



Сафоник А. П., д.т.н., професор (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), **Лакус П. О., аспірант** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ БІОЛОГІЧНО ОЧИЩЕННЯ СТИЧНИХ ВОД З УРАХУВАННЯМ ЗВОРОТНОГО ВПЛИВУ КОНЦЕНТРАЦІЇ НА КОЕФІЦІЄНТ ДИФУЗІЇ

Розроблено математичну модель біологічного очищення стічних вод, яка описує процеси, що протікають на очисній споруді з урахуванням взаємних впливів характеристик процесу на характеристики середовища. Враховано вплив зовнішніх факторів для температурного розрахунку на основі рівняння теплового балансу та законів термодинаміки. Знайдено розв'язок відповідної модельної задачі з використанням *m*-функції *p*де ре програмного середовища Matlab. Наведено результати розрахунків розподілу концентрації забруднення та температури протягом часу очистки рідини. Досліджено вплив температури водного середовища, концентрації кисню на поглинаючу здатність активного мулу. Показано залежність активності бактерій від температури води, що дає можливість більш детально та комплексно спрогнозувати та автоматизувати технологічні процеси біологічного очищення стічних вод.

Ключові слова: математична модель; зворотний вплив; запізнення; біологічна очистка; температурний режим.

Актуальність теми. Побутові стічні води містять забруднення мінерального і органічного походження, тоді як промислові відрізняються як за складом, так і за концентрацією залежно від області застосування. Незалежно від типу всі стічні води потребують обов'язкового очищення, оскільки містять забруднюючі речовини, які можуть значно перевищувати допустимі норми концентрації забруднення. Для запобігання згубного впливу домішок на навколишнє середовище використовують системи фільтрів, які забезпечують допустимі показники концентрацій забруднення.

Аналіз досліджень. За останні роки проведено велику кількість наукових досліджень у напрямку моделювання біохімічних методів очищення стічних вод [1–2]. Ці дослідження значно розширили уявлення щодо очищення вод, тепломасоперенесення, впливу змінних

параметрів, необхідних для автоматичного керування вихідною інформацією. Так, в роботах [3–5] розглядається очистка стічних вод як технологічний процес з деталями механічних конструкцій без урахування динаміки змін часу ефективної роботи фільтра, в роботах [6–9] показано взаємозв'язок активного мулу і домішок, не враховуючи систему взаємодіючих параметрів або ж сукупність рівнянь, що не бере до уваги взаємовплив параметрів між собою, які наглядно виражені в експериментальних дослідах та відіграють важливу роль. В роботах [10–13] не враховується вплив температури середовища, яка є одним з основних факторів, що впливають на проходження реакцій.

Підсумовуючи вищесказане, актуальною задачею є розробка математичної моделі процесу очищення стічних вод від забруднень з урахуванням взаємодії бактерій, активного мулу та домішок, а також температурного режиму. Наступним кроком є дослідження даної моделі за допомогою комп'ютерного моделювання для розрахунку оптимальних параметрів технологічного процесу.

Метою статті є розробка та дослідження математичної моделі процесу біологічної очистки стічних вод для глибокого прогнозування технологічного процесу очищення з урахуванням температурного режиму, що в подальшому надасть можливість здійснення автоматизованого контролю за процесом ефективного вилучення домішок біологічним фільтром залежно від вихідних даних водного середовища.

Викладення основного матеріалу. Розглянемо процес очищення рідин від органічних забруднень. Згідно з науковими джерелами [1–6] розрізняють такі етапи очищення стічних вод від забруднення:

- розкладання органічного забруднення бактеріями;
- зростання і відмирання бактерій;
- виробництво активним мулом «молодих» бактерій;
- перехід домішок до біологічно неокислювального речовини.

Для опису динаміки зміни концентрації забруднення з урахуванням впливу активного мулу на поглинання домішок використаємо рівняння типу [Помилка! Джерело посилання не знайдено., Помилка! Джерело посилання не знайдено.]:

$$\frac{\partial C_i}{\partial t} = v_c \frac{\partial C_i}{\partial x} - \theta_i C_i B T + D_c \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2}, \quad (1)$$

де θ_i – коефіцієнт, який враховує конструктивні особливості фільтра, швидкість потоку рідини та поглинання субстрату відповідно до активності бактерій, C_i , мг/л – концентрація i -го забруднення в воді,



T, K – температура аеротенку, v_c , м/год – швидкість руху субстрату, D_c , м²/год – коефіцієнт дифузії.

Враховуючи те, що бактерії рухаються разом із забрудненою речовиною в аеротенку, а також відбувається процес випадання осад у вигляді активного мулу, отримаємо наступне рівняння життєдіяльності бактерій:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = v_B \frac{\partial B}{\partial x} + \theta B K T K_B + w_B + D_B \frac{\partial^2 B}{\partial x^2}, \quad (2)$$

де B , мг/л – концентрація активного мулу, K_B – коефіцієнт поглинання кисню та бактерій, w_B , мг/л·год – швидкість накопичення активного мулу відповідно до адекватності моделі, v_B , м/год – швидкість руху активного мулу, D_B , м²/год – коефіцієнт дифузії.

Для опису розподілу концентрації кисню в рівняння (2) введемо поправку на вплив температури. В результаті отримаємо наступне рівняння для опису зміни концентрації кисню у воді:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = D_K \frac{\partial^2 K}{\partial x^2} - v_K \frac{\partial K}{\partial x} + K_K (B) \cdot (K_H - K) - \gamma(T), \quad (3)$$

де K , мг/л – концентрація кисню необхідна для підтримання найкращого поглинання бактеріями забруднення, K_K – коефіцієнт масо-передачі кисню, K_0 , мг/л – концентрація насичення води киснем при заданих температурі та тиску, γ – швидкість поглинання субстрату кисню, v_K , м/год – швидкість руху кисню, D_K , м²/год – коефіцієнт дифузії.

В основу теплового розрахунку біофільтра покладено рівняння теплового балансу, в якому враховано наступні складові потоків тепла:

1. Надходження тепла у біофільтр з циркуляційною витратою вхідного тепла, з витратою поданого тепла з аераторами.

2. Надходження тепла за рахунок поглинання сумарної сонячної радіації.

3. Витрата тепла з водою, на виході біофільтра.

4. Витрата тепла на випаровування.

5. Витрата тепла на конвективний теплообмін між водою і повітрям.

6. Витрата тепла на ефективне випромінення водної поверхні.

У роботі [14] розроблено математичну модель, яка описує в комплексі зміну концентрації бактерій, забруднення, кисню та температури в біофільтрі. Проте деякі важливі компоненти процесу очищення стічних вод залишилися неврахованими, зокрема знехту-

вано явищем поздовжньої дифузії. Щодо доцільності урахування цього явища в наукових джерелах існують певною мірою суперечливі точки зору. Так, в адсорбційній лабораторії Московського хіміко-технологічного університету встановлено, що на асимптотичній стадії, у широкому діапазоні швидкостей потоку, ефект розмивання поздовжньої дифузії дуже малий, порівняно з ефектом розмивання масообмінних процесів. З іншого боку, в роботі [5] показано, що при сорбції деяких речовин поздовжня дифузія вносить певні зміни в динаміку процесу. Виходячи з вищесказаного, варто врахувати вплив відповідних концентрацій на коефіцієнти дифузії. Різноманітні взаємовпливи характеристик середовища та процесу доцільно врахувати шляхом введення у відповідні рівняння коефіцієнтів, що дає можливість аналізувати процеси, що проходять в біофільтрі як сукупність взаємопов'язаних впливів. Виходячи з вищесказаного, приходимо до модельної задачі:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial C_i}{\partial t} &= v_c \frac{\partial C_i}{\partial x} - \theta_i C_i B T + \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left[b_c (C_i(x, t - \tau)) \frac{\partial C_i}{\partial x} \right], \\ \frac{\partial B}{\partial t} &= v_B \frac{\partial B}{\partial x} + \theta B K T K_B + w_B + \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left[b_B (B(x, t - \tau)) \frac{\partial B}{\partial x} \right], \\ \frac{\partial K}{\partial t} &= \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left[b_K (K(x, t - \tau)) \frac{\partial K}{\partial x} \right] - v_K \frac{\partial K}{\partial x} + K_K (B) \cdot (K_H - K) - \gamma(T), \\ \frac{\partial T}{\partial t} + v_T \frac{\partial T}{\partial x} &= \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left[b_T (T(x, t - \tau)) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + F_T + \frac{1}{\rho \cdot c_w} \frac{\partial J}{\partial x}, \\ C_i|_{x=0} &= C_i^*(t), B|_{x=0} = B^*(t), K|_{x=0} = K^*(t), T|_{x=0} = T^*(t), \\ \frac{\partial C_i}{\partial x} \Big|_{x=L} &= 0, \frac{\partial B}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \frac{\partial K}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0; \end{aligned} \right. \quad (1)$$

$C_i|_{t=0} = C_i^*(x, \tilde{t}), B|_{t=0} = B^*(x, \tilde{t}), K|_{t=0} = K^*(x, \tilde{t}), T|_{t=0} = T^*(x, \tilde{t}), -\tau \leq \tilde{t} \leq 0$,
де $C_i^*(t), B^*(t), K^*(t), T^*(t), C_i^*(x), B^*(x), K^*(x), T^*(x)$ – задані функції, b_c, b_B, b_K, b_T – коефіцієнти дифузії, ε – малий параметр, τ – час запізнення ($\tau > 0$), L – довжина біофільтра.

Розв'язування задачі (1)–(2) із запізненням τ на часових проміжках $[(n-1)\tau, n\tau], n=1, 2, \dots$ замінимо послідовним розв'язанням n задач без запізнення [10]:



$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial C_i^{[n]}}{\partial t} = v_c \frac{\partial C_i^{[n]}}{\partial x} - \theta_i C_i^{[n]} B^{[n]} T^{[n]} + \varepsilon b_{c_{nr}} \frac{\partial^2 C_i^{[n]}}{\partial x^2} + \varepsilon \frac{\partial C_i^{[n]}}{\partial x} \frac{\partial b_{c_{nr}}}{\partial x}, \\ \frac{\partial B^{[n]}}{\partial t} = v_B \frac{\partial B^{[n]}}{\partial x} + B^{[n]} K^{[n]} T^{[n]} K_B + w_B + \varepsilon b_{B_{nr}} \frac{\partial^2 C B^{[n]}}{\partial x^2} + \varepsilon \frac{\partial B^{[n]}}{\partial x} \frac{\partial b_{B_{nr}}}{\partial x}, \\ \frac{\partial K^{[n]}}{\partial t} = \varepsilon b_{k_{nr}} \frac{\partial^2 K^{[n]}}{\partial x^2} + \varepsilon \frac{\partial K^{[n]}}{\partial x} \frac{\partial b_{k_{nr}}}{\partial x} - v_K \frac{\partial K^{[n]}}{\partial x} + K_K (B) \cdot (K_H - K^{[n]}) - \gamma(T^{[n]}), \\ \frac{\partial T^{[n]}}{\partial t} + v_T \frac{\partial T^{[n]}}{\partial x} = \varepsilon b_{T_{nr}} \frac{\partial^2 T^{[n]}}{\partial x^2} + \varepsilon \frac{\partial T^{[n]}}{\partial x} \frac{\partial b_{T_{nr}}}{\partial x} + F_T + \frac{1}{\rho \cdot c_w} \frac{\partial J}{\partial x}, \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\begin{aligned} C_i^{[n]}(0, t) &= C_{i*}^*(t), C_i^{[n]}(x, t - \tau) = C_i^{[n-1]}(x, t - \tau), \\ b_{c_{nr}}(x, t) &= b_c(C_i^{[n]}(x, t - \tau)) = b_c(C_i^{[n-1]}(x, t - \tau)), C_i^{[0]}(x, 0) = C_i^*(x, 0), \\ B^{[n]}(0, t) &= B_*^*(t), B^{[n]}(x, t - \tau) = B^{[n-1]}(x, t - \tau), \\ b_{B_{nr}}(x, t) &= b_B(B^{[n]}(x, t - \tau)) = b_B(B^{[n-1]}(x, t - \tau)), B^{[0]}(x, 0) = B^*(x, 0), \\ K^{[n]}(0, t) &= K_*^*(t), K^{[n]}(x, t - \tau) = K^{[n-1]}(x, t - \tau), \\ b_{k_{nr}}(x, t) &= b_K(K^{[n]}(x, t - \tau)) = b_K(K^{[n-1]}(x, t - \tau)), K^{[0]}(x, 0) = K^*(x, 0), \\ T^{[n]}(0, t) &= T_*^*(t), T^{[n]}(x, t - \tau) = T^{[n-1]}(x, t - \tau), \\ b_{T_{nr}}(x, t) &= b_T(T^{[n]}(x, t - \tau)) = b_T(T^{[n-1]}(x, t - \tau)), T^{[0]}(x, 0) = T^*(x, 0). \end{aligned} \quad (4)$$

Розв'язок задач (3)–(4) з точністю $O(\varepsilon^{m+1})$ знайдено у вигляді асимптотичних рядів за степенями малого параметра ε [11]

$$\begin{aligned} C_i^{[n]}(x, t) &= C_{i,0}^{[n]}(x, t) + \sum_{j=1}^m \varepsilon^j C_{i,j}^{[n]}(x, t) + \sum_{j=0}^{m+1} \varepsilon^j \tilde{C}_{i,j}^{[n]}(\tilde{\xi}, t) + R_C^{[n]}(x, t, \varepsilon), \\ B^{[n]}(x, t) &= B_0^{[n]}(x, t) + \sum_{j=1}^m \varepsilon^j B_j^{[n]}(x, t) + \sum_{j=0}^{m+1} \varepsilon^j \tilde{B}_j^{[n]}(\tilde{\xi}, t) + R_B^{[n]}(x, t, \varepsilon), \\ K^{[n]}(x, t) &= K_0^{[n]}(x, t) + \sum_{j=1}^m \varepsilon^j K_j^{[n]}(x, t) + \sum_{j=0}^{m+1} \varepsilon^j \tilde{K}_j^{[n]}(\tilde{\xi}, t) + R_K^{[n]}(x, t, \varepsilon), \\ T^{[n]}(x, t) &= T_0^{[n]}(x, t) + \sum_{j=1}^m \varepsilon^j T_j^{[n]}(x, t) + \sum_{j=0}^{m+1} \varepsilon^j \tilde{T}_j^{[n]}(\tilde{\xi}, t) + R_T^{[n]}(x, t, \varepsilon), \end{aligned} \quad (5)$$

де $C_{i,j}^{[n]}(x, t)$, $B_j^{[n]}(x, t)$, $K_j^{[n]}(x, t)$, $T_j^{[n]}(x, t)$ ($j = \overline{0, m}$) – члени регулярних частин асимптот, $\tilde{C}_{i,j}^{[n]}(\tilde{\xi}, t)$, $\tilde{B}_j^{[n]}(\tilde{\xi}, t)$, $\tilde{K}_j^{[n]}(\tilde{\xi}, t)$, $\tilde{T}_j^{[n]}(\tilde{\xi}, t)$ ($j = \overline{0, m+1}$) – функція граничних умов, $\tilde{\xi} = (L - x) \cdot \varepsilon^{-1}$ – відповідні перетворення, $R_C^{[n]}(x, t, \varepsilon)$, $R_B^{[n]}(x, t, \varepsilon)$, $R_K^{[n]}(x, t, \varepsilon)$, $R_T^{[n]}(x, t, \varepsilon)$ – залишкові члени ($i = \overline{1, 2}$).

В результаті підстановки (5) в (3)–(4) та використання стандартної «процедури рівняння» [12] ми отримали такі проблеми для

$C_{i,j}^{[n]}(x,t), B_j^{[n]}(x,t), K_j^{[n]}(x,t), T_j^{[n]}(x,t) (j=0, m)$ функцій, що визначають:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial C_{i,0}^{[n]}}{\partial t} - v_c \frac{\partial C_{i,0}^{[n]}}{\partial x} + \theta C_{i,0}^{[n]} B_0^{[n]} T_0^{[n]} = 0; \\ \frac{\partial B_0^{[n]}}{\partial t} - v_B \frac{\partial B_0^{[n]}}{\partial x} - B_0^{[n]} K_0^{[n]} T_0^{[n]} K_B - w_B = 0, \\ \frac{\partial K_0^{[n]}}{\partial t} + v_K \frac{\partial K_0^{[n]}}{\partial x} - K_K(B) \cdot (K_H - K_0^{[n]}) - \gamma(T_0^{[n]}) = 0, \\ \frac{\partial T_0^{[n]}}{\partial t} + v_T \frac{\partial T_0^{[n]}}{\partial x} - F_T + \frac{1}{\rho \cdot c_w} \frac{\partial J}{\partial x} = 0, \\ C_i^{[n]}(0,t) = C_{i*}^*(t), C_i^{[n]}(x,t-\tau) = C_i^{[n-1]}(x,t-\tau), \\ B^{[n]}(0,t) = B_*^*(t), B^{[n]}(x,t-\tau) = B^{[n-1]}(x,t-\tau), \\ K^{[n]}(0,t) = K_*^*(t), K^{[n]}(x,t-\tau) = K^{[n-1]}(x,t-\tau), \\ T^{[n]}(0,t) = T_*^*(t), T^{[n]}(x,t-\tau) = T^{[n-1]}(x,t-\tau). \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial C_{i,j}^{[n]}}{\partial t} - v_c \frac{\partial C_{i,j}^{[n]}}{\partial x} + \theta C_{i,j}^{[n]} B_j^{[n]} T_j^{[n]} = \tilde{C}_j^{[n]}; \\ \frac{\partial B_j^{[n]}}{\partial t} - v_B \frac{\partial B_j^{[n]}}{\partial x} - B_j^{[n]} K_j^{[n]} T_j^{[n]} K_B = \tilde{B}_j^{[n]}, \\ \frac{\partial K_j^{[n]}}{\partial t} + v_K \frac{\partial K_j^{[n]}}{\partial x} + K_K(B) K_j^{[n]} - \gamma(T_j^{[n]}) = \tilde{K}_j^{[n]}, \\ \frac{\partial T_j^{[n]}}{\partial t} + v_T \frac{\partial T_j^{[n]}}{\partial x} = \tilde{T}_j^{[n]}, \\ C_i^{[n]}|_{x=0} = 0, B^{[n]}|_{x=0} = 0, K^{[n]}|_{x=0} = 0, K^{[n]}|_{x=0} = 0, \\ C_i^{[n]}|_{t=0} = 0, B^{[n]}|_{t=0} = 0, K^{[n]}|_{t=0} = 0, K^{[n]}|_{t=0} = 0. \end{array} \right. \quad (7)$$

де $\tilde{C}_j^{[n]} = b_{Cnr} \frac{\partial^2 C_{i,j-1}^{[n]}}{\partial x^2} + \frac{\partial C_{i,j-1}^{[n]}}{\partial x} \frac{\partial b_{Cnr}}{\partial x}, \quad \tilde{B}_j^{[n]} = b_{Bnr} \frac{\partial^2 C_{i,j-1}^{[n]} B_{j-1}^{[n]}}{\partial x^2} + \frac{\partial B_j^{[n]}}{\partial x} \frac{\partial b_{Bnr}}{\partial x},$

$\tilde{K}_j^{[n]} = b_{Knr} \frac{\partial^2 K_{j-1}^{[n]}}{\partial x^2} + \frac{\partial K_{j-1}^{[n]}}{\partial x} \frac{\partial b_{Knr}}{\partial x}, \quad \tilde{T}_j^{[n]} = b_{Trnr} \frac{\partial^2 T_{j-1}^{[n]}}{\partial x^2} + \frac{\partial T_{j-1}^{[n]}}{\partial x} \frac{\partial b_{Trnr}}{\partial x}.$

Рівняння (6)–(7) – звичайні диференціальні рівняння першого порядку та параболічні рівняння з постійними коефіцієнтами. Оцінка залишкових термінів проводиться аналогічно [13].

Результати чисельного експерименту були проведені за такими даними: $Q = 7.2 \text{ м}^3 / \text{год}, \quad V = 1000 \text{ м}^3, \quad k_i = 10, \quad w_B = 0,0736,$



$v_1 = 0.26 \text{ м / год}$, $v_B = 0.092 \text{ м / год}$, $v_K = 0.053 \text{ м / год}$, $v_T = 0.53 \text{ м / год}$,
 $D_t = D_{C_i} = 1$, $D_B = D_K = 0.8$, $\theta_1 = 10^{-4}$, $\theta_2 = 10^{-3}$, $\theta_3 = 1.2 \cdot 10^{-3}$, $\theta_4 = 0.8 \cdot 10^{-3}$,
 $\theta_5 = 1.1 \cdot 10^{-4}$, $\theta_6 = 1.6 \cdot 10^{-4}$, $\theta_7 = 1.4 \cdot 10^{-5}$, $\theta_8 = 1.3 \cdot 10^{-5}$, $\theta_{11} = 1.5 \cdot 10^{-4}$,
 $c_v = 4.2 \text{ Дж / кг} \cdot \text{K}$, $\rho_v = 1000 \text{ кг / м}^3$, $l = 100 \text{ м}$, $h = 2 \text{ м}$, $b = 5 \text{ м}$,
 $t_{vx} = 14 \text{ }^\circ\text{C}$, $\beta = 0.025$, $\lambda_p = 0.02 \cdot 10^6 \text{ Вт / м} \cdot \text{K}$, $t_{tep} = 70 \text{ }^\circ\text{C}$,
 $\lambda_{st} = 46.5 \text{ Вт / м} \cdot \text{K}$, $t_z = -0,0003 \cdot t^2 + 0.2171 \cdot t + 6.8993$, $\mu = 0.02 \text{ м}$,
 $t_{zd} = 7 \text{ }^\circ\text{C}$, $a = 135 \text{ Вт / м}^2 \cdot \text{K}$, $\varepsilon = 0.01$.

Експериментальні дані [8] були використані для підтвердження адекватності запропонованої математичної моделі. Як видно з таблиці, проведено 5 експериментів, в яких загальну, органічну та аміачну концентрації азоту вимірювали на вході очисної установки та на виході через деякий час. Використовуючи дані про концентрацію забруднень на вході, було розраховано концентрацію відповідного азоту на виході біофільтра, відповідні значення наведено в таблиці.

Таблиця

Експериментальні дані

Показник		Номер експерименту				
		1	2	3	4	5
Вхідна концентрація	N_{gen}^{in}	5.76	11.66	15.89	30.73	41.23
	N_{org}^{in}	0.4	0.69	1.04	2.38	3.58
	$N_{NH_3}^{in}$	1.86	3.85	4.98	10	12.67
Вихідна концентрація (Експеримент)	N_{gen}^{out}	4.66	9.46	13.09	25.53	34.63
	N_{org}^{out}	0.17	0.3	0.52	1.31	2.08
	$N_{NH_3}^{out}$	0.1	0.4	0.62	1.4	1.8
Вихідна концентрація (Моделювання)	N_{gen}	4.6635	9.4633	13.094	25.5276	34.6368
	час, год	13.6633	13.3663	11.5841	10.6930	9.50495
	N_{org}	0.1743	0.3013	0.5262	1.3060	2.0753
	час, год	24.3564	25.2475	22.2772	20.1980	18.71287
	N_{NH_3}	0.0986	0.3889	0.6184	1.4099	1.8311
	час, год	24.0594	20.7920	20.4950	24.3564	20.4950
Похибка, %	N_{gen}	0.07510	0.03488	0.03055	0.00940	0.01963
	N_{org}	2.52941	0.43333	1.19230	0.30534	0.22596
	N_{NH_3}	1.4	2.775	0.25806	0.70714	1.72777

Як видно з таблиці, для всіх експериментів відносна похибка

отриманих результатів не перевищує 3%, що вказує на адекватність запропонованої моделі процесу аеробного очищення стічних вод.

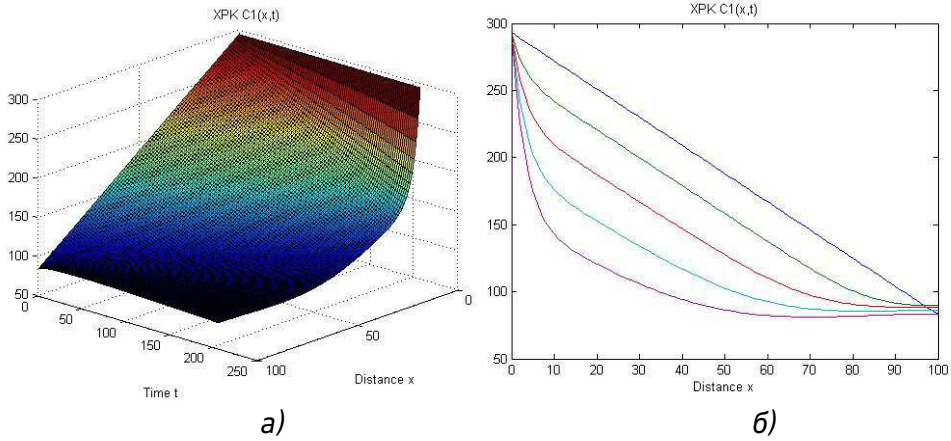


Рис. 1. Розподіл зміни концентрації ХПК: а) на виході фільтра з часом; б) по довжині фільтра в різні моменти часу

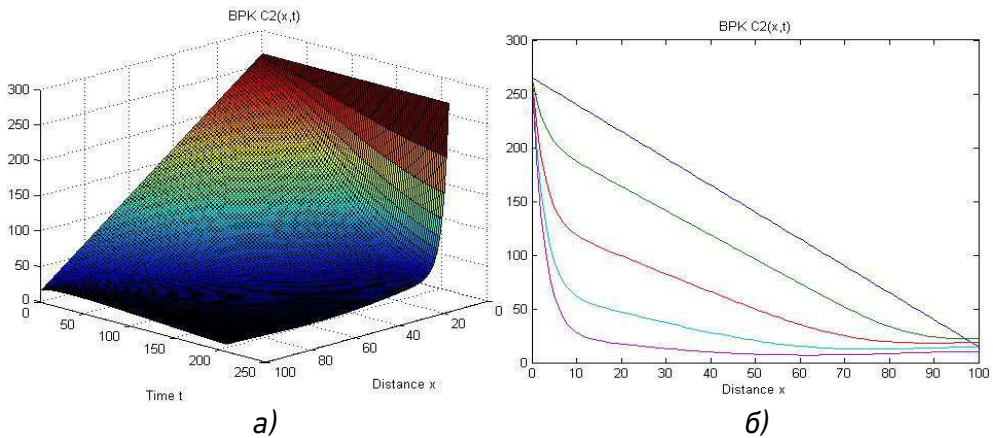


Рис. 2. Розподіл зміни концентрації BPK: а) на виході фільтра з часом; б) по довжині фільтра в різні моменти часу

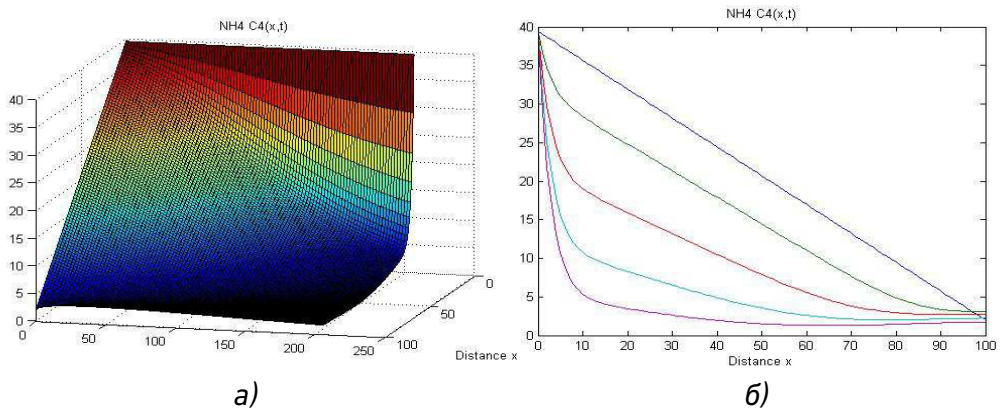


Рис. 3. Розподіл зміни концентрації NH4: а) на виході фільтра з часом; б) по довжині фільтра в різні моменти часу

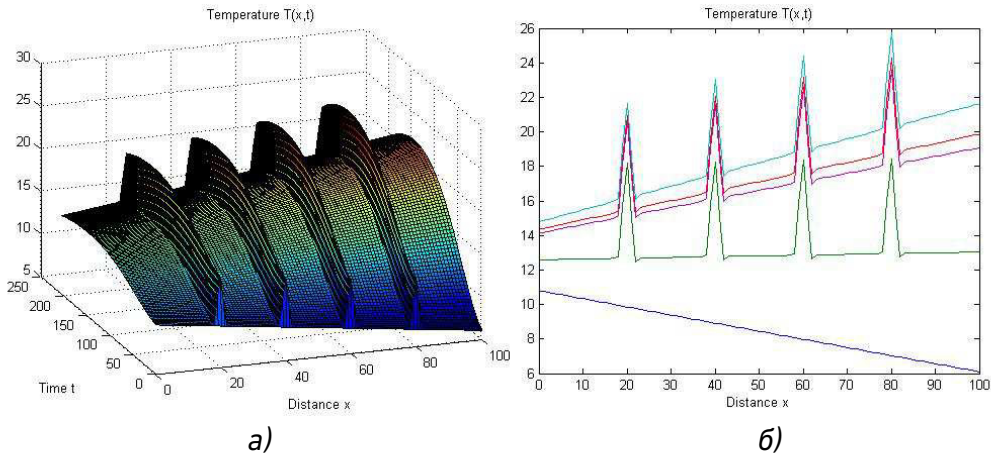


Рис. 4. Розподіл зміни температури: а) на виході фільтра з часом;
б) по довжині фільтра в різні моменти часу

Отримані результати комп'ютерного експерименту відображають характер динаміки функцій: а) на виході фільтра з часом; б) по довжині фільтра в моменти часу $t=0$, $t=50$, $t=100$, $t=150$, $t=200$ днів. Як видно з рис. 1–4, бактерії поглинають забруднення найактивніше на початку фільтра і ефективність поглинання для кожної концентрації забруднення різна. З часом в залежності від температури води концентрація домішок на виході фільтра змінюється. Це свідчить про те, що температура води впливає на ефективність поглинання забруднень бактеріями.

З рис. 4 видно, що найактивніше бактерії розмножуються на початку фільтра. Наявність постійної високої концентрації забруднення, кисню та постійної температури вхідної води сприяють розвитку активного мулу. Проте на виході з фільтра помітно тенденцію до повільнішого розмноження.

На зміну температури води впливає багато факторів, проте підведення тепла за рахунок теплоносія збільшує температуру води, як видно на рис. 4 (б). Це обумовлено тим, що передача тепла від нагрітого повітря до води відбувається повільно і час, за який нагріте повітря проходить від точки підведення до поверхні реактора, є малий, малою також є площа взаємодії. Значно більший вплив на нагрів чи охолодження води вносить температура навколишнього середовища, оскільки площі взаємодії на поверхні і через бічні стіни біореактора значно більші за площу взаємодії з теплоносієм.

Висновки та перспективи подальших досліджень. Побудовано математичну модель процесу біологічного очищення стічних вод з урахуванням взаємодії бактерій, органічних і біологічно неокислю-

вальних речовин в умовах дифузійного і масообмінного збурення та впливу температурних режимів. Запропоновано метод і побудовано алгоритм розв'язання відповідної нелінійно збуреної задачі «конвекція – дифузія – тепломасообмін». Знайдено розв'язок відповідної модельної задачі з використанням функції `pdepe` середовище Matlab. Наведено результати розрахунків розподілу концентрації забруднення та температури протягом часу очистки рідини. Отримані результати дають можливість більш детально та комплексно спрогнозувати та автоматизувати технологічні процеси біологічного очищення стічних вод.

1. A. Roberta de Pauli, F. Rodolfo Espinoza-Quiñones, D. Estelita Goes Trigueros etc. Integrated two-phase purification procedure for abatement of pollutants from sanitary landfill leachates. *Chemical Engineering Journal*. 2018. Vol. 334. P. 19–29. **2.** F. Gao, J. Nan, S. Li, Yiran Wang. Modeling and simulation of a biological process for treating different COD:N ratio wastewater using an extended ASM1 model. *Chemical Engineering Journal*. 2018. Vol. 332. P. 671–681. **3.** J. M. Ochando-Pulido, M. Stoller, A. Martinez-Ferez. Boundary flux modelling for purification optimization of differently-pretreated agro-industrial wastewater with nanofiltration. *Separation and Purification Technology*. 2018. Vol. 193. P. 147–154. **4.** Adetola, D. Lehrer, M. Guay. Adaptive estimation in nonlinearly parameterized nonlinear dynamical systems. *American Control Conf. on O'Farrell Street*. San Francisco, USA, 2011. P. 31–36. **5.** D. Dochain. Dynamical modelling and estimation in wastewater treatment processes. London : IWA Publishing, 2001. 342 p. **6.** Technological model of water contact iron removal / S. Martynov et al. *Journal of Water and Land Development*. 2018. No. 39. P. 93–99. **7.** Task group on mathematical modelling for design and operation of biological wastewater treatment. Activated sludge models ASM1, ASM2, ASM2d and ASM3 / M. Ilenze, W. Gujer, T. Mino et al. *Scientific and Technical*. Report 9, IWA, London : IWA Publishing, 2000. 122 p. **8.** G. D. Knightes. Statistical analysis of nonlinear parameter estimation for monod biodegradation kinetics using bivariate data. *Biotechnology. Bioengineering*. 2000. Vol. 69. Issue 2. P. 160–170. **9.** Q. Ghai, Modeling, estimation and control of biological wastewater treatment plants. Doctoral Theses at NTNU 2008:108 at IliT, Porsgrunn. Telemark University College, 2008. 187 p. **10.** A. Safonyk, S. Martynov, S. Kunytsky, O. Pinchuk. Mathematical modelling of regeneration the filtering media bed of granular filters. *Advances in Modelling and Analysis C*. 2018. Vol. 73. No. 2. P. 72–78. **11.** Mathematical modeling of wastewater treatment from multicomponent pollution by using microporous particles / A. Bomba et al. *AIP Conf. Proc.* 2016. 1773. P. 1–11. **12.** A. Safonyk, A. Bomba, I. Tarhonii. Modeling and automation of the electrocoagulation process in water treatment. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2019. Vol. 871. P. 451–463. **13.** A. Safonyk,



O. Prysiashniuk. Modeling and simulation in engineering modeling of the electrocoagulation processes in nonisothermal conditions. *Modelling and Simulation in Engineering*. Vol. 2019. Article ID 9629643. **14.** Сафоник А. П., Таргоній І. М., Лакус П. О. Моделювання та дослідження процесу біологічної очистки води з урахуванням температурного режиму. *ВІСНИК ЖДТУ*. 2019. № 1 (83). С. 115–125.

REFERENCES:

1. A. Roberta de Pauli, F. Rodolfo Espinoza-Quiñones, D. Estelita Goes Trigueros etc. Integrated two-phase purification procedure for abatement of pollutants from sanitary landfill leachates. *Chemical Engineering Journal*. 2018. Vol. 334. P. 19–29.
2. F. Gao, J. Nan, S. Li, Yiran Wang. Modeling and simulation of a biological process for treating different COD:N ratio wastewater using an extended ASM1 model. *Chemical Engineering Journal*. 2018. Vol. 332. P. 671–681.
3. J. M. Ochando-Pulido, M. Stoller, A. Martinez-Ferez. Boundary flux modelling for purification optimization of differently-pretreated agro-industrial wastewater with nanofiltration. *Separation and Purification Technology*. 2018. Vol. 193. P. 147–154.
4. Adetola, D. Lehrer, M. Guay. Adaptive estimation in nonlinearly parameterized nonlinear dynamical systems. *American Control Conf. on O'Farrell Street*. San Francisco, USA. 2011. P. 31–36.
5. D. Dochain. Dynamical modelling and estimation in wastewater treatment processes. London : IWA Publishing, 2001. 342 p.
6. Technological model of water contact iron removal / S. Martynov et al. *Journal of Water and Land Development*. 2018. No. 39. P. 93–99.
7. Task group on mathematical modelling for design and operation of biological wastewater treatment. Activated sludge models ASM1, ASM2, ASM2d and ASM3 / M. Ilenze, W. Gujer, T. Mino et al. *Scientific and Technical*. Report 9, IWA, London : IWA Publishing, 2000. 122 p.
8. G. D. Knightes. Statistical analysis of nonlinear parameter estimation for monod biodegradation kinetics using bivariate data. *Biotechnology. Bioengineering*. 2000. Vol. 69. Issue 2. P. 160–170.
9. Q. Ghai, Modeling, estimation and control of biological wastewater treatment plants. Doctoral Theses at NTNU 2008:108 at IIT, Porsgrunn. Telemark University College, 2008. 187 p.
10. A. Safonyk, S. Martynov, S. Kunytsky, O. Pinchuk. Mathematical modelling of regeneration the filtering media bed of granular filters. *Advances in Modelling and Analysis C*. 2018. Vol. 73. No. 2. Pp. 72–78.
11. Mathematical modeling of wastewater treatment from multicomponent pollution by using microporous particles / A. Bomba et al. *AIP Conf. Proc.* 2016. 1773. P. 1–11.
12. A. Safonyk, A. Bomba, I. Tarhonii. Modeling and automation of the electrocoagulation process in water treatment. *Advances in Intelligent Systems and Computing*. 2019. Vol. 871. P. 451–463.
13. A. Safonyk, O. Prysiashniuk. Modeling and simulation in engineering modeling of the electrocoagulation processes in nonisothermal conditions. *Modelling and Simulation in Engineering*. Vol. 2019, Article ID 9629643.
14. Safonyk A. P.,

Tarhonii I. M., Lakus P. O. Modeliuvannia ta doslidzhennia protsesu biolohichnoi ochystky vody z urakhuvanniam temperaturnoho rezhymu. *VISNYK ZhDTU*. 2019. № 1 (83). S. 115–125.

Safonyk A. P., Doctor of Engineering, Professor (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne), **Lakus P. O., Post-graduate Student** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

MODELING OF BIOLOGICAL WASTEWATER TREATMENT PROCESS TAKING INTO ACCOUNT REVERSE EFFECT OF CONCENTRATION ON DIFFUSION COEFFICIENT

A mathematical model of biological wastewater treatment has been developed. Mathematical model describes the processes occurring at the treatment plant, taking into account the mutual effects of a range of process characteristics. The influence of external factors for temperature calculation based on thermal balance equation and thermodynamics laws is taken into account. The solution of the corresponding problem was found using the Matlab software environment and pdepe function for solving initial-boundary value problems for systems of parabolic and elliptic partial differential equations in one space variable and time. The results of pollution concentration distribution and temperature distribution over the time of liquid purification are presented. The influence of the aqueous medium temperature and the oxygen concentration on the activated sludge absorption capacity is investigated. The dependence of bacteria activity on the water temperature is shown, which makes it possible to predict and automate technological processes of biological wastewater treatment in a more detailed and comprehensive way.

Keywords: mathematical model; feedback; delay; biological treatment; temperature regime.



Сафоник А. П., д.т.н., профессор (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно), **Лакус П. О., аспирант** (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА БИОЛОГИЧЕСКОЙ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД С УЧЕТОМ ОБРАТНОГО ВЛИЯНИЯ КОНЦЕНТРАЦИИ НА КОЭФФИЦИЕНТ ДИФфуЗИИ

Разработана математическая модель биологической очистки сточных вод, которая описывает процессы, протекающие на очистном сооружении с учетом взаимных влияний характеристик процесса на характеристики среды. Учтено влияние внешних факторов для температурного расчета на основе уравнения теплового баланса и законов термодинамики. Найдено решение соответствующей модельной задачи с использованием m -функции $rdere$ программной среды Matlab. Приведены результаты расчетов распределения концентрации загрязнения и температуры во время очистки жидкости. Исследовано влияние температуры водной среды, концентрации кислорода на впитывающую способность активного ила. Показана зависимость активности бактерий от температуры воды, что дает возможность более детально и комплексно спрогнозировать и автоматизировать технологические процессы биологической очистки сточных вод.

Ключевые слова: математическая модель; обратное влияние; запаздывание; биологическая очистка; температурный режим.
