КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису

РОМАШКО-МАЙСТРУК ОЛЕНА ВАСИЛІВНА



УТВОРЕННЮ НОРМАЛЬНИХ ТРІЩИН

05.23.01 – Будівельні конструкції, будівлі та споруди 19 – Архітектура та будівництво

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

О. В. РОМАШКО-МАЙСТРУК

Науковий керівник Журавський Олександр Дмитрович, кандидат технічних наук, доцент

АНОТАЦІЯ

Ромашко-Майструк О.В. Опір залізобетонних елементів багаторівневому утворенню нормальних тріщин. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» (192 – Будівництво та цивільна інженерія). Київський національний університет будівництва і архітектури. – Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, 2020.

Дисертація присвячена розробці узагальненої методики розрахунку тріщиностійкості конструктивних залізобетонних елементів з урахуванням багаторівневого утворення нормальних тріщин. Дисертаційна робота доповнює та розвиває узагальнену деформаційно-силову модель опору залізобетонних елементів силовим впливам в питаннях утворення та розкриття нормальних тріщин з урахуванням зчеплення арматури з бетоном. При цьому всі розрахунки залізобетонних елементів виконуються з урахуванням їх нелінійного деформування шляхом вирішення замкнутої системи загальновідомих статичних, геометричних і фізичних співвідношень при залученні визначальних гіпотез деформаційно-силової моделі. Також розроблено спрощений метод розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів з урахуванням багаторівневого утворення нормальних тріщин, який пропонується використовувати у якості експрес-методу.

Узагальнену модель зчеплення арматури з бетоном побудовано на основі нелінійної функції середніх напружень зазначеного зчеплення, яка дозволяє описувати зусилля механічної взаємодії арматури з бетоном на будь-якій стадії деформування залізобетонних елементів у найпростіший спосіб. Залежність середніх напружень зчеплення арматури з бетоном від нормальних напружень в самій арматурі вперше представлено нелінійною функцією, вид якої обґрунтовано не тільки результатами власних теоретичних досліджень, але й результатами численних експериментальних

Національний університет водного господарства

досліджень вітчизняних та закордонних вчених.

Процес утворення нормальних тріщин розглядається 3 позицій локального порушення зчеплення арматури з бетоном. Запропоновано загальний силовий критерій взаємодії арматури з розтягнутим бетоном $N_{bd} = N_{ct,cr}$, за допомогою якого можна прогнозувати кількість рівнів утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах та відповідні їм рівні завантаження. Застосування цього критерію дозволяє визначити місце утворення (розрахувати крок) нормальних тріщин різного рівня, що, в свою чергу, дає можливість обчислити ширину їх розкриття на будь-якій стадії деформування залізобетонного елемента. Загалом комплексне використання загальновідомого екстремального критерію утворення нормальних тріщин $dM_{ct}/d(1/r) = 0$, що характеризує момент їх виникнення, та запропонованого силового критерію $N_{bd} = N_{ct,cr}$, що характеризує локальне порушення зчеплення арматури з бетоном, дозволяє описувати процеси утворення та розвитку нормальних тріщин в залізобетонних елементах на будь-якій стадії їх деформування.

Удосконалено загальну методику розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин з позицій послідовного багаторівневого накопичення взаємних зміщень бетону і арматури, що в дійсності відповідає реальному характеру розвитку тріщин в залізобетонних елементах. Отримала подальший розвиток методика визначення відстаней між нормальними тріщинами будь-яких рівнів за рахунок використання змінних середніх напружень зчеплення арматури з бетоном, що, в свою чергу, дозволило відмовитись від використання низки емпіричних параметрів та коефіцієнтів.

Проведено експериментальні дослідження багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин в центрально розтягнутих та згинальних залізобетонних елементах. Визначено вплив напружено-деформованого стану та виду профілю арматури на кількість рівнів утворення нормальних тріщин та на відповідну їм величину рівнів завантаження.

Вперше запропоновано енергетичний критерій визначення залишкового ресурсу залізобетонних елементів конструкцій за конкретно встановленими параметрами їх деформування. На його основі розроблено загальну модель та методику розрахунку енергетичного ресурсу залізобетонних елементів за такими деформаційними параметрами, як прогин, крок і ширина розкриття залізобетонних тріщин. Методику розрахунку залишкового pecypcy елементів побудовано таким чином, щоб результати натурних досліджень можна було закладати безпосередньо в узагальнені діаграми стану тих конструктивних елементів, які потребують відповідного підсилення. А це є особливо актуальним для оцінювання та прогнозування реального напружено-деформованого стану конструктивних елементів в проектованих та експлуатованих будівлях і спорудах.

Проведено експериментально-статистичну оцінку і виконано порівняння розроблених методів розрахунку багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин з іншими методами, у тому числі і нормативними.

У **вступі** обґрунтовано актуальність та сформульовано мету, основні завдання та методи досліджень, представлено загальну характеристику, наукову новизну та практичне значення дисертаційної роботи.

У першому розділі висвітлено питання розвитку теорії тріщиностійкості залізобетону з урахуванням зчеплення арматури з бетоном.

Виділено 4-и основних етапи та напрямки розвитку теорії зчеплення арматури з бетоном в залізобетонних елементах. Тут здійснено детальну класифікацію моделей зчеплення арматури з бетоном за їх масштабом і структурою, за схемами подання бетону і арматури, за схемами, характером руйнування та математичним вирішенням їхньої взаємодії. Також наведено класифікацію та виконано критичний аналіз найбільш відомих на сьогодні: діаграм і критеріїв міцності зчеплення арматури з бетоном, аналітичних залежностей з визначення граничних та середніх напружень зчеплення арматури з бетоном. Визначено та оцінено основні переваги і недоліки розглянутих моделей, діаграм, критеріїв та залежностей, що описують

взаємодію арматури з бетоном в залізобетонних елементах.

Проаналізовано особливості розвитку загальної теорії тріщиностійкості залізобетонних елементів конструкцій з урахуванням основних положень теорії зчеплення арматури з бетоном. Наведено класифікацію та виконано аналіз пропонованих останнім часом моделей багаторівневого утворення нормальних тріщин. Основна увага приділена пропозиціям з розрахунку відстаней між тріщинами та ширини їх розкриття. Здійснено критичний аналіз результатів досліджень, В яких зазначені характеристики безпосередньо або опосередковано пов'язуються з параметрами зчеплення арматури з бетоном. Встановлено основні недоліки найбільш відомих розкриття тріщин залежностей 3 визначення кроку та ширини В залізобетонних елементах.

Висновки, наведені в кінці першого розділу, дозволили вибрати напрям наукових досліджень та окреслити шляхи розв'язання визначених завдань дисертаційної роботи.

Другий розділ присвячено розробці теоретичних основ загальної моделі та методики розрахунку багаторівневого утворення і розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах з урахуванням зчеплення арматури з бетоном. Сформульовано основні положення, гіпотези та передумови, необхідні для розробки зазначених моделей. Запропоновано силовий критерій, що характеризує локальні порушення зчеплення арматури з бетоном та дозволяє визначити місце утворення нормальних тріщин будьякого рівня. Взаємодію арматури з бетоном змодельовано у найпростіший спосіб – за допомогою середніх напружень зчеплення арматури з бетоном. Встановлено, що їх залежність від напружень в самій арматурі доцільно описувати нелінійною функцією. Отримано загальні аналітичні залежності з розрахунку кроку та ширини розкриття нормальних тріщин за ïΧ багаторівневого утворення.

Розроблено загальні рекомендації щодо розрахунку багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин, в яких окреслено послідовність

його виконання. Запропоновано спрощену методику розрахунку утворення нормальних тріщин в конструктивних залізобетонних елементах, яку із-за відносної простоти та точності можна використовувати в якості «експрес» методики.

Третій розділ присвячено експериментальній перевірці розробленої методики розрахунку багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин. Детально описані програма досліджень, матеріали і конструкція зразків та методика випробувань, включно з силовим обладнанням, вимірювальними приладами та схемами їх розміщення. Наведено основні результати експериментальних досліджень механічних характеристик бетону і арматури, центрально розтягнутих та згинальних залізобетонних елементів. При ретельному аналізі отриманих результатів випробувань особлива увага приділялась питанням тріщиностійкості дослідних зразків. Виконано статистичне порівняння експериментальних значень ширини розкриття тріщин з теоретичними, розрахованими за різними методиками.

У четвертому розділі наведено короткі рекомендації з розрахунку загального енергетичного ресурсу залізобетонних елементів конструкцій. Тут описана суть запропонованого енергетичного критерію з визначення залишкового ресурсу конструктивних елементів за конкретно встановленими параметрами їх деформування (прогинами, кроком та шириною розкриття Загальну тріщин). модель методику розрахунку та енергетичного (деформаційно-силового) ресурсу залізобетонних елементів побудовано таким чином, щоб результати натурних досліджень, отримані геодезичними, фотограмметричними чи будь-якими іншими методами, можна було б закладати безпосередньо В узагальнені діаграми реального стану конструктивних елементів.

Надійність розроблених загального та спрощеного методів розрахунку утворення і розкриття нормальних тріщин статистично обґрунтовано та оцінено за результатами експериментальних досліджень інших, переважно закордонних авторів. Виконано також порівняння розроблених методів

розрахунку з методиками інших авторів та чинних нормативних документів, у тому числі і інших країн.

Отримані результати експериментально-теоретичних досліджень автора апробовані окремими проектними організаціями в розрахунках основних елементів залізобетонних перекриттів об'єктів різного призначення та використані в навчальному процесі окремих закладів вищої освіти при підготовці фахівців будівельного профілю.

Ключові слова: залізобетонні елементи, арматура, бетон, зчеплення, тріщини, рівні утворення тріщин, крок та ширина тріщин, енергетичний критерій, залишковий ресурс.

ABSTRACT

Romashko-Maistruk O.V. Resistance of reinforced concrete elements to the multilevel formation of normal cracks. - Qualified scientific work on the rights of the manuscript.

Thesis for a Candidate of Technical Science Degree in Specialty 05.23.01 «Construction structures, buildings and structures» (192 – Construction and civil engineering). Kyiv National University of Civil Engineering and Architecture. – National University of Water Management and Nature Recourses Use, Rivne, 2020.

Thesis is devoted to development of the generalized calculation technique of constructive reinforced concrete elements crack resistance taking into account multilevel formation of normal cracks. The dissertation work supplements and develops a generalized deformation and force model of reinforced concrete elements resistance by force influences in the questions of normal cracks formation and opening taking into account reinforcement with concrete adhesion. In this case, all calculations of reinforced concrete elements are performed taking into account their nonlinear deformation by solving a closed system of well-known static, geometric and physical relationships involving the defining hypotheses of the deformation and force model. A simplified method for calculating the crack resistance of reinforced concrete elements taking into account the multilevel formation of normal cracks has also been developed, which is proposed to be used

as an express method.

The generalized model of reinforcement to concrete adhesion is based on the average stresses nonlinear function of the specified adhesion, which allows to describe the mechanical interaction forces of reinforcement with concrete at any deformation stage of reinforced concrete elements in the simplest way. The dependence of average adhesion stresses of reinforcement with concrete on normal stresses in the reinforcement itself is first represented by a nonlinear function, the form of which is substantiated not only by the results of own theoretical research, but also by numerous experimental studies of domestic and foreign scientists.

The process of normal cracks formation is considered from the point of view of a local disorder of the reinforcement to concrete adhesion. A general force criterion for the interaction of reinforcement with stretched concrete $N_{bd} = N_{ct,cr}$ by means of which it is possible to predict levels quantity of normal cracks formation in reinforced concrete elements and corresponding loading levels is offered. The application of this criterion allows to determine the place of different levels normal cracks formation (calculate the step), which, in turn, makes it possible to calculate the width of their opening at any stage of the reinforced concrete element deformation. In general, the complex use of the well-known extreme criterion for the normal cracks formation $dM_{ct}/d(1/r)=0$, which characterizes the moment of their occurrence, and the proposed force criterion $N_{bd} = N_{ct,cr}$, which characterizes the local adhesion disorder of reinforcement to concrete, allows to describe the formation and development of normal cracks in reinforced concrete elements at any stage.

The general calculation method of the normal cracks opening width from the standpoint of consistent multilevel accumulation of concrete and reinforcement mutual displacements has been improved, which actually corresponds to the real character of the cracks development in reinforced concrete elements. The technique of determining distances between normal cracks of any levels has been further developed due to the use of variable average stresses of reinforcement with concrete adhesion, which, in turn, allowed us to refuse the use a number of empirical parameters and coefficients.

Experimental studies of multilevel formation and opening of normal cracks in centrally stretched and bending reinforced concrete elements have been carried out. The influence of the stress-strain state and the reinforcement profile shape on the number of normal cracks formation levels and on the corresponding load levels is determined.

For the first time, the energy criterion for determining the residual resource of reinforced concrete structural elements according to the specified parameters of their deformation is proposed. On the it's basis the general model and calculation method of reinforced concrete elements energy (deformation and force) resource according to such deformation parameters as bending, step and crack opening width, etc. are developed. The method of calculating the reinforced concrete elements residual resource is constructed in such a way that the field studies results can be directly embedded in the generalized state diagrams of those structural elements that need appropriate reinforcement. And this is especially relevant for the assessment and prediction of the real stress-strain state of structural elements in designed and operated buildings and structures.

Experimental and statistical estimation is performed and comparison of developed calculation methods of normal cracks multilevel formation and opening with other methods, including normative ones, is made.

The **introduction** substantiates the relevance and formulates the purpose, main tasks and methods of research, presents the general characteristics, scientific novelty and practical importance of the dissertation.

The **first section** covers the development of the theory of reinforced concrete crack resistance from the position of reinforcement with concrete adhesion.

The 4 main stages and directions of development of the theory of reinforcement with concrete adhesion in concrete elements are allocated. Here the detailed classification of reinforcement with concrete adhesion models according to their scale and structure, according to concrete and reinforcement representation

schemes, according to schemes, character of destruction and mathematical solution of their interaction is made. Also, a classification and critical analysis of the most known to date are given: diagrams and criteria of reinforcement with concrete adhesion strength, analytical dependences for determination of limit and average stresses of reinforcement with concrete adhesion. The main advantages and disadvantages of the considered models, diagrams, criteria and dependencies that describe the interaction of reinforcement with concrete in reinforced concrete elements are identified and evaluated.

The development peculiarities of the general theory of reinforced concrete structural elements crack resistance taking into account the basic provisions of the reinforcement with concrete adhesion theory are analyzed. The classification and analysis of recently proposed normal cracks multilevel formation models are presented. The focus is on proposals for calculating the distances between cracks and their opening width. A critical analysis of the studies results in which these characteristics directly or indirectly correlate with the reinforcement to concrete adhesion parameters is made. The main disadvantages of the most well-known dependences on step and crack opening width determination in reinforced concrete elements are established.

The conclusions at the end of the first section allowed us to choose the direction of research and to outline the ways of solving certain tasks of the dissertation.

The **second** section is devoted to the theoretical foundations development of the general model and calculation methods of multilevel formation and the normal cracks opening in reinforced concrete elements, taking into account the reinforcement with concrete adhesion. The basic propositions, hypotheses and preconditions necessary for the development of these models are formulated. A power criterion is proposed, which characterizes local violations in the adhesion of reinforcement to concrete and allows determining the place of any level normal cracks formation. The reinforcement with concrete interaction is modeled in the simplest way - by means of medium stresses of reinforcement to concrete adhesion. It is established that their dependence on the stresses in the armature is appropriate to be described by a nonlinear function. The general analytical dependences on calculation of a step and width of normal cracks opening at their multilevel formation are received.

General recommendations for the calculation of multilevel formation and the normal cracks opening, which outline the sequence of its implementation, are developed. A simplified calculating method of the normal cracks formation in structural reinforced concrete elements is proposed, which, because of the relative simplicity and accuracy, can be used as an "express" technique.

The **third** section is devoted to the experimental verification of the developed methodology for the calculation of multilevel formation and the normal cracks opening. The research program, the materials and design of the specimens and the test methods, including power equipment, measuring instruments and their layout, are described in detail. The main results of concrete and reinforcement mechanical characteristics experimental studies, centrally stretched and bent reinforced concrete elements are presented. In the careful analysis of the test results, particular attention was paid to the issues of prototypes crack resistance. The statistical comparison of the crack widths experimental values with the theoretical, calculated by different methods is made.

The **fourth** section provides brief recommendations for the calculation of the reinforced concrete structural elements total energy resource. It describes the essence of the proposed energy criterion for determining the structural elements residual resource according to the specified parameters of their deformation (bends, steps and crack opening width, etc.). The general model and method of calculating the reinforced concrete elements energy (deformation-force) resource shall be constructed in such a way that the field studies results obtained by geodetic, photogrammetric or any other methods could be incorporated directly into the real state elements generalized diagrams.

The reliability of the developed general and simplified methods for calculating the formation and opening of normal cracks is statistically substantiated and evaluated according to the experimental studies results of other, mainly foreign authors. Comparison of the developed calculation methods with the methods of other authors and current regulatory documents, including other countries, was made.

The obtained results of author experimental-theoretical researches are tested by separate project organizations in the calculations of the reinforced concrete overlappings basic elements of different purpose objects and are used in educational process of separate establishments of higher education at preparation of a construction profile experts.

Keywords: reinforced concrete elements, reinforcement, concrete, adhesion, cracks, levels of crack formation, step and width of cracks, energy criterion, residual resource.



Національний університет водного господарства та природокористування

Список опублікованих праць здобувача за темою дисертації

У наукових періодичних виданнях іноземних держав та у наукових фахових виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз:

- Romashko-Maistruk O. V. Fundamentals of the energy model of deformation of reinforced concrete elements and structures. *Science and education a new dimension. Natural and technical science.* Sept. 2020. VIII (29), Iss. 238. p. 12-15. (індексується базою Index Copernicus).
- Romashko O. V. and Romashko V. M. Model of multilevel formation of normal cracks in reinforced concrete elements and structures. *IOP Conf. Ser.: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 708. 012069. (індексується базою SCOPUS).
- Romashko V., Romashko O. Calculation of the crack resistance of reinforced concrete elements with allowance for the levels of normal crack formation. *MATEC Web of Conf.* 2018. Vol. 230. 02028. (індексується базою SCOPUS).
- Ромашко-Майструк О. В. Дослідження рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах. *Наук.-техн. зб.* «Комунальне господарство міст». 2020. Вип. 4(157). С. 18-24. (індексується базою Index Copernicus).
- Ромашко-Майструк О. В. Моделювання зчеплення арматури з бетоном в залізобетонних елементах. Зб. наук. праць УкрДУЗТ. 2020. Вип. 190. С. 35-41. (індексується базою Index Copernicus).
- Ромашко О. В., Ромашко В. М. Розрахунок енергетичного ресурсу залізобетонних елементів і конструкцій. Зб. наук. праць УкрДУЗТ. 2019. Вип. 186. С. 23-30. (індексується базою Index Copernicus).
- Ромашко О. В., Ромашко В. М. Щодо оцінювання зчеплення арматури з бетоном. Зб. наук. праць УкрДУЗТ. 2018. Вип. 179. С. 92-99. (індексується базою Index Copernicus).
- у наукових фахових виданнях України:
- 8. Журавський О., Ромашко-Майструк О. Експериментальні дослідження

багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах. Будівельні конструкції: теорія і практика. 2019. Вип. 4. С. 28-38.

- Ромашко-Майструк О. В. Загальна методика розрахунку багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук.* праць. 2020. Вип. 38. С. 339-346.
- 10. Ромашко О. В., Ромашко В. М., Журавський О. Д. Узагальнена модель зчеплення арматури з бетоном. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць.* 2019. Вип. 37. С. 214-221.



Національний університет водного господарства та природокористування

3MICT

Перелік умовних позначень, символів, визначень та термінів					
ВСТУГ	ВСТУП				
РОЗДІЛ 1. РОЗВИТОК ТЕОРІЇ ТРІЩИНОСТІЙКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОНУ					
	З УРАХУВАННЯМ ЗЧЕПЛЕННЯ АРМАТУРИ З БЕТОНОМ	30			
1.1.	Розвиток загальної теорії зчеплення арматури з бетоном	30			
1.1.1.	Етапи та напрями розвитку теорії зчеплення арматури з				
	бетоном в залізобетонних елементах	30			
1.1.2.	Моделі зчеплення арматури з бетоном	33			
1.1.3.	Діаграми зчеплення арматури з бетоном	40			
1.1.4.	Критерії міцності зчеплення арматури з бетоном				
1.1.5.	Граничні напруження зчеплення арматури з бетоном				
1.1.6.	Середні напруження зчеплення арматури з бетоном	44			
1.2.	Напрями розвитку теорії тріщиностійкості залізобетонних				
	елементів з позицій зчеплення арматури з бетоном	45			
1.2.1.	Загальні положення.	45			
1.2.2.	Моделі утворення тріщин в залізобетонних елементах і				
	конструкціях	47			
1.2.3.	Відстань між тріщинами за їх рівневого утворення	49			
1.2.4.	Ширина розкриття тріщин	51			
1.3.	Висновки	53			
РОЗДІЛ 2. МОДЕЛЬ ТА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ					
	БАГАТОРІВНЕВОГО УТВОРЕННЯ НОРМАЛЬНИХ				
	ТРІЩИН	56			
2.1.	Основні положення, гіпотези та передумови	56			
2.2.	Загальний критерій порушення зчеплення арматури з бетоном				
	при утворенні нормальних тріщин	58			
2.3.	Узагальнена модель зчеплення арматури з бетоном	60			
2.4.	Модель багаторівневого утворення тріщин в залізобетонних				
	елементах конструкцій	68			

а природокорис 2.5.	Розрахунок відстаней між тріщинами	73		
2.5.1.	Центрально розтягнуті елементи			
2.5.2.	Згинальні залізобетонні елементи	74		
2.6.	Розрахунок ширини розкриття нормальних тріщин	78		
2.7.	Загальні рекомендації з розрахунку багаторівневого утворення			
	нормальних тріщин	80		
2.8.	Спрощена методика розрахунку багаторівневого утворення			
	нормальних тріщин в залізобетонних елементах конструкцій	83		
2.9.	Висновки	84		
РОЗДІ.	Л 3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ			
	БАГАТОРІВНЕВОГО УТВОРЕННЯ ТРІЩИН	87		
3.1.	Програма досліджень, матеріали та конструкція зразків	87		
3.2.	Методика експериментальних досліджень	92		
3.2.1.	Силове обладнання, вимірювальні прилади та схеми їх			
	розміщення	92		
3.2.2.	Дослідження механічних характеристик арматури і бетону	94		
3.3.	Випробування призмових зразків та аналіз отриманих			
	результатів	97		
3.4.	Експериментальні дослідження залізобетонних балок та аналіз			
	отриманих результатів	103		
3.4.1.	Загальні відомості з випробувань та аналіз роботи бетону	103		
3.4.2.	Робота арматури			
3.4.3.	Тріщиноутворення в балках	106		
3.4.4.	Кривина, прогини та характер руйнування балок	114		
3.5.	Висновки	118		
РОЗДІЛ	І 4. ПРИКЛАДНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ТА СТАТИСТИЧНА			
	ОЦІНКА РОЗРОБЛЕНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ			
	ТРІЩИНОСТІЙКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ	120		
4.1.	Розрахунок залишкового ресурсу залізобетонних елементів			
	конструкцій	120		

4.1.1.	Загальні положення				
4.1.2.	Розрахунок залишкового енергетичного ресурсу залізобетонних				
	елемен	тів конструкцій за параметрами їх тріщиностійкості	122		
4.1.3.	Особли	вості розрахунку залишкового енергетичного ресурсу			
	залізоб	етонних елементів конструкцій за прогинами	127		
4.2.	Експер	иментально-статистична оцінка розроблених методів			
	розраху	унку тріщиностійкості залізобетонних елементів			
	констр	укцій	128		
4.3.	Прикла	ади розрахунку залізобетонних елементів конструкцій	134		
4.4. Висновки					
ЗАГАЛ	ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ				
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ					
ДОДА	ГОКА.	До розвитку загальної теорії зчеплення арматури з)T		
	\sim	бетоном	187		
ДОДА	ГОК Б.	До розвитку загальної теорії тріщиностійкості			
		залізобетонних елементів конструкцій	202		
ДОДАТ	ГОК В.	Алгоритми розрахунку залізобетонних елементів	206		
ДОДА	ГОК Г.	Впровадження результатів досліджень	211		
ДОДА	ГОК Д.	Список опублікованих праць за темою дисертації	215		
ДОДАТ	ГОК Е.	Відомості про апробацію результатів дисертації	217		

Перелік умовних позначень, символів, визначень та термінів

Визначення та терміни:

Модель зчеплення арматури з бетоном – фізичне уявлення процесу взаємодії арматури з бетоном в процесі їх спільного деформування, що графічно відображається характерними діаграмами та описується певними математичними залежностями і закономірностями.

Діаграма зчеплення арматури з бетоном – графічне відображення функціонального зв'язку між дотичними напруженнями τ_{bs} , що виникають уздовж ділянки контакту бетону і арматури, та взаємними зміщеннями зазначених матеріалів δ_s .

Граничні напруження зчеплення арматури з бетоном $(\tau_{bmax,u})$ – максимальні на діаграмі зчеплення $\tau_{bs} - \delta_s$ значення дотичних напружень, що виникають уздовж ділянки контакту бетону і арматури за їх спільного деформування.

Середні напруження зчеплення арматури з бетоном (τ_{bm}) – осереднені за діаграмою зчеплення $\tau_{bs} - \delta_s$ значення дотичних напружень, що виникають уздовж ділянки контакту бетону і арматури за їх спільного деформування.

Модель багаторівневого утворення нормальних тріщин – фізичне уявлення ступеневого процесу утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах, пов'язане з різкими змінами діаграми зчеплення арматури з бетоном.

«*Вільна арматура*» – відрізки арматурних стержнів, що випробувані на розтяг у розривній машині.

Умовні позначення:

A_c, *A_{ct}* – площа поперечного перерізу бетону стиснутої та розтягнутої зон, відповідно;

A_{st}, *A_{sc}* – площа поперечного перерізу розтягнутої та стиснутої арматури;
 D – жорсткість осередненого перерізу елемента;

Е_{cc} – січний модуль деформацій бетону;

*Е*_{со}, *Е*_{ст} – початкове та середнє значення модуля пружності бетону;

*E*_s – розрахункове значення модуля пружності арматурної сталі;

EI – згинальна жорсткість;

I_{cc}, *I_{ct}* – момент інерції площі перерізу бетону стиснутої та розтягнутої зон, відповідно;

*I*_s – момент інерції площі перерізу арматури;

M_{Ed} – розрахункове значення зовнішнього згинального моменту;

N_{Ed} – розрахункове значення зовнішньо прикладеної осьової сили;

а, с – геометричні характеристики;

a, *b*, *c*, – параметри діаграм деформування стиснутого та розтягнутого *a*_t, *b*_t, *c*_t бетону, відповідно;

f_{bd} – граничне значення середніх напружень (міцність) зчеплення арматури з бетоном;

f_{cd}, *f_{ck}* – розрахункове та характеристичне значення міцності бетону на стиск у віці 28 діб;

f_{ctd}, *f_{ctk}* – розрахункове та характеристичне значення міцності бетону на осьовий розтяг;

fy – значення міцності арматури на границі текучості;

f_{yd}, *f_{yk}* – розрахункове та характеристичне значення міцності арматури на границі текучості;

h, *h*_n – загальна висота перерізу і висота перерізу елемента прямокутного профілю, відповідно;

k, К – коефіцієнт, стала величина;

l, *L*, *l*_o – довжина, проліт, база вимірювань тощо;

т – коефіцієнт;

 n_{so} — відношення модулів пружності арматури і бетону E_s / E_{co} ;

1/*г* – кривина конструктивного елементу в певному перерізі;

— відстань (крок) між нормальними тріщинами;

- *х, у, z* координати, переміщення;
- *x_c*, *x_t* висота стиснутої та розтягнутої зон перерізу, відповідно;
- α, β, δ коефіцієнти, характеристики, переміщення;
- *ε*_c відносні деформації бетону за стиску;
- *ε*_{cc}, *ε*_{ch} відносні деформації повзучості та усадки бетону, відповідно;
- $\varepsilon_{c1}, \varepsilon_{ct,1}$ відносні деформації бетону за стиску та розтягу при максимальних напруженнях згідно криволінійних діаграм $\sigma_c \varepsilon_c$ та $\sigma_{ct} \varepsilon_{ct}$;
- ε_{cu} , ε_{ctu} граничні деформації стиснутого та розтягнутого бетону згідно криволінійних діаграм $\sigma_c \varepsilon_c$ та $\sigma_{ct} \varepsilon_{ct}$, відповідно;
- ε_t відносні зміщення розтягнутого бетону з урахуванням сумарної ширини розкриття тріщин на ділянці вимірювань ($\varepsilon_t = \varepsilon_{ct} + \Sigma w / l_0$);
 - відносні деформації видовження арматури;
- ε_{so} відносні деформації видовження арматури при досягненні напружень розрахункового опору $f_{yd}(f_{yk})$;

ε_{yk}, *ε_{uk}* – значення відносних граничних деформацій видовження арматури на межі її текучості та на межі її розриву, відповідно;

 \mathcal{E}_{S}

η – рівень завантаження (деформування) елемента;

ρl – коефіцієнт армування елемента поздовжніми стержнями;

 σ_c , σ_{ct} – напруження у стиснутому та розтягнутому бетоні, відповідно;

 σ_{cu} – напруження стиску у бетоні при граничній деформації стиску ε_{cu} ;

$$\sigma_s$$
 – напруження в арматурі;

 τ_{bd} , τ_{bs} – дотичні напруження зчеплення арматури з розтягнутим бетоном;

- *τ_{bm}* середні значення дотичних напружень зчеплення арматури з розтягнутим бетоном;
- *w_k* ширина розкриття нормальних тріщин;
- *ψ* коефіцієнт;
- *Ø* діаметр арматурного стержня

аціональний університет юдного господарства а природокористування

ВСТУП

Обгрунтування вибору теми дослідження. Не дивлячись на те, що світова історія досліджень тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій є доволі тривалою, сьогодні все ж таки необхідно визнати: достатньо аргументованих та переконливих методів розрахунку, що узгоджувалися б, як не з усім масивом, то хоча б з більшістю накопичених результатів експериментальних досліджень та не вступали б у взаємне протиріччя між собою [82], досі так і не запропоновано. Найбільш суттєві розбіжності між пропонованими методиками пов'язані, перш за все, з урахуванням загальних характеристик опору бетону зсуву арматури. За результатами експериментальних досліджень вітчизняних та зарубіжних авторів максимальні значення цих характеристик не просто відмінні між собою, а різняться в рази.

Одною чи не з основних причин розбіжностей у оцінці характеристик опору бетону зсуву є відсутність єдиної методики випробувань та єдиних критеріїв оцінки їх результатів. У переважній більшості випадків зчеплення арматури з бетоном визначається за результатами висмикування або продавлювання арматурного стержня, розташованого в центрі бетонної призми чи циліндра. За таких обставин в бетоні виникають стискуючі напруження, тоді як в згинальних елементах мова іде про зчеплення арматури з розтягнутим бетоном. Тому, щоб врахувати взаємодію арматури з бетоном в питаннях тріщиностійкості, окремі автори віддають перевагу дослідженням зчеплення арматури з бетоном на спеціальних балкових зразках [32; 138; 180; 185; 218; 251; 307; 352]. Однак, у разі руйнування згинальних зразків по бетону, дослідження параметрів граничного зчеплення арматури з бетоном стає неможливим.

Якщо залізобетон моделювати у вигляді складної функціональної системи, що складається з крупного заповнювача, арматури і зв'язуючої цементно-піщаної матриці, то утворення тріщин слід розглядати з позицій

порушення зв'язку між бетоном та арматурою на рівні мікроскопічної структури цементно-піщаної матриці. За таких обставин завдання з побудови розрахункової моделі утворення тріщин в залізобетонних елементах суттєво ускладнюється. Пряме застосування гіпотези сумісності деформацій стає некоректним із-за порушення суцільності бетону наявними в ньому недосконалостями, включно з мікро- та макротріщинами. Тому загальну оцінку напружено-деформованого стану залізобетонних елементів все частіше намагаються пов'язувати з основними положеннями механіки руйнування [62; 66; 144].

Однак сучасні рішення, що пропонуються в рамках механіки руйнування з допомогою «складених стрижнів» та «двоконсольного» елементу [62; 144], залишаються іще доволі складними. Зокрема, виділення вказаного елементу само по собі є вкрай непростим завданням, яке надто складно вирішити в реальному проектуванні залізобетонних елементів. Зазвичай, воно потребує розгляду системи інтегрально-диференційних рівнянь, точний аналітичний розв'язок яких є дуже складним, а часто навіть відсутнім. Тому, задля отримання інженерно-осяжних результатів розрахунку, приходиться формалізувати наближені рішення таких рівнянь за допомогою ітерацій.

Загалом же, якщо взяти до уваги початкові усадкові мікророзриви суцільності бетону на його поверхні, задача розрахунку утворення та розкриття нормальних тріщин в розтягнутій зоні залізобетонних елементів (зокрема відстаней між тріщинами) в принципі не може мати точного аналітичного вирішення.

Тому розробка інженерних методів розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів, що базуватимуться на загальних закономірностях зміни відстаней між нормальними тріщинами та деформацій арматури з обов'язковим врахуванням опору бетону її зсуву на ділянках між тріщинами, залишатимуться актуальними й надалі. В основу таких методів повинна закладатися певна математична модель напружено-деформованого стану залізобетонних елементів, що враховує особливості не тільки нелінійного

деформування структурно неоднорідних матеріалів (арматури і бетону), але й їх контактної взаємодії (зчеплення). Безперервні і особливо різкі зміни НДС на межі контакту зазначених матеріалів певною мірою обумовлені саме багаторівневим утворенням нормальних тріщин на ділянках активного зчеплення арматури з бетоном та потребують спеціального дослідження.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Тема дисертації відповідає концепції реалізації державної політики з нормативного забезпечення будівництва в Україні та стратегії її сталого розвитку "Україна – 2020", схваленої указом президента України від 12.01.2015 року (№ 5/2015).

Дисертаційна робота є складовою частиною науково-дослідних робіт тематики кафедри залізобетонних та кам'яних конструкцій КНУБА на 2016–2020 рр. «Дослідження залізобетонних конструкцій при складних впливах», розділ III «Експериментально-теоретичні дослідження залізобетонних конструкцій» (номер державної реєстрації 01971U005390).

Основні дослідження теоретичного та прикладного характеру також пов'язані з держбюджетними роботами кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки НУВГП за темами: «Геометричне та фізичне моделювання в архітектурі, будівництві та техніці» (державний реєстраційний номер 0114U001154), «Геометричне та фізичне моделювання в архітектурі та будівництві» (номер державної реєстрації 0117U003523).

Мета роботи – розробка узагальненої моделі та інженерних методів розрахунку багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах на основі узагальненої моделі зчеплення арматури з бетоном в рамках подальшого розвитку загальної деформаційно-силової моделі опору бетону та залізобетону силовим впливам.

Для досягнення поставленої мети були сформульовані наступні задачі досліджень:

 Розробка узагальненої моделі зчеплення арматури з бетоном, яка дозволяла б достовірно оцінювати їх спільну взаємодію на будь-якій стадії деформування залізобетонних елементів і конструкцій.

- 2. Отримання загальної функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном, яка дозволяла б у найпростіший спосіб визначати величину зусилля їхньої механічної взаємодії на всьому діапазоні деформування залізобетонних елементів.
- Побудова моделі багаторівневого утворення нормальних тріщин, яка була б узгоджена з узагальненою моделлю зчеплення арматури з бетоном та дозволяла б застосовувати гіпотезу Томаса у спрощеній формі.
- 4. Розробка загального та спрощеного методів розрахунку основних параметрів багаторівневого утворення нормальних тріщин (відстаней між тріщинами та ширини їх розкриття), що сприяло б подальшому розвитку загальної теорії деформування залізобетону.
- 5. Проведення експериментальних досліджень центрально розтягнутих та згинальних залізобетонних елементів в з метою перевірки запропонованої моделі та розроблених методів розрахунку основних параметрів багаторівневого утворення нормальних тріщин.
- Побудова методики розрахунку залишкового енергетичного ресурсу залізобетонних елементів конструкцій в рамках подальшого розвитку деформаційно-силової моделі їх опору силовим впливам.
- 7. Експериментально-статистична оцінка розроблених методів розрахунку багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин.
- 8. Апробація загального та спрощеного методів розрахунку багаторівневого утворення і розкриття нормальних тріщин.

Об'єкт дослідження – процес багаторівневого утворення і розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах на основі моделі, що враховує зчеплення арматури з бетоном.

Предмет дослідження – напружено-деформований стан (НДС) згинальних та центрально розтягнутих залізобетонних елементів, математична модель багаторівневого утворення нормальних тріщин, рівні утворення, крок та ширина їх розкриття.

Методи дослідження – вивчення та аналіз результатів найбільш

відомих експериментально-теоретичних досліджень, висвітлених у відкритих літературних джерелах та пов'язаних з тріщиностійкістю залізобетонних елементів; синтез, абстрагування, фізичне та математичне моделювання визначальних характеристик та параметрів напружено-деформованого стану стержневих залізобетонних елементів конструкцій з урахуванням зчеплення арматури з бетоном; методи числового аналізу НДС залізобетонних елементів за умов багаторівневого утворення нормальних тріщин; методи теорії ймовірностей та математичної статистики обробки результатів експериментальних та теоретичних досліджень.

Наукова новизна одержаних результатів полягає в тому, що автором даних досліджень отримано нові експериментальні дані щодо рівнів та параметрів утворення і розвитку нормальних тріщин в залізобетонних елементах та вперше:

- запропоновано силовий критерій локального порушення зчеплення арматури з розтягнутим бетоном, який дозволяє прогнозувати кількість рівнів утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах та відповідні їм рівні завантаження;
- зв'язок між середніми напруженнями зчеплення арматури з бетоном та нормальними напруженнями в самій арматурі на всьому діапазоні її деформування представлено нелінійною функцією, що забезпечило формування загальної моделі багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах;
- розроблено модель та методику визначення енергетичного ресурсу залізобетонних елементів за конкретно встановленими деформаційними параметрами (прогинами, кроком та шириною розкриття тріщин), що дозволяє оцінювати та прогнозувати реальний напружено-деформований стан елементів в проектованих та експлуатованих будівлях і спорудах;

удосконалено:

- деформаційно-силову модель опору залізобетонних елементів силовим

впливам в питаннях утворення та розвитку нормальних тріщин з урахуванням зчеплення арматури з бетоном;

 загальну методику розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин з позицій послідовного багаторівневого накопичення взаємних зміщень бетону і арматури, що в дійсності відповідає реальному характеру розвитку тріщин в залізобетонних елементах;

отримали подальший розвиток:

- модель зчеплення арматури з бетоном завдяки використанню нелінійної функції середніх напружень зазначеного зчеплення, що дозволяє у найпростіший спосіб контролювати зусилля взаємодії арматури з бетоном на будь-якій стадії деформування залізобетонних елементів;
- модель багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах з урахуванням локального порушення зчеплення арматури з бетоном, що забезпечило застосування єдиного методологічного підходу до їх розрахунку;

 методика визначення відстаней між нормальними тріщинами будь-яких рівнів за рахунок нелінійної функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном, що дозволило відмовитись від низки емпіричних параметрів та коефіцієнтів.

Практичне значення одержаних результатів. Отримані результати досліджень: розвивають загальну теорію зчеплення арматури з бетоном та загальну модель багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах; доповнюють деформаційно-силову модель опору залізобетонних елементів силовим впливам в питаннях тріщиностійкості; удосконалюють методи розрахунку тріщиностійкості нормальних перерізів залізобетонних елементів; забезпечують можливість об'єктивної оцінки напружено-деформованого стану конструктивних елементів, що потребують відповідного підсилення із-за зниження свого початкового ресурсу.

За результатами проведених досліджень розроблено інженерні експресметоди розрахунку багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах, які не потребують створення спеціального програмного забезпечення та дозволяють виконувати більшість розрахунків за розробленими відносно простими та компактними алгоритмами.

- В цілому результати дисертаційних досліджень знайшли застосування в: – Рівненській філії державного підприємства «Український державний "Діпромісто"» науково-дослідний інститут проектування міст при конструкцій залізобетонних розрахунку несучих перекриттів при проектуванні кварталу житлової та громадської забудови по ВУЛ. Костромська-Гагаріна в м. Рівне (II черга);
- приватному акціонерному товаристві «Рівнеінвестпроект» при розрахунку несучих конструкцій залізобетонних перекриттів наступних об'єктів:
 №13.2308.19 «Робочий проект релігійно просвітницького центру «Ковчег»» в м. Лубни Полтавської області; №40.2335.19 «Робочий проект добудови ТРЦ «Чайка» в м. Рівне».

Результати дисертаційних досліджень також використані в навчальному процесі Київського національного університету будівництва та архітектури і Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне) при вивченні фаховоспрямованих навчальних дисциплін студентами спеціальності 192 «Будівництво і цивільна інженерія» за спеціалізацією «Промислове та цивільне будівництво» та виконанні ними магістерських робіт.

Особистий внесок здобувача. Основні ідеї, наукові розробки та практичні результати, викладені в дисертаційній роботі, отримані автором особисто. У спільних публікаціях зі співавторами (див. дод. Д) здобувачу належить в роботах: [2] – розробка основних положень загальної моделі багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин, формулювання універсального силового критерію взаємодії арматури з бетоном за появи тріщин; [3] – розробка загального та спрощеного методів розрахунку основних параметрів тріщиностійкості залізобетонних елементів в

нормальних перерізах; [6] – формулювання енергетичного критерію та i розробка моделі методики розрахунку енергетичного pecypcy залізобетонних елементів за конкретно встановленими деформаційними параметрами (прогинами, кроком та шириною розкриття тріщин); [7; 10] – формування основних положень узагальненої моделі зчеплення арматури з бетоном в залізобетонних елементах та отримання нелінійної функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном; [8] – розробка методики експериментальних досліджень, обробка їх результатів та статистична оцінка запропонованих методів розрахунку багаторівневого утворення і розкриття нормальних тріщин.

Апробація результатів дисертації. Основні результати дисертаційних досліджень оприлюднювались на: VII-й міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті» (14-16 листопада 2018, м. Харків); ІІІ-й міжнародній конференції «Експлуатація та реконструкція будівель і споруд» (26-28 вересня 2019, м. Одеса); VIII-й міжнародній науково-технічній конференції «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті» (20-22 листопада 2019, м. Харків); VII-й конференції міжнародній науково-практичній «Актуальні проблеми інженерної механіки» (12-15 травня 2020, м. Одеса); 3-й міжнародній науковотехнічній конференції «Ефективні технології і конструкції в будівництві та архітектура села» (26-27 травня 2020, м. Львів).

У повному обсязі робота доповідалась і отримала схвалення на засіданні кафедри залізобетонних та кам'яних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури.

Публікації. За темою дисертаційної роботи опубліковано 10 наукових праць. Основні результати проведених досліджень містяться у 7-и статтях в наукових журналах і збірниках фахових спеціалізованих видань України, 4-и з яких у виданнях, що індексуються міжнародною наукометричною базою Index Copernicus; у 3-х статтях наукових періодичних видань іноземних

держав, з яких 2-а індексуються міжнародною наукометричною базою Scopus, а 1-е - міжнародною наукометричною базою Index Copernicus.

Матеріали дисертаційної роботи також висвітлені в тезах доповідей 5-ти міжнародних науково-технічних конференцій.

Структура і обсяг роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку використаної літератури (365 найменувань) та 6-ти додатків. Дисертація викладена на 217 сторінках, з яких 130 сторінок основного тексту, 36 сторінок списку літератури, 31 сторінка додатків. До основної частини дисертації входить 51 рисунок і 18 таблиць на 8-ми повних сторінках.



Національний університет водного господарства та природокористування

РОЗДІЛ 1

РОЗВИТОК ТЕОРІЇ ТРІЩИНОСТІЙКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОНУ З УРАХУВАННЯМ ЗЧЕПЛЕННЯ АРМАТУРИ З БЕТОНОМ

1.1. Розвиток загальної теорії зчеплення арматури з бетоном

1.1.1. Етапи та напрями розвитку теорії зчеплення арматури з бетоном в залізобетонних елементах

Загальна теорія тріщиностійкості, вагомий внесок у формування якої внесли і наші вітчизняні вчені Азізов Т. Н. [1], Бабич Є. М. [160], Бамбура А. М. [16], Бліхарський З. Я. [174], Вахненко П. Ф. [28], Голишев О. Б. і Бачинський В. Я. [78], Городецький О. С. [41], Демчина Б. Г. [44], Дорофеєв В. С. [48], Журавський О. Д. [50], Карпюк В. М. [58], Кваша В. Г. [59], Клімов Ю. А. [135], Клименко Є. В. [60], Колчунов В. І. і Яковенко І. А. [61; 66], Кочкарьов Д. В. [73], Молодченко Г. А. [85], Павліков А. М. [96], Прокопович А. А. [99], Ромашко В. М. [106], Семко О. В. [115], Шмуклер В. С. [142] і багато інших, постійно спрямовувалася до питань зчеплення арматури з бетоном.

За всіма оприлюдненими на сьогодні результатами експериментальнотеоретичних досліджень відомо, що зчеплення арматури з бетоном залежить від дуже великої кількості різноманітних параметрів і доволі суттєво впливає на деформування залізобетонних елементів та конструкцій. Водночас, незважаючи на весь масив багаторічних досліджень, загальну теорію зчеплення арматури з бетоном, яка задовольняла б основні вимоги інженерівпроектувальників, так і не побудовано. Тому й не дивно, що в чинних нормативних документах [49; 118; 119; 148; 158; 183; 189; 201; 210], які регламентують алгоритми розрахунку тріщиностійкості методи та залізобетонних елементів, взаємодія арматури з бетоном враховується лише опосередковано за допомогою емпіричних коефіцієнтів.

Загалом всі дослідження зчеплення арматури з бетоном можна умовно розподілити за чотирма напрямами.

Дослідження першого напряму пов'язані з виявленням основних параметрів, що найбільше впливають на міцність зчеплення арматури з бетоном. Завдяки численним роботам вітчизняних і закордонних дослідників серед таких параметрів названо:

- склад, вид та механічні характеристики бетону [4-6; 44; 130; 145; 161; 206; 280; 281; 285; 296; 303; 313; 338]);
- вид і профіль, геометричні та механічні характеристики арматури [10; 34; 45; 47; 59; 70; 86; 87; 93; 116; 117; 120; 134; 137; 152; 157; 168; 177; 206; 209; 229; 273; 303; 313; 339; 344];
- конструктивні характеристики армування залізобетонних елементів [10; 95; 204; 206; 223; 239; 248; 250; 285; 303; 315; 344];
- технологічні параметри виготовлення та зберігання елементів і конструкцій
 [7; 15; 46; 51; 67-69; 79; 84; 90; 100; 120; 167; 248];

– вид і режим навантаження [6; 8; 32; 35; 77; 89; 94; 129; 139; 150; 206].

Дослідження другого напряму скеровані на встановлення основних закономірностей зчеплення арматури з бетоном. Спочатку Glanville, W. H. [229], а згодом Кузнецов А. Н. [77] та Столяров Я. В. [120] запропонували напруження зчеплення арматури з бетоном пов'язувати з нормальними напруженнями в самій арматурі. Пізніше було уточнено, що подібний зв'язок у вигляді лінійної залежності можна приймати з деяким наближенням лише на стадії граничного деформування [4].

Більш перспективною виявилась пропозиція Фрайфельда С. Е. [128] зв'язувати напруження зчеплення арматури з бетоном з їх взаємними зміщеннями. Вона отримала експериментальне підтвердження в дослідах Холмянського М. М. [133] та Rehm G. [312]. Саме останній назвав виявлену залежність $\tau_{bs} - \delta_s$ «законом зчеплення». Згодом для його опису були прийняті степеневі [182; 254; 280; 299; 313; 338; 348; 349] і поліноміальні [202; 285; 297], показникові і експоненційні [193; 245; 278; 289; 305], дробові

[164; 278] і логарифмічні [46; 132; 301; 340], тригонометричні [8; 177; 259; 292; 312] і лінійні функції [33; 92; 121; 297] та їх комбінації у вигляді сплайнів [24; 62; 193; 206; 253; 257; 262; 265; 267; 279; 306; 326].

Однак експериментальні дослідження 50-70-х років показали, що «закон зчеплення» в перерізах залізобетонного елементу уздовж контакту арматури з бетоном не залишається однаковим (сталим). Тому дослідження третього напряму спочатку Guyon Y. [232], Холмянським М. М. [133], Оатулом А. А. [94] і Goto Y. [230], а згодом і іншими [24; 53; 54; 62; 126; 163; 191; 193; 202; 206; 225; 236; 269; 279; 299; 314; 325; 330; 332; 340; 344; 355], були зорієнтовані на створення певної моделі зчеплення, яку можна було б покласти в основу загальної теорії зчеплення та вирішити низку важливих задач в теорії залізобетону.

Четвертий напрям в дослідженнях зчеплення арматури з бетоном пов'язаний з числовими методами розрахунку залізобетонних елементів і конструкцій. В 60-х роках XX-го століття Scordelis A. C. та Ngo D. [295] запропонували вирішувати проблему зчеплення арматури з бетоном за допомогою методу скінчених елементів (МСЕ). Згодом ця ідея була розвинута в роботах [19; 41; 62; 89; 153; 198; 207; 226; 252; 260; 263; 264; 267; 268; 288; 297; 308; 333; 361; 365]. Однак, не дивлячись на широкі функціональні можливості МСЕ, рішення контактних задач в залізобетоні і досі залишається доволі складним.

Окремо слід зупинитись на останніх дослідженнях зчеплення арматури серпоподібного профілю, проведених вітчизняними вченими.

Рівненською школою під керівництвом проф. Бабича Є. М. [3; 9-12; 138; 139] досліджено: вплив міцності бетону, його захисного шару та діаметру арматури на граничні напруження зчеплення; залежність напружень зчеплення від виду навантажень; вплив розмірів бетонної оболонки на взаємне зміщення бетону і арматури; зміщення максимальних напружень зчеплення від завантаженого до незавантаженого торця дослідних зразків; вплив НДС зразків на граничні напруження зчеплення.

Львівською школою під керівництвом проф. Кваші В. Г. [59; 83] та проф. Демчини Б. Г. [29; 30; 43; 44] вказано на: залежність міцності зчеплення від площі контакту арматури з бетоном; більшу загальну податливість стержнів серпоподібного профілю порівняно з кільцевим; загальну залежність напружень зчеплення від густини та міцності легкого бетону, діаметру та профілю арматури.

Київською школою під керівництвом проф. Клімова Ю. А. [135; 142] встановлено, що: геометричні параметри профілю арматури є вирішальними в оцінці її зчеплення з бетоном; вигляд залежностей $\sigma_s - \delta_s$ для арматури серпоподібного та кільцевого профілів є ідентичним; граничні напруження зчеплення арматури з бетоном є пропорційними до індексу Рема f_R ; міцність зчеплення арматури з бетоном є непропорційною до його міцності.

Підсумовуючи сказане, варто відзначити, що відсутність на сьогодні загальної теорії зчеплення арматури з бетоном спонукає до продовження досліджень з її побудови. І особливу роль у вирішенні окресленої проблеми варто було б відвести узагальненій моделі зчеплення арматури з бетоном.

1.1.2. Моделі зчеплення арматури з бетоном

Відомі на сьогодні результати моделювання взаємодії арматури з бетоном не тільки суттєво відрізняються між собою, але й часто вступають у взаємне протиріччя. Зазначена ситуація є цілком природною і зрозумілою, оскільки обумовлена результатами експериментальних досліджень, в яких були відмінні: форми та розміри зразків; види та класи бетону і арматури; схеми армування та умови ущільнення бетону; характер формування контактного шару; технологічні параметри догляду за бетоном; схеми та умови випробування зразків, тощо.

Безперечно, що класифікація моделей зчеплення арматури з бетоном дозволить не тільки систематизувати самі дослідження, але й певним чином упорядкувати їх результати. Зазначені моделі можна умовно розділити за багатьма ознаками, основними серед яких є: масштаб та структура моделі; подання бетону та арматури; характер руйнування контактного бетону; схеми взаємодії арматури з бетоном та їх математичні рішення.

В роботі [29] автори достатньо обґрунтовано визначили наступні рівні **масштабу** моделі: ребро (виступ) на арматурі, арматурний стержень та конструктивний елемент. Дослідження зчеплення арматури з бетоном на рівні її виступів дозволило Rehm G. [312; 313] встановити умовний критерій, (індекс) їх взаємозв'язку на «типовій одиничній» ділянці стержня. Для дослідження напружень зчеплення, що виникають на контакті арматури з бетоном, доводиться розглядати їх взаємодію в масштабі всього арматурного стержня. І тільки в масштабі конструктивного елемента можна всебічно дослідити зусилля взаємозв'язку арматури з бетоном [219; 234; 268; 344].

За своєю структурою моделі зчеплення можуть бути двошаровими та тришаровими. В основу перших Abrams D. A. [145], Мурашовим В. I. [88] та іншими [34; 85; 91; 120; 314] закладено двокомпонентні системи «арматурабетон» без виділення окремого контактного шару. Нині вони використовуються лише в спрощених методиках розрахунку залізобетонних елементів [74; 114]. В основу трикомпонентних моделей Холмянським М. М. [133], Watstein D. [355] та іншими [31; 56; 263; 311; 325] закладено структурну систему «арматура-контактний шар-бетон» з нескінченно малою товщиною контактного шару бетону. Сьогодні ці моделі стали невід'ємним елементом досліджень зчеплення арматури з бетоном за методом скінченних елементів [41; 62; 153; 155; 198; 207; 226; 252; 260; 263; 267; 268; 288; 308; 311; 333; 361; 365].

Одним із основних компонентів в моделях зчеплення завжди виступає **арматура**, де її приймають у вигляді реального профілю або ідеалізованого гладкого циліндра. Детальне моделювання профілю арматури вимагає створення дуже дрібної сітки скінченних елементів, що в підсумку веде до суттєвого ускладнення розрахунків. Тому, з метою спрощення розрахунків, арматуру зазвичай представляють ідеалізовано у вигляді гладкого циліндра.

Не менш важливим компонентом як в двошарових, так і в тришарових моделях зчеплення виступає навколишній **бетон**. В дослідженнях його представляють у вигляді оболонки: неармованої; армованої сталевим каркасом [64; 184; 200; 206] чи сталевою пружиною [156; 162; 187; 240]; обрамленої сталевою трубою [75; 270; 357].

Характер руйнування бетону в контактній зоні залежить від конструкції дослідних зразків. В бетонних зразках з коротким защемленням арматури [152; 156; 186; 313; 326; 330] і в зразках, обрамлених каркасом, [131; 143; 168; 276; 285; 295; 352] контактний бетон між виступами арматури зрізується. Розколювання навколишньої бетонної оболонки [10; 112; 342] відбувається в неармованих зразках переважно тоді, коли ділянка защемлення арматури перевищує 8 її діаметрів, а міцність бетону є більшою 17 МПа [75; 81].

В моделях зчеплення особливу роль відіграють схеми та принципи взаємодії арматури з бетоном.

Моделі механічної взаємодії арматури з бетоном за Кузнецовим А. Н. [77], Мурашовим В. І. [88] і іншими [4; 32; 94; 120; 132; 314; 315] побудовано на безпосередньому використанні результатів експериментальних досліджень у вигляді емпіричних параметрів, коефіцієнтів та найпростіших залежностей. Тому моделювання рівнів утворення тріщин в залізобетонних елементах з їх допомогою є надто наближеним.

Rehm G. [313], Goto Y. [230] та багато інших [152; 174; 184; 230; 244; 269; 345; 354] оцінюють граничний стан контакту арматури з бетоном за **моделями конічних оболонок**. Вона хоч і не враховує детального розподілу деформацій в зоні взаємодії арматури з бетоном, але дозволяє розглядати залізобетон у вигляді суцільного неоднорідного середовища з ідеальним контактом його структурних компонентів.

Особливістю **моделей складених стержнів** є те, що в них, спочатку Ржаніциним А. Р. [102], а згодом і іншими [25; 40; 61; 126; 127; 144], зона сполучення між різними матеріалами замінюється за гіпотезою зосередженого зсуву умовною площиною шва, уздовж якої відбувається

взаємодія стержнів (шарів бетону і арматури). Однак така розрахункова модель силового опору залізобетонних елементів залишається доволі складною навіть за використання двоконсольних елементів [61; 144], які дозволяють суттєво знизити порядок відповідних диференційних рівнянь.

У блокових моделях між двома суміжними нормальними тріщинами Беловим В. І. [18], Карпенком М. І. [53] та іншими [18; 26; 27; 52] виділяється ділянка, до якої на торцевих гранях прикладені нормальні напруження, що відповідають рівню навантаження, а уздовж розтягнутої грані прикладені дотичні напруження, зумовлені силами зчеплення арматури з бетоном. За розрахунковою схемою арматура відокремлена від блоку, а її вплив на блок відображений дотичними напруженнями. Їх розподіл моделюється лінійною функцією з максимумом біля тріщини, де виникають найбільші зсувні деформації бетону щодо арматури. Ділянка згасання напружень зчеплення прирівнюється до довжини анкерування арматури. Тому в довгих блоках (рис. 1.1, a) сили зчеплення діють тільки на коротких ділянках блоку, що примикають до тріщин, а в коротких блоках (рис. 1.1, b) функція розподілу напружень зчеплення на середині між тріщинами має розрив (стрибок).



Рисунок 1.1 – Розрахункові схеми зчеплення арматури з бетоном: *a* – в довгих блоках; *б* – в коротких блоках

Сіткова модель [54; 263; 269] грунтується на визначенні НДС бетону в зоні примикання до арматури періодичного профілю. Для цього в зоні контакту з арматурою виділяється певна розрахункова область. Її взаємодія з навколишнім бетоном моделюється пружними зв'язками, жорсткість яких
визначається за допомогою коефіцієнта постелі для бетону. На внутрішній поверхні виділеної області задаються умови, що відповідають характеру спільної роботи арматури з бетоном. Розрахунок модельованої області залишається доволі складним навіть за МСЕ.

У пружинних моделях [154; 263; 295; 297] бетон і арматуру представляють лінійно-пружними двовимірними та одновимірними скінченними елементами, що пов'язані між собою спеціальними елементами зв'язку. Від самого початку вони не мають розмірів, тому координати обох вузлів недеформованої сітки збігаються. У напрямку арматури жорсткість зв'язку підбирається за експериментальними даними витягування арматури з бетонних зразків. Жорсткість пружини, що моделює розпірні зусилля, приймається довільною, а інколи взагалі не враховується. Ця модель не знайшла широкого застосування в розрахунках реальних конструкцій.

У вузлових моделях [198; 267; 364; 365] використовують інший елемент, відрізняється від він шо пружинного ТИМ, ЩО має початковий розмір і являє собою плоский 6-ти вузловий скінченний елемент. Застосування подібного елементу дозволяє уникати порушення суцільності та розривів в полях напружень і деформацій. Тут дотичні напруження зчеплення пов'язуються як з жорсткістю скінченного елемента у поздовжньому напрямі, так і з зусиллями розпору, перпендикулярними до напряму арматури. Підбір жорсткостей вузлового елемента в обох напрямках залишається доволі трудомістким, а тому здійснюється ітераційними методами.

Моделі з вмонтованою арматурою [153; 207; 311; 361] грунтуються на використанні спеціального ізопараметричного елементу бетону, всередині якого розміщується одновимірний елемент арматури. Якщо зв'язок між цими елементами приймається ідеальним, то деформації бетону і арматури збігаються [308]. Якщо ж моделюється неідеальний контакт з можливим проковзуванням арматури відносно бетону, то на арматурному елементі розташовують спеціальні елементи зв'язку, через які відбувається передача зусиль з арматури на бетон. На жаль ці моделі не знайшли практичного

застосування у розрахунках залізобетонних елементів і конструкцій.

В основу **фрикційних моделей** закладаються спеціальні елементи зв'язку, які від початку не мають ніяких розмірів [226; 231; 260; 267; 270]. Вони утворюються за спільної дії нормальних та тангенціальних сил. При цьому, пружно-пластичні залежності між напруженнями і деформаціями формуються за допомогою матриці жорсткостей. Велика кількість параметрів цієї моделі сприяє відтворенню реального деформування залізобетонних елементів у досить широкому діапазоні різних навантажень. Однак ідентифікація цих параметрів є вкрай складною та трудомісткою.

Всі моделі зчеплення арматури з бетоном за математичним вирішенням можна умовно розділити на аналітичні та числові.

Аналітичні моделі зчеплення арматури з бетоном можна представити у вигляді математичних рівнянь, що характеризують функціональну залежність результатів досліджень від певних вихідних факторів чи параметрів. За характером математичних залежностей ці моделі можна умовно розділити на: лінійні, нелінійні, диференційовані і варіаційні.

В лінійних та пружних моделях відображено найпростіший зв'язок між напруженнями зчеплення арматури з бетоном і нормальними напруженнями в арматурі [74; 77; 120; 224; 259] чи взаємними зміщеннями арматури відносно бетону [200; 281; 284; 295; 332; 344]. Однак за допомогою таких моделей відобразити дійсний НДС контактної взаємодії арматури з бетоном в залізобетонних елементах можна дуже наближено.

У пружно-пластичних моделях зчеплення арматури з бетоном представлено степеневими [182; 254; 280; 281; 298; 299; 313; 338; 347; 348], поліноміальними [202; 285; 297], показниковими і експоненційними [193; 245; 278; 289; 305], дробовими [164; 278], логарифмічними [46; 132; 301; 340], тригонометричними залежностями [8; 177; 178; 259; 292; 312] та навіть сплайн-функціями [24; 62; 193; 206; 253; 267; 279; 306]. Рішення, отримані з їх допомогою, перенасичені емпіризмом та є доволі складними. Крім того, експериментальні дослідження показали, що сам вид згаданих залежностей в

різних перерізах залізобетонного елементу уздовж контакту арматури з бетоном змінюється по різному [132; 152; 191; 206; 235; 267; 301; 346].

В диференційованих моделях змінність діаграм зчеплення арматури з бетоном у різних перерізах залізобетонного елементу уже враховується [132; 152; 163; 187; 191; 206; 225; 236; 267; 275; 285; 294; 296; 301; 330; 340; 346; 359]. Однак оцінювати зміну НДС контакту арматури з бетоном за допомогою цих діаграм в практичних розрахунках вкрай складно.

У варіаційних моделях [32; 54; 89; 230; 285; 313] бетон навколо арматури розділений на три зони (рис.1.2): контактну (зсувну) зону з консолями під ребрами арматури; зону з конічними і радіальними тріщинами та неушкоджену оболонку. Але, зважаючи на складність визначення механічних характеристик бетону кожної зони, він не отримав практичного застосування навіть в розрахунках за методом скінченних елементів.



Рисунок 1.2 – Загальний вигляд зчеплення арматури з бетоном: *1*– арматурний стержень; *2* – зона зсуву; *3* – зона бетону з тріщинами; *4* – зона неушкодженого бетону; *5* – конічні тріщини;

6 – радіальні тріщини

У числових моделях дослідження зчеплення арматури з бетоном [20; 54; 194; 263; 269; 274; 326; 330; 362] виконуються за допомогою скінченних елементів, залежно від вибраної форми рельєфу арматури. Ідеалізація її форми у вигляді гладкого циліндра дозволяє отримувати дещо спрощені рішення, які, однак, продовжують залишатися вкрай складними навіть за використання спеціальних комп'ютерних програм і комплексів. Націон

1.1.3. Діаграми зчеплення арматури з бетоном

В теоріях зчеплення опір бетону поздовжньому зміщенню арматури завжди відтворювали за допомогою діаграм зчеплення арматури з бетоном, якими описували зв'язок між умовними напруженнями зчеплення та зміщеннями арматури відносно бетону. Всі відомі на сьогодні діаграми зчеплення можна умовно класифікувати за доволі багатьма ознаками, найважливішими серед яких є вид цих діаграм та їх математичне вираження.

За видом діаграми зчеплення арматури з бетоном можна розділити на загальні (рис. А.1, табл. А.1) і диференційовані. Останні можна умовно розділити на ті, що містять фіксовану ділянку пластичності бетону (рис. А.2, табл. А.1) або не містять її (рис. А.3, табл. А.1). Вважається, що саме диференційовані діаграми більш точно описують взаємозв'язок арматури з бетоном, оскільки «закон зчеплення» уздовж контакту арматури з бетоном для різних перерізів залізобетонного елементу не залишається сталим.

Математично діаграми зчеплення арматури з бетоном представляють сплайн-функціями, степеневими і поліноміальними, показниковими і експоненційними, дробовими і логарифмічними, лінійними та навіть тригонометричними залежностями (табл. А.2).

Сплайн-функції [24; 62; 193; 206; 253; 257; 262; 265; 267; 279; 306; 326] належать до тих, що здатні найбільш точно відтворити процес зчеплення арматури з бетоном. Однак окремі функції, які описують характерні ділянки діаграм зчеплення $\tau_{bs} - \delta_s$, у цьому випадку необхідно «зшивати» у вузлових точках.

Степеневі залежності [173; 182; 254; 255; 280; 281; 299; 312; 313; 331; 338; 347-349] є одними з найпростіших, але за їх допомогою неможливо відтворити низхідну вітку діаграми зчеплення арматури з бетоном.

Поліноміальними функціями [202; 285; 297] загалом можна описати низхідну вітку діаграми зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bs} - \delta_s$, але узгодити її протяжність з результатами відповідних експериментальних досліджень

практично неможливо. Тут основна проблема пов'язана як з втратою монотонності цих функцій на зазначених ділянках, так і з складністю визначення коефіцієнтів самих поліномів.

Показникові та експоненційні залежності [120; 193; 229; 232; 238; 245; 278; 289; 293; 305; 364] отримали чи не найбільше поширення у відтворенні повної діаграми зчеплення $\tau_{bs} - \delta_s$. Однак з їх допомогою практично неможливо відобразити змінність зазначеної діаграми уздовж контакту арматури з бетоном для різних перерізів залізобетонного елементу.

Вкрай складно відобразити зазначену змінність діаграми $\tau_{bs} - \delta_s$ і за допомогою дробових [164; 278; 340] та логарифмічних функцій [46; 132; 301; 340], оскільки при їх інтегруванні уздовж контакту арматури з бетоном доводиться мати справу з так званими радикалами.

У цьому сенсі тригонометричні залежності [8; 177; 178; 259; 292; 312] теж малопридатні для відображення реального закону зчеплення арматури з бетоном. Навіть одна з найвідоміших функцій Kuuskoski V. [259] надто наближено відтворює повну діаграму взаємодії арматури з бетоном $\tau_{bs} - \delta_s$.

Найбільш простими у відтворенні зчеплення арматури з бетоном є лінійні функції [33; 77; 92; 120; 121; 198; 224; 229; 296]. Тому у переважній більшості вони пов'язують напруження зчеплення τ_{bs} не зі зміщенням арматури відносно бетону δ_s чи з відносними деформаціями їхнього зсуву ε_g , а з напруженнями в самій арматурі σ_s . Однак таке спрощення виключає можливість отримання повної діаграми зчеплення арматури з бетоном.

1.1.4. Критерії міцності зчеплення арматури з бетоном

Всі ранні дослідження взаємодії арматури з бетоном спрямовувалися на оцінку міцності їхнього зчеплення. Це було вкрай важливим для розрахунку не тільки анкерування гладких арматурних стержнів з кінцевим підсиленням у вигляді відгинів, петель і гаків [162; 327], але й міцності зчеплення стержнів періодичного профілю з бетоном [34; 120; 168; 177]. Тому згодом за критерії міцності зчеплення стали приймати:

• Abrams D. A. [145] та інші [120; 236] – середні напруження зчеплення уздовж умовної поверхні арматурного стержня в граничній стадії деформування $\tau_{bmu} = f_{bd}$;

• Астрова Т. І. [4] – зусилля, що відповідають початку зсуву незавантаженого кінця стержня чи руйнуванню зразка при висмикуванні арматури з бетону ;

• Клімов Ю. А. [135] та інші [43; 138; 183] – граничне зміщення вільного кінця стержня;

• Гараи Т. [34] – коефіцієнт повноти епюри напружень, що виникають в стержні по довжині його закладання в бетоні від дії зовнішнього зусилля в граничній стадії деформування $\alpha = \int \sigma_s(x) \cdot dx / (\sigma_y \cdot l);$

• Кольнер В. М. [70] та Холмянський М. М. [132] – максимальні (пікові) значення напружень зчеплення $\tau_{b max,u}$ за критичного зміщення арматури відносно бетону δ_1 на діаграмі $\tau_{bs} - \delta_s$.

Критерій у вигляді середніх напружень зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bmu} = f_{bd}$ є одним із найпростіших. Тому нині він задекларований у чинних нормативних документах багатьох країн світу [49; 118; 119; 148; 149; 158; 183; 189; 201; 210; 317], але використовується виключно лише у розрахунках анкерування арматурних стержнів.

Критерії, що відповідають початку зсуву арматурного стержня в бетоні, дуже складно використати у розрахунках залізобетонних елементів, оскільки вони є надто загальними та не враховують впливу низки геометричних параметрів арматури і захисного шару бетону на міцність зчеплення.

Критерій міцності зчеплення у вигляді коефіцієнта повноти епюри напружень в арматурному стержні уздовж ділянки його закладання в бетоні також не знайшов практичного застосування в розрахунках залізобетонних елементів. Його використання ускладнюється необхідністю інтегрування функції напружень в арматурному стержні уздовж ділянки зчеплення. Оскільки максимальні напруження зчеплення арматури з бетоном зазвичай зміщуються від завантаженого кінця стержня до незавантаженого [34; 135; 259], то напруження $\tau_{bmax,u}$ теж неможливо використати у якості загального критерію міцності зчеплення.

1.1.5. Граничні напруження зчеплення арматури з бетоном

Граничні напруження $\tau_{bmax,u} \epsilon$ одною з основних характеристик діаграм зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bs} - \delta_s$. Тому й не дивно, що їх визначенню приділяли особливу увагу багато дослідників. Але єдиної думки щодо напружень $\tau_{bmax,u}$, як і виду самої епюри $\tau_{bs} - \delta_s$, досі не існує. За твердженням Kuuskoski V. [259] та інших [34; 135] напруження зчеплення досягають своїх граничних значень біля завантаженого торця зразка, на думку ж Столярова Я. В. [120] – поблизу протилежного торця бетонного зразка. Amstutz E. [157] та інші [12; 132] вважають, що найбільші напруження зчеплення арматури періодичного профілю виникають біля завантаженого торця зразка, досягають свого граничного значення і переміщуються до незавантаженого кінця, мало змінюючись за величиною. Відомі також результати досліджень, в яких граничні напруження зчеплення гладкої арматури та стержнів типу «Тог» зафіксовані посередині ділянки їх закладання в бетон [157; 212].

Загалом же всі пропоновані на сьогодні залежності з визначення граничних напружень зчеплення арматури з бетоном $\tau_{b max,u}$ можна умовно розділити на 5-ть груп (табл. А.З).

Першу та найбільшу групу складають залежності, в яких граничні напруження зчеплення $\tau_{bmax,u}$ пов'язуються не тільки з захисним шаром бетону, діаметром арматури чи довжиною її анкерування, але й з міцністю бетону на стиск степеневими [149; 171; 183; 189; 206; 235; 249; 262; 263; 303; 315; 330; 338; 341], лінійними [243; 296] та більш складними функціями

[239]. Бетон під виступами (ребрами) арматурного стержня дійсно зазнає місцевого стиску, однак, в питаннях тріщиностійкості, граничні напруження зчеплення доцільно пов'язувати з розтягнутого бетону.

До другої групи можна віднести залежності, в яких граничні напруження зчеплення $\tau_{bmax,u}$ пов'язані з міцністю бетону на розтяг лінійними [52; 119; 126; 211; 344; 345] та показниково-лінійними функціями [278]. Але в них не відображено вплив низки факторів, у тому числі і профілю арматури, на величину граничних напружень зчеплення.

Аналогічний недолік характерний і для функцій третьої групи [4; 237], де напруження $\tau_{bmax,u}$ пов'язуються з міцністю бетону і на стиск, і на розтяг.

Більшої уваги заслуговують залежності четвертої групи [145; 278], де граничні напруження зчеплення $\tau_{b max,u}$ пов'язані з максимальними напруженнями в арматурі і навіть з міцністю розтягнутого бетону. Однак і тут вплив профілю арматури не знайшов відображення.

Функції п'ятої групи [9; 10; 132] дозволяють визначити величину граничних напружень зчеплення залежно від профілю арматури та міцності стиснутого бетону, правда лише за відомих критичних зміщень арматури δ_0 .

1.1.6. Середні напруження зчеплення арматури з бетоном

В теорії бетону і залізобетону питання оцінки міцності зчеплення арматури з бетоном залишається відкритим, оскільки універсальний закон зазначеного зчеплення так і не встановлено. За цих обставин вказане оцінювання виконувалось окремими дослідниками за допомогою середніх напружень зчеплення $\tau_{bmu} = f_{bd}$, що знайшло відображення у низці нормативних документів [49; 118; 119; 148; 183; 201; 210] для розрахунків анкерування арматури.

Всі відомі на сьогодні дослідження з визначення максимальних значень середніх напружень зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bmu} = f_{bd}$ можна умовно

розділити за 3-ма групами (табл. А.4).

До першої групи необхідно віднести дослідження Bach C. [161], Столярова Я. В. [120] та інших [10; 128; 178; 355], в яких максимальні значення середніх напружень зчеплення f_{bd} пов'язані з максимальними напруженнями в арматурі, її діаметром та довжиною анкерування. Однак вплив профілю арматури та класу бетону так і не знайшов відображення у функції середніх напружень зчеплення f_{bd} .

Другу групу складають роботи, в яких максимальні значення середніх напружень зчеплення f_{bd} пов'язано з міцністю бетону на розтяг лінійними функціями [49; 74; 106; 119; 137; 201; 210; 236]. Тут міцність розтягнутого бетону і профіль арматури (хай навіть опосередковано) вже враховується.

В роботах третьої групи максимальні значення напружень f_{bd} пов'язано з міцністю бетону на стиск лінійними [9; 142] та степеневими [148; 183; 189; 241] функціями. Тут, за виключенням [142; 189], вплив профілю арматури на її зчеплення з бетоном переважно проігноровано. Крім того, дискусійним є питання пов'язування властивостей контактного шару з властивостями стиснутого, а не розтягнутого бетону.

1.2. Напрями розвитку теорії тріщиностійкості залізобетонних елементів з позицій зчеплення арматури з бетоном

1.2.1. Загальні положення

Питання тріщиностійкості залізобетонних елементів конструкцій і досі залишаються одними із основних в загальній теорії деформування бетону та залізобетону. Значною мірою це пов'язано з необхідністю оцінки дійсного напружено-деформованого стану зазначених елементів в експлуатаційних стадіях. Описати цей стан вкрай складно, оскільки в процесі деформування, з утворенням та розвитком тріщин, залізобетонний елемент послідовно ділиться на окремі блоки. Як показують результати експериментальних досліджень, довжина таких блоків є змінною та залежить від дуже багатьох факторів і параметрів.

Gilbert R. I., Nejadi S. [227] випробували 6-ть залізобетонних балок розмірами $350 \times 250 \, \text{мm}$ та $330 \times 250 \, \text{мm}$ прольотом 3,5 м. Всі балки були армовані стержнями Ø16*мм*. При дослідженнях встановлено 2...3 рівні утворення тріщин. Перші тріщини утворювались за рівнів навантаження $M_{cr} / M_u \approx 0.24...0.3$, середня відстань між ними була рівною $\approx 220...250 \, \text{мm}$, а ширина їх розкриття становила $w_k \approx 0.03...0.05 \, \text{мm}$. За рівня навантаження $M_{cr} / M_u \approx 0.7$ середній крок тріщин зменшився до $\approx 100...170 \, \text{мm}$, а ширина їх розкриття сягала $w_k \approx 0.25...0.33 \, \text{мm}$. Тріщини третього рівня появлялись незадовго до руйнування балок.

Рипdinaitė М. [310] випробувала 18-ть залізобетонних балок розмірами 300×280 мм прольотом 3,0 м з різним армуванням. В балках теж спостерігали 2...3 рівні утворення тріщин. Перші тріщини утворювались за рівнів навантаження $M_{cr} / M_u \approx 0,1...0,49$. Середній крок між ними коливався в межах $\approx 195...230$ мм, а ширина їх розкриття становила $w_k \approx 0,01...0,04$ мм. За рівня навантажень $M_{cr} / M_u \approx 0,55...0,66$ середній крок тріщин зменшився до $\approx 90...150$ мм, а ширина їх розкриття зросла до $w_k \approx 0,11...0,18$ мм. Тріщини третього рівня появлялись незадовго до руйнування балок, а відстань між ними зменшувалась до $\approx 60...100$ мм.

Іvanchev I. Ү. [246] випробував 12-ть залізобетонних балок розмірами $270 \times 150 \text{ }$ м та $300 \times 150 \text{ }$ м прольотом 3,0 м з різним армуванням та класом бетону. В більшості балок спостерігалось 3 рівні утворення тріщин. Перші тріщини утворювались за рівнів навантаження $M_{cr} / M_u \approx 0,13...0,4$, середній крок між ними знаходився в межах $\approx 160...350 \text{ }$ м, а ширина їх розкриття становила $w_k \approx 0,01...0,05 \text{ }$ м з рівня навантажень $M_{cr} / M_u \approx 0,45...0,65$ середній крок тріщин зменшився до $\approx 130...250 \text{ }$ м, а ширина їх розкриття виросла до $w_k \approx 0,1...0,16 \text{ }$ між ними вже становила $\approx 65...120 \text{ }$ м.

Доволі детальна класифікація та критичний аналіз оприлюднених на сьогодні досліджень тріщиностійкості залізобетонних елементів наведені в роботі [106]. Автор зауважує, що всі методики розрахунку, розроблені за результатами згаданих досліджень, прийнятні лише для деякої умовної стадії «стабілізованого тріщиноутворення» залізобетонних елементів. Насправді ж подібної стадії деформування не існує, бо процеси тріщиноутворення в згинальних та розтягнутих залізобетонних елементах не припиняються аж до повної втрати ними несучої здатності. Натомість, варто було б говорити про декількох рівнів утворення тріщин, існування не одного, a ШО підтверджується результатами численних експериментальних досліджень [17; 24; 85; 129; 152; 337]. Оскільки виникнення тріщин кожного нового рівня характеризується переходом до наступної якісно нової стадії деформування залізобетонних елементів, то це повинно було б знайти відображення у відповідних розрахунках. Однак ні в чинних ДСТУ [49], ні в нормативних документах інших країн [118; 119; 148; 183; 210] цього не було зроблено й досі. Що ж до появи поодиноких методик розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів 3 урахуванням багаторівневого утворення нормальних тріщин, зокрема Яковенка І. А. [66; 144], Кочкарьова Д. В. [73] та інших [82; 152; 337], то на сьогодні вони знаходяться лише на стадії свого формування та залишаються відносно складними і дискусійними.

1.2.2. Моделі утворення тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях

Питанням тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій завжди приділялося багато уваги не тільки закордонними, але і вітчизняними вченими. Серед них, в першу чергу, слід назвати Мурашова В. І. [88], Немировського Я. М. [91], Гвоздєва А. А. [36] та багатьох інших [1; 10; 16; 28; 41; 48; 50; 58; 63; 72; 78; 85; 96; 98; 106; 142; 143]. Однак дослідження, що спрямовувалися б на відтворення реальних процесів поступового

багаторівневого утворення тріщин, на сьогодні є вкрай обмеженими. І об'єднує їх те, що всі вони супроводжуються безпосереднім чи опосередкованим моделюванням процесів зчеплення арматури з бетоном. Загалом механічна взаємодія арматури з бетоном вибудовується згідно основних положень механіки деформованого твердого тіла у тому числі і механіки руйнування.

Моделювання багаторівневого утворення тріщин в рамках механіки деформованого твердого тіла здійснюється переважно за допомогою:

• діаграм зміщення арматури відносно розтягнутого бетону на ділянках між суміжними тріщинами [82; 152];

 середніх напружень зчеплення арматури з бетоном в блоці між суміжними нормальними тріщинами [73].

Відтворення процесів зчеплення арматури з бетоном за допомогою діаграм їх взаємного зміщення є доволі складним. Результати численних експериментальних досліджень показують, що сам вигляд зазначених діаграм в процесі деформування залізобетонних елементів і конструкцій постійно змінюється [206; 225; 236; 285; 340]. За таких обставин їх безпосереднє інтегрування, задля визначення зусиль зчеплення в розрахунках параметрів тріщиностійкості елементів і конструкцій, часто стає неможливим. Тому диференційні рівняння діаграм зміщення $\tau_{bs} - \delta_s$ замінюють сплайнфункціями за допомогою кускової апроксимації з їх наступним числовим інтегруванням. Із-за цілої низки прийнятих припущень, емпіричних параметрів і коефіцієнтів відтворення реального процесу багаторівневого утворення тріщин в залізобетонних елементах стає надто наближеним.

Водночас, використання Кочкарьовим Д. В. [73] у розрахунках середніх напружень зчеплення арматури з бетоном дозволяє у найпростіший спосіб моделювати процеси багаторівневого утворення тріщин. Щоправда, його реалізація залежить від низки дискусійних передумов, що стосуються:

• оцінки стану елемента, його дійсної кривини та жорсткості за станом окремих перерізів чи осередненого перерізу в блоці між тріщинами;

• дійсного зв'язку між середніми напруженнями зчеплення арматури з бетоном au_{bmi} та нормальними напруженнями в арматурному стержні σ_{si} на всьому діапазоні деформування залізобетонного елемента;

• критеріїв утворення не тільки першої, але і всіх наступних тріщин.

У рамках механіки руйнування поступове багаторівневе утворення нормальних тріщин моделюють строго числовими способами або за допомогою умовного «двоконсольного» елемента.

Модель «двоконсольного» елемента Колчунова В. І. та Яковенка І. А. [66; 144] на сьогодні залишається іще доволі складною для інженерної реалізації як при описі НДС залізобетонного елемента, так і при ув'язуванні її з «точними» закономірностями зчеплення арматури з бетоном.

Моделювання числовими способами [32; 57; 337] передбачає виконання ітераційних процедур, а тому реалізується тільки програмно за допомогою методу скінчених елементів. При цьому інженерна осяжність числових моделей доволі часто втрачається, оскільки певною мірою нівелюється фізична сутність не тільки процесів зчеплення арматури з бетоном, але й стадій утворення тріщин в залізобетонному елементі загалом.

Жодна із вищерозглянутих моделей не була реалізована в інженерному безпрограмному варіанті. Але саме узагальнена методика розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів з урахуванням рівнів утворення нормальних тріщин, повинна з однаковим успіхом реалізовуватися як в інженерному, так і в програмному виконанні. В основу такої моделі доцільно було б покласти середні напруження зчеплення арматури з бетоном [73], оскільки вони дозволяють у найпростіший спосіб розраховувати основні параметри утворення і розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах.

1.2.3. Відстань між тріщинами за їх рівневого утворення

Визначенню основних параметрів тріщиностійкості залізобетонних

елементів і конструкцій, у тому числі і кроку утворення тріщин, присвячено значну кількість робіт іноземних та вітчизняних дослідників. Детальний критичний аналіз результатів цих досліджень наведено в роботі [106]. Але у випадку багаторівневого утворення тріщин особливої уваги слід надати тим вишукуванням, в яких відстань між тріщинами безпосередньо чи опосередковано пов'язується з параметрами зчеплення арматури з бетоном. Таких досліджень відносно небагато і їх можна умовно розділити за двома напрямами (табл. Б.1).

До першого напряму віднесемо роботи, в яких відстань між тріщинами визначається за умовою їх однорівневого утворення при дії деякого осередненого експлуатаційного навантаження. В свою чергу, їх теж варто розділити за трьома групами. Першу групу складають роботи, в яких відстань між тріщинами пов'язувалася з міцністю стиснутого бетону [71; 328; 329; 357]. Такий функціональний зв'язок є дещо нелогічним, оскільки результати експериментальних досліджень показують, що утворення та розвиток тріщин характеризує порушення взаємодії арматури з бетоном розтягнутої зони.

В роботах другої групи відстань між тріщинами вже пов'язується з міцністю розтягнутого бетону [197; 199; 204; 299; 318]. Але в дослідженнях цієї групи значною мірою нівельовано вплив самої арматури на процеси утворення та розвитку тріщин в залізобетонних елементах.

До третьої групи (табл. Б.1) слід віднести роботи Мурашева В. І. [88], Немировського Я. М. [91] та інших [71; 78; 85; 169; 247], в яких відстань між тріщинами пов'язується не тільки з геометричними, але й з міцнісними характеристиками арматури. Це дозволяє більш точно визначати крок тріщин в залізобетонних елементах в експлуатаційній стадії. Однак відслідкувати (розрахувати) крок тріщин в процесі їх багаторівневого утворення тут практично неможливо.

До другого напряму варто віднести роботи, в яких відстань між тріщинами визначається за умовою їх багаторівневого утворення. Їх теж можна умовно розділити на три групи. Першу групу представляють роботи, в яких визнаються

лише два рівні утворення тріщин [152; 175; 186]. В них відстань між тріщинами пов'язується як з міцністю розтягнутого бетону, так і з максимальними або середніми напруженнями зчеплення арматури з бетоном. Однак запропоновані в них залежності з визначення кроку нормальних тріщин прийнятні лише для центрально розтягнутих елементів.

Другу групу складають дослідження, в яких кількість рівнів утворення нормальних тріщин не обмежується. Відстань між ними розраховується на основі спрощеної лінійної залежності середніх напружень зчеплення арматури з бетоном [73]. Однак численні результати експериментальних досліджень показують, що функція згаданих напружень в межах повного діапазону деформування залізобетонного елемента, все ж таки, є ближчою до нелінійної [320]. Сама методика розрахунку відстаней між тріщинами є ітераційною.

До третьої групи віднесемо дослідження, в яких відстань між суміжними тріщинами різних рівнів розраховується числовими методами з використанням моделі «двоконсольного» елемента [66; 144]. Вся методика розрахунку утворення тріщин за цією моделлю є настільки складною, що може бути реалізована виключно в програмному варіанті.

Таким чином, з вищенаведеного аналізу оприлюднених досліджень випливає, що без врахування зчеплення арматури з бетоном процес багаторівневого утворення тріщин змоделювати неможливо. Тому відстань між суміжними тріщинами варто пов'язувати з зусиллям зчеплення арматури з бетоном в межах вказаної ділянки та розраховувати за допомогою функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном.

1.2.4. Ширина розкриття тріщин

За гіпотезою Томаса [347] ширина розкриття тріщин є формалізованим абсолютним зміщенням арматури відносно розтягнутого бетону. Тому, всі дослідження з визначення ширини розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях можна умовно розділити за двома

напрямами (табл. Б.2) залежно від способів розрахунку вказаного зміщення.

Роботи першого напряму спрямовані на те, що ширина розкриття тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях загалом є інтегральним параметром їх деформування. Тому її необхідно визначати за накопиченням взаємних зсувів бетону і арматури

$$w_k = \int_{o}^{y} (\varepsilon_{sy} - \varepsilon_{cty}) \, dy.$$
 (1.1)

За такого підходу всі пропозиції цього напряму слід умовно розділити на дві групи. До першої групи варто віднести роботи, в яких ширина розкриття тріщин визначається за параметрами неоднорідного взаємного зсуву бетону і арматури на ділянці між тріщинами [24; 73; 144; 329; 347]. За таких обставин виникає необхідність прямого інтегрування діаграм зчеплення арматури з бетоном. А оскільки це виконати вкрай складно, то все зводиться до числового інтегрування [52; 337] з доволі громіздкими рішеннями, з певною втратою фізичної сутності та інженерної осяжності процесів деформування. Тому більш ефективною варто визнати модель ступеневого накопичення зміщень бетону і арматури Кочкарьова Д. В. [73].

У другу групу об'єднано роботи, в яких ширина розкриття тріщин обчислюється спрощено за деякими осередненими, як правило емпіричними, параметрами зсуву бетону і арматури [78; 186; 304; 335]. Відтворити багаторівневе утворення тріщин в залізобетонних елементах з їх допомогою вкрай складно.

В роботах другого напряму замість накопичення взаємних зсувів бетону і арматури автори оперують різницею їх видовжень на ділянці *s*_{r0} по обидва боки від тріщини

$$w_k = 2 \int_{0}^{0.5s_{r0}} \varepsilon_{\tau}(y) \, dy \cong s_{r0} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ctm}) \,. \tag{1.2}$$

При цьому, в роботах Мурашова В. І. [88], Немировського Я. М. [91] та інших [41; 49; 57; 77; 85; 94; 98; 175; 190; 210; 299; 328; 357] вона закладається в розрахункові формули безпосередньо. Сюди можна віднести і Національний університе

пропозиції чинних норм [49; 210]

$$w_{k} = (k_{3} \cdot c + k_{1} \cdot k_{2} \cdot k_{4} \cdot \emptyset / \rho_{p,eff}) \frac{\sigma_{s} - k_{t} \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_{e} \rho_{p,eff})}{E_{s}}, \quad (1.3)$$

де зчеплення арматури з бетоном враховується дуже наближено за допомогою емпіричного коефіцієнту k_2 , а для попередньо напружених елементів ще й за рахунок параметру $\rho_{p,eff}$.

В роботах другої групи різниця видовжень бетону і арматури закладається в розрахункові формули опосередковано з застосуванням емпіричних параметрів та коефіцієнтів [247; 334; 350]. Але в цьому випадку, як і в попередньому, відтворення реального процесу багаторівневого утворення тріщин в залізобетонних елементах виявляється практично неможливим.

Таким чином можна констатувати, що визначення ширини розкриття тріщин за допомогою прямого інтегрування діаграм зчеплення арматури з бетоном є вкрай складним, а інколи і неможливим. Розрахунки з числовим інтегруванням зазначених діаграм також приводять до надзвичайно складних та громіздких рішень. Тому в практичних розрахунках доцільніше використовувати методику поетапного (рівневого) накопичення взаємних зміщень або різниць видовжень бетону і арматури, запропоновану Кочкарьовим Д. В. [73].

1.3. Висновки

- Узагальнену модель зчеплення арматури з бетоном доцільно розвивати на основі блокової моделі. Вона повинна бути трьохшаровою, відтворювати взаємодію арматури з бетоном у будь-якому масштабі, враховувати профіль арматури, з однаковим успіхом реалізовуватися в практичних розрахунках за допомогою як аналітичних, так і числових методів.
- 2. Загальний закон зчеплення арматури з бетоном в теорії залізобетону

встановити вкрай складно, оскільки вид діаграми $\tau_{bs} - \delta_s$ залежить як від багатьох характеристик самих матеріалів, так і від конструктивних та технологічних параметрів елементів і конструкцій. Діаграми зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bs} - \delta_s$ у кожному перерізі залізобетонного елементу уздовж ділянки їх контакту змінюються по різному і тому не можуть бути описані єдиною функцією.

- Граничні напруження зчеплення т_{в тах,и} не можуть виступати загальним критерієм міцності зчеплення арматури з бетоном із-за їх зміщення від завантаженого кінця стержня до незавантаженого.
- Узагальненим критерієм міцності зчеплення арматури з бетоном можна вважати максимальне зусилля зчеплення, оскільки воно «поглинає» всі відомі на сьогодні подібні критерії. Зусилля зчеплення арматури з бетоном доцільно розраховувати у найпростіший спосіб за допомогою середніх напружень зчеплення т_{bm}.
- 5. Загалом середні напруження зчеплення арматури з бетоном, включно з їх граничними значеннями $\tau_{bmu} = f_{bd}$, доцільно пов'язувати з профілем арматури та міцнісними характеристиками матеріалів за осьового розтягу.
- Процес утворення та розвитку тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях в дійсності є багаторівневим. Змоделювати його без врахування зчеплення арматури з бетоном практично неможливо.
- 7. Розрахунок тріщиностійкості залізобетонних елементів з безпосереднім і навіть числовим інтегруванням діаграм зчепленням арматури з бетоном призводить до надто складних та громіздких розв'язків.
- 8. Чинні методики розрахунку ширини розкриття тріщин у більшості випадків дотримуються гіпотези Томаса лише формально, оскільки в них процес поступового та нерівномірного накопичення взаємних зсувів бетону і арматури замінюється абсолютною різницею їх видовжень.
- 9. Відстань між суміжними тріщинами доцільно пов'язувати з середніми напруженнями зчеплення арматури з бетоном, а ширину їх розкриття з

рівневим накопиченням взаємних зміщень бетону і арматури.

10. Узагальнена методика розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів, у тому числі з урахуванням рівнів утворення нормальних тріщин, повинна з однаковим успіхом реалізовуватися як в інженерному, так і в програмному варіанті.

Виконаний аналіз оприлюднених результатів досліджень інших авторів та сформовані на цій основі загальні висновки дозволили окреслити мету та задачі власних досліджень, що наведені у вступі.

Матеріали розділу опубліковані в роботах [103-105; 108; 111; 321; 323].



Національний університет водного господарства та природокористування

РОЗДІЛ 2

МОДЕЛЬ ТА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ БАГАТОРІВНЕВОГО УТВОРЕННЯ НОРМАЛЬНИХ ТРІЩИН

2.1. Основні положення, гіпотези та передумови

Оскільки модель багаторівневого утворення тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях спрямована на подальший розвиток узагальненої деформаційно-силової моделі їх опору, то її вихідні гіпотези і передумови в основному залишаються ідентичними до гіпотез та передумов останньої [106] і зводяться до виконання наступних положень.

1. Розрахунок тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій загалом та багаторівневого утворення тріщин зокрема виконується за системою основних співвідношень механіки деформованого твердого тіла (МДТТ).

2. Механічний напружено-деформований стан залізобетонних елементів на будь-якій стадії деформування відтворюється за допомогою узагальнених

діаграм їх стану «
$$M - \left(\frac{1}{r}\right)$$
».

3. До початку утворення тріщин залізобетон зберігає властивості суцільного твердого тіла. Граничні зусилля, що виникають в залізобетонному елементі при їх утворенні, розраховують за умови пружного деформування арматури і пружно-пластичного деформування розтягнутого та стиснутого бетону.

4. Граничні значення відносних деформацій розтягнутого бетону ε_{ctu} при утворенні нормальних тріщин розраховують за екстремальним критерієм його несучої здатності $\frac{dM_{ct}}{d(1/r)} = 0$, який за умов осьового навантаження

перетворюється в критерій $\frac{dN_{ct}}{d\varepsilon_{ct}} = 0$.

5. Після утворення тріщин залізобетон розглядається як квазісуцільне тіло. Вплив розтягнутого бетону в блоці між суміжними тріщинами враховується пониженням його середньої залишкової міцності.

6. Крок та ширина розкриття нормальних тріщин будь-якого рівня, що є функціонально залежними від профілю та діаметру арматури, пов'язуються з однією із основних характеристик її зчеплення з бетоном - індексом Рема.

7. В практичних розрахунках кривина залізобетонного елемента визначається за узагальненою діаграмою його стану « $\frac{1}{r} = f(M)$ » та пов'язується з деформаціями матеріалів за гіпотезою плоских перерізів $\frac{1}{r} = f(\varepsilon_c, \varepsilon_s)$.

Аналіз експериментально-теоретичних робіт вітчизняних і закордонних дослідників, наведений у розділі 1, крім всього ще й спонукає до дуже важливого висновку: питання тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій та зчеплення арматури з бетоном нерозривно пов'язані між собою. Тому вищеокреслені положення є важливими для побудови як моделі багаторівневого утворення тріщин, так і узагальненої моделі зчеплення арматури з бетоном. Визначальними елементами обох розроблюваних моделей будемо вважати:

• основний критерій, який дозволяв би не тільки фіксувати початок порушення зчеплення арматури з бетоном, але й оцінювати ступінь такого порушення аж до граничної стадії деформування залізобетонного елемента;

• головний параметр моделювання, який дозволяв би достовірно відтворювати не тільки загальні закономірності зчеплення арматури з бетоном, але й реальні процеси багаторівневого утворення та розвитку тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях;

 найважливіші параметри, за якими можна було б не тільки відслідковувати рівень зчеплення арматури з бетоном, але й розраховувати основні характеристики тріщиностійкості залізобетонних елементів.

аціональний університет одного господарства

2.2. Загальний критерій порушення зчеплення арматури з бетоном при утворенні нормальних тріщин

Зазвичай, утворення першої тріщини в залізобетонному елементі пов'язують лише з моментом її виникнення. Оскільки цей момент безпосередньо не залежить від зчеплення арматури з бетоном, то утворення тріщин розраховують за граничними деформаціями розтягнутого бетону ε_{ctu} , які доцільно фіксувати за екстремальним критерієм його несучої здатності [106]: $dN_{ct} / d\varepsilon_{ct} = 0$ - за осьового деформування і $dM_{ct} / d(1/r) = 0$ - за умов неоднорідного деформування елементів. Саме критерії такого роду визнаються у якості загальних чинними вітчизняними нормами [49, п. 4.1.1]. Водночас, ці норми дозволяють приймати граничні деформації розтягнутого бетону наближено за виразом $\varepsilon_{ctu} = 2 \cdot f_{ctk} / E_{c0}$.

Застосування в якості критерію появи тріщин виразу $dM_w/d\varepsilon = 0$ [73] залишається доволі дискусійним з двох причин. По-перше, в момент утворення тріщини несучу здатність втрачає тільки розтягнутий бетон, а не весь елемент вцілому (на графіках $M_w - \varepsilon$ або $M_w - (1/r)$ ніяких екстремумів не спостерігають). По-друге, загальновідомі критерії Ферма dM/d(1/r) = 0 та $dN/d\varepsilon = 0$ наділені певним фізичним змістом. Вони характеризують жорсткість, згинального або позацентрово завантаженого залізобетонного елементя (*EI*) та центрально завантаженого бетонного або залізобетонного елемента (*EA*), відповідно, за якої зазначені елементи втрачають свою несучу здатність. Фізичний зміст виразу $dM/d\varepsilon = 0$ залишається незрозумілим.

Загалом під процесом утворення тріщин слід розуміти не лише момент, але й послідовність та місце їх виникнення. Описати цей процес без параметрів зчеплення арматури з бетоном практично неможливо.

Відомо, що дослідження взаємодії арматури з бетоном на стадії граничного деформування залізобетонних елементів конструкцій зазвичай

пов'язуються з критеріями міцності їх зчеплення. На цій стадії зазначені критерії характеризують, як правило, повну втрату зчеплення арматури з бетоном. В дійсності ж взаємодія арматури з бетоном починає порушуватись ще задовго до руйнування чи втрати несучої здатності залізобетонного елемента завдяки поступовому багаторівневому утворенню та розкриттю в ньому тріщин. Тому головним параметром і критерієм, за яким можна доволі просто оцінювати взаємодію арматури з бетоном, є зусилля їхнього зчеплення N_{bd} . Цілком очевидно, що вони не можуть перевищувати максимально можливих зусиль в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr}$. Тобто, зусилля граничного зчеплення арматури з бетоном за виразом (2.1)

$$N_{bd,cr} = N_{ct,cr} \tag{2.1}$$

слугує критерієм локального порушення зчеплення арматури з бетоном на ділянках їх активної взаємодії, викликаного утворенням нормальних тріщин. Інакше кажучи, в момент виникнення тріщини нового рівня граничне зусилля зчеплення арматури з бетоном $N_{bd,cr}$ на ділянці між тріщинами попереднього рівня сягатиме граничного зусилля в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr}$ (рис. 2. 1).



Рисунок 2.1 – Зміна зусиль зчеплення арматури з бетоном при багаторівневому утворенні нормальних тріщин в залізобетонному елементі

Національний університет водного господарства

2.3. Узагальнена модель зчеплення арматури з бетоном

Моделювання взаємодії арматури з бетоном і досі залишається одним із основних завдань загальної теорії залізобетону. Зазвичай таке завдання спрямовується на визначення зусиль взаємного зчеплення арматури з бетоном. Його розв'язок за допомогою безпосереднього або числового інтегруванням діаграм $\tau_b - \delta_s$ призводить до надто складних та громіздких рішень. А тому в практичних розрахунках зусилля взаємодії арматури з бетоном будемо моделювативати у найпростіший спосіб за допомогою функції середніх напружень їхнього зчеплення.

Загалом, за відомої функції середніх напружень цього зчеплення τ_{bmi} , зазначене зусилля при утворенні тріщин відповідного рівня можна розрахувати за відомою формулою

$$N_{bd} = \int_{s_r} u \cdot \tau_b(z) \cdot dz \cong u \cdot \tau_{bmi} \cdot l_{si}, \qquad (2.2)$$

де u – периметр поперечного перерізу арматурного стержня діаметром \emptyset_s ,

що має площу
$$A_s$$
, рівний $u = \frac{4 \cdot A_s}{\emptyset_s}$;

 l_{si} – ділянка активного зчеплення арматурного стержня з бетоном або відстань між тріщинами відповідного рівня ($l_{si} = s_{ri}$);

τ_{bmi} – значення середніх напружень зчеплення арматури з бетоном на ділянці між суміжними тріщинами відповідного рівня.

З метою встановлення характеру цієї функції прослідкуємо за змінами напружених станів контактного шару бетону і арматурного стержня при висмикуванні його з бетону (рис. 2.2). Розглядаємо випадок з можливим руйнуванням залізобетонного елемента внаслідок проковзування арматури, оскільки розколювання бетону в реальних конструкціях є менш ймовірним із-за спеціальних конструктивних заходів, які закладаються іще на стадії їх проектування.

I – умовно пружна стадія. За зовсім невеликих зусиль бетон і арматура деформуються практично пружно: епюра нормальних напружень в стержні близька до трикутної, максимальні напруження зчеплення $\tau_{b \max I}$ виникають поблизу завантаженого кінця бетонного зразка, а їх середні значення можна наближено прийняти рівними половині від максимальних $\tau_{bm I} = \frac{\tau_{b \max I}}{2}$.

II – пружно-пластична стадія. Інтенсивний розвиток пластичних деформацій в бетоні призводить до викривлення епюри нормальних напружень в арматурі, максимальні дотичні напруження зчеплення $\tau_{b \max II}$ залишаються близькими до завантаженого кінця бетонного зразка, але коефіцієнт повноти епюри зазначених напружень $\frac{\tau_{bm\,I}}{\tau_{b\,\max\,II}}$ починає помітно зростати. σ_{sIV} σ_{sIII} σ_{sII} σ_{sI} σ_{si} Õ N_{si} τ_{bmi} au_{bI} Tbi TbmI au_{bII} τ_{bmII} τ_{bmIII} τ_{bIII} TbmIV au_{biv} lsi lsi lsmax

Рисунок 2.2 – Схема зміни напруженого стану контактного шару бетону та арматурного стержня при висмикуванні його з бетону

III – стадія зсуву. За помітних зміщень завантаженого кінця стержня

розвиваються не тільки значні пластичні деформації бетону під його виступами, але й відбуваються часткові руйнування бетону в контактному шарі. Максимальні напруження зчеплення $\tau_{b \max III}$ поступово зміщуються до незавантаженого кінця бетонного зразка за постійного зростання коефіцієнта

повноти епюри зазначених напружень $\frac{\tau_{bm\,I}}{\tau_{b\,\max\,III}}$.

IV – стадія руйнування. Найменше зростання зусиль в самій арматурі призводить до проковзування арматурного стержня уздовж всієї ділянки його зчеплення.

Розглянута схема справедлива для випадку, коли деформації арматури залишаються пружними аж до руйнування бетонного зразка. Загалом вона залишається такою і для залізобетонних елементів з тріщинами в розтягнутій зоні. Їх утворення ще більш прискорює інтенсивне викривлення епюри нормальних напружень в арматурі та зростання дотичних напружень зчеплення арматури з бетоном в його контактному шарі.

Зважаючи на сказане та приймаючи до уваги залежність (2.2), середні напруження зчеплення арматури з бетоном на проміжних стадіях τ_{bmi} будемо визначати аналогічно до граничної стадії

$$f_{bd} = \frac{\sigma_{s,\max} \cdot \emptyset_s}{4 \cdot l_{s,\max}}$$
(2.3)

за відомою формулою

$$\tau_{bmi} = \frac{\sigma_{si} \cdot \emptyset_s}{4 \cdot l_{si}},\tag{2.4}$$

де $\sigma_{s,\max}$ – максимально можливі напруження в розтягнутій арматурі на ділянці ії активного зчеплення з розтягнутим бетоном, не можуть перевищувати граничних значень ($\sigma_{s,\max} \leq f_{yk}$);

- *l*_{s,max} ділянка активного зчеплення арматури з бетоном в граничній стадії деформування залізобетонного елемента;
 - σ_{si} найбільші напруження в арматурі на ділянці її активного зчеплення з

розтягнутим бетоном за певної стадії деформування залізобетонного елемента;

l_{si} – ділянка активного зчеплення арматури з бетоном за певної стадії деформування з елемента;

Ø_s – діаметр арматурного стержня.

Зовсім нескладно помітити, що рівень середніх напружень зчеплення арматури з бетоном залежить не тільки від рівня нормальних напружень в самій арматурі, але й від відносної довжини ділянки активного зчеплення з

бетоном
$$\frac{l_{si}}{l_{s,\max}}$$
.

$$\frac{\tau_{bmi}}{f_{bd}} = \frac{\sigma_{si}}{\sigma_{s,\max}} \cdot \frac{l_{s,\max}}{l_{si}}$$
(2.5)

Числовий аналіз результатів експериментальних досліджень різних авторів [34; 70; 113; 150, 157; 168; 311], приведених на рис. 2.3...2.5, дозволив отримати наступну залежність з визначення відносної величини ділянки активного зчеплення арматури з бетоном

$$\frac{l_{si}}{l_{s,\max}} \approx \left(\frac{\sigma_{si}}{\sigma_{s,\max}}\right)^{1/\eta_1},$$
(2.6)

де $1/\eta_1$ – параметр пропорційності ділянки зчеплення.

Тоді функція середніх напружень зчеплення арматури з бетоном, при врахуванні їх граничних (максимально можливих) значень згідно пропозицій [73; 106; 137]

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk}, \qquad (2.7)$$

прийме остаточний вигляд

$$\tau_{bmi} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot \left(\frac{\sigma_{si}}{\sigma_{s,\max}}\right)^{1-1/\eta_1}.$$
(2.8)

Коефіцієнт η_2 , що враховує вплив діаметру арматури, можна приймати згідно чинних норм [49; 210].



арматурі періодичного профілю (досліди 1968-87 рр.)



Особливої уваги заслуговує коефіцієнт η_1 , яким враховується профіль арматури за індексом Рема f_R . Для визначення його середніх та довірчих (нормованих) значень Цибою О. О. [137] запропоновано наступні залежності, відповідно

$$\eta_1 = 1,5 + 17,5 \cdot f_R, \tag{2.9}$$

$$\eta_1 = 1,12 + 17,5 \cdot f_R. \tag{2.10}$$

З рис. 2.6 видно, що ці функції є справедливими лише для арматури з індексом зчеплення в межах $f_R = 0...0,075$.

Альтернативна загальна залежність для розрахунку середніх значень коефіцієнта η_1 [106]

$$\eta_1 = 1 + 35 \cdot f_R - (12 \cdot f_R)^2 \tag{2.11}$$

є справедливою для будь-якої арматури з довільним індексом зчеплення, але потребує відповідного «унормування».

Тому для використання в практичних розрахунках можна рекомендувати наступну залежність

$$\eta_1 = 1 + 29 \cdot f_R - 120 \cdot f_R^2, \qquad (2.12)$$

яка дозволяє визначати нормовані значення коефіцієнта η_1 з довірчим інтервалом 2σ (рис. 2.6).



арматури з бетоном f_R

Детальний аналіз численних результатів експериментальних досліджень різних авторів [34; 70; 113; 150, 157; 168; 311] показує (рис. 2.3...2.5), що в певному діапазоні деформування залізобетонних елементів залежність середніх напружень зчеплення від напружень в самій арматурі може бути визначена як за лінійною функцією [73]

$$\tau_{m,i} = f_{ctm} \cdot \left(\frac{\eta_1 \cdot \eta_2 - \alpha_0}{f_{yd}} \cdot \sigma_{si} + \alpha_0 \right), \tag{2.13}$$

так і за отриманою степеневою функцією (2.8). Про це свідчать результати відповідного порівняння дослідних та теоретичних значень середніх напружень зчеплення (табл. 2.1), розрахованих за вказаними функціями.

Таблиця 2.1 – Порівняння теоретичних та дослідних значень середніх напружень зчеплення арматури з бетоном

Автори досліджень	Рік	Профіль та діаметр арматури, мм	Відхилення від дослідних даних					
			за формулою автора (2.8)			за лінійною функцією (2.13)		
			Δ	σ	V ,%	Δ	σ	v,%
Amstutz E. [157]	1955	періодичний, 30	0,99	3,22	3,25	1,091	6,03	5,53
Bernander K. [168]	1957	періодичний, 16	1,01	2,26	2,25	1,048	3,18	3,03
Гараи Т. [34]	1959	періодичний, 20	0,99	1,34	1,35	1,049	3,30	3,15
Кольнер В. [70]	1965	періодичний, 20	1,00	1,73	1,73	1,08	5,27	4,88
Adrouche K. [150]	1987	періодичний, 16	0,995	2,00	2,01	1,01	2,32	2,30
Rashedul K . [311]	2014	періодичний, 20	0,994	2,29	2,30	1,051	4,48	4,26
Самошкин А.[113]	2017	періодичний, 16	0,998	2,28	2,29	1,023	2,76	2,70

Однак для деформаційно-силової моделі нелінійна (степенева) функція середніх напружень зчеплення арматури з бетоном є більш прийнятною, оскільки залежність (2.8), на противагу виразу (2.13), не накладає ніяких обмежень на її використання в приграничних зонах: $0 \le \tau_{bmi} < \tau_0$ та $\sigma_l < \sigma_{si} \le \sigma_v$ [73].

Підтвердженням сказаного є наступні граничні умови застосування отриманого виразу (2.8).

1. Якщо $l_{si} = 0$, то з виразу (2.6) отримуємо $\sigma_{si} = 0$, а із залежності (2.8) - $\tau_{bmi} = 0$. Водночас функція середніх напружень зчеплення за виразом (2.4) перетворюється у невизначеність виду «0/0». Щоб розкрити отриману невизначеність, виразимо з (2.6) довжину ділянки активного зчеплення l_{si}

$$l_{si} = l_{s,\max} \cdot (\sigma_{si} / \sigma_{s,\max})^{1/\eta_1}$$
(2.14)

та підставимо її в залежність (2.4)



$$\tau_{bm,i} = \frac{\sigma_{si} \cdot \emptyset_s}{4 \cdot l_{s,\max} \cdot (\sigma_{si} / \sigma_{s,\max})^{1/\eta_1}}.$$
(2.15)

Після нескладних перетворень отримаємо

$$\tau_{bm,i} = \frac{\varnothing_s \cdot \sigma_{s,\max}^{1/\eta_1}}{4 \cdot l_{s,\max}} \sigma_{si}^{1-1/\eta_1}.$$
(2.16)

Вираз (2.16) підтверджує, що за $\sigma_{si} = 0$ середні напруження зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bmi} = 0$.

2. Якщо $\sigma_{si} = \sigma_{s,\max} \rightarrow f_{yk}$, то середні напруження зчеплення за виразом (2.8) досягають своїх граничних значень $\tau_{bmu} \rightarrow f_{bd}$.

Таким чином, отримана залежність середніх напружень зчеплення арматури з бетоном пристосована до використання на всьому діапазоні деформування залізобетонних елементів.

2.4. Модель багаторівневого утворення тріщин в залізобетонних елементах конструкцій

Узагальнену модель багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах та конструкціях пропонується розбудовувати на основі блокової трьохшарової (трикомпонентної) моделі зчеплення арматури з бетоном. При цьому, взаємодію компонентів контактної системи «арматура – контактний шар – розтягнутий бетон» доцільно відображати за допомогою силових параметрів за наступною схемою

$$N_s \Longrightarrow N_{bd} \Longrightarrow N_{ct}, \qquad (2.17)$$

де зусилля в компонентах вказаної системи є функціями відповідних напружень (рис. 2.7)

$$N_s = f(\sigma_s); \ N_{bd} = f(\tau_{bm}); \ N_{ct} = f(\sigma_{ct}).$$
 (2.18)

До моменту завантаження залізобетонного елемента зазначена контактна система знаходиться в рівновазі

$$N_s = N_{bd} = N_{ct} = 0, (2.19)$$

а тому напруження в її компонентах відсутні $\sigma_s = \tau_{bm} = \sigma_{ct} = 0$. Нелінійна функція середніх напружень зчеплення арматури з бетоном (2.8) є придатною до відтворення початку деформування залізобетонного елемента. Використання ж іншої залежності, за якою $\tau_{bm} \neq 0$ при $\sigma_s = 0$, вже від самого початку закладає порушення рівноваги контактної системи «арматура – контактний шар – розтягнутий бетон». Загальна рівновага контактної системи на ділянці активного зчеплення арматури з бетоном зберігається аж до моменту утворення першої нормальної тріщини



Рисунок 2.7 – До взаємодії компонентів контактної системи «арматура – контактний шар – розтягнутий бетон»

Якщо зважити на сказане та дотримуватись узагальненого критерію порушення зчеплення арматури з бетоном (п. 2.2), то за багаторівневого утворення нормальних тріщин для залізобетонного елемента можна записати

$$N_{bd,i} = N_{bd,i+1}, (2.21)$$

де $N_{bd,i}$ і $N_{bd,i+1}$ – зусилля активного зчеплення арматурного стержня з бетоном, що відповідають утворенню тріщин попереднього та наступного рівнів відповідно.

3 урахуванням виразу (2.2) залежність (2.21) набуде наступного вигляду

$$\tau_{bmi} \cdot s_{ri} = \tau_{bmi+1} \cdot s_{ri+1}, \qquad (2.22)$$

де s_{ri} і s_{ri+1} – відстані між тріщинами попереднього та наступного рівнів;

τ_{bmi} і *τ_{bmi+1}*- середні напруження зчеплення арматури з бетоном на ділянках між тріщинами тих же рівнів відповідно.

Як показують результати експериментальних досліджень, в реальних конструкціях можна зафіксувати не більше 2...3-х рівнів утворення тріщин. Тому в центрально розтягнутому елементі (рис. 2.8) тріщини першого та другого рівнів згідно (2.22) будуть пов'язані між собою виразами

$$s_{r2} = s_{r1} / 2, \qquad (2.23)$$

$$Sr^{2}$$

$$Sr^{2}$$

$$Sr^{2}$$

$$Sr^{2}$$

$$N_{w}$$

$$Sr^{1}$$

$$Sr^{1}$$

$$Sr^{1}$$

$$Sr^{1}$$

$$Sr^{1}$$

$$Sr^{1}$$

$$Sr^{1}$$

$$Sr^{1}$$

$$Thmax^{1}$$

$$Thmax^{1}$$

$$Thmax^{1}$$

$$Thmax^{1}$$

$$Thmax^{2}$$

$$Thmax^{2$$

Рисунок 2.8 – Схема (*a*), перший (*б*) та другий (*в*) рівні утворення тріщин в центрально розтягнутому залізобетонному елементі з відповідними епюрами напружень зчеплення

Середні напруження зчеплення арматури з бетоном на ділянках між суміжними тріщинами першого рівня в момент їх виникнення можна

$$\tau_{bm2} = 2 \cdot \tau_{bm1} \,. \tag{2.24}$$



Національний університет водного господарства

обчислити згідно (2.8) за наступною залежністю

$$\tau_{bm1} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot \left(\frac{\sigma_{s,cr1}}{f_{yk}}\right)^{1-1/\eta_1}.$$
(2.25)

Середні напруження та деформації в арматурному стержні, за яких почнуть утворюватися тріщини другого рівня, можна визначати за доволі простими виразами, отриманими з (2.24) та (2.25)

$$\sigma_{s,cr2} = \sigma_{s,cr1} \cdot 2^{\frac{\eta_1}{\eta_1 - 1}}; \qquad (2.26)$$

$$\varepsilon_{s,cr2} = \varepsilon_{s,cr1} \cdot 2^{\frac{\eta_1}{\eta_1 - 1}}.$$
(2.27)

Аналогічним чином можна визначати значення середніх напружень зчеплення арматури з бетоном на ділянках між тріщинами третього рівня

$$\tau_{bm3} = 2 \cdot \tau_{bm2} = 4 \cdot \tau_{bm1}$$
 (2.28)

та значення середніх напружень і відносних деформацій, за яких вони виникатимуть

$$\sigma_{s,cr3} = \sigma_{s,cr1} \cdot 4^{\frac{\eta_1}{\eta_1 - 1}}; \qquad (2.29)$$

$$\varepsilon_{s,cr3} = \varepsilon_{s,cr1} \cdot 4^{\frac{\eta_1}{\eta_1 - 1}}.$$
(2.30)

Із залежностей (2.29) і (2.30) випливає, що в експлуатаційній стадії третій рівень утворення тріщин є мало ймовірним, оскільки напруження в арматурі наближаються до межі текучості вже за відносних деформацій арматури $\varepsilon_s \approx (4....8) \cdot \varepsilon_{s,cr1}$.

Незважаючи на нерівномірність розміщення тріщин в згинальних залізобетонних елементах, рівність (2.22), хоч і в дещо зміненому вигляді, залишається справедливою і для них

$$\tau_{bmi+1,j} \cdot s_{ri+1,j} = \tau_{bmi+1,j+1} \cdot s_{ri+1,j+1}, \qquad (2.31)$$

де *s*_{*ri*+1,*j*} і *s*_{*ri*+1,*j*+1} – відстані від тріщини наступного рівня до тріщин попереднього рівня справа та зліва від неї відповідно;

 $\tau_{bmi+1,j}$ і $\tau_{bmi+1,j+1}$ – середні напруження зчеплення арматури з бетоном на



ділянках між тріщиною наступного рівня і тріщинами попереднього рівня справа та зліва від неї відповідно.

Зокрема, для нової тріщини другого рівня (рис. 2.9) вираз (2.31) набуває наступного вигляду



Рисунок 2.9 – Схема рівневого утворення тріщин (*a*), відповідні епюри напружень зчеплення (*б*, *в*) та моментів (*г*) в згинальному елементі
Таким чином, основні положення загальної моделі багаторівневого утворення тріщин рекомендується нероздільно пов'язувати з питаннями зчеплення арматури з бетоном. Інакше кажучи, процеси тріщиноутворення в залізобетонних елементах та конструкціях пропонується регламентувати за основними параметрами зчеплення арматури з бетоном. Це сприятиме побудові універсальної теорії зчеплення арматури з бетоном у складі загальної моделі багаторівневого утворення тріщин зокрема та узагальненої деформаційно-силової моделі опору залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам вцілому. При цьому слід обов'язково прийняти до уваги, що одну із основних ролей в побудові загальної моделі багаторівневого утворення тріщин необхідно відвести розрахункам відстаней між ними.

2.5. Розрахунок відстаней між тріщинами УНІВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА 2.5.1. Центрально розтягнуті елементи

Згідно вищенаведеної моделі багаторівневого тріщиноутворення відстань між суміжними тріщинами s_{ri} необхідно визначати за рівновагою максимальних зусиль в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr} = f(\varepsilon_{ctu})$ та зусиль активного зчеплення арматури з бетоном $N_{bd,cr}$ на ділянці між зазначеними тріщинами. Тоді, з урахуванням сказаного, відстань між суміжними тріщинами першого рівня на рівні центру ваги розтягнутої арматури, при напруженнях в ній $\sigma_{s,cr1}$, можна розрахувати за наступною залежністю

$$s_{r1} = \frac{\emptyset_s}{4 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk}} \cdot \left(\frac{\sigma_{s,cr1}}{f_{yk}}\right)^{1-1/\eta_1}} \cdot \frac{N_{ct,cr}}{A_s}.$$
 (2.33)

Оскільки для центрально розтягнутого залізобетонного елемента (рис. 2.8) $N_{ct,cr} = f_{ctk} \cdot A_{ct,cr}$, то відстань між зазначеними тріщинами буде обернено пропорційною до коефіцієнта його армування $\rho_{l,t} = A_s / A_{ct,cr}$



lаціональний університет юдного господарства а природокористування

$$s_{r1} = \frac{\varnothing_s}{4 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \left(\frac{\sigma_{s,cr1}}{f_{yk}}\right)^{1-1/\eta_1} \cdot \rho_{l,t}}.$$
(2.34)

Якщо врахувати, що відстань між тріщинами другого рівня зменшиться вдвічі $s_{r2} = s_{r1}/2$, то напруження, за яких ці тріщини почнуть утворюватися, можна визначати за формулою (2.26) або за наступною залежністю

$$\sigma_{s,cr2} = f_{yk} \cdot \left(\frac{\varnothing_s}{2 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot s_{r1} \cdot \rho_{l,t}}\right)^{\frac{\eta_1}{\eta_{l-1}}}.$$
(2.35)

Аналогічно, при зменшенні вдвічі відстаней між тріщинами третього рівня $s_{r3} = s_{r2} / 2$, напруження, що відповідають початку їх утворення, можна визначати за формулою (2.29) або за виразом



2.5.2. Згинальні залізобетонні елементи

В згинальних елементах (рис. 2.9, *a*) відстані між суміжними тріщинами першого рівня $s_{r1,1}$ теж слід обчислювати за виразом (2.33), але максимальні зусилля в бетоні розтягнутої зони $N_{ct,cr} = f(\varepsilon_{ctu})$ необхідно розраховувати за допомогою загальновизнаної системи рівнянь

- статичних $M = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s), \quad N = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s);$
- геометричних $1/r = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s);$ (2.37)
- фізичних $\sigma_c = f(\varepsilon_c), \sigma_{ct} = f(\varepsilon_{ct}), \sigma_s = f(\varepsilon_s).$

Для прискорення самих розрахунків, що є ітераційними, її доцільно доповнювати аналітичною залежністю діаграми стану елемента M - (1/r) і функцією граничних деформацій стиснутого бетону $\varepsilon_{cu} = f(\varepsilon_{si}, \rho_{li}, x_{si}, m_h, m_b)$ в залізобетонному елементі [106].

Визначене за системою (2.37) зусилля в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr}$, яким обмежується зусилля активного зчеплення $N_{bd,cr}$, повинно прийматися не меншим деякого мінімального значення. При розрахунку останнього слід керуватися наступними рекомендаціями.

Більшість дослідників вважає, що діаметр бетонної оболонки, якою можна обрамити зону активного зчеплення арматурного стержня з бетоном, варто приймати величиною у 5-ть його діаметрів [152; 172; 230; 263; 293; 344; 364]. Виходячи з цього, площу розтягнутого бетону $A_{ct,cr\,min}$ пропонується визначати з урахуванням розміщення арматури в перерізі елементу згідно схем, наведених на рис. 2.10.



Рисунок 2.10 – До визначення площі перерізу розтягнутого бетону в зоні активного зчеплення з арматурою для випадків: *a*) $b_d > 5 \cdot \emptyset_s$;

$$\vec{o}) \ b_d \leq 5 \cdot \mathcal{O}_s \ (a_d \leq 5 \cdot \mathcal{O}_s)$$

Для вищенаведених випадків мінімальну площу перерізу розтягнутого бетону $A_{ct,cr}$ слід приймати, відповідно, до нижченаведених формул

$$A_{ct,cr\min} = n_s \cdot (a_1 + a_2) \cdot (b_1 + b_2); \qquad (2.38)$$

$$A_{ct,cr\min} = b_n \cdot (a_1 + a_d + a_2), \qquad (2.39)$$

де $a_1 \leq 2,5 \cdot \mathcal{O}_s$, $b_1 \leq 2,5 \cdot \mathcal{O}_s$, $a_2 = b_2 = 2,5 \cdot \mathcal{O}_s$.

Оскільки нормальні напруження в арматурі у межах ділянок між тріщинами є змінними, то середні напруження зчеплення на цих ділянках за виразом (2.8) теж завжди будуть різними. А це означає, що відстані між нормальними тріщинами нових та попередніх рівнів (рис. 2.11) завжди різнитимуться між собою.



Рисунок 2.11 – Схема зміни напружень зчеплення арматури з бетоном після утворення тріщин першого (*a*), другого (*б*) та третього (*в*) рівнів

Застосування загального критерію порушення зчеплення арматури з бетоном до прийнятої моделі багаторівневого утворення тріщин дозволяє відстань між тріщинами безпосередньо пов'язати з середніми напруженнями зчепленнями арматури з бетоном та визначати за наступними виразами

$$s_{ri+1,j} = \frac{s_{ri,j} \cdot \tau_{bmi+1,j+1}}{\tau_{bmi+1,j} + \tau_{bmi+1,j+1}};$$
(2.40)

$$s_{ri+1,j+1} = \frac{s_{ri,j} \cdot \tau_{bmi+1,j}}{\tau_{bmi+1,j} + \tau_{bmi+1,j+1}},$$
(2.41)

де j – номер нормальної тріщини (як правило j = 1) відповідного рівня їх утворення – i.

Наприклад, відстані до тріщини другого рівня від суміжних тріщин першого рівня (рис. 2.11, *a*) можна визначити за наступними виразами

$$\mathbf{s}_{r2,1} = \frac{s_{r1,1} \cdot \tau_{bm2,2}}{\tau_{bm2,1} + \tau_{bm2,2}}; \mathbf{c}_{1} = \mathbf{c}_{1} \cdot \mathbf{c}_{2} \cdot \cdot \mathbf{$$

що адекватно відповідають рівності зусиль зчеплення арматури з бетоном (2.21) по обидві сторони від ймовірної тріщини другого рівня

$$s_{r2,1} = s_{r2,2} \cdot \frac{\tau_{bm2,2}}{\tau_{bm2,1}}.$$
(2.44)

Аналогічним чином визначаються всі інші відстані між суміжними тріщинами попередніх та наступних рівнів (рис. 2.11, *б*, *в*). Оскільки для більшості згинальних залізобетонних елементів достатньо обмежитися 3-м рівнем утворення тріщин, то для нього можна записати

$$s_{r3,1} = \frac{s_{r2,1} \cdot \tau_{bm3,2}}{\tau_{bm3,1} + \tau_{bm3,2}}; \qquad (2.45)$$

$$s_{r3,2} = \frac{s_{r2,1} \cdot \tau_{bm3,1}}{\tau_{bm3,1} + \tau_{bm3,2}},$$
(2.46)

що теж адекватно відповідає рівності зусиль зчеплення арматури з бетоном (2.21) по обидві сторони від ймовірної тріщини третього рівня

$$s_{r3,1} = s_{r3,2} \cdot \frac{\tau_{bm3,2}}{\tau_{bm3,1}}.$$
(2.47)

2.6. Розрахунок ширини розкриття нормальних тріщин

Для переважної більшості випадків розрахунок ширини розкриття нормальних тріщин за гіпотезою Томаса [347]

$$w_k = 2 \int_{i}^{0.5s_r} \varepsilon_\tau(z) \, dz \,, \qquad (2.48)$$

і досі залишається вкрай складним.

Основна проблема полягає в тому, що безпосереднє інтегрування виразу (2.48) виконати практично дуже важко, оскільки залежність взаємних зміщень арматури і бетону $\varepsilon_{\tau}(z) = \varepsilon_s(z) - \varepsilon_{ct}(z)$ (2.49)

є доволі складною і в загальному випадку не може бути описана єдиною (універсальною) функцією. Однак розрахунок ширини розкриття найбільш небезпечної тріщини з позицій послідовного накопичення взаємних зміщень арматури і бетону можна дещо спростити та виконати за наступною формулою

$$w_k = s_{r1} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ctm}) - \dots - s_{ri} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{sm,cri} - \varepsilon_{ctm}), \qquad (2.50)$$

де ε_{sm} – повні значення середніх деформацій розтягнутої арматури на ділянці між суміжними нормальними тріщинами;

 ε_{ctm} – середні деформації розтягнутого бетону на тій же ділянці;

s_{ri} – крок між суміжними тріщинами на *i*-му рівні їх утворення;

 $\varepsilon_{sm,cri}$ – середні деформації розтягнутої арматури на ділянці між суміжними нормальними тріщинами на момент утворення тріщин нового рівня (i = 2...n).

Якщо зважити, що в експлуатаційній стадії можливими є тріщини лише 1-го та 2-го рівнів, то формула (2.50) набере остаточного вигляду

$$w_k = s_{r1} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ctm}) - s_{r2} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{sm,cr2} - \varepsilon_{ctm}), \qquad (2.51)$$

де $\varepsilon_{sm,cr2}$ – середні деформації розтягнутої арматури на найбільш напруженій

ділянці між суміжними тріщинами на момент появи тріщин другого рівня.

В усіх випадках середні деформації розтягнутої арматури на ділянці між суміжними тріщинами слід визначати за допомогою діаграми стану залізобетонного елемента « $M - \left(\frac{1}{r}\right)$ », тобто за його кривиною в осередненому

перерізі блоку між вказаними тріщинами $\varepsilon_{sm,i} = f\left(\frac{1}{r}\right)$. Середні деформації розтягнутого бетону ε_{ctm} на зазначеній ділянці на рівні розтягнутої арматури (рис. 2.12) доцільно обчислювати за формулою

$$\varepsilon_{ctm} = \frac{2}{3} \cdot \varepsilon_{ctu} \cdot \frac{d-x}{h_n - x} \approx 0, 5 \cdot \varepsilon_{ctu}, \qquad (2.52)$$

де *d* – робоча висота поперечного перерізу залізобетонного елемента;

х – висота стиснутої зони бетону;

h_n – повна висота поперечного перерізу того ж залізобетонного елемента.



Рисунок 2.12 – До визначення середніх деформацій розтягнутого бетону і арматури на ділянці між тріщинами

Для центрально розтягнутих залізобетонних елементів та для згинальних елементів у зоні чистого згину різницею зусиль в розтягнутій арматурі у перерізах з суміжними тріщинами можна знехтувати ($\Delta \sigma_s = 0$). Тоді вираз (2.51) для вказаних елементів за $s_{r2} = s_{r1}/2$ набуде наступного вигляду

$$w_k = s_{r2} \cdot (\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{sm,cr2} - \varepsilon_{ctm}). \tag{2.53}$$

2.7. Загальні рекомендації з розрахунку багаторівневого утворення нормальних тріщин

Загалом розрахунок багаторівневого утворення нормальних тріщин пропонується виконувати шляхом розв'язку загальновідомої та розширеної за рахунок екстремальних (математичних) критеріїв Ферма системи:

• статичних $M = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s), N = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s)$ з екстремальним критерієм несучої здатності $\frac{dM}{d(1/r)} = 0$;

• геометричних
$$\frac{1}{r} = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s)$$
 з гіпотезою плоских перерізів;

• фізичних $\sigma_c = f(\varepsilon_c), \ \sigma_{ct} = f(\varepsilon_{ct}), \ \sigma_s = f(\varepsilon_s)$ з екстремальними

критеріями міцності матеріалів $\frac{d\sigma_c}{d\varepsilon_c} = 0$, $\frac{d\sigma_{ct}}{d\varepsilon_{ct}} = 0$

співвідношень механіки деформованого твердого тіла. Для прискорення ітераційних розрахунків, цю систему рекомендується доповнювати аналітичною залежністю діаграми стану елемента « $M - \left(\frac{1}{r}\right)$ » та функцією граничних деформацій стиснутого бетону $\varepsilon_{cu} = f(\varepsilon_{si}, \rho_{li}, x_{si}, m_h, m_b)$ [106].

В цілому розрахунок багаторівневого утворення нормальних тріщин пропонується виконувати у наступній послідовності.

1. Розраховуємо граничні деформації розтягнутого бетону ε_{ctu} . Тут можливі два шляхи розв'язку.

80

У першому наближенні граничні деформації розтягнутого бетону приймаються згідно чинних норм [49] за дуже простим виразом $\varepsilon_{ctu} = 2 \cdot f_{ctk} / E_{c0}$. В подальшому їх значення уточнюються в процесі ітераційних розрахунків.

Для зменшення об'єму ітераційних розрахунків граничні деформації розтягнутого бетону ε_{ctu} , що відповідають утворенню першої тріщини першого рівня, доцільно визначати за більш складними залежностями [106], отриманими згідно екстремального критерію несучої здатності розтягнутого

бетону
$$\frac{dM_{ct}}{d(1/r)} = 0$$
.

2. За деформаціями ε_{ctu} розраховують максимально можливе зусилля в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr}$ та обмежують ним максимальне зусилля зчеплення арматури з бетоном N_{bd} .

Зусилля в розтягнутому бетоні залежить від прийнятої діаграми його деформування $\sigma_{ct} - \varepsilon_{ct}$. Із найпростіших пропонується приймати прямокутну діаграму або білінійну діаграму Прандтля.

При використанні дробово-лінійної функції, аналогічної до діаграми Єврокод-2 [210] для стиснутого бетону $\sigma_c - \varepsilon_c$, зусилля в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr}$ необхідно розраховувати за наступною залежністю

$$N_{bd} = N_{ct,cr} = \frac{b_n}{1/r} \int_{-\varepsilon_{ctu}}^{0} \frac{E_{c0} \cdot \varepsilon_{ct} - b_t \cdot \varepsilon_{ct}^2}{1 + c_t \cdot \varepsilon_{ct}} d\varepsilon_{ct} = \frac{b_n}{1/r_{cr}} \cdot \frac{(E_{c0} \cdot c_t + b_t)}{c_t^3} \times (-\varepsilon_{ctu}^2 \frac{b_t \cdot c_t^2}{2 \cdot (E_{c0} \cdot c_t + b_t)} + \varepsilon_{ctu} \cdot c_t - \ln(1 + c_t \cdot \varepsilon_{ctu})), \qquad (2.55)$$

де b_t , c_t – параметри, що відображають міцнісні та деформаційні характеристики розтягнутого бетону в ДСМ [106]

$$b_{t} = \frac{3 \cdot E_{c0} \cdot f_{ctk}}{3 \cdot f_{ctk} + (9 \cdot E_{c0} - E_{c0} \cdot f_{ctk}) \cdot 10^{-5}}; \quad c_{t} = E_{c0} - 2 \cdot b_{t}.$$
(2.56)

3. Отримане зусилля зчеплення арматури з бетоном повинно бути не менше мінімального значення

$$N_{bd} \ge A_{ct,cr\min} \cdot f_{ctk}, \qquad (2.57)$$

де мінімальну площу розтягнутого бетону в зоні активного зчеплення з арматурою $A_{ct,cr\min}$ розраховують за формулами (2.38) та (2.39).

Визначають середні напруження зчеплення арматури з бетоном *τ*_{bm1}
 на ділянці між першою та ймовірною другою (суміжною) нормальними
 тріщинами першого рівня за формулою (2.25).

4. Розраховують відстані між вищевказаними тріщинами першого рівня *s*_{r1} в елементах: центрально розтягнутих – за виразом (2.34); згинальних – за формулою (2.33).

5. Обчислюють відстані між суміжними тріщинами попередніх *s*_{*ri*+1,*j*} та наступних *s*_{*ri*+1,*j*+1} рівнів за виразами (2.40)... (2.47).

6. Середні деформації арматури $\varepsilon_{sm,i}$ на ділянках між суміжними тріщинами визначають в елементах: центрально розтягнутих — за (2.27) та (2.30); згинальних — на основі діаграм стану залізобетонного елемента « $M - (\frac{1}{r})$ » за його кривиною в осередненому перерізі блоку між вказаними тріщинами $\varepsilon_{sm,i} = f(\frac{1}{r})$.

7. Середні деформації розтягнутого бетону на ділянках між суміжними тріщинами ε_{ctm} обчислюють за формулою (2.52).

8. Загальну ширину рівневого розкриття найнебезпечнішої, як правило магістральної, нормальної тріщини розраховують за виразами (2.50), (2.51) або (2.53).

Розроблена методика розрахунку багаторівневого утворення тріщин для центрально розтягнутих та для згинальних елементів із зоною чистого згину є дуже простою. Це обумовлено тим, що для вказаних елементів можна знехтувати різницею напружень в арматурі у перерізах з суміжними тріщинами за наперед відомої відстані між тріщинами нового рівня

$$s_{ri+1} = \frac{s_{ri}}{2}.$$

82

Загалом же, повна послідовність розрахунку багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах описана у відповідних алгоритмах, наведених в дод. В.2 і В.3.

2.8. Спрощена методика розрахунку багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах конструкцій

Вищенаведену методику розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів можна ще більш суттєво спростити завдяки реалізації наступних пропозицій.

1. В деформаційно-силовій моделі бетон розтягнутої зони, навіть після утворення нормальних тріщин, розглядають у вигляді квазісуцільного тіла з пониженою міцністю, обернено пропорційною відносному видовженню розтягнутої грані залізобетонного елемента ε_t [106]

Ta
$$\Pi \sigma_{ct} = f_{ctd} \cdot \left(\frac{\varepsilon_{ct1}}{\varepsilon_t}\right)^c$$
, puctyBahh (2.58)

де c – параметр, що характеризує роботу розтягнутого бетону після утворення в ньому нормальних тріщин та залежить від відсотка армування зазначеного бетону ρ_{lt} (%)

$$c = 1/\rho_{lt} \,. \tag{2.59}$$

Оскільки для осередненого перерізу блоку між тріщинами справедлива гіпотеза плоских перерізів, то рекомендується враховувати опір осередненої нерозтрісканої частини розтягнутого бетону. Її висоту пропонується визначити за виразом

$$x_{ct} \approx 0.55 \cdot \frac{\varepsilon_s}{1/r}, \qquad (2.60)$$

де x_{ct} – осереднена висота нерозтрісканої частини розтягнутого бетону, рівна

$$x_{ct} = x_t / 2;$$

*x*_t – висота розтягнутої частини осередненого перерізу елемента, що рівна

$$x_t = \varepsilon_t / (1/r);$$

1/*r* – кривина осередненого перерізу залізобетонного елементу;

 ε_t – відносне видовження розтягнутої грані залізобетонного елемента, виражене через відносні деформації розтягнутої арматури $\varepsilon_t \approx 1, 1 \cdot \varepsilon_s$.

2. Корегуючий параметр осередненої кривини, що враховує її зростання із-за розтріскування бетону розтягнутої зони, в ДСМ [106] обчислюють за формулою

$$\psi_{\rho} = 1 + \frac{\rho_{ll}}{\alpha_s} \cdot \frac{M_{Ed}}{M_u} \cdot (1 - \frac{M_{Ed}}{M_u}), \qquad (2.61)$$

де α_s – відносне значення модуля пружності арматури, $\alpha_s = \frac{E_s}{210000}$;

 ρ_{lt} – відсоток армування розтягнутої зони перерізу елемента, %. Для скорочення ітераційних процедур у формулу (2.61) пропонується ввести сталу заміну $\frac{\rho_{lt}}{\alpha_s}$ = 3, що є близьким до раціонального відсотка армування залізобетонних елементів $\rho_{l1} \approx 1,5\%$ при $x_c \approx h/3...h/2$.

3. Площу розтягнутого бетону в зоні активного зчеплення з арматурою, доцільно приймати за мінімальним значенням, згідно рис. 2.10 та виразів (2.38) або (2.39).

4. При розрахунку кроку та ширини розкриття нормальних тріщин в експлуатаційній стадії пропонується користуватися не змінною функцією середніх напружень зчеплення арматури з бетоном (2.8), а сталим осередненим значенням цих напружень

$$\tau_{bm} = \frac{f_{bd}}{2} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \frac{f_{ctk}}{2}. \qquad (2.62)$$

2.10. Висновки

За вищенаведеними результатами досліджень можна зробити низку наступних висновків.

1. Пов'язування загальної моделі багаторівневого утворення нормальних тріщин з узагальненою моделлю зчеплення арматури з бетоном дозволяє регламентувати розрахунок найважливіших характеристик тріщиностійкості залізобетонних елементів за основними параметрами зчеплення арматури з бетоном.

2. Головним критерієм, за яким можна доволі просто визначити місце утворення нормальних тріщин, може виступати зусилля зчеплення арматури з бетоном. Їх максимальні значення не можуть перевищувати граничних зусиль в розтягнутому бетоні. Розрахунок зусиль зчеплення арматури з бетоном за функцією середніх напружень можна вважати цілком виправданим в інженерних розрахунках залізобетонних елементів.

3. Граничні зусилля зчеплення арматури з бетоном, що відповідають утворенню тріщин попереднього та наступного рівнів, залишаються незмінними та рівними між собою, а середні напруження зчеплення арматури з бетоном на ділянках між тріщинами попереднього та наступного рівнів є обернено пропорційними до відстаней між цими тріщинами.

4. В згинальних елементах середні напруження зчеплення арматури з бетоном на ділянках між тріщинами попереднього та наступного рівнів завжди будуть різними, як і відстані між ними.

5. Рівень середніх напружень зчеплення арматури з бетоном залежить не тільки від рівня нормальних напружень в самій арматурі, але й від відносної довжини ділянки її активного зчеплення з бетоном.

6. Нелінійна функція середніх напружень зчеплення арматури з бетоном є пріоритетною для деформаційно-силової моделі, оскільки не накладає ніяких обмежень на її використання та дозволяє оцінювати взаємодію арматури з бетоном на всіх стадіях деформування залізобетонного елемента.

7. Комплексне використання запропонованого силового критерію локального порушення зчеплення арматури з бетоном $N_{bd} = N_{ct,cr}$, разом з

екстремальним критерієм утворення нормальних тріщин $\frac{dM_{ct}}{d(1/r)} = 0$, дозволяє

описувати процеси тріщиноутворення в залізобетонних елементах на будьякій стадії їх деформування.

8. Розроблена модель багаторівневого утворення нормальних тріщин дозволяє розраховувати ширину розкриття нормальних тріщин за їх рівневим накопиченням без прямого інтегрування функції взаємних зміщень арматури і бетону на ділянці їх активного зчеплення.

9. Спрощена методика розрахунку багаторівневого утворення нормальних тріщин, яка дозволяє повністю уникнути ітераційних операцій у розрахунках центрально розтягнутих та згинальних залізобетонних елементів із зоною чистого згину, може слугувати основою для експрес-методів розрахунку параметрів тріщиностійкості зазначених елементів.

Матеріали розділу опубліковані в роботах [103-105; 108; 111; 321; 323].



водного господарства та природокористування

РОЗДІЛ З

ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ БАГАТОРІВНЕВОГО УТВОРЕННЯ ТРІЩИН

3.1. Програма досліджень, матеріали та конструкція зразків

Задля досягнення поставленої мети та розв'язання низки завдань, окреслених даними дослідженнями, було заплановано виготовлення наступних дослідних зразків: бетонних призм, коротких арматурних стержнів, залізобетонних балок та призматичних елементів прямокутного перерізу для їх осьового завантаження. Мета та об'єм випробування дослідних зразків кожного типу наведені в табл. 3.1.

Таблиця 3.1 – Мета та об'єм експериментальних досліджень

N⁰	Тип та розміри	К-ть,	Мета випробування зразків	
3/П	дослідних зразків	шт.	пиродокористування	
1.	Призми ПС,	3	Міцність та модуль пружності стиснутого	
	10х10х40 см		бетону на момент випробування основних	
			зразків (залізобетонних балок та призмових	
			елементів)	
2.	Призми ПР,	3	Міцність бетону за осьового розтягу на	
	10х10х60 см		момент випробування основних зразків	
3.	Призмові	3	Тріщиностійкість центрально розтягнутих	
	елементи ПАз,		залізобетонних елементів до повної втрати	
	10х10х50 см		зчеплення арматури з бетоном	
4.	Призмові	3	Багаторівневе утворення нормальних тріщин	
	елементи ПАр,		в центрально розтягнутих залізобетонних	
	10х10х50 см		елементах	
5.	Балки Б, 20х10 см,	3	Багаторівневе утворення нормальних тріщин	
	<i>l</i> = 200 см		в згинальних залізобетонних елементах	

Експериментальні дослідження основних зразків підпорядковувались виявленню загальних закономірностей багаторівневого утворення і розкриття нормальних тріщин в залізобетонних центрально розтягнутих та згинальних елементах з урахуванням особливостей зчеплення арматури з бетоном.

Міцнісні та деформативні характеристики бетону і арматури в досліджуваних балках та призматичних зразках передбачалось контролювати за результатами випробування: бетонних призм розмірами 10x10x40см і 10x10x60см та коротких арматурних стержнів довжиною 50см.

В призмових зразках типу ПАз центральний стержень серпоподібного профілю діаметром 10 мм з арматури класу А500С був розрізаний посередині. Залізобетонна обойма навколо нього створювалась за допомогою просторового каркасу з 4-х поздовжніх стержнів гладкого профілю діаметром 6 мм класу А240С та гнутих замкнутих хомутів діаметром 4мм класу Вр-І, розміщених з кроком 90 мм (рис. 3.1, *a*).

Всі зразки типу ПАр армувалися лише одним центрально розташованим в поперечному перерізі елемента стержнем діаметром 10 мм класу А500С (рис. 3.1, б).



Рисунок 3.1 – Конструкція та схеми армування призмових зразків типу:

а) - ПАз; б) - ПАр

Всі зразки залізобетонних балок в нижній зоні були армовані двома поздовжніми стержнями діаметром 10 мм класу А500С. Поперечну арматуру у вигляді гнутих замкнутих хомутів діаметром 4мм класу Вр-І, розміщених з кроком 100мм, було встановлено на приопорних ділянках поза зоною чистого згину. Верхня конструктивна арматура в зазначеній зоні була такою ж (рис. 3.2).



Для виготовлення всіх основних залізобетонних і допоміжних бетонних зразків використовувалася бетонна суміш однакового складу (табл. 3.2). Важкий бетон класу C20/25 було отримано за допомогою наступних компонентів: в'яжучого – шлакопортландцементу марки 500 Здолбунівського ПАТ «Волинь-цемент»; крупного заповнювача – щебеню фракцій 5...10 мм Вирівського кар'єру Рівненської області; дрібного заповнювача – кварцового піску з модулем крупності 1,6...1,9 Полянського кар'єру Славутського району Хмельницької області.

Таблиця 3.2 – Склад бетону дослідних зразків

Компоненти	Цемент, кг	Пісок, кг	Щебінь, кг	Вода, л
Витрати на м ³	330	700	1180	210

Виготовлення бетонної суміші та бетонування всіх дослідних зразків здійснювалося в лабораторних умовах. Для одночасного формування основних та допоміжних зразків було використано комплект спеціальних

89

металевих форм. Дослідні зразки всіх залізобетонних балок (рис. 3.3) та бетонних призм типу ПС бетонувалися у горизонтальному положенні, а призмові зразки типу ПР, ПАз та ПАр формувалися у вертикальному положенні (рис. 3.4). Ущільнення бетонної суміші відбувалося на спеціальному вібромайданчику.

a)



Рисунок 3.3 – До виготовлення балок: *а)* металеві форми з каркасами; *б)* вигляд розпалублених балок



Рисунок 3.4 – До виготовлення призмових зразків

Твердіння (тужавіння) бетону проходило за нормальних умов в науковій лабораторії кафедри промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд НУВГП. Підготовка всіх експериментальних зразків до випробувань розпочиналася лише після досягнення ними 28 денного віку. Найбільш важливі геометричні характеристики всіх основних дослідних зразків наведені в табл. 3.3.

Зразки		L mm	<i>b</i> мм	<i>h</i> мм	a. MM	a. MM	$A \cdot \mathrm{CM}^2$
тип	шифр	<i>L</i> , when	0, 1111	<i>n</i> , wiwi	.,	• 2 , 1111	<u>s</u> ,
И	ПА-1з		102	102	11	12	0.785
оизм	ПА-23	500	102	102	13	12	(1 13)
	ПА-33		102	101	12	14	(1,15)
изми	ПА-1р	500	102	101	_	_	
	ПА-2р		101	103	_	_	0,785
III	ПА-3р		102	102	_	_	
алки	Б-1	2000	101	199	14	13	
	Б-2		104	200	12	14	1,57
P	Б-3		102	198	12	12	

Таблиця 3.3 – Геометричні характеристики основних зразків

Національний університет зодного господарства

3.2. Методика експериментальних досліджень

3.2.1. Силове обладнання, вимірювальні прилади та схеми їх розміщення

Для випробування основних призмових зразків типу ПАз та ПАр була використана універсальна розривна машина УИМ-50 (рис. 3.5). Деформації розтягнутого бетону контролювали за допомогою 4-х індикаторів 1МИГ з ціною поділки 0,001мм, встановлених на бокових гранях дослідних зразків з базою вимірювань 200 мм.



Рисунок 3.5 – Призмовий зразок з вимірювальними приладами в розривній машині

Експериментальні дослідження залізобетонних балок прольотом 180 см проводили в спеціальній рамній установці 2 (рис. 3.6 і 3.7). Їх випробовували

за розрахунковою схемою однопролітної шарнірно обпертої на кінцях балки. Задля влаштування в балках зони чистого згину їх завантажували через розподільну траверсу 4 двома зосередженими силами в середній третині прольоту. Навантаження створювалось 15-ти тонним розрахункового гідравлічним домкратом 5 та контролювалось за допомогою відтарованого кільцевого динамометра 3. Прогиномірами 6 типу 6ПАО з ціною поділки 0,01 мм вимірювали прогин балки в середині прольоту та контролювали її осідання на опорах. Деформації бетону в стиснутій зоні досліджували за допомогою 2-х індикаторів 7 типу 1МИГ, встановлених з базою вимірювань 200 мм в середній частині балки. Деформації арматури вимірювали за допомогою тензометрів Гугенбергера 8, що встановлювались також по середині балки на кожному з розтягнутих стержнів. Утворення і розвиток тріщин фіксували візуально, а ширину їх розкриття вимірювали за допомогою мікроскопа МПБ-3 з ціною поділки 0,02 мм.



Рисунок 3.6 – Схема дослідної установки та розташування вимірювальних приладів: 1 – балка; 2 – установка; 3 – динамометр; 4 – траверса; 5 – домкрат; 6 – прогиноміри 6ПАО; 7 – індикатори 1МИГ; 8 – тензометри Гугенбергера



Рисунок 3.7 – Вигляд дослідної установки з встановленими приладами

Гідравлічний прес П-250 використовувався при випробуванні бетонних призм на осьовий стиск. Короткі арматурні стержні та бетонні призми ПР випробовувались на осьовий розтяг за допомогою універсальної розривної машини УИМ-50.

3.2.2. Дослідження механічних характеристик арматури і бетону

Найважливіші фізико-механічні характеристики арматури визначали за результатами випробування трьох стержнів довжиною 50 см в універсальній розривній машині УИМ-50. Осереднені значення досліджуваних характеристик занесені до табл. 3.4.

Випробування бетонних призм, які центрувалися за геометричними осями, проводили у віці 36-ти діб, що відповідало вікові основних зразків на

момент їх завантаження. Навантаження на них прикладалося ступенями, рівними приблизно 10 % від очікуваного руйнівного зі швидкістю (0,6±0,04) МПа/с. Результати цих випробувань наведені в табл. 3.5 та 3.6.

Клас	Кількість	Площа	Межа	Модуль	Тимчасовий
арматури	зразків, шт.	перерізу,	текучості	пружності	опір розриву
		MM ²	σ _y , МПа	E _s , МПа	σ _{su} , MΠa
A500 C	3	78,5	521	194000	647
A240 C	3	28,3	323	209000	491

Таблиця 3.4 – Механічні характеристики арматури

Таблиця 3.5 – Механічні характеристики бетону на стиск

Шифр	Розміри	Характеристичне значення міцності бетону, МПа		Значення модуля пружності бетону, МПа	
эразків	nepepisy, ww	по зразках	середне	по зразках	Середнє
ПС-1	100*101	та 19,6	одокој	24753 B	ання
ПС-2	100*102	20,29	19,92	22741	24151
ПС-3	102*101	19,87		24960	

Таблиця 3.6 – Механічні характеристики бетону на розтяг

Шифр	Розміри	Характеристичне значення міцності бетону, МПа		Значення модуля пружності бетону, МПа	
эразків перерізу, мм		по зразках	середнє	по зразках	середнє
ПР-1	102*102	1,39		_	
ПР-2	102*101	1,46	1,39	_	_
ПР-3	102*101	1,31		—	

Діаграми деформування стиснутого та розтягнутого бетону, побудовані за результатами випробування відповідних бетонних зразків, приведені на рис. 3.8 та 3.9.





Вони виявилися дуже близькими до теоретичних діаграм $\sigma_c - \varepsilon_c$ та $\sigma_{ct} - \varepsilon_{ct}$, закладених в основу чинних норм [49; 210] та ДСМ [106]:

$$\sigma_{c} = f_{ck} \cdot \left[\frac{E_{co} \cdot \varepsilon_{c}}{E_{cu} \cdot \varepsilon_{cu}} - \left(\frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{cu}}\right)^{2} \right] / \left[1 + \left(\frac{E_{co}}{E_{cu}} - 2\right) \cdot \frac{\varepsilon_{c}}{\varepsilon_{cu}} \right];$$
(3.1)

$$\sigma_{ct} = f_{ctk} \cdot \left[\frac{E_{co} \cdot \varepsilon_{ct}}{E_{cu} \cdot \varepsilon_{ctu}} - \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ctu}}\right)^2 \right] / \left[1 + \left(\frac{E_{co}}{E_{cu}} - 2\right) \cdot \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ctu}} \right].$$
(3.2)

3.3. Випробування призмових зразків та аналіз отриманих результатів

Слід зауважити, що в даних дослідженнях призмові зразки розглядалися в якості фрагментів центрально розтягнутих залізобетонних елементів. Їх завантаження здійснювалося ступенями, рівними 1/12...1/10 від теоретично розрахованої несучої здатності. 10-ти хвилинні витримки після кожного ступеня навантаження дозволяли знімати покази з встановлених індикаторів та контролювати послідовність утворення і розвитку нормальних тріщин.

При випробуванні призмових зразків на осьовий розтяг необхідно було оцінити ефективність отриманої залежності середніх напружень зчеплення арматури з бетоном (2.8) у відображенні взаємодії арматури з бетоном на всьому діапазоні деформування залізобетонних елементів. Також необхідно було з її допомогою:

- визначити ступінь впливу зчеплення арматури з бетоном на тріщиностійкість залізобетонних елементів;
- дослідити особливості багаторівневого утворення тріщин від моменту їх появи до руйнування самих елементів.

Спочатку були випробувані призмові зразки марки ПАз (рис.3.1, a), шляхом витягування арматурних стержнів \emptyset 10мм А500С з тіла бетону, обрамленого просторовим каркасом. Гладкі поздовжні стержні цього каркасу були підібрані так, аби «спровокувати» їх проковзування одночасно з текучістю. Результати експериментальних досліджень засвідчили, що за навантажень в 30кН середні значення відносних зміщень бетону в усіх дослідних зразках зрівнялися з відносними деформаціями «вільної» арматури (рис. 3. 10), характеризуючи виключення впливу розтягнутого бетону на деформування гладкої арматури \emptyset 6мм А240С. Повне проковзування зазначених арматурних стержнів відбулося приблизно при 35кН.

97



Рисунок 3.10 – Порівняння відносних зміщень розтягнутого бетону призм з відносними деформаціями «вільної» арматури гладкого профілю

аціональний університет

Перша магістральна тріщина 1-го рівня утворювалася за навантажень $N_{w,1} \approx 0,45 N_{tu}$, зазвичай посередині призми, де суміщались кінці розрізаного арматурного стержня Ø 10мм А500С. Загалом же відстані між тріщинами цього рівня коливалися в доволі широких межах – 120...250 мм (рис. 3.11). Утворення ж тріщин другого рівня, відстань між якими зменшилась до 70...120 мм, практично співпало з початком проковзування гладких арматурних стержнів Ø 6мм, що призвело до інтенсивного розкриття магістральних тріщин за навантажень $N_{w,2} \approx (0,8...0,9)N_{tu}$. При цьому стало помітним порушення зчеплення центрального арматурного стержня Ø 10мм з бетоном, внаслідок чого появились поздовжні тріщини на прикінцевих ділянках призмових зразків (рис. 3.11).

Експериментальні значення ширини розкриття тріщин вищезгаданих призм були порівняні з їх теоретичними значеннями, обчисленими за різними методиками. Розрахунки виконувались за загальною та спрощеною методиками автора, наведеними у розділі 2, за методиками чинних норм [49; 210], СП [119] та за деформаційно-силовою моделлю (ДСМ) [106] з використанням лінійної функції середніх напружень зчеплення арматури з

98

бетоном τ_{bm} [73]. На рис. 3.12 показані графіки експериментальних та відповідних теоретичних значень ширини розкриття тріщин, а статистичні характеристики їх порівняння приведені в табл. 3.7.



Рисунок 3.11 – Розгортки утворення і розвитку тріщин в призмах ПАз



Рисунок 3.12 – Графіки розкриття тріщин: дослідні в призмах ○ – ПА-1з, ◇ – ПА-2з, △ – ПА-3з; теоретичні за методиками ■ – норм [49; 210], □ – СП [119], ● – ДСМ з лінійними τ_{bm} , ◆ – загальною автора, ▲ – спрощеною автора

Результати виконаних та наведених в табл. 3.7 порівнянь показують, що у розрахунках тріщиностійкості залізобетонних елементів перевагу слід віддавати тим методикам, в основу яких закладена певна модель зчеплення арматури з бетоном. З практичної точки зору оцінка взаємодії арматури з бетоном за допомогою середніх напружень їх зчеплення дійсно є одною з найпростіших та найефективніших, але залежність цих напружень від напружень в самій арматурі доцільно приймати нелінійною.

Таблиця 3.7 – Параметри статистичної оцінки методик розрахунку ширини

Методика	Відхилення від Д	Коефіцієнт	
розрахунку	середньо арифметичне $\Delta_w,\%$	середньо квадратичне $\sigma_w, \%$	варіації v _w ,%
норм [49; 210]	33,25	8,29	6,22
СП [119]	17,75	12,79	10,87
ДСМ і лінійних $ au_{_{bm}}$	21,2	4,9	6,22
загальна автора	3,05	6,3	6,5
спрощена автора	9,14	5,69	6,22

розкриття тріщин в призмах ПАз

Випробування зразків марки ПАр (рис.3.1, δ) було зведено до спостереження за переміщенням «вільного» бетону при розтягуванні арматурного стержня Ø10мм A500C, розміщеного в центрі бетонної призми. Результати експериментальних досліджень засвідчили, що після появи тріщин першого рівня вплив розтягнутого бетону на деформування вказаного стержня суттєво зменшився (рис. 3.13), а після утворення тріщин другого рівня він послабився ще більш помітно. При досягненні межі текучості відносні деформації арматурного стержня Ø10мм практично зрівнялися з відносними деформаціями «вільної» арматури, що свідчить про повну відсутність впливу розтягнутого бетону на деформування стержня.

Тріщини першого рівня в призмах ПАр появилися за навантажень $N_{w,1} \approx 0.36 N_{tu}$, тобто дещо раніше ніж в призмах Паз (рис. 3.14), ймовірно ізза відсутності обрамлюючого просторового каркасу. Крок між тріщинами цього рівня коливався в межах 170...250 мм (рис. 3.14, 3.15). Тріщини другого рівня, відстань між якими зменшилась до 70...130 мм, появлялися за навантажень, трохи більше експлуатаційних $N_{w,2} \approx (0.75...0.85) N_{tu}$. Для тріщин 3-го рівня характерним було те, що вони почали утворюватися з текучістю арматури і відстань між ними складала 40...80 мм. Практично з

утворенням цих тріщин на прикінцевих ділянках вказаних призмових зразків з'являлись поздовжні тріщини, які свідчили про повне порушення зчеплення арматури з бетоном. При цьому утворення останніх супроводжувалося появою поперечних тріщин поблизу торця призм (рис. 3.15).





Рисунок 3.14 – Порівняння схем розвитку тріщин в призмах ПАз і ПАр

Дослідні значення ширини розкриття тріщин в зазначених призмах також були порівняні з їх теоретичними значеннями, розрахованими за загальною та спрощеною авторськими методиками, наведеними у розділі 3, за методикою чинних нормативних документів [49; 210] і СП [119] та за методикою ДСМ [106] з використанням лінійної функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном τ_{bm} [73]. На рис. 3.16 наведені графіки експериментальних та відповідних теоретичних значень ширини розкриття тріщин, а статистичні характеристики їх порівняння вказані в табл. 3.8.







Рисунок 3.16 – Графіки розкриття тріщин: дослідні в призмах ○ – ПА-1р, △ – ПА-2р, ◇ – ПА-3р; теоретичні за методиками ◆ – норм [49; 210], □ – СП [119],

 \blacktriangle – ДСМ з лінійними τ_{bm} , \blacksquare – загальною автора, \blacklozenge – спрощеною автора

Методика	Відхилення від 🛛	Коефіцієнт	
позпахунку	середньо	середньо	варіації у %
posparynky	арифметичне Δ_w ,%	квадратичне $\sigma_w, \%$	
норм [49; 210]	13,93	4,69	4,11
СП [119]	14,85	3,98	4,67
ДСМ і лінійних $ au_{bm}$	14,24	9,92	8,69
загальна автора	7,32	4,74	4,41
спрощена автора	15,47	4,78	4,14

Таблиця 3.8 – Параметри статистичної оцінки методик розрахунку ширини розкриття тріщин в центрально розтягнутих елементах ПАр

Результати порівнянь, наведені в табл. 3.8, свідчать, що розрахунок тріщиностійкості центрально розтягнутих залізобетонних елементів доцільно виконувати за методиками, заснованими на ґрунтовних моделях зчеплення арматури з бетоном. Вони також підтвердили, що при відтворенні реальної взаємодії арматури з бетоном за допомогою середніх напружень їхнього зчеплення, залежність останніх від напружень в самій арматурі доцільно приймати нелінійною.

3.4. Експериментальні дослідження залізобетонних балок та аналіз отриманих результатів

3.4.1. Загальні відомості з випробувань та аналіз роботи бетону

Загалом всі балки завантажували ступенями, рівними приблизно 1/10 від теоретично розрахованої несучої здатності M_u . Щоб зафіксувати момент виникнення перших тріщин величина 4-х початкових ступенів навантаження була зменшена до 1/20 від M_u . Такою ж була величина і 2-х останніх ступенів навантаження балок аби зафіксувати момент втрати їх несучої здатності. 13-ти хвилинні витримки після прикладання навантаження

кожного ступеня дозволяли зняти початкові та повторні покази з усіх встановлених приладів, зафіксувати появу, крок та ширину розкриття нормальних тріщин. Витримка після 1-го та 3-го ступеня була мінімальною без зняття повторних відліків з приладів. Згідно прийнятої методики, в процесі експериментальних досліджень вимірювали поздовжні деформації стиснутого бетону, розтягнутої арматури та прогини балки в середині прольоту з контролем її осідання на обох опорах.

Індикатори годинникового типу 1МИГ, встановлені на базі 200 мм, дозволяли контролювати величину осереднених деформацій стиснутого бетону на ділянках балки, в межах яких могли розміщуватися 2...3 нормальних тріщини. В процесі випробування балок вимірювали деформації бетону найбільш стиснутих фібр та фібр, розміщених на відстані 20 мм від стиснутої грані, тобто задіяних у перерозподілі зусиль в самому бетоні.

За даними цих вимірювань побудовані графіки розвитку поздовжніх деформацій стиснутого бетону в дослідних балках залежно від зовнішніх зусиль. Зазначені графіки (рис. 3.17 і 3.18) хоч і не відображають повною мірою діаграми стану залізобетонних балок, але дають певне уявлення про них.



Рисунок 3.17 – Деформації найбільш стиснутих бетонних фібр в балках



З них видно, що пластичні деформації в стиснутому бетоні розвиваються з різною інтенсивністю протягом всього процесу деформування балок. При цьому стрибків чи переламів, що характеризували б початок утворення нормальних тріщин, так і не було виявлено. На момент вичерпання несучої здатності деформації крайових фібр стиснутого бетону в усіх балках були близькими до своїх граничних значень $\varepsilon_{cu} = 0,00259$.

3.4.2. Робота арматури

Тензометри Гугенбергера, встановлені на кожному з поздовжніх стержнів, дозволили відслідкувати процес деформування арматури в балках аж до моменту втрати їх несучої здатності (рис. 3.19). Оскільки всі арматурні каркаси були виготовлені за одним шаблоном, то це дозволило забезпечити проектне положення арматурних стержнів близьким до симетричного. Тому в процесі випробувань значних розходжень в показах обох тензометрів на будь-якій з балок не було зафіксовано. З утворенням та розвитком тріщин інтенсивність приросту деформацій розтягнутої арматури збільшувалась, проте це не призводило до появи якихось стрибків чи переламів на діаграмах деформування $M - \varepsilon_s$. Інтенсивність зростання деформацій розтягнутої арматури стала особливо помітною в усіх балках при зусиллях M = 12 кНм з її наближенням до межі текучості.



Рисунок 3.19 – Відносні деформації арматурних стержнів в балках

3.4.3. Тріщиноутворення в балках

Оскільки дана робота була безпосередньо спрямована на дослідження тріщиностійкості залізобетонних елементів, то в процесі поетапного або ступеневого завантаження балок особлива увага, перш за все, приділялася моменту утворення тріщин, їх кроку та ширині розкриття.

Відразу ж слід зауважити, що процеси утворення тріщин в згинальних та центрально розтягнутих елементах принципово різняться між собою. Із-за

значної неоднорідності напружено-деформованого стану перші тріщини в балках почали виникати переважно після 3-го ступеня навантаження за зусиль $M_{w,1} \approx (0,125...0,17)M_u$. А оскільки вони були співрозмірні з ціною поділки мікроскопа, то їх було вкрай складно виявити навіть за допомогою останнього (ширина розкриття тріщин складала лише 0,02...0,05 мм). Крок зазначених тріщин знаходився в межах 80...205 мм (рис. 3.20...3.21).

Тріщини другого рівня почали утворюватися і ставати видимими на 6...7 ступенях навантаження за зусиль $M_{w,2} \approx (0,33...0,5)M_u$. Крок між ними вже коливався в межах 60...105 мм (рис. 3.20...3.21). Найбільша ширина розкриття зазначених тріщин на цей момент сягала 0,09...0,13 мм. Встановлено, що з появою тріщин другого рівня інтенсивність розкриття магістральних тріщин на певний час дещо знижувалась.

Тріщини третього рівня, відстань між якими зменшилась до 30...70 мм, почали появлятися на 8...12 ступенях навантаження за зусиль $M_{w,3} \approx (0,78...0,95)M_u$. Як правило, зазначений момент був близьким до початку текучості арматури. За нього ширина розкриття найбільш небезпечних (магістральних) тріщин зростала до 0,17...0,22 мм.



Рисунок 3.20 – Рівневе утворення тріщин в зоні чистого згину балок Б-1 і Б-2

Національний університе водного господарства та природокористування



Рисунок 3.21 – Рівневе утворення тріщин в зоні чистого згину залізобетонної балки Б-3

а природокористування

При вичерпання несучої здатності, із-за текучості арматури, максимальна ширина розкриття нормальних тріщин в дослідних балках сягала 0,7…1,8 мм.

Повні розгортки (схеми) утворення і розвитку тріщин у випробуваних залізобетонних балках наведені на рис. 3.22...3.24.

Експериментальні значення ширини розкриття тріщин в досліджуваних балках були співставлені з їх теоретичними значеннями, розрахованими за загальною та спрощеною авторськими методиками, наведеними у другому розділі даної роботи. З метою оцінки їх ефективності розрахунки виконували також за методикою чинних норм [49; 210] і СП [119] та за методикою деформаційно-силової моделі [106] з використанням лінійної функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном τ_{bm} [73]. На рис. 3.25...3.27 показані графіки експериментальних та теоретичних значень ширини розкриття нормальних тріщин, розрахованих за згаданими вище методиками, а основні статистичні характеристики їх порівняння наведені в табл. 3.9.


Рисунок 3.22 – Схема (розгортка) утворення та розвитку тріщин в залізобетонній балці Б-1

109



Рисунок 3.23 – Схема (розгортка) утворення та розвитку тріщин в залізобетонній балці Б-2



Рисунок 3.24 – Схема (розгортка) утворення та розвитку тріщин в залізобетонній балці Б-3



лінійними τ_{bm} , \diamond – загальною автора, \circ – спрощеною автора



теоретичні за методиками △ – норм [49; 210], ▲ – СП [119], □ – ДСМ з

лінійними τ_{bm} , \diamondsuit – загальною автора, \bigcirc – спрощеною автора

а природокористування

Таблиця 3.9 – Параметри статистичної оцінки різних методів розрахунку ширини розкриття тріщин в згинальних залізобетонних елементах

Метолика	Відхилення від ,	Коефіцієнт		
тегодика	середньо	середньо	варіації v _w ,%	
розрахунку	арифметичне $\Delta_w,\%$	квадратичне $\sigma_w, \%$		
норм [49; 210]	7,26	10,74	11,58	
СП [119]	3,0	23,14	23,87	
ДСМ і лінійних $ au_{bm}$	16,04	5,17	4,46	
загальна автора	5,0	6,6	6,29	
спрощена автора	12,93	9,57	10,99	

Результати порівнянь, наведені в табл. 3.9, показують, що розрахунок тріщиностійкості згинальних залізобетонних елементів доцільно виконувати за методиками, які побудовані на основі певних моделей зчеплення арматури з бетоном та дозволяють моделювати процеси багаторівневого утворення тріщин. Також підтверджено, що відтворення реальної взаємодії арматури з бетоном за допомогою середніх напружень їхнього зчеплення є цілком виправданим та ефективним, але залежність останніх від напружень в самій арматурі доцільно приймати нелінійною.

З аналізу наведених результатів досліджень випливає ще один дуже важливий висновок: стає очевидним якісний та кількісний зв'язок основних параметрів тріщиностійкості залізобетонних елементів зі зміною поздовжніх деформацій самих матеріалів. Цілком очевидно, що сказане повною мірою стосується і інших параметрів деформативності залізобетонних елементів, зокрема кривини та прогинів.

3.4.4. Кривина, прогини та характер руйнування балок

водного господарства

В деформаційно-силовій моделі (ДСМ) [106] кривина визначена одним із основних параметрів напружено-деформованого стану залізобетонних елементів. З однієї сторони, за допомогою певних гіпотез вона описує закономірності деформування матеріалів в поперечному перерізі елементів, а з іншої, характеризує пряму залежність таких параметрів деформування залізобетонних елементів і конструкцій, як тріщини і прогини, від силових навантажень. Тому без сумніву можна стверджувати, що ефективність будьякої методики розрахунку буде залежати від точності визначення дійсної кривини залізобетонних елементів.

На рис. 3.28 наведені графіки зміни експериментальних значень кривини дослідних балок та їх теоретичних значень, визначених за системою рівнянь (2.50), заснованою на співвідношеннях механіки деформованого твердого тіла (МДТТ), та безпосередньо з узагальненої діаграми стану залізобетонного елемента в ДСМ за виразом

$$\frac{1}{r^{*}} = (1 + 3 \cdot (1 - \frac{M}{M_{u}}) \cdot \frac{M}{M_{u}}) \cdot \frac{1/r_{u}}{2M_{u}} \times$$



$$\times \left[(1 - \frac{M}{M_{u}}) \cdot \frac{D_{o}}{r_{u}} + 2M - \sqrt{((1 - \frac{M}{M_{u}}) \cdot \frac{D_{o}}{r_{u}} + 2M)^{2} - 4M \cdot M_{u}} \right],$$
(3.3)

- де *М* поточне зусилля в залізобетонному елементі від зовнішнього навантаження;
 - *M_u* несуча здатність залізобетонного стержня (максимально можливе зусилля в ньому при настанні граничного стану);
 - 1/*r_u* граничне значення кривини елемента при вичерпанні їм несучої здатності;
 - *D*_o значення повної початкової жорсткості залізобетонного елемента.



Рисунок 3.28 – Графіки зміни кривини: експериментальні балок ○ – Б-1, □ – Б-2, △ – Б-3; теоретичні ▲– за системою співвідношень МДТТ, ◆ – за діаграмою стану елемента в ДСМ

Спрощення стосується співвідношення $\rho_{lt} / \alpha_s = 3$, яке, як видно з (3.3), прийнято сталим та незалежним від насиченості арматури в поперечному перерізі залізобетонного елемента. Основні характеристики статистичного порівняння експериментальних значень кривини випробуваних балок та їх теоретичних значень, розрахованих за згаданими способами, наведені в табл. 3.10. Результати порівняння засвідчують, що залежність (3.3) можна вважати одною з пріоритетних у визначенні дійсної кривини залізобетонних елементів.

Таблиця 3.10 – Параметри статистичної оцінки різних способів розрахунку

Спосіб	Відхилення від ;	Коефіцієнт	
розрахунку	середньо	середньо	paniauii y %
	арифметичне Δ_r ,%	квадратичне $\sigma_r,\%$	Bapiauli $V_r, 70$
за МДТТ	12,92	21,56	19,09
за ДСМ [106]	13,87	12,14	14,1
	п паціопа.		DUNIU

кривини згинальних залізобетонних елементах

В процесі експериментальних досліджень вимірювали переміщення перерізів балки посередині прольоту та на обох опорах. Завдяки отриманим даним були побудовані графіки їх прогинів, що приведені на рис. 3.29. Як і очікувалось, характер розвитку прогинів цілком відповідав характеру зміни як поздовжніх деформацій матеріалів в найбільш напруженому перерізі балки, так і кривини її зігнутої осі.

Загалом ефективність будь-якої методики розрахунку прогинів значною мірою залежить від точності визначення дійсної кривини залізобетонних елементів. В даних дослідженнях це підтверджено теоретичними значеннями прогинів балок, що обчислювались за загальновідомою формулою

$$f = s \cdot \frac{1}{r^*} \cdot l_0^2, \qquad (3.4)$$

де *s* – коефіцієнт, що залежить від схем завантаження та закріплення елемента на опорах.

Теоретичні значення прогинів балок, визначені за розв'язком системи рівнянь МДТТ (2.50) та з допомогою діаграм стану залізобетонних елементів в ДСМ, відображені відповідними графіками на рис. 3.29.



• – за діаграмою стану елемента в ДСМ

Результати порівняння експериментальних та теоретичних значень прогинів дослідних балок, наведені в табл. 3.11, вказують на пріоритетність визначення прогинів залізобетонних елементів за допомогою узагальнених діаграм їх стану в ДСМ.

Таблиця 3.11 – Параметри статистичної оцінки способів розрахунку прогинів

Спосіб	Відхилення від ,	Коефіцієнт варіації у %	
розрахунку	середньо середньо		
pospurymy	арифметичне Δ_r ,%	не Δ_r ,% квадратичне σ_r ,%	
за МДТТ	14,82	22,37	19,48
за ДСМ [106]	12,1	14,49	16,47

згинальних залізобетонних елементів

Всі дослідні балки втратили свою несучу здатність внаслідок текучості розтягнутої арматури. При цьому крайові деформації стиснутого бетону були близькі до своїх граничних значень. Експериментальні значення несучої здатності випробуваних балок наведені в табл. 3.12.

Таблиця 3.12 – Збіжність теоретичних та експериментальних значень несучої здатності залізобетонних балок

Illucho Goura	Значення несучої зд	Відношення	
експериментальні M_{exp} теоретичне M_{t}		теоретичне M_{th}	M_{th} / M_{exp}
Б - 1	12,85		1,020
Б - 2	13,83	13,1	0,947
Б-3	13,54		0,968

3.5. Висновки Національний університет водного господарства

Отримані результати експериментальних досліджень та їх ретельний аналіз дозволяють сформулювати низку важливих висновків.

- Процеси утворення і розвитку тріщин в центрально розтягнутих призматичних зразках та в залізобетонних балках принципово відрізняються між собою. Ця відмінність обумовлена вкрай нерівномірним зчепленням арматури з бетоном уздовж їх контакту та значною неоднорідністю НДС розтягнутого бетону в самих балках.
- 2. В згинальних залізобетонних елементах рівні утворення нормальних тріщин є значно нижчими $(M_{w1} \approx (0,125...0,17)M_u; M_{w2} \approx (0,33...0,5)M_u; M_{w3} \approx (0,75...0,95)M_u)$, а їх кількість є більшою $(n_w = 1...3)$ ніж в центрально розтягнутих елементах $(N_{w1} \approx 0,36N_{tu}; N_{w2} \approx (0,75...0,85)N_{tu}; n_w = 1...2)$.
- Вид профілю арматурних стержнів пливає на величину і практично не впливає на кількість рівнів утворення нормальних тріщин в центрально розтягнутих елементах (при арматурі гладкого профілю N_{w1} ≈ 0,45N_{tu};

 $N_{w2} \approx (0,8...0,9) N_{tu}$; $n_w = 1...2$; при арматурі періодичного профілю $(N_{w1} \approx 0,36N_{tu}; N_{w2} \approx (0,75...0,85) N_{tu}; n_w = 1...2).$

- Обрамлюючий каркас бетонної обойми навколо арматурного стержня не тільки перешкоджає розколюванню розтягнутого бетону, але й віддаляє момент утворення перших тріщин в центрально розтягнутих призматичних зразках.
- 5. Результатами експериментальних досліджень підтверджено, що реальний процес утворення та розкриття нормальних тріщин як в згинальних, так і в центрально розтягнутих залізобетонних елементах є багаторівневим та значною мірою залежить від параметрів взаємного зчеплення арматури з бетоном.
- 6. В призматичних зразках з утворенням тріщин кожного нового рівня вплив розтягнутого бетону на деформування арматури істотно зменшувався, але вичерпувався повністю лише при її проковзуванні (призми ПАз) або текучості (призми ПАр).
- 7. Результати проведених експериментальних досліджень підтвердили як ефективність розробленої моделі багаторівневого утворення нормальних тріщин за критерієм локального порушення зчеплення арматури з бетоном загалом, так і доцільність пов'язування кроку утворення нормальних тріщин з нелінійною функцією середніх напружень зчеплення арматури з бетоном зокрема.

Матеріали розділу опубліковані в роботах [50; 103].

РОЗДІЛ 4

ПРИКЛАДНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ТА СТАТИСТИЧНА ОЦІНКА РОЗРОБЛЕНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ТРІЩИНОСТІЙКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

4.1. Розрахунок залишкового ресурсу залізобетонних елементів конструкцій

4.1.1. Загальні положення

До основних задач, які доводиться вирішувати при модернізації та реконструкції будівельних об'єктів, необхідно віднести встановлення дійсного технічного стану та визначення залишкового ресурсу несучої здатності будівельних конструкцій. Для залізобетонних елементів вони набувають особливої ваги, оскільки безпосередньо пов'язуються зі зміною їх жорсткості в умовах тривалої експлуатації. Але подібні зміни повністю ігноруються чинними нормативними документами [42; 49], внаслідок чого технічний стан залізобетонних елементів та конструкцій оцінюється лише за виявленими дефектами і пошкодженнями без виконання формалізованих розрахунків. Такий примітивний підхід до визначення реального технічного стану будівельних об'єктів обумовлений відсутністю науково обґрунтованої методики розрахунку залишкового ресурсу несучої здатності будівельних конструкцій. Створення такої методики варто було б розпочати з формування певної моделі деформування та вироблення чітких критеріїв настання граничного стану залізобетонних елементів в умовах тривалої експлуатації на основі відповідних припущень, гіпотез і передумов. Це дозволило б формалізувати процес оцінювання технічного стану будівельних об'єктів за результатами розрахунку залишкового ресурсу окремих конструктивних елементів.

Існуючі на сьогодні методи оцінки залишкового ресурсу будівель і

споруд різняться між собою, як правило, строгістю постановки вихідної задачі та способом її розв'язку. За строгістю постановки задачі їх можна було б умовно розділити на детерміновані та ймовірнісні.

Детерміновані методи [141] використовують лише за недостатньої інформації про елемент чи конструкцію. Тому многочлени середніх ступенів, якими описують властивості конструктивних елементів, повинні бути достатньо обґрунтованими. В протилежному випадку екстраполяція стану елемента чи конструкції за певним параметром може призвести до суттєвих помилок чи вкрай важких наслідків у майбутньому.

Ймовірнісні методи розрахунку [23] вимагають максимального обсягу детальної інформації як про зовнішні навантаження та впливи, так і про властивості вихідних матеріалів елементів конструкцій. Для останніх вкрай важливою є інформація щодо зміни вихідних механічних характеристик матеріалів, коефіцієнтів запасу їх міцності і навіть окремих технологічних показників. Зрозуміло, що за таких обставин достовірність розрахунків і висновків про надійність та довговічність будівель і споруд помітно зростає.

Якщо говорити про способи розв'язку задач з оцінки стану елементів конструкцій, то вони можуть бути аналітичними або числовими.

Аналітичні способи реалізуються шляхом розрахунку залишкового ресурсу за критеріями граничних станів [60; 141]. Вони ґрунтуються на екстраполяції параметрів технічного стану конструкцій аж до досягнення граничних значень. Методика розрахунку зводиться до виконання перевірочних розрахунків з урахуванням достовірної інформації про технічний стан конструкції за виявленими дефектами, пошкодженнями та визначеними властивостями матеріалів.

Числові способи [38] зводяться до моделювання напруженодеформованого стану залізобетонних конструкцій за допомогою різних програмних комплексів. Всі дефекти і пошкодження (разом з тріщинами), виявлені при обстеженнях, враховуються в жорсткісних характеристиках за допомогою методу скінченних елементів. На перспективність таких методів

121

вказують результати системних досліджень провідних науково-дослідних інститутів та технічних університетів України [97].

Таким чином, в основу всіх вищезгаданих методів розрахунку залишкового ресурсу залізобетонних конструкцій закладаються зміни лише міцнісних характеристик матеріалів та геометричних параметрів жорсткісних характеристик елементів [38; 60]. Зміну ж деформаційних параметрів взагалі не відображено у розрахунках жодним чином.

Тому в основу узагальненої методики розрахунку ресурсу залізобетонних елементів конструкцій, у тому числі і залишкового, пропонується покласти деякий комплексний деформаційно-силовий (енергетичний) критерій [110; 322].

Загалом відомо, що найважливіші силові та деформаційні параметри деформування залізобетонних елементів на всіх етапах пов'язуються між собою функцією жорсткості D = M/(1/r). За таких умов доцільно, щоб методика розрахунку їх залишкового ресурсу базувалася на використанні саме тих параметрів натурних досліджень (обстежень), які дозволяли б опосередковано оцінювати жорсткість безпосередньо ЧИ зазначених елементів. Крім дефектів. пошкоджень механічних реальних та характеристик матеріалів такими параметрами в експлуатаційній стадії можуть слугувати значення кроку $s_{r,l}$ та ширини розкриття $w_{k,l}$ нормальних тріщин, а також прогинів f_{1} .

4.1.2. Розрахунок залишкового енергетичного ресурсу залізобетонних елементів конструкцій за параметрами їх тріщиностійкості

Експлуатаційні значення вищевказаних параметрів тріщин пропонується прогнозувати за допомогою гіпотези плоских перерізів, яка дозволяє пов'язати деформації матеріалів в осередненому перерізі залізобетонного елемента з його жорсткістю через кривину

$$1/r = (\varepsilon_c + \varepsilon_s)/d, \qquad (4.1)$$

де ε_c – поточні значення деформацій бетону найбільш стиснутої грані;

 ε_s – поточні значення деформацій розтягнутої арматури;

d – робоча висота перерізу елемента.

Початкове значення осередненої кривини в розрахунковому перерізі згинального залізобетонного елемента за дії експлуатаційного навантаження рекомендується визначити, виходячи з узагальненої діаграми його стану [106]

$$M = \frac{D_0 \cdot 1/r - M_u \cdot ((1/r)/(1/r_u))^2}{1 + (D_0/M_u - 2/(1/r_u)) \cdot (1/r)},$$
(4.2)

за наступним виразом

$$\frac{1}{r_f} = \frac{1/r_u}{2M_u} \left[(1 - \frac{M}{M_u}) \frac{D_0}{r_u} + 2M - \sqrt{\left((1 - \frac{M}{M_u}) \frac{D_0}{r_u} + 2M\right)^2 - 4M \cdot M_u} \right], \quad (4.3)$$

де 1/*r_u* – граничне значення осередненої кривини залізобетонного елемента при вичерпанні їм несучої здатності;

M_u – несуча здатність цього ж елемента (максимально можливе зусилля в ньому при настанні граничного стану);

М – згинальний момент за дії експлуатаційного навантаження;

 D_0 – значення початкової жорсткості залізобетонного елемента.

Визначальні параметри граничного стану залізобетонних елементів M_u та $1/r_u$ розраховують згідно деформаційно-силової моделі їх опору за загальновизнаною системою співвідношень (2.50) з доповненням її аналітичною залежністю діаграми стану M - 1/r та функцією граничних деформацій стиснутого бетону $\varepsilon_{cu} = f(\varepsilon_{si}, \rho_{li}, x_{si}, m_h, m_b)$ [106].

Тоді потенціальну енергію граничного деформування (руйнування) згинального залізобетонного елемента за короткочасної дії повного навантаження (рис. 4.1) можна обчислити за наступним виразом

$$W = \int_{0}^{1/r_{u}} Md(1/r) = \int_{0}^{1/r_{u}} \left[\left(D_{0}(1/r) - \frac{M_{u}}{(1/r_{u})^{2}} (1/r)^{2} \right) \right] \left(1 + (K-2)\frac{(1/r)}{(1/r_{u})} \right) \right] d(1/r), \quad (4.4)$$

який після інтегрування та нескладних перетворень набуває остаточного вигляду

$$W = \frac{M_u \cdot (1/r_u)}{(K-2)} \left[-\frac{1}{2} + \frac{(K-1)^2}{(K-2)} - \left(\frac{K-1}{K-2}\right)^2 \ln(K-1) \right],$$
(4.5)

де $K = D_0 \cdot (1/r)_u / M_u$ – характеристика граничної деформативності елемента.

Аналогічним чином можна визначити і потенціальну енергію деформування згинального залізобетонного елемента за короткочасної дії експлуатаційного навантаження (рис. 4.1)

$$W_{1} = \int_{0}^{1/r_{f}} Md(1/r) = \int_{0}^{1/r_{f}} \left[\left(D_{0} \cdot (1/r) - \frac{M_{u}}{(1/r_{u})^{2}} \cdot (1/r)^{2} \right) / \left(1 + (K - 2)\frac{(1/r)}{(1/r_{u})} \right) \right] d(1/r). \quad (4.6)$$

Після інтегрування та нескладних перетворень отримаємо остаточно



Рисунок 4.1 – До визначення потенціальної енергії деформування згинального залізобетонного елемента за дії навантажень різної тривалості

Потенціальну енергію деформування згинального залізобетонного елемента за тривалої дії експлуатаційного навантаження (рис. 4.1) можна розрахувати за доволі простим виразом

$$W_2 = M \cdot (1/r_{fl} - 1/r_f), \qquad (4.8)$$

а значення осередненої кривини залізобетонного елемента, за дії цього ж навантаження, 1/*r_{fl}* можна обчислити згідно гіпотези плоских перерізів за формулою

$$1/r_{fl} = (\varepsilon_{c,l} + \varepsilon_{sm,l})/d.$$
(4.9)

Середні значення деформацій розтягнутої арматури на найбільш напруженій ділянці елемента рекомендується розраховувати за середнім значенням кроку нормальних тріщин в цій зоні $s_{rm,l}$ та максимальною шириною їх розкриття $w_{k,l}$, встановленими за результатами натурних досліджень

$$\varepsilon_{sm,l} = w_{k,l} / s_{rm,l} + \varepsilon_{ctm}. \tag{4.10}$$

Поточні значення відносних деформацій бетону найбільш стиснутої грані $\varepsilon_{c,l}$ можна визначити за загальновизнаною системою співвідношень (2.50), прийнявши при цьому $\sigma_c = const$ за $\varepsilon_{c,l} \ge \varepsilon_c$ (рис. 4.2), або ж розрахувати за виразом

$$\varepsilon_{c,l} = \varepsilon_c \cdot (1 + \varphi(t, t_0)), \qquad (4.11)$$

де $\varphi(t,t_0)$ – значення коефіцієнта повзучості стиснутого бетону за дії зовнішнього навантаження, тривалістю $(t - t_0)$ [49; 210].

Тоді з урахуванням виразів (4.4)...(4.8) потенціальна енергія деформування згинального залізобетонного елемента, що відповідає його залишковому ресурсу, може бути обчислена за виразом (рис. 4.1)

$$W_3 = W - W_1 - W_2 \,. \tag{4.12}$$

Граничне значення осередненої кривини елемента при вичерпанні їм несучої здатності за тривалої дії навантажень можна визначити за формулою



$$1/r_{fyl} = W_3 / M + 1/r_{fl} \tag{4.13}$$

та за гіпотезою плоских перерізів пов'язати з деформаціями матеріалів



Рисунок 4.2 – Зв'язок діаграми деформування стиснутого бетону (*a*) з діаграмою стану згинального залізобетонного елементу (б) за дії навантажень різної тривалості

Граничні значення відносних деформацій бетону найбільш стиснутої грані за тривалої дії навантажень $\varepsilon_{cu,l}$ рекомендується обчислювати за виразом

$$\varepsilon_{cu,l} = \varepsilon_c \cdot (1 + \varphi(\infty, t_0)), \qquad (4.15)$$

де $\varphi(\infty, t_0)$ – граничне значення коефіцієнта повзучості стиснутого бетону за



тривалої дії зовнішнього навантаження, яке рекомендується приймати згідно чинних норм [49; 210].

Прогнозовані середні значення деформацій розтягнутої арматури можна визначити з формули (4.14)

$$\varepsilon_{smu,l} = d / r_{ful} - \varepsilon_{cu,l} \tag{4.16}$$

та уточнити їх шляхом розв'язку загальновизнаної системи співвідношень (2.50). При розв'язку зазначеної системи, у разі потреби, можна уточнити граничні значення відносних деформацій стиснутого бетону $\varepsilon_{cu,l}$ і спрогнозувати середні значення кроку нормальних тріщин $s_{rm,ul}$ та максимальної ширини їх розкриття $w_{k,ul}$.

Таким чином, розрахунок залишкового ресурсу залізобетонних елементів конструкцій за деформаційно-силовою моделлю пропонується виконувати з залученням ще однієї визначальної гіпотези – незмінності в одиниці об'єму та незалежності від режиму завантаження потенціальної енергії деформування залізобетонного елемента, витраченої на його руйнування W = const. Інакше кажучи, вищезгадана гіпотеза слугує водночас ще й енергетичним критерієм розрахунку залишкового ресурсу елементів та конструкцій.

Розрахунок залишкового ресурсу залізобетонного елементу за пропонованою методикою є можливим і в часовому вимірі. Для цього необхідно знати диференційовані значення коефіцієнта повзучості стиснутого бетону за тривалої дії зовнішнього навантаження $\varphi(t, t_0)$.

4.1.3. Особливості розрахунку залишкового енергетичного ресурсу залізобетонних елементів конструкцій за прогинами

Використання пропонованого енергетичного критерію у розрахунках залишкового ресурсу залізобетонних елементів конструкцій залишається можливим навіть тоді, коли вихідним параметром натурних досліджень буде слугувати не крок та ширина розкриття тріщин, а прогин f_1 (рис. 4.1).

Прогин елементу чи конструкції *f*₁ можна визначити при обстеженні геодезичним, фотограмметричним, стереофотограмметричним чи будь-яким іншим способом. За величиною прогину можна доволі легко обчислити осереднену кривину згинального елемента в експлуатаційній стадії (рис.4.1)

$$1/r_{fl} = f_l / (s \cdot l_0^2), \qquad (4.17)$$

де *s* – коефіцієнт, що залежить від схем завантаження та закріплення елемента;

*l*₀ – розрахункова довжина залізобетонного елемента.

Слід зауважити, що точність ідентичного розрахунку енергетичного ресурсу залізобетонних елементів за виміряним прогином є навіть дещо вищою, ніж за кроком та шириною розкриття нормальних тріщин.

Загалом же розрахунок енергетичного ресурсу залізобетонних елементів рекомендується вести обома способами одночасно, що забезпечить не тільки більшу точність, але й вищу надійність результатів розрахунку.

4.2. Експериментально-статистична оцінка розроблених методів розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів конструкцій

На основі запропонованої моделі багаторівневого утворення нормальних тріщин розроблені загальна і спрощена методики розрахунку утворення та розкриття нормальних тріщин, які можуть використовуватися як загальні методики розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів. Вони можуть реалізовуватися як в програмному, так і в інженерному варіантах. Елементарні програми, написані на їх основі, працюють в середовищі EXCEL та можуть бути відтворені інженером-конструктором за наведеними в дод. Б алгоритмами навіть за відсутності спеціальної підготовки з комп'ютерного програмування. Ефективність розроблених методик розрахунку утворення та розкриття нормальних тріщин оцінена за результатами експериментальних досліджень згинальних залізобетонних елементів, випробуваних безпосередньо автором та зарубіжними вченими (табл. 4.1). Зазначені результати опубліковані у різних наукових виданнях та відкриті для загального доступу. Результати цієї перевірки показані на рис.4.3...4.6 та наведені в нижчерозміщених табл. 4.2 та 4.3.

Ав	Автори дослідів		Makhlouf H. M., Malhas F.A. [277]	Pundinaitė M. [310]	Ivanchev I.Y. [246]	
	рік		ік	1996	2010	2018
етри		/	h	ацю ₄₀₀ альн	298-305	275-300
napam 13KiB	33Mipr	MM	b B	600	275-285	Ba 150
ки та их зра	ки та 1 их зра рс		l _o	1900	3000	3000
ристи ослідн	арактеристи ння дослідн бетон, МПа		f_{ck}	40	43,7-49,5	25
аракте ння до			f_{ctk}	2,5	2,9	1,8
aimi xa oбyва			$E_c \cdot 10^{-3}$	33,4	34,1-35,3	23
ажлин випр	a,	MM^2)	f_{yk}	430	578-632	500
Найв	Найв	a (Ta 1	$E_s \cdot 10^{-3}$	200	199,3-223,5	190
	ap	MП	A_s	1249-2822	229,3-776,8	226,2-508,9

Таблиця 4.1 – Найважливіші характеристики дослідних зразків

Виконано також експериментально-статистичне порівняння розроблених методів розрахунку з іншими методиками. Зокрема, ширина розкриття нормальних тріщин визначалась не тільки за власними авторськими методиками, але й за допомогою:

– чинних ДСТУ [49] та Єврокод-2 [210] за формулою

$$w_k = (k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \emptyset \cdot \rho_{p,eff}) \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}), \qquad (4.18)$$

- де k_1 коефіцієнт, що враховує профіль поздовжньої арматури;
 - k₂ коефіцієнт, що враховує розподіл відносних деформацій;
 - с захисний шар бетону;
 - Ø діаметр стержнів робочої арматури;
 - *ρ_{p,eff}* коефіцієнт армування ефективної розтягнутої зони бетону, в зоні активного зчеплення;
 - $k_{\rm 3}$ і
 $k_{\rm 4}-$ сталі коефіцієнти, що рівні 3,4 та 0,425, відповідно;
- будівельних правил СП [119] за виразом

$$a_{crc} = \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \varphi_3 \cdot \psi_s \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \frac{A_{bt}}{A_s} \cdot \frac{d_s}{2}, \qquad (4.19)$$

- де φ_1 коефіцієнт, що враховує тривалість дії навантаження;
 - φ_2 коефіцієнт, що враховує профіль поздовжньої арматури;
 - φ_3 коефіцієнт, що враховує характер навантаження;
 - *ψ_s* коефіцієнт, яким враховується нерівномірний розподіл відносних
 деформацій розтягнутої арматури між тріщинами;
 - $\sigma_{\scriptscriptstyle s}$ поточні напруження в арматурі;
 - *А*_{bt} площа перерізу розтягнутого бетону;
 - *d*_s діаметр стержня робочої арматури;
- деформаційно силової моделі [106] з лінійною функцією середніх напружень зчеплення арматури з бетоном [73]

$$w_{k} = \frac{\varnothing}{4 \cdot \left(\frac{\eta_{1} \cdot \eta_{2} - 0.4}{f_{yd}} \cdot \sigma_{s} + 0.4\right) \cdot \rho_{l,t}} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}), \qquad (4.20)$$

де $\rho_{l,t}$ – коефіцієнт армування розтягнутої зони бетону, розміщеного в зоні

активного зчеплення з арматурою;

f _{vd} – розрахункове значення міцності арматури на межі її текучості.





Рисунок 4.4 – Графіки розкриття тріщин в балці А-1 [246]: ● – дослідні; теоретичні за методиками △ – норм [49; 210], ▲ – СП [119], □ – ДСМ з

лінійними τ_{bm} ,
 $\diamond-$ загальною автора,
 $\circ-$ спрощеною автора



Рисунок 4.6 – Збіжність теоретичних (за автором) та дослідних значень ширини розкриття тріщин в згинальних залізобетонних елементах,

випробуваних різними дослідниками

Таблиця 4.2 – Порівняння теоретичних та дослідних значень ширини

д кіл- (ви	Автор (ослід -сть зр мірюв	и ів, разків зань)	Makhlouf H., Malhas F. [277], 3 зр.(21 вимір.)	Pundinaitė M. [310], 10 зр. (66 вимір.)	Ivanchev I.Y. [246], 12 зр. (142 вимір.)	Автор 3 зр. (30 вимір.)	Загалом, 28 зр. (259 вимір.)
	210]	Δ	59,81	34,98	22,36	7,26	26,86
0	1 [49,	σ	29,87	18,99	25,21	10,74	22,33
цикон	мдон	v	18,69	14,07	21,82	11,58	18,41
метод	[6	Δ	15,26	19,67	40,42	3,0	28,76
их за	п[116	σ	18,77	10,92	14,44	B23,14	14,9
/НКОВ	G	V	22,15 дн	13,59	24,34	23,87	21,37
po3paxy	$ au_{bm}$	Δ	18,5 пр	28,13	KC22,21C	16,04	22,70
них від	лінійни	σ	18,73	20,27	29,39	5,17	23,40
них дан	ДСМ 3	v	15,81	15,82	24,05	4,46	19,02
аенталь	втора	Δ	0,0	15,3	3,98	5,0	6,67
сперил	ьною а	σ	15,97	15,1	16,78	6,6	15,11
(%) eK	загал	v	15,97	13,1	16,13	6,3	14,21
илення	івтора	Δ	8,42	2,63	18,38	12,93	12,93
Відх	ценою а	σ	14,68	11,57	19,39	9,57	15,88
	спрои	v	16,04	11,88	20,36	10,99	16,76

розкриття нормальних тріщин

Таблиця 4.3 – Забезпеченість точності розрахунків ширини розкриття тріщин згинальних залізобетонних елементів за різними методиками

	Кількість	Ошінювані	Забезпеченість точності у %				
Методика розрахунку	зразків (дослідів)	параметри	±5	±10	±15	±20	±25
норм [49; 210]			17,7	34,3	49,8	63,2	73,7
СП [119]			26,3	49,7	68,6	82,0	90,7
ДСМ з лінійними $ au_{bm}$	28 (259)	$w_{k,th} / w_{k,ex}$	16,9	33,1	47,9	60,8	71,4
загальна автора			25,9	49,1	67,9	81,5	90,2
спрощена автора			24,7	47,1	65,5	79,2	88,5

4.3. Приклади розрахунку залізобетонних елементів конструкцій

Приклад 1. Розрахувати ширину розкриття нормальних тріщин в залізобетонній балці Б-3 прямокутного перерізу $b_n \times h_n = 102 \times 198$ мм (табл. 4.3) за дії згинаючого моменту $M_{Ed} = 9,6$ кНм. Балка, довжиною L = 2 м (рис. 4.2), виготовлена з важкого бетону з характеристиками $f_{ck} = 19,92$ МПа, $f_{ctk} = 1,39$ МПа, $E_c = 24,151 \cdot 10^3$ МПа (табл.4.5) та армована в розтягнутій зоні $2\emptyset 10 (A_{s1} = 157 \text{ мм}^2)$, при захисному шарі бетону $a_{s1} = 12 \text{ мм}$, з наступними характеристиками $f_{vk} = 521$ МПа; $E_s = 1,94 \cdot 10^5$ МПа (табл. 4.4).

Розв'язок. 1. Розрахунок несучої здатності балки виконуємо згідно деформаційно-силової моделі опору залізобетонних елементів силовим впливам [106]. Початковий модуль пружності бетону (при $\sigma_c = 0$) рівний $E_{c0} = E_c \cdot k_o = 24,151 \cdot 10^3 \cdot 1,185 = 28,619 \cdot 10^3 MПа, а його критичні деформації за стиску складатимуть$

$$\mathcal{E}_{c1} = \frac{f_{ck}}{E_{co}} + (140 - 0.7 f_{ck}) \cdot 10^{-5} = (\frac{19,92}{0,28619} + 140 - 0.7 \cdot 19,92) \cdot 10^{-5} = 195,7 \cdot 10^{-5}.$$

Основні параметри діаграми стану (деформування) стиснутого бетону

Національний університет водного господарства

обчислюємо за виразами

$$a = E_{c0} = 28,619 \cdot 10^{3} \text{ MIa}; \quad b = f_{ck} / \varepsilon_{c1}^{2} = 19,92 / (195,7 \cdot 10^{-5})^{2} = 52,03 \cdot 10^{5} \text{ MIa};$$

$$c = \frac{E_{c0}}{f_{ck}} - \frac{2}{\varepsilon_{c1}} = \frac{28,619 \cdot 10^{3}}{19,92} - \frac{2}{195,66 \cdot 10^{-5}} = 414,51.$$



Граничні деформації бетону на стиск ε_{cu} сягають

$$\begin{split} \varepsilon_{cu} &= \varepsilon_{c1} \cdot (1 + 0.322 \cdot \sqrt{\ln k} / \left[1 + ((k-2)/6 \cdot \ln(6/k - 0.2))^2 \right]) = 195.7 \cdot 10^{-5} \times \\ &\times (1 + 0.322 \cdot \sqrt{\ln 2.811} / \left[1 + ((2.811 - 2)/6 \cdot \ln(6/2.811 - 0.2))^2 \right]) = 259.2 \cdot 10^{-5}, \end{split}$$
де параметр $k = E_{c0} \cdot \varepsilon_{c1} / f_{ck} = 28.619 \cdot 195.7 \cdot 10^{-2} / 19.92 = 2.811. \end{split}$

Коли врахувати, що в непереармованих елементах напруження у розтягнутій арматурі в граничній стадії зазвичай досягають межі текучості $(\varepsilon_s > \varepsilon_{so} = \frac{521}{1,94 \cdot 10^5} = 268, 6 \cdot 10^{-5})$, то її деформації можна знайти за виразом

$$\varepsilon_{s1} = \frac{\delta_c \cdot \alpha_c}{f_{yk} \cdot \rho_{l1}} - \varepsilon_{cu} = \frac{99,32 \cdot 40,71 \cdot 10^{-5}}{521 \cdot 0,0085} - 259,2 \cdot 10^{-5} = 653,52 \cdot 10^{-5}$$

при $\rho_{l1} = \frac{A_{s1}}{b_n \cdot d} = \frac{157}{102 \cdot 181} = 0,0085$ та параметрах δ_c і α_c , рівних відповідно

$$\delta_c = \frac{a+b/c}{c} = \frac{28,619 \cdot 10^3 + 52,03 \cdot 10^5 / 414,51}{414,51} = 99,32 \,\mathrm{M\Pi a};$$

$$\alpha_{c} = -\frac{b \cdot \varepsilon_{cu}^{2}}{2 \cdot (a+b/c)} + \varepsilon_{cu} - \frac{\ln(1+c \cdot \varepsilon_{cu})}{c} = -\frac{52,03 \cdot 10^{5} \cdot (259,2 \cdot 10^{-5})^{2}}{2 \cdot (28,619 \cdot 10^{3} + 52,03 \cdot 10^{5} / 414,51} + 259,2 \cdot 10^{-5} - \ln(1+414,51 \cdot 259,2 \cdot 10^{-5}) / 414,51 = 40,71 \cdot 10^{-5}.$$

Тоді кривина даної балки в стадії граничної рівноваги становитиме

$$1/r_{u} = \frac{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s1}}{d} = \frac{(295, 2 + 653, 52) \cdot 10^{-5}}{181} = \frac{2642, 46 \cdot 10^{-5}}{181} = 5,043 \cdot 10^{-5} \,\mathrm{Mm}^{-1},$$

а її несуча здатність остаточно складатиме

$$M_{u} = \frac{b_{n}}{(1/r_{u})^{2}} \cdot \delta_{c} \cdot \beta_{c} + f_{yk} \cdot A_{s1} \cdot x_{s1} = \frac{102 \cdot 10^{10}}{5,043^{2}} \cdot 99,32 \cdot 6192,64 \cdot 10^{-10} + 521 \cdot 157 \cdot 129,6 = 13,068 \cdot 10^{6} \,\mathrm{Hmm}$$

за параметра β_c

$$\beta_{c} = -\frac{b \cdot \varepsilon_{cu}^{3}}{3 \cdot (a + b/c)} + \frac{\varepsilon_{cu}^{2}}{2} - \frac{\varepsilon_{cu}}{c} + \frac{\ln(1 + c \cdot \varepsilon_{cu})}{c^{2}} = 0$$

$$= -\frac{52,03 \cdot 10^{5} \cdot (259,2 \cdot 10^{-5})^{3}}{3 \cdot (28,619 \cdot 10^{3} + 52,03 \cdot 10^{5}/414,51)} + \frac{(259,2 \cdot 10^{-5})^{2}}{2} - \frac{259,2 \cdot 10^{-5}}{414,51} + \frac{\ln(1 + 414,51 \cdot 259,2 \cdot 10^{-5})}{414,51^{2}} = 0,0619264 \cdot 10^{-5}$$

при основних геометричних параметрах стиснутого бетону і арматурних стержнів

$$x_{cu} = \varepsilon_{cu} / (1/r_u) = 259,2 \cdot 10^{-5} / (5,043 \cdot 10^{-5}) = 51,39$$
 мм;
 $x_{s1} = d - x_{cu} = 181 - 51,39 = 129,6$ мм.

2. Згідно деформаційно-силової моделі [106] критичні деформації розтягнутого бетону складатимуть

$$\varepsilon_{ct1} = f_{ctk} / E_{co} + (3 - f_{ctk} / 3) \cdot 10^{-5} = (1,39/0,28619 + 3 - 1,39/3) \cdot 10^{-5} = 7,394 \cdot 10^{-5}.$$

Основні параметри діаграми деформування розтягнутого бетону рівні $a_t = a = 28,619 \cdot 10^3 \text{ МПа}; \quad b_t = f_{ctk} / \varepsilon_{ct1}^2 = 1,39/(7,394 \cdot 10^{-5})^2 = 2542,8 \cdot 10^5 \text{ МПа};$ $c_t = E_{co} / f_{ctk} - 2 / \varepsilon_{ct1} = 28,619 \cdot 10^3 / 1,39 - 2/(7,394 \cdot 10^{-5}) = -6460$.

Граничні деформації розтягнутого бетону ε_{ctu} сягають



$$\varepsilon_{ctu} = \varepsilon_{ct1} \cdot \left(1 + \frac{0,642 \cdot \sqrt{(\ln k_t)^{1,4}}}{1 + ((k_t - 2)/6 \cdot \ln(36/k_t^2 - 0,2))^2}\right) = 7,394 \cdot 10^{-5} \cdot (1 + \frac{0,642\sqrt{(\ln 1,522)^{1,4}}}{1 + ((1,522 - 2)/6 \cdot \ln(36/1,522^2 - 0,2))^2}\right) = 9,864 \cdot 10^{-5},$$

де параметр $k_t = E_{co} \cdot \varepsilon_{ct1} / f_{ctk} = 28,619 \cdot 7,394 \cdot 10^{-2} / 1,39 = 1,522$.

Попередні значення відносних деформацій крайніх фібр стиснутого бетону в момент появи нормальних тріщин приймемо за виразом

$$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{c1} \cdot (0,0444 + (0,01 \cdot k^3 - 0,058 \cdot k^2 + 0,204 \cdot k + 0,12) \cdot \rho_{l1}) = 259,2 \cdot 10^{-5} \times (0,0444 + (0,01 \cdot 2,811^3 - 0,058 \cdot 2,811^2 + 0,204 \cdot 2,811 + 0,12) \cdot 0,0085) = 9,45 \cdot 10^{-5}.$$

Тоді кривина балки в момент появи тріщин становитиме

$$1/r_{cr} = (\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{ctu})/h_n = (9,45 + 9,864) \cdot 10^{-5}/198 = 0,0975 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^{-1},$$

а геометричні та деформаційні параметри розтягнутої (-) арматури рівні

$$x_{s,cr0} = x_{c,cr0} - d = 96,9 - 181 = -84,1$$
 мм;
 $\varepsilon_{s,cr0} = x_{s,cr0} \cdot (1/r_{cr}) = -84,1 \cdot 0,0975 \cdot 10^{-5} = -8,2 \cdot 10^{-5}$

за висоти стиснутої зони бетону в момент появи тріщин

$$x_{c,cr0} = \varepsilon_{c2}/(1/r_{cr}) = 9,45/0,0975 = 96,9$$
 MM.

Розтягуючі зусилля (-) в найбільш напруженому перерізі балки складатимуть

$$\begin{split} N_{cts,cr} &= N_{ct,cr} + N_{st,cr} = b_n \cdot \alpha_{\rho t} \beta_{bt} \cdot (-\varepsilon_{ctu}^2 \frac{b_t c_t^2}{2\beta_{bt}} + \varepsilon_{ctu} c_t - \ln \delta_{ct}) - E_s \varepsilon_{s,cr0} A_{s1} = \\ &= 102 \cdot (-0,3801) \cdot 693, 6 \cdot (-(9,864 \cdot 10^{-5})^2 \frac{2542, 8 \cdot 10^{-5} \cdot (-6460)^2}{2 \cdot 693, 6 \cdot 10^{-5}} + 9,864 \cdot 10^{-5} \times \\ &\times (-6460) - \ln 0,36266) + 1,94 \cdot 8, 2 \cdot 157 = 9885, 3 + 2499, 3 = 12384, 6 \text{ H} \\ \text{де параметри } \alpha_{\rho t}, \ \beta_{bt} \text{ та } \delta_{ct} \text{ рівні відповідно} \end{split}$$

$$\alpha_{\rho t} = 1/((1/r_{cr}) \cdot c_t^3) = 1/(0,0975 \cdot 10^{-5} \cdot (-6460)^3) = -0,3801 \cdot 10^{-5};$$

$$\beta_{bt} = a_t \cdot c_t + b_t = 28,619 \cdot 10^3 \cdot (-6460) + 2542,8 \cdot 10^5 = 693,6 \cdot 10^5 \text{ MIIa};$$

$$\delta_{ct} = 1 + c_t \cdot \varepsilon_{ctu} = 1 + (-6460) \cdot 9,864 \cdot 10^{-5} = 0,36266.$$

Аналогічно стискаючі зусилля (+) у цьому перерізі балки становитимуть

$$N_{cs,cr} = b_n \cdot \alpha_\rho \cdot \beta_b \cdot (-\varepsilon_{c2}^2 \frac{b \cdot c^2}{2 \cdot \beta_b} + \varepsilon_{c2} \cdot c - \ln \delta_c) = 102 \cdot 1439, 5 \cdot 170, 66 \times (-(9,45 \cdot 10^{-5})^2 \frac{52,03 \cdot 10^5 \cdot 414,51^2}{2 \cdot 170,66 \cdot 10^5} + 9,45 \cdot 10^{-5} \cdot 414, 51 - \ln 1,03916) = 12870,9H$$

за параметрів α_{ρ} , β_b та δ_c рівних відповідно

$$\alpha_{\rho} = 1/((1/r_{cr}) \cdot c^{3}) = 1/(0,0975 \cdot 10^{-5} \cdot (414,51)^{3}) = 1439,5 \cdot 10^{-5};$$

$$\beta_{b} = a \cdot c + b = 28,619 \cdot 10^{3} \cdot 414,51 + 52,03 \cdot 10^{5} = 170,66 \cdot 10^{5} \text{ MIIa};$$

$$\delta_{c} = 1 + c \cdot \varepsilon_{c2} = 1 + 414,51 \cdot 9,45 \cdot 10^{-5} = 1,03916.$$

Момент, що характеризує появу тріщин в балці, становить

$$\begin{split} M_{cr} &= \frac{b_n}{l/r_{cr}} \left(\frac{\alpha_{\rho t} \beta_{b t}}{c_t} \cdot \left(-\varepsilon_{ctu}^3 \frac{b_t c_t^3}{3 \cdot \beta_{b t}} + \varepsilon_{ctu}^2 \frac{c_t^2}{2} - \varepsilon_{ctu} \cdot c_t + \ln \delta_{ct} \right) + \frac{\alpha_{\rho} \beta_b}{c} \times \right. \\ &\times \left(-\varepsilon_{c2}^3 \frac{b \cdot c^3}{3 \cdot \beta_b} + \varepsilon_{c2}^2 \frac{c^2}{2} - \varepsilon_{c2} \cdot c + \ln \delta_c \right) \right) + E_s \cdot A_{s1} \cdot \varepsilon_{s,cr0} \cdot x_{s,cr0} = \frac{102}{0,0975 \cdot 10^{-5}} \times \right. \\ &\times \left(\frac{-0,3801 \cdot 693,6}{(-6460)} \times \left(-(9,864 \cdot 10^{-5})^3 \frac{2542,8 \cdot (-6460)^3}{3 \cdot 693,6} + (9,864 \cdot 10^{-5})^2 \times \frac{(-6460)^2}{2} + 9,864 \cdot 10^{-5} \cdot 6460 + \ln 0,36266) + \frac{1439,5 \cdot 170,66}{414,51} \cdot \left(-(9,45 \cdot 10^{-5})^3 \times \frac{52,03 \cdot 414,51^3}{3 \cdot 170,66} + (9,45 \cdot 10^{-5})^2 \cdot \frac{414,51^2}{2} - 9,45 \cdot 10^{-5} \cdot 414,51 + \ln 1,03916) \right) + \\ &+ 1,94 \cdot 157 \cdot \left(-8,2 \right) \cdot \left(-84,1 \right) = 1,646 \cdot 10^{-6} \, \mathrm{Hmm} \, . \end{split}$$

Розбіжність між розтягуючими та стискуючими зусиллями в балці перевищує 1,0%

$$\Delta N = N_{cts,cr} / N_{cs,cr} = 12384,6/12870,9 = 0,962 < 0,99,$$

тому в наступному наближенні значення відносних деформацій крайових фібр стиснутого бетону скорегуємо на величину $(2 + \Delta N)/3$ до величини $\varepsilon_{c2} = 9,45 \cdot 10^{-5} \cdot (2 + 0,962)/3 = 9,33 \cdot 10^{-5}$.

Після 3-го наближення з $\varepsilon_{c2} = 9,26 \cdot 10^{-5}$ та $\varepsilon_{s,cr0} = 8,22 \cdot 10^{-5}$ отримуємо:

 $N_{cts,cr} = N_{ct,cr} + N_{st,cr} = 9,982 + 2,51 = 12,49$ кН, $N_{c,cr} = 12,5$ кН і $M_{cr} = 1,628$ кНм, $\Delta N_{cr} = 0,999$ та $\Delta M_{cr} = M_{cr,2} / M_{cr,3} = 1,004$.

Отже, нормальні тріщини в даній балці виникають за дії згинаючого моменту $M_{cr} = 1,628$ кНм при кривині $1/r_{cr} = 0,0966 \cdot 10^{-5}$ мм⁻¹. При цьому відбувається перерозподіл зусиль в розтягнутій зоні між арматурою і бетоном, внаслідок чого $N_{cts,cr1} = N_{ct,cr1} + N_{st,cr1} = 3,462 + 7,32 = 10,782$ кН, $N_{c,cr1} = 10,775$ кН, $\varepsilon_{s,cr1} = 24 \cdot 10^{-5}$ і $\varepsilon_{c2} = 12,5 \cdot 10^{-5}$.

3. Розрахункове значення осередненої кривини балки [106] в її найбільш напруженому перерізі за дії моменту $M_{Ed} = 9,6$ кНм визначаємо за виразом

$$\frac{1}{r^{*}} = \frac{\psi_{\rho} / r_{u}}{2M_{u}} \left[\left(1 - \frac{M_{Ed}}{M_{u}}\right) \frac{D_{o}}{r_{u}} + 2M_{Ed} - \sqrt{\left(\left(1 - \frac{M_{Ed}}{M_{u}}\right) \frac{D_{o}}{r_{u}} + 2M_{Ed}\right)^{2} - 4M_{Ed} \cdot M_{u}} \right] = 1,585 \cdot \frac{5,043 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 13,068 \cdot 10^{6}} \left[\left(1 - \frac{9,6}{13,068}\right) \cdot 2,0931 \cdot 10^{12} \cdot 5,043 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 9,6 \cdot 10^{6} - \sqrt{\left(\left(1 - \frac{9,6}{13,068}\right) \cdot 2,0931 \cdot 10^{12} \cdot 5,043 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 9,6 \cdot 10^{6}\right)^{2} - 4 \cdot 9,6 \cdot 10^{6} \times 13,068 \cdot 10^{6}} \right] = 1,7286 \cdot 10^{-5} \,\mathrm{Mm}^{-1},$$

з корегуючим параметром розрахункової кривини

$$\psi_{\rho} = 1 + 3 \cdot \frac{M_{Ed}}{M_{u}} \cdot (1 - \frac{M_{Ed}}{M_{u}}) = 1 + 3 \cdot \frac{9.6}{13,068} \cdot (1 - \frac{9.6}{13,068}) = 1,585$$

за початкової жорсткості перерізу балки

$$D_o = E_{co} \cdot h_n^3 \cdot b_n / 12 + E_s \cdot A_{s1} \cdot (h_n / 2 - a_{s,1} - \emptyset / 2)^2 = 28619 \cdot 198^3 \cdot 102 / 12 + 1,94 \cdot 10^5 \cdot 157 \cdot (198 / 2 - 12 - 5)^2 = 2,0931 \cdot 10^{12} \,\mathrm{Hmm}^2.$$

Попередні значення відносних деформацій крайових фібр стиснутого бетону приймемо пропорційно до стадії граничної рівноваги за виразом

$$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{cu} \cdot (1/r^*)/(1/r_u) = 259, 2 \cdot 10^{-5} \cdot 1,729/5,043 = 88,85 \cdot 10^{-5}.$$

Тоді висота стиснутої та розтягнутої зон бетону в найбільш напруженому перерізі балки і видовження її найбільш розтягнутої грані складатимуть відповідно

$$x_c = \varepsilon_{c2} / (1/r^*) = 88,85/1,729 = 51,4 \text{ mm}; \ x_{ct} = h_n - x_c = 198 - 51,4 = 146,6 \text{ mm};$$

$$\varepsilon_t = x_{ct} \cdot (1/r^*) = 146,6 \cdot 1,729 \cdot 10^{-5} = 253,4 \cdot 10^{-5},$$

а геометричні та деформаційні параметри розтягнутої (-) арматури рівні

$$x_s = x_c - d = 51, 4 - 181 = -129, 6$$
 MM;
 $\varepsilon_s = x_s \cdot (1/r^*) = -129, 6 \cdot 1,729 \cdot 10^{-5} = -224 \cdot 10^{-5}.$

Розтягуючі зусилля (-) в найбільш напруженому перерізі балки сягають

$$N_{cts} = N_{ct} + N_{st} = f_{ctk} \cdot b_n \cdot x_{ct} \cdot (\varepsilon_{ctu} / \varepsilon_t) / 2 - E_s \cdot \varepsilon_s \cdot A_{s1} = 1,39 \cdot 102 \cdot 146,6 \times (9,864 / 253,4) / 2 + 1,94 \cdot 224 \cdot 157 = 404,5 + 68233,5 = 68638 \text{ H}.$$

Аналогічно стискаючі зусилля (+) в зазначеному перерізі балки рівні

Момент, що виникає від внутрішніх зусиль в балці, складатиме

$$M = \frac{b_n \cdot \alpha_\rho \cdot \beta_b}{(1/r^*) \cdot c} \left(-\varepsilon_{c2}^3 \frac{b \cdot c^3}{3 \cdot \beta_b} + \varepsilon_{c2}^2 \frac{c^2}{2} - \varepsilon_{c2} \cdot c + \ln \delta_c \right) + f_{ctk} \cdot b_n \cdot \frac{x_{ct}^2}{3} \cdot (\varepsilon_{ctu} / \varepsilon_t) + E_s \cdot A_{s1} \cdot \varepsilon_s \cdot x_s = \frac{102 \cdot 82, 1 \cdot 170, 66}{1,729 \cdot 10^{-5} \cdot 414, 51} \cdot (-(88,85 \cdot 10^{-5})^3 \frac{52,03 \cdot 414,51^3}{3 \cdot 170,66} + (88,85 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 414,51^2 / 2 - 88,85 \cdot 10^{-5} \cdot 414,51 + \ln 1,368) + 1,39 \cdot 102 \times \times 146,6^2 \cdot (7,394 \cdot 1,334 / 221,4) / 3 + 1,94 \cdot 157 \cdot (-224) \cdot (-129,6) = 10,46 \cdot 10^6 \text{ HMM.}$$

Зважаючи, що розбіжність між розтягуючими і стискуючими зусиллями в балці є доволі суттєвою

$$\Delta N = N_{cts} / N_{cs} = 68638 / 48151 = 1,425 > 1,01$$
,

а збіжність між зовнішніми та внутрішніми згинаючими моментами є недостатньою $\Delta M = M_{Ed} / M = 9,6/10,46 = 0,917 < 0,99$, то в наступному наближенні попередні значення розрахункової осередненої кривини балки

скорегуємо через ΔM до значення $1/r^* = 1,729 \cdot 10^{-5} \cdot 0,917 = 1,586 \cdot 10^{-5}$ мм⁻¹, а значення відносних деформацій крайових фібр стиснутого бетону за допомогою $\sqrt{\Delta N}$ до значення $\varepsilon_{c2} = 88,85 \cdot 10^{-5} \sqrt{1,425} = 106,09 \cdot 10^{-5}$.

Після кількох наближень отримуємо – $\varepsilon_s = 197, 2 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon_{c2} = 98, 1 \cdot 10^{-5}$ ($x_c = 60, 13$ мм), $N_{cts} = 60, 48$ кН, $N_{cs} = 60, 26$ кН та M = 9,604 кНм при $\Delta N = 60, 48/60, 26 = 1,004$ та $\Delta M = 9,6/9,604 = 0,9996$.

4. Розрахунок відстаней між тріщинами. У зоні чистого згину балки на ділянці між тріщинами зміна зусиль в розтягнутій арматурі відсутня $(\Delta \sigma_{s,1} = 0)$, тому відстань між суміжними тріщинами першого рівня обчислюємо за формулою (2.33) при $\sigma_{s,cr1} / f_{yk} = \varepsilon_{s,cr1} / \varepsilon_{s0}$

$$s_{r1} = \frac{\emptyset_s}{4 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot (\sigma_{s,cr1} / f_{yk})^{1-1/\eta_1}} \cdot \frac{N_{ct,cr}}{A_s} = \frac{10}{4 \cdot 2,25 \cdot 1 \cdot 1,39 \cdot (24/268,6)^{1-1/2,25}} \times \frac{6420}{157} = 125,04 \text{ MM},$$

де різниця зусилля в розтягнутому бетоні до та після утворення першої тріщини (перерозподіленого зусилля з бетону на арматуру) рівна

$$N_{ct,cr} = N_{ct,cr0} - N_{ct,cr1} = 9882 - 3462 = 6420 \text{ H};$$

рівень напружень в арматурі складає $\sigma_{s,cr1}/f_{yk} = \varepsilon_{s,cr1}/\varepsilon_{so} = 24/268,6;$

коефіцієнт $\eta_1 = 1 + 29 f_R - 120 f_R^2 = 1 + 29 \cdot 0,056 - 120 \cdot 0,056^2 = 2,25$, що враховує індекс зчеплення серпоподібної арматури ($f_R = 0,056$) за формулою (2.12) при довірчому інтервалі 2σ .

В зоні чистого згину (за сталого моменту) тріщини другого рівня будуть виникати посередині між тріщинами першого рівня, тобто $s_{r2} = s_{r1}/2$. Тоді деформації арматури, за яких будуть утворюватися тріщини другого рівня, знайдемо згідно виразу (2.35)

$$\begin{split} \varepsilon_{s,cr2} = & \left(\frac{\varnothing_s \cdot N_{ct,cr}}{2 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot s_{r1} \cdot A_s}\right)^{\frac{\eta_1}{\eta_{l-1}}} \cdot \varepsilon_{so} = \left(\frac{10 \cdot 6420}{2 \cdot 2,25 \cdot 1 \cdot 1,39 \cdot 125,04 \cdot 157}\right)^{\frac{2,25}{1,25}} \times \\ & \times 268,6 \cdot 10^{-5} = 83,52 \cdot 10^{-5}. \end{split}$$

Оскільки $\varepsilon_{s,cr2} = 83,52 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_s = 197,2 \cdot 10^{-5}$, то тріщини другого рівня за $M_{Ed} = 9,6$ кНм в даній балці будуть утворюватися.

Тоді за середніх деформацій розтягнутого бетону на ділянці між суміжними тріщинами

$$\varepsilon_{ctm} \approx 0.5 \cdot \varepsilon_{ctu} = 0.5 \cdot 9.864 \cdot 10^{-5} = 4.932 \cdot 10^{-5},$$

ширина розкриття тріщин залізобетонної балки на рівні центру ваги розтягнутої арматури за формулою (2.53) сягатиме

$$w_k = \frac{s_{r1}}{2} \cdot (\varepsilon_s + \varepsilon_{s,cr2} - \varepsilon_{ctm}) = \frac{125,04}{2} \cdot (197,2 + 83,52 - 4,932) \cdot 10^{-5} = 0,172 \text{ mm}.$$

Збіжність результатів розрахунків за різними методиками з результатами експериментальних досліджень наведена в табл. 4.4.

Таблиця 4.4 – До оцінки методів розрахунку тріщиностійкості згинальних елементів за результатами експериментальних досліджень балки Б-3

Зна	Во Парамет чення	несуча здатність <i>M_u</i> , кНм	Момент утворення тріщин <i>M_{cr}</i> , кНм	Параметри <u>т</u> тріщин пр відстань <i>s_r</i> , мм	утворення ои <i>M_{Ed}</i> ширина <i>w_k</i> , мм
	Експериментальні	13,54	1,8	6090	0,17
	загальною автора			62,5	0,172
	збіжність <i>x_{th} / x_{exp}</i>		<u>1,628 (за ДСМ)</u> 0,904	1,040,69	1,012
ОЮ	спрощеною автора			83	0,159
одико	збіжність x_{th} / x_{exp}			1,380,92	0,935
a met	ДСМ з лінійними $ au_{bn}$	<u>1 ДСN</u> 68		65,5	0,194
IHHİ 3	збіжність x_{th} / x_{exp}	$\frac{1}{0,9}$		1,090,73	1,141
рети	норм [49; 210]	13		87,7	0,165
Teoj	збіжність <i>x_{th} / x_{exp}</i>			1,460,97	0,971
	СП [119]			147	0,193
	збіжність x _{th} / x _{exp}			2,451,63	1,135

Приклад 2. Визначити залишковий енергетичний ресурс залізобетонної балки В2-а [227] прямокутного перерізу $b_n \times h_n = 250 \times 333$ мм (рис. 4.8) після 400 діб дії згинаючого моменту $M_{Ed,l} = 24,8$ кНм. Балка, довжиною $l_0 = 3,5$ м, бетону з характеристиками $f_{ck} = 18,3 \text{ MIIa},$ важкого виготовлена 3 $f_{ctk} = 2,0$ МПа і $E_c = 22,82 \cdot 10^3$ МПа, та армована в розтягнутій зоні 2Ø16 $f_{vk} = 510 \, \text{M} \Pi \text{a}$ характеристиками $(A_s = 400 \,\mathrm{mm^2}, a_s = 25 \,\mathrm{mm})$ 3 i $E_s = 19,4 \cdot 10^5$ МПа. Основні результати експериментальних досліджень балки наведені в табл. 4.5.



Рисунок 4.8 – До прикладу 2: розрахункова схема (*a*), переріз (б) та напружено-деформований стан (*в*) балки В2-а

Таблиця 4.5 – Основні результати експериментальних досліджень

балки В2-а [227]

Лоспілжувані параметри	Значення параметрів на момент часу, дні			
досліджувані параметри	$t_0 = 14$	<i>t</i> = 400		
Прогин f , мм	5	12,4		
Крок тріщин <i>s</i> _r , мм	225	125		
Ширина <i>w</i> _k , мм	0,10	0,36		
Деформації усадки ε_{ch}	0	$82,5 \cdot 10^{-5}$		

Розв'язок. Аналогічно до попереднього прикладу за алгоритмом дод. В.1

визначаємо НДС балки в стадії граничної рівноваги. В результаті розрахунку отримуємо значення: несучої здатності $M_u = 56,4$ кНм, граничної кривини $1/r_u = 4,564 \cdot 10^{-5}$ мм⁻¹ та початкової жорсткості перерізу балки $D_0 = 2,225 \cdot 10^{13}$ Нмм².

За формулою (4.5) знаходимо потенціальну енергію граничного деформування (руйнування) залізобетонної балки за короткочасної дії повного навантаження

$$W = \frac{M_u \cdot (1/r_u)}{(K-2)} \left[-\frac{1}{2} + \frac{(K-1)^2}{(K-2)} - \left(\frac{K-1}{K-2}\right)^2 \ln(K-1) \right] = \frac{56.4 \cdot 10^6 \cdot 4.564 \cdot 10^{-5}}{(18-2)} \times \left[-\frac{1}{2} + \frac{(18-1)^2}{(18-2)} - \left(\frac{18-1}{18-2}\right)^2 \ln(18-1) \right] = 2311 \text{H},$$

де характеристика граничної деформативності балки рівна

$$K = D_0 \cdot (1/r)_u / M_u = 2,225 \cdot 10^{13} \cdot 4,564 \cdot 10^{-5} / (56,4 \cdot 10^6) = 18.$$

Напружено-деформований стан балки за короткочасної дії згинаючого моменту $M_{Ed,l} = 24,8$ кНм теж визначаємо аналогічно до попереднього прикладу за алгоритмами дод. В.2 та В.3. В результаті розрахунку отримуємо значення: відповідної кривини $1/r_f = 5,025 \cdot 10^{-6}$ мм⁻¹, відносних деформацій бетону найбільш стиснутої грані $\varepsilon_c = 40,014 \cdot 10^{-5}$ і середніх деформацій розтягнутого бетону на ділянці між тріщинами $\varepsilon_{ctm} = 5,993 \cdot 10^{-5}$.

Тоді потенціальна енергія деформування залізобетонної балки за короткочасної дії експлуатаційного навантаження згідно виразу (4.7) буде дорівнювати

$$W_{1} = \frac{M_{u}}{(K-2)} \left[-\frac{(1/r_{f})^{2}}{2 \cdot (1/r_{u})} + \frac{(1/r_{f}) \cdot (K-1)^{2}}{(K-2)} - (1/r_{u}) \cdot \left(\frac{K-1}{K-2}\right)^{2} \ln\left(1 + (K-2)\frac{1/r_{f}}{1/r_{u}}\right) \right] = \frac{56,4 \cdot 10^{6}}{16} \left(-\frac{(5,025 \cdot 10^{-6})^{2}}{2 \cdot 4,564 \cdot 10^{-5}} + \frac{5,025 \cdot 10^{-6} \cdot 17^{2}}{16} - 4,564 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{17}{16}\right)^{2} \cdot \ln(1+16\times 10^{-5})^{2} + \frac{5}{10} \cdot 10^{-6} $
$$\times \frac{5,025 \cdot 10^{-6}}{4,564 \cdot 10^{-5}})) = 129 \mathrm{H}$$

В кінці випробувань ширина розкриття тріщин (за середнім значенням їх кроку $s_r^* = (225 + 125)/2 = 175$ мм), без врахування впливу усадки, складає

$$w_k^* = w_k - s_r^* \cdot \varepsilon_{ch} = 0,36 - 175 \cdot 82,5 \cdot 10^{-5} = 0,22$$
 MM.

Середні значення деформацій розтягнутої арматури знаходимо за формулою (4.10)

$$\varepsilon_{sm,l} = w_k^* / s_r^* + \varepsilon_{ctm} = 0,22 / 175 + 5,991 \cdot 10^{-5} = 132 \cdot 10^{-5},$$

а поточні значення відносних деформацій бетону найбільш стиснутої грані обчислюємо за виразом (4.11)

$$\varepsilon_{c,l} = \varepsilon_c \cdot (1 + \varphi(t, t_0)) = 40,014 \cdot 10^{-5} \cdot (1 + 1,71) = 108,4 \cdot 10^{-5},$$

де значення коефіцієнта повзучості стиснутого бетону за тривалої дії зовнішнього навантаження згідно чинних норм [49; 210] рівне $\varphi(t,t_0) = 1,71$.

Значення осередненої кривини залізобетонного елемента за тривалої дії експлуатаційного навантаження за формулою (4.9) дорівнює

$$1/r_{fl} = (\varepsilon_{c,l} + \varepsilon_{sm,l})/d = (108,4+132) \cdot 10^{-5}/300 = 10,77 \cdot 10^{-6} \,\mathrm{MM^{-1}}.$$

Тоді потенціальна енергія деформування згинального залізобетонного елемента за тривалої дії експлуатаційного навантаження (рис. 4.1) складе:

$$W_2 = M \cdot (1/r_{fl} - 1/r_f) = 24,8 \cdot 10^6 \cdot (10,77 - 5,025) \cdot 10^{-6} = 142 \text{H}$$

Таким чином, залишковий енергетичний ресурс потенціальної енергії силового деформування балки за виразом (4.12) становитиме

$$W_3 = W - W_1 - W_2 = 2311 - 129 - 142 = 2040$$
H

або 88,3% від початкового ($W_3 / W = 2040 / 2311 = 0,8827$).

Для порівняння розрахуємо залишковий ресурс балки, коли вихідним параметром слугуватиме прогин. За відомим значенням прогину обчислюємо осереднену кривина балки в експлуатаційній стадії за короткочасної дії експлуатаційного навантаження

$$1/r_f = f/(s \cdot l_0^2) = 5/(5/48 \cdot 3500^2) = 3,918 \cdot 10^{-6} \,\mathrm{mm^{-1}},$$

Національний університет водного господарства

та потенціальну енергію її деформування

$$W_{1} = \frac{M_{u}}{(K-2)} \left[-\frac{(1/r_{f})^{2}}{2 \cdot (1/r_{u})} + \frac{(1/r_{f}) \cdot (K-1)^{2}}{(K-2)} - (1/r_{u}) \cdot \left(\frac{K-1}{K-2}\right)^{2} \ln\left(1 + (K-2)\frac{1/r_{f}}{1/r_{u}}\right) \right] = \frac{56,4 \cdot 10^{6}}{16} \left(-\frac{(3,918 \cdot 10^{-6})^{2}}{2 \cdot 4,564 \cdot 10^{-5}} + \frac{3,918 \cdot 10^{-6} \cdot 17^{2}}{16} - 4,564 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{17}{16}\right)^{2} \cdot \ln(1+16 \times \frac{3,918 \cdot 10^{-6}}{4,564 \cdot 10^{-5}}) \right) = 93 \text{H}.$$

Значення осередненої кривини залізобетонного елемента за тривалої дії експлуатаційного навантаження теж визначаємо за відомим прогином

$$1/r_{fl} = f_l/(s \cdot l_0^2) = 12,4/(5/48 \cdot 3500^2) = 9,718 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-1}.$$

Тоді потенціальну енергію деформування згинального залізобетонного елемента за тривалої дії експлуатаційного навантаження (рис. 4.1):

$$W_2 = M \cdot (1/r_{fl} - 1/r_f) = 24,8 \cdot 10^6 \cdot (9,718 - 3,918) \cdot 10^{-6} = 144$$
H.

Таким чином, залишковий енергетичний ресурс потенціальної енергії деформування балки за виразом (4.12) складе

$$W_3 = W - W_1 - W_2 = 2311 - 93 - 144 = 2074$$
H

або 89,7% від початкового ($W_3 / W = 2074 / 2311 = 0,8974$).

Та все ж при розв'язку зазначеної задачі особливу увагу необхідно приділяти потенціальній енергії критичного деформування залізобетонної балки, що відповідає досягненню критичних деформацій в стиснутому бетоні $\varepsilon_{c1} = 194,9 \cdot 10^{-5}$ чи в розтягнутій арматурі $\varepsilon_{s0} = 262,8 \cdot 10^{-5}$.

При розрахунку НДС даної балки встановлено, що її руйнування фактично розпочинається з текучості арматури за: $\varepsilon_{s0} = 262,8 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon_c = 105,4 \cdot 10^{-5}, 1/r_R = 1,2256 \cdot 10^{-5}$ мм⁻¹, $M_R = 55,2$ кНм.

Тоді потенціальна енергія критичного деформування даної балки складе

$$W_{R} = \frac{M_{u}}{(K-2)} \left[-\frac{(1/r_{f})^{2}}{2 \cdot (1/r_{u})} + \frac{(1/r_{f}) \cdot (K-1)^{2}}{(K-2)} - (1/r_{u}) \cdot \left(\frac{K-1}{K-2}\right)^{2} \ln\left(1 + (K-2)\frac{1/r_{f}}{1/r_{u}}\right) \right] = \frac{56,4 \cdot 10^{6}}{16} \left(-\frac{(1,2256 \cdot 10^{-5})^{2}}{2 \cdot 4,564 \cdot 10^{-5}} + \frac{1,2256 \cdot 10^{-5} \cdot 17^{2}}{16} - 4,564 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{17}{16}\right)^{2} \cdot \ln(1+16\times 10^{-5})^{2} \right) = \frac{56,4 \cdot 10^{6}}{16} \left(-\frac{(1,2256 \cdot 10^{-5})^{2}}{2 \cdot 4,564 \cdot 10^{-5}} + \frac{1,2256 \cdot 10^{-5} \cdot 17^{2}}{16} - 4,564 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{17}{16}\right)^{2} \cdot \ln(1+16\times 10^{-5})^{2} \right) = \frac{56,4 \cdot 10^{6}}{16} \left(-\frac{(1,2256 \cdot 10^{-5})^{2}}{2 \cdot 4,564 \cdot 10^{-5}} + \frac{1,2256 \cdot 10^{-5} \cdot 17^{2}}{16} - 4,564 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{17}{16}\right)^{2} \cdot \ln(1+16\times 10^{-5})^{2} \right) = \frac{56,4 \cdot 10^{6}}{16} \left(-\frac{(1,2256 \cdot 10^{-5})^{2}}{2 \cdot 4,564 \cdot 10^{-5}} + \frac{1,2256 \cdot 10^{-5} \cdot 17^{2}}{16} - \frac{1}{16} \right) = \frac{1}{16} \left(-\frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{16} \right)^{2} \cdot \ln(1+16\times 10^{-5})^{2} \right)$$

$$\times \frac{1,2256 \cdot 10^{-5}}{4,564 \cdot 10^{-5}}) = 474,5H.$$

За таких обставин залишковий енергетичний ресурс потенціальної енергії деформування балки, коли вихідними параметрами слугуватимуть параметри тріщиностійкості, за виразом (4.12) складе

$$W_3 = W_R - W_1 - W_2 = 474,5 - 129 - 142 = 203,5H$$

або 42,9% від початкового ресурсу ($W_3 / W = 203,5 / 474,5 = 0,429$).

Аналогічно залишковий енергетичний ресурс потенціальної енергії деформування балки, коли вихідним параметром слугуватиме прогин, за виразом (4.12) складе

$$W_3 = W_R - W_1 - W_2 = 474,5 - 93 - 144 = 237,5H$$

або 50% від початкового ресурсу ($W_3 / W = 237,5 / 474,5 = 0,5$).

4.4. Висновки ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА

та природокористування

1. В деформаційно-силовій моделі залишковий ресурс залізобетонних елементів доцільно прогнозувати за вихідними параметрами натурних обстежень, якими є їх прогини, крок та ширина розкриття тріщин.

2. В основу загальної методики розрахунку ресурсу залізобетонних елементів конструкцій, у тому числі і залишкового, пропонується покласти деякий комплексний деформаційно-силовий (енергетичний) критерій. Енергетичним критерієм вичерпання несучої здатності залізобетонних елементів конструкцій може слугувати гіпотеза незмінності в одиниці об'єму та незалежності від режиму завантаження потенціальної енергії їх деформування.

3. Потенціальну енергію деформування залізобетонних елементів пропонується розраховувати за діаграмами їх стану «M - (1/r)», закладеними в основу деформаційно-силової моделі. Найважливіші параметри натурних досліджень (прогини f, відстань між тріщинами s_r та ширину їх розкриття

 w_k) пропонується «інтегрувати» в зазначені діаграмами через кривину самих елементів.

4. Точність розрахунку енергетичного ресурсу залізобетонних елементів за допомогою прогинів є дещо вищою, ніж за допомогою кроку і ширини розкриття нормальних тріщин. Щоб забезпечити максимальну точність та надійність результатів розрахунку, прогнозування енергетичного ресурсу залізобетонних елементів і конструкцій рекомендується вести одночасно за параметрами тріщиностійкості та прогинами.

5. Загалом розроблена методика розрахунку енергетичного ресурсу залізобетонних елементів дозволяє спрогнозувати його залишкову частину у часовому вимірі за допомогою диференційованих значень коефіцієнта повзучості стиснутого бетону. Вона розвиває та доповнює узагальнену деформаційно-силову модель опору залізобетонних елементів силовим впливам за енергетичними критеріями.

6. Експериментально-статистична оцінка розроблених методів розрахунку багаторівневого утворення тріщин в залізобетонних елементах підтвердила ефективність та доцільність їх «інтегрування» в деформаційно-силову модель опору зазначених елементів силовим впливам.

7. Порівняльна оцінка розроблених методів розрахунку багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин, у співставленні з іншими, підтвердила пріоритетність їх використання у вирішенні практичних задач.

Матеріали розділу опубліковані в роботах [110; 319; 321].

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Завдяки результатам проведених експериментально-теоретичних досліджень розв'язано важливе науково-прикладне завдання з моделювання та розрахунку багаторівневого утворення і розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах конструкцій з урахуванням локального порушення зчеплення арматури з бетоном. Його вирішення забезпечено тим, що:

- Узагальнена модель зчеплення арматури з бетоном, що побудована за допомогою нелінійної функції середніх напружень їхнього зчеплення, дозволяє достовірно оцінювати спільну взаємодію арматури з бетоном на будь-якій стадії деформування залізобетонних елементів конструкцій.
- 2. Отриману нелінійну функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном можна вважати загальною, оскільки вона є багатофакторною та дозволяє розраховувати величину зусилля їхньої механічної взаємодії у найпростіший спосіб на всьому діапазоні деформування залізобетонних елементів без виключення.
- Розроблена модель багаторівневого утворення нормальних тріщин узгоджена з узагальненою моделлю зчеплення арматури з бетоном за критерієм локального порушення такого зчеплення та дозволяє застосовувати гіпотезу Томаса у спрощеній формі.
- 4. Отримані нові експериментальні дані засвідчують, що на кількість рівнів утворення нормальних тріщин та на відповідну їм величину рівнів завантаження найбільше впливають вид напружено-деформованого стану залізобетонних елементів та вид профілю арматури.
- 5. Розроблена загальна методика розрахунку основних параметрів багаторівневого утворення нормальних тріщин розвиває деформаційносилову модель та загальну теорію деформування залізобетонних елементів в частині їх тріщиностійкості. Вона дозволяє суттєво підвищити точність розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах (Δ = 6,67%, σ = 15,11%) порівняно з нормативною

 $(\Delta = 26,86\%, \sigma = 22,33\%).$

- 6. Спрощена методика розрахунку основних параметрів багаторівневого утворення нормальних тріщин вирізняється відносною простотою, відносно високою продуктивністю та точністю (Δ = 12,93%, σ = 15,88%), а тому може бути рекомендована до використання в якості експрес-методу оцінки параметрів тріщиностійкості залізобетонних елементів.
- 7. Пов'язування точної та спрощеної методик розрахунку параметрів тріщиностійкості залізобетонних елементів з узагальненими діаграмами їх стану «*M*-1/*r*» дозволяє суттєво зменшити кількість ітераційних операцій та позбутися використання низки емпіричних параметрів і коефіцієнтів.
- 8. Запропоновану методику розрахунку енергетичного ресурсу залізобетонних елементів конструкцій можна вважати узагальненою, оскільки вона розроблена в рамках деформаційно-силової моделі опору зазначених елементів силовим впливам та спрямована на її подальший розвиток.
- 9. Достовірність розроблених методів розрахунку багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин підтверджено експериментальностатистичною оцінкою результатів розрахунку за тріщиностійкістю залізобетонних елементів, випробуваних не тільки автором, але й іншими вітчизняними і закордонними дослідниками.
- 10.Розроблені методи розрахунку основних параметрів багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин пройшли апробацію при проектуванні реальних об'єктів та використані в навчальному процесі при підготовці фахівців будівельного профілю.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

- Азізов Т. Н., Мельник О. В., Мельник О. С. Інженерний метод визначення НДС залізобетонних балок порожнистого перерізу з нормальними тріщинами. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції,* будівлі та споруди: зб. наук. праць. 2011. Вип. 22. С. 154-161.
- Андрійчук О. В., Нінічук М. В. Тріщиностійкість нерозрізних комбіновано-армованих залізобетонних балок із різними типами армування сталевими фібрами. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди.* 2020. Вип. 37. С. 97-105.
- 3. Андрійчук О. В., Швець І. В. Методика експериментального дослідження зчеплення арматури з фібробетоном. *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві*. 2019. Вип. 12. С. 13-20.
- 4. Астрова Т. И. Об оценке прочности сцепления стержневой арматуры с бетоном. Трещиностойкость и деформативность обычных и предварительно напряженных железобетонных конструкций / под ред. А. А. Гвоздева. Москва, 1965. С. 223-270.
- 5. Астрова Т. И., Овчинникова И. Г. Влияние состава высокопрочного бетона на деформативность сцепления с арматурой периодического профиля. *Бетон и железобетон*. 1966. № 9. С. 17-19.
- Астрова Т. И., Дмитриев С. А., Мулин Н. М. Анкеровка стержневой арматуры периодического профиля в обычном и предварительно напряженном железобетоне. *Расчет железобетонных конструкций: сб. тр. НИИЖБ.* 1961. Т. 23. С. 74-126.
- Ахвердов И. Н. Влияние усадки, условий твердения и циклических температурных воздействий на сцепление бетона с арматурой. *Бетон и* железобетон. 1968. № 12. С. 4-7.
- Бабаян А. А. Исследование напряженно-деформированного состояния изгибаемых элементов с учетом сцепления между арматурой и бетоном: автореф. дис. ... канд. тех. наук: 05.23.01. Ленинград, 1952. 22 с.

- 9. Бабич Є. М., Бабіч (Поляновська) О. Є., Чапюк О. С. Визначення напружень зчеплення з бетоном арматури серпоподібного профілю. Будівельні конструкції: зб. наук. праць НДІБК. 2011. Вип. 74, кн. 1. С. 285-292.
- Бабич Є. М., Бабич В. Є., Поляновська О. Є. Зчеплення з бетоном арматури серпоподібного профілю та її анкерування в згинальних залізобетонних елементах: монографія. Рівне: Волинські обереги, 2017. 160 с.
- Бабич Є. М., Вавринюк Б. А., Чапюк О. С. Дослідження зчеплення арматурного прокату серповидного профілю з бетоном при одноразовому і повторному витяганні. Вісник ОДАБА: зб. наук. праць. 2009. Вип. 35. С. 18-24.
- Бабич Є. М., Вавринюк Б. А., Чапюк О. С. Напружено-деформований стан контакту з бетоном арматури серповидного профілю. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук.* праць. 2009. Вип. 19. С. 74-82.
- 13. Байков В. Н. Сцепление арматуры с бетоном в конструкциях. *Бетон и железобетон*. 1968. № 12. С.13-16.
- Байков В. Н., Сигалов Э. Е. Бетонные и железобетонные конструкции. Москва: Стройиздат, 1991. 768 с.
- Балатьев П. К. Технологические аспекты проблемы сцепления арматуры с бетоном. Москва: Стройиздат, 1969. 135 с.
- 16. Бамбура А. М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. Київ, 2005. 379 с.
- Баширов Х. З. Железобетонные составные конструкции транспортных зданий и сооружений: автореф. дис. ... докт. техн. наук: 05.23.01. Москва, 2013. 48 с.
- Белов В. И. Напряженно-деформированное состояние железобетонных балок как систем, составленных из упругих блоков. Изв. вузов: Стр-во и арх-ра. 1971. №4. С. 22-27.

- 19. Бенин А. В., Семёнов А. С., Семёнов С. Г., Мельников Б. Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 1. Модели с учетом несплошности соединения. Инженерно-строительный журнал. 2013. №5(40). С. 86-99.
- 20. Бенин А. В., Семенов А. С., Семенов С. Г., Мельников Б. Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 2. Модели без учета несплошности соединения. Инженерно-строительный журнал. 2014. № 1(45). С. 23-40.
- 21. Бліхарський З. Я., Бобало Т. В., Крамарчук А. П., Ільницький Б. М. Надійність залізобетонних балок із комбінованим армуванням, армованих арматурою класу А1000 та А500С. Галузеве машинобудування, будівництво: зб. наук. праць ПНТУ. 2015. Вип. 1. С. 154-161.
- Бліхарський З. Я. Залізобетонні конструкції в агресивному середовищі за дії навантаження та їх підсилення: монографія. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2011. 296 с.
- 23. Болотин В. В. Методы теории вероятностей и теории надёжности в расчётах сооружений. Москва: Стройиздат, 1982. 352 с.
- 24. Бондаренко В. М., Колчунов В. И. Расчётные модели силового сопротивления железобетона. Москва: «АСВ», 2004. 472 с.
- Бондаренко В. М., Меркулов С. И. Некоторые вопросы развития теории реконструированного железобетона. Бетон и железобетон. 2005. № 1. С. 25-26.
- 26. Бровкина М. В. Прикладные методы расчета прочности и деформативности изгибаемых железобетонных элементов блочной структуры: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01/ СПГАСУ. СПб., 2003. 194 с.
- Васильев П. И., Пересыпкин Е. Н. Об условиях образования продольных трещин в изгибаемых железобетонных элементах. Изв. вузов: Стр-во и арх-ра. 1983. № 9. С. 29-33.
- 28. Вахненко П. Ф., Клименко Є. В., Носач О. Б. Використання

математичної статистики при дослідженні тріщиностійкості залізобетонних конструкцій. *Коммунальное хозяйство городов: науч.- техн. сб.* 2001. Вып. 33. С.94-98.

- 29. Верба В. Б., Демчина Б. Г., Чень Р. І. та ін. Анкерування дротяної сталевої арматури в пінобетонних армованих балках. *Будівельні конструкції: зб. наук. праць НДІБК.* 2011. Вип. 74, кн. 2. С. 734-741.
- 30. Верба В. Б. Розрахунок граничних напружень зчеплення арматури з пінобетоном. *Теорія і практика будівництва: вісник НУ "Львівська політехніка"*. 2013. № 755. С. 37-40.
- 31. Веселов А. А. Распределение напряжений в зоне активного сцепления арматуры с бетоном с учетом пластических деформаций в бетоне. Статика и динамика сложных строительных конструкций. Межвуз. темат. сб. тр. Ленинград: ЛИСИ, 1982. С. 152-160.
- 32. Веселов А. А. Нелинейная теория сцепления арматуры с бетоном и ее приложения: дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. СПб., 2000. 320 с.
- 33. Волков Ю. А. Ширина раскрытия наклонных трещин железобетонных изгибаемых элементов в зоне действия наибольших главных растягивающих напряжений: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Киев, 1978. 180 с.
- 34. Гараи Т. Исследования анкеровки арматуры в бетоне. Исследования прочности элементов железобетонных конструкций: сб. тр. НИИЖБ. 1959. Вып. 5. С.78-109.
- Георгиев Г. Д. Сцепление арматуры с бетоном при постоянных и переменных нагрузках: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Киев, 1984. 251 с.
- 36. Гвоздев А. А. Состояние и задачи исследования сцепления арматуры с бетоном. *Бетон и железобетон*. 1968. № 12. С. 1-4.
- Гвоздев А. А. Сцепление арматуры с бетоном. Сцепление арматуры с бетоном / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С.3-5.
- 38. Голоднов А. И., Слюсар Ю. Н. Остаточный ресурс железобетонных

балок, эксплуатирующихся в условиях агрессивной среды. 36. наук. праць Українського ін-ту сталевих кон-цій ім. В. М. Шимановського. 2013. Вип. 12. С. 110-117.

- Гольдфайн Б. С., Ерин Н. Н. Об особенностях сцепления бетона с горизонтально расположенной арматурой. Анкеровка арматуры в бетоне. Москва: Стройиздат, 1969. С. 50-63.
- Горностаев И. С. Расчетная модель деформирования железобетонных составных конструкций при наличии наклонных трещин: автореф. дис. ...канд. техн. наук: 05.23.01. Курск, 2015. 23 с.
- 41. Городецкий А. С., Здоренко В. С. Расчет железобетонных балок-стенок с учетом образования трещин методом конечных элементов. *Сопротивление материалов и теория сооружений*. 1975. Вып. 57. С. 59-66.
- 42. ДБН В.1.2-14-2008: Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ. Київ: Мінрегіонбуд України, 2009. 43 с. (Національні норми України).
- 43. Демчина Б. Г., Верба В. Б., Демчина Х. Б. Експериментальні дослідження зчеплення арматури з пінобетоном. *Вісник НУ «Львівська політехніка»*. 2005. № 545. С. 41-45.
- 44. Демчина Б. Г., Верба В. Б., Сухоцький Т. П. Анкерування сталевої арматури за рахунок зчеплення у зразках-балках з пінобетону. *Вісник НУ «Львівська політехніка»*. 2012. № 742. С. 51-55.
- 45. Диаковский В. Г. Деформационные характеристики и расчет усилий взаимодействия арматурных канатов с бетоном: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Новосибирск, 1988. 20 с.
- 46. Диаковский В. Г., Емельянов М. П. О предельной величине смещения канатной арматуры на торцах конструкций при их испытаниях. Строительные конструкции транспортного и общего назначения: исследование, проектирование и применение. Новосибирск: НИИЖТ, 1982. С. 57-62.

- 47. Дмитриев С. А., Мулин Н. М. Горячекатаная арматура периодического профиля из низколегированной стали 25Г2С. Бетон и железобетон. 1955. № 1. С. 22-27.
- Дорофеев В. С., Карпюк В. М., Крантковская Е. Н. Прочность, трещиностойкость и деформативность неразрезных железобетонных балок. Одесса: Эвен, 2010. 223 с.
- 49. ДСТУ Б В.2.6-156: 2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. [Чинний від 01.06.11]. Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. 123 с. (Стандарт України).
- 50. Журавський О., Ромашко-Майструк О. Експериментальні дослідження багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах. *Будівельні конструкції: теорія і практика*. 2019. Вип. 4. С. 28-38.
- 51. Заславский И. Н., Жук Г. С. Исследование деформаций усадки и ползучести бетона при длительном нагреве. Строительные конструкции: сб. науч. тр. НИИСК. 1965. № 2. С. 34-42.
- 52. Иваненко А.Н., Иваненко Н.А., Пересыпкин Е.Н. Расстояние между трещинами в изгибаемых железобетонных элементах на основе блочной модели. Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». 2015. т. 7, № 1. 19 с.
- Карпенко Н. И. К построению модели сцепления арматуры с бетоном, учитывающей контактные трещины. *Бетон и железобетон*. 1973. №1. С. 19-23.
- 54. Карпенко Н. И., Судаков Г. Н., Лейтес Е. С. Моделирование механического взаимодействия арматурного стержня с бетоном, учитывающее напряженно-деформированное состояние контактной зоны. Поведение бетона и элементов железобетонных конструкций при воздействиях различной длительности. Москва: Стройиздат, 1980. С. 133-156.
- 55. Карпенко Н. И., Судаков Г. Н. О задаче сцепления арматурного стержня

с цилиндрическим образцом. *Сцепление арматуры с бетоном* / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 22-30.

- 56. Карпенко Н. И., Судаков Г. Н. Сцепление арматуры с бетоном с учетом развития контактных трещин. *Бетон и железобетон*.1984. № 12. С. 42-44.
- 57. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. Москва: Стройиздат, 1996. 416 с.
- 58. Карпюк В. М. Розрахункові моделі силового опору прогінних залізобетонних конструкцій у загальному випадку напруженого стану: монографія. Одеса: ОДАБА, 2014. 352 с.
- 59. Кваша В. Г. Анкерующие свойства арматуры периодического профиля класса А-III, выпускаемой по ТУ14-2-636-85. Пути снижения материалоемкости и стоимости в строительстве и при реконструкции зданий: тез. докл. зональной конф., 22 – 23 октября 1990 г. Пенза, 1990. С. 50.
- Клименко €. В. Технічна експлуатація і реконструкція будівель та споруд. Полтава: ПолНТУ, 2004. 280 с.
- 61. Колчунов В. И., Яковенко И. А., Дмитренко Е. А. Аналитическая модель сцепления и нелинейная податливость арматурных связей при раскрытии дискретных трещин в железобетонных конструкциях. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць.* 2016. Вип. 32. С. 183-196.
- 62. Колчунов В. И., Яковенко И. А., Дмитренко Е. А. Конечно-элементное моделирование нелинейной плоской задачи сцепления бетона и арматуры в ПК Лира-САПР. Промислове будівництво та інженерні споруди. 2016. № 3. С. 6-15.
- 63. Колчунов В. И., Яковенко И. А., Лымарь Я. В. Классификация дискретных трещин плосконапряженных железобетонных конструкций. Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті: тези доп. VI міжнар. наук.-техн. конф., 19-21 квітня 2017 р. Харків: УкрДУЗТ, 2017. С. 129-131.

- 64. Колчунов В. И., Яковенко И. А., Дмитренко Е. А. Основные результаты экспериментальных исследований сцепления арматуры с бетоном при выдергивании и вдавливании деформационным воздействием с учетом ниспадающей ветви деформирования. Вісник Кременчуцького національного ун-ту ім. Михайла Остроградського. 2016. Вип. 5(100). С. 115-124.
- Колчунов В. И., Яковенко И. А. Об использовании гипотезы плоских сечений в железобетоне. Строительство и реконструкция. 2011. №6(38). С. 16-23.
- 66. Колчунов В. И., Яковенко И. А. Разработка двухконсольного элемента механики разрушения для расчета ширины раскрытия трещин железобетонных конструкций. Вестник гражданских инженеров СПбГАСУ. 2009. № 4(21). С. 160-163.
- 67. Кольнер В. М. Влияние степени уплотнения бетонной смеси на сцепление арматуры с бетоном. Сб. тр. ин-та ВНИИЖелезобетон. 1978. № 23. С. 126-145.
- Кольнер В. М., Серова Л. П. Влияние усадочных деформаций на сцепление проволочной арматуры с бетоном. *Сцепление арматуры с бетоном* / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 163-165.
- 69. Кольнер В. М., Серова Л. П. Исследование сцепления проволочной арматуры с пропаренным бетоном. Анкеровка арматуры в бетоне: сб. тр. Москва: Стройиздат, 1969. С. 75-91.
- 70. Кольнер В. М. Сцепление арматуры с бетоном и прочность заделки стержневой арматуры периодического профиля. Бетон и железобетон. 1965. № 11. С. 25–27.
- 71. Кочкарьов Д. В., Бабич В. І. Передумови розрахунку та розрахунок прогинів залізобетонних елементів, що зазнають згину, з урахуванням нелінійного деформування матеріалів. *Будівельні конструкції: зб. наук.* праць НДІБК. 2011. Вип. 74, ч. 1. С.406-413.

- 72. Кочкарьов, Д.В. Визначення ширини розкриття тріщин у центральнорозтягнутих залізобетонних елементах за багаторівневого процесу утворення тріщин. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. 2014. Вип. 28. С. 228-236.
- 73. Кочкарьов Д. В. Нелінійний опір залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам: дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. Полтава, 2018. 467 с.
- 74. Кочкарьов Д. В. Про середні напруги зчеплення арматури з бетоном. Вісник НУВГП (тех. науки). 2014. Вип. 1(65). С. 176-185.
- 75. Краснощёков Ю. В. Моделирование анкеровки арматуры в бетоне. Вестник СибАДИ. 2015. Вып. 4 (44). С. 64-69.
- 76. Кричевская Э. А., Городницкий Ф. М. Экспериментальное исследование анкеровки трехпрядных канатов конструкции 3х19 диаметром 16,5 мм. Сцепление арматуры с бетоном / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 137-144.
- 77. Кузнецов А. Н. Раскрытие трещин в центрально-растянутых железобетонных элементах. Строительная промышленность. 1940. №
 7. С. 42-48.
- 78. Курс лекций по сопротивлению железобетона: кандидатский минимум (гл. 3, 4 и 5) / Голышев А. Б. и др.; под ред. А. Б. Голышева. Киев: НИИСК Госстроя СССР, 1987. 193 с.
- 79. Кучеренко А. А. Влияние термовлажностной обработки на сцепление арматуры с бетоном. Сцепление арматуры с бетоном / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 151-155.
- 80. Лучко Й. Й., Левчич В. В. Некоторые аспекты теории сцепления арматуры с бетоном в изгибаемых элементах: Физико-механический ин-т НАН Украины, 1990. 37 с. (Препринт. НАН Украины, Физ.-мех. ин-т; №175.)
- Мадатян С. А. Арматура железобетонных конструкций. Москва: Воентехлит, 2000. 256 с.
- 82. Майоров В. И., Кузьмин П. К. От условной к точной модели расчета

трещиностойкости железобетонных сечений. *Строительная механика* инженерных конструкций и сооружений. 2011. № 2. С. 22-28.

- Мельник І. В., Кваша В. Г. Про експлуатаційну надійність попередньо напружених залізобетонних конструкцій, армованих стержнями серпоподібного профілю. *Будівельні конструкції: зб. наук. праць НДІБК*. 1999. Вип. 51. С. 206-211.
- 84. Милованов А. Ф. Прочность бетона при нагреве. Работа железобетонных конструкций при высоких температурах / под ред. А. Ф. Милованова. Москва: Стройиздат, 1972. С. 6-18.
- Молодченко Г. А. Исследование процесса трещинообразования в железобетоне при растяжении. Строительные конструкции: сб. науч. тр. НИИСК. 1972. Вып. XIX. С. 80-84.
- 86. Мулин Н. М. Об исследовании сцепления арматуры с бетоном. Методика лабораторных исследований деформаций и прочности бетона, арматуры и железобетонных конструкций. Москва: Госстройиздат, 1962. С. 124-137.
- Мулин Н. М. Стержневая арматура железобетонных конструкций. Москва: Стройиздат, 1974. 232 с.
- Мурашев В. И. Трещиноустойчивость, жесткость и прочность железобетона. Москва: Машстройиздат, 1950. 268 с.
- Назаренко П. П. Контактное взаимодействие арматуры и бетона при кратковременном нагружении. Самара: СамГУПС, 2012. 171 с.
- 90. Невский В. А., Юдин А. Н. О взаимозависимых изменяемых некоторых свойств бетона в результате попеременного замораживания и оттаивания. Способы защиты от коррозии неметаллических строительных материалов. Ростов на Дону: РИСИ, 1967. С. 6-10.
- 91. Немировский Я. М., Кочетков О. И. Влияние растянутой и сжатой зон бетона на деформации обычных изгибаемых железобетонных элементов после возникновения в них трещин. Особенности деформаций бетона и железобетона и использование ЭВМ для оценки их влияния на

поведение конструкций: сб. науч. трудов / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Госстройиздат, 1969. С. 106-156.

- 92. Никитин В. Л. О взаимодействии между арматурой и бетоном. Исследование работы железобетонных конструкций: сб. науч. тр. НИИЖТ. 1969. Вып. 88. С. 93-113.
- 93. Оатул А. А. Миловидов В. И. Расчет напряженно-деформированного состояния заделки арматурного каната 20К3х7 в опорном узле фермы при отпуске натяжения. Исследования по бетону и железобетону: сб. науч. тр. ЧПИ. 1977. Вып. 193. С. 10-16.
- 94. Оатул А. А. Основы теории сцепления арматуры с бетоном. Исследования по бетону и железобетону: сб. науч. тр. ЧПИ. 1967. Вып. 46. С. 6-26.
- 95. Овчинникова И. Г. Влияние косвенного армирования на сцепление стержневой арматуры с бетоном. Сцепление арматуры с бетоном / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 88-94.
- 96. Павліков А. М., Федоров Д. Ф. Ширина розкриття нормальних тріщин у залізобетонних балках при косому згинанні. Галузеве машинобудування, будівництво: зб. наук. праць ПНТУ. 2012. Вип. 5. С. 116-121.
- 97. Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд та машин: зб. наук. статей за 2007-2009 рр. / Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України. Київ : ІЕЗ ім. Є. О. Патона НАН України, 2009. 709 с.
- 98. Проектирование железобетонных конструкций: справоч. пособие / Голышев А. Б. и др.; под ред. А. Б. Голышева. Київ: Будівельник, 1985. 496 с.
- 99. Прокопович А.А. Сопротивление изгибу железобетонных конструкций с различными условиями сцепления продольной арматуры с бетоном. Самара: НВФ «Сенсоры. Модули. Системы», 2000. 296 с.
- 100. Рекомендации по дифференцированному назначению передаточной прочности бетона. Москва: НИИЖБ, 1986. 53 с.

- 101. Рекомендации по применению арматурного проката по ДСТУ 3760-98 при проектировании и изготовлении железобетонных конструкций без предварительного напряжения арматуры. Киев: НИИСК Госстрой Украины, 2002. 39 с.
- 102. Ржаницын А. Р. Составные стержни и пластинки. Москва: Стройиздат, 1986. 316 с.
- 103. Ромашко-Майструк О. В. Дослідження рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах. Наук.-техн. зб. «Комунальне господарство міст». 2020. Вип. 4(157). С. 18-24.
- 104. Ромашко-Майструк О. В. Загальна методика розрахунку багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць.* 2020. Вип. 38. С. 339-346.
- 105. Ромашко-Майструк О. В. Моделювання зчеплення арматури з бетоном в залізобетонних елементах. Зб. наук. праць УкрДУЗТ. 2020. Вип. 190. С. 35-41.
- 106. Ромашко В. М. Деформаційно-силова модель опору бетону і залізобетону: монографія. Рівне: О. Зень, 2016. 424 с.
- 107. Ромашко В. М., Ромашко О. В. Розрахунок тріщиностійкості залізобетонних елементів з урахуванням рівнів утворення нормальних тріщин. *Зб. наук. праць УкрДУЗТ.* 2018. Вип. 181. С. 58-65.
- 108. Ромашко О. В., Ромашко В. М., Журавський О. Д. Узагальнена модель зчеплення арматури з бетоном. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць.* 2019. Вип. 37. С. 214-221.
- 109. Ромашко О. В., Ромашко В. М. Основи моделювання багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях. Зб. наук. праць УкрДУЗТ. 2019. Вип. 187. С. 6-13.
- 110. Ромашко О. В., Ромашко В. М. Розрахунок енергетичного ресурсу залізобетонних елементів і конструкцій. Зб. наук. праць УкрДУЗТ. 2019. Вип. 186. С. 23-30.

- 111. Ромашко О. В., Ромашко В. М. Щодо оцінювання зчеплення арматури з бетоном. *Зб. наук. праць УкрДУЗТ.* 2018. Вип. 179. С. 92-99.
- 112. Самошкин А. С., Тихомиров В. М. Исследование нелинейного деформирования железобетона экспериментально-расчетными методами. Изв. вузов: стр-во. 2017. Т. 5. С. 17-27.
- 113. Самошкин А. С., Тихомиров В. М. Математическая модель деформирования железобетона с учетом контактного взаимодействия его структурных компонентов. *Вычислительные технологии*. 2017. т. 22, спецвып. 1. С. 75-86.
- 114. Семёнов Д. А. Расчетное обоснование длины анкеровки продольного стержня ненапрягаемой арматуры периодического профиля в бетоне. Весник гражд. инженеров. 2015. № 2 (49). С. 53-57.
- 115. Семко А. В. Образование и раскрытие трещин, нормальных к продольной оси косоизгибаемых железобетонных элементов таврового и Г-образного сечения: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Полтава, 1988. 184 с.
- 116. Семченков А. С., Залесов А. С., Мешков В. З., Квасников А. А. Характер сцепления с бетоном стержневой арматуры различных профилей. *Бетон* и железобетон. 2007. № 5. С. 2-7.
- 117. Скоробогатов С. М., Эдвардс А. Д. Влияние вида периодического профиля стержневой арматуры на сцепление с бетоном. *Бетон и железобетон*. 1979. №9. С. 20-21.
- 118. СНБ 5.03.01-02. Конструкции бетонные и железобетонные. [Введен 20.06.2002]. Минск: Стройтехнорм, 2003. 144 с. (Стандарт Білорусії).
- 119. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. [Введен 01.01.2013]. Москва: Минрегион России, 2013. 155 с. (Стандарт Росії).
- 120. Столяров Я.В. Введение в теорию железобетона. Москва-Ленинград: Стройиздат, 1941. 447 с.
- 121. Тевелев Ю. А. К вопросу расчета на сцепление при переменном законе

сцепления по длине заделки. *Сцепление арматуры с бетоном* / под. ред. А. А. Оатула. Челябинск: ЧПИ, 1968. С. 77-92.

- 122. Тевелев Ю. А. Заделка арматуры в бетоне при переменном сцеплении по длине зоны анкеровки. Сцепление арматуры с бетоном / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 14-21.
- 123. Тихомиров В. М., Астахов Ю. В., Самошкин А. С. Моделирование упругопластического сцепления арматуры с бетоном. *Изв. вузов: стр-во*. 2015. № 2. С. 103-109.
- 124. Тихомиров В. М., Самошкин А. С. Математическая модель растяжения железобетонных элементов конструкций с учетом разрушения бетона. Изв. вузов: стр-во. 2016. № 10-11. С. 13-21.
- 125. Трофимов А. В. Анкеровка напрягаемой арматуры. Совершенствование методов расчета и исследования новых типов железобетонных конструкций: межвуз. темат. сб. тр. ЛИСИ. Ленинград: ЛИСИ, 1991. С. 101-104.
- 126. Трофимов А. В. Расчет железобетонных конструкций с использованием модели составного стержня. СПб.: СПбГАСУ, 2012. 101 с.
- 127. Федоров В. С., Баширов Х. З., Колчунов В. И. Элементы теории расчёта железобетонных составных конструкций. *Academia: apx-pa и стр-во*. 2014. № 2. С. 116-119.
- 128. Фрайфельд С.Е. Собственные напряжения в железобетоне. Москва-Ленинград: Стройиздат, 1941. 128 с.
- 129. Хакимов Ш. А. Особенности трещинообразования в балках с различной толщиной защитного слоя бетона. Воздействие статических, динамических и многократно повторяющихся нагрузок на бетон и элементы железобетонных конструкций / под ред. А. А. Гвоздева. Москва, 1972. С. 65-86.
- 130. Холмянский М. М. Бетон и железобетон: Деформативность и прочность. Москва: Стройиздат, 1997. 576 с.
- 131. Холмянский М. М. Методика экспериментального исследования

сцепления арматуры с бетоном. Методика лабораторных исследований деформаций и прочности бетона, арматуры и железобетонных конструкций. Москва: Госстройиздат, 1962. С. 138-147.

- 132. Холмянский М. М. Контакт арматуры с бетоном. Москва: Стройиздат, 1981. 184 с.
- 133. Холмянский М. М. Расчет центрально армированных призматических элементов на сцепление. *Сб. тр. НИИЖБ*. 1961. Вып.4. С. 122-153.
- 134. Холмянский М. М., Тевелев Ю. А. Расчет анкеровки прядевой арматуры в бетоне. Сцепление арматуры с бетоном / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 131-136.
- 135. Худик Ю. Т., Рыбалка Е. М., Климов Ю. А. Производство и применение арматурного проката класса А500С. *Будівельні конструкції: зб. наук. праць НДІБК*. 2003. Вип. 59, кн.1. С. 22-25.
- 136. Цехмистров В. М. Экспериментальное исследования законов сцепления с бетоном стержней А-Шв. Исследования по бетону и железобетону: сб. науч. тр. ЧПИ. 1974. Вып. 149. С. 142-148.
- 137. Цыба О. О. Трещиностойкость и деформативность растянутого бетона с ненапрягаемой и напрягаемой стержневой арматурой, имеющей различную относительную площадь смятия поперечных ребер: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Москва, 2011. 24 с.
- 138. Чапюк О. С., Гришкова А. В. Порівняльний аналіз зчеплення сталевої арматури серповидного профілю з важким бетоном за призмовим та балковим методами випробувань. *Ресурсоекономні матеріали*, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. 2014. Вип. 29. С. 391-399.
- 139. Чапюк О. С. Зчеплення бетону з арматурним прокатом серповидного профілю при короткочасних одноразових і повторних навантаженнях: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / ЛНТУ. Луцьк, 2009. 169 с.
- 140. Шамурадов Б. Ш. Ширина раскрытия нормальных трещин в железобетонных элементах: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Киев, 1987. 19 с.

- 141. Шматков С. Б. Расчёта остаточного ресурса строительных конструкций зданий и сооружений. Вестник ЮУрГУ: стр-во и арх-ра. 2007. Вып. 5, № 22. С. 56-57.
- 142. Шмуклер В. С., Климов Ю. А., Буряк Н. П. Каркасные системы облегченного типа. Харьков: Золотые страницы, 2008. 336 с.
- 143. Яковенко І. А. Експериментальні дослідження міцності і тріщиностійкості у залізобетонних складених конструкціях. *Ресурсоекономні матеріали*, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. 2014. Вип. 28. С. 319-328.
- 144. Яковенко І. А. Моделі деформування залізобетону на засадах механіки руйнування: дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. Полтава, 2018. 409 с.
- 145. Abrams D. A. Studies of bond between concrete and steel. *Proc. ASTM*. 1925.Vol. 25. P. 2-10.
- 146. Abrishami H. H., Mitchell D. Simulation of Uniform Bond Stress. ACI Material Journal. 1992. Vol.86, No.3. P. 161-168.
- 147. Achillides Z. Bond behaviour of FRP bars in concrete: PhD ThesisUniversity of Sheffield, 1998. 355 p.
- 148. ACI 318M-08. Building Code Requirements for Structural Concrete. [June 2008]. Farmington Hills, MI: ACI Committee 318, 2008. 473 p.
- 149. ACI 408R-03. Bond and development of straight reinforcing bars in tension.[September 2003]. Farmington Hills, MI: ACI Committee 408, 2003. 49 p.
- 150. Adrouche K. Influence of the constitutive parameters for steel-concrete association on bond strength under slow cyclic loading. *Materials and Structures: RILEM.* 1987. Vol. 20. P. 315-320.
- 151. Afefy H. M. and El-Tony M. Bond Behavior of Embedded Reinforcing Steel Bars for Varying Levels of Transversal Pressure. *Journal of Performance of Constructed Facilities*. April 2016. Vol. 30, No. 1. 04015023.
- 152. Alvarez M. Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton: Abhandlung zur Erlangung des Titels Doktor der Technischen Wissenschaften. Zürich: Eidgenössischen Technischen Hochschule, 1998. 189 p.

- 153. Allwood R. J., Bajarwan A. A. A new method for modelling reinforcement and bond in finite element analysis of reinforced concrete. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*. 1989. Vol. 26. P. 833-844.
- 154. Allwood R. J., Parsons S. D., Robins P. J. New bond model for reinforced concrete. *Proc. Int. Conf. on Computer-Aided Analysis and Design of Concrete Structure*. September 1984. Split, Yugoslavia. 1984. P. 215-230.
- 155. Allwood R. J. Reinforcement stresses in a reinforced concrete beamcolumn connection. *Magazine of Concrete Research*. 1980. Vol. 32, No. 112. P. 143-146.
- 156. Amleh L. Bond Deterioration of Reinforcing Steel in Concrete due to Corrosion: PhD thesis ... McGill University, Montreal, Canada. 2000. 377 p.
- 157. Amstutz, E. Über das Zusammenwirken von Beton und Bewehrung in Stahlbetonbauwerken. *Bauingenieur*. 1955. Vol. 30, Heft 10. P. 353-359.
- 158. AS 3600-2001. Australian Standard[™]: Concrete Structures. [5 June 2001]. Sydney: Standards Association of Australia, 2001. 181 р. (Стандарт Австралії).
- 159. Avak R., Wille F. Bond Behaviour of Steel Wire Ropes Embedded in Concrete. Proc. Bond in Concrete – from research to standards / Balázs G. et al. Budapest: University of Technology and Economics, 2002. P. 300-307.
- 160. Babych Y. M., Savitskiy V. V., Andriichuk O. V., Ninichuk M. V., Kysliuk D. Y. Results of experimental research of deformability and crack-resistance of two span continuous reinforced concrete beams with combined reinforcement. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 708. 012043.
- 161. Bach C. und Graf O. Versuche mit Eisenbetonbalken. Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens: Verein deutscher Ingenieure, Berlin. 1908-1910. Hefte 39. P. 45-47, 72-74, 90-91.
- 162. Bach C. Versuche über den Gleitwiderstand einbetonierten Eisens. Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens: Verein Deutscher Ingenieure. Berlin. 1905. Heft 22. P. 1-41.

- 163. Balasz G. L. Bond Model with Non-Linear Bond-Slip Law. Studi e Ricerche Politecnico di Milano. Milano: Bergamo Editrice. 1987. Vol. 9. P. 157-180.
- 164. Balasz G. L. Connecting Reinforcement to Concrete by Bond. *Beton- und Stahlbetonbau.* 2007. Vol. 102, No. S1. P. 46-50.
- 165. Balasz G. L. Cracking Analysis Based on Slip and Bond Stresses. ACI Materials Journal. 1993. V. 90, No. 4. P. 340-348.
- 166. Balasz G. L. Fatigue of Bond. ACI Materials Journal. 1991. V. 88, No. 6. P. 621-629.
- 167. Bartos P. Bond in concrete. *Proceeding of the International Conference on Bond in Concrete*, 14...16 June 1982 Paisley, Scotland, UK: Applied Science Publ., 1982. 466 p.
- 168. Bernander K. G. An investigation of bond by means of strain measurements in high tensile bars embedded in long cylindrical pull-out specimens. *RILEM Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete:* Stockholm, 1957. Vol.1. P. 203-210.
- 169. Bernardi S., Mesureur B., Rivillon P. Study of high-strength concretes reinforced with high-strength reinforcement: study of bonding laws and cracking in static system. ACI Materials Journal. 1999. Vol. 96, № 4. P. 491-499.
- 170. Bichara A. Etude du probleme de l'adherence dans le beton arme. *Cahiers du Centre Scientifique et Technique du Batiment*. Paris: CSTB. 1951. No. 117/127. P. 32.
- 171. Bigaj A. J. Bond Behaviour of Deformed Bars in NSC and HSC: Experimental Study. Stevin Laboratory Report 25.5-95-II. TU Delft, 1995.132 p.
- 172. Bigaj A. I., Den Uijl J.A. & Walraven J.C. A bond model for ribbed bars in HSC and NSC: an experimental study. *Proc. 4th International Symposium on Utilization of High Strength/High Performance Concrete-BHP 96.* 29...31 May 1996. Paris, 1996. P. 1125-1134.
- 173. Birkenmaier M. Verbundprobleme bei Spannbett-Vorspannung.

Schweizerische Bauzeitung 95. 1977. Heft 26. S. 426-433.

- 174. Blikharskyy Z., Vashkevych R., Vegera P., Blikharskyy Y. Crack Resistance of RC Beams on the Shear. *Proceedings of CEE 2019: Lecture Notes in Civil Engineering.* Blikharskyy Z., Koszelnik P., Mesaros P. (eds). 2020. Vol. 47. P. 17-24.
- 175. Borosnyoi A. and Balazs G. L. Models for flexural cracking in concrete: the state of the art. *Structural Concrete*. 2005. Vol.6, No 2. P. 53-62.
- 176. Bresler B., Bertero V. V. Influence of load history on cracking in reinforced concrete. Berkeley: University of California, 1966. 20 p.
- 177. Brice M.Z.P. Ancorage des barres droites dans le beton. Annales de l'institut technique du batiment el des travaux Public: Beton, beton arme. Paris, 1949.
 V. 72, No.7. P.77-88.
- 178. Brice M. Z. P. Theorie de la Fissuration des Pieces en beton arme. *Annales de L'instite Technique du batiment et des Travaux Public*. Paris, 1952. P. 791-814.
- 179. Broms B. B. Stress Distribution, Crack Patterns and Failure Mechanisms of Reinforced Concrete Members. *ACI Journal*. 1964. V. 61, No. 12. P. 1535-1556.
- 180. Broms B. B. Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Members. ACI Journal. 1965. V. 62, No. 10. P. 1237-1256.
- 181. Broms B. B. Stress Distribution in Reinforced Concrete Members with Tension Cracks. *ACI Journal*. 1965. V. 62, No. 9. P. 1095-1108.
- 182. Bruggeling A. S. G. The Transmission length of Prätensionen prestressing steel. *Betonwerk* + *Fertigteiltechnik*. 1986. Heft 5. S. 298-302.
- 183. BS-8110-1:1997. British Standard. Structural use of Concrete. Part 1: Code of Practice for design and Construction. London: British Standard Institution, 2005. 159 р. (Британський стандарт).
- 184. Cairns J., Jones K. The splitting forces generated by bond. *Magazine of Concrete Researc*. 1995. Vol. 47, No. 171. P. 153-165.
- 185. Cairns J., Plizzari A. Towards a harmonised bond test. *Materials and Structures*. 2003. Vol. 36. P. 498-506.

- 186. Chan Simon H. C. Bond and cracking of reinforced concrete: PhD Thesis Cardiff University, 2012. 171 p.
- 187. Cheng, Y. Bond between reinforcing bars and concrete under impact loading: PhD Thesis University of British Columbia, 1992. 374 p.
- 188. CEB-FIP Model Code 1990: Design Code. [June 1991]. Lausanne: Comité Euro-International du Béton, 1991. 437 p.
- CEB-FIP MC 2010: Model code 2010. Final draft. *Fib bulletin 65*. Lausanne: Switzerland, 2012. Vol. 1. 357 p.
- 190. Chi M., Kirstein A. F. Flexural cracks in reinforced concrete beams. *Proc. ACI Journal*, 1958. Vol. 54. P. 865-878.
- 191. Ciampi V., Eligehausen R., Bertero V., and Popov E. Analytical model for concrete anchorages of reinforcing bars under generalized excitations: Report No. UCB/EERC 82-83. Berkeley: University of California, 1982. 103 p.
- 192. Clark A. P. Highlights of the Development of Reinforced Concrete and the Study of Bond. *ACI Journal*. 1948. V. 44, No. 2. P. 437-440.
- 193. Cosenza E., Manfredi G. and Realfonzo R. Analytical Modeling of Bond between FRP Reinforcing Bars and Concrete. Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures: Proc. of the Second FRP International Symposium (FRPRCS-2). August 23...25 1995. Belgium: Gent, 1995. P. 165-171.
- 194. Darwin D. and Graham E. K. Effect of deformation height and spacing on bond strength of reinforcing bars. *ACI Structural Journal*. 1993. V. 90. No. 6, P. 646-657.
- 195. Darwin D., McCabe S. L., Brown C. J., and Tholem M. L. Fracture analysis of steel-concrete bond. *Fracture and Damage of Quasi-brittle Structures* / Ed. by Bazant, Bittnar, Jirasek and Mazars, 1994. P. 549-556.
- 196. Darwin D., McCabe S. L., Idun E. K., Schoenekase S. P. Development length criteria: bars not confined by transverse reinforcement. *ACI Journal*. 1992. V. 89, No.6. P. 709-720.
- 197. Dawood N., Marzouk H. An Analytical Model for Crack Spacing of Thick

Reinforced Concrete Plates. *Journal Engineering Structures*. 2010. Vol. 32, № 2. P. 472-482.

- 198. De Groot A. K., Kausters G. M. A., Monnier Th. Numerical modeling of bond-slip behavior. *Heron.* 1981. Vol. 26 (1B). P. 1-90.
- 199. Desayi P., Kulkarni A. B. Determination of Maximum Crack Width in Two-Way Reinforced Concrete Slabs. *Proc. of the Institution of Civil Engineers* (London). 1976. Vol. 61, № pt 2. P. 343-349.
- 200. Diab A. M., Elyamany H. E., Hussein M. A., Al Ashy H. M. Bond behavior and assessment of design ultimate bond stress of normal and high strength concrete. *Alexandria Engineering Journal*. 2014. Vol. 53. P. 355-371.
- 201. DIN 1045-1: 2008-08. Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil
 1: Bemessung und Konstruktion. [Ausgabedatum: August 2008]. Berlin:
 Beuth Verlag GmbH, 2008. 178 s. (Німецький стандарт).
- 202. Dörr K. Ein Beitrag zur Berechnung von Stahlbetonscheiben unter besonderer Berücksichtigung des Verbundverhaltens. Technische Hochschule Darmstadt. 1980. 145 p.
- 203. Ehsani M. R., Saadatmanesh H., Tao S. Design recommendations for bond of GFRP rebars to concrete. *Journal of Structural Engineering-ASCE*. 1996. Vol. 122, No. 3. P. 247-254.
- 204. Eligehausen R. Bond in Tensile Lapped Splices of Ribbed Bars with Straight Anchorages: Publication 301. Berlin: German Institute for Reinforced Concrete, 1979. 118 p.
- 205. Eligehausen R., Kreller H. und Langer P. Untersuchungen zum Verbundverhalten gerippter Bewehrungsstäbe mit praxisüblicher Betondeckung. Universität Stuttgart: Mitteilungen des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen, 1989. 72 p.
- 206. Eligehausen R., Popov E. P. and Bertero V. V. Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations: Report No. UCB/EERC-83/23. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center of California University, 1983. 169 p.

207. Elwi A. E., Hrudey T. M. Finite Element Model for Curved Embedded Reinforcement. *Journal of Engineering Mechanics*. 1988. Vol. 115. P. 740- 754.

- 208. Emperger F.V. Zur Verbundfrage. *Beton und Eisen*. 1912. P. 279-280, 339-340, 386-389, 412-413, 430-431, 455-457.
- 209. Emperger F. V. Neuere amerikanische Versuche zur Bestimmung der Haftfestigkeit zwischen Beton und Eisen. Beton und Eisen. 1915. P. 73-75, 95-97, 113-115, 134-137.
- 210. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. [Final Draft, December, 2004]. Brussels: CEN. 2004. 225 р. (Європейський стандарт).
- 211. Esfahani M. R., Rangan B. V. Bond between normal strength and highstrength concrete (HSC) and reinforcing bars in splices in beams. ACI Structural Journal. 1998. V. 95, No. 3. P. 272-280.
- Esfahani, M.R. and Rangan, B.V. Local Bond Strength of Reinforcing Bars in Normal Strength and High-Strength Concrete (HSC). *ACI Structural Journal*. 1998. Vol. 95, No.2. P. 96-106.
- 213. Evans R. H., and Robinson G. W. Bond Stresses in Prestressed Concrete from X-Ray Photographs. *Proceedings Institution of Civil Engineers*. 1955. Vol. 4, Part 1. P. 212-235.
- 214. Evans R. H. and Williams A. Bond Stress and Crack Width in Beams Reinforced With Square Grip Reinforcement. *Proceedings RILEM Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete*. Stockholm: RILEM, 1957. Vol. 1. P. 105-116.
- 215. Fehling E. Zur Energiedissipation und Steifigkeit von Stahlbetonbauteilen unter besonderer Berücksichtigung von Rissbildung und verschieblichem Verbund: dissertation.... Technische Hochschule Darmstadt, 1990. 146 s.
- 216. Ferguson P. M. and Thompson J. N. Development Length of High Strength Reinforcing Bars in Bond. *ACI Journal*. 1965. Vol. 62, No. 1. P. 71-93.
- 217. Ferguson P. M. Bond stress: the state of art. Report by ACI Committee 408. *ACI Journal*. 1996. Vol. 63(11). P. 1-22.

- 218. Ferguson P. M., Breen J. E., Jirsa J. O. Reinforced Concrete Fundamentals.5th edition. New York: John Wiley, 1988. 768 p.
- 219. Ferguson P. M., Turpin R. D. and Thompson J.N. Minimum bar spacing as a function of bond and shear strength. *ACI Journal*. 1955. Vol.50, No. 10. P. 869-888.
- 220. Ferry-Borges J. Cracking and Deformability of Reinforced Concrete Beams. International Association for Bridge and Structural Engineering Publications. Zürich, 1966. Vol. 26. P. 75-95.
- 221. Gambarova G. P., Giuriani E. Discussion of "Study of the Transfer of Tensile Forces by Bond" by D. H. Jiang, S. P. Shah and A. T. Andonian. *Proc. ACI Journal.* 1985. Vol. 82, No. 3. P. 381-383.
- 222. Gambarova P. G., Rossati G. P. Bond and splitting in reinforced concrete: test results on bar pull-out. *Materials and Structures*. 1996. Vol. 29, No. 189. p. 267-276.
- 223. Gambarova P., Karakoc C. Shear confinement interaction at the bar to concrete interface. *Bond in Concrete:* proc. of the International Conf., from 14 to 16 June 1982. Scotland: Peisley College of Technology, 1982. P. 82-96.
- 224. Gambarova P. G., Rossati G. P., Zasso B. Steel-Concrete Bond after Concrete Splitting: Constitutive Laws and Interface Deterioration. *Materials and Structures*. 1989. Vol. 22. p. 347-356.
- 225. Gambarova P. G., Rossati G. P., Zasso B. Steel-Concrete Bond after Concrete Splitting: Test Results. *Materials and Structures*. 1989. Vol. 22. P. 35-47.
- 226. Gan Y. Bond stress and slip modeling in nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures: thesis Degree of Master... University of Toronto, Canada, 2000. 251 p.
- 227. Gilbert R. I., Nejadi S. An Experimental Study of Flexural Cracking in Reinforced Concrete Members under Sustained Loads: UNICIV Report № R-435, School of Civil and Environmental Engineering. Sydney: University of New South Wales, 2004. 59 p.
- 228. Giuriani E. Experimental investigation on the bond-slip law of deformed bars

in concrete. *Advanced Mechanics of Reinforced Concrete*: proc. IABSE Colloquium Final Report, December 1981. Delft, 1981. P. 121-142.

- 229. Glanville W. H. Studies in Reinforced Concrete. I Bond Resistance. Building Research Technical Paper No. 10. London: Dept. of Scientific and Industrial Research, 1930. 37 p.
- 230. Goto Y. Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars. ACI Journal. 1971. V. 68, No. 4. P. 244-251.
- 231. Grassl P. Davies T. Lattice modelling of corrosion induced cracking and bond in reinforced concrete. *Cement and Concrete Composites*. 2011. Vol. 33, No. 9. p. 918-924.
- 232. Guyon Y. Béton Précontraint: Étude Théorique et Expérimentale. Paris: Editions Eyrolles, 1951. 705 p.
- 233. Hadi M. N. S. Bond of high strength concrete with high strength reinforcing steel. *Open Civil Engineering Journal*. 2008. Vol. 2. P. 143-147.
- 234. Harajli M. H. Comparison of bond strength of steel bars in normal and high-strength concrete. *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering*. 2004.
 Vol. 16, No. 4. P. 365-374.
- 235. Harajli M. H., Hamad B. S. and Rteil A. A. Effect of Confinement on Bond Strength Between Steel Bars and Concrete. *ACI Structural Journal*. 2004. Vol. 101, No. 5. P. 595-603.
- 236. Harajli M. H., Hout M. A. and Jalkh W. Local bond stress-slip behavior of reinforced bars embedded in plain and fiber concrete. *ACI Materials Journal*. 1995.Vol. 92, No. 4. P. 343-353.
- 237. Hassan T. and Rizkalla S. H. Bond mechanism of near surface mounted fibre reinforced polymer bars for flexural strengthening of concrete structures. ACI Structural Journal. 2004. Vol. 101, No. 6. P. 830-839.
- 238. Hawkes J. M. and Evans R. H. Bond stresses in reinforced concrete columns and beams. *The Structural Engineer*. 1951. Vol. 29, No. 12. P. 323-327.
- 239. Hawkins N., Lin I. and Jeang F. Local bond strength of concrete for cyclic reversed loadings. *Bond in Concrete* / ed. P. Bartos. London: Applied Science

Publishers, 1982. P. 151-161.

- 240. Hjorth O. Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten and des Verbundverhaltens von Stahl and Beton bei Hohen Beanspruchungsgeschwindigkeiten: Dissertation Technische Universität Braunschweig, 1976. 192 s.
- 241. Hong S. and Park S. K. Uniaxial bond stress-slip relationship of reinforcing bars in concrete. *Advances in Materials Science and Engineering*. 2012. Vol. 2012. ID 328570. 12 p.
- 242. Hota S. and Naaman A. E. Bond Stress-Slip Response of Reinforcing Bars Embedded in FRC Matrices under Monotonic and Cyclic Loading. ACI Structural Journal. 1997. Vol. 94, No. 5. P. 525-537.
- 243. Huang Z., Engstrom B., Magnusson J. Experimental and analytical studies of the bond behaviour of deformed bars in high strength concrete. *Proc. 4th International Symposium on Utilization of High Strength/High Performance Concrete-BHP 96.*29...31 May 1996. Paris, 1996. pp. 1115-1124.
- 244. Hussein L. Analytical modeling of bond stress at steel-concrete interface due to corrosion: teses and dissertations.... Toronto: Ryerson University, 2011, 120 p.
- 245. Ikki N., Kiyomiya O. and Yamada M. Experimental study on the effects of numerous factors on bond-slip relationship. *Journal of Materials, Concrete Structures and Pavements*. 1996, Vol. 33, No. 550. p. 73-83.
- 246. Ivanchev I. Y. Experimental determination of crack widths in reinforced concrete elements, subjected to repeated loads. *New Trends in Statics and Dynamics of Buildings:* proc. of the 16th International Conf., 18-19 October 2018. Bratislava, 2018. P.71-80.
- 247. Jankó L. Determination of Crack Widths by Hungarian and European (DIN, CEB-FIP, EC2) Approaches. Közlekedésépítés- és Mélyépítéstu-dományi Szemle. 1994. Vol. XLIV, № 4. P. 106-117.
- 248. Jirsa J. O., Breen J. E. Influence of Casting position and shear on Development and Splice Length Design Recommendation: Research Report No. 242-3F. Center for Transportation research. Texas: University of Texas at Austin, 1981. 45 p.

- 249. Jungwirth J. and Muttoni A. Versuche zum Tragverhalten von ultra hochfestem Beton. Teil 1 – Materialversuche: Projekt 00.02, Bericht 00.02.R3. Lausanne: EPFL, 2004. 100 p.
- 250. Kemp E. L. and Wilhelm W. J. Investigation of the Parameters Influencing Bond Cracking: *Proc. ACI Journal*. 1979. Vol. 76, No. 1. P. 47-71.
- 251. Kemp E. L., Brezney F. S., Unterspan J. A. Effect of Rust and Scale on the Bond Characteristics of Deformed Reinforcing Bars. *Proc. ACI Journal*. 1968. Vol. 65, No. 9. P. 743-756.
- 252. Keuser M., Mehlhorn G. Finite element models for bond problems. Journal of Structural Engineering. 1987. Vol. 113, № 10. P. 2160-2173.
- 253. Khalfallah S. and Ouchenane M. A Numerical Simulation of Bond for Pull-Out Tests: The Direct Problem. *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)*. 2007. Vol. 8, No. 5. P. 491-505.
- 254. Kobarg J. Ein inkrementelles Stahlbetonverbundgesetz unter Berücksichtigung von Stahldehnung und Querdruck: Universität Karlsruhe. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie. Fortschrittberichte VDI Reihe 4. Heft Nr. 76. Düsseldorf: VDI Verlag, 1986, 197 p.
- 255. Koch R., Wohlfahrt R. Einfluss von Betonzusatzstoffen und -mitteln auf das Verbundverhalten feuerverzinkter Betonstähle. *Betonwerk + Fertigteiltechnik*. 1988. Heft 3. S. 64-70.
- 256. Krainskyi Pavlo, Vegera Pavlo, Khmil Roman, Blikharskyy Zinoviy. Theoretical calculation method for crack resistance of jacketed RC columns. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 708. 012059.
- 257. Kreller H. Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangeinwirkung: Mitteilungen 1989/4. Universität Stuttgart: Institut für Werkstoffe im Bauwesen, 1989. 214 p.
- 258. Krstulovic-Opara N., Watson K. A., LaFave J. M. Effect of increased Tensile Strength and Toughness on Reinforcing Bar Bond Behavior. *Cement & Concrete Composites*. 1994. Vol. 16. P. 129-141.

- 259. Kuuskoski V. Über die Haftung zwischen Beton und Stahl: The State Institute for Technical Research. Publication No. 19. Helsinki: Technische Hochschule von Finnland, 1950. 203 p.
- 260. Kwak H. G., Filippou F. C. Finite element analysis of reinforced concrete structures under monotonic loads: Report No.UCB/SEMM-90/14. California: Department of Civil Engineering University of California Berkeley, 1990. 120 p.
- 261. Kwak H. G., Kim S. P. Bond-slip behavior under monotonic uniaxial loads. *Engineering Structures*. 2001. Vol. 23, No. 3. P. 298-309.
- 262. Laurencet P. Prestressing and minimal reinforcement for the control of the residual crack width: Ph.D. ... thesis 2028. Swiss Federal Institute of Technology Lausanne. Lausanne: EPFL, 1999. 258 p.
- 263. Lettow S. Ein Verbundelement für nichtlineare Finite Elemente Analysen Anwendung auf Übergreifungsstöße: Erlangung der Würde eines Dr.-Ing. genehmigte AbhandlungInstitut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart, 2006. 196 p.
- 264. Lin X., Zhang Y. X. Novel Composite Beam Element with Bond-Slip for Nonlinear Finite-Element Analyses of Steel/FRP-Reinforced Concrete Beams. *Journal of Structural Engineering*. 2013. Vol. 139, No. 12. (06013003).
- 265. Lorenzis L., Rizzo A. and La Tegola A. A modified pullout test for bond of near surface mounted FRP rods in concrete. *Composites Part B: Engineering*. 2002. Vol. 33, No. 8. P. 589-603.
- 266. Losberg A., Olsson P. Bond Failure of Deformed Reinforcing Bars Based on the Longitudinal Splitting Effect of the Bars. *Proc. ACI Journal.* 1979. Vol. 76, No. 1. P. 5-18.
- 267. Lowes L. N., Moehle J. P. and Govindjee S. Concrete-Steel Bond Model for Use in Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures. ACI Structural Journal. 2004. V. 101, No. 4. P. 501-511.
- 268. Lundgren K. Three-dimensional modelling of bond in reinforced concrete theoretical model, experiments and applications: thesis for the degree of

doctor of philosophy. Göteborg: Chalmers University of Technology, 1999. 55 p.

- 269. Lundgren K. and Gyltoft K. A Model for the Bond between Concrete and Reinforcement. *Magazine of Concrete Research*. 2000. Vol. 52, No. 1. P. 53-63.
- 270. Lundgren K. Modeling the Effect of Corrosion on Bond in Reinforced Concrete. *Magazine of Concrete Research*. 2002. Vol. 54, No. 3. P. 165-173.
- 271. Lundgren K. Bond Between Ribbed Bar and Concrete. Part 1: Modified Model. *Magazine of Concrete Research*. 2005. Vol. 57, No. 7. P. 371-382.
- 272. Lundgren K. Bond Between Ribbed Bar and Concrete. Part 2: The Effect of Corrosion. *Magazine of Concrete Research*. 2005. Vol. 57, No. 7. P. 383-395.
- 273. Lutz L. A. and Gergely P. Mechanics of Bond and Slip of Deformed Bars in Concrete. ACI Journal. 1967. Vol. 64, No. 11. P. 711-722.
- 274. Mahran U. M. Theoretical Study for Bond Between Reinforcement Steel and Concrete. International Journal of Sciences: Basic and Applied Research (IJSBAR). 2013. Vol. 12, No 1. P. 93-102.
- 275. Magnusson J. Bond and Anchorage of Ribbed Bars in High-Strength Concrete: Ph.D. Thesis Chalmers University of Technology: Division of Concrete Structures, 2000. 299 p.
- 276. Mains R. M. Measurement of the Distribution of Tensile and Bond Stresses along Reinforcing Bars. *Proc. ACI Journal*. 1951. Vol. 48, No. 11. p. 225-252.
- 277. Makhlouf H. M., Malhas F. A. The effect of thick concrete cover on the maximum flexural crack width under service load. *ACI Structural Journal*. 1996. Vol. 93, № 3. P. 257-265.
- 278. Malvar L. J. Tensile and bond properties of GFRP reinforcing bars. *ACI Materials Journal*. 1995. Vol. 92, No. 3. P. 276-285.
- Marti P., Alvarez M., Kaufmann W. and Sigrist V. Tension chord model for structural concrete. *Structural Engineering International, IABSE*. 1998. Vol. 8, No. 4. P. 287-298.
- 280. Martin H., Noakowski P. Verbundverhalten von Betonstählen. Untersuchung auf der Grundlage von Ausziehversuchen. *Deutscher Ausschuss für*

Stahlbeton. 1981. Heft 319. S. 99-175.

- 281. Martin H. Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton.* 1973. Heft 228. 50 s.
- 282. Martins P. C., Foure B. Comportement en flexion jusqu'à rupture des poutres à précontrainte extérieure. Modélisation du comportement des poutres à voussoirs préfabriqués et câblage mixte: *La Technique Française du Béton, XI Congres de la Federation Internationale de la Precontrainte*. Hambourg, 1990. P. 195-216.
- 283. Mihailich Gy., Schwertner A., Gyengo T. Vasbetonszerkezetek elmélete és számítása. Budapest: Németh J. Technikai Könyvkereskedése, 1946. 433 oldal.
- 284. Michal M., Keuser M. Bond of steel and concrete under high loading rates: Proc. of the 9th Inter. Conf. on Structural Dynamics EURODYN 2014, 30 June - 2 July 2014. Porto, 2014. P. 3491-3496.
- 285. Mirza S. A. and Houde J. Study of Bond-Slip Relationships in Reinforced Concrete. *ACI Journal*. January 1979. Vol. 76, No.1. P. 19-46.
- 286. Mirza S. A. Bond Strength Statistics of Flexural Reinforcement in Concrete Beams. AC1 Structural Journal. 1987. Vol. 84, No. 5. P. 383-391.
- 287. Morita S. and Kaku T. Local Bond Stress-Slip Relationship under Static and Dynamic Repeated Loadings: Proc. IABSE Symposium on the Resistance and Ultimate Deformability of Struc-tures, Lisbon 1973. Zurich: International Association for Bridge and Structural Engineering, 1973. P. 221-226.
- 288. Morita S., Fujii S. Bond-slip models in finite element analysis. *Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures: Proc. of the Japan-US Seminar on Tokyo, May 1985.* New York: American Society of Civil Engineers, 1985. p. 348-363.
- 289. Muguruma H. and Morita S. Fundamental study on bond between steel and concrete-part 1: basic laws of bond stress distribution I. *Journal of Structural Construction Engineering*. 1967. Vol. 131. P. 1-8.
- 290. Muguruma H. and Morita S. Fundamental study on bond between steel and

concrete-part 1: basic laws of bond stress distribution II. *Journal of Structural Construction Engineering*. 1967. Vol. 132. P. 1-6.

- 291. Munoz M. B. Study of bond behavior between FRP reinforcement and concrete: Ph.D. Thesis Universitat of Girona, 2010. 308 p.
- 292. Muttoni A., Schwartz J. and Thürlimann B. Design of concrete structures with stress fields. Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser, 1996. 146 p.
- 293. Naaman A. E., Namur G., Najm H. and Alwan J. Bond mechanisms in fiber reinforced cement-based composites: Grant No. F49620-87-C-0063. Report No. UMCE 89-9. Michigan: Department of Civil Engineering University of Michigan, 1989. 233 p.
- 294. Nagatomo K., Kaku T. Experimental and analytical study on bond characteristics of reinforcing bars with only a single transverse rib. *Transactions of the Japan Concrete Institute*. 1985. Vol. 7. P. 333-340.
- 295. Ngo D., Scordelis A. C. Finite element analysis of reinforced concrete beams. *Journal Proceedings*. 1967. Vol. 64, № 3. P. 152-163.
- 296. Nilson A. H. Internal Measurement of Bond Slip. ACI Journal. 1972. Vol. 69, No. 7. P. 439-441.
- 297. Nilson A. H. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method. *AC1 Journal*. 1968. Vol. 65, No. 9. P. 757-766.
- 298. Noakowski P. Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung infolge Temperatur. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*.
 1978. Heft 296. 144 p.
- 299. Noakowski P. Verbundorientierte, kontinuierliche Theorie zur Ermittlung der Rissbreite. *Beton- und Stahlbetonbau.* 1985. Vol. 80, Heft 7. S. 185-190 und Heft 8. S. 215-221.
- 300. Oh B. H., Kang Y- J. New formulas for maximum crack width and crack spacing in reinforced concrete flexural members. ACI Structural Journal. 1987. Vol. 85, № 2. P.103-112.
- 301. Okamura H. and Maekawa K. Bond-Slip-Strain Model of Deformed Bar. Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete. Tokyo:
Giho-do Press, 1991. P. 159-182.

- 302. Okelo R., Yuan R. Bond strength of fiber reinforced polymer rebar in normal strength concrete. *Journal of Composites for Construction*. 2005. Vol. 9., No. 3 P. 203-213.
- 303. Orangun C. O., Jirsa J. O. and Breen J. E. Reevaluation of Test Data on Development Length and Splices. *Proc. ACI Journal*. 1977. Vol. 74, No. 3. P. 114-122.
- 304. Padmarajaiah S. K., Ramaswamy A. Crack Width Predictions for High Strength Concrete Fully. Partially Prestressed Beam Specimens Containing Steel Fibers. ACI Structural Journal. 2001. Vol. 98, №6. P. 852-861.
- 305. Paettie K. R., Pope J. A. Effect of Age of Concrete on Bond Resistance. ACI Journal. 1956. Vol. 27, No. 6. P. 661-672.
- 306. Pan J., Wu Y-F. Analytical modeling of bond behavior between FRP plate and concrete. *Composites: Part B*. 2014. Vol. 61. P. 17-25.
- 307. Perry E. S. and Thompson J. N. Bond stress distribution on reinforcing steel in beams and pull-out specimens. *Proc. Journal ACI*. 1966. Vol. 63, No. 8. P. 865-874.
- 308. Phillips D. V, Zienkiewicz O. C. Finite element non-linear analysis of concrete structures. *Proc. Institution of Civil Engineers*. 1976. Vol. 61. P. 59-88.
- 309. Pochanart S. and Harmon T. Bond-slip model for generalized excitations including fatigue. *ACI Material Journal*. 1989. Vol. 86, No. 5. P. 465-474.
- 310. Pundinaitė M. Lenkiamųjų gelžbetoninių element pleišėjimo eksperimentiniai ir teoriniai tyrimai: Baigiamasis magistro darbas Vilnius: Gedimino Technikos Universitetas, 2010. 103 p.
- 311. Rashedul Kabir Md. Bond stress behavior between concrete and steel rebar: Critical investigation of pull-out test via Finite Element Modeling. *International Journal of Civil and Structural Engineering*. 2014. Vol. 5, No1. P. 80-90.
- 312. Rehm G. The fundamental law of bond. *Proc. of the Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete*. Stockholm: RILEM, 1957. P. 491-

- 313. Rehm G. Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 1961. Heft 138. 59 s.
- 314. Reinhardt H. W., Blaauwendraad J., Vos E. Prediction of bond between steel and concrete by numerical analysis. *Materials and Structures*. 1984. Vol. 17, № 4. P. 311-320.
- 315. Reynolds G. C. and Beeby A. W. Bond strength of deformed bars. *Bond in Concrete*. London: Applied Science Publishers, 1982. P. 434-445.
- 316. RILEM Standard RC5. Bond test for reinforcement steel. 1. Beam test 1982. RILEM Recommendations for the Testing and Use of Constructions Materials. New York, USA: E & FN SPON, 1994. P. 213-217.
- 317. RILEM Standard RC6. Bond test for reinforcement steel. 2. Pull-out test 1983. RILEM Recommendations for the Testing and Use of Constructions Materials. New York, USA: E & FN SPON, 1994. P. 218-220.
- 318. Rizk E. New Formula to Calculate Crack Spacing for Concrete Plates. ACI Struct. Journal. 2010. Vol. 107, № 1. P. 43-52.
- 319. Romashko-Maistruk O. V. Fundamentals of the energy model of deformation of reinforced concrete elements and structures. *Science and education a new dimension. Natural and technical science.* 2020. VIII(29), Iss. 238. P.12-15.
- 320. Romashko O., Romashko V. Evaluation of bond between reinforcement and concrete. *MATEC Web of Conf.* 2018. Vol. 230. 02027.
- 321. Romashko O. V. and Romashko V. M. Model of multilevel formation of normal cracks in reinforced concrete elements and structures. *IOP Conf. Ser.: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 708. 012069.
- 322. Romashko V. M. and Romashko O. V. Energy resource of reinforced concrete elements and structures for the deformation-force model of their deformation. *IOP Conf. Ser.: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 708, No. 1. 012068.
- 323. Romashko V., Romashko O. Calculation of the crack resistance of reinforced concrete elements with allowance for the levels of normal crack formation.

MATEC Web of Conf. 2018. Vol. 230. 02028.

- 324. Rostásy F.S., Alda W. Rissbreitenbeschränkung bei zentrischem Zwang von Stäben aus Stahlbeton und Stahlleichtbeton. *Beton- und Stahlbetonbau*.1977. Vol. 72, Heft 6. P. 149-156.
- 325. Rots J. G. Bond-slip simulations using smeared cracks and/or interface elements: Technical report, Structural Mechanics. Delft: Delft University of Technology, Department of Civil Engineering, 1985. 56 p.
- 326. Ruiz M. R., Hars E., Muttoni A. Bond mechanics in structural concrete. Theoretical model and experimental results. Lausanne: IS-BETON, EPFL, 2005. 75 p.
- 327. Saliger R. Der Eisenbeton in Theorie und Konstruktion. Stuttgart: Alfred Kröner Verlag, 1906. 227 p.
- 328. Saliger R. Die neue Theorie des Stahlbetons auf Grund der Bildsamkeit im Bruchzustand. Wien: Deuticke, 1947. 106 s.
- 329. Saliger R. High Grade Steel in Reinforced Concrete: 2nd Congress International Association Bridge and Structural Engineering. Berlin-Munich: Preliminary Publication, 1936. P. 293-315.
- 330. Schenkel M. On bond behavior of reinforcing bars with limited cover: ETHZ-Swiss Federal Institute of Technology Zürich, Report No. 237. Basel-Boston-Berlin: Birkhäuser, 1998. 162 p.
- 331. Schießl A. Verbundverhalten von selbstverdichtendem Beton: Beitrage zum 38. Forschungskolloquium am 2 und 3. Marz 2000 an der Ttchnische Unsversitat München. Berlin: *Deutscher Ausschuss fur Stahlbeton*, 2000. S. 177-185.
- 332. Schober H. Ein Modell zur Berechnung des Verbunds und der Risse im Stahlund Spannbeton: Dissertation.... Stuttgart: Universität Stuttgart, 1984. 208 p.
- Scordelis A. C., Ngo D., Franklin H. A. Finite element study of reinforced concrete beams with diagonal tension cracks. *Special Publication*. 1974. Vol. 42. P. 79-102.
- 334. Shah S. P., Swartz S. E., Quyang C. Fracture Mechanics of Concrete: Applications of Fracture Mechanics to Concrete, Rock and Other Quasi-

Brittle Materials. New York: John Wiley & Sons, 1995. 552 p.

- 335. Shalmani A. Z. Analytical and experimental investigation of cracking in twoway reinforced concrete panels: A Dissertation ... Degree of Doctor of Philosophy of Civil Engineering. Toronto: Ryerson University, 2011. 287 p.
- 336. Sharaky I. A. A. A. A study of the bond and flexural behaviour of reinforced concrete elements strengthened with near surface mounted (NSM) FRP reinforcement: PhD Thesis.... Universitat de Girona, 2013. 264 p.
- 337. Shardakov I. N. Process of cracking in reinforced concrete beams: simulation and experiment. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2016. Vol. 10, No. 38. P. 339-350.
- 338. Shima H., Chou L–L. and Okamura H. Bond–slip–strain relationship of deformed bars embedded in massive concrete. *Concrete Library of JSCE*. 1987. No. 10. P. 79-94.
- 339. Shima H., Chou L–L. and Okamura H. Bond characteristics in post–yield range of deformed bars. *Concrete Library of JSCE*. 1987. No. 10. P. 113-124.
- 340. Shima H., Chou L.-L. and Okamura H. Micro and macro models for bond in reinforced concrete. *Journal of the Engineering Faculty of Tokyo University*. 1987. Vol. XXXIX, No. 2. P. 133-194.
- 341. Sigrist V. Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern: IBK Bericht Nr. 210. Zürich: ETH, 1995. 159 p.
- 342. Standish I. G. The effect of lateral pressure on anchorage bond in lightweight aggregate concrete: Doctoral Thesis PhD. Loughborough University of Technology, 1982. 256 p.
- 343. Tassios T. P. Properties of bond between concrete and steel under load cycles idealizing seismic actions. *CEB Bulletin*. 1979. Vol. 1, No. 131. P. 67-122.
- 344. Tepfers R. A Theory of Bond Applied to Overlapped Tensile Reinforcement Splices for Deformed Bars: Doctoral thesis.... Goteborg: Chalmers University of Technology, 1973. 328 p.
- 345. Tepfers R. Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforcing bars. *Magazine of Concrete Research*. 1979. V.31, No. 106. P. 3-12.

- 346. Tepfers R., Olsson P-A. Ring Test for Evaluation of Bond Properties of Reinforcing Bars. Bond in Concrete: from Research to Practice: Proc. Inter. Conf., October 1992. Riga: CEB-RTU, 1992. P. 89-99.
- 347. Thomas F. G. Cracking in Reinforced Concrete. *The Structural Engineer* (London). 1936. Vol. 14, № 7. P. 298-320.
- 348. Trost H., Cordes H., Thormahlen U. und Hagen H. Teilweise Vorspannung Verbundfestigkeit von Spanngliedern und ihre Bedeutung für Rissbildung und Rissbreitenbeschränkung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*. 1980. Heft 310. 140 s.
- 349. Tue N. Zur Spannungsumlagerung im Spannbeton bei der Rissbildung unter statische rund wiederholter Belastung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*.
 1993. Heft 435. 57 p.
- 350. Quyang C., Shah S. P. Fracture energy approach for predicting cracking of reinforced concrete tensile members. *ACI Structural Journal*. 1994. Vol. 91, № 1. P. 69-78.
- 351. Viwathanatepa S., Popov E. P., Bertero V. V. Effects of generalized loadings on bond of reinforcing bars embedded in confined concrete blocks: Report No. UCB/EERC-79/22 Earthquake Engineering Research Center. Berkeley: University of California, 1979. 320 p.
- 352. Vos E., Reinhardt H. W. Bond resistance of deformed bars, plain bars and strands under impact loading: Stevinreport 5-80-6. Delft University of Technology, 1980. 84 p.
- 353. Wang H. An analytical study of bond strength associated with splitting of concrete cover. *Engineering Structures*. 2009. V. 31, No. 4. P. 968-975.
- 354. Wang X. and Liu X. A strain-softening model for steel-concrete bond. *Cement and Concrete Research*. 2003. V. 33, No. 10. P. 1669-1673.
- 355. Watstein D., Bresler B. Bond and Cracking in Reinforced Concrete. *Reinforced Concrete Engineering: Materials, Structural Elements, Safety /* edited by B. Bresler. New York: John Wiley & Sons Inc, 1974. Vol. 1. P. 151-193.

- 356. Watstein D. Bond Stress in Concrete Pull-Out Specimens. *ACI Journal*. 1941.Vol. 38. P. 37-50.
- 357. Watstein D., Parsons D. E. Width and spacing of tensile cracks in axially reinforced concrete cylinders. *Journal of Research, National Bureau of Standards.* 1943. Vol. 31, № RP1545. P. 1-24.
- 358. Watstein D. Distribution of Bond Stress in Concrete Pull-Out Specimens. ACI Journal. 1947. V. 43, No. 5. p. 1041-1052.
- 359. Weisse D., Holschemacher K. Some aspects about the bond of reinforcement in ultra high strength concrete: Leipzig Annual Civil Engineering Report. University of Leipzig. 2003. p. 251-263.
- 360. Wille F. Charakteristik und Modellbildung des Verbundtragverhaltens von eintägigen Rundlitzenseilen in Beton: Dissertation.... Cottbus: BTU, 2004, 221 s.
- 361. Wolenski A. R. V., et al. Experimental and finite element analysis of bondslip in reinforced concrete. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*. 2015. Vol. 8, No. 6. P. 787-799.
- 362. Wu C. A unified bond theory, probabilistic meso-scale modeling, and experimental validation of deformed steel rebar in normal strength concrete: Doctoral Dissertations... Missouri University of Science and Technology, 2014. 147 p.
- 363. Wu Y. F. and Zhao X. M. Unified Bond Stress–Slip Model for Reinforced Concrete. *Journal of Structural Engineering*. 2013. Vol. 139, No. 11. P. 1951-1962.
- 364. Yankelevsky D. Z. Bond Action Between Concrete and Deformed Bar-A New Model. AC1 Journal. 1985. Vol. 82, No. 2. P. 154-161.
- 365. Yankelevsky D. Z. New Finite Element for Bond-Slip Analysis. *Journal of Structural Engineering*. 1985. Vol. 111, No. 7. P. 1535-1542.

Додаток А

До розвитку загальної теорії зчеплення арматури з бетоном

№ 3/п	Автор	Рік	Вид діаграми зчеплення арматури з бетоном
1	2	3	4
		Загал	ьні
1.	Rehm G. [313]	1961	
	Muguruma H., et al. [290]	1967	
	Martin H. [281]	1973	
	Birkenmaier M. [173]	1977	
	Noakowski P. [298]	1978	
\cap	Mirza S. A., et al. [285]	1979	тьний унтверситет
\wedge	Dörr K. [202]	1980	ГОСПОДАРСТВА
\wedge	Bruggeling A. S. G. [182]	1986 1988	локористування
_	Koch R. et al. [255]		Horrophor y Barrin
	Fehling E. [215]	1990	
	Tue N. [349]	1993	
	Schießl A. [331]	2000	
	Avak R. et al. [159]	2002	
	Munoz M. B. [291]	2010	
2.	Ngo D. et al. [295]	1967	
	Morita S. et al. [287]	1973	
	Giuriani E. [228]	1991	Puc A 1 6
	Khalfallah S. et al. [253]	2007	1 nc. A.1, U
	Diab A. M. et al. [200]	2014	
	Колчунов В. И. и др.[61]	2016	
3.	Hawkins N. et al. [239]	1982	Рис А 1 с
	Kwak H. G. et al. [261]	2001	т н с . д. 1, б

Таблиця А.1 – Різновиди діаграм зчеплення арматури з бетоном

1	2	3	4
4.	Nagatomo K. et al. [294]	1985	
	Weisse D. et al. [359]	2003	Рис А 1 2
	Jungwirth J. et al. [249]	2004	1 no. 11.1, c
	Ruiz M. R. et al. [326]	2005	
5.	Nagatomo K. et al. [294]	1985	
	Malvar L.J. [278]	1995	
	Weisse D. et al. [359]	2003	Рис. А.1, д
	Ruiz M.R. et al. [326]	2005	
	CEB-FIP MC 2010 [189]	2012	
6.	Sigrist V. [341]	1995	
	Alvarez M. [152]	1998	IBHNN YM. A.I, DUNTET
7.	Naaman A. E. et al. [293]	1989	господарства
\sim	Bigaj A. J. [171]	1995	докористування
	Lorenzis L. [265]	2002	Рис. А.1, ж
	Munoz M. B. [291]	2010	
	Sharaky I. A. A. A. [336]	2013	
8.	Naaman A. E. et al. [293]	1989	$P_{HC} \wedge 1 \mu$
	Lorenzis L. [265]	2002	1 nc. 11.1, u
9.	Pochanart S. et al. [309]	1989	
	Bigaj A. J. [171]	1995	
	Карпенко Н. И. [57]	1996	Рис. А.1, к
	Hota S. et al. [242]	1997	
	Бондаренко В. М. [24]	2004	
10.	Yankelevsky D. Z. [364]	1985	Duo A 1 -
	Martins P. C. R. et al. [282]	1990	гис. А.1, Л
11.	Tassios T. P. [343]	1979	Duo A 1
	Achillides Z. [147]	1998	гис. А.1, М

1	2	3	4
11.	Gan Y. [226]	2000	Рис. А.1, м
12.	Rehm G. [313]	1961	
	Nilson A. H. [297]	1968	
	Холмянский М. М. [132]	1981	Рис. А.1, н
	Бенин А.В. [19]	2013	
	Самошкин А. С. [113]	2017	
	З фіксованими діля	янкам	и пластичності бетону
1.	Ciampi V. et al. [191]	1982	
	Eligehausen R. et al. [206]	1983	
	Balasz G. L. [163]	1987	
	Kreller H. [257]	1989	Рис. А.2, а
\cap	Harajli M. H. et al. [236]	1995	господарства
\wedge	Magnusson J. [275]	2000	докористування
	Lowes L. N. et al. [267]	2004	
2.	CEB-FIP M C 1990 [188]	1993	
	Harajli M. H. et al. [236]	1995	Duo A 2 6
	Lowes L. N. et al. [267]	2004	ГИС. А.2, 0
	Khalfallah S. et al. [253]	2007	
3.	Lowes L. N. et al. [267]	2004	Puc A 2 R
	Lettow S. [263]	2006	1 nc. 11.2, 0
4.	Huang Z. et al. [243]	1996	Рис А 2 2
	Lundgren K. [271]	2005	1 no. 11.2, c
5.	CEB-FIP MC 2010 [189]	2012	Рис А 2 д
	Lin X., Zhang Y. X. [264]	2013	1 110. 11.2, 0
6.	Harajli M. H. [235]	2004	Pue A 2 0
	Wu Y.F. and Zhao X. M. [363]	2013	1 no. 11.2, c

1	2	3	4				
	Без фіксованих ділянок пластичності бетону						
1.	Холмянский М. М. [132]	1981					
	Shima H. et al. [340]	1987	Рис. А.3, а				
	Okamura H. et al. [301]	1991					
2.	Nilson A. H. [296]	1972					
	Mirza S. A. et al. [285]	1979					
	Gambarova P. G. et al. [225]	1989	Duo A 2 6				
	Naaman A. E. et al. [293]	1989	Тис. А.5, 0				
	Cheng Y. [187]	1992					
	Schenkel M. [330]	1998					
3.	Tassios T. P. [343]	1979	внии унверситет				
\wedge	Tepfers R. et al. [346]	1992	господарства				
\wedge	Alvarez M. [152]	1998	Рис. А.3, в				
	Lowes L. N. et al. [267]	2004					
4.	Trost H. et al. [348]	1980					
	Ikki N. et al. [245]	1996					
	Michal M. et al. [284]	2014	Рис. А.3, г				
	Afefy H. M. et al. [151]	2016					
5.	Viwathanatepa S. et al. [351]	1979	Puc A 3 d				
	CEB-FIP MC 2010 [189]	2012	тис. д.3, 0				
6.	Nagatomo K. et al. [294]	1985	Рис АЗа				
	Weisse D. et al. [359]	2003	тис. д.э, е				



δ)

 τ_{bs}

B)

 τ_{bs}

га природокористува Д

 τ_{bs}





Рисунок А.3 – Диференційовані діаграми зчеплення арматури з бетоном без фіксованої ділянки пластичності бетону



Таблиця А.2 – Залежності дотичних напружень зчеплення арматури з бетоном

від їх взаємного зміщення (або деформацій арматури)

<u>№</u> 2/п	Автор	Рік	Вид залежності $\tau = f(s)$
1	2	3	4
		І. Сп.	лайн-функції
1.	Eligehausen R. et al.	1983	$\left[\tau_{\max}\left(s / s_{1}\right)^{\alpha}, \qquad 0 \le s \le s_{1};\right]$
	[206]		$\tau_{\max}, \qquad \qquad s_1 < s \le s_2;$
	Kreller H. [257]	1989	$\tau = \begin{cases} \tau_{\text{max}} + (\tau_{f} - \tau_{\text{max}}) \left(\frac{s - s_{2}}{2} \right), s_{2} < s \leq s_{2}; \end{cases}$
	CEB-FIP MC 90 [188]	1993	$\left(s_3 - s_2\right)^{s_2 - s_2}$
	CEB-FIP MC 2010 [189]	2012	$\left(\tau_{f}, \qquad s > s_{3}\right)$
2.	Eligehausen R. [206]	1983	$\tau = \int \tau_{\max} \left(s / s_1 \right)^{\alpha}, \qquad s \le s_{\max};$
\sim	Lorenzis L. [265]	2002	$\tau_{\max}(s/s_1)^{-\alpha}, \text{HBepc}(s>s_{\max})$
3.	Pochanart S. et al. [309]	1989	$\int \tau_{\max} \cdot (1 - (1 - s / s_m)^3), s \le s_m;$
\sim	∕∕∕ та г	при	$\tau_{b} = \left\{ \tau_{\max} - (\tau_{\max} - \tau_{3}) \cdot \frac{s - s_{m}}{s_{3} - s_{m}}, s_{m} < s \le s_{3}; \right.$
			$[\tau_3, \qquad s > s_3]$
4.	Cosenza E. et al. [193]	1995	$\left[\left(s / s_{m}\right)^{\alpha}, \qquad s \leq s_{m};\right]$
			$\tau_{b} = \tau_{\max} \left\{ 1 - p \cdot (s - s_{m}) / s_{m}, s_{m} < s \le s_{3}; \right\}$
5	N	1000	$\left[\tau_{res} / \tau_{max}, \qquad S > S_3 \right]$
5.	Marti P. et al. [279]	1998	$\tau = \begin{cases} \tau_0 \cdot \lambda(x / \emptyset_s), & 0 < \varepsilon_s \le \varepsilon_y; \\ \tau = \left[\Lambda(z_s - z_s) \right] \cdot \lambda(z_s / \emptyset_s) & z_s \le \varepsilon_y; \end{cases}$
			$[\tau_0 \cdot exp[A(\varepsilon_y - \varepsilon_s)] \cdot \lambda(x/\omega_s), \varepsilon_s > \varepsilon_y]$
6.	Laurencet P. [262]	1999	$ \frac{Ae \ \lambda(x / \emptyset_s) = 1 - exp[-x / \emptyset_s], \ \tau_0 = 0, 0 f_c}{\left(\tau_s - \sqrt{\varepsilon_s / \varepsilon_s} \cdot \lambda(x / \emptyset_s)\right) - 0 < \varepsilon_s < \varepsilon_s} $
	Ruiz M. R. et al. [326]	2005	$\tau_{L} = \begin{cases} \tau_{b,\max} \sqrt{\varepsilon_s + \varepsilon_y} & \pi(x + \varepsilon_s), & 0 < \varepsilon_s = \varepsilon_y, \\ \varepsilon_{b,\max} - \varepsilon_{b,\max} & \varepsilon_{b,\max} - \varepsilon_{b,\max} \end{cases}$
			$\int_{a}^{b} \left[\tau_{b,\max} \frac{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_{s}}{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_{y}} \cdot \lambda(x/\emptyset_{s}), \varepsilon_{s} > \varepsilon_{y} \right]$
7.	Бондаренко В. М. и др.	2004	$\tau_{q} = \frac{R_{q} - y \cdot \varepsilon_{q,R}}{2} \cdot \varepsilon_{q}^{2} + y \cdot \varepsilon_{q}, \qquad \varepsilon_{q} \le \varepsilon_{q,r};$
	[24]		$\mathcal{E}_{q,r}^{2}$
			$\tau_q = R_q \left(1 - (1 - \beta_q) \cdot \frac{\varepsilon_q - \varepsilon_{q,R}}{\varepsilon_{q,u} - \varepsilon_{q,R}} \right), \varepsilon_q > \varepsilon_{q,r}$



Продовження таблиці А.2

1	2	3	4
8.	Lorenzis L. [265]	2002	$\tau = \begin{cases} \tau_{\max} \left(s / s_1 \right)^{\alpha}, & s \le s_{\max}; \end{cases}$
			$\left[\tau_{f}, \right] \qquad s > s_{max}$
9.	Lowes L. N. et al. [267]	2004	$\tau = \begin{cases} \tau_0 \left(\frac{s}{s_0}\right) \left[\left(\frac{k_2}{k_1}\right) + \left(1 - \left(\frac{k_2}{k_1}\right)\right) \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{s}{s_0}\right)^R}\right)^{\frac{1}{R}} \right], & s \le s_1; \end{cases}$
			$ \left(\begin{array}{ccc} \tau_{m} + \tau_{f}, & s_{1} < s \leq s_{2}; \\ \tau_{m} \cdot \left(\frac{s_{3} - s}{s_{3} - s_{2}} \right) + \tau_{f}, & s_{2} < s \leq s_{3}; \\ \tau_{f}, & s > s_{3} \end{array} \right) $
10.	Khalfallah S. et al. [253]	2007	$\tau_{L} = \begin{cases} E_{b1} \cdot s, & 0 \le s \le s_1; \end{cases}$
\sim	∕∕∕ Вод	ĻΗΟ	$ \tau_{b1} + E_{b2} \cdot (s - s_1), s_1 < s \le s_2 $
11.	СЕВ-FIP MC 2010 [189] (FRP- всередині)	2012	$\tau_b = \begin{cases} \tau_{bm} (s / s_m)^{\alpha}, & 0 \le s \le s_m; \\ \tau_{bm} - \tau_{bm} p \cdot (s - s_m) / s_m, & s_m < s \le s_u \end{cases}$
12.	СЕВ-FIP MC 2010 [189] (FRP-зовні)	2012	$\tau_{b} = \begin{cases} \tau_{bm} (s / s_{m}), & 0 \le s \le s_{m}; \\ \tau_{bm} - \tau_{bm} \cdot (s - s_{m}) / (s_{u} - s_{m}), & s_{m} < s \le s_{u} \end{cases}$
13.	Pan J., Wu Y-F. [306]	2014	$\tau_{b} = \begin{cases} k \cdot \delta, & 0 \le \delta \le \delta_{0}; \\ \tau_{\max} \cdot e^{-\beta(\delta - \delta_{0})}, & \delta > \delta_{0} \end{cases}$
14.	Колчунов В. И. и др. [62]	2016	$\boldsymbol{\tau}_{b} = \begin{cases} K_{1} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}_{g}, & 0 \leq \boldsymbol{\varepsilon}_{g} \leq \boldsymbol{\varepsilon}_{g}^{*}; \\ \boldsymbol{\tau}_{b1} + K_{2} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}_{g, \lim}^{*} - \boldsymbol{\varepsilon}_{g}^{*}), & \boldsymbol{\varepsilon}_{g}^{*} < \boldsymbol{\varepsilon}_{g} \leq \boldsymbol{\varepsilon}_{g, \lim}^{*} \end{cases}$
	II.	Степ	еневі залежності
15.	Thomas F. G. [347]	1936	$\tau_g(x) = \tau_{\max} \cdot 4 \cdot x^2 / l_{crc}^2$
16.	Rehm G. [312]	1957	$\tau_b = f_{c,cube} (c_1 \cdot S^{\alpha} + c_2 \cdot S)$
17.	Rehm G. [313] Noakowski P.[298]	1961 1978	$\tau_b = K_b \cdot f_c^{2/3} \cdot \delta_s^{\alpha_b}$
18.	Martin H. [281]	1980	$\tau_b = (0,0314 + 0,872 \cdot s^{1/2,1}) \cdot f_c$

1	2	3	4
19.	Birkenmaier M. [173]	1977	$\tau_b = (0,032 + 0,3 \cdot s^{1/2}) \cdot f_c$
20.	Trost H. et al. [348],	1980	- 0.15 0.27 6
	Tue N. [349]	1993	$\tau_b = 0.15 \cdot s^{-1} \cdot J_c$
21.	Martin H. et al. [280]	1981	$\tau_b = 0.95 \cdot s^{0.12} \cdot f_c^{2/3}$
22.	Bruggeling A. S.G. [182]	1986	$\tau_b = 0,12 \cdot s^{0,27} \cdot f_c$
23.	Shima H. et al. [338; 339]	1987	$\tau_{b} = \frac{\tau_{b,\max}}{\sqrt{\varepsilon_{y}}} \cdot \left[\frac{6 \cdot \tau_{b,\max} \cdot \delta}{E_{s} \cdot \mathcal{O}_{s} \cdot \sqrt{\varepsilon_{y}}}\right]^{1/3}$
24.	Koch R. et al. [255]	1988	$\tau_b = (1/15 + 0.6 \cdot s^{0.5}) \cdot f_c$
25.	Schießl A. [331]	2000	$\tau_b = 0.67 \cdot s^{0.27} \cdot f_c$
26.	Avak R. [159]	2002	$\tau_b = 1,55 \cdot 10^7 \cdot s^{0,15} \cdot f_c^{0,75} \cdot f_R^{3,5}$
\sim		оліно	міальні залежності роства
27.	Nilson A. H. [297]	1968	$\begin{aligned} \tau_b &= 3,606 \cdot 10^6 \cdot s - 5,356 \cdot 10^9 \cdot s^2 + \\ &+ 1,986 \cdot 10^{12} \cdot s^3, \end{aligned}$
20		1070	де τ в <i>psi</i> , <i>s</i> в <i>in</i>
28.	Mirza S. A. et al. [285]	1979	$\tau_b = (1.95 \cdot 10^6 \cdot s - 2.35 \cdot 10^9 \cdot s^2 +$
			$+1,39\cdot10^{12}\cdot s^{3}-0,33\cdot10^{15}\cdot s^{4}),$
			де τ_b в <i>psi</i> , <i>s</i> в <i>in</i>
29.	Dörr K. [202]	1980	$\tau_b = (a + b \cdot s + c \cdot s^2 + d \cdot s^3) \cdot f_{ct,fl}$
	IV. Показни	кові і	експоненційні залежності
30.	Glanville W. H. [229]	1930	$(-)$ $-\alpha \cdot \pi \cdot d_{x} (l-x)$
	Столяров Я. В. [120]	1941	$\tau(x) = \tau_0 \cdot e^{-\alpha x \cdot a_s(x-x)}$
31.	Hawkes J. M. et al. [238]	1951	$\tau = \tau_{\max} \cdot e^{-4 \cdot \frac{A}{d_m} \cdot x}$, де $A \approx 0, 7$
32.	Guyon Y. [232]	1951	$\tau(x) = \tau_{\max} \cdot e^{-\frac{x}{\lambda_1}}$, де $\lambda_1 = \sqrt{E_s \cdot A_s / K}$
33.	Paettie K. R. et al. [305]	1956	$\tau = \tau_{\max} \cdot e^{-K \cdot l_c}$
34.	Muguruma H. et al. [289]	1967	$\tau_b = \overline{\tau_{b,\max} \cdot \exp\left[\frac{\ln\{(\exp-1)S / S_{\max} + 1\}}{(\exp-1)S / S_{\max} + 1}\right]}$

1	2	3	4
35.	Yankelevsky D. Z. [364]	1985	B A
	Naaman A. E. et al. [293]	1989	$\tau_b = -\frac{\rho}{\pi \cdot d} \cdot \frac{A_c}{A_c + n \cdot A_s} \cdot F_0 \cdot e^{-\beta \cdot x}$
36.	Cosenza E. et al. [193]	1995	$\begin{pmatrix} & & r \end{pmatrix} \beta$
	Malvar L. J. [278]	1995	$\tau_b = \tau_{\max} \left(1 - e^{-s/s^2} \right)^2$
37.	Ikki N. et al. [245]	1996	$\tau_b = k_{sf} \cdot k_d \cdot 0.9 f_c^{2/3} \cdot \left\{ 1 - exp \left[-40 \left(\frac{S}{d_s} \right)^{0.6} \right] \right\};$
			$\tau_{b} = k \cdot f_{c}^{2/3} \cdot \left\{ 1 - exp \left[-4500 \cdot \left(\frac{S}{d_{s}} \right)^{1,45} \right] \right\}^{0,5} \times$
\sim	ЛЛЛ Наг	ціон	$\times exp\left[-5 \cdot \left(\frac{S}{d_s}\right) + 5,5 f_R^{0,9}\right] \in PCUTET$
\sim	V. Дробов	і та л	огарифмічні залежності 🛛 🗖 🖉
38.	Холмянский М. М.	1981	$\tau_{h} = B \frac{ln(1 + \alpha \cdot s)}{l}, \text{де} B = e \cdot \tau_{\text{max}},$
	[132]		$1 + \alpha \cdot s$ $\alpha = (e - 1)/s$
39	Лиаковский В Г и лр	1982	(1-1/b)
	[46]	1702	$\tau_{b} = a \cdot \frac{\varepsilon_{g}}{\varepsilon_{0}} \cdot \left(ln \frac{\varepsilon_{0}}{\varepsilon_{g}} \right)$
40.	Shima H. et al. [340]	1987	$\tau_{\cdot} = \frac{0.73 \cdot (ln(1+5 \cdot s))^3}{(ln(1+5 \cdot s))^3} \cdot f$
	Okamura H. et al. [301]	1991	$1 + \varepsilon_s \cdot 10^5$ J c
41.	Shima H. et al. [340]	1987	$\tau_{b} = \frac{E_{s}\varepsilon_{s}}{8\cdot(1+3500\varepsilon_{s})}\cdot\left(\frac{f_{c}}{20}\right)^{2/3}$
42.	Malvar L. J. [278]	1995	$\tau_b = \tau_{\max} \frac{F \cdot \frac{s}{s_m} + (G - 1) \cdot \left(\frac{s}{s_m}\right)^2}{1 + (F - 2) \cdot \frac{s}{s_m} + G \cdot \left(\frac{s}{s_m}\right)^2}$
43.	Balazs G. L. [164]	2007	$\tau_b = \tau_{\max} \frac{2 \cdot s_{\max} \cdot s}{s_{\max}^2 + s^2}$

1	2	3	4				
	VI. Тригонометричні залежності						
44.	Brice M. Z. P. [177]	1949	$\tau(x) = C \cdot sh(\lambda_1 x)$				
45.	Kuuskoski V. [259]	1950	$\tau(x) = \frac{\tau_{\max}}{2} \cdot (1 + \sin \frac{3\pi x}{l})$				
46.	Бабаян А. А. [8]	1952	$\tau(x) = a \cdot sh Bx \cdot (\sigma_o - b \cdot sh Bx)$				
47.	Rehm G. [312]	1957	$\tau(x) = C_1 ch(Kx) + C_2 sh(Kx)$				
48.	Muttoni A. [292]	1996	$\left[\bigotimes_{s} (\sin \alpha_{f} - \sin \alpha_{0}) \right] + \right]$				
			$\tau = \sigma_{\rm c} \frac{r}{\varnothing_{\rm s} l} \left\{ + \left[\frac{r}{2} (\cos(2\alpha_0) - \cos(2\alpha_f)) \right] \right\}$				
	V	II. Лін	ійні залежності				
49.	Glanville W. H. [229]	1930	альний університет				
\wedge	Столяров Я. В. [120]	1941	го госполарства				
	Дмитриев С. А. [47]	1955	$\tau(x) = -\frac{d_{cp}}{A} \cdot \frac{d\sigma(x)}{dx}$				
	Гараи Т. [34]	1959	родокористування				
	Мулин Н. М. [87]	1974					
50.	Кузнецов А. Н. [77]	1940	$\tau(x) = K \cdot g(x)$ – склеювання;				
			$\tau(x) = \tau_0 \pm K_1 \cdot \sigma(x)$ – тертя				
51.	Столяров Я. В. [120]	1941	$\tau(x) = \tau_0 \pm \alpha \cdot \sigma_s$				
52.	Оатул А. А. [94]	1967	$\tau_b = A(x) \cdot g$				
53.	Тевелев Ю. А. [121]	1968	$\tau_{g}(x) = G_{s} \cdot (\varepsilon_{g}(x) - 2 \cdot \varepsilon_{g,m} \cdot x / l_{crc})$				
54.	Никитин В. Л. [92]	1969	$\tau_b = K \cdot \varepsilon_g$, де $\varepsilon_g = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)$				
55.	Nilson A. H. [296]	1972	$\tau_b = 3100 \cdot (1,43 \cdot c + 1,5) \cdot s \cdot f_c$				
56.	Волков Ю. А. [33]	1978	$\tau_g(x) = G_s \cdot (\varepsilon_g(x) - \varepsilon_{g,m})$				
57.	De Groot A. K. et al.	1981	7 – 0 7 – 0 7				
	[198]		$u_b = c_\tau \cdot g - c_r \cdot \sigma_r$				
58.	Gambarova P. G. [224]	1989	$\tau(x) = \tau_0 + (2/\pi) \cdot K_t \cdot \sigma_c$				
		V	/ПП. Інші				

Продовження таблиці А.2

1	2	3	4
59.	Lundgren K. et al. [269]	2000	$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \tau_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & \frac{ g }{g} \\ 0 & D_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g_r \\ g \end{bmatrix}$

Таблиця А.3 – Аналітичні залежності з визначення граничних напружень

зчеплення арматури з бетоном

N⁰		D.	
3/П	Автор	Рік	Бид залежності $i_{b \max, u}$
1	2	3	4
1			T
	І. Від мії	цності	бетону на стиск
1.	Nilson A. H. [296]	1972	$\tau_{b\max,u} = (1,43 \cdot c + 1,5) \cdot f_c,$
\sim	∕∕∕∕ Водн	ЮГО	де f_c в psi, c в in
2.	Orangun C. O. et al. [303]	1977	$\tau_{b \max, u} = 0,083045 \cdot (1, 2 + 3 \cdot c / d_b + 50 \times d_b / L_d) \sqrt{f_c}$
3.	Kemp E. L. et al. [250]	1979	$\tau_{\max} = (K_1 + K_2 \cdot c / d_b) \cdot \sqrt{f_c}$
4.	Hawkins N. et al. [239]	1982	$\tau_{b\max\mu} = 190 \left(\frac{f_c - 16}{300}\right)^{\frac{2}{3}} + \frac{1,25 \cdot (32800 - d_b^3)}{f_c \cdot d_b^{3/2}}$
			де f_c в psi, d_b в in
5.	Reynolds G. C. et al. [315]	1982	$\tau_{b\max,u} = K_1 \cdot (0.5 + c/d_b) \cdot \sqrt{f_c}$
6.	Eligehausen R. et al. [206]	1983	$\tau_{b\max,u} = 13.5 \cdot (f_{cm})^{\beta};$
			$\tau_{b\max,u} = (0,36 \cdot c / \varnothing_s + 1,28) \cdot \sqrt{f_c}$
7.	Shima H. et al.[338; 339]	1987	
	Bigaj A. J. [171]	1995	$\tau_{b\max,u} = 1, 1 \cdot f_c^{2/3}$
	Ruiz M. R. et al. [326]	2005	
8.	Darwin D. et al. [196]	1992	$\tau_{b \max \mu} = 0,083045 \cdot ((1,06+2,12 \cdot c/d_b) \times$
			$\times (0.92 + 0.08C_{\text{max}} / C_{\text{min}}) + 75 \cdot d_b / L_d) \sqrt{f_c}$



1	2	3	4
9.	CEB-FIP MC 1990 [188]	1993	$\tau_{b\max,u} = k \cdot \sqrt{f_{ck}}$, де $k = 12,5$
10.	Sigrist V. [341]	1995	$\tau_{b\max,u} = 0.6 \cdot f_c^{2/3}$
11.	Huang Z. et al. [243]	1996	$\tau_{b\max,u} = 0,45 \cdot f_{cm}$
12.	Ehsani M. R. et al. [203]	1996	-147 f d $(zzz zozinem)$
	Okelo R. et al. [302]	2005	$\tau_{b \max, u} = 14, / \cdot \sqrt{J_c} / a_b$ (для полтмеру)
13.	Schenkel M. [330]	1998	$\tau_{b\max,u} = 1.5 \cdot f_c^{2/3}$
14.	Laurencet P. [262]	1999	$\tau_{b\max,u} = f_c^{2/3}$
15.	AS 3600-2001 [158]	2001	$\tau_{b \max, u} = 0,265 \cdot (0,5 + c/d_b) \sqrt{f_c}$
16.	ACI 408R – 03 [149]	2003	$ au_{b \max, u} = 20, 23 \cdot \sqrt{f_c} / d_b$ (для сталі)
17.	Harajli M. H. et al. [235]	2004	$\tau_{b \max,\mu} = 2,57 \cdot \sqrt{f_c}$
18.	Jungwirth J. et al. [249]	2004	$\tau_{b\max,u} = 1.8 \cdot f_c^{2/3}$
19.	BS-8110-1:1997 [183]	2005	$\tau_{b\max,u} = \beta \cdot \sqrt{f_c}$
20.	Lettow S. [263]	2006	$\tau_{b\max,u} = 20 \cdot f_R^{0,8} \cdot \sqrt{f_{cm}}$
21.	Hadi M. N. S. [233]	2008	$\tau_{b \max, u} = 0,083045 \cdot (22, 8 - 0,208 \cdot c / d_b - 0)$
			$-38,212 \times d_b / L_d) \sqrt{f_c}$
22.	CEB-FIP MC 2010 [189]	2012	$\tau_{b\max,u} = A \cdot \sqrt{f_{cm}}$ – висмикування;
			$\tau_{b\max,\mu} = A \cdot (f_{cm} / 25)^{0,25}$ – розколювання
23.	Diab A. M. [200]	2014	$\tau_{b\max,u} = (0,1377 + 0,1539 \cdot c / d_b + $
			$+2,673 \cdot d_b / L_d + 1,053 \cdot h_r / s_r) \sqrt{f_c}$
	II. Від мі	цност	і бетону на розтяг
24.	Tepfers R. [344; 345]	1973,	$\tau_{b,e} = 0,6 \cdot (0,5 + c/d_b) \cdot f_{ct}$ - пружна,
		1979	$\tau_{b,pl} = 2 \cdot c / d_b \cdot f_{cl}$ - пластична стадія

Продовження таблиці А.3

1	2	3	4			
25.	Malvar L. J. [278]	1995	$\frac{-C \cdot \sigma}{f_{t}} > c$			
			$\tau_{b\max,u} = \mathbf{A} + \mathbf{B} \cdot (\mathbf{I} - e^{-g_t}) \cdot f_t$			
26.	Esfahani M. R.,	1998	$\tau_{a} = 8.6 \cdot \frac{c/(d_b + 0.5)}{c} \cdot f$			
	Rangan B. V. [211]		$c/(d_b + 5,5)$			
27.	Трофимов А. В. [126]	2012	$\tau_{b\max,u} = 2 \cdot R_{bt,ser} / ctg\alpha_o$			
28.	СП 63.13330.2012 [119]	2013	$\tau_{\cdot} = 2 \cdot R_{\cdot} = 45 \cdot R_{\cdot}$			
	Иваненко А. Н. [52]	2015	b max, u - r bond is r bt			
	III. Від міцності бетону на стиск і розтяг					
29.	Астрова Т. И.[4]	1965	$l R (R)^{0,3}$			
			$\tau_{_{MAKC}}^{on} = \beta_{_{CK}} \frac{1}{d_{_{CP}}} \cdot \frac{1}{1 + \lambda \cdot l} \cdot \left(\frac{1}{R_o}\right) ;$			
\sim	🔨 Наці	она				
\wedge	∕∕∕ водн	юго	$\tau_{Makc}^{pasp} = \beta_{pasp} \frac{l \cdot K}{d_{cp}} \cdot \left(\frac{K}{R_o}\right) , \ R = \sqrt{R_{np}^{H} \cdot R_p^{H}}$			
30.	Hassan T. et al. [237]	2004	$\tau_{b\max,u} = f_c \cdot f_{ct} / (f_c + f_{ct})$			
	IV. Від напружень в арматурі					
31.	Abrams D. A. [145]	1925	$\tau_{b\max,u} = \tau_o \pm 0,00325 \cdot d_s \cdot \sigma_{\max}$			
32.	Malvar L. J. et al. [278]	1995	$\tau_{b\max,u} = \mathbf{A} \cdot f_t + \mathbf{B} \cdot \boldsymbol{\sigma}_{s,\max}$			
33.	Холмянский М. М. [132]	1981	$\int \frac{1}{\alpha} \ln(1 + \alpha \cdot \delta_0)$			
	Бабич Є. М. та ін. [9],	2011,	$\iota_{b \max, u} = \rho \frac{1}{1 + \alpha \cdot \delta_0}, \mu \in \mathcal{S}_0$			
	[10]	2017	$\beta = f(\lambda, f_{ck}), \alpha = f(\lambda, f_{ck})$			

Таблиця А.4 – Аналітичні залежності з визначення середніх напружень

<u> </u>	••••••••
зчеплення арматури з бетоном у гра	ничний стали
s tensiennin upmur yph s eerenem y i pe	

№ 3/П	Автор	Рік	Вид залежності $\tau_{bmu} = f_{bd}$		
1	2	3	4		
I. Від напружень в арматурі					
1.	Bach C., Graf O. [161]	1910	$f_{bd} = A_s \cdot \sigma_{\max} / (\pi \cdot \emptyset_s \cdot l)$		

1	2	3	4
1.	Фрайфельд С. Е. [128]	1941	
	Столяров Я. В. [120]	1941	
	Brice M. Z. P. [178]	1952	$f_{bd} = \frac{A_s \cdot \sigma_{\max}}{\pi \cdot \alpha_{max}}$
	Watstein D. [355]	1974	$n \cdot \omega_s \cdot \iota$
	Бабич Є. М. та ін. [9]	2011	
	II. Від мі	іцност	гі бетону на розтяг
2.	CEB-FIP MC 90 [188]	1993	f m m m f
	СНБ 5.03.01-02 [118]	2003	$J_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot J_{ctd}$
3.	Harajli M. H. et al. [236]	1995	$f_{bd} = 2,5 \cdot f_{ctk;0,05} / \gamma_c$
4.	Eurocode-2 [210]	2004	
\sim	ДСТУ Б В.2.6-156:2010	2011	$f_{hd} = 2.25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{atd}$
\sim	[49] ВОД	НОГ	огосподарства
5.	DIN 1045-1 [201]	2008	$f_{bd} = 2,25 \cdot f_{ctk;0,05} / \gamma_c$
6.	Цыба О.О. [137]	2011	
	Кочкарьов Д. В. [74]	2014	$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk}$
	Ромашко В. М. [106]	2016	
	III. Від м	ліцнос	сті бетону на стиск
7.	BS-8110-1:1997 [183]	2005	$f_{bd} = 0.4 \cdot \sqrt{f_c}$
8.	ACI 318M-08 [148]	2008	$f = \frac{1}{1} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_{cm}} (c + k_{tr}) / \emptyset$
			$\int bd = \frac{4 \cdot \psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s}{4 \cdot \psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s}$
9.	Клімов Ю.А. [142]	2009	$f_{bd} = k \cdot f_r \cdot f_{ck}$
10.	Бабич Є.М. та ін. [9],	2011,	$f - k \cdot f$
	[10]	2017	$J bd = \kappa J cm, prism$
11.	CEB-FIP MC 2010 [189]	2012	$f_{bd,0} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot (f_{ck} / 25)^{0.5} / \gamma_c$
12.	Hong S. et al. [241]	2012	$f_{bd} = 0,28 \cdot f_c^{2/3} \le 3,2$ MPa

Додаток Б

До розвитку загальної теорії тріщиностійкості залізобетонних

елементів конструкцій

Таблиця Б.1 – Функції з визначення кроку нормальних тріщин в

залізобетонних елементах

N⁰	Apton	Pir	Вил залежності для визначення с		
3/П	лыюр	1 IK	S_r		
1	2	3	4		
	1. За однор	івнево	го утворення тріщин		
	1.1. Функції, залеж	кні від	міцності стиснутого бетону		
1.	Saliger R. [328], [329]	1936, 1947	$s_{r,m} = 0.157 \cdot \emptyset_s \cdot f_{cm} / (4 \cdot \rho_s \cdot \tau_{bm})$		
2.	Watstein D., Parsons D. E. [357]	1943	$s_{r,m} = k_1 \cdot f_{cm} \cdot \mathcal{O}_s / (\tau_{b,\max} \cdot \rho_s)$		
3.	Кочкарьов Д. В.,	2011	$(\sigma_{s,i} - \sigma_{s,i+1}) \cdot f_{vd} \cdot \emptyset_s$		
\sim	Бабич В. І. [71] ВОД	НОГ	$s_{ro} = \frac{4 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \sigma_{s,i}}{4 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \sigma_{s,i}}$		
	1.2. Функції, залеж	ні від м	ліцності розтягнутого бетону		
4.	Desayi P., Kulkarni A. B.	1976	$k_t \cdot f_{ct.} A_{ct.x}$		
	[199]		$s_{m,x} = \frac{1}{\pi \cdot d_{bx} \cdot k_b \cdot \tau_t / s_x + d_{by} \cdot f_{bd} / s_y}$		
5.	Noakowski P. [299]	1985	$s_{rm} = 3.1 \cdot k \cdot \left(\frac{(0.22 \cdot f_{ctm} / \varphi)^{0.88}}{f_{ctm}^{0.66}} \cdot \emptyset_{s}\right)^{0.89}$		
6.	Dawood N., Marzouk H. [197]	2010	$s_{mx} = \frac{k_t \cdot f_{ctm} \cdot A_{ct,x} - 0,67 \cdot d_{by} \cdot f_{ctm}}{1}$		
	Rizk E., Marzouk H.[318]	2010	$2 \cdot \pi \cdot d_{bx} \cdot \tau_{tp} \cdot n_x / 3$		
7.	Shalmani A. Z. [335]	2011	$s_{\max,x} = 2 \cdot s_{\min,x}$		
			$s_{\min,x} = \frac{d_{t,efx} \cdot s_x}{\alpha_{sp} \cdot \beta_b \cdot \tau_{tpx} \cdot \pi \cdot d_{bx}} (f_{ctm} - \sigma_{csx})$		
	1.3. Функції, залежні від характеристик арматури				
8.	Мурашев В. І. [88]	1950	$(\sigma_{s,crc} - \overline{2 \cdot \alpha_s \cdot f_{ct,k}}) \cdot A_s$		
	Молодченко Г. А. [85]	1972	$S_{ro} =$		
9.	Немировский Я. М. [91]	1969	$s_{ro} = 2 \cdot (\sigma_s - \sigma_{s1}) \cdot A_s / (\tau_m \cdot u)$		
10.	Голишев А. Б. и др. [78]	1987	$s_{r,m} = 2/B_s \cdot (4,6-13,5 \cdot \theta_s / (2+\theta_s)),$		
			$\text{de } B_s = u_s \cdot G_{qs} / (A_s \cdot E_s \cdot \varphi_s)$		

1	2	3	4		
11.	Jankó L. [247]	1994	$s_{r,m} = \sigma_{s2} \cdot \emptyset_s / (2 \cdot \alpha \cdot \sigma_{c1})$		
12.	Bernardi S., Mesureur B.,	1999	$s_{r,m} = 2 \cdot (d + Ach^{-l} \sqrt{\sigma_s / (\sigma_s - (f_{ctm} / \rho_{ef}))})$		
	Rivillon P. [169]				
13.	Кочкарьов Д. В.,	2011	$(\sigma_{s,i} - \sigma_{s,i+1}) \cdot f_{yd} \cdot \emptyset_s$		
	Бабич В. І. [71]		$s_{ri} = \frac{1}{4 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \sigma_{s,i}}$		
	2. За багатој	рівнево	ого утворення тріщин		
		2.1. C	прощені		
14.	Alvarez M.[152]	1998	$s_{r,\min} = f_{ct} \cdot \mathcal{O}_s(1-\rho)/(4 \cdot \tau_{b0} \cdot \rho);$		
			$s_{r,\max} = 2 \cdot s_{r,\min}$		
15.	Borosnyoi A. and Balazs	2005	$s_{r0} = f_{ctm} \cdot \emptyset_s / (4 \cdot \tau_{bm} \cdot \rho_{ef}), s_{r1} = s_{r0} / 2$		
	G. L. [175]				
16.	Chan Simon H.C.[186]	2012	$s_{r0} = f_{ct} \cdot \mathcal{O}_s / (4 \cdot \beta \cdot \tau_{b,\max} \cdot \rho), \ s_{r1} = s_{r0} / 2$		
\wedge	2.2. На основі лінійної залежності $ au_{bm} = f(\sigma_{si})$				
17.	Кочкарьов Д. В. [73]	2018	$s_{ri} = (\sigma_{s,2i} - \sigma_{s,wi}) \cdot A_s / (u \cdot \tau_{m,i})$		
2.3. На основі «двоконсольного» елемента					
18.	Колчунов В.И. и. др.[66]	2009	$s_{ro} = 2(t_* - \ln B_{*,4} / B_*),$		
	Яковенко І. А. [144]	2018	$\exists e \ B_* = S_s \cdot G / (K \cdot A_s E_s)$		

Таблиця Б.2 – Залежності з розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах

№ 3/П	Автор	Рік	Вид залежності для визначення w_k		
1	2	3	4		
	1. За накопиченням взаємних зсувів бетону і арматури				
	1.1. За параметрами неоднорідного зсуву				
1.	Saliger R. [329]	1936	v		
	Thomas F.G. [347]	1936	$w_k = \int (\varepsilon_{sy} - \varepsilon_{cty}) dy$		
	Колчунов В. І. [24]	2004	0		
2.	Кочкарьов Д. В. [73]	2018	$w_{km} = \sum_{i=1}^{n} w_{wi} + w_{kn}$		

1	2	3	4			
3.	Яковенко І. А. [144]	2018	$w_{\pm} = -\frac{2\Delta T}{2} - \frac{2B_{a,2}}{2} - \frac{2B_{2,*}}{2} \times$			
			$G = B_* = B_*$			
			$\times ln \left(1 + \frac{B_{a,2} \cdot A_{sw} E_{sw}}{2} \right)$			
			$\left(\begin{array}{c} q_{sw} S_{sw} + B_{a,1} \cdot A_{sw} E_{sw} \end{array} \right)$			
	1.2. 3a ocepe	цненим	и параметрами зсуву			
4.	Голишев А. Б. и др. [78]	1987	$w_{k} = \frac{2 \cdot \sigma_{s2}}{(1.15 - 125)},$			
			$E_{s} \cdot B_{s} (0,5 \cdot B_{s} \cdot s_{r,m} + 3,12)^{4}$			
			де $B_s = u_s \cdot G_{qs} / (A_s \cdot E_s \cdot \varphi_s)$			
5.	Padmarajaiah S. K.,	2001	$w = \frac{D-x}{1-x} \cdot \frac{4 \cdot A_{ef} \cdot k_t \cdot \sigma_t}{1-x} \cdot \frac{f_s}{1-x}$			
	Ramaswamy A. [304]		$w_k = \frac{1}{d-x} \cdot \frac{1}{k_b} \cdot f_{bu} \cdot \Sigma(\pi \cdot d) \cdot E_s$			
6.	Shalmani A. Z. [335]	2011	$w_{k,x} = \beta_{gx} \cdot s_{\max,x} \cdot (\varepsilon_{sm,x} - \varepsilon_{cm,x} - \varepsilon_{cs})$			
7.	Chan Simon H.C. [186]	2012	$w_{\max} = f_{ct} \cdot \emptyset_s \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) / (2 \cdot \beta \cdot \tau_{\max} \cdot \rho)$			
\sim	2. За різницею видовжень розтягнутого бетону і арматури					
	2.1. За безп	осеред	німи видовженнями			
8.	Кузнецов А. Н. [77]	1940	одокористування			
	Оатул О. О. [94]	1967				
	Молодченко Г. А. [85]	1972				
	Городецкий Л. М. [41]	1973	$w_{r} = 2 \int_{\varepsilon}^{0.5s_{r0}} \varepsilon(v) dv \simeq s \circ (\varepsilon - \varepsilon)$			
	Голишев О. Б. і ін. [98]	1985	$\int_{0}^{\infty} \sigma_{\tau}(y) dy = \sigma_{r} 0 (\sigma_{sm} - \sigma_{ctm})$			
	Карпенко Н. И. [57]	1996				
	Borosnyoi A. and Balazs	2005				
	G. L. [175]					
9.	Watstein D.,	1943	$w_{k} = \frac{k_{1} \cdot f_{cm}}{\cdots} \cdot \frac{\varnothing_{s}}{\cdots} \cdot \left(\frac{\sigma_{s2}}{\cdots} - \frac{k_{2} \cdot f_{cm}}{\cdots} \left(\frac{1}{\cdots} + \alpha_{s}\right)\right)$			
	Parsons D. E. [357]		$\overset{\kappa}{=} \tau_{b,\max} \ \rho_s \ E_s \ E_s \ \rho_s$			
10.	Saliger R. [328]	1947	$w_{k} = 2 \cdot (0.157 \cdot \frac{\emptyset_{s} \cdot f_{cm}}{M}) \times $			
			$4 \cdot \rho_s \cdot \tau_{bm}$			
			$\times \frac{\sigma_{s2} - f_{cm} \cdot (0.05 / \rho_s + 2)}{\Gamma}$			
1 1		1050				
	мурашев В. І. [88]	1950	$w_k = s_{r0} \cdot \sigma_s \cdot \psi_s / E_s$			
	Немировский Я. М. [91]	1969	$\kappa - r 0 - s - r s - s$			

Продовження таблиці Б.2

1	2	3	4		
12.	Chi M., Kirstein A. F. [190]	1958	$w_{k} = \frac{5 \cdot \tau \cdot \emptyset_{s}}{E_{s}} \cdot (\sigma_{s} - \frac{438}{\tau \cdot \emptyset_{s}})$		
13.	Noakowski P. [299]	1985	$w_{k} = 1,5 \cdot k \cdot 3,1 \cdot \left[\frac{(0,22 \cdot f_{ctm} / \rho)^{0,88}}{f_{ctm}^{0,66}} \varnothing_{s} \right]^{0,89} \times (\sigma_{s2} - 0,56 \cdot k \cdot 0,22 \cdot f_{ctm} / \rho) / E_{s}$		
14.	Eurocode-2 [210]	2004	$f_{ct,eff} (1 + \alpha - 2)$		
	ДСТУ Б В.2.6-156:2010	2011	$O_s - \kappa_t \frac{\rho_{p,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})$		
	[49]		$W_k = S_{r,\max} - E_s$		
	2.2. За опосередкованими параметрами видовження				
15.	Jankó L. [247]	1994	$\sigma_{s2}^2 \cdot \emptyset_s \begin{pmatrix} k \cdot f_{ctd} \end{pmatrix}$		
		іона	$W_{k} = \frac{1}{2 \cdot k \cdot \sigma_{ct,i} \cdot E_{s}} \cdot \left(1 - \frac{1}{3 \cdot \sigma_{ct,i}}\right)$		
16.	Quyang C.,	1994	$\begin{bmatrix} F(1-\alpha)/(F+\alpha), a^{\xi N} \end{pmatrix} + 1 \end{bmatrix} = -n$		
\sim	Shah S. P. [350]	НОГ	$w_k = \mathcal{O}_s \frac{\mu_c (1-p)/(\mu_s \cdot p \cdot e^{-\gamma + 1}) \cdot e_{cm} - \eta}{1 N d / l},$		
	Shah S. P., Swartz S. E.,	1995	$\frac{1 - 1 \cdot u / i - \eta \cdot u / W_c}{1 - 0 \cdot f / (F - 0) + f / F}$		
\sim	Quyang C. [334]	рир	$ \mathcal{L} = (I - \rho) \cdot J_{ct} / (E_s \cdot \rho) + J_{ct} / E_c $		

Додаток В

Алгоритми розрахунку залізобетонних елементів

Додаток В.1 – Алгоритм розрахунку несучої здатності згинальних

залізобетонних елементів в нормальних перерізах



Додаток В.2 – Алгоритм розрахунку утворення нормальних тріщин в згинальних залізобетонних елементах

$$\begin{array}{|c||| \\ \hline \\ 1 \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \\ \hline \\ \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \\ \hline \\ \hline \\ \\ \hline \\ \\ \hline \\ \hline \\ \\ \hline \\ \\ \hline \\ \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \\ \hline \\ \hline \\ \\ \hline \\ \\ \hline \\ \hline \\ \hline \\ \\ \hline \\ \hline \\ \\ \hline $

Додаток В.3 – Алгоритм розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин в згинальних залізобетонних елементах





Додаток В.4 – Алгоритм розрахунку залишкового ресурсу залізобетонних

елементів



Національний університет водного господарства та природокористування

Додаток Г

Впровадження результатів досліджень

20 7

Nº 72

На №____ від_____

ЗАТВЕРДЖУЮ:



ДОВІДКА ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАУКОВИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Результати дисертаційної роботи "Опір залізобетонних елементів багаторівневому утворенню нормальних тріщин" здобувача старшого викладача кафедри основ архітектурного проектування,конструювання та графіки Національного університету водного господарства та природокористування(м.Рівне) Ромашко-Майструк (Ромашко) Олени Василівни були використані при розрахунку несучих конструкцій залізобетонних перекриттів наступних об'єктів:

№13.2308.19 "Робочий проект релігійно просвітницького центру церкви"КОВЧЕГ" в м.Лубни Полтавської області.(2019р.) №40.2335.19"Робочий проект добудови ТРЦ"Чайка" в м.Рівне.(2019р)



Б.Ю.Чернецький

Національний уніве
 водного господарсті
 та природокористув

Продовження додатку Г

МІНІСТЕРСТВО РЕГІОНАЛЬНОГО РОЗВИТКУ **БУДІВНИЦТВА ТА ЖИТЛОВО-КОМУНАЛЬНОГО ГОСПОДАРСТВА УКРАЇНИ** ΡΙΒΗΕΗСЬΚΑ ΦΙΛΙЯ УКРАІНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ НАУКОВО-ДОСЛІДНИЙ ІНСТИТУТ ПРОЕКТУВАННЯ МІСТ ІМЕНІ Ю.М.БІЛОКОНЯ dipromisto.gov.ua тел. факс.(0362) 62-08-63 вул.16 Липня, 38 Код ЄДРПОУ 02498085 р/р UA213333680000026002301564289 в Філія - Рівненське факс.(0362) 63-30-91 м. Рівне 33028 e-mail: dipromisto-rivne@ukr.net обласне управління АТ «Ощадбанк», МФО 333368 Україна Від 20 січня 2020 р. №_ 05 Ha № від

Національний університет водного господарства та природокористування довідка про впровадження результатів наукових досліджень

Результати дисертаційної роботи «Опір залізобетонних елементів багаторівневому утворенню нормальних тріщин» старшого викладача кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне) Ромашко-Майструк Олени Василівни були використані при розрахунку несучих конструкцій залізобетонних перекриттів при проектуванні кварталу житлової та громадської забудови по вул. Костромська-Гагаріна в м. Рівне (II черга).



Р.І. Семенченко



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ БУДІВНИЦТВА І АРХІТЕКТУРИ

Повітрофлотський пр. 31, м. Київ-37, 03037, тел. (044)241-55-80, факс (044) 248-32-65 E-mail: knuba_admin@ukr.net, Web: http:// www.knuba.edu.ua, код ЄДРПОУ 02070909

12. 02. 20 № <u>14-1.9/266</u>

На №______від_____

ДОВІДКА

про впровадження результатів дисертаційної роботи Ромашко-Майструк Олени Василівни за темою «Опір залізобетонних елементів багаторівневому утворенню нормальних тріщин» у навчальному процесі Київського національного університету будівництва і архітектури

Результати дисертаційної роботи Ромашко-Майструк О.В. на тему «Опір залізобетонних елементів багаторівневому утворенню нормальних тріщин» використані у навчальному процесі на кафедрі залізобетонних та кам'яних конструкцій Київського національного університету будівництва і архітектури при вивченні дисципліни «Спеціальні залізобетонні конструкції будівель і споруд» для студентів, що навчаються за спеціалізацією «Промислове та цивільне будівництво», а також при виконанні магістерських робіт.

Довідка надана для представлення до спеціалізованої вченої ради за місцем захисту дисертації Ромашко-Майструк О.В. на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук.

Проректор з наукової роботи КНУБА, д.т.н., професор В.О.Плоский



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ

вул. Соборна, 11, м. Рівне, 33028, тел. (0362)63-30-98, факс (0362) 63-32-09, mail@nuwm.edu.ua

Bia 03.02.2020 № 011/6 Ha № від

ДОВІДКА

про використання в навчальному процесі Національного університету водного господарства та природокористування (м. Рівне) результатів досліджень і розробок, одержаних при виконанні дисертаційної роботи Ромашко-Майструк Олени Василівни за темою «Опір залізобетонних елементів багаторівневому утворенню нормальних тріщин» на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Використані у навчальному процесі науково-методичні розробки та результати проведених наукових досліджень старшого викладача кафедри архітектурного проектування, конструювання основ та графіки Ромашко-Майструк О. В. забезпечують набуття студентами теоретичних знань, сприяють отриманню практичних навичок B проектуванні залізобетонних елементів і конструкцій та використовувались при викладанні дисциплін:

- «Будівельні конструкції» за спеціальністю 192 «Будівництво і цивільна інженерія» (Тема 8. Основні фізико-механічні властивості бетону, арматури та залізобетону: зчеплення арматури з бетоном; Тема 13. Розрахунок залізобетонних елементів за граничними станами другої групи: розрахунок тріщиностійкості);
- «Залізобетонні та кам'яні конструкції» за спеціальністю 192 «Будівництво і цивільна інженерія» спеціалізації «Промислове та цивільне будівництво» (Тема 1. Плоскі залізобетонні перекриття: розрахунок тріщиностійкості балок та плит перекриття).

Проректор з наукової роботи віти і та міжнародних зв'язків НУВГІ NHOILAH

Н.Б. Савіна

Додаток Д

Список опублікованих праць за темою дисертації

У наукових періодичних виданнях іноземних держав та у наукових фахових виданнях України, які включені до міжнародних наукометричних баз:

 Romashko-Maistruk O. V. Fundamentals of the energy model of deformation of reinforced concrete elements and structures. *Science and education a new dimension. Natural and technical science.* 2020. VIII(29), Iss. 238. P.12-15. (Index Copernicus –

https://journals.indexcopernicus.com/search/details?jmlId=24782048&org=Scie nce%20and%20Education%20a%20New%20Dimension,p24782048,3.html DOI: https://doi.org/10.31174/SEND-NT2020-238VIII29-02).

- Romashko O. V. and Romashko V. M. Model of multilevel formation of normal cracks in reinforced concrete elements and structures. *IOP Conf. Ser.: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 708. 012069. (SCOPUS-<u>https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57195068274;</u> DOI: <u>https://doi.org/10.1088/1757-899X/708/1/012069</u>).
- Romashko V., Romashko O. Calculation of the crack resistance of reinforced concrete elements with allowance for the levels of normal crack formation. *MATEC Web of Conf.* 2018. Vol. 230. 02028. (SCOPUS-<u>https://www.scopus.com/authid/detail.uri?authorId=57195068274;</u> DOI: <u>https://doi.org/10.1051/matecconf/201823002028</u>).
- 4. Ромашко-Майструк О. В. Дослідження рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах. *Наук.-техн. зб. «Комунальне господарство міст»*. 2020. Вип. 4(157). С. 18-24. (Index Copernicus-

https://journals.indexcopernicus.com/search/journal/issue?issueId=196076&jou rnalId=49313; DOI: https://doi.org/10.33042/2522-1809-2020-4-157-18-24).

5. Ромашко-Майструк О. В. Моделювання зчеплення арматури з бетоном в залізобетонних елементах. *Зб. наук. праць УкрДУЗТ.* 2020. Вип. 190. С. 35-

41. (Index Copernicus-

https://journals.indexcopernicus.com/search/details?id=16665;

DOI: <u>https://doi.org/10.18664/1994-7852.190.2020.213925</u>).

6. Ромашко О. В., Ромашко В. М. Розрахунок енергетичного ресурсу залізобетонних елементів і конструкцій. Зб. наук. праць УкрДУЗТ. 2019. Вип. 186. С. 23-30. (Index Copernicus-

https://journals.indexcopernicus.com/search/details?id=16665; DOI: https://doi.org/10.18664/1994-7852.186.2019.186169).

 Ромашко О. В., Ромашко В. М. Щодо оцінювання зчеплення арматури з бетоном. Зб. наук. праць УкрДУЗТ. 2018. Вип. 179. С. 92-99. ((Index Copernicus- <u>https://journals.indexcopernicus.com/search/details?id=16665;</u>

DOI: <u>https://doi.org/10.18664/1994-7852.179.2018.147756</u>).

у наукових фахових виданнях України:

- Журавський О., Ромашко-Майструк О. Експериментальні дослідження багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах. *Будівельні конструкції: теорія і практика*. 2019. Вип. 4. С. 28-38. (DOI: <u>https://doi.org/10.32347/2522-4182.4.2019.28-38</u>).
- Ромашко-Майструк О. В. Загальна методика розрахунку багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць.* 2020. Вип. 38. С. 339-346.
- 10.Ромашко О. В., Ромашко В. М., Журавський О. Д. Узагальнена модель зчеплення арматури з бетоном. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць.* 2019. Вип. 37. С. 214-221. (<u>http://bud.nuwm.edu.ua/index.php/budres/article/view/319</u>)
Додаток Е

Відомості про апробацію результатів дисертації

 VII-а міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті» (14-16 листопада 2018, м. Харків).

http://conf.kart.edu.ua/images/stories/konf-1/pdf/Theses_2018.pdf

- III-я міжнародна конференція «Експлуатація та реконструкція будівель і споруд» (26-28 вересня 2019, м. Одеса). https://nubip.edu.ua/sites/default/files/programa konf ekspl ta rekonstr 2019 1.pdf
- 3. VIII-а міжнародна науково-технічна конференція «Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті»
- (20-22 листопада 2019, м. Харків). http://conf.kart.edu.ua/images/stories/konf-1/pdf/Theses 2019 part2.pdf
- VII-а міжнародна науково-практична конференція «Актуальні проблеми інженерної механіки» (12-15 травня 2020, м. Одеса).
 <u>https://drive.google.com/file/d/1RIruKchAIDCfvCfEtoi33HkeKcIpoLSx/view</u>
- 5. 3-я міжнародна науково-технічна конференція «Ефективні технології і конструкції в будівництві та архітектура села» (26-27 травня 2020, м. Львів).

http://www.lnau.edu.ua/lnau/attachments/6323_%D0%A2%D0%B5%D0%B7 %D0%B8.pdf