

531  
Д-66

П. А. ДОМОГАРОВ.

Старший Помощник Начальника Компасного Отделения  
Главного Гидрографического Управления.

---

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ДЕВИАЦИЯ.

Выпуск I.

Элементарная аналитическая теория магнитного  
компыаса и его расчет.

Часть I.

ПЕРВОЕ ИЗДАНИЕ ГЛАВНОГО ГИДРОГРАФИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.

— 036 —

ПЕТРОГРАД.

10-я Государственная Типография, в Главном Адмиралтействе.

1921.

BRITISH MUSEUM

BRITISH MUSEUM

2237



---

Р. В. Ц. г. Петроград, 10-ая Государственная Типография.

## ПРЕДИСЛОВИЕ.

---

В этом труде мы излагаем элементарную аналитическую теорию компаса, основанного на действии магнитных сил, базируясь на точный закон Кулона.

Само название «Теоретическая девиация» показывает, что основой исследования интересующего нас вопроса рациональной конструкции компаса, будут служить анализ и эксперимент.

Поводом к данному труду послужило нижеследующее обстоятельство, имевшее место 25-го июля 1916 г. в Севастополе.

В период войны в строй Черноморского флота вошли, быстроходные, деревянные сторожевые катера. На одном из них, а именно № 322, пришедшем в указанный порт первым, после компенсации полукруговых сил магнитами уничтожителями у 5" компаса, установленного на кронштейне в железной полурубке, вычисленный коэффициент  $F''$  остаточной девиации достиг  $-16^\circ$ .

Этот исторический факт и побудил нас по возможности подробно и точно выяснить сперва те требования, коим должна удовлетворять картушка.

Аналитические выводы в некоторых случаях приводили нас к длинным выкладкам и сложным трансцендентным уравнениям, но мы не останавливались перед ними, если считали вопрос без сего не достаточно выясненным.

Обычная теория девиации, основанная на уравнениях Пуассона, предполагает, что расстояние от центра компаса до ближайших магнитных масс по сравнению с размерами стрелок картушки весьма велико и при этом только условия все возмущающие последнюю силы приводятся к тем пяти силам, которые показаны Арчибальдом Смитом. Но в настоящее время является требование на компасы с жидкостью. Для устранения застоя и достаточной чувствительности на перемену курса корабля, магнитная система их картушек должна быть сильной. Это обстоятельство и влечет за собой неизбежное увеличение ли-

нейного размера стрелок. Следовательно, чтобы таковой компас не боялся близкого соседства возмущающих его катушки масс, последняя должна иметь расчет, в противном случае удовлетворительной компенсации сил, производящих девиацию, достигнуть невозможно.

Итак окончательной нашей задачей являлось разрешение вопроса расчета рациональной конструкции магнитной системы катушки и именно такой, для которой можно было бы на практике строго ограничиться рассмотрением лишь пяти членов разложения в ряд истинного выражения синуса девиации.

Но этот сложный вопрос во всей своей полноте исчерпывающе решается нами экспериментально-аналитическим путем. Поэтому мы и разделили наш труд на две части:

- 1) Аналитическую
- и 2) Экспериментально-аналитическую.

Все практические наблюдения мы производили с той необходимой и достаточной оценкой, каковая требовалась условиями задач для получения исчерпывающих ответов.

Конечно этот труд, являясь первой нашей самостоятельной научной работой, далек от совершенства. Но мы надеемся, что наш смелый шаг толкнет в том направлении пытливые умы.

В заключение предисловия приносим искреннюю благодарность Академику А. Н. Крылову, Начальнику Главного Гидрографического Управления П. В. Мессер, Начальнику Компасного Отделения Гл. Гидр. Упр. В. Я. Павлинову и профессору Н. А. Булгакову.

Академик Алексей Николаевич Крылов имел любезность просмотреть весь наш обширный труд.

Начальник Главного Гидрографического Управления П. В. Мессер распорядился отпечатать наши новые исследования в области Компасного дела.

Начальник Компасного Отделения Гл. Гидр. Упр. В. Я. Павлинов ценными практическими советами нам оказывал содействие.

Профессор Н. А. Булгаков проверил справедливость выводов всех формул.

Также считаем своим долгом выразить величайшую признательность В. А. Ратмановой, записавшей под диктовку оригинал труда.

Н. А. Домогаров.

г. Петроград.

Май 1920 г.

# ОГЛАВЛЕНИЕ.

## ЧАСТЬ I,

### Аналитическая.

	Стр.
Предисловие.	
Введение. Допущения в основных формулах девиации. Исторический очерк открытия девиации сложного характера. Положения теоретической девиации . . . . .	1—2

## ГЛАВА I.

### Ординарная стрелка.

#### I.

##### Возмущающая компас масса.

§ 1. Влияние на компас возмущающей массы, обладающей постоянным магнетизмом и лежащей в плоскости его картушки. Формула $\sin \delta$ . Классификация девиаций высших порядков. Соотношения коэффициентов периодического ряда $\sin \delta$ . . . . .	3—13
§ 2. Влияние на компас двух одноименных возмущающих масс, обладающих постоянным магнетизмом и лежащих в плоскости его картушки . . . . .	13—14
§ 3. Влияние на компас возмущающей массы, обладающей постоянным магнетизмом и нележащей в плоскости его картушки . . . . .	14—15
§ 4. Возмущающая компас материальная масса, обладающая возбужденным магнетизмом горизонтальной составляющей силы земли . . . . .	15—16
§ 5. Возмущающая компас материальная масса, обладающая возбужденным магнетизмом силой одного из полюсов стрелки картушки . . . . .	16

#### II.

##### Возмущающий компас магнит.

§ 1. Ось возмущающего магнита занимает перпендикулярное положение к линии, соединяющей его середину с центром картушки и лежит в плоскости последней . . . . .	17—19
§ 2. Продолженная ось возмущающего магнита проходит через центр картушки и лежит в плоскости последней . . . . .	19—21
§ 3. Центры компасной стрелки и возмущающего магнита находятся на одной вертикали, причем их магнитные оси горизонтальны . . . . .	21—22

### III.

#### Исследование сдвигов стрелки в картушке.

	Стр.
§ 1. Сдвиг стрелки по линии <i>ns</i> картушки. Формула $\sin \delta$ . О несимметричности положения полюсов стрелки относительно ее середины . . . . .	22—24
§ 2. Сдвиг стрелки по линии <i>ost</i> картушки. Формула $\sin \delta$ . Понятие о коэффициентах асимметрии . . . . .	24—27
§ 3. Сдвиг стрелки в произвольном направлении с поворотом ее магнитной оси относительно линии <i>ns</i> картушки . . . . .	27

### ГЛАВА II.

#### Уравнения, связывающие аналитически положение стрелок в картушке компаса.

##### I.

##### Одна пара стрелок.

§ 1. Влияние возмущающей массы на картушку компаса с одной симметричной парой стрелок. Формула $\sin \delta$ . Уничтожение остаточных девиаций высших порядков особым расположением стрелок в картушке. Соотношения коэффициентов периодического ряда $\sin \delta$ . . . . .	28—33
§ 2. Радиальное расположение двух стрелок. О потенциальном вращающем картушку моменте сил и непостоянстве магнитной оси данной конструкции системы . . . . .	33—34
§ 3. О практическом осуществлении радиального расположения стрелок. Недостатки данного расположения в связи с нарушением условия тождественности . . . . .	35—36
§ 4. О расположении эквиполюсов стрелок на двух concentрических окружностях. Условие компактности магнитной системы относительно центра картушки . . . . .	36—37
§ 5. Расчет радиуса окружности эквиполюсов одной симметричной пары стрелок. Понятие об эквивалентности систем в отношении коэффициентов девиаций высших порядков . . . . .	38—39

##### II.

##### Две пары стрелок.

§ 1. О двух парах стрелок, обладающих свойствами одной симметричной пары в отношении уничтожения девиаций остаточных высших порядков . . . . .	40
§ 2. Основной закон независимости наиболее выгоднейшего в магнитном отношении расположения стрелок в картушке компаса от расстояния центра последнего до возмущающей массы . . . . .	40—43



- § 3. Уничтожение остаточных девиаций высших порядков особым расположением стрелок в системе и уравнения, связывающие это расположение. Формулы, определяющие положение средин стрелок на линии  $ow^{st}$  картушки. О практически потребных магнитном моменте системы двух симметричных пар и линейном размере радиуса окружности ее эквиполлюсов . . . . . 43—44
- § 4. Расчет радиуса окружности эквиполлюсов двух симметричных пар. Понятие об эквивалентности данной системы ординарной стрелке . . 44—45

### III.

#### Три пары стрелок.

- § 1. Влияние возмущающей массы на картушку компаса с тремя симметричными парами стрелок. Формула  $\sin \delta$ . Уничтожения остаточных девиаций высших порядков особым расположением стрелок в картушке и уравнения, связывающие это расположение . . . . . 45—47
- § 2. Разбор уравнений и их графическое решение. Формулы, определяющие положение средин стрелок на линии  $ow^{st}$  картушки. О практически потребных магнитном моменте системы трех симметричных пар и линейном размере радиуса окружности ее эквиполлюсов . . . . . 47—55
- § 3. Расчет радиуса окружности эквиполлюсов трех пар стрелок. Эквивалентность систем в отношении коэффициентов девиаций высших порядков при одном и том же численном значении коэффициента  $B'$ . Понятие об эквивалентности систем в одинаковых магнитных условиях . . . . . 55—58
- § 4. Влияние системы магнитов на компасную стрелку. Два решения вопроса об уничтожении у компаса девиаций высших порядков . . . . . 58—60

#### Общие выводы.

- Аналитические условия, которым должна удовлетворять картушка магнитного компаса . . . . . 61





## ВВЕДЕНИЕ.

Основные формулы девиации, выведенные при помощи теории Пуассона, содержат допущение, что полудлина стрелки картушки компаса весьма мала по сравнению с расстоянием до ближайшей возмущающей магнитной массы. Понятно, что это допущение справедливо лишь для компасов, девиация коих не компенсируется. Но установка компасов на современных сталежелезных кораблях, как требующая компенсации девиации магнитами и массами мягкого железа, помещаемых в непосредственной близости к стрелкам картушки, явно противоречит применению в последней вышеуказанной теории.

В труде, напечатанном в «*Philosophical Transactions*» за 1861 г., основатели математической теории девиации Арчибальд Смит и Фредерик Эванс впервые указали, что благодаря приближению магнитов уничтожителей и масс мягкого железа к картушке компаса, вызываются силы, производящие девиацию сложного характера. Это явление было подмечено ученым Эри при компенсации девиации у компаса с длинными стрелками, при чем остаточная девиация выразилась в размере 8-ми градусов. Аналогичный случай имел место и в Черном море, где остаточная девиация у компаса с короткими стрелками выразилась в размере 38 градусов. (Отчет Севастопольской Морской Обсерватории по Компасной части за 1916 г.).

Под остаточными девиациями высших порядков, в дальнейшем рассуждении, мы будем подразумевать исключительно те, которые зависят от расположения стрелок в картушке компаса или от особого расположения возмущающих его источников магнетизма.

Ученые Арчибальд Смит и Фредерик Эванс объяснили появление остаточных девиаций высших порядков и указали в первом приближении, что особым расположением симметричных пар стрелок в картушке можно их низвести до нуля.

Через 25 лет после появления в печати указанного труда А. Н. Крылов заинтересовался вопросом по расположению стре-

док в картушке компаса и дал в первой своей научной работе более подробные исследования, опубликованные в «Морском Сборнике» за 1886 г. № 5.

В связи с увеличением скорости кораблей точность показаний компасов является необходимой до 0,25 градуса. Отсюда понятно, что *вопросы теории устройства картушки требуют детального аналитического разбора, дающего возможность строить компасы вполне точные на всех курсах*, каковым качеством не обладает доселе ни один прибор.

*Итак мы сделаем аналитический вывод тех условий, которым безусловно должна удовлетворять каждая картушка магнитного компаса.*

В основе анализа будут лежать следующие положения:

- 1) *Магниты намагничены до насыщения.*
  - и 2) *Алгебраическая сумма масс противоположных полярностей магнитов равна нулю, при чем магниты двухполюсные.*
-

## ГЛАВА I.

### Ординарная стрелка.

#### I

#### Возмущающая компас магнитная масса.

Выясним вопрос о влиянии возмущающей магнитной массы на компас, магнитная система катушки коего состоит из ординарной стрелки, лежащей в плоскости диска с делениями.

Приступая к аналитическому исследованию поставленной задачи, для элементарности т. е. простоты рассуждения, предположим, что магнетизмы противоположных полярностей стрелки сосредоточены в ее полюсах — центрах тяжести фиктивных масс.

§ 1. Чтобы судить о влиянии возмущающей массы на стрелку, необходимо рассмотреть вращающие катушку моменты сил взаимодействующих полюсов.

Пусть  $O$  есть центр компаса (черт. 1). В точке  $M$ , лежащей в плоскости катушки, предположим магнитную массу южной полярности. Влияние этой массы на стрелку качественно тождественно влиянию полюса возмущающего последнюю магнита.

Расстояния от полюсов отклоненного положения стрелки  $ns$  (компасный меридиан) до точки  $M$  обозначим через  $r_1$  и  $r_2$ , а от центра катушки через  $R$ .

От массы— $M$  на полюс  $P_n$  стрелки действует сила  $F$  по направлению  $P_n M$ , величина которой есть

$$F = \frac{M \cdot m}{r_1^2}$$

Вращающий катушку момент силы  $F$  выражается

$$F_1 \cdot l = F \cdot l \cdot \cos \beta = \frac{M \cdot m \cdot l \cdot R}{r_1^3} \cdot \sin \alpha \quad \dots \quad (1)$$

Но:

$$\frac{1}{r_1^3} = \frac{1}{R^3} \cdot \left\{ 1 - 2 \frac{l}{R} \cdot \cos \alpha + \left( \frac{l}{R} \right)^2 \right\}^{-\frac{3}{2}} \text{ и } \cos \alpha = \frac{e^{\alpha i} + e^{-\alpha i}}{2}$$

поэтому

$$\frac{R^3}{r_1^3} = \left\{ 1 - \frac{l}{R} \cdot e^{\alpha i} \right\}^{-\frac{3}{2}} \cdot \left\{ 1 - \frac{l}{R} \cdot e^{-\alpha i} \right\}^{-\frac{3}{2}},$$

где:

$$\begin{aligned} \left\{ 1 - \frac{l}{R} \cdot e^{\alpha i} \right\}^{-\frac{3}{2}} &= 1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{l}{R} \cdot e^{\alpha i} + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^2 \cdot e^{2\alpha i} + \\ &+ \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^3 \cdot e^{3\alpha i} + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^4 \cdot e^{4\alpha i} + \dots \\ &+ \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2p+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot p} \cdot \frac{1}{2p} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^p \cdot e^{p\alpha i} + \dots \end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned} \left\{ 1 - \frac{l}{R} \cdot e^{-\alpha i} \right\}^{-\frac{3}{2}} &= 1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{l}{R} \cdot e^{-\alpha i} + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^2 \cdot e^{-2\alpha i} + \\ &+ \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^3 \cdot e^{-3\alpha i} + \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^4 \cdot e^{-4\alpha i} + \dots \\ &+ \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (2p+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot p} \cdot \frac{1}{2p} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^p \cdot e^{-p\alpha i} + \dots \end{aligned}$$

Следовательно

$$\left. \begin{aligned} \frac{R^3}{r_1^3} &= \left[ 1 + \left( \frac{3}{2} \right)^2 \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^2 + \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \right)^2 \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^4 + \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6} \right)^2 \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^6 + \dots \right] \\ &+ 2 \cdot \left[ \frac{3}{2} \cdot \left( \frac{l}{R} \right) + \left( \frac{3}{2} \right)^2 \cdot \frac{5}{4} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^3 + \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \right)^2 \cdot \frac{7}{6} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^5 + \dots \right] \cos \alpha \\ &+ 2 \cdot \left[ \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^2 + \left( \frac{3}{2} \right)^2 \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^4 + \dots \right] \cos 2\alpha \\ &+ 2 \cdot \left[ \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^3 + \left( \frac{3}{2} \right)^2 \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^5 + \dots \right] \cos 3\alpha \\ &+ 2 \cdot \left[ \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{9}{8} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^4 + \dots \right] \cos 4\alpha \\ &+ \dots \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

или, при очевидных обозначениях, будем иметь

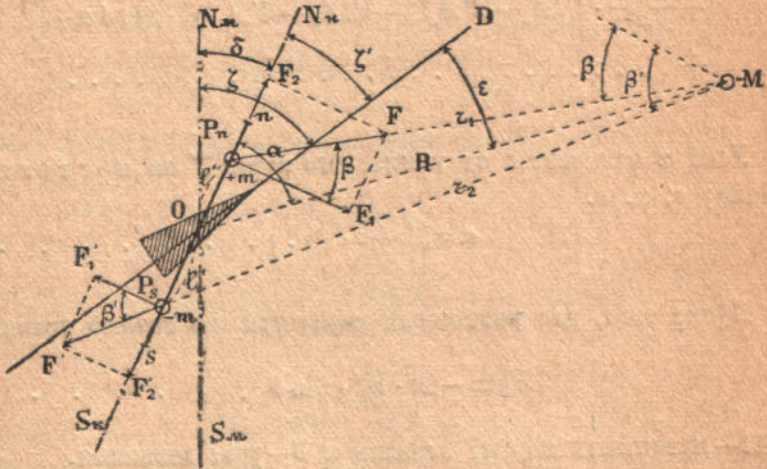
$$\frac{1}{r_1^3} = \frac{1}{R^3} \cdot \left\{ A_0 + 2 A_1 \cdot \cos \alpha + 2 A_2 \cdot \cos 2\alpha + 2 A_3 \cdot \cos 3\alpha + \right. \\ \left. + 2 A_4 \cdot \cos 4\alpha + \dots \right\} \dots \quad (3)$$

Подставляя уравнение (3) в формулу (1) получим

$$F_1 \cdot l = \frac{M \cdot m \cdot l}{R^2} \cdot \left\{ A_0 + 2 A_1 \cdot \cos \alpha + 2 A_2 \cos 2 \alpha + \right. \\ \left. + 2 A_3 \cos 3 \alpha + 2 A_4 \cdot \cos 4 \alpha + \dots \right\} \sin \alpha \quad \dots \quad (4)$$

Аналогично, вращающий картушку момент силы  $F'$  равен

$$F'_1 \cdot l' = \frac{M \cdot m \cdot l'}{R^2} \cdot \left\{ 1 - 2 \frac{l'}{R} \cdot \cos (\pi - \alpha) + \left( \frac{l'}{R} \right)^2 \right\}^{-\frac{3}{2}} \cdot \sin \alpha = \\ = \frac{M \cdot m \cdot l'}{R^2} \cdot \left\{ 1 + 2 \frac{l'}{R} \cdot \cos \alpha + \left( \frac{l'}{R} \right)^2 \right\}^{-\frac{3}{2}} \cdot \sin \alpha = \\ = \frac{M \cdot m \cdot l'}{R^2} \cdot \left\{ A'_0 - 2 A'_1 \cdot \cos \alpha + 2 A'_2 \cdot \cos 2 \alpha - \right. \\ \left. - 2 A'_3 \cdot \cos 3 \alpha + 2 A'_4 \cdot \cos 4 \alpha - \dots \right\} \cdot \sin \alpha, \quad \dots \quad (5)$$



Чертеж 1.

где:  $A'_0, A'_1, A'_2, \dots, A'_n$  и т. п. количества суть функции отношения  $\frac{l'}{R}$ .

Так как моменты (4) и (5) будут вращать картушку в одну и ту же сторону, то *резльтирующий* вращающий момент выразится рядом:

$$F_0 = \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \left\{ (l A_0 + l' A'_0) + 2 \cdot [(l A_1 - l' A'_1) \cdot \cos \alpha + \right. \\ \left. + (l A_2 + l' A'_2) \cdot \cos 2 \alpha + (l A_3 - l' A'_3) \cdot \cos 3 \alpha + \right. \\ \left. + (l A_4 + l' A'_4) \cdot \cos 4 \alpha + \dots \right\} \cdot \sin \alpha \quad \dots \quad (6)$$

Но

$$2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \sin 2 \alpha,$$

$$2 \sin \alpha \cdot \cos 2 \alpha = \sin 3 \alpha - \sin \alpha$$

и вообще:

$$2 \sin \alpha \cdot \cos n \alpha = \sin (n + 1) \alpha - \sin (n - 1) \alpha,$$

поэтому

$$F_{\theta} = \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \left\{ (lA_0 + l'A_0') - (lA_2 + l'A_2') \right\} \cdot \sin \alpha + \left. \begin{aligned} & + \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \left\{ (lA_1 - l'A_1') - (lA_3 - l'A_3') \right\} \cdot \sin 2 \alpha + \\ & + \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \left\{ (lA_2 + l'A_2') - (lA_4 + l'A_4') \right\} \cdot \sin 3 \alpha + \\ & + \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \left\{ (lA_3 - l'A_3') - (lA_5 - l'A_5') \right\} \cdot \sin 4 \alpha + \\ & + \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \quad (7)$$

Угол  $\alpha$  отличается от компасного курса  $\zeta'$  на постоянную величину  $\varepsilon$ , т. е.

$$\alpha = \zeta' + \varepsilon. \quad \dots \dots \dots (8)$$

Кроме того, для равновесия картушки необходимо условие:

$$F_{\theta} = -\mathfrak{M} \cdot H'' \cdot \sin \delta, \quad \dots \dots \dots (9)$$

где  $\mathfrak{M}$  — магнитный момент стрелки и  $\delta$  — угол девиации.

Формулы (7), (8) и (9) дают:

$$\sin \delta = \frac{M \cdot m}{\mathfrak{M} \cdot H'' \cdot R^2} \cdot \left\{ (lA_0 + l'A_0') - (lA_2 + l'A_2') \right\} \cdot \sin (\zeta' + \varepsilon) - \left. \begin{aligned} & - \frac{M \cdot m}{\mathfrak{M} \cdot H'' \cdot R^2} \cdot \left\{ (lA_1 - l'A_1') - (lA_3 - l'A_3') \right\} \cdot \sin 2 (\zeta' + \varepsilon) - \\ & - \frac{M \cdot m}{\mathfrak{M} \cdot H'' \cdot R^2} \cdot \left\{ (lA_2 + l'A_2') - (lA_4 + l'A_4') \right\} \cdot \sin 3 (\zeta' + \varepsilon) - \\ & - \frac{M \cdot m}{\mathfrak{M} \cdot H'' \cdot R^2} \cdot \left\{ (lA_3 - l'A_3') - (lA_5 - l'A_5') \right\} \cdot \sin 4 (\zeta' + \varepsilon) - \\ & - \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (10)$$



Полагая

$$\left. \begin{aligned}
 & \frac{M \cdot m}{M \cdot H'' \cdot R^2} \cdot \left\{ (lA_0 + l'A'_0) - (lA_2 + l'A'_2) \right\} \cdot \text{Cos } \varepsilon = \\
 & \qquad \qquad \qquad = B_0 \cdot \text{Cos } \varepsilon = B', \\
 & \qquad \qquad \qquad B_0 \cdot \text{Sin } \varepsilon = C', \\
 & \frac{M \cdot m}{M \cdot H'' \cdot R^2} \cdot \left\{ (lA_1 - l'A'_1) - (lA_3 - l'A'_3) \right\} \text{Cos } 2\varepsilon = \\
 & \qquad \qquad \qquad = D_0 \cdot \text{Cos } 2\varepsilon = D', \\
 & \qquad \qquad \qquad D_0 \cdot \text{Sin } 2\varepsilon = E', \\
 & \frac{M \cdot m}{M \cdot H'' \cdot R^2} \cdot \left\{ (lA_2 + l'A'_2) - (lA_4 + l'A'_4) \right\} \cdot \text{Cos } 3\varepsilon = \\
 & \qquad \qquad \qquad = F_0 \cdot \text{Cos } 3\varepsilon = F', \\
 & \qquad \qquad \qquad F_0 \cdot \text{Sin } 3\varepsilon = G', \\
 & \frac{M \cdot m}{M \cdot H'' \cdot R^2} \cdot \left\{ (lA_3 - l'A'_3) - (lA_5 - l'A'_5) \right\} \cdot \text{Cos } 4\varepsilon = \\
 & \qquad \qquad \qquad = H_0 \cdot \text{Cos } 4\varepsilon = H', \\
 & \qquad \qquad \qquad \text{и т. д.}
 \end{aligned} \right\} (11)$$

увидим, что магнитная масса, действуя на стрелку, вызывает дивинацию

$$\left. \begin{aligned}
 \text{Sin } \delta = & B' \cdot \text{Sin } \zeta' + C' \cdot \text{Cos } \zeta' + D' \cdot \text{Sin } 2\zeta' + E' \cdot \text{Cos } 2\zeta' + \\
 & + F' \cdot \text{Sin } 3\zeta' + G' \cdot \text{Cos } 3\zeta' + H' \cdot \text{Sin } 4\zeta' + K' \cdot \text{Cos } 4\zeta' + \\
 & + L' \cdot \text{Sin } 5\zeta' + M' \cdot \text{Cos } 5\zeta' + \dots
 \end{aligned} \right\} (12)$$

Коэффициенты:  $F'$  и  $G'$ , вообще, называются коэффициентами шестерной дивинации,  $L'$  и  $M'$ —десятерной и т. д.—коэффициентами дивинаций порядков 2.  $(2p+1)$ .

Коэффициенты же:  $H'$  и  $K'$ , вообще, называются коэффициентами восьмерной дивинации,  $N'$  и  $P'$ —двенадцатерной и т. д.—коэффициентами дивинаций порядков 4.  $(p+1)$ .

Понятно, что приведенные названия дивинаций характеризуют количества раз прохождения их через ноль при повороте корабля от 0 до  $2\pi$ , на основании чего и вытекает подобная классификация.

Формулы (11) суть истинные выражения коэффициентов, которые зависят от расстояния центра картушки до возмущающей массы т. е. являются функциями отношений  $\frac{l}{R}$  и  $\frac{l'}{R}$ .

Следует отметить весьма резкую разницу между коэффициентами  $F', G', H', K', \dots$  и  $F, G, H, K, \dots$  и пр., входящих в разложение самой девиации в ряд на компасные курсы. Не трудно видеть, что  $F, G, H, K, \dots$  и другие суть функции определенные от  $\mathfrak{B}, \mathfrak{C}, \mathfrak{D}$  и  $\mathfrak{E}$  или иначе говоря, не зависят от расстояния возмущающей массы до центра картушки.

Из формул (11) заключаем: если  $\varepsilon=0$  или  $\pi$ , т. е. возмущающая масса лежит в главной продольной плоскости компаса (проходящей через ось вращения стрелки), то ряд (12) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= B' \cdot \sin \zeta' + D' \cdot \sin 2 \zeta' + \\ &+ F' \cdot \sin 3 \zeta' + H' \cdot \sin 4 \zeta' + \\ &+ L' \cdot \sin 5 \zeta' + \dots \end{aligned} \right\} \dots (13A)$$

При  $\varepsilon = \frac{\pi}{2}$  или  $\frac{3\pi}{2}$ :

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= C' \cdot \cos \zeta' + E' \cdot \cos 2 \zeta' + \\ &+ G' \cdot \cos 3 \zeta' + K' \cdot \cos 4 \zeta' + \\ &+ M' \cdot \cos 5 \zeta' + \dots \end{aligned} \right\} \dots (13B)$$

Ряд (12) показывает: если полюсы стрелки расположены не симметрично относительно оси ее вращения, то от действия возмущающей массы постоянного магнетизма в выражении  $\sin \delta$  получим *четвертные* коэффициенты.

При условии  $l=l'$  легко заметить, что

$$A_0 = A'_0, A_1 = A'_1, \dots \text{ и вообще } A_{n+1} = A'_{n+1}$$

и вместо формулы (7) будем иметь

$$F_0 = \frac{2 M \cdot m \cdot l}{R^2} \cdot \left\{ (A_0 - A_2) \cdot \sin \alpha + (A_2 - A_4) \cdot \sin 3 \alpha + \right. \\ \left. + (A_4 - A_6) \cdot \sin 5 \alpha + \dots \right\} \dots (14)$$

Следовательно

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= -\frac{M}{H'' \cdot R^2} \cdot (A_0 - A_2) \cdot \sin (\zeta' + \varepsilon) - \\ &-\frac{M}{H'' \cdot R^2} \cdot (A_2 - A_4) \cdot \sin 3 (\zeta' + \varepsilon) - \\ &-\frac{M}{H'' \cdot R^2} \cdot (A_4 - A_6) \cdot \sin 5 (\zeta' + \varepsilon) - \\ &-\dots \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

Полагая, как и раньше (11),

$$\left. \begin{aligned} -\frac{M}{H'' \cdot R^2}(A_0 - A_2) \cdot \text{Cos } \varepsilon &= B_0 \cdot \text{Cos } \varepsilon = B', \\ &B_0 \cdot \text{Sin } \varepsilon = C', \\ -\frac{M}{H'' \cdot R^2}(A_2 - A_4) \cdot \text{Cos } 3\varepsilon &= F_0 \cdot \text{Cos } 3\varepsilon = F', \\ &F_0 \cdot \text{Sin } 3\varepsilon = G', \\ -\frac{M}{H'' \cdot R^2}(A_4 - A_6) \cdot \text{Cos } 5\varepsilon &= L_0 \cdot \text{Cos } 5\varepsilon = L', \end{aligned} \right\} \dots (16)$$

и т. д.

получим:

$$\left. \begin{aligned} \text{Sin } \delta &= B' \cdot \text{Sin } \zeta' + C' \cdot \text{Cos } \zeta' + \\ &+ F' \cdot \text{Sin } 3\zeta' + G' \cdot \text{Cos } 3\zeta' + \\ &+ L' \cdot \text{Sin } 5\zeta' + \dots \end{aligned} \right\} \dots (17)$$

Итак, всякая магнитная масса, обладающая постоянным магнетизмом, а значит и совокупность произвольного числа подобных масс, т. е. всякий магнит (постоянный судовой магнетизм и магнетизм, возбужденный в мягком железе вертикальной составляющей силы земного магнетизма), действуя на стрелку с симметрично расположенными относительно оси ее вращения полюсами, вызывает девиации порядков 2.  $(2p+1)$ .

На основании этого заключения, понятно, вместо формул (13А) и (13Б) будем иметь

$$\left. \begin{aligned} \text{Sin } \delta &= B' \cdot \text{Sin } \zeta' + F' \cdot \text{Sin } 3\zeta' + \\ &+ L' \cdot \text{Sin } 5\zeta' + \dots \end{aligned} \right\} \dots (18А)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Sin } \delta &= C' \cdot \text{Cos } \zeta' + G' \cdot \text{Cos } 3\zeta' + \\ &+ M' \cdot \text{Cos } 5\zeta' + \dots \end{aligned} \right\} \dots (18Б)$$

В общем случае соотношения коэффициентов формул (18) нижеследующие:

$$\left. \begin{aligned} \frac{F'}{B'} &= \frac{(A_2 - A_4)}{(A_0 - A_2)} \cdot \frac{\text{Cos } 3\varepsilon}{\text{Cos } \varepsilon}, \quad \frac{G'}{C'} = \frac{(A_2 - A_4)}{(A_0 - A_2)} \cdot \frac{\text{Sin } 3\varepsilon}{\text{Sin } \varepsilon}, \\ \frac{L'}{B'} &= \frac{(A_4 - A_6)}{(A_0 - A_2)} \cdot \frac{\text{Cos } 5\varepsilon}{\text{Cos } \varepsilon}, \quad \frac{M'}{C'} = \frac{(A_4 - A_6)}{(A_0 - A_2)} \cdot \frac{\text{Sin } 5\varepsilon}{\text{Sin } \varepsilon}, \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

и т. д.

где

$$A_{2n} - A_{2n+2} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 4n+1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2n} \cdot \frac{1}{2^{2n}} \cdot \frac{l^{2n}}{R^{2n}} +$$

$$+ \sum_{p=1}^{p=\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2p-1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot p} \cdot \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \dots \cdot 4n+2p+1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2p+p+1} \cdot \frac{2n+1}{2^{2n+2p}} \cdot \frac{l^{2n+2p}}{R^{2n+2p}}$$

На основании (19) заключаем, что зависимость коэффициентов высших порядков от полукрутовых является функцией  $\frac{l}{R}$ . Так например, ограничиваясь в (18А) отношением  $(\frac{l}{R})^4$  и выражая  $F'$  и  $L'$  в долях  $B'$ , найдем:

$\frac{l}{R}$ \diagdown Коеф.	$F'$	$L'$
0.05	0.005	0.000
0.10	0.019	0.000
0.20	0.075	0.004
0.30	0.169	0.019
0.40	0.302	0.059
0.50	0.471	0.139

Таблица 1.

Руководствуясь этой таблицей легко построить график изменения  $F'$  и  $L'$  для любого значения  $\frac{l}{R}$  в пределах от 0.05 до 0.50:

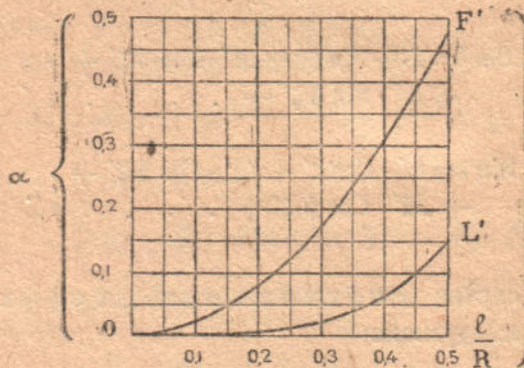


График № 1.

Такая же зависимость получится и между коэффициентами  $C'$ ,  $G'$ ,  $M'$ , ... и пр., при чем необходимо помнить, что  $B' \sin \varepsilon = C' \cos \varepsilon$ .

Между прочим, таблица и прилагаемый к ней график характеризуют влияние длины стрелки на коэффициенты высших порядков периодического ряда девиации.

Пусть  $l=5$  см.,  $R=30$  см., а коэффициент  $B'$  предположим равным  $\pm 1$ , т. е.  $\pm 57^\circ,3$ .

Так как  $\frac{l}{R}=0,17$ , то

$$F' = \pm \alpha_1 \cdot B' = \pm 0,06 \cdot B' = \pm 3^\circ,4,$$

$$L' = \pm \alpha_2 B' = 0.$$

Увеличив  $l$  в два раза, найдем

$$F' = \pm \alpha_1 \cdot B' = \pm 0,17 \cdot B' = \pm 9^\circ,7,$$

$$L' = \pm \alpha_2 \cdot B' = \pm 0,02 \cdot B' = \pm 1^\circ,1.$$

Если отношение  $\frac{l}{R}$  относительно мало и стрелка находится в сфере ощутительного действия возмущающей массы  $M$ , т. е. величина  $\frac{M}{R^2}$  конечна, то

$$A_0 - A_2 = 1,$$

в силу чего

$$B' = -\frac{M \cdot \cos \varepsilon}{H' \cdot R^2} = \mathfrak{B}',$$

$$C' = -\frac{M \cdot \sin \varepsilon}{H' \cdot R^2} = \mathfrak{C}',$$

т. е. получаем выражения  $B'$  и  $C'$  для случая, когда возможно пренебречь  $(\frac{l}{R})^2$ .

Согласно (16) зависимость численных значений коэффициентов  $B'$  и  $C'$  от расстояния центра компаса до возмущающей массы может быть представлена так

$$B' = \mathfrak{B}' \cdot (A_0 - A_2),$$

$$C' = \mathfrak{C}' \cdot (A_0 - A_2)$$

или

$$B' = \mathfrak{B}' + \Delta_1 \mathfrak{B}' + \Delta_2 \mathfrak{B}' + \dots + \Delta_n \mathfrak{B}' + \dots,$$

$$C' = \mathfrak{C}' + \Delta_1 \mathfrak{C}' + \Delta_2 \mathfrak{C}' + \dots + \Delta_n \mathfrak{C}' + \dots,$$

поэтому

$$\left. \begin{aligned} F' &= \mathfrak{B}' \cdot (A_2 - A_4) \cdot \frac{\cos 3 \varepsilon}{\cos \varepsilon} = \alpha_1 \cdot \mathfrak{B}', \quad G' = \alpha'_1 \cdot \mathfrak{C}', \\ L' &= \mathfrak{B}' \cdot (A_4 - A_6) \cdot \frac{\cos 5 \varepsilon}{\cos \varepsilon} = \alpha_2 \cdot \mathfrak{B}', \quad M' = \alpha'_2 \cdot \mathfrak{C}', \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

и ряд (17) принимает вид

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= \mathfrak{B}' \cdot \{ \alpha_0 \cdot \sin \zeta' + \alpha_1 \cdot \sin 3 \zeta' + \alpha_2 \cdot \sin 5 \zeta' + \dots \} + \\ &+ \mathfrak{C}' \cdot \{ \alpha'_0 \cdot \cos \zeta' + \alpha'_1 \cdot \cos 3 \zeta' + \alpha'_2 \cdot \cos 5 \zeta' + \dots \} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Пренебрегая отношением  $(\frac{l}{R})^2$ , получим

$$\sin \delta = \mathfrak{B}' \cdot \sin \zeta' + \mathfrak{C}' \cdot \cos \zeta'.$$

Подобная зависимость девиации от постоянного судового магнетизма имеет место на корабле для всякого хорошо установленного компаса без магнитов уничтожителей и мягкого железа:

$$\sin \delta = \mathfrak{B} \sin \zeta' + \mathfrak{C} \cos \zeta'$$

где  $\mathfrak{B}$  и  $\mathfrak{C}$  суть полукруговые коэффициенты, введенные Арчибалдом Смитом из уравнений Пуассона.

Компенсировав полукруговую девиацию, введением под котелок магнитов, вызовем вместо нее девиацию, выражающуюся нижеследующим рядом

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta &= F' \cdot \sin 3 \zeta' + G' \cdot \cos 3 \zeta' + \\ &+ L' \cdot \sin 5 \zeta' + M' \cdot \cos 5 \zeta' + \\ &+ R' \cdot \sin 7 \zeta' + \dots \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Коэффициенты  $F', G', L', M', \dots$  и пр., как известно, могут быть получены из наблюдений. Так, производя последние на 32 румба, найдем

$$\left. \begin{aligned} F' &= \frac{1}{16} \cdot \sum_{\substack{n=0 \\ n=32}}^{n=32} \sin \delta_n \cdot \sin 3 \zeta', \\ G' &= \frac{1}{16} \cdot \sum_{\substack{n=0 \\ n=32}}^{n=32} \sin \delta_n \cdot \cos 3 \zeta', \\ L' &= \frac{1}{16} \cdot \sum_{\substack{n=0 \\ n=32}}^{n=32} \sin \delta_n \cdot \sin 5 \zeta', \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Чтобы судить о знаках полукруговых коэффициентов ряда (17) нет необходимости обращаться к теории брусков, так как формулы (16) непосредственно говорят:

$M$ —принимается со знаком (+) если возмущающая масса северной полярности, в противном случае со знаком (—);

$\text{Cos} \varepsilon$ —может иметь знаки (+) или (—) смотря в какой четверти лежит возмущающая масса (черт. 1).

Знаки же коэффициентов высших порядков при этих условиях сами собой вытекают.

§ 2. Перейдем к исследованию влияния на картушку нескольких возмущающих масс, лежащих в ее плоскости.

Возмущающая масса, обладающая постоянным магнетизмом, действуя на стрелку вызывает вращающий момент, выражающийся формулой (14). Поэтому для двух одинаковых (тождественных в магнитном отношении) масс, расположенных на одном расстоянии от центра картушки, но под различными азимутами относительно главно-продольной плоскости компаса, получим:

$$\left. \begin{aligned} F_{\theta} = & \frac{4M \cdot m \cdot l}{R^2} (A_0 - A_2) \cdot \text{Cos} \frac{\alpha - \alpha'}{2} \cdot \text{Sin} \frac{\alpha + \alpha'}{2} + \\ & + \frac{4M \cdot m \cdot l}{R^2} (A_2 - A_4) \cdot \text{Cos} 3 \frac{\alpha - \alpha'}{2} \cdot \text{Sin} 3 \frac{\alpha + \alpha'}{2} + \\ & + \frac{4M \cdot m \cdot l}{R^2} (A_4 - A_6) \cdot \text{Cos} 5 \frac{\alpha - \alpha'}{2} \cdot \text{Sin} 5 \frac{\alpha + \alpha'}{2} + \\ & + \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \cdot (24)$$

Эта формула показывает, что коэффициенты шестерной девиации будут иметь в своем произведении множитель  $\text{Cos} 3 \frac{\alpha - \alpha'}{2}$ , который при  $\alpha - \alpha' = 60^\circ$  равен нулю. Так, два магнита, расположенные серединами симметрично относительно центра компаса и удовлетворяющие положением полюсов только что указанному условию, не произведут шестерную девиацию.

Аналогичную зависимость будем иметь для сил десятерной и прочих девиаций, при чем для первых угол  $\alpha - \alpha'$  должен быть равен  $36^\circ$ .

Уравнения

$$\text{Cos} 3 \frac{\alpha - \alpha'}{2} = 0,$$

$$\text{Cos} 5 \frac{\alpha - \alpha'}{2} = 0,$$

и т. п.

Особого расположения магнитов при компенсации сил полукруговой девиации показывают, что одна и только одна из

остаточных девиаций высшего порядка, вызываемая этой компенсирующей, может быть уничтожена двумя одинаковыми возмущающими катушками магнитами, не входя в рассмотрение углов высших кратностей удовлетворяющих этим уравнениям.

§ 3. Представим себе возмущающую массу— $M$ , расположенную на высоте  $h$  от плоскости катушки (черт. 2).

Имеем

$$F'_0 = \frac{M \cdot m}{R_1^2} \cdot$$

Вращающий момент этой силы равен

$$F'_1 \cdot l = F'_0 \cdot l \cdot \text{Cos } \gamma \cdot \text{Cos } \beta.$$

Так как

$$\text{Cos } \gamma = \frac{r_1}{R_1} \text{ и } \text{Cos } \beta = \frac{R \cdot \text{Sin } \alpha}{r_1},$$

то

$$F'_1 \cdot l = \frac{M \cdot m \cdot l \cdot R}{R_1^3} \cdot \text{Sin } \alpha \dots \dots \dots (25)$$

Но

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_1^3} &= (r_1^2 + h^2)^{-\frac{3}{2}} = \left\{ R^2 - 2l \cdot R \cdot \text{Cos } \alpha + l^2 + h^2 \right\}^{-\frac{3}{2}} \\ &= \frac{1}{(R^2 + h^2)^{\frac{3}{2}}} \left\{ 1 - 2 \frac{l}{R^2 + h^2} \cdot R \cdot \text{Cos } \alpha + \frac{l^2}{R^2 + h^2} \right\}^{-\frac{3}{2}} \\ &= \frac{1}{\rho^3} \cdot \left\{ 1 - 2 \frac{l}{\rho^2} \cdot R \cdot \text{Cos } \alpha + \left( \frac{l}{\rho^2} \right)^2 \cdot R^2 + \left( \frac{l}{\rho^2} \right)^2 \cdot h^2 \right\}^{-\frac{3}{2}} \\ &= \frac{1}{\rho^3} \cdot \left\{ \left( 1 - \frac{l}{\rho^2} \cdot R \cdot e^{i\alpha} \right) \cdot \left( 1 - \frac{l}{\rho^2} \cdot R \cdot e^{-2i\alpha} \right) + \left( \frac{l}{\rho^2} \right)^2 \cdot h^2 \right\}^{-\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

поэтому, ограничиваясь отношением  $\left(\frac{l}{\rho}\right)^2$ , увидим

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_1^3} &= \frac{1}{\rho^3} \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{l}{\rho^2}\right)^2 \cdot R^2 \cdot \left[ 1 - \frac{2}{3} \left(\frac{l}{R}\right)^2 \cdot h^2 \right] + \right. \\ &\left. + 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{l}{\rho^2} \cdot R \cdot \text{Cos } \alpha + 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{l}{\rho^2}\right)^2 \cdot R \cdot \text{Cos } 2\alpha \right\} \cdot \dots \dots \dots (26) \end{aligned}$$

Подставляя уравнение (26) в формулу (25), найдем:

$$\begin{aligned} F'_1 \cdot l &= \frac{M \cdot m \cdot l \cdot R}{\rho^3} \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{l}{\rho^2}\right)^2 \cdot R^2 \cdot \left[ 1 - \frac{2}{3} \left(\frac{l}{R}\right)^2 \cdot h^2 \right] + \right. \\ &\left. + 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{l}{\rho^2} \cdot R \cdot \text{Cos } \alpha + 2 \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \left(\frac{l}{\rho^2}\right)^2 \cdot R^2 \cdot \text{Cos } 2\alpha \right\} \cdot \text{Sin } \alpha \cdot \dots \dots \dots (27) \end{aligned}$$





Указанная подстановка даст силы девяти порядков 4.  $(p+1)$ , вместо полукруговых, шестерных и пр.:  $2 \cdot (2p+1)$ .

§ 5. Если один из полюсов стрелки будет возбуждать магнетизм в массе мягкого железа, находящегося в непосредственной близости к катушке, то возмущающая последняя сила пропорциональна магнитной массе, сосредоточенной в этом полюсе.

Так, подставляя  $\frac{km}{r_1^2}$  вместо  $M$  в формулу (1), будем иметь

$$F_1 \cdot l = F \cdot l \cdot \cos \beta = k \cdot \frac{m^2 \cdot l \cdot R}{r_1^5} \cdot \sin \alpha \quad (30)$$

Но

$$\frac{1}{r_1^5} = \frac{1}{R^5} \cdot \left\{ 1 - 2 \frac{l}{R} \cdot \cos \alpha + \left( \frac{l}{R} \right)^2 \right\}^{-\frac{5}{2}} \text{ и } \cos \alpha = \frac{e^{\alpha} + e^{-\alpha}}{2},$$

поэтому

$$\frac{R^5}{r_1^5} = \left\{ 1 - \frac{l}{R} \cdot e^{\alpha} \right\}^{-\frac{5}{2}} \cdot \left\{ 1 - \frac{l}{R} \cdot e^{-\alpha} \right\}^{-\frac{5}{2}}$$

Ограничиваясь в разложении этого произведения отношением  $\left( \frac{l}{R} \right)^2$ , найдем что

$$\frac{1}{r_1^5} = \frac{1}{R^5} \cdot \left\{ 1 + \left( \frac{5}{2} \right)^2 \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^2 + 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{l}{R} \cdot \cos \alpha + \right. \\ \left. + 2 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{7}{4} \cdot \left( \frac{l}{R} \right)^3 \cdot \cos 2 \alpha \right\} \quad (31)$$

Подставляя уравнение (31) в формулу (30), получим

$$F_1 \cdot l = km^2 \cdot \frac{l}{R^4} \cdot \left\{ \left( 1 + \frac{15}{8} \cdot \frac{l^2}{R^2} \right) \cdot \sin \alpha + \frac{5}{2} \cdot \frac{l}{R} \cdot \sin 2 \alpha + \right. \\ \left. + \frac{35}{8} \cdot \frac{l^3}{R^3} \cdot \sin 3 \alpha \right\} \quad (32)$$

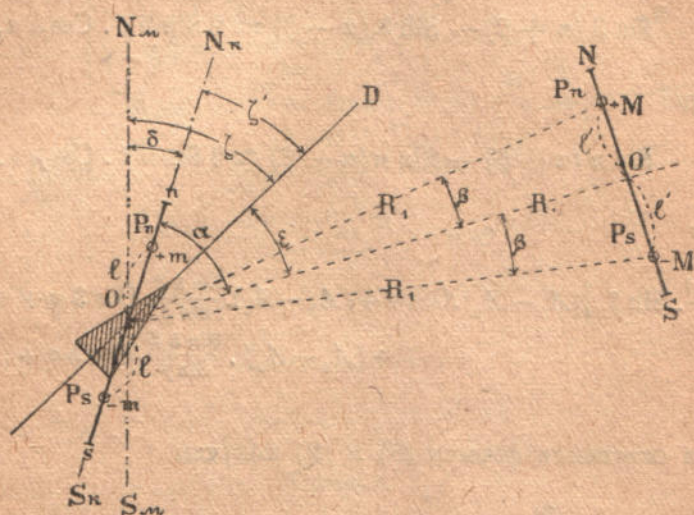
Следовательно, в явлении «индукции» силы, производящие девиацию сложного характера, аналогично, суть функции отношения  $\frac{l}{R}$ , а первый член разложения в ряд вращающего катушку момента в разобранный случае зависит от четвертой степени расстояния центра компаса до возмущающей массы.

II.

Возмущающий компас магнит.

Приложим выведенные формулы предыдущего отдела к ниже-  
следующим положениям возмущающего магнита, чаще всего встре-  
чаемых на практике.

§ 1. Пусть ось магнита  $NS$  занимает перпендикулярное по-  
ложение к линии, соединяющей его середину с центром катушки  
и лежит в ее плоскости (чертеж 3).



Чертеж 3.

От действия массы  $+M$  северного полюса  $P'_n$  возмущающего  
магнита, вращающий стрелку момент выражается

$$F_{\theta_n} = \frac{-2M \cdot m \cdot l}{R_1^2} \cdot \left\{ (A_0 - A_2) \cdot \sin(\alpha - \beta) + (A_2 - A_4) \cdot \sin 3(\alpha - \beta) + \right. \\ \left. + (A_4 - A_6) \cdot \sin 5(\alpha - \beta) + \dots \right\} \quad (33)$$

и для противоположной массы  $-M$  полюса  $P'_s$ :

$$F_{\theta_s} = \frac{2 \cdot M \cdot m \cdot l}{R_1^2} \cdot \left\{ (A_0 - A_2) \cdot \sin(\alpha + \beta) + (A_2 - A_4) \cdot \sin 3(\alpha + \beta) + \right. \\ \left. + (A_4 - A_6) \cdot \sin 5(\alpha + \beta) + \dots \right\} \quad (34)$$

В силу (33) и (34) результирующий возмущающий момент равен

$$F_{\theta} = \left. \begin{aligned} & \frac{2M.m.l}{R_1^2} \cdot (A_0 - A_2) \cdot [\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta)] + \\ & + \frac{2M.m.l}{R_1^2} \cdot (A_2 - A_4) \cdot [\sin 3(\alpha + \beta) - \sin 3(\alpha - \beta)] + \\ & + \frac{2M.m.l}{R_1^2} \cdot (A_4 - A_6) \cdot [\sin 5(\alpha + \beta) - \sin 5(\alpha - \beta)] + \\ & + \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

Но

$$\begin{aligned} \sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) &= 2 \sin \beta \cdot \cos \alpha, \\ \sin 3(\alpha + \beta) - \sin 3(\alpha - \beta) &= 2 \sin 3\beta \cdot \cos 3\alpha, \end{aligned}$$

и вообще:

$$\sin n(\alpha + \beta) - \sin n(\alpha - \beta) = 2 \sin n\beta \cdot \cos n\alpha,$$

поэтому

$$F_{\theta} = \frac{4M.m.l}{R_1^2} \cdot \sin \beta \cdot \left\{ (A_0 - A_2) \cdot \cos \alpha + (A_2 - A_4) \cdot \frac{\sin 3\beta}{\sin \beta} \cdot \cos 3\alpha + \right. \\ \left. + (A_4 - A_6) \cdot \frac{\sin 5\beta}{\sin \beta} \cdot \cos 5\alpha + \dots \right\} \quad (36)$$

На основании формул (8) и (9) получим

$$\sin \delta = \left. \begin{aligned} & -\frac{\mathfrak{M}'}{H' \cdot R_1^3} \cdot (A_0 - A_2) \cdot \cos(\zeta' + \varepsilon) - \\ & -\frac{\mathfrak{M}'}{H' \cdot R_1^3} \cdot (A_2 - A_4) \cdot \frac{\sin 3\beta}{\sin \beta} \cdot \cos 3(\zeta' + \varepsilon) - \\ & -\frac{\mathfrak{M}'}{H' \cdot R_1^3} \cdot (A_4 - A_6) \cdot \frac{\sin 5\beta}{\sin \beta} \cdot \cos 5(\zeta' + \varepsilon) - \\ & - \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

где  $\mathfrak{M}'$  — магнитный момент возмущающего магнита.

Итак:

$$\begin{aligned} \sin \delta &= -B' \cdot \sin \zeta' + C' \cdot \cos \zeta' - \\ & -F' \cdot \sin 3\zeta' + G' \cdot \cos 3\zeta' - \\ & -L' \cdot \sin 5\zeta' + \dots \dots \dots \end{aligned}$$



Следовательно, результирующий возмущающий картушку момент выразится рядом

$$F_0 = 2M.m.l \cdot \left\{ \frac{(A_0 - A_2)}{(R - l')^2} - \frac{(A'_0 - A'_2)}{(R + l')^2} \right\} \cdot \text{Sin } \alpha + \left. \begin{aligned} &+ 2M.m.l \cdot \left\{ \frac{(A_2 - A_4)}{(R - l')^2} - \frac{(A'_2 - A'_4)}{(R + l')^2} \right\} \cdot \text{Sin } 3\alpha + \\ &+ 2M.m.l \cdot \left\{ \frac{(A_4 - A_6)}{(R - l')^2} - \frac{(A'_4 - A'_6)}{(R + l')^2} \right\} \cdot \text{Sin } 5\alpha + \\ &+ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (41)$$

Применив формулы (8) и (9), получим:

$$\text{Sin } \delta = - \frac{\mathfrak{M}'}{H' \cdot R^3 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{l'}{R} \right)^2 \right]^2} \cdot \left\{ \frac{R}{2l'} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{l'}{R} \right)^2 \right] \cdot \left[ (A_0 - A_2) - \right. \right. \\ \left. \left. - (A'_0 - A'_2) \right] - \left[ (A_0 - A_2) + \right. \right. \\ \left. \left. + (A'_0 - A'_2) \right] \right\} \cdot \text{Sin } (\zeta' + \epsilon) - \\ - \frac{\mathfrak{M}'}{H' \cdot R^3 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{l'}{R} \right)^2 \right]^2} \cdot \left\{ \frac{R}{2l'} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{l'}{R} \right)^2 \right] \cdot \left[ (A_2 - A_4) - \right. \right. \\ \left. \left. - (A'_2 - A'_4) \right] - \left[ (A_2 - A_4) + \right. \right. \\ \left. \left. + (A'_2 - A'_4) \right] \right\} \cdot \text{Sin } 3(\zeta' + \epsilon) - \\ - \frac{\mathfrak{M}'}{H' \cdot R^3 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{l'}{R} \right)^2 \right]^2} \cdot \left\{ \frac{R}{2l'} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{l'}{R} \right)^2 \right] \cdot \left[ (A_4 - A_6) - \right. \right. \\ \left. \left. - (A'_4 - A'_6) \right] - \left[ (A_4 - A_6) + \right. \right. \\ \left. \left. + (A'_4 - A'_6) \right] \right\} \cdot \text{Sin } 5(\zeta' + \epsilon) - \\ - \dots \dots \dots (42)$$

или

$$\text{Sin } \delta = B' \cdot \text{Sin } \zeta' + C' \cdot \text{Cos } \zeta' + \\ + F' \cdot \text{Sin } 3\zeta' + G' \cdot \text{Cos } 3\zeta' + \\ + L' \cdot \text{Sin } 5\zeta' +$$

Ограничиваясь, аналогично, в  $(A_{2n} - A_{2n+2})$  отношением  $\left(\frac{l}{R}\right)^2$ , выражение (41) даст

$$F_{\theta} = \frac{2 M' \cdot m}{R^3 \cdot \left[1 - \left(\frac{l}{R}\right)^2\right]^3} \left\{ \left[ 1 + \frac{3}{4} \cdot \frac{l^2 \cdot \left(1 + \frac{l'^2}{R^2}\right)}{R^2 \cdot \left(1 - \frac{l'^2}{R^2}\right)} \right] \cdot \text{Sin } \alpha + \right. \\ \left. + \frac{15}{4} \cdot \frac{l^2 \cdot \left(1 + \frac{l'^2}{R^2}\right)}{R^2 \cdot \left(1 - \frac{l'^2}{R^2}\right)} \cdot \text{Sin } 3 \alpha \right\} \quad (43)$$

Как частные случаи из рядов (37) и (42) вытекают формулы (Гаусса и Ламона) главных положений взаимодействующих стрелки и неподвижного магнита.

3. *Центры стрелки и возмущающего магнита находятся на одной вертикали, при чем их магнитные оси горизонтальны.*

*Влияние магнита на стрелку, в рассматриваемом относительном положении, качественно тождественно влиянию двух различных масс симметричных относительно вертикали.*

Полагая в точке М (черт. 2) южный полюс магнита, будем иметь:

$$F_{\theta s} = \frac{2 M \cdot m \cdot l \cdot R}{\rho^3} \cdot \left\{ \left[ 1 + \frac{3}{8} \left(\frac{l}{\rho^2}\right)^2 \cdot R^2 \cdot \left(1 - 4 \frac{h^2}{R^2}\right) \right] \cdot \text{Sin } \alpha + \right. \\ \left. + \frac{15}{8} \cdot \left(\frac{l}{\rho^2}\right)^2 \cdot R^2 \cdot \text{Sin } 3 \alpha \cdot \right\}$$

Заменяя в этой формуле угол  $\alpha$  на  $(\pi + \alpha)$ , найдем вращающий стрелку момент от действия массы противоположной полярности этого магнита.

Так как  $\text{Sin } (\pi + \alpha) = -\text{Sin } \alpha$ , то результирующий момент примет вид:

$$F_{\theta} = \frac{M' \cdot m}{\rho^3} \cdot \left\{ \left[ 1 + \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{l}{\rho^2}\right)^2 \cdot R^2 \cdot \left(1 - 4 \frac{h^2}{R^2}\right) \right] \cdot \text{Sin } \alpha + \right. \\ \left. + \frac{15}{8} \cdot \left(\frac{l}{\rho^2}\right)^2 \cdot R^2 \cdot \text{Sin } 3 \alpha \cdot \right\} \quad (44)$$

В силу равенств (8) и (9) получим:

$$\text{Sin } \delta = -\frac{M'}{H' \cdot \rho^3} \cdot \left\{ \left[ 1 + \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{l}{\rho^2}\right)^2 \cdot R^2 \cdot \left(1 - 4 \frac{h^2}{R^2}\right) \right] \cdot \text{Sin } \alpha + \right. \\ \left. + \frac{15}{8} \cdot \left(\frac{l}{\rho^2}\right)^2 \cdot R^2 \cdot \text{Sin } 3 \alpha \cdot \right\} \quad (45)$$

или

$$\text{Sin } \delta = - \frac{3M'}{H' \cdot \rho^3} \cdot \left\{ 1 + \frac{\omega_0}{\rho^2} \right\} \cdot \text{Sin } \alpha, \dots (46)$$

где количество  $\omega_0$  может иметь как положительное, так и отрицательное значения.

### III.

#### Исследование сдвигов стрелки в картежке.

Разберем, теперь, влияние возмущающей массы на стрелку, середина магнитной оси которой не совпадает с осью вращения картежки.

§ 1. *Компасная стрелка сдвинута по линии из картежки на величину  $r_0$  (чертеж 5).*

От массы— $M$ , лежащей в плоскости магнитной системы картежки, на северный полюс стрелки действует сила

$$F' = \frac{M \cdot m}{r_1^2}.$$

Следовательно

$$F'_1 \cdot (r_0 + l) = F' \cdot (r_0 + l) \cdot \text{Cos } \beta_1 = \frac{M \cdot m \cdot (r_0 + l) \cdot R}{r_1^3} \cdot \text{Sin } \alpha,$$

или

$$F'_1 \cdot (r_0 + l) = \frac{M \cdot m \cdot (r_0 + l)}{R^2} \left\{ A_0 + 2 A_1 \cdot \text{Cos } \alpha + 2 A_2 \cdot \text{Cos } 2 \alpha + \right. \\ \left. + 2 A_3 \cdot \text{Cos } 3 \alpha + 2 A_4 \cdot \text{Cos } 4 \alpha + \right\} \cdot \text{Sin } \alpha, \dots (47)$$

где:  $A_0, A_1, A_2, \dots$  и пр. количества суть функции  $\frac{(r_0 + l)}{R}$

Для противоположного полюса стрелки будем иметь:

$$-F'_{1'} \cdot (r_0 - l) = -F' \cdot (r_0 - l) \cdot \text{Cos } \beta_2 = -\frac{M \cdot m \cdot (r_0 - l) \cdot R}{r_2^3} \cdot \text{Sin } \alpha$$

или

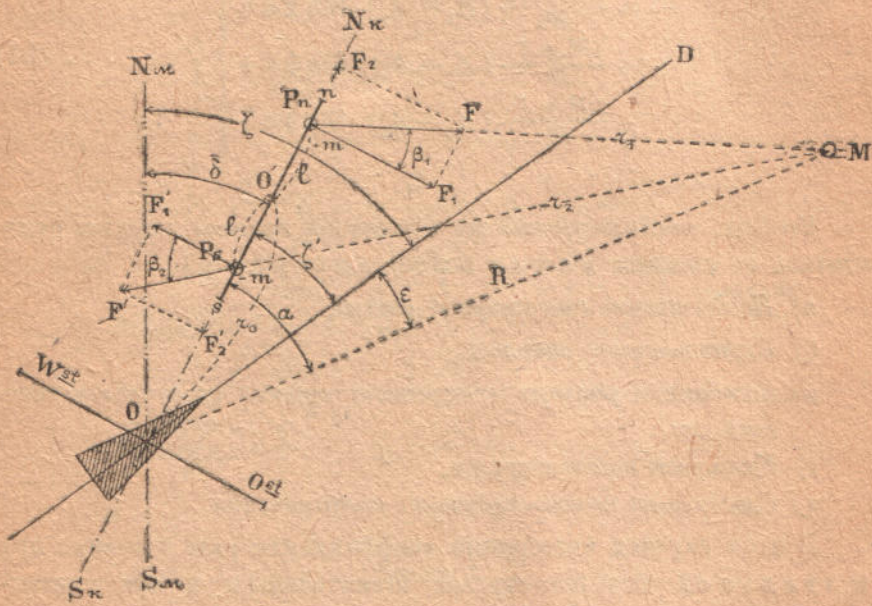
$$-F'_{1'} \cdot (r_0 - l) = -\frac{M \cdot m \cdot (r_0 - l)}{R^2} \cdot \left\{ A'_0 + 2 A'_1 \cdot \text{Cos } \alpha + \right. \\ \left. + 2 A'_2 \cdot \text{Cos } 2 \alpha + 2 A'_3 \cdot \text{Cos } 3 \alpha + 2 A'_4 \cdot \text{Cos } 4 \alpha + \right\} \cdot \text{Sin } \alpha \dots (48)$$

В этой формуле:  $A'_1, A'_2, A'_3, \dots$  и пр. количества суть функции  $\frac{(r_0 - l)}{R}$ .



Суммируя выражения (47) и (48), найдем результирующий возмущающий картушечный момент

$$\begin{aligned}
 F_0 = & \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \left\{ (r_o + l) \cdot [A_o - A_2] - (r_o - l) \cdot [A'_o - A'_2] \right\} \cdot \sin \alpha + \\
 & + \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \left\{ (r_o + l) \cdot [A_1 - A_3] - (r_o - l) \cdot [A'_1 - A'_3] \right\} \cdot \sin 2\alpha + \\
 & + \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \left\{ (r_o + l) \cdot [A_2 - A_4] - (r_o - l) \cdot [A'_2 - A'_4] \right\} \cdot \sin 3\alpha + \\
 & + \frac{M \cdot m}{R^2} \cdot \left\{ (r_o + l) \cdot [A_3 - A_5] - (r_o - l) \cdot [A'_3 - A'_5] \right\} \cdot \sin 4\alpha + \\
 & + \dots \dots \dots
 \end{aligned} \quad (49)$$



Чертеж 5.

и девиация выразится рядом

$$\begin{aligned}
 \sin \delta = & - \frac{M \cdot m}{\mathfrak{M} \cdot H'' \cdot R^2} \left\{ (r_o + l) \cdot [A_o - A_2] - (r_o - l) \cdot [A'_o - A'_2] \right\} \cdot \sin (\zeta' + \varepsilon) - \\
 & - \frac{M \cdot m}{\mathfrak{M} \cdot H'' \cdot R^2} \left\{ (r_o + l) \cdot [A_1 - A_3] - (r_o - l) \cdot [A'_1 - A'_3] \right\} \cdot \sin 2(\zeta' + \varepsilon) - \\
 & - \frac{M \cdot m}{\mathfrak{M} \cdot H'' \cdot R^2} \left\{ (r_o + l) \cdot [A_2 - A_4] - (r_o - l) \cdot [A'_2 - A'_4] \right\} \cdot \sin 3(\zeta' + \varepsilon) - \\
 & - \frac{M \cdot m}{\mathfrak{M} \cdot H'' \cdot R^2} \left\{ (r_o + l) \cdot [A_3 - A_5] - (r_o - l) \cdot [A'_3 - A'_5] \right\} \cdot \sin 4(\zeta' + \varepsilon) - \\
 & - \dots \dots \dots
 \end{aligned} \quad (50)$$

теперь, при очевидных обозначениях, получим:

$$\begin{aligned} \sin \delta = & B' \cdot \sin \zeta' + C' \cdot \cos \zeta' + D' \cdot \sin 2 \zeta' + E' \cdot \cos 2 \zeta' + \\ & + F' \cdot \sin 3 \zeta' + G' \cdot \cos 3 \zeta' + H' \cdot \sin 4 \zeta' + K' \cdot \cos 2 \zeta' + \\ & + L' \cdot \sin 5 \zeta' + M' \cdot \cos 5 \zeta' + \dots \end{aligned}$$

Между прочим, формула (49) при  $r_0=l$ , т. е. когда ось вращения катушки проходит через южный полюс стрелки, принимает вид

$$F_0 = \left. \begin{aligned} & \frac{2M \cdot m \cdot l}{R^2} \cdot (A_0 - A_2) \cdot \sin \alpha + \\ & + \frac{2M \cdot m \cdot l}{R^2} \cdot (A_1 - A_3) \cdot \sin 2 \alpha + \\ & + \frac{2M \cdot m \cdot l}{R^2} \cdot (A_2 - A_4) \cdot \sin 3 \alpha + \\ & + \frac{2M \cdot m \cdot l}{R^2} \cdot (A_3 - A_5) \cdot \sin 4 \alpha + \\ & + \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots (51)$$

Вообще, несимметричность положения полюсов стрелки относительно ее середины может быть вызвана:

- а) Неодинаковой структурой стали,
- б) Неравномерной закалкой,
- в) Колебанием размера поперечного сечения вдоль геометрической оси,
- г) Кривизной самой стрелки,
- и д) Следствием несимметричного намагничения.

В этих случаях четвертые коэффициенты ряда девиации при тщательной выделке стрелок незначительны и как показывает практика (эксперимент) измеряются минутами.

§ 2. Компасная стрелка сдвинута по линии  $ow^a$  катушки на величину  $d$  (чертеж 6).

Из чертежа находим

$$\begin{aligned} F_1 \cdot l &= \frac{M \cdot m}{r_1^3} \cdot l \cdot R \cdot \sin \alpha - \frac{M \cdot m}{r_1^3} \cdot l \cdot d \\ \text{и} \\ -F_2 \cdot d &= -\frac{M \cdot m}{r_1^3} \cdot d \cdot R \cdot \cos \alpha + \frac{M \cdot m}{r_1^3} \cdot l \cdot d \end{aligned}$$

Следовательно, суммарный вращающий момент сил  $F_1$  и  $F_2$  выражается

$$F_0 = \frac{M \cdot m}{r_1^3} \cdot R \cdot \{ l \sin \alpha - d \cdot \cos \alpha \} \dots \dots (52)$$



Значит, результирующий момент выразится суммой моментов (54) и (55)

$$F_{\theta} = \frac{M \cdot m \cdot r}{R^2} \cdot \left\{ A_0 \cdot (\sin \omega + \sin \omega') + 2 A_1 \cdot (\cos \omega \cdot \sin \omega - \cos \omega' \cdot \sin \omega') + \right. \\ \left. + 2 A_2 \cdot (\cos 2 \omega \cdot \sin \omega + \cos 2 \omega' \cdot \sin \omega') + 2 A_3 \cdot (\cos 3 \omega \cdot \sin \omega - \cos 3 \omega' \cdot \sin \omega') + \right. \\ \left. + 2 A_4 \cdot (\cos 4 \omega \cdot \sin \omega + \cos 4 \omega' \cdot \sin \omega') + \dots \right\} \quad (56)$$

Но  $\omega = (\alpha - \psi)$  и  $\omega' = (\alpha + \psi)$ , поэтому

$$F_{\theta} = \frac{2 M \cdot m \cdot r}{R^2} \cdot \left\{ (A_0 - A_2) \cdot \cos \psi \cdot \sin \alpha - (A_1 - A_3) \cdot \sin 2 \psi \cdot \cos^2 \alpha + \right. \\ \left. + (A_2 - A_4) \cdot \cos 3 \psi \cdot \sin 3 \alpha - (A_3 - A_5) \cdot \sin 4 \psi \cdot \cos 4 \alpha + \right. \\ \left. + (A_4 - A_6) \cdot \cos 5 \psi \cdot \sin 5 \alpha - \dots \right\} \quad (57)$$

Принимая во внимание равенства (8) и (9) найдем, что

$$\sin \delta = -\frac{M}{H' \cdot R^2} \cdot \left\{ (A_0 - A_2) \cdot \sin \alpha - (A_1 - A_3) \cdot \frac{\sin 2 \psi}{\cos \psi} \cdot \cos 2 \alpha + \right. \\ \left. + (A_2 - A_4) \cdot \frac{\cos 3 \psi}{\cos \psi} \cdot \sin 3 \alpha - (A_3 - A_5) \cdot \frac{\sin 4 \psi}{\cos \psi} \cdot \cos 4 \alpha + \right. \\ \left. + (A_4 - A_6) \cdot \frac{\cos 5 \psi}{\cos \psi} \cdot \sin 5 \alpha - \dots \right\} \quad (58)$$

или

$$\sin \delta = B' \cdot \sin \zeta' + C' \cdot \cos \zeta' - D' \cdot \sin 2 \zeta' + E' \cdot \cos 2 \zeta' + \\ + F' \cdot \sin 3 \zeta' + G' \cdot \cos 3 \zeta' - H' \cdot \sin 4 \zeta' + K' \cdot \cos 4 \zeta' + \\ + L' \cdot \sin 5 \zeta' + M' \cdot \cos 5 \zeta' - \dots$$

Итак, если стрелка сдвинута по линиям  $ns$  или  $ow$  картины, то от действия на последнюю массу постоянного магнетизма (магнита) получим в ряде  $\sin \delta$  коэффициенты девиаций порядков  $4 \cdot (p + 1)$ .

Коэффициенты продольного сдвига являются  $f(r_0)$ , а поперечной:  $f(d)$ , где  $d = r \sin \psi$ . Знаки же их зависят от полярности возмущающей массы и направления сдвига стрелки.

Пользуясь численными выражениями коэффициентов асимметрии:

$$D'_{ns} = \pm \frac{M \cdot m}{m \cdot H' \cdot R^2} \cdot \left\{ (r_0 + l) \cdot [A_1 - A_3] - (r_0 - l) \cdot [A'_1 - A'_3] \right\} \cdot \cos 2 \varepsilon = \\ = \pm D_0 \cdot \cos 2 \varepsilon, \\ E'_{ns} = \pm D_0 \cdot \sin 2 \varepsilon, \quad (59)$$

$$\left. \begin{aligned}
 H'_{ns} &= \pm \frac{M \cdot m}{\mathfrak{M} \cdot H'' \cdot R^2} \cdot \left\{ (r_0 + l) \cdot [A_3 - A_5] - (r_0 - l) \cdot [A'_3 - A'_5] \right\} \cdot \cos 4 \varepsilon = \\
 &= \pm H_0 \cdot \cos 4 \varepsilon, \\
 K'_{ns} &= \pm H_0 \cdot \sin 4 \varepsilon \\
 &\text{и т. д.,} \\
 D'_{ois} &= \pm \frac{M}{H'' \cdot R^2} \cdot (A_1 - A_3) \cdot \frac{\sin 2 \psi}{\cos \psi} \cdot \sin 2 \varepsilon = \pm D_0 \cdot \sin 2 \varepsilon, \\
 E_{ois} &= \pm D_0 \cdot \cos 2 \varepsilon, \\
 H_{ois} &= \pm \frac{M}{H'' \cdot R^2} \cdot (A_3 - A_5) \cdot \frac{\sin 4 \psi}{\cos \psi} \cdot \sin 4 \varepsilon = \pm H_0 \cdot \sin 4 \varepsilon \\
 K_{ois} &= \pm H_0 \cdot \cos 4 \varepsilon \\
 &\text{и т. д.}
 \end{aligned} \right\} (59)$$

легко, по некоторым данным, рассчитать положение магнитного центра стрелки относительно оси ее вращения.

Вообще, размер четвертных коэффициентов при сдвигах стрелки, как показывает эксперимент, может достигать *десятков градусов*.

*Итак четвертная девиация у компаса, производимая млим жезелезом корабля, будучи раз укомпенсирована магнитом, вновь не появится при плавании в магнитной широте пункта этой компенсации.*

§ 3. Если магнитная ось стрелки при смещении ее в плоскости катушки не будет параллельна линии *ns* последней, т. е. при сдвиге с поворотом, то кроме коэффициентов рядов (50) и (58), получим коэффициент *A'*, характеризующий поворот магнитной оси катушки.

В заключение первой главы заметим, что те *особые точки* — *эквиполусы* — на магнитной оси стрелки, в которых надлежит предполагать массы соответствующих полярностей, весьма просто определяются из наблюдений девиаций на равноотстоящих курсах.

Вообще, *катушка с ординарной стрелкой* может употребляться лишь для главных компасов и только в тех случаях, когда нет по близости возмущающих компас магнитных масс, девиация невелика и возможно пренебречь квадратом отношения полудлины стрелки к расстоянию до ближайшей возмущающей массы, иначе *удовлетворительной компенсации сил, производящих девиацию, достигнуть невозможно*.

## ГЛАВА II.

### Уравнения, связывающие аналитически положение стрелок в картушке компаса.

В этой главе мы подвергнем анализу магнитные системы, состоящие из одной, двух и трех пар стрелок, при чем стрелки картушки будем предполагать лежащими в плоскости ее диска с делениями.

#### I.

##### Одна пара стрелок.

§ 1. Пусть в точке М, лежащей в плоскости картушки, находится возмущающая масса южной полярности (чертеж 7).

Вращающий данную магнитную систему момент от действия массы—М на стрелку  $N_1S_1$ , как мы видели, выражается (57)

$$M_0 = \frac{2M \cdot m \cdot r}{R^2} \cdot \left\{ (A_0 - A_2) \cdot \cos \psi \cdot \sin \alpha - (A_1 - A_3) \cdot \sin 2\psi \cdot \cos 2\alpha + \right. \\ \left. + (A_2 - A_4) \cdot \cos 3\psi \cdot \sin 3\alpha - (A_3 - A_5) \cdot \sin 4\psi \cdot \cos 4\alpha + \right. \\ \left. + (A_4 - A_6) \cdot \cos 5\psi \cdot \sin 5\alpha - \dots \dots \dots \right\}$$

Если стрелка  $N_1S_1$  займет положение  $N_2S_2$  и при этом  $d_2$  будет равно  $d_1$ , то

$$F_1''' \cdot l = \frac{M \cdot m}{r^3_4} \cdot l \cdot R \cdot \sin \alpha + \frac{M \cdot m}{r^3_4} \cdot l \cdot d_1$$

и

$$F_2''' \cdot d_2 = \frac{M \cdot m}{r^3_4} \cdot d_1 \cdot R \cdot \cos \alpha - \frac{M \cdot m}{r^3_4} \cdot l \cdot d_1$$



Аналогично, для противоположного полюса  $P_s$  стрелки  $N_1S_1$  будем иметь

$$F_{\theta_s} = \frac{M \cdot m \cdot r}{R^2} \sin \omega \cdot \left\{ A_0 - 2 A_1 \cdot \cos \omega + 2 A_2 \cdot \cos 2 \omega - \right. \\ \left. - 2 A_3 \cdot \cos 3 \omega + 2 A_4 \cdot \cos 4 \omega - \dots \right\} \dots \dots (63)$$

Следовательно, результирующий момент выразится суммой моментов (62) и (63)

$$F_{\theta} = \frac{2 \cdot M \cdot m \cdot r}{R^2} \cdot \left\{ \begin{aligned} &(A_0 - A_2) \cdot \cos \psi \cdot \sin \alpha + \\ &+ (A_1 - A_3) \cdot \sin 2\psi \cdot \cos 2\alpha + \\ &+ (A_2 - A_4) \cdot \cos 3\psi \cdot \sin 3\alpha + \\ &+ (A_3 - A_5) \cdot \sin 4\psi \cdot \cos 4\alpha + \\ &+ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots (64)$$

Сравнивая формулы (57) и (64) легко заметить, что коэффициенты асимметрии меняют знаки при сдвиге стрелки  $N_1S_1$  из *Ost*-вой половины картушки в *Wst*-ую.

Итак, если две стрелки  $N_1S_1$  и  $N_2S_2$  тождественны как в физическом, так и магнитном отношениях, причем середины их расположены симметрично относительно центра картушки, то вращающий последнюю момент имеет вид

$$F_{\theta} = \frac{4 \cdot M \cdot m \cdot r}{R^2} \cdot (A_0 - A_2) \cdot \cos \psi \cdot \sin \alpha + \left. \begin{aligned} &+ \frac{4 \cdot M \cdot m \cdot r}{R^2} \cdot (A_2 - A_4) \cdot \cos 3\psi \cdot \sin 3\alpha + \\ &+ \frac{4 \cdot M \cdot m \cdot r}{R^2} \cdot (A_4 - A_6) \cdot \cos 5\psi \cdot \sin 5\alpha + \\ &+ \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots (65)$$

Известно, что

$$\alpha = \zeta' + \epsilon$$

и, вообще, для равновесия картушки необходимо условие

$$F_{\theta} = - \mathfrak{M} \cdot H' \cdot \sin \delta, \dots \dots \dots (66)$$

где  $\mathfrak{M}$  ее магнитный момент.



На этом основании формулы (65) и (66) дают

$$\left. \begin{aligned} \sin \delta = & - \frac{M}{H'' \cdot R^2} (A_0 - A_2) \cdot \sin (\zeta' + \varepsilon) - \\ & - \frac{M}{H'' \cdot R^2} \cdot (A_2 - A_4) \cdot \frac{\cos 3 \psi}{\cos \psi} \cdot \sin 3 (\zeta' + \varepsilon) - \\ & - \frac{M}{H'' \cdot R^2} \cdot (A_4 - A_6) \cdot \frac{\cos 5 \psi}{\cos \psi} \cdot \sin 5 (\zeta' + \varepsilon) - \\ & - \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots (67)$$

или

$$\begin{aligned} \sin \delta = & B' \cdot \sin \zeta' + C' \cdot \cos \zeta' + \\ & + F' \cdot \sin 3 \zeta' + G' \cdot \cos 3 \zeta' + \\ & + L' \cdot \sin 5 \zeta' + \dots \dots \dots \end{aligned}$$

где:

$$\left. \begin{aligned} B' = & - \frac{M \cdot (A_0 - A_2)}{H'' \cdot R^2} \cdot \cos \varepsilon = B_0 \cdot \cos \varepsilon, \\ C' = & B_0 \cdot \sin \varepsilon, \\ F' = & - \frac{M \cdot (A_2 - A_4)}{H'' \cdot R^2} \cdot \frac{\cos 3 \psi}{\cos \psi} \cdot \cos 3 \varepsilon = F_0 \cdot \cos 3 \varepsilon, \\ G' = & F_0 \cdot \sin 3 \varepsilon, \\ L' = & - \frac{M \cdot (A_4 - A_6)}{H'' \cdot R^2} \cdot \frac{\cos 5 \psi}{\cos \psi} \cdot \cos 5 \varepsilon = L_0 \cdot \cos 5 \varepsilon, \\ M' = & L_0 \cdot \sin 5 \varepsilon \end{aligned} \right\} (68)$$

и т. д.

Численные формулы коэффициентов говорят, что для уничтожения шестерной девиации, расположением одной пары стрелок в картушке, необходимо удовлетворить уравнению

$$\cos 3 \psi = 0,$$

решение которого есть:

$$\psi = 30^\circ.$$

Следовательно, если расположим в картушке одну пару, тождественных в физическом и магнитном отношениях, стрелок параллельно линии ns и серединами симметрично относительно ее центра на расстоянии от последнего  $d = l \cdot \tan \psi$  и при том так, чтобы эквиполусы магнитной системы, находясь на одной окружности, составляли бы углы в  $30^\circ$ , отсчитанные по и против движений часовой стрелки от указанной линии, то после компенсации полукруговых сил не получим остаточной шестерной девиации.

И вообще, удовлетворив уравнению

$$\text{Cos } (2p + 1) \psi = 0, \dots \dots \dots (69)$$

будет уничтожена девиация порядка  $2 \cdot (2p + 1)$ , вызываемая действием на компас источников, обладающих как постоянным магнетизмом, так и возбужденным в мягком железе корабля вертикальной составляющей силы земли.

Не трудно убедиться, что условия уничтожения остаточной восьмерной и прочих девиаций порядков  $4 \cdot (p + 1)$  суть те же, что и для девиаций  $2 \cdot (2p + 1)$ . Действительно, заменив массу— $M$  (черт. 8.) материальной массой, обладающей возбужденным магнетизмом горизонтальной составляющей силы земли, придем к тем же уравнениям (69).

Итак, особым расположением одной симметричной пары стрелок можно одновременно уничтожить две из остаточных девиаций высших порядков, а именно: шестерную и восьмерную.

Соотношения коэффициентов ряда (67) нижеследующие:

$$\left. \begin{aligned} \frac{F'}{B'} &= \frac{(A_2 - A_4)}{(A_0 - A_2)} \cdot \frac{\text{Cos } 3\psi}{\text{Cos } \psi} \cdot \frac{\text{Cos } 3\varepsilon}{\text{Cos } \varepsilon}, & \frac{G'}{C'} &= \frac{(A_2 - A_4)}{(A_0 - A_2)} \cdot \frac{\text{Cos } 3\psi}{\text{Cos } \psi} \cdot \frac{\text{Sin } 3\varepsilon}{\text{Sin } \varepsilon}, \\ \frac{L'}{B'} &= \frac{(A_4 - A_6)}{(A_0 - A_2)} \cdot \frac{\text{Cos } 5\psi}{\text{Cos } \psi} \cdot \frac{\text{Cos } 5\varepsilon}{\text{Cos } \varepsilon}, & \frac{M'}{C'} &= \frac{(A_4 - A_6)}{(A_0 - A_2)} \cdot \frac{\text{Cos } 5\psi}{\text{Cos } \psi} \cdot \frac{\text{Sin } 5\varepsilon}{\text{Sin } \varepsilon}, \end{aligned} \right\} (70)$$

и т. д.,

где

$$A_{2n} - A_{2n+2} = \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots 4n+1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots 2n} \cdot \frac{1}{2^{2n}} \cdot \frac{r^{2n}}{R^{2n}} +$$

$$+ \sum_{p=1}^{p=\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots 2p-1}{1 \cdot 2 \cdot 3 \dots p} \cdot \frac{3 \cdot 5 \dots 4n+2p+1}{1 \cdot 2 \dots 2n+p+1} \cdot \frac{2n+1}{2^{2n+2p}} \cdot \frac{r^{2n+2p}}{R^{2n+2p}}$$

Если расположение стрелок в картушке компаса будет удовлетворять условиям уничтожения десятерной остаточной девиации, а следовательно и уравнению

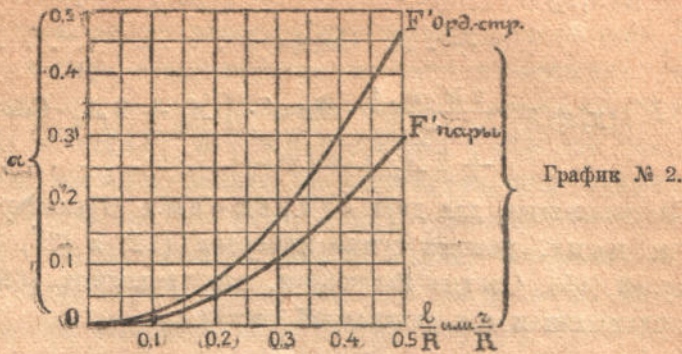
$$\text{Cos } 5\psi = 0,$$

где  $\psi = 18^\circ$ , то полагая угол  $\varepsilon$  равным 0 или  $\pi$ , на основании формул (70), можем составить таблицу изменения  $F'$ , выраженного в долях коэффициента  $B'$ :

$\frac{r}{R}$	Коэф.	$F'$
	0.05	0.003
	0.10	0.012
	0.20	0.047
	0.30	0.105
	0.40	0.187
	0.50	0.292

Таблица 2.

Руководствуясь таблицами 1-ой и 2-ой не трудно построить сравнительный график шестерных коэффициентов для ординарной стрелки и разбираемой магнитной системы:



Так, если  $B' = \pm 1$ , то для отношений  $\frac{l}{R}$  или  $\frac{r}{R}$  порознь равных 0,3 график дает

$$F_0' = \pm 0,17 \cdot B' = \pm 9^{\circ},7 \dots \text{(орд. стр.)}$$

и

$$F_1' = \pm 0,11 \cdot B' = \pm 6^{\circ},3 \dots \text{(одна пара).}$$

Удовлетворив всем условиям, связанным с уравнением

$$\text{Cos } 3\psi = 0,$$

вместо формулы (22), будем иметь

$$\left. \begin{aligned} \text{Sin } \delta = L' \cdot \text{Sin } 5 \zeta' + M' \cdot \text{Cos } 5 \zeta' + \\ + R' \cdot \text{Sin } 7 \zeta' + \dots \dots \dots \end{aligned} \right\} \dots \dots (71)$$

Заметим, что знаки коэффициентов высших порядков (68) зависят не только от полярности возмущающей массы и угла ее положения относительно главно-продольной плоскости компаса, но также и от знака  $\text{Cos } (2p + 1)\psi$ . Знаки же  $B'$  и  $C'$  от этого угла не зависят, а потому никаким расположением стрелок в картушке невозможно уничтожить полуциркулярную девиацию.

§ 2. Подвергнем, теперь, анализу картушку, магнитная система которой состоит из двух радиально расположенных стрелок симметрично относительно линии *ns* ее (чертеж 8).

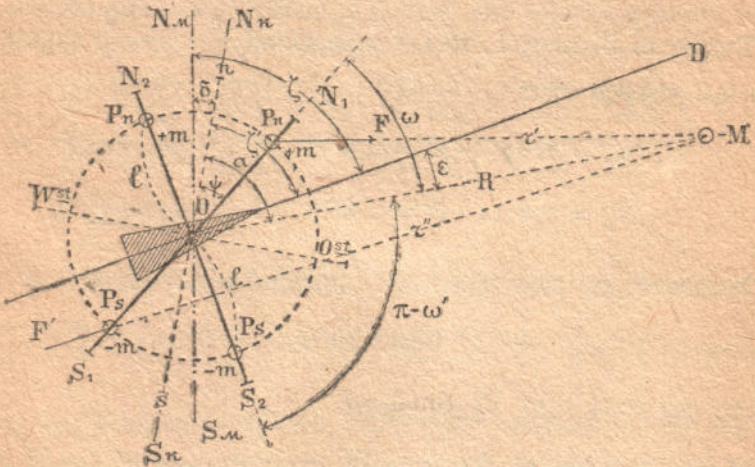
Возмущающая масса— $M$ , лежащая в плоскости магнитной системы, действуя на стрелки  $N_1 S_1$  и  $N_2 S_2$ , вызывает вращающие картушку моменты

$$F'_{\theta(N_1 S_1)} = \frac{2 M \cdot m \cdot l}{R^2} \cdot \sin \omega \cdot \left\{ A_0 + 2 A_2 \cdot \cos 2 \omega + \right. \\ \left. + 2 A_4 \cdot \cos 4 \omega + \dots \right\} \dots \dots \dots (72)$$

и

$$F'_{\theta(N_2 S_2)} = \frac{2 M \cdot m \cdot l}{R^2} \cdot \sin \omega' \cdot \left\{ A_0 + 2 A_2 \cdot \cos 2 \omega' + \right. \\ \left. + 2 A_4 \cdot \cos 4 \omega' + \dots \right\} \dots \dots \dots (73)$$

Следовательно, для двух одинаковых стрелок результирующий момент, равный сумме моментов (72) и (73), выражается формулой (65). Отсюда заключаем, что уравнения (69) являются справедливыми и для радиальной системы.



Чертеж 8.

Из чертежа (8) видно: линия  $ns$  картушки удерживается в меридиане лишь тождественностью стрелок в магнитном отношении. Но так как стрелки, при радиальном их расположении, обладают потенциальным вращающим картушку моментом, то нарушение указанного условия влечет за собой изменение положения магнитной оси системы относительно геометрической оси ее симметрии, согласно формуле

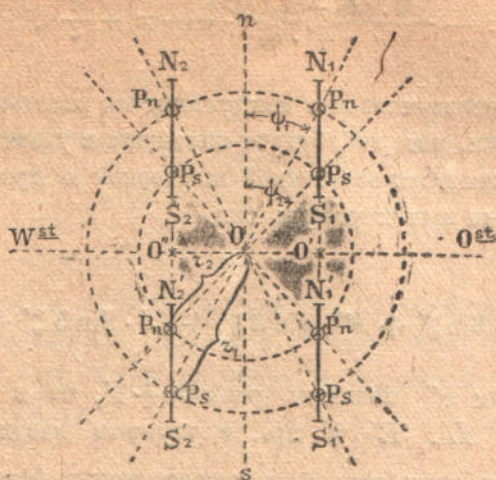
$$\sin \delta = \frac{(M_1 - M_2)}{M} \cdot \sin \psi, \dots \dots \dots (74)$$

где  $M_1$  и  $M_2$  магнитные моменты стрелок, в связи с чем появятся остаточные девиации порядков  $2 \cdot (2p + 1)$ , которые уничтожили особым расположением стрелок по правилам теории.





Коэффициенты  $a$  и  $b$  суть функции  $\frac{r_1}{R}$  и  $\frac{r_2}{R}$  и при том *определенные* для данного  $R$ .



Чертеж 10.

Отсюда вытекает, что остаточные девиации порядков  $2.(2p + 1)$  и  $4.(p + 1)$ , будучи раз уничтожены, вновь появятся при изменении  $R$ . Следовательно, расположение стрелок в картушке для уничтожения этих девиаций в каждом отдельном случае будет различно в зависимости от расстояния возмущающей массы до центра системы. Но на практике было бы затруднительно для каждого снабжения компаса иметь специальную картушку. Поэтому необходимо создать такую магнитную систему, чтобы остаточные девиации порядков  $2.(2p + 1)$  и  $4.(p + 1)$ , будучи раз уничтожены, не появлялись бы вновь. Это требование и будет выполнено при двух целых стрелках, расположенных радиально или параллельно линии  $ns$  системы.

Таким путем мы неизбежно приходим к заключению, что каждая симметричная пара должна состоять лишь из двух целых и прямых стрелок, расположение воих в картушке должно быть параллельно линии  $ns$  ее.

Это условие и приводит нас к необходимой компактности системы относительно ее центра, что имеет весьма существенное практическое значение.

§ 5. Пусть в плоскости магнитной системы катушки, на расстоянии  $R = 15$  см., находится южный полюс возмущающего последнего магнита, продолженная ось которого проходит через центр компаса (чертеж 11).

Пусть  $B' = - \frac{M \cdot (A_0 - A_2) \cdot \cos \varepsilon}{H' \cdot R_2} = + \frac{\pi}{4}$ , при чем угол  $\varepsilon = 0$ .

Вычислим, предварительно, междуполюсное расстояние  $2l_x$  такой компасной стрелки, которая, будучи помещена в указанные условия, не дала бы практически остаточной шестерной и прочих девиаций после компенсации полукруговых сил.

Имеем

$$\sin \delta = B' \cdot \sin \zeta' + F' \cdot \sin 3 \zeta' + L' \cdot \sin 5 \zeta' + \dots$$

Понятно, если  $F'$  положим равным  $+1'$ , то в таком случае коэффициентами  $L'$ ,  $R'$  и пр., в которые входит отношение  $\left(\frac{l_x}{R}\right)$  в степенях выше второй, и подавно можно будет пренебречь.

Формулы соотношений коэффициентов дают:

$$\frac{F'}{B'} = \frac{(A_2 - A_4)}{(A_0 - A_2)} \cdot \frac{\cos 3 \varepsilon}{\cos \varepsilon}$$

Ограничиваясь  $\left(\frac{l_x}{R}\right)^2$ , найдем

$$\frac{\frac{15}{8} \cdot \left(\frac{l_x}{R}\right)^2}{1 + \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{l_x}{R}\right)^2} = \frac{1}{2700};$$

откуда

$$l_x = \sqrt{4.85} = 2.2 \text{ м/м.}$$

Следовательно, междуполюсное расстояние стрелки не должно превосходить 4.4 м/м.

Вычислим, теперь, для тех-же заданий радиус  $r_x$  окружности экви-полюсов магнитной системы, состоящей из одной симметричной пары стрелок, расположение коих удовлетворяет уравнению

$$\cos 3 \psi = 0.$$

Имеем

$$\sin \delta = B' \cdot \sin \zeta' - L' \cdot \sin 5 \zeta' - R' \cdot \sin 7 \zeta' + \dots$$



Полагая  $L' = -1'$ , на основании соотношений коэффициентов, найдем

$$\frac{L'}{B'} = \frac{(A_4 - A_6)}{(A_0 - A_2)} \cdot \frac{\cos 5\psi}{\cos \psi} \cdot \frac{\cos 5\varepsilon}{\cos \varepsilon},$$

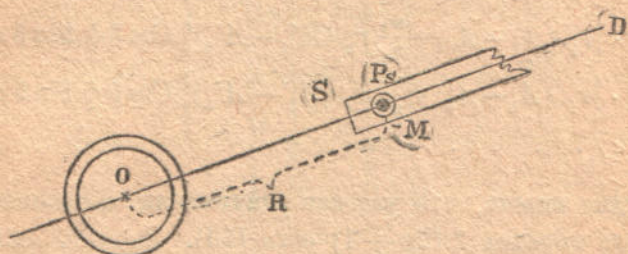
ограничиваясь  $\left(\frac{r_x}{R}\right)^4$ , получим

$$\frac{\frac{315}{128} \cdot \left(\frac{r_x}{R}\right)^4}{1 + \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{r_x}{R}\right)^2 + \frac{15}{64} \cdot \left(\frac{r_x}{R}\right)^4} = \frac{1}{2700},$$

откуда

$$r_x = 17 \cdot 3 \text{ м/м.}$$

Итак, картежке с одной симметричной парой стрелок, диаметр окружности эквиполусов магнитной системы коей равен 34,6 м/м, имеем эквивалентную ординарную стрелку с междуполосным расстоянием в 4.4 м/м.



Чертеж 11.

Этот замечательный вывод показывает, что имеется возможность построить большой магнит эквивалентный, в отношении коэффициентов остаточных девиаций высших порядков, весьма малой стрелке.

Следовательно, симметричная пара, при данных выше заданиях, поведет себя как ординарная стрелка, междуполосное расстояние коей в 8 раз меньше диаметра системы двух одинаковых стрелок.

Если потребный магнитный момент картежки выходит за тот предел, которому на практике возможно удовлетворить ординарной стрелкой такой длины, чтобы у компаса не наблюдалось остаточных девиаций высших порядков, то и надлежит перейти на систему с симметричной парой эквивалентной данной стрелке.

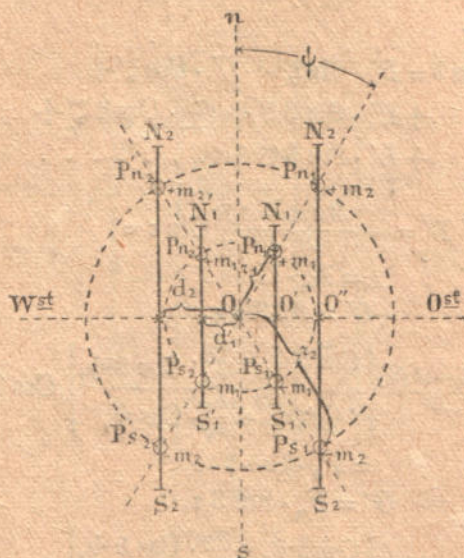


и

$$b' = m_2 \cdot r_2 \cdot (A'_{2n} - A'_{2n+2}),$$

при чем коэффициенты  $a'$  и  $b'$  суть функции определенные для данного  $R$ .

Но такая конструкция системы не может иметь место на практике вследствие очевидного недостатка, а именно, зависимости расположения стрелок в картушке от переменного  $R$ , или иначе говоря, от каждого частного случая снабжения компаса магнитами и массами мягкого железа.



Чертеж 12.

Итак, чтобы расположение стрелок, как таковое, было независимо от положения относительно компаса возмущающих его источников, то эквиполусы магнитной системы, состоящей из двух и вообще произвольного числа симметричных пар стрелок, должны находиться на одной окружности, центр коей совпадает с центром картушки (чертеж 13).

Теперь, формула (79) примет вид

$$F_0 = \frac{4M \cdot m_1 \cdot r}{R^2} \cdot (A_0 - A_2) \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left( \cos \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \cos \psi_2 \right) \cdot \sin \alpha + \\ & + \frac{4M \cdot m_1 \cdot r}{R^2} \cdot (A_2 - A_4) \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left( \cos 3 \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \cos 3 \psi_2 \right) \cdot \sin 3 \alpha + \\ & + \frac{4M \cdot m_1 \cdot r}{R^2} \cdot (A_4 - A_6) \cdot \left\{ \begin{aligned} & \left( \cos 5 \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \cos 5 \psi_2 \right) \cdot \sin 5 \alpha + \\ & + \dots \end{aligned} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \cdot (81)$$

и на основании (66) будем иметь

$$\begin{aligned} \text{Sin } \delta = & -\frac{M}{H'' \cdot R^2} \cdot (A_0 - A_2) \cdot \text{Sin } (\zeta' + \varepsilon) - \\ & -\frac{M}{H'' \cdot R^2} \cdot (A_2 - A_4) \cdot \left\{ \frac{\text{Cos } 3 \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \text{Cos } 3 \psi_2}{\text{Cos } \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \text{Cos } \psi_2} \right\} \cdot \text{Sin } 3 (\zeta' + \varepsilon) - \\ & -\frac{M}{H'' \cdot R_1} \cdot (A_4 - A_6) \cdot \left\{ \frac{\text{Cos } 5 \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \text{Cos } 5 \psi_2}{\text{Cos } \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \text{Cos } \psi_2} \right\} \cdot \text{Sin } 5 (\zeta' + \varepsilon) - \\ & \dots \dots \dots \end{aligned} \quad (82)$$

или

$$\begin{aligned} \text{Sin } \delta = & B' \cdot \text{Sin } \zeta' + C' \cdot \text{Cos } \zeta' + \\ & + F' \cdot \text{Sin } 3 \zeta' + G' \cdot \text{Cos } 3 \zeta' + \\ & + L' \cdot \text{Sin } 5 \zeta' + \dots \dots \dots \end{aligned}$$

где:

$$\begin{aligned} B' = & -\frac{M \cdot (A_0 - A_2)}{H'' \cdot R^2} \cdot \text{Cos } \varepsilon = \\ & = B_0 \cdot \text{Cos } \varepsilon, \\ C' = & B_0 \cdot \text{Sin } \varepsilon, \\ F' = & -\frac{M \cdot (A_2 - A_4)}{H'' \cdot R^2} \cdot \left\{ \frac{\text{Cos } 3 \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \text{Cos } 3 \psi_2}{\text{Cos } \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \text{Cos } \psi_2} \right\} \cdot \text{Cos } 3 \varepsilon = \\ & = F_0 \cdot \text{Cos } 3 \varepsilon, \\ G' = & F_0 \cdot \text{Sin } 3 \varepsilon, \\ L' = & -\frac{M \cdot (A_4 - A_6)}{H'' \cdot R^2} \cdot \left\{ \frac{\text{Cos } 5 \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \text{Cos } 5 \psi_2}{\text{Cos } \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \text{Cos } \psi_2} \right\} \cdot \text{Cos } 5 \varepsilon = \\ & = L_0 \cdot \text{Cos } 5 \varepsilon, \\ M' = & L_0 \cdot \text{Sin } 5 \varepsilon \end{aligned} \quad (83)$$

и т. д.

Условием уничтожения остаточной девиации порядка  $2 \cdot (2p + 1)$  будет

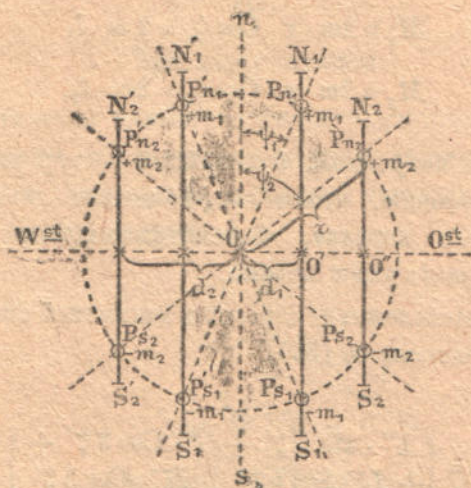
$$\text{Cos } (2p + 1) \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \text{Cos } (2p + 1) \psi_2 = 0 \dots \dots \dots (84)$$

Из формулы (81) видно, что удовлетворив уравнениям

$$\left. \begin{aligned} \text{Cos } 3 \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \text{Cos } 3 \psi_2 = 0 \\ \text{Cos } 5 \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \text{Cos } 5 \psi_2 = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (85)$$

можно одновременно уничтожить остаточные девиации двух первых  $2.(2p + 1)$  порядков, т. е. шестерную и десятерную. Следовательно, это расположение стрелок в картушке есть *наивыгоднейшее в магнитном отношении.*

Уравнения (85) имеют бесчисленное множество решений для углов  $\psi_1$  и  $\psi_2$  в пределах между  $0$  и  $\frac{\pi}{2}$ , при чем эти углы зависят от коэффициента  $\frac{m_1}{m_2}$ , характеризующего отношение масс эквиполюсов крайней и основной стрелок данных симметричных пар. Но заметим, что не все эти решения могут иметь место на практике.



Чертеж 13.

Очевидно (Гл. I, от. I, § 4), если вблизи компаса будут сосредоточены материальные массы мягкого железа, компентирующие четвертную девиацию, то уравнения (85) справедливы и для первых двух остаточных девиаций высших порядков  $4.(p + 1)$ , т. е. восьмерной и двенадцатерной.

§ 3. Если магнитные массы, сосредоточенные в эквиполюсах стрелок, будут равны между собой, то уравнения (85) примут вид

$$\left. \begin{aligned} \cos 3 \psi_1 + \cos 3 \psi_2 &= 0 \\ \cos 5 \psi_1 + \cos 5 \psi_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (86)$$

совокупное решение коих дает

$$\psi_1 = 12^\circ \text{ и } \psi_2 = 48^\circ.$$

Теперь, положение средин стрелок на линии  $OW^{st}$  катушки определяется из формул

$$d_1 = r \cdot \sin \psi_1 = l_1 \cdot \operatorname{tang} \psi_1$$

и

$$d_2 = r \cdot \sin \psi_2 = l_2 \cdot \operatorname{tang} \psi_2,$$

при чем каждая симметричная пара должна быть рассчитана так, чтобы магнитный момент системы, выражаясь формулой

$$\mathfrak{M} = 2 \cdot (M_1 + M_2),$$

где:

$$M_1 = 2m \cdot r \cdot \cos \psi_1 = 2m \cdot l_1$$

и

$$M_2 = 2m \cdot r \cdot \cos \psi_2 = 2m \cdot l_2,$$

был практически потребный, а линейный размер радиуса  $r$  должен удовлетворять условию, чтобы коэффициенты первой остаточной девиации высшего порядка, неуничтожающейся расположением стрелок, были практически нулями.

§ 4. Пусть расположение стрелок в магнитной системе катушки удовлетворяет уравнениям (86).

Имеем

$$\sin \delta = \left\{ \begin{array}{l} F' \cdot \sin 3 \zeta' + G' \cdot \cos 3 \zeta' + \\ + L' \cdot \sin 5 \zeta' + M' \cdot \cos 5 \zeta' \end{array} \right\} = 0$$

и следовательно

$$\sin \delta = B' \cdot \sin \zeta' + R' \cdot \sin 7 \zeta' + \dots$$

Определим: какой наибольший линейный размер может иметь радиус  $r_x$  окружности эквиполусов данной системы, поставленной в условия указанные в п. I § 5, чтобы у компаса не наблюдалось остаточных девиаций высших порядков.

Воспользуемся для этого соотношением нижеследующих коэффициентов

$$\frac{R'}{B'} = \frac{(A_6 - A_8)}{(A_0 - A_2)} \cdot \left\{ \frac{\cos 7 \psi_1 + \cos 7 \psi_2}{\cos \psi_1 + \cos \psi_2} \right\} \cdot \frac{\cos 7 \varepsilon}{\cos \varepsilon}$$

Полагая в этой формуле  $R' = +1'$  и ограничиваясь  $\left(\frac{r_x}{R}\right)^6$ , получим

$$r_x = 37.1 \text{ м/м.}$$

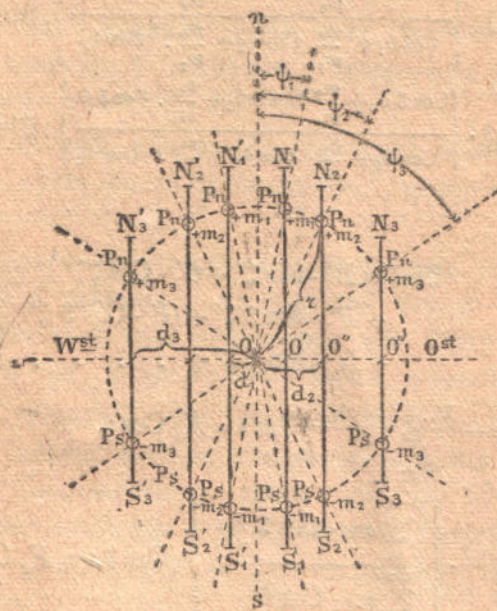
Отсюда видим, что разбираемая система эквивалентна не только весьма малой ординарной стрелке, но и одной симметричной паре, а именно, с диаметром окружности эквиполусов в 2,2 раза меньшим.

Итак, правильно рассчитанная магнитная система катушки с двумя симметричными парами поведет себя, в отношении коэффициентов остаточных девиаций высших порядков, как ординарная стрелка, примерно, в 17 раз меньшая.

### III.

#### Три пары стрелок.

§ 1. Практически наиболее выгодным расположением в катушке параллельно линии  $ns$  ее трех симметричных пар стрелок является именно то, когда эквиполусы магнитной системы будут находиться на одной окружности (чертеж 14).



Чертеж 14.

Пусть в точке  $M$ , на расстоянии  $R$  от центра системы, находится южный полюс магнита, лежащего в плоскости катушки, при чем продолженная ось последнего проходит через центр компаса, составляя с главно-продольной плоскостью его угол  $\epsilon$ .

Очевидно, вращающий картушку момент, от действия на стрелки ее системы этого полюса, выразится

$$\begin{aligned}
 F_{\theta} = & \frac{4M \cdot m_1 \cdot r}{R^2} \cdot (A_0 - A_2) \cdot \left\{ \cos \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \cos \psi_2 + \right. \\
 & \left. + \frac{m_3}{m_1} \cdot \cos \psi_3 \right\} \cdot \sin \alpha + \\
 & + \frac{4M \cdot m_1 \cdot r}{R^2} \cdot (A_2 - A_4) \cdot \left\{ \cos 3 \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \cos 3 \psi_2 + \right. \\
 & \left. + \frac{m_3}{m_1} \cdot \cos 3 \psi_3 \right\} \cdot \sin 3 \alpha + \\
 & + \frac{4M \cdot m_1 \cdot r}{R^2} \cdot (A_4 - A_6) \cdot \left\{ \cos 5 \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \cos 5 \psi_2 + \right. \\
 & \left. + \frac{m_3}{m_1} \cdot \cos 5 \psi_3 \right\} \cdot \sin 5 \alpha + \\
 & + \dots
 \end{aligned} \quad (87)$$

и на основании (66) будем иметь

$$\begin{aligned}
 \sin \delta = & -\frac{M}{H'' \cdot R^2} (A_0 - A_2) \cdot \sin (\zeta' + \varepsilon) - \\
 & -\frac{M}{H'' \cdot R^2} \cdot (A_2 - A_4) \cdot \left\{ \frac{\cos 3 \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cos 3 \psi_2 + \frac{m_3}{m_1} \cdot \cos 3 \psi_3}{\cos \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cos \psi_2 + \frac{m_3}{m_1} \cdot \cos \psi_3} \right\} \cdot \sin 3 (\zeta' + \varepsilon) - \\
 & -\frac{M}{H'' \cdot R^2} \cdot (A_4 - A_6) \cdot \left\{ \frac{\cos 5 \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \cos 5 \psi_2 + \frac{m_3}{m_1} \cdot \cos 5 \psi_3}{\cos \psi_1 + \frac{m_2}{m_1} \cdot \cos \psi_2 + \frac{m_3}{m_1} \cdot \cos \psi_3} \right\} \cdot \sin 5 (\zeta' + \varepsilon) - \\
 & - \dots
 \end{aligned} \quad (88)$$

или

$$\begin{aligned}
 \sin \delta = & B' \cdot \sin \zeta' + C' \cdot \cos \zeta' \\
 & + F' \cdot \sin 3 \zeta' + G' \cdot \cos 3 \zeta' \\
 & + L' \cdot \sin 5 \zeta' + \dots
 \end{aligned}$$

где:

$$\begin{aligned}
 B' = & -\frac{M \cdot (A_0 - A_2)}{H'' \cdot R^2} \cdot \cos \varepsilon = B_0 \cdot \cos \varepsilon, \\
 C' = & B_0 \cdot \sin \varepsilon, \\
 F' = & -\frac{M \cdot (A_2 - A_4)}{H'' \cdot R^2} \cdot \left[ \frac{\sum_{i=1}^3 m_i \cdot \cos 3 \psi_i}{\sum_{i=1}^3 m_i \cdot \cos \psi_i} \right] \cdot \cos 3 \varepsilon = F_0 \cdot \cos 3 \varepsilon, \\
 G' = & F_0 \cdot \sin 3 \varepsilon, \\
 L' = & -\frac{M \cdot (A_4 - A_6)}{H'' \cdot R^2} \cdot \left[ \frac{\sum_{i=1}^3 m_i \cdot \cos 5 \psi_i}{\sum_{i=1}^3 m_i \cdot \cos \psi_i} \right] \cdot \cos 5 \varepsilon = L_0 \cdot \cos 5 \varepsilon, \\
 M' = & L_0 \cdot \sin 5 \varepsilon
 \end{aligned} \quad (89)$$

и т. д.



Из формулы (89) видно, что такая магнитная система дает возможность, особым расположением в ней стрелок, одновременно уничтожить три первые остаточные девиации высших порядков  $2 \cdot (2p + 1)$ . Для этого надлежит эквиполюсы стрелок разместить под углами в линии *из* картушки, удовлетворяющими каждому из нижеследующих трех уравнений

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^{i=3} m_i \cdot \cos 3 \psi_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^{i=3} m_i \cdot \cos 5 \psi_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^{i=3} m_i \cdot \cos 7 \psi_i &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (90)$$

Эти уравнения имеют бесчисленное множество решений для углов  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  и  $\psi_3$  в пределах между 0 и  $\frac{\pi}{2}$ .

Заметим:

1) Первое из уравнений (90) есть условие уничтожения шестерной остаточной девиации, второе—десятерной и третье—четырнадцатерной;

2) Каждое из них, как таковое для трех симметричных пар стрелок, имеет право на самостоятельное существование независимо от других;

3) Наивыгоднейшее в магнитном отношении есть то расположение стрелок в картушке, которое как раз и отвечает совокупному решению всех трех уравнений, ибо будут одновременно уничтожены все три, перечисленные выше, девиации.

Не трудно убедиться, что заменив возмущающий картушку компаса магнит массой мягкого железа, придем к тем же уравнениям (90). Следовательно, тремя парами стрелок можно одновременно уничтожить три первые остаточные девиации порядков  $4 \cdot (p + 1)$ , т. е. восьмерную, двенадцатерную и шестнадцатерную.

§ 2. Если магнитные массы, сосредоточенные в эквиполюсах стрелок, будут равны между собой, то уравнения (90) примут вид:

$$\left. \begin{aligned} \cos 3 \psi_1 + \cos 3 \psi_2 + \cos 3 \psi_3 &= 0 \\ \cos 5 \psi_1 + \cos 5 \psi_2 + \cos 5 \psi_3 &= 0 \\ \cos 7 \psi_1 + \cos 7 \psi_2 + \cos 7 \psi_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (91)$$



плоских кривых, соответствующих данному переменному одному из углов, затем: не всякая точка пересечения трех кривых этих уравнений отвечает совокупному их решению.

Приведем, теперь, схему вычисления точек кривых зависимости двух углов.

В нижеследующих таблицах идем через *каждые 5°* начиная с 0°, дабы не пропустить ни одного из корней данных уравнений.

*Первое приближение.*

$\psi_1$	$\text{Cos } 3 \psi_1$	$\text{Cos } 5 \psi_1$	$\text{Cos } 7 \psi_1$
0°			
5			
10			
.			
90			

Таблица А<sub>1</sub>  
(Основная).

$$\sum_{i=1}^{i=3} \text{Cos } 3 \psi_i = 0.$$

$\psi_2$	$\text{Cos } 3 \psi_2$	$\text{Cos } 3 \psi_1 + \text{Cos } 3 \psi_2$	$\text{Cos } 3 \psi_3$	$\psi_3$
0°				
5				
10				
.				
90				

Табл. Б<sub>1</sub>.

$$\sum_{i=1}^{i=3} \text{Cos } 5 \psi_i = 0.$$

$\psi_2$	$\text{Cos } 3 \psi_2$	$\text{Cos } 5 \psi_1 + \text{Cos } 5 \psi_2$	$\text{Cos } 5 \psi_3$	$\psi_3$
0°				
5				
10				
.				
90				

Табл. В<sub>1</sub>.

$$\sum_{i=1}^{i=3} \text{Cos } 7 \psi_i = 0.$$

$\psi_2$	$\text{Cos } 7 \psi_2$	$\text{Cos } 7 \psi_1 + \text{Cos } 7 \psi_2$	$\text{Cos } 7 \psi_3$	$\psi_3$
0°				
5				
10				
.				
90				

Табл. Г<sub>1</sub>.

Подставляя  $\text{Cos } (2p+1)\psi_1$  из таблицы А<sub>1</sub> в таблицы В<sub>1</sub>, В<sub>1</sub> и Г<sub>1</sub> и вычислив, для данного значения  $\psi_2$ , угол  $\psi_3$ , делаем графическое построение зависимостей углов  $\psi_2$  и  $\psi_3$  для каждого из уравнений.

Графике покажет, что при изменении угла  $\psi_1$  от 0 до  $\frac{\pi}{2}$ , кривые зависимостей углов  $\psi_2$  и  $\psi_3$  могут пересечься лишь только в шести точках. Сгруппировав в таблицу приближенные координаты возможных совокупных решений данных уравнений, получим

$\psi_1$	№№ точек.	$\psi_2$	$\psi_3$
11° — 13°	1	26° — 28°	55° — 57°
	2	55 — 57	26 — 28
26 — 28	3	11 — 13	55 — 57
	4	55 — 57	11 — 13
55 — 57	5	11 — 13	26 — 28
	6	26 — 28	11 — 13

В силу неравенств (92) заключаем, что уравнения (91) имеют одно решение для разбираемой конструкции магнитной системы катушки, а потому исследуем лишь одну из шести вышеуказанных точек перечений линий зависимости углов.

Пусть угол  $\psi_2$  будет последовательно получать значения  $26^\circ$ ,  $27^\circ$  и  $28^\circ$ . Вычислим линии, соответствующие уравнениям, для угла:

$$\frac{\psi_3}{55^\circ, 56^\circ, 57^\circ}$$

Сделав построение, будем иметь график второго приближения. Затем, сообразуясь с движениями точек совокупных решений первого со вторым и второго с третьим уравнений, намечаем координаты совместного решения *всех* трех уравнений.

Продолжая далее подобные построения, получим нижеследующую таблицу последовательных приближений:

№ приближений.	$\psi_1$	$\psi_2$	$\psi_3$
1	$11^\circ-13^\circ$	$26^\circ-28^\circ$	$55^\circ-57^\circ$
2	$11^\circ_{30}'-11^\circ_{50}'$	$26^\circ_{50}'-27^\circ_{10}'$	$55^\circ_{50}'-56^\circ_{10}'$
3	$11^\circ_{40}'-11^\circ_{41}'$	$26^\circ_{56}'-26^\circ_{57}'$	$56^\circ_3'-56^\circ_4'$
4	$11^\circ_{40}'\cdot 18$	$26^\circ_{56}'\cdot 33$	$56^\circ_3'\cdot 46$

Приведем, теперь, вычисления графика 4-го приближения и докажем *совместность* решаемых уравнений (91).

$\psi_2$	$\text{Cos } 3 \psi_2$	$\text{Cos } 5 \psi_2$	$\text{Cos } 7 \psi_2$
$\psi_2' = 26^\circ 56\frac{1}{2}$	+0.1597	-0.7032	-0.9889
$\psi_2'' = 26^\circ 56\frac{1}{5}$	+0.1595	-0.7035	-0.9888

} Таблица А<sub>4</sub>  
(основная).

$$\sum_{i=1}^{i=3} \text{Cos } 3 \psi_i = 0.$$

$\psi_3$	$\text{Cos } 3 \psi_3$	$\text{Cos } 3 \psi_2 + \text{Cos } 3 \psi_3$	$\text{Cos } 3 \psi_1$	$\psi_1$
$\psi_3' = \begin{cases} 56^\circ 3' \\ > 4 \end{cases}$	$\begin{cases} -0.9786 \\ -0.9788 \end{cases}$	$\begin{cases} (+0.1597)+(-0.9786) \\ (+0.1597)+(-0.9788) \end{cases}$	$\begin{cases} +0.8189 \\ +0.8191 \end{cases}$	$\begin{cases} 11^\circ_{40}'\cdot 6 \\ > 40\cdot 2 \end{cases} = \psi_1'$
$\psi_3'' = \begin{cases} 56^\circ 3' \\ > 4 \end{cases}$	$\begin{cases} -0.9786 \\ -0.9788 \end{cases}$	$\begin{cases} (+0.1595)+(-0.9786) \\ (+0.1595)+(-0.9788) \end{cases}$	$\begin{cases} +0.8191 \\ +0.8193 \end{cases}$	$\begin{cases} 11^\circ_{40}'\cdot 2 \\ > 39\cdot 2 \end{cases} = \psi_1''$

} Табл. Б<sub>4</sub>.

$$\sum_{i=1}^{i=3} \text{Cos } 5 \psi_i = 0.$$

$\psi_3$	$\text{Cos } 5 \psi_3$	$\text{Cos } 5 \psi_2 + \text{Cos } 5 \psi_3$	$\text{Cos } 5 \psi_1$	$\psi_1$
$\psi'_3 = \begin{cases} 56^\circ 3' \\ > 4 \end{cases}$	$\begin{cases} +0.1779 \\ +0.1794 \end{cases}$	$\begin{cases} (-0.7032) + (+0.1779) \\ (-0.7032) + (+0.1794) \end{cases}$	$\begin{cases} +0.5253 \\ +0.5238 \end{cases}$	$\begin{cases} 11^\circ 39'.8 \\ > 41.0 \end{cases} = \psi'_1$
$\psi''_3 = \begin{cases} 56^\circ 3' \\ > 4 \end{cases}$	$\begin{cases} +0.1779 \\ +0.1794 \end{cases}$	$\begin{cases} (-0.7035) + (+0.1779) \\ (-0.7035) + (+0.1794) \end{cases}$	$\begin{cases} +0.5256 \\ +0.5241 \end{cases}$	$\begin{cases} 11^\circ 39'.5 \\ > 40.7 \end{cases} = \psi''_1$

Табл.  
B<sub>4</sub>.

$$\sum_{i=1}^{i=3} \text{Cos } 7 \psi_i = 0.$$

$\psi_3$	$\text{Cos } 7 \psi_3$	$\text{Cos } 7 \psi_2 + \text{Cos } 7 \psi_3$	$\text{Cos } 7 \psi_1$	$\psi_1$
$\psi'_3 = \begin{cases} 56^\circ 3' \\ > 4 \end{cases}$	$\begin{cases} +0.8448 \\ +0.8437 \end{cases}$	$\begin{cases} (-0.9889) + (+0.8448) \\ (-0.9889) + (+0.8437) \end{cases}$	$\begin{cases} +0.1441 \\ +0.1452 \end{cases}$	$\begin{cases} 11^\circ 40'.4 \\ > 39.8 \end{cases} = \psi'_1$
$\psi''_3 = \begin{cases} 56^\circ 3' \\ > 4 \end{cases}$	$\begin{cases} +0.8448 \\ +0.8437 \end{cases}$	$\begin{cases} (-0.9888) + (+0.8448) \\ (-0.9888) + (+0.8437) \end{cases}$	$\begin{cases} +0.1430 \\ +0.1451 \end{cases}$	$\begin{cases} 11^\circ 40'.5 \\ > 39.9 \end{cases} = \psi''_1$

Табл.  
Г<sub>4</sub>.

Воспользовавшись данными таблиц B<sub>4</sub>, B<sub>4</sub> и Г<sub>4</sub>, делаем графическое построение шести вычисленных линий зависимостей углов  $\psi_1$  и  $\psi_3$ .

Таким путем, получаем график 4-го приближения (стр. 53).

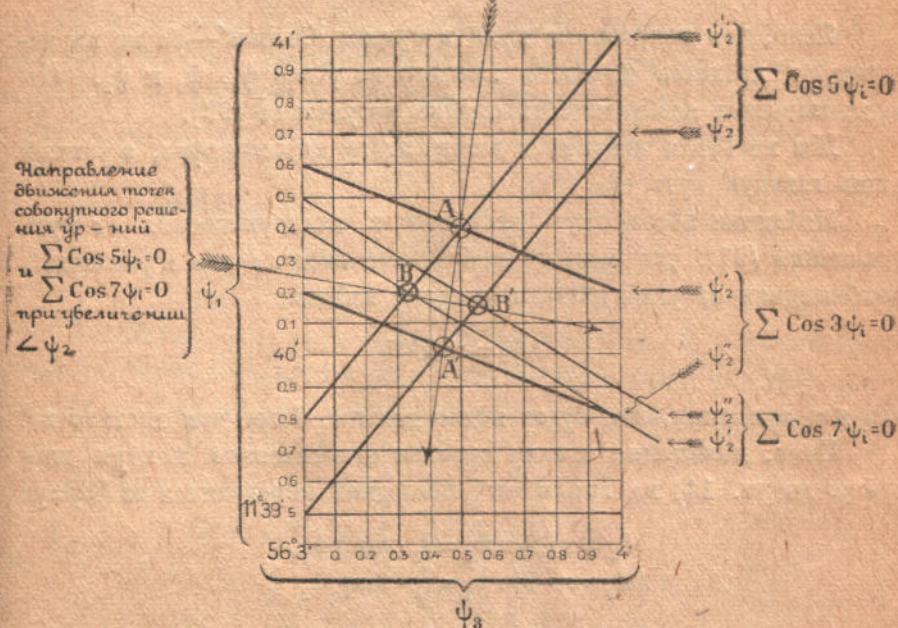
Рассматривая этот график мы приходим к заключению, что с увеличением угла  $\psi_2$ , точки совокупных решений уравнений 1-го со вторым перемещаются по направлению от точки A к A', а точки—2-го с 3-м от B к B'. Но так как точка A, при переходе в A', не может миновать линии BB', чтобы не пересечь ее при общем значении угла  $\psi_2$  для двух систем уравнений, то, на основании леммы 2-й, решаемые уравнения совместны. Что и требовалось доказать.

Сняв с графика координаты точки пересечения линий  $AA'$  и  $BB'$ , найдем углы  $\psi_1$  и  $\psi_3$ . Подставляя эти углы в то уравнение, которое больше всего уклоняется от нуля при незначительных изменениях угла  $\psi_2$ , получим ответ:

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= 11^\circ 40' 18'' \\ \psi_2 &= 26^\circ 56' 33'' \\ \psi_3 &= 56^\circ 3' 46'' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (93)$$

График 4<sup>го</sup> приближения.

Направление движения точек совокупного решения ур-ний  $\sum \text{Cos} 3\psi_i$  и  $\sum \text{Cos} 5\psi_i$  при увеличении  $\angle \psi_2$



Проверяя этот результат подстановкой углов в уравнения (91), будем иметь:

$\psi_1 = 11^\circ 40' 2''$	$3\psi_1 = 35^\circ 0' 6''$	$\text{Cos } 3\psi_1 = +0.8191$
$\psi_2 = 26^\circ 56' 3''$	$3\psi_2 = 80^\circ 48' 9''$	$\text{Cos } 3\psi_2 = +0.1596$
$\psi_3 = 56^\circ 3' 5''$	$3\psi_3 = 168^\circ 10' 5''$	$\text{Cos } 3\psi_3 = -0.9787$
$\sum$		$\text{Cos } 3\psi_i = 0.0000$

(94)

$\psi_1 = 11^\circ 40' 2$	$5 \psi_1 = 58^\circ 21' 0$	$\text{Cos } 5 \psi_1 = +0.5246$	} . . (94)
$\psi_2 = 26^\circ 56' 3$	$5 \psi_2 = 134^\circ 41' 5$	$\text{Cos } 5 \psi_2 = -0.7033$	
$\psi_3 = 56^\circ 3' 5$	$5 \psi_3 = 280^\circ 17' 5$	$\text{Cos } 5 \psi_3 = +0.1787$	
$\sum$		$\text{Cos } 5 \psi_i = 0.0000$	
$\psi_1 = 11^\circ 40' 2$	$7 \psi_1 = 81^\circ 41' 4$	$\text{Cos } 7 \psi_1 = +0.1445$	
$\psi_2 = 26^\circ 56' 3$	$7 \psi_2 = 188^\circ 34' 1$	$\text{Cos } 7 \psi_2 = -0.9888$	
$\psi_3 = 56^\circ 3' 5$	$7 \psi_3 = 392^\circ 24' 5$	$\text{Cos } 7 \psi_3 = +0.8443$	
$\sum$		$\text{Cos } 7 \psi_i = 0.0000$	

Ясно, что полученные нули в суммах Cosinus'—ов не характеризуют пределов точности каждого из углов  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  и  $\psi_3$ . Отсюда вытекает необходимость оценки результата (93).

Мы не будем входить в детали этого исследования, а укажем лишь главную суть его.

Наблюдая абсолютную величину и знак уклонения от нуля уравнений (91), для каждого небольшого отступления в различных комбинациях от углов (93), в среднем найдем:

$$\Delta \psi_i = \pm 0'05,$$

что для практики, как будет видно дальше, более чем достаточно.

Итак, положение средин стрелок относительно центра катушки (черт. 14) на линии  $ow^{st}$  последней определится из формул

$$d_1 = r \cdot \text{Sin } \psi_1 = l_1 \cdot \text{tang } \psi_1,$$

$$d_2 = r \cdot \text{Sin } \psi_2 = l_2 \cdot \text{tang } \psi_2$$

и

$$d_3 = r \cdot \text{Sin } \psi_3 = l_3 \cdot \text{tang } \psi_3,$$

при чем, опять-таки, каждая симметричная пара должна быть рассчитана так, чтобы магнитный момент системы:

$$\mathfrak{M} = 2 \cdot (M_1 + M_2 + M_3),$$

где:

$$M_1 = 2 m \cdot r \cdot \text{Cos } \psi_1 = 2 m \cdot l_1,$$

$$M_2 = 2 m \cdot r \cdot \text{Cos } \psi_2 = 2 m \cdot l_2,$$

и

$$M_3 = 2 m \cdot r \cdot \text{Cos } \psi_3 = 2 m \cdot l_3,$$



был практически потребный, а линейный размер радиуса должен быть таким, чтобы у компаса не наблюдалось остаточных девиаций высших порядков от ближайших, возмущающих его картушку, источников магнетизма корабля, компенсируемых как магнитами уничтожителями, так и массами мягкого железа.

§ 3. Пусть расположение трех симметричных пар стрелок в картушке удовлетворяет уравнениям (91), т. е.

$$\sin \delta = \begin{cases} F' \cdot \sin 3 \zeta' + G' \cdot \cos 3 \zeta' + \\ + L' \cdot \sin 5 \zeta' + M' \cdot \cos 5 \zeta' + \\ + R' \cdot \sin 7 \zeta' + S' \cdot \cos 7 \zeta' \end{cases} = 0$$

Предположим, что возмущающая масса, обладающая постоянным магнетизмом южной полярности, находится на расстоянии  $R = 150$  м/м. от центра компаса и лежит на уровне шпильки в главно-продольной его плоскости, составляя с последней угол  $\varepsilon = 0$ .

Пусть коэффициент

$$B' = - \frac{M \cdot (A_0 - A_2) \cdot \cos \varepsilon}{H' \cdot R^2} = + \frac{\pi}{4}$$

Определим для этих условий тот наибольший, допустимый, линейный размер радиуса  $r_x$  окружности эквиполюсов системы, при котором, первая из неуничтожающихся девиаций высших порядков, будет практически нулем.

В общем случае имеем

$$\sin \delta = B' \cdot \sin \zeta' - V' \cdot \sin 9 \zeta' + \dots,$$

где:

$$\frac{V'}{B'} = \frac{(A_8 - A_{10})}{(A_0 - A_2)} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{i=3} \cos 9 \psi_i}{\sum_{i=1}^{i=3} \cos \psi_i} \cdot \frac{\cos 9 \varepsilon}{\cos \varepsilon}$$

Но  $\varepsilon = 0$ , поэтому, полагая  $V' = -1'$  и ограничиваясь отношением  $\left(\frac{r_x}{R}\right)^8$ , получим уравнение, связывающее радиус системы с расстоянием  $R$ :

$$\frac{A_8}{A_0 - A_2} \cdot \frac{\sum_{i=1}^{i=3} \cos 9 \psi_i}{\sum_{i=1}^{i=3} \cos \psi_i} = \frac{1}{2700}$$

или

$$1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} \left(\frac{r_x}{R}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{7}{6}\right)^2 \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{40} \cdot \left(\frac{r_x}{R}\right)^8 \cdot \frac{15356}{24295} = \frac{1}{2700}$$

Решая его последовательным приближением, найдем:

$$r_x = 51.6 \text{ м/м.}$$

Так как задания, для которых мы рассчитали радиус магнитной системы, состоящей из 3-х симметричных пар стрелок, суть те-же, что и в п. I § 5, то на этом основании заключаем: *данная катушка поведет себя, в отношении коэффициентов остаточных девиаций высших порядков, как таковые:*

1) *С ординарной стрелкой, половина междуполюсного расстояния коей в 23.5 раза меньше  $r_x$ ;*

2) *С одной симметричной парой, радиус окружности эквиполлюсов коей в 3 раза меньше  $r_x$ ;*

3) *С двумя симметричными парами стрелок, расположенных наиболее в магнитном отношении, радиус системы коей в 1.4 раза меньше  $r_x$ .*

Очевидно, эти соотношения систем относятся к случаю одного и того-же численного значения коэффициента  $B'$  для различных конструкций катушек, между которыми проводилась параллель.

Но, чтобы судить об эквивалентности систем в одних и тех-же магнитных условиях, надлежит принять во внимание изменение коэффициента  $B'$  с увеличением линейного размера радиуса окружности эквиполлюсов. Таким образом, указанные выше соотношения, являются лишь первым приближением при одинаковых магнитных условиях. Поясним сказанное на примере.

Предварительно напомним, что коэффициент  $B'$  состоит из двух частей: первая есть функция  $\frac{M \cdot \cos \varepsilon}{H^2 \cdot R^2}$ , а вторая — суммы четных степеней отношений  $\left(\frac{l}{R}\right)$  или  $\left(\frac{r}{R}\right)$ , т.е.

$$B' = \mathfrak{B}' + \sum_{i=1}^{\infty} \Delta_i \mathfrak{B}' \dots \dots \dots (95)$$

где:

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{l}{R}\right)^2, \\ \Delta_2 &= \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{1}{12} \cdot \left(\frac{l}{R}\right)^4, \\ \Delta_3 &= \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4}\right)^2 \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{1}{24} \cdot \left(\frac{l}{R}\right)^6, \\ \Delta_4 &= \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{6}\right)^2 \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{1}{40} \cdot \left(\frac{l}{R}\right)^8 \\ &\text{и т. д.}\end{aligned}$$

Пусть  $R = 150$  м/м., тогда:

1) Если половина междуполюсного расстояния стрелки будет бесконечно мала по сравнению с  $R$ , то

$$B' = \mathfrak{B}' = \mathfrak{B}$$

2) Если  $\mathfrak{B}' = +45^\circ$ , то для стрелки с половиной междуполюсного расстояния в 2.2 м/м., ограничиваясь в выражении (95) отношением  $\left(\frac{l}{R}\right)^2$ , будем иметь:

$$\Delta_1 = 0.00008$$

и следовательно

$$B' = +45^\circ 0'22.$$

3) Если же радиус эквиполюсов системы стрелок будет равен 51.6 м/м., то ограничиваясь отношением  $\left(\frac{r}{R}\right)^8$ , найдем:

$$\Delta_1 = 0.04176,$$

$$\Delta_2 = 0.00289,$$

$$\Delta_3 = 0.00045.$$

и

$$\Delta_4 = 0.00002.$$

Полагая  $\mathfrak{B}' = +45^\circ$ , формула (95) даст:

$$B' = +47^\circ 1'81.$$

Теперь мы видим, чтобы судить об эквивалентности катушки с тремя симметричными парами—таковой же с ординарной стрелкой, поставленных в одинаковые магнитные условия, необходимо, при расчете радиуса первой, принять коэффициент  $B'$  равным  $+47^\circ 2'$ .

Итак, путем последовательных приближений можно рассчитать радиус системы с любой наперед заданною точностью, а значит и с таковою же провести параллель между картушками в одинаковых магнитных условиях.

Между прочим, аналитические выражения полугруговых коэффициентов  $B'$  и  $C'$  показывают, что под эквивалентностью систем следует понимать исключительно эквивалентность в отношении коэффициентов остаточных девиаций высших порядков и отнюдь не думать, что в правильно рассчитанной системе стрелок эквиполюсы весьма близки, так как тогда практически имело бы место нижеследующее тождество

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \dots = \Delta_n = \Delta_{n+1} = \dots = 0,$$

на основании которого

$$\sum_{i=1}^{i=\infty} \Delta_i B' = 0,$$

т. е. коэффициент  $B'$  не зависел бы от линейного размера магнитной системы картушки.

§ 4. Рассмотрим, теперь, влияние системы магнитов на картушку компаса, магнитная система коей состоит из обыкновенной стрелки.

Мы видели (гл. 1-ая, форм. 37), что удовлетворив уравнению

$$\sin 3 \beta_1 = 0,$$

можно уничтожить остаточную шестерную девиацию, производимую односторонне расположенным магнитом, ось которого занимает перпендикулярное положение к линии, соединяющей его средину с центром компаса.

Взяв три магнита и разместив их на той-же линии  $00'$  (черт. 3), параллельно друг другу и одноименными концами в одну и ту-же сторону и при том так, чтобы эквиполюсы этой системы, находясь на одной окружности, центр коей совпадает с центром компаса, удовлетворяли бы уравнениям

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^{i=\infty} M_i \cdot \sin 3 \beta_i = 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (96)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{i=1}^3 M_i \cdot \sin 5 \beta_i &= 0 \\ \sum_{i=1}^3 M_i \cdot \sin 7 \beta_i &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (96)$$

можно уничтожить одновременно три первые остаточные девиации высших порядков 2. (2 p + 1).

Если же

$$M_1 = M_2 = M_3,$$

то уравнения (96) принимают вид:

$$\left. \begin{aligned} \sin 3 \beta_1 + \sin 3 \beta_2 + \sin 3 \beta_3 &= 0 \\ \sin 5 \beta_1 + \sin 5 \beta_2 + \sin 5 \beta_3 &= 0 \\ \sin 7 \beta_1 + \sin 7 \beta_2 + \sin 7 \beta_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (97)$$

Но

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{\pi}{2} - \Psi_1 \\ \beta_2 &= \frac{\pi}{2} - \Psi_2 \\ \beta_3 &= \frac{\pi}{2} - \Psi_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (98)$$

где:  $\Psi_1$ ,  $\Psi_2$  и  $\Psi_3$  суть углы положений экви полюсов данной магнитной системы относительно линии NS ее, проходящей через центр компаса. На этом основании уравнения (97) могут быть переписаны так:

$$\left. \begin{aligned} \cos 3 \Psi_1 + \cos 3 \Psi_2 + \cos 3 \Psi_3 &= 0 \\ \cos 5 \Psi_1 + \cos 5 \Psi_2 + \cos 5 \Psi_3 &= 0 \\ \cos 7 \Psi_1 + \cos 7 \Psi_2 + \cos 7 \Psi_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (99)$$

совокупное решение коих нам известно (93), следовательно

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= 78^\circ 19',8 \\ \beta_2 &= 63^\circ 3',7 \\ \beta_3 &= 33^\circ 56',5 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (100)$$

Этот вывод говорит, что вопрос об уничтожении остаточных девиаций высших порядков  $2.(2p+1)$  и  $4.(p+1)$  имеет два решения, а именно:

1) Картушка должна быть рассчитана по всем правилам, вытекающим из ее аналитической теории, или

2) Возмущающие компас магнитные массы должны быть особо расположены.

Но так как надлежит рационально строить компас для корабля, а не корабль для компаса, то первому условию и следует отдать предпочтение.

Заметим, что аналогично может быть рассчитана наибольшая длина междуэквилюсного расстояния такой ординарной стрелки, для которой остаточные девиации высших порядков  $2.(2p+1)$ , неуничтожающиеся расположением магнитов в разбираемой системе, удовлетворяющей уравнениям (96) или (99), будут низведены до относительного нуля.

---

## ОБЩИЕ ВЫВОДЫ.

Исследование одной, двух и трех симметричных пар стрелок позволяет нам сделать нижеследующие выводы:

- 1) Стрелки картушки должны быть технически отчетливо выделаны из хорошей магнитной стали, равномерно закалены и намагничены в однородном магнитном поле;
  - 2) Магнетизм каждой стрелки должен быть симметричен относительно ее середины;
  - 3) Каждая симметричная пара должна состоять лишь из двух целых и правых стрелок;
  - 4) Стрелки симметричной пары должны быть тождественны как в физическом, так и магнитном отношении;
  - 5) Расположение стрелок в картушке должно быть параллельно линии  $NS$  и удовлетворять уравнениям одновременного уничтожения максимального числа первых остаточных девиаций высших порядков  $2.(2p+1)$  и  $4.(p+1)$ ;
  - 6) Магнитная система картушки должна быть компактной относительно ее центра;
  - 7) Магнитный момент картушки не должен превышать практически потребного;
  - 8) Эквиполусы системы стрелок расположены на одной окружности, центр коей должен совпадать с центром картушки;
  - 9) Радиус системы должен определяться:
    - а) Практически потребным магнитным моментом картушки,
    - и б) Коэффициентами первой остаточной девиации высшего порядка, уничтожающейся расположением стрелок;
  - 10) Сборка картушки должна быть возможно тщательна и проверена в экспериментальной обстановке, согласно условиям расчета ее магнитной системы.
-











1864

MS 1527

101