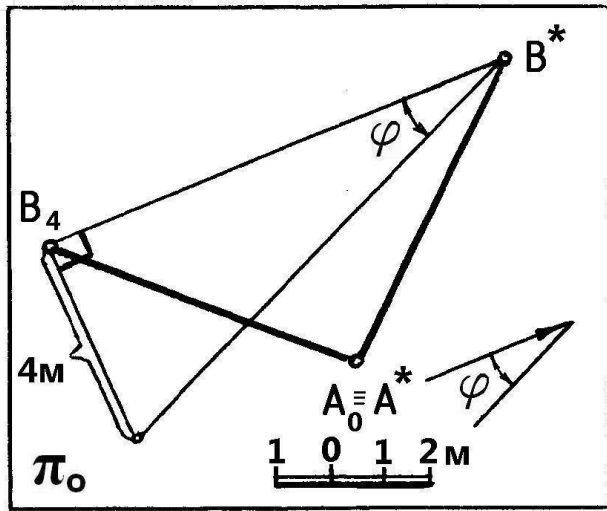


Рис. 7.10. Побудова тіні від прямої  $AB$  на площині  $\pi_0$

побудовою профілів прямої і земної поверхні в вертикальній площині  $\pi$ , що проходить через пряму  $AB$  по лінії азимута. На відміну від рис. 7.8 вісь  $x_1$  проведено через лінію азимута.

Побудову тіні від горизонтальної прямої  $AB$  на земній поверхні показано на рис. 7.12. Вона зводиться до знаходження лінії перетину площини, що проходить через задану пряму у напрямі світлових променів, із земною поверхнею. Для побудови цієї лінії перетину в площині проводимо горизонталі  $11$ ,  $10$  і  $9$ , попередньо проградуємо лінію азимута, що проходить через точку  $B_{12}$ . Далі визначаємо точки перетину горизонталей площини і земної поверхні з однаковими позначками. З'єднавши їх плавною лінією, отримаємо тінь від прямої  $AB$  на земній поверхні. Знаходимо точки  $A^*$  і  $B^*$  – тіні кінцевих точок горизонтальної прямої  $AB$ .

На рис. 7.13 показано побудову тіні від прямої загального положення  $CD$  на земній поверхні. Допоміжна площина, як і у попередньому прикладі, проходить через пряму  $CD$  у напрямі світлових променів. Для проведення в

Розглянемо побудову тіні на поверхні від вертикальної прямої, горизонтальної прямої і прямої загального положення. Оскільки тінь від вертикальної прямої на поверхню збігається з горизонтальною проекцією світлових променів (лінією азимута), то розв'язування цієї задачі зводиться до побудови тіні від точки, що обмежує відрізок вертикальної прямої. На рис. 7.11 показано побудову тіні від вертикальної прямої  $AB$  на земну поверхню. Тінь  $B^*$  від кінцевої точки  $B$  прямої  $AB$  визначено

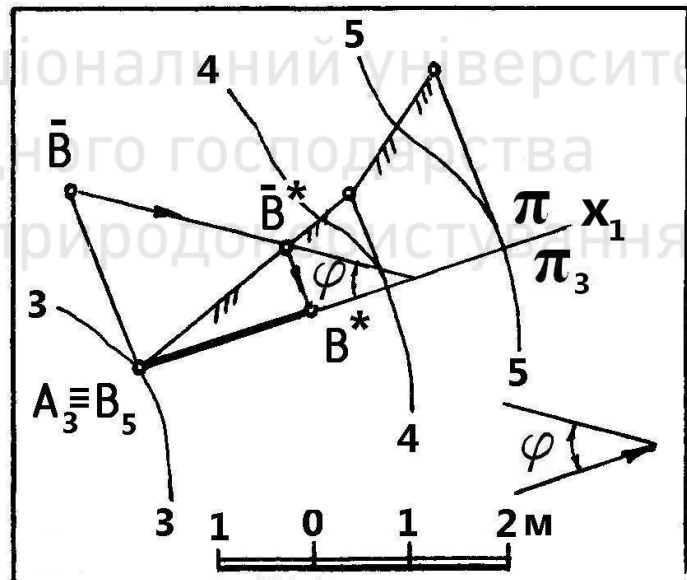


Рис. 7.11. Побудова тіні від вертикальної прямої  $AB$  на земній поверхні

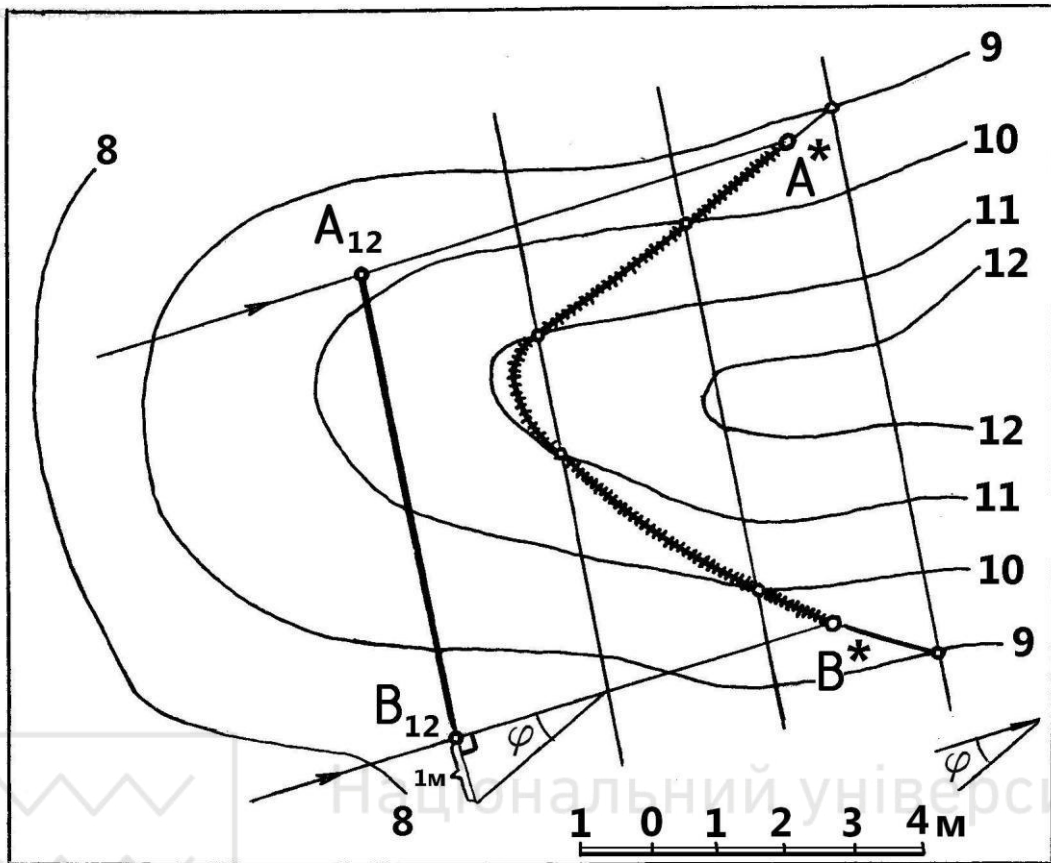


Рис. 7.12. Побудова тіні від горизонтальної прямої  $AB$  на земній поверхні

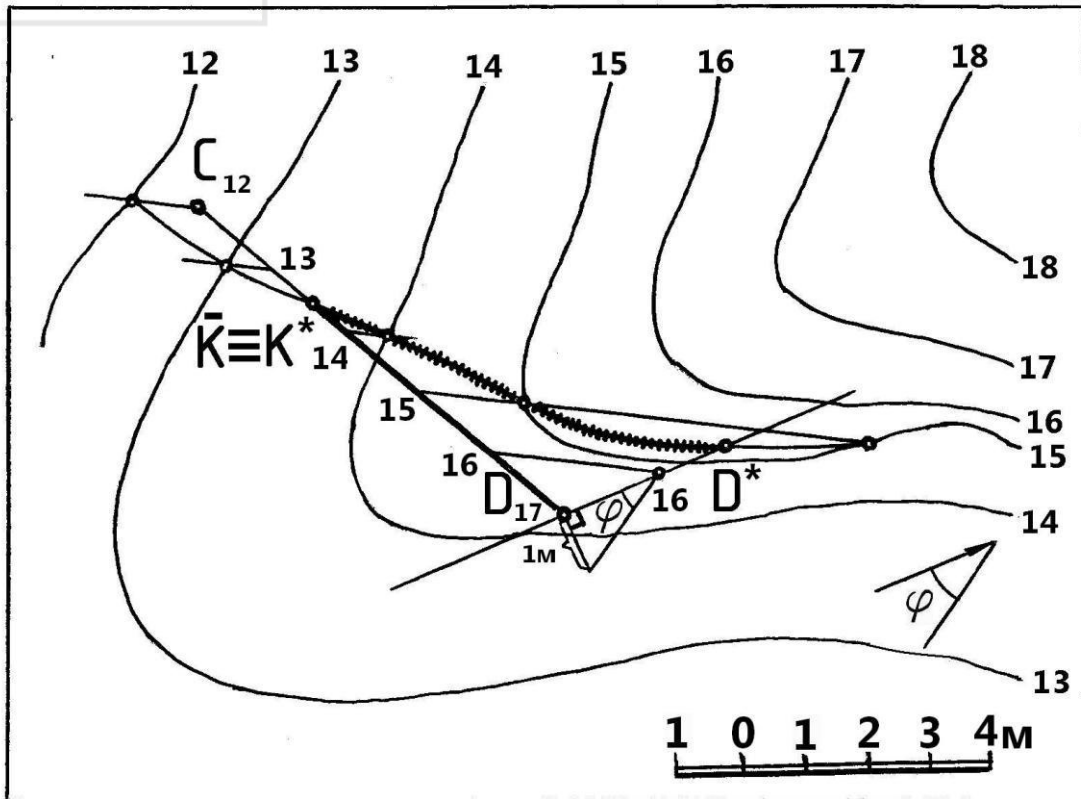


Рис. 7.13. Побудова тіні від прямої загального положення  $CD$  на земній поверхні



цій площині горизонталей градуюємо лінію азимута, що проходить через точку  $D_{17}$ , і відрізок  $CD$ . На лінії азимута відмічаємо лише одну точку з цілочисловою позначкою 16. Через цю точку і однойменну точку відрізка  $CD$  проводимо в площині загального положення горизонталь 16. Паралельно до горизонталі 16 проводимо в допоміжній площині горизонталі 15, 14, 13 і 12. Далі відмічаємо точки перетину горизонталей площини і земної поверхні з однаковими позначками. З'єднавши їх плавною лінією, отримаємо тінь від прямої  $CD$  на заданій земній поверхні. В точці  $\bar{K}$  тінь перетинає саму пряму, а, отже, в точці  $K$  пряма  $CD$  перетинає земну поверхню. Знаходимо точку  $D^*$  – тінь від кінцевої точки  $D$  прямої  $CD$ . Відрізок  $C_{13}\bar{K}$  проходить під земною поверхнею, отже, тінь на неї не дає.

Побудова тіні від кривої лінії на площині або поверхні полягає у знаходженні тіней від низки точок, взятих на кривій лінії. З'єднавши плавною лінією тіні від точок кривої, отримаємо тінь від самої кривої лінії на площині або поверхні.

На рис. 7.14 показано тінь від будинку на земну поверхню. При побудові тіні використовувалися правила та прийоми, які розглядалися раніше. За тінню будинку можна визначити і його висоту. Так, висота будинку від землі до карнизу даху дорівнює довжині відрізка  $E\bar{E}$ .

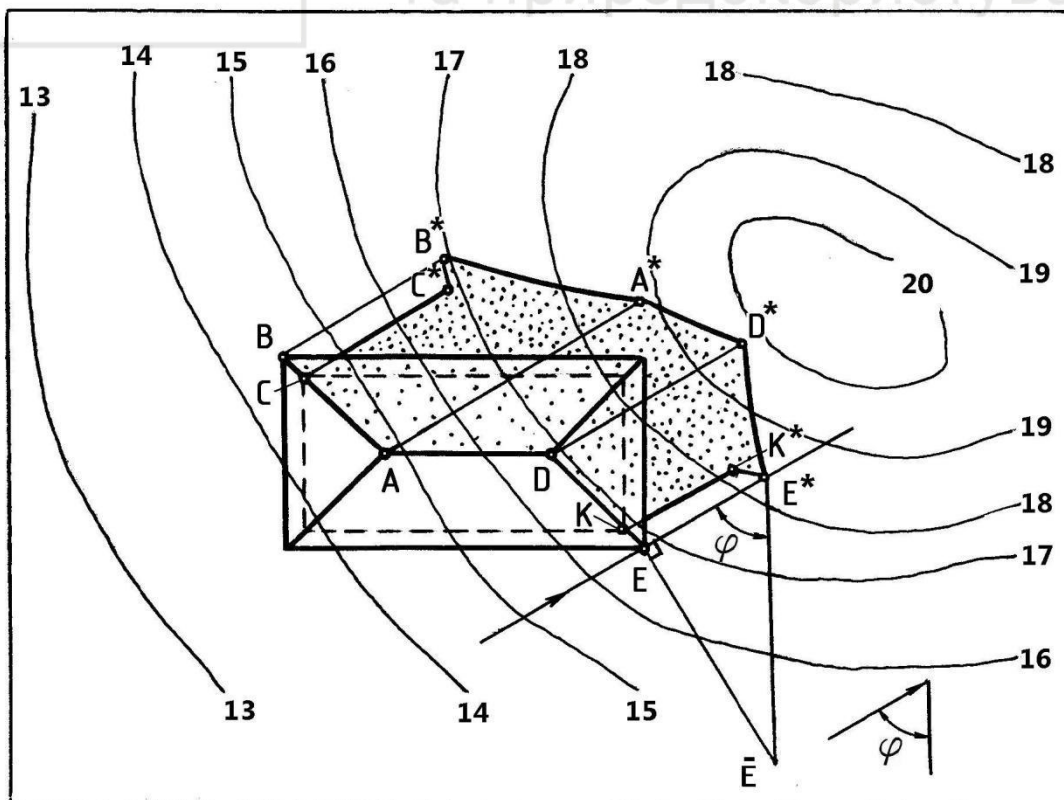


Рис. 7.14. Тінь від будинку на земній поверхні



## Питання та завдання до самоконтролю

### *До розділу 1*

1. В чому полягає суть методу проекцій з числовими позначками?
2. Чим забезпечується оберненість креслень в проекціях з числовими позначками?
3. Назвіть переваги і недоліки методу проекцій з числовими позначками.
4. Що називається планом?
5. Як відносно площини нульового рівня розміщені точки  $A_3$ ,  $B_3$  і  $C_0$ ?
6. Що називається масштабом?
7. Які масштаби використовують на планах?

### *До розділу 2*

1. Що називається закладанням прямої лінії?
2. Дайте означення терміну «підйом прямої лінії».
3. Що називається нахилом прямої лінії?
4. Дайте означення терміну «інтервал прямої лінії».
5. Яким чином зв'язані між собою нахил та інтервал прямої?
6. Що означає проградуювати пряму?
7. В чому полягає суть градуювання прямої аналітичним способом?
8. В чому полягає суть градуювання прямої способом профілю?
9. В чому полягає суть градуювання прямої способом пропорціонального ділення?
10. Яким чином можна задати горизонтальну пряму на плані?
11. Як задається проекціуюча пряма на плані?
12. Назвіть ознаки паралельності двох прямих в проекціях з числовими позначками.
13. Які ознаки прямих, що перетинаються, в проекціях з числовими позначками?
14. Яким чином можна визначити, що на плані зображено взаємно перпендикулярні прямі, розміщені в спільній вертикальній площині?

### *До розділу 3*

1. Якими геометричними фігурами може бути задана площина на плані?
2. Що називається лінією найбільшого уклону площини?
3. Що називається масштабом уклону площини?
4. Як визначають кут нахилу (падіння) площини?
5. Чи визначає масштаб уклону площини її положення в просторі?
6. Що називається кутом простягання площини?



7. Що приймають за напрям простягання площини?
8. Чи дозволяє задання площини масштабом уклону визначити кут її нахилу до основної площини?
9. Яким чином на плані можна позначити горизонтальну ділянку або майданчик?
10. Як визначається коефіцієнт земляного укосу?
11. Яким чином в площині, зображеній на плані, можна провести пряму заданого нахилу?
12. Яким чином через пряму, зображену на плані, можна провести площину із заданим уклоном?
13. Що означає проградуювати площину ?
14. Наведіть формулу, за якою обчислюються радіуси горизонталей конуса при градуюванні площини.
15. Яким методом можна визначити площу відсіку площини земляного укосу, якщо одна із сторін відсіку є відрізком горизонтальної прямої?

#### *До розділу 4*

1. Які ознаки паралельності площин в проекціях з числовими позначками?
2. Наведіть послідовність побудови лінії перетину двох площин.
3. Назвіть найбільш поширені способи визначення лінії перетину двох площин в проекціях з числовими позначками.
4. В чому полягає суть способу горизонталей при визначення лінії перетину двох площин в проекціях з числовими позначками?
5. В чому полягає суть способу профілю при визначення лінії перетину двох площин в проекціях з числовими позначками?
6. Назвіть послідовність дій, з яких складається загальний алгоритм визначення точки перетину прямої з площиною.
7. В чому полягає суть способу горизонталей при визначенні точки перетину прямої з площиною в проекціях з числовими позначками?
8. В чому полягає суть способу профілю при визначенні точки перетину прямої з площиною в проекціях з числовими позначками?
9. Назвіть ознаки перпендикулярності прямої з площиною в проекціях з числовими позначками.
10. За яких умов площини, задані масштабами уклонів, перпендикулярні?



### *До розділу 5*

1. Яким чином в проекціях з числовими позначками можна задати багатогранники?
2. Як в проекціях з числовими позначками зображують криві поверхні?
3. Як можна відрізнити прямий коловий конус від конуса другого порядку при їх зображенні на плані ?
4. Дайте означення поверхні однакового уклону.
5. В який геометричний об'єкт перетворюється поверхня однакового уклону, якщо її напрямна є прямою лінією?
6. Як зображують на планах земну поверхню?
7. Що називається профілем земної поверхні?
8. Дайте означення терміну «лінія найбільшого уклону земної (топографічної) поверхні».
9. Поясніть спосіб побудови лінії найбільшого уклону земної (топографічної) поверхні.
10. Дайте означення терміну «лінія водозливу».
11. Дайте означення терміну «лінія водорозділу».
12. Яким чином виконуються побудови лінії заданого уклону земної (топографічної) поверхні?
13. Що називається вершиною земної поверхні і як вона зображується на плані?
14. Що називається сідловиною земної поверхні і як вона зображується на плані?
15. Що називається улоговиною земної поверхні і як вона зображується на плані?

### *До розділу 6*

1. Назвіть метод, на якому ґрунтується побудова лінії перетину поверхні з площиною.
2. Наведіть послідовність побудови лінії перетину поверхні з площиною.
3. Що називають точками нульових робіт?
4. Що називають межами земляних робіт?
5. Як проводять бергштрихи в земляних укосах?
6. В чому полягає суть способу горизонталей при побудові точок перетину прямої з поверхнею в проекціях з числовими позначками?
7. В чому полягає суть способу профілю при побудові точок перетину прямої з поверхнею в проекціях з числовими позначками?
8. Навести послідовність побудови лінії перетину поверхонь.
9. Які способи використовують для визначення точок нульових робіт?



10. З якою метою застосовують вертикальне планування?
11. В чому полягає суть методу проектних (червоних) позначок ?
12. В чому полягає суть методу проектних (червоних) горизонталей ?

### *До розділу 7*

1. Як будується тінь від точки на площині або поверхні?
2. Як задається напрям розповсюдження світлових променів?
3. Яким чином будується тінь від точки на основній площині  $\pi_0$ ?
4. В чому полягає суть побудови тіні від точки на площині  $\pi_0$  способом закладання?
5. В чому полягає суть побудови тіні від точки на площині  $\pi_0$  способом інтервалів?
6. В чому полягає суть побудови тіні від точки на поверхні?
7. В чому полягає суть побудови тіні від точки на поверхні способом профілю?
8. В чому полягає суть побудови тіні від точки на поверхні за допомогою площини загального положення?
9. Як будується тінь від прямої на площині  $\pi_0$ ?
10. Яким чином будується тінь від вертикальної прямої на поверхні?
11. Яким чином будується тінь від горизонтальної прямої на поверхні?
12. Яким чином будується тінь від прямої загального положення на поверхні?
13. Як побудувати тінь від кривої лінії на площині або поверхні?



## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бакутис В. Э. Инженерное благоустройство городских территорий: Учебник / В. Э. Бакутис, В. А. Бутягин, Л. Б. Лунц. – М. : Стройиздат, 1971. – 225 с.
2. Белов Н. В. Начертательная геометрия: Учеб. пособие для студентов строительных вузов и факультетов / Н. В. Белов, А. А. Виксель. – Л. : Стройиздат, 1969. – 288 с.
3. Буткова Т. А. Проекции с числовыми отметками: Учеб.-метод. пособие / Т. А. Буткова, М. П. Елисеева. – Тольятти : ТГУ, 2011. – 52 с.
4. Брилинг Н. С. Черчение: Учеб. пособие / Н. С. Брилинг. – М. : Стройиздат, 1989. – 420 с.
5. Гончаров С. М. Сільсько-господарські меліорації: Підручник для студентів спец. «Гідромеліорація» / С. М. Гончаров, Г. С. Потоцький, С. В. Ковальов, М. Є. Козішкурт; За ред. С. М. Гончарова, Г. С. Потоцького. – К. : Вища шк., 1991. – 382 с.
6. Гусев В. А. Организация строительства жилых и общественных зданий: Справочник проектировщика / В. А. Гусев, П. И. Недавний, Е. П. Колесников, А. В. Борейко. – Киев : Будівельник, 1976. – 263 с.
7. Климухин А. Г. Начертательная геометрия: Учеб. пособие по направлению «Архитектура» / А. Г. Климухин. – М. : «Архитектура-С», 2007. – 336 с.
8. Ковбасюк А. И. Проекции с числовыми отметками: Методическое пособие и индивидуальные задания для студентов факультета гидромелиорации / А. И. Ковбасюк, И. М. Горенштейн. – Кишинев : КИСИ, 1970. – 74 с.
9. Короев Ю. И. Начертательная геометрия: Учебник для студентов архитектурных специальностей вузов / Ю. И. Короев. – М. : Стройиздат, 1987. – 319 с.
10. Коршак Ф. А. Основы начертательной геометрии. (Перспектива, числовые отметки, тени): Учеб. пособие / Ф. А. Коршак. – Саратов : Изд-во Саратовского унив., 1961. – 152 с.
11. Крылов Н. Н. Начертательная геометрия: Учебник для студентов строит. специальностей вузов / Н. Н. Крылов, Г. С. Иконникова, В. Л. Николаев, Н. М. Лаврухина; Под ред. Н. Н. Крылова. – М. : Высш. шк., 2002. – 224 с.
12. Кузнецов Н. С. Начертательная геометрия: Учебник для строит. вузов / Н. С. Кузнецов. – М. : Высш. шк., 1969. – 501 с.
13. Леонтович В. В. Вертикальная планировка городских территорий: Учеб. пособие / В. В. Леонтович. – М. : Высш. шк., 1985. – 119 с.



14. Луговой М. А. Проекции с числовыми отметками / А. М. Луговой. – М. : МАДИ, 1995. – 56 с.
15. Михайленко В. Є. Нарисна геометрія: Підручник / В. Є. Михайленко, М. Ф. Євстіфеев, С. М. Ковальов, О. В. Кашенко; За ред. В. Є. Михайленка. – К. : Вища шк., 2004. – 303 с.
16. Оганесов О. А. Курс лекций по начертательной геометрии: Учеб. пособие для студентов строит. специальностей. Часть 2 / О. А. Оганесов, В. А. Кайль, И. М. Рябикова, Н. Н. Кузенева; Под ред. О. А. Оганесова. – М. : МАДИ, 2010. – 99 с.
17. Першин М. Н. Строительство автомобильных дорог: Учеб. пособие / М. Н. Першин. – Л. : ЛИСИ, 1978. – 110 с.
18. Русскевич Н. Л. Начертательная геометрия: Учеб. пособие для студентов вузов строит. специальностей / Н. Л. Русскевич. – К. : Вища шк., 1978. – 312 с.
19. Русскевич Н. Л. Справочник по инженерно-строительному черчению / Н. Л. Русскевич, Д. И. Ткач, М. Н. Ткач. – К. : Будівельник, 1987. – 164 с.
20. Сербина Е. И. Сборник задач по начертательной геометрии. (Проекции с числовыми отметками. Перспектива, Тени.): Учеб. пособие для строит. специальностей втузов / Е. И. Сербина. – М. : Высш. шк., 1970. – 224 с.
21. Тимрот Е. С. Начертательная геометрия: Учеб. пособие для архитектурных вузов / Е. С. Тимрот – М. : Стройиздат, 1962. – 280 с.
22. Тосунова М. И. Планировка городов и населенных мест: Учебник / М. И. Тосунова – М. : Высш. шк., 1986. – 207 с.
23. Ушацкий С. А. Організація будівництва: Підручник / С. А. Ушацький, Ю. П. Шейко, Г. М. Тригер та ін.; За ред. С. А. Ушацького. – К. : Кондор, 2007. – 521 с.