

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та природокористування

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Поплавський Дмитро Михайлович

УДК 532.593:532.574

ДИСЕРТАЦІЯ

УДОСКОНАЛЕННЯ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ
КНОЇДАЛЬНИХ ХВИЛЬ З ВРАХУВАННЯМ НЕГІДРОСТАТИКИ У
ПОЧАТКОВОМУ ПЕРЕРІЗІ ТА ЗАТУХАННЯ ХВИЛЬ ПО ДОВЖИНІ

05.23.16 – гідравліка та інженерна гідрологія

19 – Архітектура та будівництво

Подається на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей,
результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

Д.М. Поплавський

Науковий керівник Рябенко Олександр Антонович, д.т.н., професор

Рівне – 2021

АНОТАЦІЯ

Поплавський Д.М. Удосконалення методів розрахунку параметрів кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики у початковому перерізі та затування хвиль по довжині. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук зі спеціальності 05.23.16 – Гідравліка та інженерна гідрологія. – Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, 2021.

Під час роботи гідротехнічних споруд за певних умов утворюються різноманітні хвильові явища, викликані дією певних сил. Серед таких явищ можна виділити хвилеподібні білякритичні течії. В гідротехнічній практиці серед різних типів цих течій досить часто зустрічаються кноїдальні хвилі.

З практичної точки зору знання основних характеристик цього явища потрібне для надійного управління потоками. Це необхідно для прийняття планових і висотних розмірів відповідних елементів гідротехнічних споруд, визначення відміток низу прогінних балок мостів, верха биків, стоянів, бокових стінок водоскидів, встановлення висотного положення бровок каналів, визначення висоти безнапірних гідротехнічних тунелів, водоводів, галерей, труб різноманітного призначення тощо. Невизначеність умов існування кноїдальних хвиль є причиною того, що можливість виникнення таких хвиль іноді не береться до уваги в процесі проектування різноманітних споруд.

Методи розрахунків кноїдальних хвиль, що використовуються на сьогодні, ще недосконалі, не враховують усіх визначальних факторів, головними з яких є неврахування у явному вигляді негідростатичного розподілу тиску у початковому перерізі, втрат енергії та затування хвиль по довжині розглядуваного явища. Через це проектні рішення, пов'язані з такими хвилями, досить часто виявляються далекими від оптимальних. Внаслідок цього трапляються випадки руйнувань та аварій споруд, що працюють в умовах утворення кноїдальних хвиль. Так, тяжкі руйнування водобою

спостерігалися на водозливній греблі Вако (Техас, США), був підмитий флютбет гребель Крішна і Сарда (Індія), через що остання була зруйнована повністю. Істотні руйнування кріплення нижнього б'єфу та розмиви відвідного русла спостерігалися за регулюючими спорудами осушувальних систем річок Ірпінь, Здвиж, Остер, Іква (Україна).

Під час математичного моделювання кноїдальних хвиль основною проблемою постає побудова профілю вільної поверхні. Для опису профілю вільної поверхні наведеного явища використовуються розв'язки диференціального рівняння Кортвега-де Фріса. Такі розв'язки записуються за допомогою еліптичної функції Якобі амплітуди косинуса $cn(z)$. Під час проведення математичного моделювання задача розрахунків зводиться до визначення основних параметрів кноїдальних хвиль – профілю вільної поверхні, максимальної та другої спряженої глибин, довжини хвилі. Наведені параметри необхідно визначати під час проектування різних типів гідротехнічних споруд, в межах яких утворюються кноїдальні хвилі.

Дослідженням кноїдальних хвиль займалися такі вчені, як Д.Й. Кортвег, Г. де Фріс, Г.Х. Келеган, Г.В. Патерсон, Дж. Б. Келлер, М.О. Лаврентьєв, В.В. Смыслов, О.О. Турсунов, С.М. Сліський, О.А. Рябенко, Р.Л. Вігель, Дж.П. Фентон, Ф. Серр, А.М. Бінні, Дж.С. Оркней, П.О. Девіс, Г. Ламб, В.Х. Хагер, Р. Рікуа, Х. Ракт-Мадукс, В. Літман, Й. Іваса, Дж. М. Уільямс, Ю. Цучія, Т. Ясуда, Дж. Уїзем, М. Хаятдауді, Б. Сейферт, Р.Ч. Эртекін, Х. Шансон, О. Кастро-Оргаз, В.Г. Вереземський, Х. Чен та інші. У своїх роботах вказані вчені описують умови існування, випадки утворення кноїдальних хвиль та наводять теоретичні залежності для визначення основних параметрів наведеного явища.

В дисертаційній роботі висвітлено умови існування та випадки утворення кноїдальних хвиль; здійснено детальний аналіз існуючих методів побудови профілю вільної поверхні вказаного явища; проведено лабораторні дослідження основних параметрів наведених хвиль, визначені експериментальні профілі вільної поверхні та п'єзометричні лінії; досліджено

кінематичну та динамічну структури потоку в характерних перерізах; запропоновано математичний алгоритм розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики в початковому перерізі та експоненційного ступеня затухання хвиль; використовуючи результати натурних досліджень, розроблені рекомендації щодо розрахунку основних параметрів кноїдальних хвиль, що виникають у нижньому б'єфі Мигіївської ГЕС в натурному (при роботі двох агрегатів) та проектному (після реконструкції, при умові роботи трьох агрегатів) режимах.

Наукову новизну дисертації визначають положення, отримані як результат власних досліджень Поплавського Д.М.:

- встановлено, що по довжині кноїдальних хвиль існує відхилення від гідростатичного розподілу тиску, крім перерізів з другою спряженою глибиною;
- уточнено границі існування кноїдальних хвиль, при чому чітко встановлено їх існування при числах Фруда в початковому перерізі менших, рівних та більших одиниці ($Fr_1 \gtrless 1$);
- запропоновано методіку розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики в початковому перерізі та затухання хвиль по довжині, що базується на розв'язку диференціального рівняння вимушених затухаючих коливань.

Розроблені рекомендації для розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики у їх початковому перерізі та затухання хвиль по довжині. Основною перевагою, у порівнянні з іншими існуючими методами, є встановлення довжини утворення явища кноїдальних хвиль вцілому, що необхідно для визначення загальної довжини кріплення русел.

Наведені в дисертаційній роботі положення та висновки можуть використовуватися під час проектування, будівництва та експлуатації різних типів гідротехнічних та гідроенергетичних споруд, в межах яких формуються кноїдальні хвилі, що дозволить підвищити надійність наведених об'єктів.

Основні положення використаних теоретичних, практичних та експериментальних досліджень пройшли належну апробацію, були зроблені доповіді на наступних науково-технічній конференції НУВГП «Сучасні проблеми гідроенергетичного та теплоенергетичного будівництва в Україні» (м. Рівне, 2012-2020 р.), міжнародній конференції «Strategy of Quality in Industry and Education» (м. Варна, Болгарія, 2014), міжнародній інтернет – конференції «Сучасні тенденції розвитку промисловості» (м. Хмельницький, 2014 р.), міжнародній науково-практичній конференції «Нетрадиційні і поновлювані джерела енергії як альтернативні первинним джерелами енергії в регіоні» (м. Львів, 2015 р., 2017 р.), міжнародній науково-практичній конференції «Ресурси природних вод карпатського регіону» (м. Львів, 2016 р.), міжнародній науково-практичній конференції «Шляхи розвитку гідроенергетики, як основи для збільшення можливостей регулювання потужності генерації в ОЕС та потенціалу відновлювальної енергетики Україна» (м.Київ, 2015 р., 2017 р.), міжнародній науковій конференції «Current Issues of Civil and Environmental Engineering» (м. Кошице, Словаччина, 2017 р.), всеукраїнській науково-практичній конференції «Водогосподарсько-енергетичний комплекс України: перспективи та шляхи його розвитку» (м. Рівне, 2018 р.).

Ключові слова: кноїдальні хвилі, профіль вільної поверхні, максимальна глибина, експоненційний ступень затухання, негідростатичний розподіл тиску, епюра актуальних швидкостей, число Фруда, друга спряжена глибина.

Список опублікований праць

Статті, що входять в науково-метричну базу Scopus:

1. O. Riabenko, V. Tymoshchuk, D. Poplavskyi, O. Halych. Methods of Automated Full-scale Measurement of Wave Parameters in Water Reservoirs of Pumped Storage Power Plants. *2020 IEEE 7th International Conference on Energy Smart Systems, ESS 2020*. Proceedings, 2020. p. 154-157. (Особистий внесок: збір інформації щодо утворення хвиль переміщення в межах роботи різних гідроакумулюючої електростанції).
2. Riabenko O., Kliukha O., Halych O., Poplavskyi D. Impact of Undular Jump Characteristics on Erosion of Tailrace Channel. *Proceedings of EcoComfort 2020. Lecture Notes in Civil Engineering*. vol 100. Springer, Cham., 2020. p. 362-370. (Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні хвилястого стрибка за пропонованою математичною моделлю та проведено порівняння з експериментальними даними).

Статті у наукових фахових виданнях України

3. Поплавський Д.М. Вибір методів розрахунку параметрів білякритичних течій. *Вісник НУВГП. Технічні науки: зб. наук. праць*. Рівне, 2013. Вип. 2(62). С. 240–247.
4. Поплавський Д.М. Ітераційний метод розрахунку параметрів потоку на гребені водозливу. *Вісник Національного університету “Львівська політехніка”: Теорія і практика будівництва*. Львів, 2013 №755. С. 316–321.
5. Рябенко О.А., Галич О.О., Поплавський Д.М. Побудова профілів вільної поверхні хвилястого стрибка, усамітненої та кноїдальних хвиль. *Вимірювальна обчислювальна техніка в технологічних процесах*. Хмельницький, 2014 №2(47). С. 163–166. (Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні усамітненої та кноїдальних хвиль та проведено порівняння з експериментальними даними).
6. Рябенко О.А., Галич О.О., Поплавський Д.М. Експериментальні дослідження вільної поверхні білякритичних течій рідини. *Вісник НУВГП. Технічні науки: зб. наук. праць*. Рівне, 2015. Вип. 3(71). С. 94–99. (Особистий

внесок: опис методики проведення та результатів експериментальних досліджень профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль в лабораторних умовах).

7. Рябенко О.А., Ключа О.О., Галич О.О., Поплавський Д.М. Використання диференціального рівняння затухаючих вимушених коливань при побудові профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль. *Гідроенергетика України*. Київ, 2016. №1–2. С. 55–58. (Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні кноїдальних хвиль за пропонованою математичною моделлю та проведено порівняння з експериментальними даними).

8. Рябенко О.А., Ключа О.О., Галич О.О., Тимощук В.С., Поплавський Д.М. Вплив хвильових явищ на роботу гідротехнічних споруд. *Вісник ОДАБА*. Одеса, 2017. Вип. №66. С. 184–188. (Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні кноїдальних хвиль за пропонованою математичною моделлю та проведено порівняння з експериментальними даними).

9. Рябенко О.А., Ключа О.О., Галич О.О., Поплавський Д.М. Математичні моделі розрахунку профілю вільної поверхні хвилястого стрибка з врахуванням втрат енергії та затухання хвиль по довжині. *Гідроенергетика України*. Київ, 2018. №1–2. С. 16–18. (Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні хвилястого стрибка за пропонованою математичною моделлю та проведено порівняння з експериментальними даними).

10. Поплавський Д.М. Розподіл актуальних швидкостей по довжині кноїдальних хвиль. *Вісник НУВГП. Технічні науки: зб. наук. праць*. Рівне, 2018. Вип. 2(82). С. 83–89.

11. Рябенко О.А., Тимощук В.С., Ключа О.О., Галич О.О., Поплавський Д.М. Вплив хвиль переміщення на роботу верхньої водойми Дністровської гідроакумулюючої електростанції. *Проблеми машинобудування*. Харків, 2019. Вип. 3(22). С. 21–25 (Особистий внесок: збір інформації щодо утворення хвиль переміщення в межах роботи різних гідроакумулюючої електростанції).

Статті у наукових періодичних виданнях інших держав:

12. Рябенко А.А., Галич О.А., Поплавский Д.М. Использование дифференциальных уравнений для расчетов профиля свободной поверхности волнистого прыжка. *Гидроинженерия*. Тбилиси, Грузия, 2013. №1–2(15–16). С. 36–45. (Особистий внесок: опис лабораторної установки та методики проведення експериментальних досліджень профілю вільної поверхні хвилястого стрибка в лабораторних умовах).
13. Riabenko A.A., Cherniuk V.V., Klyuha O.A., Halych O.A., Poplavskiy D.M. Mathematical and hydraulic modeling of undular jump. *Journal of civil engineering, environment and architecture*. Rzeszow, Poland, 2015. t. XXXII, z. 62 (3/II/15). Pp. 379–391. (Особистий внесок: аналіз випадків утворення та умов формування хвилястого стрибка під час роботи гідротехнічних споруд).
14. Riabenko O., Chernyuk V., Klyuha O., Halych O., Poplavskiy D. Using of near-critical flows` theory in practical calculations. *Journal of civil engineering*. Rzeszow, Poland, 2018. t. XXXV, z. 65(3/18). Pp. 121–129. (Особистий внесок: збір інформації щодо існуючих математичних моделей, що описують різні типи білякритичних течій, здійснення розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль за існуючими методами).

Публікації у матеріалах міжнародних науково-технічних конференціях:

15. Ryabenko A.A., Klyuha O.A., Tymoshchuk V.S., Halych O.A., Poplavskiy D.M. Innovative tendencies in work management of energy systems by using HPSPP. *X International Conference "Strategy of Quality in Industry and Education"*: proceedings. (Varna, Bulgaria, 6-13 June 2014). Dnepropetrovsk: 2014. Pp.141-150.
16. Поплавський Д.М. Розрахунок профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль. *Нетрадиційні і поновлювані джерела енергії як альтернативні первинним джерелами енергії в регіоні*: матеріали наук.-практ. конф. з міжнар. участю (м. Львів, 2–3 квітня 2015 р.). Львів, 2015. С. 200–204.

17. Рябенко О.А., Галич О.О., Поплавський Д.М. Розрахунки режимів роботи нижнього б'єфу низьконапірних гідроелектростанцій при утворенні хвилястого стрибка. *Нетрадиційні і поновлювані джерела енергії як альтернативні первинним джерелами енергії в регіоні*: матеріали наук.-практ. конф. з міжнар. участю (м. Львів, 2–3 квітня 2015 р.). Львів, 2015. С. 204–208. *(Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні хвилястого стрибка за запропонованою математичною моделлю та проведено порівняння з експериментальними даними).*

18. Рябенко О.А., Галич О.О., Поплавський Д.М. Розподіл актуальних швидкостей по довжині хвилеподібних білякритичних течій рідини. *Ресурси природних вод карпатського регіону. Проблеми охорони та раціонального використання*: матеріали наук.-практ. конф. з міжнар. участю (м. Львів, 26–27 травня 2016 р.). Львів, 2016 р. С. 208–211. *(Особистий внесок: дослідження розподілу швидкостей під вершинами та підошвами кноїдальних хвиль, побудова епюр розподілу швидкостей по глибині потоку кноїдальних хвиль).*

19. Рябенко О.А., Ключа О.О., Галич О.О., Поплавський Д.М. Врахування особливостей білякритичних течій при лабораторних дослідженнях. *Нетрадиційні і поновлювані джерела енергії як альтернативні первинним джерелами енергії в регіоні*: матеріали наук.-практ. конф. з міжнар. участю (м. Львів, 6–7 квітня 2017 р.). Львів, 2017. С. 235–239. *(Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні кноїдальних хвиль за запропонованою математичною моделлю та проведено порівняння з експериментальними даними).*

ABSTRACT

Improvement of methods for calculating the parameters of cnoidal waves with taking into account the non-hydrostatics in the initial cross-section and wave attenuation along the length. – Manuscript.

Thesis is for competition of the scientific degree of candidate of technical sciences in specialty 05.23.16 – hydraulic and engineering hydrology. – National University of Water and Environmental Engineering. – Rivne, 2021.

During the operation of different types of hydraulic structures under certain conditions, various wave phenomena are formed. These phenomena are caused by the action of various forces. Among these phenomena can be identified wavy near-critical flows. In hydraulic practice, among the different types of these currents, the cnoidal waves are quite common.

From a practical point of view, knowledge of the basic characteristics of this phenomenon is required for reliable flow management. This is necessary to take the planned and height dimensions of the relevant elements of hydraulic structures, bridges, standing, spillways, canals, tunnels, aqueducts, galleries, pipes, etc. Uncertainty over the conditions of the existence of cnoidal waves is a reason when the possibility of such waves occurrence are not took into account during design of different structures.

The methods of cnoidal waves calculation used today are still imperfect, they do not take into account all the determining factors, main of which is neglecting in the explicit form the non-hydrostatic pressure distribution in the initial cross-section, energy losses and attenuation of waves along the length of the phenomenon. As a result, design solutions associated with such waves are often far from optimal. As a result, there are cases of destruction and accidents of buildings operating under condition of cnoidal waves formation. Thus, heavy damage of the watershed was observed on the Waco spillway dam, due to washing off of the flutbet dams of Krishna and Sarda dams, the latter was completely destroyed. Significant destruction of the tailwater protection and erosion of the diversion channel was observed behind the control structures of the drainage systems of the rivers Irpin, Zdvizh, Oster, Ikva.

During the mathematical modeling of cnoidal waves, the main problem is the calculating of the free-surface profile. The solutions of the Korteweg-de Vries differential equation are used to describe of the free-surface profile for the given phenomenon. This solutions are written using the elliptic Jacobi function of the cosine amplitude $cn(z)$. When conducting mathematical modeling, the problem of calculations is to determine the basic parameters of cnoidal waves – the free-surface profile, the maximum and second conjugate depths and the wavelength. These parameters must be determined during designing the different types of hydraulic structures, within which the cnoidal waves are formed.

The problem of studying the phenomenon of cnoidal waves was engaged by such scientists as D.J. Korteweg, G. de Vries, G.H. Kelegan, G.W. Patterson, J. B. Keller, M.O. Lavrentyev, V.V. СМИСЛОВ, O.O. Tursunov, S.M. Slisky, O.A. Riabenko, R.L. Wigel, J.P. Fenton, F. Serr, A.M. Binnie, J.S. Orkney, P.O. Davis, G. Lamb, W.H. Hager, R. Riqua, X. Ract-Madux, W. Littman, J. Iwasa, J. M. Williams, J. Tsuchiya, T. Yasuda, J. Wisem, M. Hayatdavudi, B. Seifert, R.C. Ertekin, H. Chanson, O. Castro-Orgaz, V.G. Verezemsky, H. Chen and others. In their works, these scientists described the conditions of existence, cases of formation of cnoidal waves and provided theoretical equations to determine the basic parameters of this phenomenon.

The thesis covers the conditions of existence and cases of formation of cnoidal waves; the detailed analysis of existed methods for a free-surface profile calculation of the specified phenomenon is carried out; laboratory researches of the basic parameters of the considered waves are conducted, experimental profiles of a free-surface and piezometric lines are defined; the kinematic and dynamic structures of the flow in characteristic cross-sections are investigated; the mathematical algorithm of calculating the free-surface profile of cnoidal waves which takes into account the non-hydrostatics in the initial cross-section and exponential degree of attenuation of waves are offered; using the results of field investigations the recommendations for calculating the main characteristics of cnoidal waves that occur in the lower reaches of the Mygiivska small-scale hydropower plant in real (when two hydraulic units are

operated) and design (after reconstruction, under the condition of three hydraulic units) hydraulic regimes were developed.

The scientific originality of the thesis is determined by the statements received as a result of own research of Poplavskiy D.M.:

- it is established that along the length of the cnoidal waves there is a deviation from the hydrostatic pressure distribution, except for sections with a second conjugate depth;
- the boundaries of the existence of cnoidal waves are specified, and their existence is clearly established for Froude number in the initial cross-section of smaller, equal and larger units ($Fr_1 \gtrless 1$);
- a method for calculating the profile of the free-surface of cnoidal waves taking into account non-hydrostatics in the initial section and attenuation of waves along the length, based on the solution of the differential equation of forced damping oscillations was developed.

It was developed the recommendations for calculation of a free-surface profile of cnoidal waves taking into account non-hydrostatics in their initial cross-section and attenuation of waves along the length. The main advantage, in comparison with other existed methods, is the establishment of the length of the formation of the cnoidal waves as a whole, which is necessary to determine the total length of the canals.

Mentioned statements and conclusions in this thesis are used during the designing, construction, operation and reconstruction of hydraulic structures, within which the phenomenon of cnoidal waves can occur, thereby allow to increase their reliability.

The main statements of the used theoretical, practical and experimental research were appropriately approbated and reported at the scientific and technical conference NUWEE “Modern problems of hydropower and heatpower construction in Ukraine” (Rivne, 2012-2020), the International Conference “Strategy of Quality in Industry and Education” (Varna, Bulgaria, 2014), International Internet Conference “Modern trends in industrial development” (Khmelnitsky, 2014),

International Scientific-practical Conference “Unconventional and renewable energy sources as alternatives to primary energy sources in region” (Lviv, 2015, 2017), International Scientific-practical Conference “Natural water resources of the Carpathian region” (Lviv, 2016), International Scientific-practical Conference “Ways of hydropower development as a basis to increase the possibilities of regulating the generation capacity in the IPS and the potential of renewable energy Ukraine” (Kyiv, 2015, 2017), International Scientific Conference "Current Issues of Civil and Environmental Engineering" (Košice, Slovakia, 2017), All-Ukrainian Scientific-practical Conference "Water and energy complex of Ukraine: prospects and ways of its development" (Rivne, 2018).

Key words: cnoidal waves, free-surface profile, maximum depth, exponential degree of damping, non-hydrostatic pressure distribution, diagrams actual speeds, Froude number, second conjugate depth.

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ.....	2
ЗМІСТ	14
УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ	17
ВСТУП.....	19
РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ТА АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ КНОЇДАЛЬНИХ ХВИЛЬ.....	25
1.1. Сучасний стан вивчення проблеми розрахунків характеристик кноїдальних хвиль.....	25
1.2. Прийнята термінологія.....	29
1.3. Межі існування кноїдальних хвиль.....	31
1.4. Розрахунки профілю вільної поверхні, розподілу тиску і швидкості кноїдальних хвиль.....	33
1.5. Існуючі аналітичні методи розрахунків параметрів кноїдальних хвиль..	37
1.5.1. Метод розрахунку кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики в початковому перерізі (О.А. Рябенко).....	37
1.5.2. Метод розрахунку параметрів кноїдальних хвиль як періодичних хвиль прогресуючих у воді (Р.Л. Вігель).....	40
1.5.3. Метод коливальних хвиль русла з обмеженою глибиною (Г. Ламб).....	42
1.5.4. Графоаналітичний метод з використанням кноїдальних функцій Якобі (згідно «Рекомендацій для проєктирования», під ред. Ф.Г. Гунько).....	43
1.6. Висновки та задачі досліджень.....	45
РОЗДІЛ 2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА УСТАНОВКА ТА МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ	47
2.1. Експериментальна установка.....	47
2.1.1. Загальна схема.....	47
2.1.2. Заспокоювачі потоку у вхідній частині лотка	49
2.1.3. Затвори.....	50
2.2. Методика проведення експериментальних досліджень профілю вільної поверхні, осередненого тиску на дно та кінематики кноїдальних хвиль.....	54
2.2.1. Методика проведення експериментальних досліджень профілю вільної поверхні, осередненого тиску на дно кноїдальних хвиль.....	54
2.2.2. Вимірювання розподілу швидкості та тиску по глибині потоку.....	56

2.3. Статистична обробка результатів експериментальних досліджень, точність та планування експериментів	60
2.3.1. Планування експериментальних досліджень.....	61
2.3.2. Статистична обробка результатів експериментів.....	62
2.3.3. Визначення похибки вимірювання при проведенні дослідів.....	66
2.4. Висновки	67
РОЗДІЛ 3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ КНОЇДАЛЬНИХ ХВИЛЬ, ЇХ АНАЛІЗ.....	69
3.1. Основні характеристики експериментальних досліджень	69
3.2. Значення глибини потоку під першою вершиною кноїдальних хвиль	73
3.3. Вимірювання профілю вільної поверхні	81
3.4. Дослідження кінематичних та динамічних параметрів потоку	90
3.4.1. Розподіл актуальних та осереднених швидкостей по висоті та довжині кноїдальних хвиль	90
3.4.2. Розподіл гідродинамічного тиску по висоті та довжині кноїдальних хвиль	106
3.5. Висновки	111
РОЗДІЛ 4. ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ПОТОКУ КНОЇДАЛЬНИХ ХВИЛЬ.....	113
4.1. Порівняння теоретичних розрахунків, знайдених за існуючими математичними моделями з експериментальними даними	113
4.1.1. Метод розрахунку кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики в початковому перерізі (О.А. Рябенко).....	113
4.1.2. Метод розрахунку параметрів кноїдальних хвиль як періодичних хвиль прогресуючих у воді (Р.Л. Вігель).....	115
4.1.3. Метод коливальних хвиль русла з обмеженою глибиною (Г. Ламб)	117
4.1.4. Графоаналітичний метод з використанням кноїдальних функцій Якобі (згідно «Рекомендацій для проектування», під ред. Ф.Г. Гунько)	118
4.1.5. Порівняння теоретичних профілів, що були знайдені за наведеними методами у порівнянні з експериментальними даними.....	119
4.2. Пропонований метод розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль	120
4.2.1. Вибір рівняння профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль	120

	16
4.2.2. Визначення довжини першої хвилі	123
4.2.3. Знаходження модуля еліптичної функції Якобі. Визначення повного еліптичного інтегралу першого роду	125
4.2.4. Пропонований алгоритм розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатичності в початковому перерізі.....	128
4.3. Метод розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатичності в початковому перерізі та затуханням хвиль по довжині	131
4.3.1. Диференціальне рівняння затухаючих вимушених затухаючих коливань та його розв'язок.....	131
4.3.1.1. Представлення рівняння профілю вільної поверхні для випадку утворення кноїдальних хвиль з врахування негідростатичності в початковому перерізі та затухання хвиль по довжині	133
4.3.1.2. Знаходження ступеня затухання хвилі	134
4.4. Метод розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики у початковому перерізі та затухання хвиль по довжині в вертикальній та горизонтальній осях	136
РОЗДІЛ 5. РЕЗУЛЬТАТИ НАТУРНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ФОРМУВАННЯ КНОЇДАЛЬНИХ ХВИЛЬ В ВІДВІДНОМУ КАНАЛІ МИГІЙСЬКОЇ ГЕС ..	
5.1. Натурні спостереження утворення гідравлічних режимів у нижньому б'єфі Мигійської ГЕС.....	139
5.1.1. Опис об'єкта.....	139
5.1.2. Формування кноїдальних хвиль у відвідному каналі Мигійської ГЕС та методика натурних досліджень	145
5.2. Розрахунок профілів вільної поверхні хвилястого стрибка у відвідному каналі Чорторійської ГЕС при різних числах Фруда.....	145
5.3. Висновки	148
5.4. Практичні рекомендації.....	155
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ	156
ЛІТЕРАТУРА	159
ДОДАТКИ	169

УМОВНІ ПОЗНАЧЕННЯ

\bar{h}_i – середнє арифметичне значення елементів вибірки для максимальної глибин h_B ,

h_1 – початкова глибина потоку,

h_2 – друга спряжена глибина,

h_3 – глибина западини хвилі,

$h_{П.Д}$ – значення п'езометричного тиску на дні,

h_B – максимальна глибина,

h_K – критична глибина,

A_0 – стала, що має сенс початкової амплітуди коливань при $t = 0$,

F_P – критерій Фішера,

G_P – критерій Кохрена,

$S_{АД}^2$ – дисперсія адекватності,

S_B^2 – дисперсія відтворюваності,

$S_{i\max}^2$ – максимальне значення, вибране з ряду розрахункових дисперсій,

$\sum_{i=1}^N S_i^2$ – сума всіх дисперсій за N рядками матриці планування,

α_{02} – коефіцієнт кількості руху в перерізі з другою спряженою глибиною,

φ_0 – зрушення фази,

h – глибина потоку,

n – кількість повторювальних дослідів або порядковий номер хвилі при розгляді профілю вільної поверхні,

Δ – деякий параметр хвилів в методі Рябенка,

c – постійна швидкість розповсюдження хвиль або фазова швидкість,

B – ширина русла на вільній поверхні потоку,

C – коефіцієнт Шезі,

E – питома енергія перерізу,

$E(k)$ – повний еліптичний інтеграл другого порядку,

H – висота першої хвилі,

$K(k)$ – повний еліптичний інтеграл першого порядку,

M – питомий момент перерізу,
 Q – розрахункова витрата,
 R – гідравлічний радіус,
 T – капілярний натяг на поверхні потоку,
 V – середня швидкість потоку в перерізі,
 b – амплітуда відхилень,
 g – прискорення вільного падіння,
 i – похил дна русла,
 k – модуль еліптичної функції Якобі амплітуди косинуса,
 l i β – деякі параметри хвилі в методі Ламба,
 m – маса,
 q – питома витрата,
 t – час,
 x – поздовжня біжуча координата вільної поверхні,
 y – відхилення від нульового рівноважного положення,
 α – довільна константа, яка знаходиться в безпосередньому зв'язку з точною швидкістю рівномірного руху рідини,
 η – проміжна глибина на горизонтальній дистанції,
 λ – довжина хвилі,
 ρ – щільності рідини,
 σ – параметр в диференціальному рівнянні Кортвега–де Фріса,
 φ – степінь затухання коливань в горизонтальній осі,
 ψ – степінь затухання коливань в вертикальній осі,
 ω – площа поперечного перерізу та циклічна частота затухаючих коливань, відмінна від частоти ω_0 відповідних вільних коливань у розв'язку диференціального рівняння затухаючих вимушених коливань.

ВСТУП

Актуальність теми. Під час експлуатації гідротехнічних та гідроенергетичних об'єктів, при відповідних умовах, виникають кноїдальні хвилі. Такі хвилі впливають на роботу наведених об'єктів як позитивно так і негативно.

Кноїдальні хвилі утворюються як рухомі або нерухомі хвилі на мілкій воді. Наведене явище відносяться до білякритичних течій рідини, тому має ряд відмінностей від інших спокійних та бурхливих потоків – негідростатичний розподіл тиску по глибині в більшості перерізів потоку, хвилеподібний характер вільної поверхні, тощо. Такі особливості унеможливають використання класичної теорії плавно- та повільнозмінного руху для описання цього явища.

Кноїдальні хвилі описуються за допомогою загального розв'язку диференціального рівняння Кортевега-де Фріса, який записується з використанням еліптичної функції Якобі амплітуди косінуса $cn(z)$. Диференціальне рівняння Кортевега-де Фріса має універсальний характер, оскільки описує не тільки хвилі на воді, а і самі різноманітні за своєю природою хвильові явища – хвилі в плазмі, атмосфері, галактиках, надпровідниках, лініях зв'язку, тощо.

В різних галузях науки (гідравліка, гідромеханіка, гідротехніка, математики, фізика, солітоніка, тощо) опублікована велика кількість робіт пов'язаних з використанням рівняння Кортевега-де Фріса. Характерно, що робіт пов'язаних безпосередньо з кноїдальними хвилі надзвичайно мало, вони частково неузгоджені між собою та не охоплюють весь комплекс проблем розглядуваної тематики. Існуючі методики розрахунку кноїдальних хвиль не досконалі та мають ряд недоліків, серед яких можна відмітити не врахування всіх визначальних факторів, негідростатики в початковому перерізі, затухання хвиль по довжині, тощо. Як наслідок, проектні рішення, пов'язані з наведеним явищем, досить часто далекі від оптимальних.

Вивченню зазначених питань, створенню математичної моделі

розрахунку кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатитики в початковому перерізі та затухання хвиль по довжині присвячена дана робота.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.

Дисертаційні дослідження було виконано відповідно до кафедральної теми «Удосконалення конструкцій, методів розрахунку і проектування гідроенергетичних об'єктів та гідравлічних машин» (номер державної реєстрації 0110U000822), яка виконувалася на кафедрі гідроенергетики, теплоенергетики та гідравлічних машин Національного університету водного господарства та природокористування.

Мета і задачі дослідження полягає в удосконаленні існуючих методів розрахунку параметрів кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатитики в початковому перерізі та експоненційного ступеня затухання хвиль по довжині.

У відповідності з поставленою метою необхідно вирішити наступні **задачі дослідження:**

- виконати аналіз результатів існуючих теоретичних, лабораторних та натурних досліджень кноїдальних хвиль, виявити переваги та недоліки існуючих математичних методів розрахунку параметрів наведеного явища;
- уточнити границі існування кноїдальних хвиль, а саме можливість утворення при числах Фруда в початковому перерізі менше, рівних та більше одиниці;
- визначити особливості кінематичної та динамічної структур в характерних перерізах розглядуваного явища;
- розробити математичну модель розрахунку профіля вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахування негідростатитики в початковому перерізі та затухання хвиль по довжині, що базується на розв'язку диференціального рівняння вимушених затухаючих коливань;
- розробити практичні рекомендації щодо використання удосконаленої методики розрахунку параметрів кноїдальних хвиль для уточнення розмірів гідротехнічних та гідроенергетичних споруд при їх проектуванні та реконструкції.

Об'єкт дослідження. Процес формування та існування нерухомих і

рухомих кноїдальних хвиль, що виникають у відкритих руслах з вільною поверхнею рідини.

Предмет дослідження. Геометричні, динамічні і кінематичні характеристики, особливості моделювання та умови існування кноїдальних хвиль.

Методи дослідження. Експериментальні дослідження були проведені з врахуванням викривлення потоку у вертикальній площині в характерних перерізах кноїдальних хвиль під час вивчення їх геометричних, кінематичних та динамічних характеристик. При цьому був використаний метод планування експериментів, а результати лабораторних досліджень були оцінені методами математичної статистики для встановлення достовірності отриманих результатів. Теоретичні дослідження були застосовані під час розробки математичної моделі кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики в початковому перерізі та затухання хвиль по довжині.

Наукова новизна отриманих результатів:

- виконано аналіз, систематизацію і узагальнення накопиченої інформації про кноїдальних хвиль;
- на основі експериментальних досліджень були уточнені межі існування кноїдальних хвиль, а саме підтверджено твердження про існування кноїдальних хвиль при числах Фруда $Fr_1 \gtrless 1$;
- вперше були проведені експериментальні дослідження розподілу гідродинамічного тиску по глибині та були уточнені дані стосовно кінематичної структури кноїдальних хвиль в характерних перерізах по довжині потоку;
- вдосконалено рівняння Рябенка О.А. по визначенню глибини потоку під вершиною першої хвилі кноїдальних хвиль шляхом врахування коефіцієнта просторовості;
- вперше було розроблено математичну модель профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з негідростатичного розподілу тиску в початковому

перерізі врахуванням затухання хвиль по довжині з використанням диференціального рівняння вимушених затухаючих коливань.

Практичне значення одержаних результатів:

1. Уточнено границі існування кноїдальних хвиль, причому чітко показана можливість їх існування при числах Фруда $Fr_1 \gtrsim 1$, що дає змогу враховувати виникнення таких хвиль в процесі проектування різноманітних гідротехнічних та гідроенергетичних споруд.
2. Враховано нерівномірне розподілення глибини потоку під вершиною першої хвилі по ширині досліджуваного русла при визначенні максимальної глибини дозволяють уточнити відмітки верху бокових стінок і бровок каналів, висоти гідротехнічних тунелів, труб, галерей, тощо.
3. Проведено аналіз стосовно кінематичної та динамічної структур кноїдальних хвиль в характерних перерізах по довжині потоку, що дозволяє описати вплив наведеного явища на кріплення берегів та дна русла в межах різних типів гідротехнічних споруд.
4. Розроблено математичну модель побудови профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням затухання хвиль по довжині та негідростатики в початковому перерізі, що дозволить практично визначати довжину утворено явища для встановлення розмірів бокових стінок і бровок каналів, гідротехнічних тунелів, труб, галерей і встановлення в них типу гідравлічного режиму, призначення конструкції кріплення нижнього б'єфу низьконапірних водоскидів.
5. Зазначені в дисертації положення, висновки і рекомендації можуть бути використані при проектування, експлуатації і реконструкції гідротехнічних споруд, під час роботи яких можуть виникати кноїдальні хвилі. Основні розробки та рекомендації дисертаційної роботи використано в діяльності ТОВ «ЕМЗА» (АКТ про впровадження наукових результатів дисертаційного дослідження від 13 липня 2020 р.).

Особистий внесок здобувача. Дисертаційна робота виконана особисто автором. До числа основних напрямків роботи, виконаних

одноосібно здобувачем, необхідно віднести побудову математичної моделі кноїдальних хвиль з урахуванням негідростатики в початковому перерізі та затухання хвиль по довжині, визначення характерних ознак і умов існування наведеного явища, експериментальне вивчення геометричних, динамічних, кінематичних характеристик кноїдальних хвиль. Всі теоретичні, лабораторні дослідження для просторових умов на експериментальній установці було виконано особисто здобувачем.

Апробація результатів дисертації. Результати досліджень та основні положення дисертації були оприлюднені та обговорювалися на наступних конференціях: науково-технічна конференція НУВГП «Сучасні проблеми гідроенергетичного та теплоенергетичного будівництва в Україні» (м. Рівне, 2012-2020 р.), міжнародна конференція «Strategy of Quality in Industry and Education» (м. Варна, Болгарія, 2014), міжнародна інтернет – конференція «Сучасні тенденції розвитку промисловості» (м. Хмельницький, 2014 р.), міжнародна науково-практична конференція «Нетрадиційні і поновлювані джерела енергії як альтернативні первинним джерелами енергії в регіоні» (м. Львів, 2015 р., 2017 р.), міжнародна науково-практична конференція «Ресурси природних вод карпатського регіону» (м. Львів, 2016 р.), міжнародна науково-практична конференція «Шляхи розвитку гідроенергетики, як основи для збільшення можливостей регулювання потужності генерації в ОЕС та потенціалу відновлювальної енергетики Україна» (м.Київ, 2015 р., 2017 р.), міжнародна наукова конференція «Current Issues of Civil and Environmental Engineering» (м. Кошице, Словаччина, 2017 р.), всеукраїнська науково-практична конференція «Водогосподарсько-енергетичний комплекс України: перспективи та шляхи його розвитку» (м. Рівне, 2018 р.), міжнародна науково-практична конференція молодих науковців, аспірантів і здобувачів вищої освіти «Проблеми та перспективи розвитку сучасної науки» (м. Рівне, 2019 р.).

Публікації. За темою дисертації опубліковано 19 наукових праць, з них 2 статті входять в на-уково-метричну базу Scopus, 9 статей у фахових виданнях

України, 3 статті в іноземних періодичних виданнях, 5 публікацій є матеріалами наукових конференцій.

Структура та обсяг дисертаційної роботи. Робота складається зі вступу, п'яти розділів, загальних висновків, списку використаних джерел із 111 найменувань на 10 сторінках та додатків на 8 сторінках. Загальний обсяг роботи становить 175 сторінок, який включає 36 таблиць та 54 рисунків.

РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ТА АНАЛІЗ ІСНУЮЧИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ КНОЇДАЛЬНИХ ХВИЛЬ

1.1. Сучасний стан вивчення проблеми розрахунків характеристик кноїдальних хвиль

Дослідження Кортвега Д.Й. і де Фріса Г., Келегана Г.Х. і Патерсона Г.В., Келлера Дж.Б., Лаврентьєва М.О. та інших вчених дозволили виявити, що в ряді випадків можливе існування кноїдальних хвиль [1-4]. Кноїдальними називаються рухомі та нерухомі стаціонарні періодичні хвилі на мілкій воді, що описуються еліптичними функціями Якобі амплітуди косинуса $cn z$. З гідравлічної точки зору кноїдальним хвилям притаманний хвилеподібний профіль з глибинами близькими до критичної h_K (рис. 1.1), яка для плоских умов визначаються за залежністю (1.1):

$$h_K = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}, \quad (1.1)$$

де q – питома витрата, g – прискорення вільного падіння.

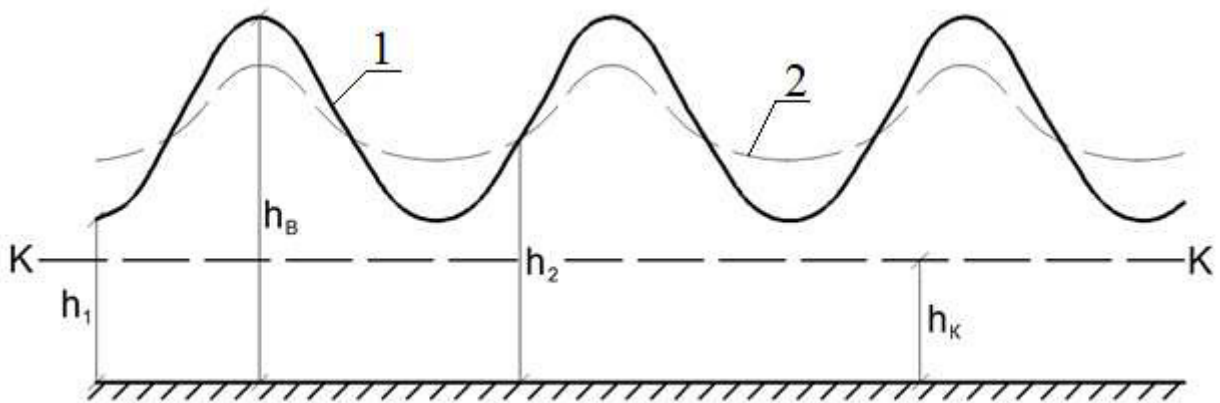


Рисунок 1.1 – Схема кноїдальних хвиль: 1 – профіль вільної поверхні,
2 – п'єзометрична лінія

Кноїдальні хвилі виникають в нижньому б'єфі гідротехнічних споруд, при вході в канали, в місцях зміни поперечного перерізу і похилу дна русла, тощо [5-7]. Наявність зазначеного явища під час роботи гідротехнічних споруд вимагає врахування особливостей цих хвиль при проектуванні та експлуатації наведених споруд. Кноїдальні хвилі у конкретних умовах реальних

водогосподарських об'єктів за певних обставин викликають ряд позитивних і негативних наслідків [8-10]. Спроби уникнути утворення наведеного явища при роботі гідротехнічних споруд не завжди виявляються вдалими, вимагають суттєвих додаткових коштів, а іноді уникнути формування цих режимів взагалі неможливо [11-12]. В таких випадках для забезпечення надійного розв'язку технічних проблем доводиться використовувати гідравлічне і математичне моделювання режимів роботи споруд.

Кноїдальні хвилі відносять до білякритичних течій, що є відкритими потоками. Наведені потоки описуються диференціальними рівняннями (1.2) і (1.3) усталеного плавно змінного та неусталеного повільно змінного рухів відповідно:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{i - \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}}{1 - \frac{\alpha Q^2}{g} - \frac{B}{\omega^3}}, \quad (1.2)$$

$$i - \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{V}{g} \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{Q^2}{\omega^2 C^2 R} + \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t}, \quad (1.3)$$

де h і x – відповідно висотна і поздовжня біжучі координати вільної поверхні (вісь $0h$ проходить вертикально вгору на початку вибраної ділянки потоку, а вісь $0x$ – вздовж дна в напрямку руху рідини), i – похил дна русла, Q – розрахункова витрата, ω – площа поперечного перерізу, C – коефіцієнт Шезі, R – гідравлічний радіус, B – ширина русла на вільній поверхні потоку V – швидкість потоку.

Білякритичним течіям притаманний ряд особливостей:

- 1) хвиле- або вальцеподібний профілі вільної поверхні;
- 2) негідростатика в більшості перерізів, тощо.

Зазначені особливості якісно відрізняють ці течії від звичайних спокійних та бурхливих потоків з плавно чи повільно змінним рухом, що робить використання диференціальних рівнянь (1.2) і (1.3) абсолютно неприйнятними.

Деякі відмітні риси усталених білякритичних течій вперше були помічені

під час експериментального вивчення гідравлічного стрибка, коли виявилось, що при невеликих відношеннях спряжених глибин вільна поверхня потоку, всупереч існуючим уявленням, приймає хвилеподібні обриси, причому перехід через критичну глибину відбувається плавно, без утворення поверхневого вальця.

Судження різних авторів про переліки типів гідравлічних явищ, що відносяться до білякритичних течій істотно відрізняються між собою. Для прикладу В.В. Сμισлов, О.О. Турсунов, С.М. Сліський, А.М. Швайнштейн, О.А. Рябенко відносять до класу білякритичних течій наступні явища [13-16]: хвилеподібну течію з глибиною більшою критичної, одиночну хвилю з переходом через критичну глибину, хвилястий стрибок усамітнену хвилю, кноїдальні хвилі, стрибок-хвилю, зруйновану хвилю, досконалий гідравлічний стрибок. Також існує позиція Р.Р. Чугаєва [17], згідно з якою до білякритичних течій відносять різновиди хвилястого стрибка: недосконалий стрибок з невеликим поверхневим вальцем, хвилястий стрибок у вигляді затухаючих хвиль, хвилястий стрибок у вигляді періодичних хвиль.

Профіль вільної поверхні кноїдальних хвиль вперше описали Д.Й. Кортевег і Г. де Фріс [1] за допомогою свого диференціального рівняння (1.4), загальний (1.5) та частковий (1.6) розв'язки, які записуються у наступних формах:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{g}{h_1}} \cdot \frac{\partial \left(\frac{1}{2} \eta^2 + \frac{2}{3} \alpha \eta + \frac{1}{3} \sigma \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right)}{\partial x}, \quad (1.4)$$

$$\eta = H \cdot \operatorname{cn}^2 x \sqrt{\frac{H+k}{4\sigma}} \left(\operatorname{mod}. M = \sqrt{\frac{H}{H+k}} \right), \quad (1.5)$$

$$\eta = H \cdot \operatorname{sech}^2 x \sqrt{\frac{H}{4\sigma}}. \quad (1.6)$$

де η – проміжна глибина на горизонтальній дистанції x , α – довільна константа, яка знаходиться в безпосередньому зв'язку з точною швидкістю

рівномірного руху рідини, $\sigma = \frac{1}{3} h_1^3 - \frac{Th_1}{\rho g}$ – параметр, що залежить від глибини h_1 рідини, капілярного натягу T на поверхні та її щільності ρ , k – модуль еліптичної функції Якобі амплітуди косинуса.

Рівняння Кортевега-де Фріса (1.4) дозволяє описати багато явищ різної фізичної природи – у воді, плазмі, твердих тілах, надпровідниках та інших середовищах [18-20].

Загальним розв’язком диференціального рівняння (1.4) є залежності (1.5), що дозволяють описати кноїдальні хвилі, а частковий розв’язок (1.6) – усамітнену хвилю. На основі даних розв’язків, ряд дослідників [15, 21] розглядали наведені явища як рухомі в просторі. В роботах [22-25] було запропоновано стаціонарний випадок існування кноїдальних хвиль як нерухомих хвиль в прийнятій системі координат у конкретний момент часу. Р.Л. Вігель та Дж. П. Фентон [26-28], враховуючи це твердження, були розроблені теорії кноїдальних хвиль.

Важливим етапом в подальшому розвитку досліджень кноїдальних хвиль стало врахування нахилу і кривизни елементарних струминок при описі хвилеподібних білякритичних течій (в тому числі кноїдальних хвиль)[5-7]. На основі цього твердження Ф. Серром [5] були виведені диференціальні рівняння питомої енергії (1.7) та моменту (1.8) записаного для прямолінійного дна:

$$E = h + \frac{q^2}{2gh^2} + \frac{q^2}{3gh} h'' - \frac{q^2}{6gh^2} h'^2, \quad (1.7)$$

$$M = \frac{h^2}{2} + \frac{q^2}{gh} + \frac{q^2}{3g} h'' - \frac{q^2}{3gh} h'^2. \quad (1.8)$$

Одним з найпоширеніших напрямків опису кноїдальних хвиль в наш час є застосування теорії Стокса, при чому використання даної теорії можливе у сукупності з методом Фур’є [29]. Також до даних напрямків можна віднести асимптотичний аналіз турбулентних потоків на основі $k - \varepsilon$ моделі турбілентності та рейнольдсових напружень [27], врахуванням тертя та розвитку турбулентного пограничного шару [30].

Потрібно відмітити, що наведені точки зору в повній мірі не узгоджуються між собою. Тому виникає необхідність в ретельному аналізі накопиченої інформації, виявлення існуючих недоліків та пошуку нових шляхів дослідження кноїдальних хвиль.

Питання про лабораторне вивчення кноїдальних хвиль є досить актуальним. При цьому необхідно відмітити, що дане твердження в значній мірі відноситься до нерухомого типу кноїдальних хвиль. Загалом даний тип розглядуваного явища описано не в повному обсязі, а його дослідженням займалися О.А. Рябенко [16-17] та А.М. Бінні та Дж.С. Оркней [31].

На відміну від нерухомих, рухомі кноїдальні хвилі досліджувались багатьма вченими на різних типах лабораторних установок [32-35]. Результатами досліджень рухомих кноїдальних хвиль є теоретичне моделювання параметрів наведеного явища в часі t . Про те, такі лабораторні дослідження рухомих кноїдальних хвиль проводилися виключно з врахуванням зовнішнього фактору утворення цих хвиль (тобто хвилі утворювалися під дією деякої сили, наприклад зсуву ґрунту) на відмінну від нерухомих кноїдальних хвиль. При цьому необхідно відмітити, що якість лабораторних досліджень нерухомих хвиль вища, оскільки явище стаціонарне.

1.2. Прийнята термінологія

Для розгляду та вивчення будь-якого явища одним з найважливіших факторів є встановлення переліку параметрів, які визначають формування цього явища. Прийнято вважати, що критерієм подібності хвилеподібних білякритичних течії рідини, до яких відносяться кноїдальні хвилі, є число Фруда [7,15, 36-39]. Найчастіше кноїдальні хвилі характеризуються числом Фруда в перерізі, що відповідає початковій (першій спряженій) глибині, яке можна знайти за залежністю (1.9) записана для нерухомих хвиль та (1.10) – для хвиль переміщення:

$$Fr_1 = \frac{V^2}{gh_1}, \quad (1.9)$$

$$Fr_1 = \frac{c^2}{gh_1}, \quad (1.10)$$

де V – середня швидкість потоку в перерізі, c – швидкість руху хвиль переміщення.

При розгляді безнапірних потоків зі змінною глибиною по їх довжині надзвичайно важливо знати фізичну суть їх основних висотних розмірів [40]. До таких характерних розмірів кноїдальних хвиль можна віднести (рис. 1.2): початкову (першу спряжену) глибину h_1 , другу спряжену глибину h_2 , максимальну глибину h_B .

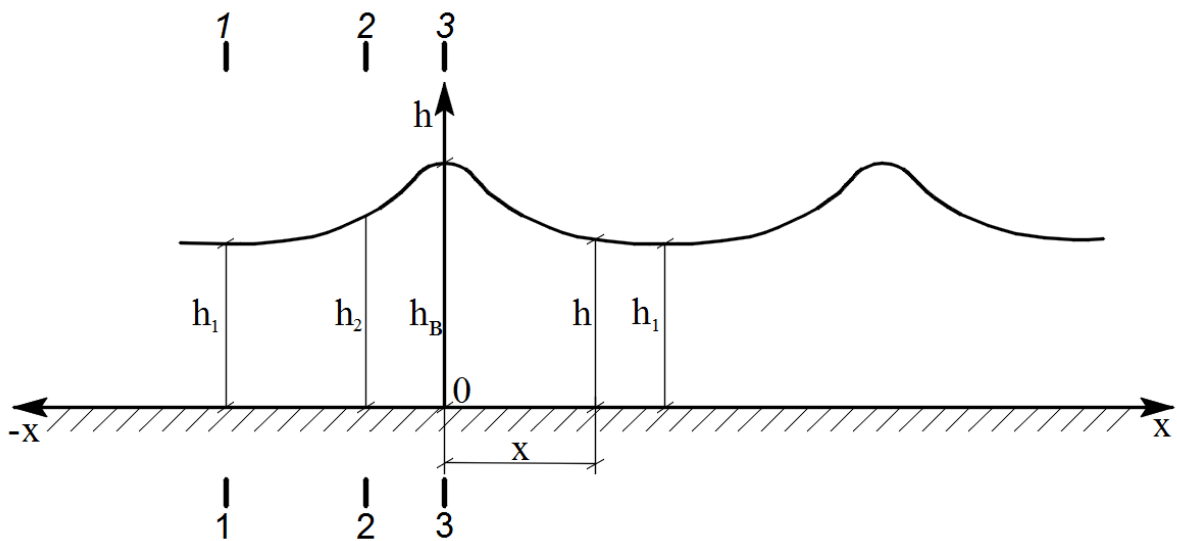


Рисунок 1.2 – Основні висотні розміри кноїдальних хвиль

Перша спряжена глибина h_1 кноїдальних хвиль – це глибина в перерізі потоку, що вибрана на початку розглядуваного явища, в якому профілі вільної поверхні і п’езометричної лінії займають горизонтальне положення або дуже близьке до нього. При цьому в даному перерізі спостерігається виключно негідростатичний розподіл тиску по глибині. Переріз з першою спряженою глибиною буде умовно називати початковим перерізом кноїдальних хвиль.

Другою спряженою глибиною h_2 кноїдальних хвиль називають глибину в перерізі, що розташований найбільш близько до перерізу з першою спряженою глибиною, в якому профілі вільної поверхні та п’езометричної лінії перетинаються. Тобто, друга спряжена спряжена глибина знаходиться в

перерізі, в якому спостерігається близький до гідростатичного розподіл тиску по глибині.

Визначення максимальної глибини h_B має велике практичне значення, оскільки її необхідно враховувати при призначенні висоти бокових стінок споруд, відміток стелі безнапірних тунелів, тощо. Традиційно вважається, що максимальною глибиною h_B кноїдальних хвиль є глибина, що знаходиться в перерізі під вершиною першої хвилі.

З гідравлічної точки зору, кноїдальним хвилям притаманне співвідношення, що зв'язує їх основні розміри:

$$h_1 < h_2 < h_B. \quad (1.7)$$

Традиційно вважається, що в більшості перерізах кноїдальних хвиль розподіл тиску по глибині підпорядковується негідростатичному розподілу [41]. Це твердження базується на аналізі ряду досліджень [42-46], при наявності в їх лабораторних установках донних п'езометрів, можливий за допомогою ступеня відхилення від гідростатики. Такий аналіз зручно проводити за допомогою коефіцієнта негідростатичності [6,13,16]:

$$s = \frac{h_{п.д}}{h}, \quad (1.8)$$

де $h_{п.д}$ – значення п'езометричного тиску на дні у відповідному перерізі з глибиною h .

Питання про визначення довжин кноїдальних хвиль є дуже важливим, так як від цього параметру залежить розміри кріплення в нижньому б'єфі, де вони виникають. Особливу актуальність при цьому є затухання хвиль по довжині розглядуваного явища. Це питання, через його складності, найменш вивчене.

1.3. Межі існування кноїдальних хвиль

Відомості щодо існування кноїдальних хвиль, що були отримані різними дослідниками, надзвичайно суперечливі. На сьогодні існування кноїдальних хвиль визначається в залежності від різних діючих факторів [16, 38] – довжини та висоти хвиль, швидкості переміщення, тощо. Тому під час проведення

експериментальних досліджень постає необхідність змінювати характеристики хвиль в процесі досліджень – питому витрату q , початкову глибину h_1 , швидкість хвиль c , тощо. Ці характеристики загалом найкраще оцінювати числом Фруда в початковому перерізі Fr_1 .

Саме число Фруда Fr_1 , в класичному розумінні, є критерієм існування як білякритичних течій в цілому, так і кноїдальних хвиль вчасності. Деякі автори [15,47-49] вважають, що кноїдальні хвилі можуть існувати при числах Фруда менше одиниці. Лабораторні дослідження ряду дослідників [26,50-52] дозволили встановити, що кноїдальних хвиль можуть існувати і при числах Фруда більше одиниці. При цьому необхідно відмітити, що в математичну модель хвилястого стрибка та груп хвиль переміщення входить розв'язок кноїдальних хвиль, утворених на поверхні спокійного потоку (тобто при $Fr_1 < 1$), в поєднанні з розв'язком усамітненої хвилі [15,21,25,53-56].

Аналіз накопиченої інформації [6,16,57,58] свідчить, що за наявності відповідних умов кноїдальні хвилі можуть утворюватися в межах різних типів гідротехнічних споруд: за водозливами, за шлюзами-регуляторами та низьконапірними водоскидами, на водозливі з широким порогом, на вході в канали чи безнапірні тунелі, у відкритих каналах, безнапірних тунелях, трубах і кульвертах, при витіканні з-під затворів з плавним чи ломаним обрисом нижньої частини, на виході з донних отворів, труб і тунелів, в тунелях із забральною стінкою. Розповсюдження хвиль на велику довжину спричиняє виникнення знакоперемінних динамічних навантажень, що може призвести до руйнування елементів споруд та розмивів відвідного русла. Максимальна глибина h_B кноїдальних хвиль визначає відмітки бокових стінок споруд, висоту безнапірних тунелів, труб, а також умови переходу в них від безнапірного режиму до напірного.

Неврахування специфіки кноїдальних хвиль, а особливо хвилеподібного характеру вільної поверхні та відхилення від гідростатичного розподілу тиску по глибині може стати причиною невідповідності проектного та реального гідравлічних режимів, що, в свою чергу, може призвести до серйозних

прорахунків при проектуванні, будівництві та експлуатації споруд. Зазначені обставини свідчать про актуальність проблеми розрахунків і моделювання характеристик кноїдальних хвиль.

1.4. Розрахунки профілю вільної поверхні, розподілу тиску і швидкості кноїдальних хвиль

На практиці, розгляд кноїдальних хвиль включає в себе як правило три невідомих: профіль вільної поверхні, розподіл тиску та швидкості.

Загального методу вирішення наведених невідомих не існує. В зв'язку з цим постає необхідність введення цілого ряду спрощуючих допущень, котрі в результаті дають різну точність в тому чи іншому випадках. Найкраще оцінка таких методів та зроблених в них допущень, можлива використовуючи характерні параметри. У випадку хвилеподібних течій до таких параметрів можна віднести [59]:

- характерна величина підвищення вільної поверхні, що у випадку хвилеподібних течій, приймається рівним висоті хвилі H ;
- характерний горизонтальний розмір – довжина хвилі λ ;
- глибина потоку h .

Кноїдальні хвилі відносяться до випадку хвиль на мілкій воді. Найбільш важливим параметром для даного типу явищ є відносна висота H/h . Менший вплив в розгляді мають параметр кривизни H/λ та параметр проміжної глибини $(H/\lambda)(\lambda/h)^3$.

Загалом, в залежності від діапазону значень параметрів H/λ , H/h , λ/h використовуються 5 математичних підходів запису кінцевого виразу: лінеаралізація, використання степеневих рядів, чисельні методи, аналітичний метод, використання випадкових функцій. Для випадку кноїдальних хвиль дані підходи зводяться до розв'язання диференціального рівняння Кортевега - де Фріса (1.4).

Лінеаризація є найбільш простим методом запису залежностей теорії хвиль на воді. В випадку лінійних теорій повністю зневажається конвективна

інерція. В загальному, ці теорії можна застосовувати виходячи з умови, що параметри H/λ , H/h , λ/h є малими. Дані умови справедливі для хвиль малої амплітуди і малої довжини на глибокій воді.

Лінеаризація основних рівнянь полегшує математичні операції, тому лінійні теорії хвиль використовуються для описання найрізноманітніших хвильових процесів. Але при цьому лінеаризація не застосовується при розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль, оскільки даний підхід дає відносно неточні результати. При цьому потрібно зазначити, що ряд дослідників [6,16,26,60,61] застосовують лінеаризацію для опису розподілу тиску і швидкості як по висоті, так і по довжині розглядуваного явища.

Степеневі ряди – це метод вирішення рівнянь в вигляді степеневого ряду, з малим по відношенню до інших величин параметром. При малих значеннях λ/h таким параметром буде величина H/λ , оскільки на глибокій воді відношення H/λ є найбільш важливим параметром. При великих значеннях λ/h таким параметром буде величина H/h , що є найбільш важливим параметром у випадку розгляду явища на мілкій воді. В першому випадку перший член розкладу є лінійна теорія, в другому випадку – рішення нелінійних рівнянь.

Найбільш типовим вирішенням є випадок прогресивної періодичної хвилі. При цьому наперед приймається умова, що профіль буде стаціонарним. Даний профіль виражається функцією $F = f(x - Ct)$, де C – постійна швидкість розповсюдження хвиль або фазова швидкість.

У випадку кноїдальних хвиль розклад в степеневі ряди проходять за параметром H/h . Перші члени таких рядів отримуються в вигляді стаціонарного вирішення нелінійного рівняння [27,28,62-65]. Даний підхід справедливий як для побудови профілю вільної поверхні та і для розподілу тиску та швидкості по висоті в характерному перерізі. Реалізується він, як правило за допомогою рядів Тейлора, що дає можливість створення теорії першого, другого та n -ного порядків. При цьому потрібно розуміти, що в наведених методах використовується функція $cn z$.

Даний підхід є достатньо складним при розрахунку та в практичному відношенні тяжко реалізується. Особливо це стосується профілю вільної поверхні, оскільки даний підхід при одних вихідних даних описує хвилю в межах від $x = 0$ до $x = \lambda/2$, для подальших розрахунків необхідна коректива вихідних даних.

Чисельним називаються методи наближеного розв'язування математичних задач, які зводяться до виконання кінцевого числа елементарних операцій над числами (арифметичні дії, що виконуються зазвичай приблизно, а також допоміжні операції - записи проміжних результатів, вибірки з таблиць тощо).

В загальному для хвильових явищ чисельні методи застосовуються для трьох основних випадків:

- 1) при великих значеннях параметрів H/h і λ/h , тобто у випадку, коли нелінійні члени типу $\rho u \, du/dx$ великі по відношенню до локальних членів інерції типу $u \, du/dt$ (випадок довгих хвиль на дуже мілкій воді);
- 2) чисельні методи, що використовуються для вирішення лінеаризованих систем рівнянь;
- 3) чисельні методи, що використовуються для випадку аналітичного розв'язку нелінійних систем рівнянь.

Як правило, чисельний метод використовується у поєднанні з комп'ютерним моделюванням, що забезпечує високу точність розрахунків. У випадку кноїдальних хвиль найбільш поширеною розрахунковою програмою є FLUENT[66-67]. Недоліком даного методу є складність математичного описання кноїдальних хвиль (характеристик явища, які необхідно долучити до математичної моделі).

Аналітичний метод – теоретичний метод розв'язку задачі, який полягає в послідовному проведенні математичних перетворень, що приводять до заданого результату. Профіль вільної поверхні кноїдальних хвиль описується загальним розв'язком диференціального рівняння Кортвега - де Фріса (1.4). Тому в конкретному випадку аналітичний метод зводиться до задачі про

знаходження періодичного рішення нелінійних рівнянь з визначенням періодичного рішення системи лінійних рівнянь.

Як правило, даний розв'язок записується з використанням еліптичної функції Якобі амплітуди косінуса $cn z$ [1,6-8,15-17,26,68]. Ряд дослідників використовують для описання профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль інші функції Якобі $dn z$ та $sn z$, що показано в роботі [69]. Дослідження використання наведених функцій описано в роботі [70]. Також існує гіпотеза, про описання профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль за допомогою функції $\sinh(x)$ [71], але є при цьому достатньо сумнівною.

Аналітичний метод найкраще підходить для описання профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль, оскільки є простими у використанні та дає відносно точні результати. Провівши аналіз наведеної літератури можна зробити висновок, що найраціональніше використовувати загальний розв'язок диференціального рівняння Кортвега - де Фріса з використання еліптичної функції Якобі амплітуди косінуса $cn z$. При цьому необхідно відмітити, що згадані математичні моделі не враховують затухання хвиль по довжині, що є достатньо важливою практичною проблемою.

Розподіл швидкості та епюри тиску знаходяться за допомогою аналітичних методів, при цьому використовуються функції іншої природи [7,16,21,26,72].

Випадкові функції використовуються коли не вдається отримати повністю детерміновані рішення. Як правило, це стосується опису морського хвилеутворення. При такому підході до проблеми зазвичай розуміють, що хвилі описуються лінійні законами, для яких необхідною умовою є застосування принципу суперпозиції. Виходячи з цього, метод не може бути використаний при описі вільної поверхні при дуже малих глибинах, а отже і у випадку кноїдальних хвиль, тобто при великих значеннях параметрів H/h , λ/h .

Резюмуючи вищесказане, можна зробити висновок, що при розрахунку профілю вільної поверхні, розподілу тиску і швидкості кноїдальних хвиль найбільш раціональним є використання аналітичного методу.

1.5. Існуючі аналітичні методи розрахунків параметрів кноїдальних хвиль

1.5.1. Метод розрахунку кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики в початковому перерізі (О.А. Рябенко)

Головна ідея математичної моделі цього методу полягає у вираженні характеристик кноїдальних хвиль через параметри потоку в їх початковому перерізі 1 – 1 (рис. 1.3), в якому потік ввігнутий ($d^2h/dx^2 > 0$).

З метою вирішення поставленої задачі використовується рівняння Серра питомої енергії довільного перерізу $E_{\text{пер}} = E$ для різкозмінного руху, виведеного стосовно умов плоскої задачі із диференціального рівняння руху Ейлера. Дане рівняння рідини з врахуванням нахилу та кривизни елементарних струминок у вертикальній площині [5]:

$$E = h + \frac{q^2}{2gh^2} + \frac{q^2}{3gh} \frac{d^2h}{dx^2} - \frac{q^2}{6gh^2} \left(\frac{dh}{dx}\right)^2. \quad (1.9)$$

Зауважимо, що в роботі [64] відповідна залежність стосовно тих же умов отримана також і для функції імпульсу (стрибкової функції) M :

$$M = \frac{h^2}{2} + \frac{q^2}{gh^2} + \frac{q^2}{3g} \frac{d^2h}{dx^2} - \frac{q^2}{3gh^2} \left(\frac{dh}{dx}\right)^2. \quad (1.10)$$

Спеціальні дослідження потоків з криволінійною поверхнею дозволили встановити, що у перерізах, проведених через екстремальні точки з максимальними і мінімальними глибинами, розподіл гідродинамічного тиску по глибині виявляється близьким до параболічного закону і оцінюється за допомогою коефіцієнта негідростатичності s .

Оцінювати експериментальним шляхом фактичне значення гідродинамічного тиску в зазначених перерізах потоку за показом донного п'єзометра $h_{\text{п.д}}$, значення якого в сукупності із значенням витрати Q , ширини лотка b , та виміряною глибиною h у розглядуваному перерізі

дозволяє швидко визначити коефіцієнт s . При цьому питому енергію E_1 для перерізу 1 - 1 можна знаходити таким чином:

$$E = \beta_1 h_1 + \frac{q^2}{2gh_1^2} = \frac{4s_1 - 1}{3} h_1 + \frac{q^2}{2gh_1^2}. \quad (1.11)$$

Математичну постановку задачі виразимо через питому енергію довільного перерізу E у вигляді наступної системи рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} E &= h + \frac{q^2}{2gh^2} + \frac{q^2}{3gh} \frac{d^2 h}{dx^2} - \frac{q^2}{6gh^2} \left(\frac{dh}{dx} \right)^2, \\ \frac{dE}{dx} &= i - \frac{q^2}{C^2 h^3}, \\ \frac{dq}{dx} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1.12)$$

Параметри потоку для характерних перерізів при вибраному положенні координатних осей можна визначити наступним чином:

$$\left. \begin{aligned} \text{а) } x &= 0, h = h_B, \frac{dh}{dx} = 0, \\ \frac{d^2 h}{dx^2} &< 0, E = E_B, M = M_B; \\ \text{б) } x &= x_2, h = h_2, \frac{dh}{dx} > 0, \\ \frac{d^2 h}{dx^2} &= 0, E = E_2, M = M_2; \\ \text{в) } x &= x_1, h = h_1, \frac{dh}{dx} = 0, \\ \frac{d^2 h}{dx^2} &> 0, E = E_1, M = M_1; \\ \text{г) } x &= x_0 = \infty, h = h_0, \frac{dh}{dx} = 0, \\ \frac{d^2 h}{dx^2} &= 0, E = E_0, M = M_0. \end{aligned} \right\} \quad (1.13)$$

Індекси “0”, “1”, “2” в цих виразах і далі означають, що використані величини взяті відповідно для перерізів 0 – 0, 1 – 1, 2 – 2, які показані на рис. 1.3. Глибини в перерізах 1 – 1, 2 – 2 називаються першою і другою спряженими глибинами відповідно. При цьому вважається, що в перерізі 2 – 2 розподіл тиску по глибині наближено відповідає гідростатичному

закону.

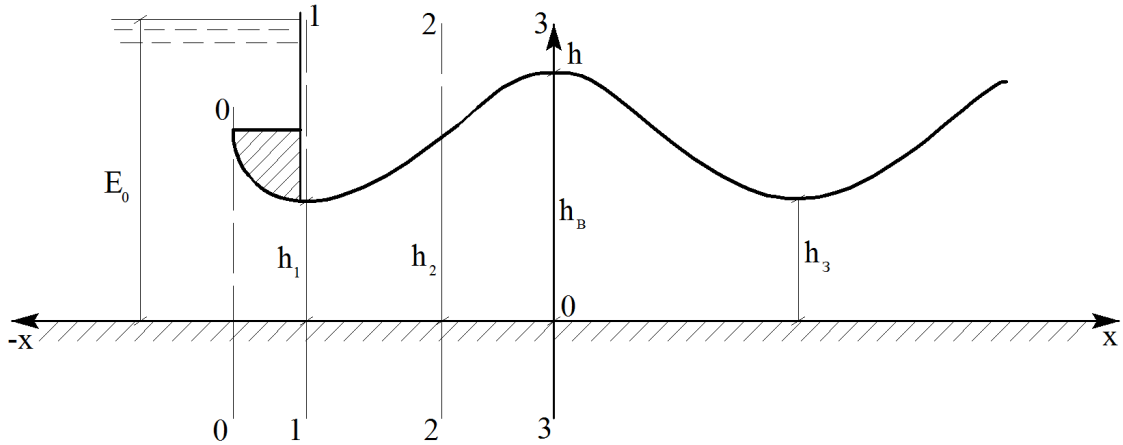


Рисунок 1.3 – Розрахункова схема методу Рябенка

В результаті розгляду системи рівнянь (1.12) для граничних умов, визначених виразами (1.13), в роботі [72] виведено наступне узагальнене диференціальне рівняння профілю вільної поверхні хвилеподібних білякритичних течій, записане в розмірній (1.14) та безрозмірній (1.15) формах:

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 = \frac{3g}{q^2} \left\{ -h^3 + \left(2\beta_1 h_1 + \frac{q^2}{gh_1^2}\right) h^2 - \left[(2\beta_1 - 1)h_1^2 + \frac{2q^2}{gh_1^2} \right] h + \frac{q^2}{g} \right\}, \quad (1.14)$$

$$\left(\frac{dh}{dx}\right)^2 = \frac{3}{Fr_1} \left[-\left(\frac{h}{h_1}\right)^3 + (2\beta_1 + Fr_1) \left(\frac{h}{h_1}\right)^2 - (2\beta_1 - 1 + 2Fr_1) \frac{h}{h_1} + Fr_1 \right]. \quad (1.15)$$

В роботі [73] знайдено також корені поліному правої частини рівнянь (1.14), (1.15), встановлено фізичний зміст цих коренів, здійснено інтегрування диференціальних рівнянь (1.14), (1.15), та отримано їх загальний розв'язок у вигляді наступної системи:

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \frac{h}{h_1} = 1 + (\eta_B - 1) \operatorname{cn}^2 \left(\frac{x}{\Delta}, k \right), \\ \Delta &= 2h_1 \sqrt{\frac{\eta_B Fr_1}{3(\eta_B^2 - Fr_1)}}, \\ k &= \sqrt{\frac{\eta_B(\eta_B - 1)}{\eta_B^2 - Fr_1}}, \\ \eta_B &= \frac{1}{2} \left[\frac{4s_1 - 1}{3} + Fr_1 + \sqrt{\left(\frac{4s_1 - 1}{3} + Fr_1 \right)^2 - 4Fr_1} \right], \end{aligned} \right\} \quad (1.16)$$

де Δ – деякий параметр.

На основі розробленої математичної моделі стосовно загального випадку, коли коефіцієнт негідростатичності $s_1 > 1$, Рябенко О.А. було виведено наступну залежність для визначення другої спряженої глибини h_2 кноїдальних хвиль:

$$\eta_2 = \frac{h_2}{h_1} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{4s_1 - 1}{3} + 2Fr_1 \cos \left\{ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos \left[\frac{3\sqrt{3}\alpha_{02}Fr_1}{\sqrt{\left(\frac{4s_1 - 1}{3} + 2Fr_1\right)^3}} \right]} \right\}}, \quad (1.17)$$

де α_{02} – коефіцієнт кількості руху в перерізі з другою спряженою глибиною.

Відмітною особливістю залежностей (1.14), (1.15) та залежностей (1.16), (1.17) є те, що характеристики потоку в них однозначно (з точністю до значень коефіцієнтів Коріоліса та Буссінеска) виражаються через параметри потоку в початковому перерізі розглядуваних явищ – глибину h_1 , число Фруда Fr_1 , коефіцієнт негідростатичності s_1 , причому розглядається загальний випадок можливого викривлення потоку у вертикальній площині в початковому перерізі білякритичних течій, тобто коли коефіцієнт негідростатичності $s_1 \geq 1$.

1.5.2. Метод розрахунку параметрів кноїдальних хвиль як періодичних хвиль прогресуючих у воді (Р.Л. Вігель)

Дана хвильова теорія справедлива для кноїдальних періодичних хвиль прогресуючих у воді (рис. 1.1), застосовується при умові, що початкова глибина потоку становить менше однієї десятої довжини хвилі [26]. Р.Л. Вігель видозмінив результати існуючих теорій (Г.Х. Келегана, С.К. Ді, Г.В. Патерсона, В. Літмана та ін.) та навів їх у більш практичній формі та графіках.

Математичні розрахунки показують, що теорія поверхневих хвиль, зазвичай відомі як хвилі Стокса, є найбільш корисною, коли співвідношення початкової глибини потоку до довжини хвилі $\left(\frac{h}{\lambda}\right)$ перевищує $1/8$ або $1/10$ (Г.Х. Кейлеган[74], С.К. Ді[75]). Для мілкої води кноїдальна теорія дозволяє

отримати менш задовільні результати.

Д.Й. Кортевега і Г. де Фріса, Г.Х. Келегана і Г.В. Патерсона, Дж.Б. Келлера використовували різні символи, однак критичні формули, що були отримані ними по суті справи, одні і ті ж самі. Довжина хвилі визначається за залежністю:

$$\frac{\lambda}{h} = \frac{4}{\sqrt{3}} K(k) \left(2\bar{\lambda} - 1 + \frac{h_3}{h_1} \right)^{-1/2} \quad (1.18)$$

де $K(k)$ – повний еліптичний інтеграл першого порядку з модулем k , h_3 – глибина западини хвилі.

Величини $\bar{\lambda}$ та k можна знайти за наступними рівняннями:

$$\begin{cases} k^2 = \frac{\left(\frac{h_B}{h_1}\right) - \left(\frac{h_3}{h_1}\right)}{2\bar{\lambda} + 1 - \frac{h_3}{h_1}}, \\ \left(2\bar{\lambda} + 1 - \frac{h_3}{h_1}\right) E(k) = \left(2\bar{\lambda} + 2\frac{h_B}{h_1} - \frac{h_3}{h_1}\right) K(k), \end{cases} \quad (1.19)$$

де $E(k)$ – повний еліптичний інтеграл другого порядку з модулем k .

Провівши необхідні скорочення та наближення Р.Л. Вігель отримав наступну залежність:

$$\frac{\lambda^2 H}{h_1^3} = \frac{16}{3} [k K(k)], \quad (1.20)$$

На основі (1.20) був складений графік, який дозволяє визначити модуль еліптичної функції k графічно [26]:

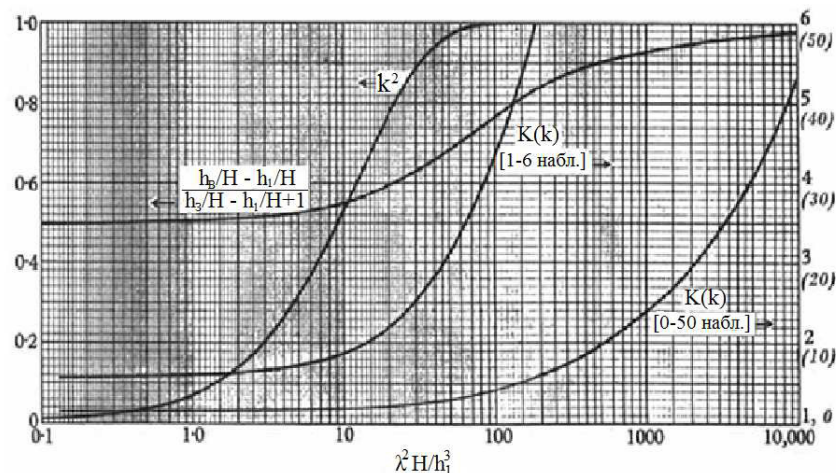


Рисунок 1.4 – Графік залежності $k = f(\lambda, H, h_1)$

Рівняння профілю вільної поверхні записується у вигляді:

$$h = h_1 + H cn^2 \left[2K(k) \left(\frac{x}{\lambda} \right), k \right]. \quad (1.21)$$

Повний еліптичний інтеграл першого порядку наближено можна знайти:

$$\begin{cases} K(k) = \Lambda + \frac{1}{4}(\Lambda - 1)k'^2 + \frac{3}{16}\left(\Lambda - \frac{7}{16}\right)k'^4 + \frac{25}{256}\left(\Lambda - \frac{37}{30}\right)k'^6 \dots, \\ k' = \sqrt{1 - k^2}, \\ \Lambda = \ln\left(\frac{4}{k}\right). \end{cases} \quad (1.22)$$

Довжина хвилі знаходиться за залежністю:

$$\lambda = \left(\frac{13 \cdot h_1^3}{3 \cdot H} \right)^{1/2} \cdot k \cdot K(k). \quad (1.23)$$

1.5.3. Метод коливальних хвиль русла з обмеженою глибиною (Г. Ламб)

Г. Ламб [76] видозмінив результати досліджень Д.У. Релея та Ж.В. Буссінеска таким чином, що вони перетворились в теорію коливальних хвиль русла з обмеженою глибиною. Розглядаючи задачу, як задачу про усталений рух, отримуємо рівняння кількості руху на довжину хвилі (λ):

$$\iint \varrho u \, dx \, dh = -\varrho \iint -\frac{\partial \varphi}{\partial x} \, dx \, dh - \varrho \varphi_1 \lambda, \quad (1.24)$$

де φ_1 – відповідає вільній поверхні. Якщо $h_{\text{сер}}$ позначити, як середню глибину, відповідно кількість руху цього перерізу дорівнює $\varrho ch_{\text{сер}} \lambda$.

Умова для постійного тиску вздовж вільної поверхні записується в наступному вигляді:

$$u^2 + v^2 = c^2 - 2g(h - h_{\text{сер}}). \quad (1.25)$$

В конкретному випадку дана умова набере вигляду:

$$u^2 + v^2 = c^2 - 2gh. \quad (1.26)$$

Перша похідна по глибині рівна:

$$h'/2 = 3 \frac{(h - h_{\text{сер}})^2}{h_{\text{сер}}^2} \left(1 - \frac{gh}{c^2} \right). \quad (1.27)$$

Прийнявши до уваги умову (1.26) перша похідна по глибині можна буде знайти за залежністю:

$$h'^2 = \frac{3g}{c^2 h_{\text{сеп}}^2} (h - l)(h_B - h)(h - h_3). \quad (1.28)$$

Розв'язавши дане рівняння отримаємо рівняння профілю вільної поверхні:

$$\left\{ \begin{array}{l} h = h_1 + (h_B - h_1) \cdot \text{cn}^2 \left(\frac{x}{\beta}, k \right), \\ \beta = \sqrt{\frac{4h_B h_1 l}{3(h_B - l)}}, \\ k^2 = \frac{h_B - h_1}{h_B - l}, \\ l = \frac{c^2 h_K^2}{g h_B h_1}, \end{array} \right. \quad (1.29)$$

де l і β – деякі параметри хвилі.

1.5.4. Графоаналітичний метод з використанням кноїдальних функцій Якобі (згідно «Рекомендацій для проектирования», під ред. Ф.Г. Гунько)

На призматичних ділянках водоскидних споруд, особливо на похилих ділянках, можуть утворюватися кноїдальні хвилі. Ці хвилі часто обумовленні зміною витрати води, що прийнята зміною схеми маневрування затвору водоскидних отворів, зміною рівня нижнього б'єфу і т.п. Тому вони мають характер позитивних хвиль переміщення. Разом з тим, швидкість розповсюдження вказаних хвиль часто виявляється настільки малими, що кноїдальні хвилі можна розглядати як статичні хвилі (рис. 1.1) і розраховувати за існуючими залежностями, прийнявши деякі припущення [77]:

- 1) рідина вважається ідеальною;
- 2) горизонтальна складова швидкості u_x по глибині потоку приймається рівномірно розподіленою, а вертикальна складова u_y змінюється від нуля на дні до деякої величини на вільній поверхні потоку.

В такому випадку вільна поверхня кноїдальних хвиль описується рівнянням:

$$\eta = \frac{h}{h_1} = 1 + (\eta_B - 1)cn^2\left(\frac{x}{\lambda}, k\right). \quad (1.30)$$

Довжина λ кноїдальних хвиль вираховується за графіком, представленим на рис. 1.5 [77].

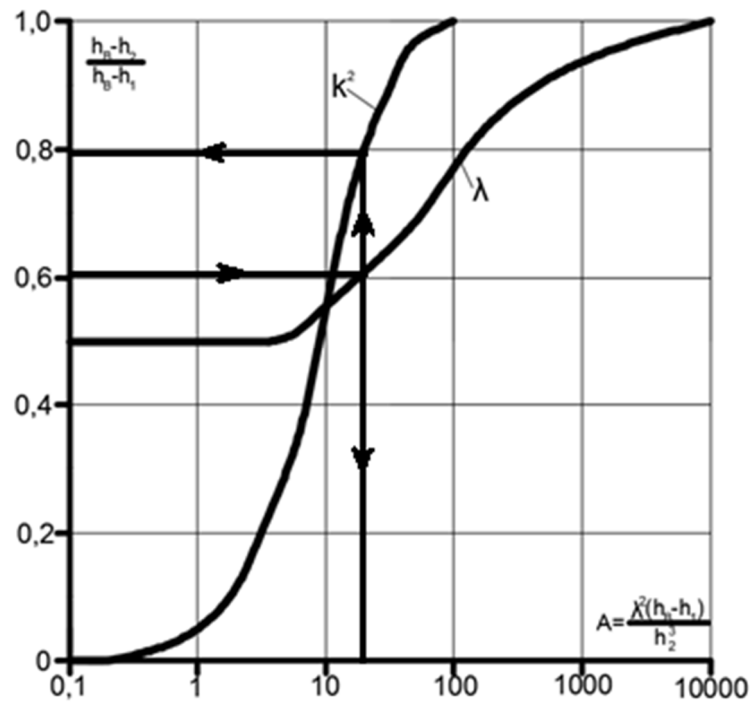


Рисунок 1.5 – Графік для визначення довжини λ і параметра k кноїдальних хвиль

Знайшовши попередньо величини h_2 (середня глибина потоку, що приймається рівною другій спряженій глибині), h_B , $h_3 \approx h_1$ (глибина вершини і западини хвилі, відповідно), а потім визначивши безрозмірний комплекс цих величин, відкладених по вертикальній осі графіка за допомогою кривої $\lambda = f(A)$ визначаємо λ, k :

$$A = \frac{\lambda^2(h_B - h_3)}{h_2^3}, \quad (1.31)$$

Звідки легко можна визначити довжину кноїдальних хвиль λ :

$$\lambda = \sqrt{\frac{A \cdot h_2^3}{h_B - h_{\Pi}}}. \quad (1.32)$$

1.6. Висновки та задачі досліджень

На основі огляду та аналізу літератури по кноїдальним хвилям можна зробити наступні висновки.

1. Кноїдальні хвилі – це рухомі та нерухомі перманентні періодичні хвилі на мілкій воді, що відносяться до класу білякритичних течій рідини.
2. Кноїдальні хвилі виникають в нижньому б'єфі водоскидних споруд та гідроелектричних станцій, при вході в канали, в місцях зміни поперечного перерізу і похилу дна русла, тощо. При цьому, на наведені об'єкти вони можуть впливати як позитивно так і негативно.
3. Відомості щодо існування кноїдальних хвиль, отриманими різними дослідниками, надзвичайно суперечливі і потребують уточнення.
4. Дані про кінематичну та динамічну структуру потоку у характерних перерізах кноїдальних хвиль є не в достатній мірі повними та потребують перевірки.
5. Профіль вільної поверхні, розподіл тиску та швидкість кноїдальних хвиль описують за допомогою розв'язку диференціального рівняння Кортевега - де Фріса. Такий розв'язок можна знайти з використанням ряду методів – лінералізації, степеневих рядів, чисельного, аналітичного та випадкових функцій. Використання цих методів розрахунку мають загальні недоліки, до яких можна віднести неврахування затухання хвиль по довжині розглядуваного явища. Розрахунок профілю вільної поверхні, розподілу тиску та швидкості кноїдальних хвиль найдоцільніше проводити з використанням аналітичного методу.

Підсумовуючи все вищесказане можна сформулювати наступні **задачі дослідження**:

1. Уточнити границі існування кноїдальних хвиль, а саме їх існування при числах Фруда $Fr_1 \gtrless 1$.
2. Здійснити оцінку впливу ступеню відхилення від гідростатичного розподілу тиску у початковому перерізі кноїдальних хвиль на їх характеристики.

3. Провести лабораторні дослідження кінематичної та динамічної структур кноїдальних хвиль в характерних перерізах для перевірки правильності відомих положень про їх структуру.
4. На основі існуючих методів побудови профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль розробити практичний алгоритм розрахунку параметрів наведеного явища у всьому діапазоні його існування.
5. Розробити математичний модель розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням затухання хвиль по довжині.

РОЗДІЛ 2. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНА УСТАНОВКА ТА МЕТОДИКА ДОСЛІДЖЕННЯ

2.1. Експериментальна установка

2.1.1. Загальна схема

Для вирішення поставленої задачі в гідроенергетичній лабораторії кафедри гідроенергетики, теплоенергетики та гідравлічних машин Національного університету водного господарства та природокористування була створена експериментальна установка, яка розміщується у великому дзеркальному лотку (прямокутного перерізу) довжиною 19,2 м, шириною 1,0 м, висотою 2,0 м в голові, довжина якої складала 5,37 м, і висотою 1,2 м в частині, що залишилась (рис. 2.1).

Дно лотка бетонне, з ретельно вирівняною поверхнею, влаштоване таким чином, що воно займає горизонтальне положення по всій довжині. В кінцевій бетонній частині установки, довжиною 0,2 м, дно має заокруглення, що плавно переходить в металеве дно. Наведена частина, що має довжину 1,1 м, необхідна для зрівноваження потоку перед виходом потоку в зливний бак.

Із напірного баку насосної станції вода по трубопроводу надходила через голову, проходячи через протарований трикутний мірний водозлив і потрапляла в лотік. Між трикутним водозливом та затвором встановлено заспокоювач потоку. По довжині лотка використовувалися 2 окремі затвори, конфігурацію нижньої частини яких можна було змінювати. В місцях розташування затворів були встановлені планки з донними п'єзометрами. Глибина води в нижньому б'єфі регулюється за допомогою спицевого затвора. Після того, як вода проходить по довжині лотка, вона потрапляє в відповідний резервуар, після якого, по системі трубопроводів поступає в приймальний резервуар насосної станції.

Дослідна установка дозволяє вивчати хвильові явища з числами Фруда в початковому перерізі $Fr_1 = 0,1 \dots 10,0$, при цьому максимальне значення витрати досягало $Q = 160,0 \text{ л/с}$.

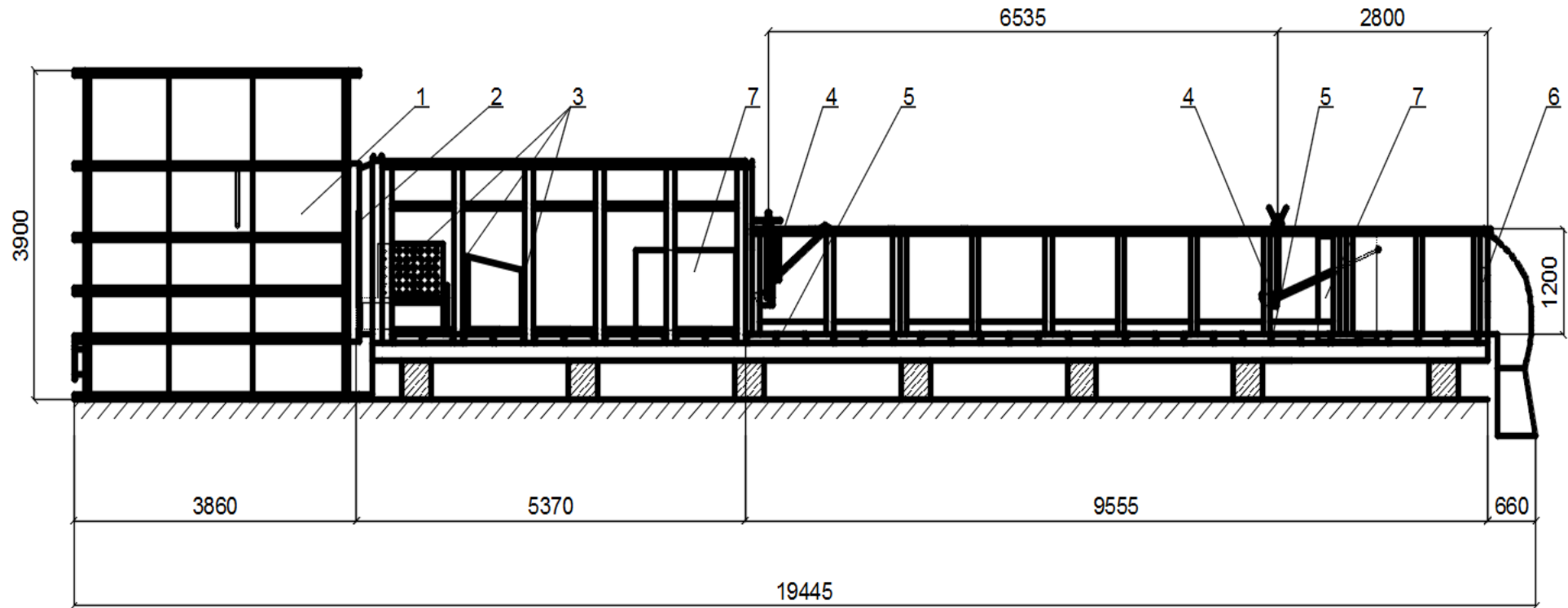


Рисунок 2.1 – Схема лабораторної установки:

1 – голова лотка, 2 – трикутний водозлив; 3 – заспокоювачі потоку; 4 – затвори; 5 – планка з приймальними отворами п'єзометрів; 6 – спитцевий затвор; 7 – п'єзометричний щит

2.1.2. Заспокоювачі потоку у вхідній частині лотока

При проведенні серії попередніх досліджень було виявлено, що при числах Фруда $Fr_1 = 0,25 \dots 0,5$ має місце нестійке витікання з-під затвору, що призводить до того, що вільна поверхня не займає постійного положення. Наведений стан потоку унеможливує отримання необхідних явищ. Причиною цього є відносно велике падіння потоку, при якому струмини потоку вдаряючись у бетонне дно захоплювали бульбашки повітря. Ділянка лотока, довжиною 5,37 м, що знаходиться між трикутним водозливом і затвором не могла заспокоїти потік і усунути насичення потоку.

Для вирішення поставленої проблеми було розроблено 5 схем заспокоювачів потоку. З кожною із схем було проведено серія досліджень. Остаточною схемою була прийнята схема показана на рис. 2.2.

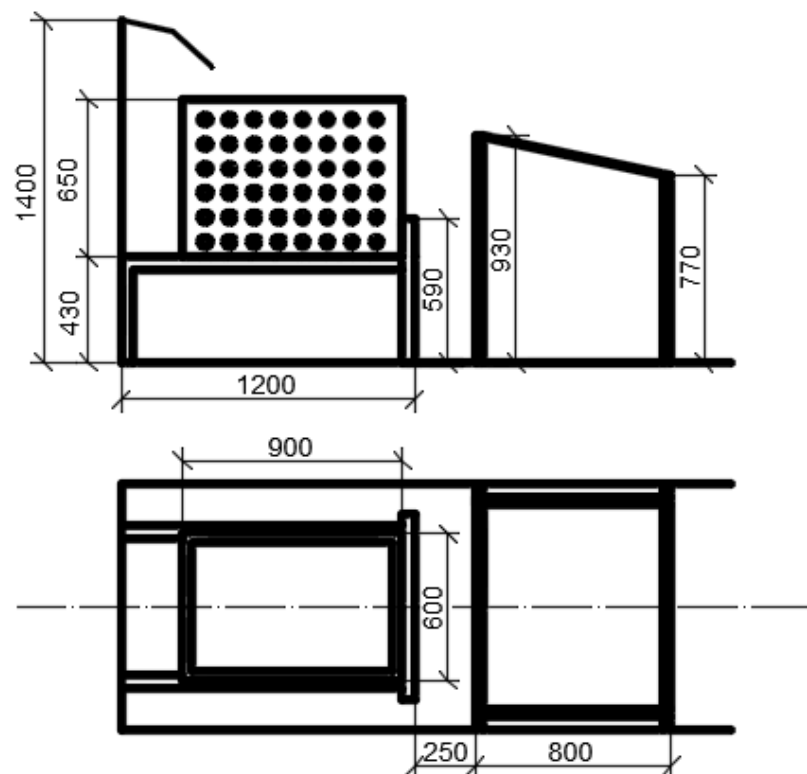


Рисунок 2.2 – Схема заспокоювачів потоку у вхідній частині лотока

Вибрана конструкція дозволяє заспокоїти потік у досліджуваному діапазоні утворення необхідних явищ.

2.1.3. Затвори

При проведенні серії попередніх досліджень було використано 2 конфігурації нижньої частини затвора, а також 2 його положення по довжині лотка. При чому положення затвора від трикутного мірного водозливу складало: положення I – 5,65 м, положення II – 12,65 м. Використані конфігурації нижньої частини затвору показані на рис. 2.3.

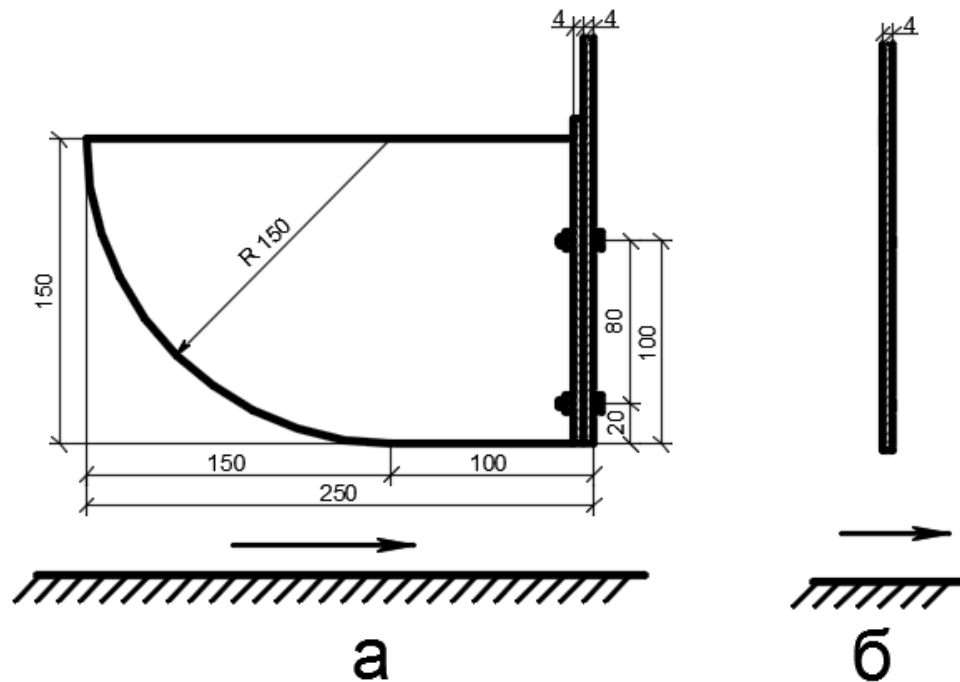


Рисунок 2.3 – Конфігурації нижньої частини затвору, що використовувалися при проведенні серії попередніх досліджень: а – нижня частина з плавним окресленням радіусом R150; б – нижня частина з гострою кромкою

Використання нижньої частини з плавною конфігурацією (схема а) в лабораторній практиці дозволяє усунути вертикальне стиснення потоку при витіканні з-під щита [31, 78]. Схема затвору з гострою кромкою являє собою металічну пластину товщиною 2 мм, що прикріплена до затвору, нижня частина якої не загострена.

На основі проведеної серії попередніх досліджень було визначено наступне:

– у випадку витікання з-під затвору з гострою кромкою (б) має місце нестійке витікання, при якому проходить періодичний відрив потоку від затвору, що затрудняє отримати необхідні явища;

– в випадку затвору з плавним окресленням нижньої частини (а) періодичного відриву потоку від затвора не спостерігається та немає вертикального стиснення за затвором, внаслідок чого отримати експериментально необхідні хвильові явища достатньо легко.

На основі вищесказаного можна зробити наступні висновки:

- оптимальною нижньою частиною затвору є варіант з плавним окресленням радіусом R150;
- для експериментальних досліджень кноїдальних хвиль розміщення затвору є положення I та II.

2.1.4. П'єзометри для вимірювання осередненого донного тиску

При проведенні гідравлічних досліджень іноді буває необхідно визначати осереднений тиск у різних точках на границі потоку з твердими стінками. Найчастіше для цього використовують п'єзометри, які широко застосовуються в лабораторній практиці. Для зменшення похибки у показах п'єзометрів діаметр їх приймальних отворів рекомендується приймати якомога меншими.

Згідно [79-80] була прийнята наступна конструкція приймальної частини п'єзометрів (рис. 2.4).

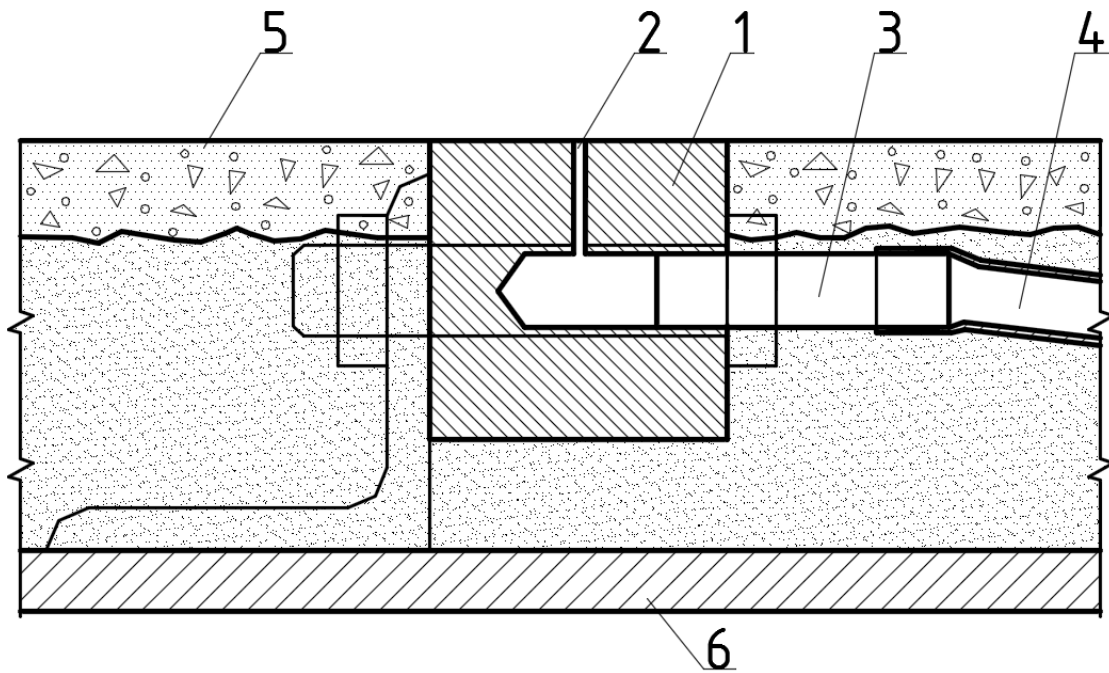


Рисунок 2.4 – Конструкція приймальної частини п'єзометрів: 1 – планка з органічного скла, 2 – приймальний отвір, 3 – мідна трубка, 4 – гумова трубка, 5 – бетонне дно лотка, 6 – металеве дно лотка

У боковій грані планки, виготовленої з органічного скла, просвердлені заглиблення (не на всю товщину планки), куди впресовані латунні патрубкі. На верхній грані планки попередньо просвердлені прийомні отвори п'єзометрів діаметром 1 мм, які з'єднані з раніше просвердленими заглибленнями.

Вільні кінці патрубків з'єднували зі скляними трубками п'єзометрів за допомогою гумових трубок, які проводили через спеціально вирізаний для цього отвір у металевому дні лотка. Після заповнення всіх п'єзометрів цей отвір заливався бетоном.

Планку з приймальними отворами п'єзометрів було встановлено на потрібній позначці під нівелір і жорстко закріплено до металевого дна лотка за допомогою болтів та приварених кутиків з прорізами для болтів (рис. 2.5). Друге дно лотка зроблено з цементного розчину, вкладеного на шар піску (рис. 2.6).



Рисунок 2.5 – Закріплення планки з приймальними отворами до дна лотка



Рисунок 2.6 – Підготовка місця встановлення планки з приймальними отворами п'єзометрів до бетонування

2.2. Методика проведення експериментальних досліджень профілю вільної поверхні, осередненого тиску на дно та кінематики кноїдальних хвиль

2.2.1. Методика проведення експериментальних досліджень профілю вільної поверхні, осередненого тиску на дно кноїдальних хвиль

Згідно [81-82] було встановлено, що у випадку витікання потоку із-під затвора з плавним окресленням нижньої частини та щита з гострою кромкою (при умові, що розглядуване явище починається із стисненого перерізу) має місце різкий підйом вільної поверхні. При цьому розподіл тиску по глибині потоку не відповідає гідростатичному закону. В роботах [16, 38, 51] було показано, що на значній віддалі від затвора (від початкового перерізу до перерізу з другою спряженою глибиною) неможливо вибрати ні одного перерізу з гідростатичним законом розподілення тиску по глибині потоку. Враховуючи даний факт в [13, 43, 83] були представлені залежності, що дозволяють визначити другу спряжену та максимальну глибини.

Аналізуючи існуючу літературу було визначено, що осереднений тиск на дно по довжині кноїдальних хвиль є недостатньо вивченим. В зв'язку з цим було прийнято рішення по знаходженню не тільки профілю вільної поверхні, а і п'єзометричної лінії. Положення кривої вільної поверхні визначалося за допомогою шпiтценмасштабу, а положення п'єзометричної лінії – донних п'єзометрів. Оскільки по осі лотка спостерігаються максимальні глибини явищ з хвилеподібною поверхнею (у стінок лотка глибина потоку дещо нижча) вимірювання профілів проводилися лише по осі лотка. Недоліком такої методики вимірювань є неврахування перерозподілення маси води по ширині лотка. Наведена особливість має місце при відносно великій ширині лотка внаслідок впливу шероховатості бокових стінок. При цьому необхідно мати на увазі, що в натурних умовах відмічене перерозподілення маси води по ширині проявляється в ще більшій мірі, ніж на лабораторній установці. Дане твердження було чітко виявлено після проведення серії попередніх досліджень, під час якої було встановлено, що при експериментальних

дослідженнях глибина потоку по ширині лотка є різною, збільшуючись від стінок до осі (рис. 2.7).

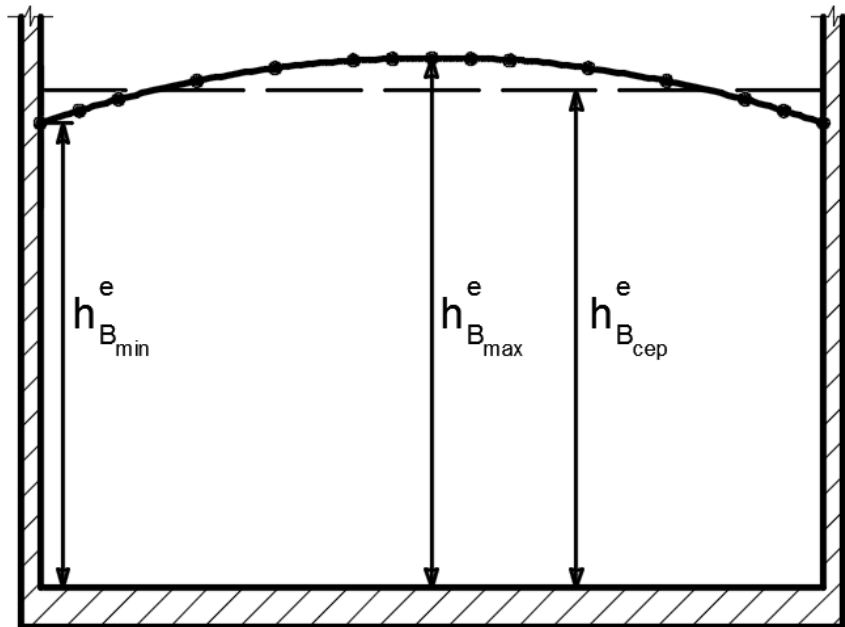


Рисунок 2.7 – Поперечний переріз потоку, що відповідає глибині під вершиною першої хвилі

Аналогічний нерівномірний розподіл глибин по ширині лотка для випадку утворення хвилястого стрибка показано в [84-86].

Наведену особливість необхідно враховувати при розрахунку глибини під вершиною першої хвилі, оскільки результатом математичного моделювання є значення середньої глибини по ширині розглядуваного явища. Вирішити наведену проблему можливо шляхом встановлення спеціального коефіцієнта просторовості $k_{пр}$, який необхідно визначати дослідним шляхом та подальше введення його в рівняння глибини під вершиною першої хвилі h_B .

Для визначення коефіцієнта $k_{пр}$ було проведено ряд спеціальних досліджень. Дані експерименти являють собою 10 замірів глибини потоку по ширині розглядуваного перерізу (з кроком 10 см) за допомогою шпінценмасштабу.

Під час проведення дослідів попередньої серії експериментів було встановлено, що вільна поверхня кноїдальних хвиль не залишається незмінною в часі, а періодично, в той чи іншій степені коливається біля деякого осередненого положення. При цьому глибина і тиск на дні в

вибраному перерізі піддається досить суттєвим змінам. Наведене коливання в найбільшій степені проявляється у випадку переходу з гладкої поверхні до утворення поверхневого вальця. Враховуючи вищесказане вимірювання вільної поверхні та п'єзометричної лінії кноїдальних хвиль починалось з візуальних спостережень вільної поверхні на протязі деякого часу для її оцінки. У випадку коли на першому гребені періодично утворювався поверхневий валець для вимірювання приймався граничний випадок, при якому поверхня першої хвилі все ще залишається гладкою, оскільки в даний момент висота першої хвилі є максимальною. Для всіх інших випадків вибиралося осереднене положення вільної поверхні в часі. Після того, як положення вільної поверхні було вибране на скло бокових стінок лотка наносилися мітки і всі вимірювання проводилися лише в той момент, коли явище поверталось у вибране положення.

Точність вимірювання глибини потоку за допомогою шпітценмасштабу досягала 5%, а вимірювання осередненого тиску на дні потоку за допомогою п'єзометрів проводилося з точністю до 2%. Відносна точність вимірювання тиску, в порівнянні з точністю вимірювання глибини, пояснюється тим, що п'єзометри, які за своєю конструкцією є інерційними приладами, досить істотно осереднюють вимірювальний тиск.

2.2.2. Вимірювання розподілу швидкості та тиску по глибині потоку

Питання визначення епюри актуальних швидкостей в характерних перерізах кноїдальних хвиль є важливою науково-технічною проблемою. Це пов'язано, в першу чергу, з питанням наявності чи відсутності вирів в межах наведеного явища. Наявність вирів негативно впливає на дно каналів, водоводів, тощо, оскільки приводить до розмивів, а як наслідок і руйнування наведених частин гідротехнічних споруд.

При постановці експериментальних досліджень розподілу актуальних швидкостей по висоті та довжині кноїдальних хвиль було прийняте рішення

використовувати прилади непрямого вимірювання – тензометричного датчика, мікровертушки та трубки Піто.

Тензометричний датчик виконано однокомпонентним з можливістю роботи в двох режимах «чутливості». Результати замірів знімалися з підключеного міліамперметра. Схеми і принцип роботи тензометричного датчика показано в [87-88].

Дослідження швидкості потоку за допомогою мікровертушки виконувались в комплекті з лічильником імпульсів. Сама мікровертушка є безконтактною, оскільки не має механічного контакту між рухомими та нерухомими її частинами. Електронний лічильник імпульсів побудований на базі мікрокалькулятора. Лічильник фіксує максимуми значень сили струму в електричному ланцюгу і підраховує їх суму за певний час вимірювання. Схеми і принцип роботи мікровертушки в комплекті з лічильником імпульсів датчика наводиться в [89-90].

Трубка Піто виконана у вигляді статистичної трубки (Pito-Static tube), оскільки має два типи отворів (центральний, що вимірює повний швидкісний напір, та на стороні, що вимірює відповідно статичний швидкісний напір). Значення швидкісного напору дорівнює різниці між повним та статичним. Схеми і принцип роботи статистичної трубки Піто показано в [91-92]. Розподіл тиску по глибині потоку проводився за допомогою наведеного приладу. При цьому трубка з показом статичного напору затискаласть зажимом і використовувалися покази виключно повного швидкісного напору [93].

Оскільки вимірювання є непрямыми, постала необхідність проведення тарування наведених вимірювальних приладів. Тарування проводилось в тарувальному лотоку насосної лабораторії кафедри гідроенергетики, теплоенергетики та гідравлічних машин НУВГП. Тарувальні криві для різних вимірювальних приладів показано на рис. 2.8-2.11.

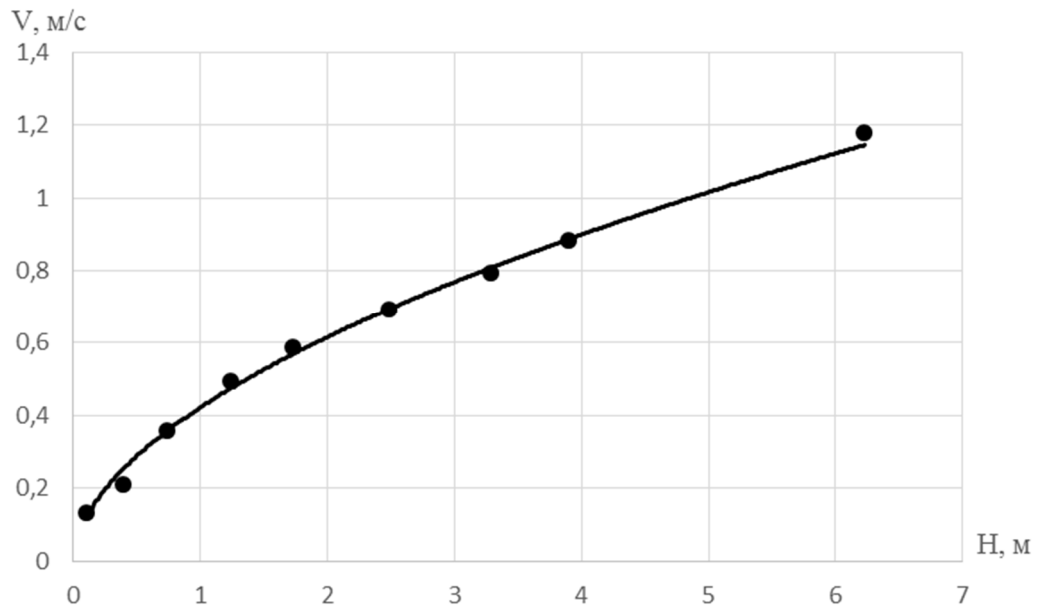


Рисунок 2.8 – Тарувальна крива трубки Пітто

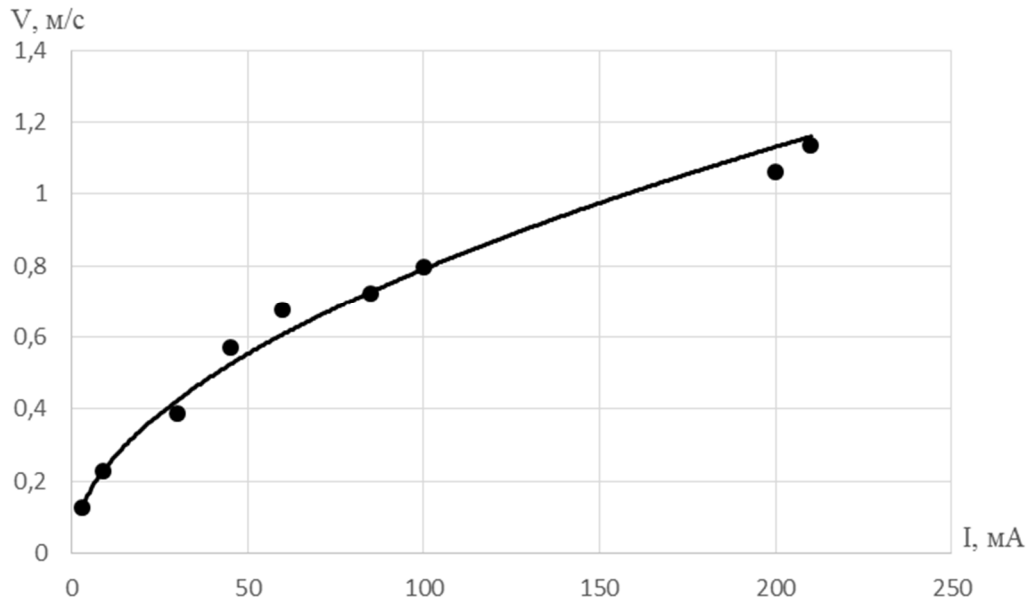


Рисунок 2.9 – Тарувальна крива тензOMETричного датчика
(I-ий режим чутливості)

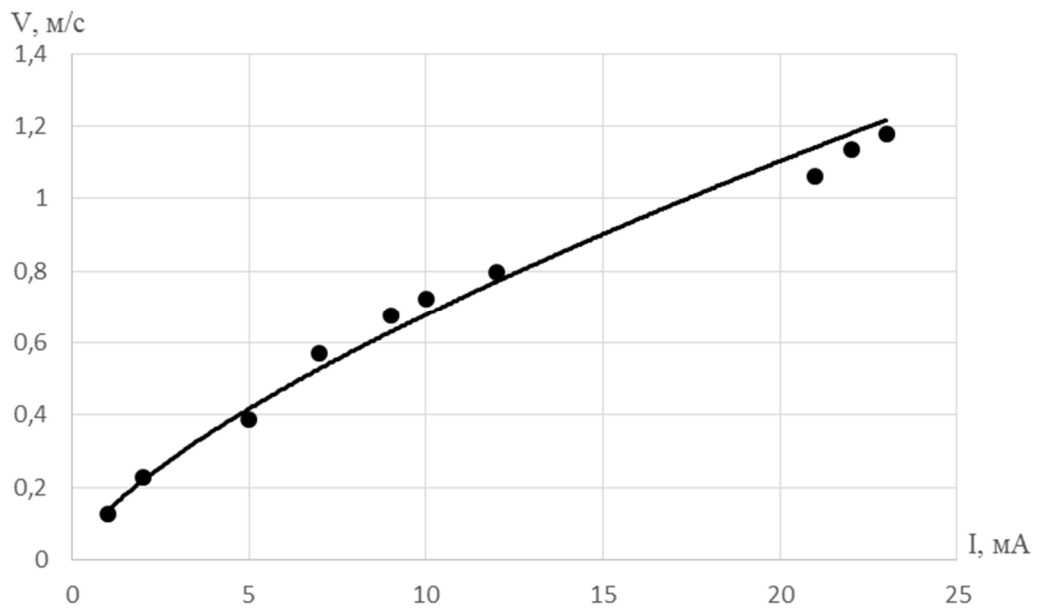


Рисунок 2.10 – Тарувальна крива тензOMETричного датчика (II-ий режим чутливості)

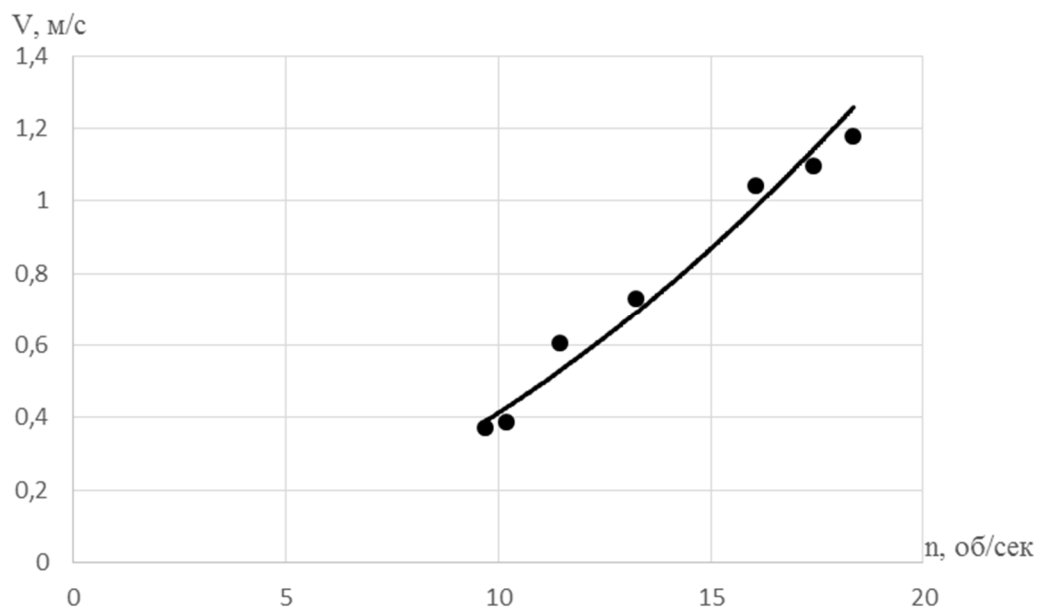


Рисунок 2.11 – Тарувальна крива мікровертушки

Вимірювання проводилися лише по характерним вертикалях кноїдальних хвиль, що проходять через вершини і підшви перших декількох хвиль. Вимірювання на вибраній вертикалі проводилося в точках з інтервалом 1-2 см. Крім того, білякритичні течії (в тому числі і кноїдальні хвилі) характеризуються великою чутливістю до вводу в них вимірювальних приладів. При вводі в потік наведених вимірювальних приладів потрібно враховувати і зміщення самого потоку відносно початкового положення. Для

виконання вимірювань у вибраному перерізі (по вершині або западині) постає необхідність за явищем переміщувати і вимірювальний прилад. Оскільки вимірювання в характерних перерізах починалось з дна, то по мірі підйому вимірювального приладу зменшується його вплив на потік. Внаслідок чого кноїдальні хвилі поступово переміщуються до початкового положення, що відповідно вимагає переміщення і самого приладу.

Описаний фактор також негативно впливає на точність вимірювання. Але при цьому необхідно зауважити, що це має найбільший вплив при вимірюванні швидкості в межах першої хвилі кноїдальних хвиль.

2.3. Статистична обробка результатів експериментальних досліджень, точність та планування експериментів

При проведенні експериментальних лабораторних чи натурних досліджень особливу увагу необхідно приділити питанню використання надійної методики проведення експериментів в потрібному діапазоні основних характеристик розглядуваного явища. В такому контексті центральною умовою проведення експериментів є здатність дослідження явища в граничних умовах, які б відповідали вихідній теоретичній схемі. Додатково необхідно відмітити, що в процесі проведення експериментальних досліджень виникає питання про співставлення результатів, отриманих на одній і тій же установці в різний час та про рівень відтворюваності характеристик досліджуваного явища при повторному використанні експериментальних установок на різних етапах досліджень.

У випадку кноїдальних хвиль вчасності, так і для білякритичних течій загалом, граничні умови відносяться до початкового перерізу. Такі умови характеризуються числами Фруда в початковому перерізі явища і досягалися шляхом підбору витрати і висоти підняття затвора, а також за допомогою спеціальних приставок до затвора, які завдяки своїй конфігурації ліквідують вертикальне стиснення потоку при витіканні з-під затвора. Крім того досить

важливим є питання адекватності використовуваного методу побудови профілю вільної поверхні хвилястого стрибка, точності вимірювання тощо.

2.3.1. Планування експериментальних досліджень

При плануванні експериментальних досліджень необхідно забезпечити їх ефективність, яка дозволить з мінімальною кількістю дослідів одержати модель, яка описує досліджуване явище. Така ефективність досягається з використанням математичних методів, що засновуються на основі математичної теорії планування експерименту та багатьох факторів утворення досліджуваного явища, що діють на кінцевий результат вимірювань. До такого роду факторів, для випадку утворення кноїдальних хвиль, відносяться число Фруда Fr_1 та глибина в початковому перерізі h_1 .

Враховуючи вищесказане особливу увагу було приділено питанню рівня відтворюваності досліджуваних явищ. Експериментальні дослідження кноїдальних хвиль виконувалися з використанням матриці планування експерименту для максимальної глибин h_B з врахуванням коефіцієнта просторовості $k_{пр}$ (табл. 3.22) [94, 95]. Попередньо було визначено діапазон роботи установки відносно чисел Фруда в початковому перерізі $Fr_1^i = 0,278; 0,656; 1,034$. Досліди проводилися з триразовою повторюваністю у випадковій послідовності за таблицею випадкових чисел для виключення систематичних похибок. Серія дослідів виконувалася на протязі одного циклу запуску-зупинки лабораторної установки. Після зміни параметрів установки витримувався деякий час для забезпечення установаження сталого режиму.

Таблиця 2.1 – Матриця планування експерименту для максимальної глибини h_B

Номер досліджу	Кодовані фактори		Натуральні значення факторів		Результати дослідів вимірювання максимальної глибини h_B			Середнє значення $\overline{h_B}$, м
	X_1	X_2	Число Фруда Fr_1	Глибина в початковому перерізі h_1 , м	h_B^1 , м	h_B^2 , м	h_B^3 , м	
1	1	1	1,034	0,180	0,243	0,236	0,239	0,237
2	1	0	1,034	0,130	0,178	0,175	0,173	0,174
3	1	-1	1,034	0,080	0,109	0,110	0,108	0,109
4	0	1	0,656	0,180	0,212	0,210	0,213	0,212
5	0	0	0,656	0,130	0,154	0,154	0,153	0,154
6	0	-1	0,656	0,080	0,096	0,095	0,098	0,097
7	-1	1	0,278	0,180	0,192	0,192	0,192	0,192
8	-1	0	0,278	0,130	0,148	0,148	0,145	0,147
9	-1	-1	0,278	0,080	0,090	0,090	0,093	0,091

Паралельно визначалося положення кривої вільної поверхні та п'єзометричної лінії та експериментальні значення максимальної h_B^E глибин. Теоретичне значення максимальної глибини h_B^T визначалося за формулою з системи рівнянь (1.17).

2.3.2. Статистична обробка результатів експериментів

Статистична обробка зводиться до перевірки теоретичного рівняння по визначенню максимальної глибини h_B на адекватність. Задача зводиться до оцінки різниці середніх експериментальних значень $\overline{h_B^E}$ до теоретичних h_B^T . Така оцінка рівнянь визначається за F -критерієм Фішера [96]. Даний критерій визначається як відношення відповідних дисперсій адекватності та відтворюваності, що визначається за залежністю:

$$F_P = \frac{S_{AD}^2}{S_B^2}, \quad (2.1)$$

де S_{AD}^2 , S_B^2 – дисперсія адекватності та відтворюваності, які визначаємо за формулами

$$S_{AD}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^n (h_i - h_B^T)^2, \quad (2.2)$$

$$S_B^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=0}^n (h_i - \bar{h}_i)^2, \quad (2.3)$$

де \bar{h}_i – середнє арифметичне значення елементів вибірки для максимальної глибин h_B ; n – кількість повторювальних дослідів ($n = 3$); h_B^T – значення максимальної глибин h_B , розраховане за формулою (1.17).

Розрахунок проводився в табличній формі, у випадку теоретичного розрахунку максимальної глибин h_B з врахуванням коефіцієнта просторовості $k_{пр}$ (табл. 3.23), де проводилися порівняння теоретичного і експериментального критеріїв Фішера.

Таблиця 2.2 – Розрахунки F-критерію Фішера для максимальної глибини h_B без врахування коефіцієнта просторовості $k_{пр}$

Номер досліджу	Число Фруда Fr_1	Значення максимальної глибини h_B		Значення дисперсії		Значення критерію Фішера		
		середнє експериментальне $\overline{h_B^E}$, м	теоретичне h_B^T , м	адекватності S_{AD}^2 , м ²	відтворюваності S_B^2 , м ²	розрахункове F_P	табличне F_T	
1	1,034	0,251	0,248	0,0000283	0,0000104	2,73	19,2	
2	1,034	0,183	0,179	0,0000312	0,0000030	10,41		
3	1,034	0,114	0,110	0,0000191	0,0000023	8,18		
4	0,656	0,223	0,218	0,0000325	0,0000023	13,92		
5	0,656	0,161	0,158	0,0000186	0,0000010	18,57		
6	0,656	0,101	0,097	0,0000309	0,0000023	13,24		
7	0,278	0,203	0,206	0,0000172	0,0000013	12,88		
8	0,278	0,154	0,149	0,0000391	0,0000023	16,75		
9	0,278	0,096	0,092	0,0000331	0,0000030	11,04		
					$S_{B\text{ CEP}}^2 = 0,0000031$			

Аналізуючи отримані результати (табл. 2.2), було встановлена адекватність теоретичної залежності визначення максимальної глибини h_B , оскільки $F_P < F_T$.

Важливим моментом в статистичній обробці результатів експерименту є порівняння однорідності дисперсій результатів вимірювань. Наведене порівняння здійснюється за допомогою G -критерію Кохрена, оскільки воно дозволяє встановити належність декількох дисперсій до одної генеральної дисперсії.

Вихідними даними для розрахунку є результати 2-3 серій паралельних дослідів з однаковою невеликою кількістю дослідів [97]. Після аналізу отриманих дослідних значень визначається значення G -критерію Кохрена [98, 99] за залежністю (2.4).

$$G_P = \frac{S_{i\max}^2}{\sum_{i=1}^N S_i^2}, \quad (2.4)$$

де $S_{i\max}^2$ – максимальне значення, вибране з ряду розрахункових дисперсій, $\sum_{i=1}^N S_i^2$ – сума всіх дисперсій за N рядками матриці планування ($N=9$).

Результати розрахунків наведені в табл. 2.3.

Таблиця 2.3 – Порівняння табличного G_T та розрахункового G_P критеріїв Кохрена для максимальної глибини h_B

Величина	Табличне [97]				Розрахункові	
	рівень значимості q	число ступенів вільності f	кількість дисперсій N	критерій Кохрена G_T	критерій Кохрена для дисперсій адекватності $G_P^{ад}$	критерій Кохрена для дисперсій відтворюваності $G_P^{від}$
	0,05	2	9	0,4175	0,370	0,156

Аналізуючи отримані результати можна зробити висновок, що однорідності дисперсій результатів вимірювань забезпечена, оскільки розрахункові значення критерію Кохрена не перевищують табличного значення.

2.3.3. Визначення похибки вимірювання при проведенні дослідів

Під час проведення повторних експериментів досить тяжко отримати повністю однакових результатів, що пов'язано з похибкою досліду. Для достовірного аналізу результатів лабораторних досліджень необхідно враховувати середньоквадратичну похибку серії вимірів, яку можна визначити використовуючи математичну теорію випадкових явищ.

Наведену похибку досліду можна розрахувати за залежністю

$$S_B = \pm \sqrt{\overline{S_B^2}}, \quad (2.5)$$

де $\overline{S_B^2}$ – середнє значення дисперсій рядів [98], яке чисельно визначається за формулою

$$\overline{S_B^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i^2 \quad (2.6)$$

Згідно таблиці 2.2 було встановлено, що середнє значення дисперсій рядів для максимальної глибини h_B рівне $S_B^2 = 0,0000031$ (м²). Відповідно похибка досліду для максимальної глибин h_B чисельно дорівнює $S_B = \pm 0,0018$ (м).

Осереднена одностороння довірча оцінка Δh стала і розраховується за залежністю

$$\Delta h = \pm \frac{S_B}{\sqrt{n}} t_{1-p}, \quad (2.7)$$

де t_{1-p} – квантиль t -розподілу, що приймається за числом ступенів свободи f та ступеня значимості q використовуючи таблицю Стюдента [97]. В конкретному випадку $f = 2$ і $q = 0,05$, отже квантиль $t_{1-p} = 2,1$. Відповідно,

згідно наведених вихідних даних осереднена одностороння довірча оцінка $\Delta h = \pm 0,0064$ (м).

Точність відтворюваності дослідів є співвідношенням осередненої односторонньої довірчої оцінки Δh до середнього значення максимальної глибин ($\overline{h_{max}}=0,165$ м), тобто

$$\varepsilon = \frac{\Delta h}{\overline{h_{max}}} \cdot 100\% = \frac{0,0064}{0,165} \cdot 100\% = 3,87\%. \quad (2.8)$$

Аналізуючи отримані результати, можна зробити висновок, що на лабораторній установці присутній відносно високий рівень відтворюваності параметрів потоку. Оскільки присутня однорідність вибірових дисперсій щодо відтворюваності паралельних дослідів.

2.4. Висновки

На основі вищесказаного можна зробити наступні висновки.

1. Застосовані в експериментах методики досліджень геометричних, динамічних і кінематичних характеристик кноїдальних хвиль дозволяють дослідити ці характеристики на значній довжині з використанням великої кількості донних п'езометрів (сумарна кількість – 90 штук).
2. Експериментальні дослідження кноїдальних хвиль проводилось при розміщеннях затвору в положеннях I та II. При цьому нижньою частиною затвору є варіант з плавним окресленням радіусом R150.
3. Положення кривої вільної поверхні визначаються за допомогою шпітценмасштабу, а положення п'езометричної лінії – донних п'езометрів. При цьому точність вимірювання глибини потоку за допомогою шпітценмасштабу досягала 5%, а вимірювання осередненого тиску на дні потоку за допомогою п'езометрів проводилося з точністю до 2%.
4. При постановці експериментальних досліджень розподілу актуальних швидкостей та епюр тиску по висоті та довжині кноїдальних хвиль було прийняте рішення використовувати наступні прилади – тензометричного

датчика, мікровертушки та трубки Пітго. Наведені прилади були попередньо протаровані.

5. Експериментальні дослідження кноїдальних хвиль виконувалися з використанням матриці планування експерименту для максимальної глибини h_B з врахуванням коефіцієнта просторовості $k_{пр}=1,05$. Досліди проводилися з триразовою повторюваністю у випадковій послідовності за таблицею випадкових чисел для виключення систематичних похибок.

6. Статистична обробка зводиться до перевірки теоретичного рівняння по визначенню максимальної глибини h_B на адекватність. Така оцінка рівнянь визначається за F -критерієм Фішера. Згідно проведених розрахунків (табл. 2.2) було встановлена адекватність теоретичної залежності по визначенню максимальної глибини h_B , оскільки $F_P < F_T$.

7. Проведено порівняння однорідності дисперсій результатів вимірювань за допомогою G -критерію Кохрена, оскільки воно дозволяє встановити належність декількох дисперсій до одної генеральної дисперсії. Під час розрахунків було встановлено, що однорідності дисперсій результатів вимірювань забезпечена, оскільки розрахункові значення критерію Кохрена не перевищують табличного значення.

8. Була розрахована середньоквадратична похибка серії вимірювань $\varepsilon = 3,87\%$, згідно якої можна зробити висновок, що на лабораторній установці присутній відносно високий рівень відтворюваності параметрів потоку.

РОЗДІЛ 3. ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ КНОЇДАЛЬНИХ ХВИЛЬ, ЇХ АНАЛІЗ

3.1. Основні характеристики експериментальних досліджень

Експериментальне вивчення основних характеристик кноїдальних хвиль були проведені при числах Фруда в початковому перерізі $Fr_1=0,278\div 1,17$. Всі досліди проводилися лише зі стаціонарними явищами. Основні параметри виконаних досліджень представлені в таблиці 3.1.

Проведення експериментів зводилося до визначення положення п'єзометричної лінії і кривої вільної поверхні. За допомогою наведених величин витрати, що проходить через установку, можна визначити всі основні характеристики розглядуваного явища (максимальну і другу спряжену глибини, числа Фруда для відповідних перерізів, коефіцієнт негідростатичності в початковому перерізі, довжину хвилі). Експериментальні профілі вільної поверхні та відповідні п'єзометричні лінії показані на рис. 3.1.

Всі без виключення досліди проводилися одразу за затвором з плавним окресленням нижньої частини. При цьому переріз з першою спряженою глибиною кноїдальних хвиль приймався переріз відкритого потоку, що розташовувався одразу за вихідною кромкою затвору. Приймаючи до уваги вищесказане, було прийняте рішення не вимірювати величину першої спряженої глибини h_1 , а приймати його рівним висоті підняття затвору. Оскільки висота підняття затвору встановлювалася за допомогою металевих шаблонів, точність визначення глибини h_1 визначалася з врахуванням точності виготовлення затворів та дна лотку. Враховуючи вищесказане, було встановлено, що похибка визначення першої спряженої глибини h_1 не перевищувала 2%.

Експериментальне значення другої спряженої глибини h_2 визначалась як глибина в перерізі у яких проходить перетин кривої вільної поверхні і п'єзометричної лінії в межах першої хвилі. Такий спосіб визначення h_2 дозволяє встановити експериментальне значення з досить високою точністю.

Таблиця 3.1 – Основні параметри дослідів по вивченню кноїдальних хвиль

Назва явища	Кількість дослідів	Витрата Q , л/с	Параметри потоку в початковому перерезі кноїдальних хвиль			
			Глибина h_1 , см	Глибина під вершиною першої хвилі h_B , см	Число Фруда Fr_1	Коефіцієнт негідростатичності s_1
Кноїдальні хвилі в спокійному потоці	23	63÷158	8÷18	11,6÷22	0,28÷0,99	1,022÷1,087
Кноїдальні хвилі в бурхливому потоці	5	76÷141	8÷12	11,8÷16	1,01÷1,17	1,014÷1,078

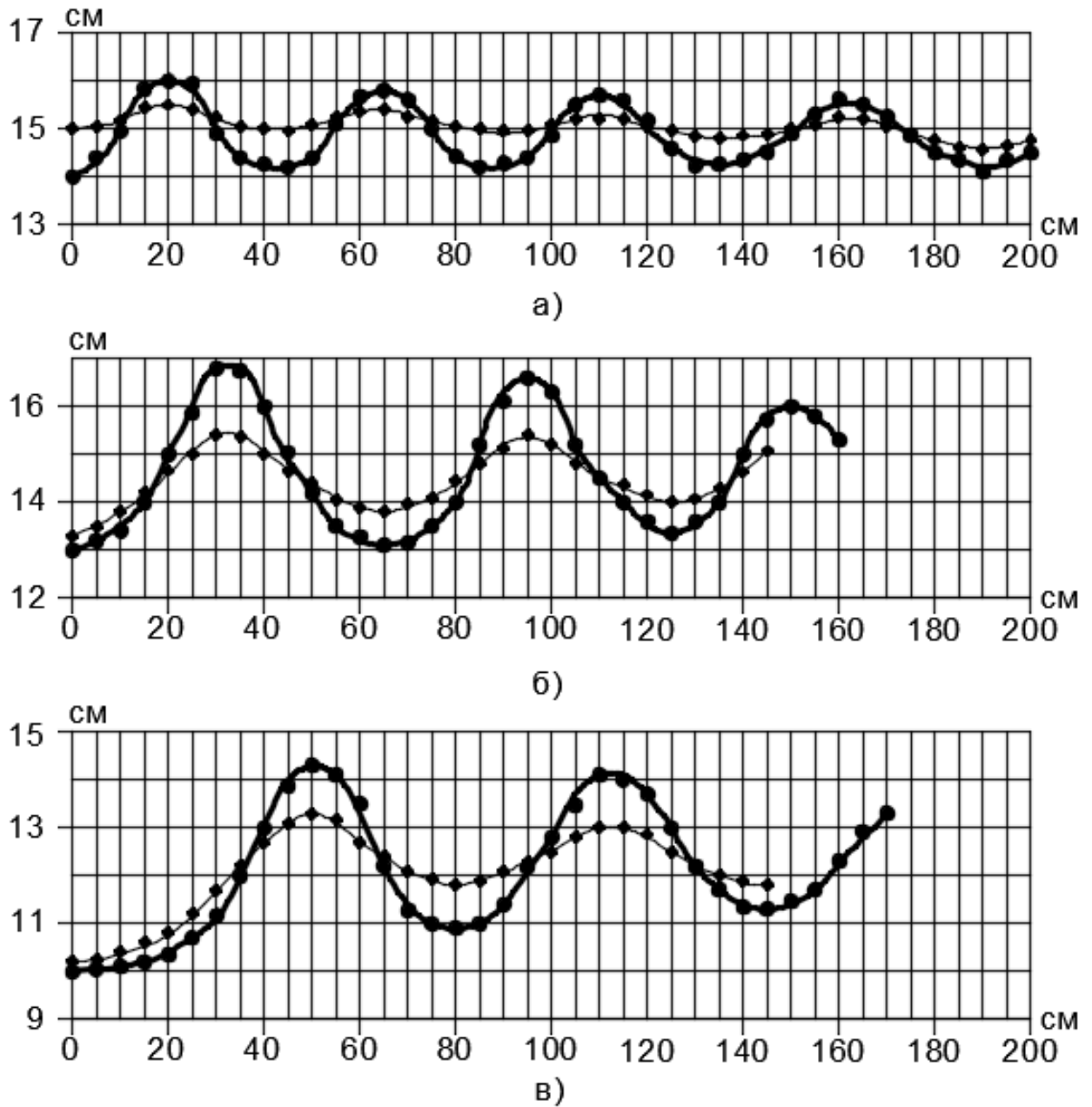


Рисунок 3.1 – Профілі вільної поверхні та п'єзометричні лінії кноїдальних хвиль: а) дослід 14-94-1, б) дослід 13-117-2, в) дослід 10-100-2, — – профіль вільної поверхні, - - - п'єзометрична лінія, ● – експериментальні точки профілю вільної поверхні, ◆ – експериментальні точки п'єзометричної лінії

Особливу увагу при цьому необхідно надати питанню про межі існування кноїдальних хвиль, оскільки існує досить суперечливі твердження пов'язані з цим. Згідно [16,37,45] можна зробити висновок, що кноїдальні хвилі можуть існувати як при числах Фруда $Fr_1 < 1$, так і при числах $Fr_1 > 1$. При цьому зазначаються такі межі розглядуваної області: згідно твердження Р.Л. Вігеля [26] – $Fr_1 = 0,49 \div 1,70$, а відповідно Г. Хольторффа [49] – $Fr_1 = 0,80 \div 1,50$. В той же час ряд авторів притримуються спірної точки зору, що кноїдальні хвилі утворюються лише при числах Фруда $Fr_1 < 1$, а при $Fr_1 > 1$ – формується усамітнена хвиля [15,28,47,48].

Згідно отриманих результатів лабораторних досліджень (табл. 3.1) було встановлено існування кноїдальних хвиль в спокійному потоці ($Fr_1 < 1$) так і в бурхливому потоці ($Fr_1 > 1$). При цьому необхідно відмітити, що мінімальне граничне значення числа Фруда $Fr_{1_{MIN}} = 0,278$ є меншим за граничні значення, що були вказані іншими вченими. Граничне максимальне рівне $Fr_{1_{MAX}} = 1,17$, що явно підтверджує теорію існування кноїдальних хвиль в бурхливому потоці.

Додатковим питанням є дослідження існування кноїдальних хвиль в критичному потоці, тобто при $Fr_1 \approx 1$. В такому випадку перша спряжена глибина h_1 дорівнює критичній глибині h_K , при якій питома енергія перерізу E дорівнює мінімальному значенню E_{MIN} . Згідно класичній теорії потік мав би припинити свій рух [14,17].

Для підтвердження чи спростування даного твердження була проведена серія спеціальних досліджень (табл. 3.2). Дані досліди являють собою серію при якій спостерігається утворення кноїдальних хвиль в спокійному потоці ($Fr_1 > 0,90$). Після вимірювання всіх характерних дослідних величин збільшувалась витрата на незначну величину, при цьому інші параметри не змінювались. Спостерігалось збільшення числа Фруда в початковому перерізі, замірялись необхідні величини і проходив повтор вище наведених дій. Серія вважалася закінченою при утворенні кноїдальних хвиль в критичному потоці ($Fr_1 > 1,08$), при цьому було проведено 7 дослідів в відповідних межах. При

цьому потік не припиняв свого руху, а продовжував рухатися вздовж лотока, витрачаючи певну енергію на додання сил опору, тобто в даному випадку питома енергія потоку у початковому перерізі не була мінімальною.

Проаналізувавши отримані дані було встановлено, що для дослідів 3 і 4 числа Фруда в початковому перерізі відповідно рівні $Fr_1^3 = 0,994 \approx 1$ та $Fr_1^4 = 1,008 \approx 1$, що свідчить про існування кноїдальних хвиль в критичному потоці.

Тобто, згідно проведених лабораторних досліджень було чітко встановлено, що кноїдальні хвилі можуть існувати в спокійному, критичному та бурхливому потоках. При цьому числа Фруда в початковому перерізі знаходилися в межах $Fr_1=0,278 \div 1,17$.

3.2. Значення глибини потоку під першою вершиною кноїдальних хвиль

При теоретичних розрахунках кноїдальних хвиль одним з найважливіших параметрів потоку – це глибина під вершиною першої хвилі h_B . Прийнято вважати, що наведена глибина h_B є максимальною глибиною кноїдальних хвиль [28,36,43].

Провівши аналіз результатів лабораторних досліджень було чітко встановлено, що попереднє твердження не в повній мірі справедливе. Це пояснюється тим, що у випадку утворення поверхневого вальця на гребені першої хвилі максимальною є глибина під вершиною другої хвилі. Утворення поверхневого вальця спостерігалось при коефіцієнтах негідростатичності $s_1 > 1,05$. Дана особливість не буде враховуватися в подальших теоретичних розрахунках, оскільки в наведених випадках перевищення глибини під вершиною другої хвилі по відношенню до першої не перевищувала 5% та всі існуючі методи розрахунку дозволяють проводити побудову профіль вільної поверхні виключно з першої хвилі.

Згідно [16,37,43] було встановлено, що глибина h_B залежить від багатьох факторів та параметрів потоку. Визначальний вплив в даному випадку мають число Фруда Fr_1 та коефіцієнт негідростатичності s_1 в початковому перерізі,

тобто $h_B = f(Fr_1, s_1)$. Аналізуючи результати досліджень інших науковців [38,43], було прийнято рішення про спрощення аналізу значень h_B . Такий аналіз проводився з умови, коли один з визначальних параметрів змінювався під час серії дослідів, а інший залишався сталим. Подальший аналіз дослідних значень глибини під вершиною першої хвилі h_B зручно проводити за допомогою безрозмірної глибини $\eta_B = h_B/h_1$.

Першочергово було проаналізовано вплив числа Фруда Fr_1 на значення h_B при умові, що коефіцієнт негідростатичності s_1 є величина стала в межах серії, тобто $h_B = f(Fr_1), s_1 = const$. Параметри серії дослідів наведені в табл. 3.2.

Аналізуючи отримані результати (рис. 3.2) було чітко встановлено, що зі збільшенням числа Фруда в початковому перерізі Fr_1 спостерігається збільшення безрозмірної глибини η_B при умові, що коефіцієнт негідростатичності s_1 при цьому є величина стала. Недоліком даної серії є відносна невелика зміна числа Фруда в початковому перерізі Fr_1 , але при цьому необхідно відмітити, що серії охоплює перехід від спокійного до бурхливого потоків.

Аналогічний аналіз був проведений для впливу коефіцієнта негідростатичності s_1 на значення h_B при умові, що число Фруда Fr_1 є величина стала в межах серії, тобто $h_B = f(s_1), Fr_1 = const$. Для наведеного дослідження було проведено 3 серії дослідів. Параметри серій дослідів наведені в табл. 3.3.

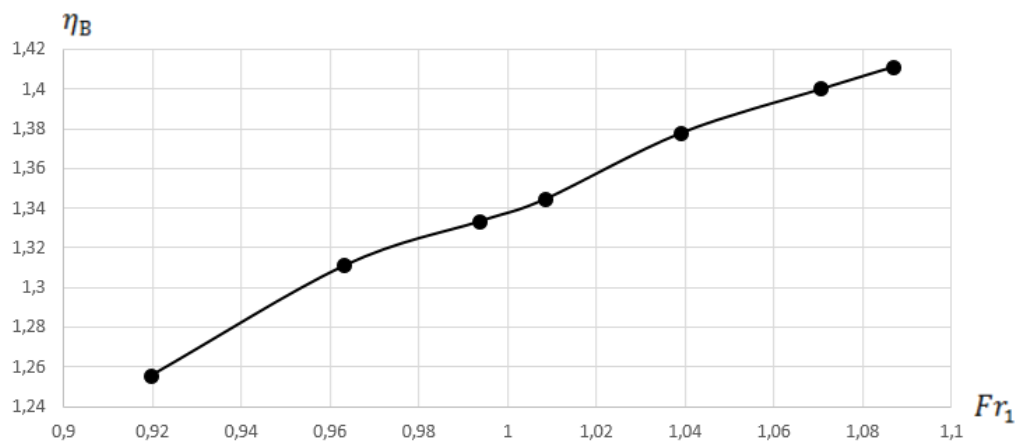


Рисунок 3.2 – Графік залежності $\eta_B = f(Fr_1)$ при $s_1 = 1,022$

Таблиця 3.2 – Параметри дослідів по визначенню впливу числа Фруда Fr_1 на значення h_B при умові, що коефіцієнт негідростатичності s_1 є величина стала

№ з/п	Дослід	Витрата Q , л/с	Параметри потоку в початковому перерезі кноїдальних хвиль			Глибина під вершиною першої хвилі h_B , см	Безрозмірна глибина під вершиною першої хвилі η_B
			Глибина h_1 , см	Коефіцієнт негідростатичності s_1	Число Фруда Fr_1		
1	9-81-2	81,1	9,0	1,022	0,920	11,3	1,256
2	9-83-2	83,0			0,963	11,8	1,311
3	9-84-2	84,3			0,994	12,0	1,333
4	9-85-2	84,9			1,008	12,1	1,344
5	9-86-2	86,2			1,039	12,4	1,378
6	9-88-2(1)	87,5			1,071	12,6	1,400
7	9-88-2(2)	88,2			1,087	12,7	1,411

Таблиця 3.3 – Параметри дослідів по визначенню впливу коефіцієнта негідростатичності s_1 на значення h_B при умові, що числа Фруда Fr_1 є величина стала

№ з/п	Дослід	Витрата Q , л/с	Параметри потоку в початковому перерезі кноїдальних хвиль			Глибина під вершиною першої хвилі h_B , см	Безрозмірна глибина під вершиною першої хвилі η_B
			Глибина h_1 , см	Коефіцієнт негідростатичності s_1	Число Фруда Fr_1		
I-а серія							
1	12-73-1(1)	72,7	9,0	1,042	0,311	13,7	1,142
2	12-73-1(2)	72,7	9,0	1,058		13,8	1,150
3	12-73-1(3)	72,7	9,0	1,075		14,0	1,167
II-а серія							
1	18-140-1(1)	139,7	18,0	1,017	0,341	21,0	1,167
2	18-140-1(2)	139,7	18,0	1,033		21,1	1,172
3	18-140-1(3)	139,7	18,0	1,044		21,3	1,183
4	18-140-1(4)	139,7	18,0	1,050		21,5	1,194
III-я серія							
1	18-155-1(1)	154,8	18,0	1,056	0,419	22,0	1,222
2	18-155-1(2)	154,8	18,0	1,067		22,1	1,228
3	18-155-1(3)	154,8	18,0	1,072		22,2	1,233
4	18-155-1(4)	154,8	18,0	1,078		22,4	1,244

Аналізуючи отримані результати (рис. 3.3) було становлено, що зі збільшенням коефіцієнт негідростатичності s_1 спостерігається збільшення безрозмірної глибини η_B при умові, що числа Фруда в початковому перерізі Fr_1 при цьому є величина стала.

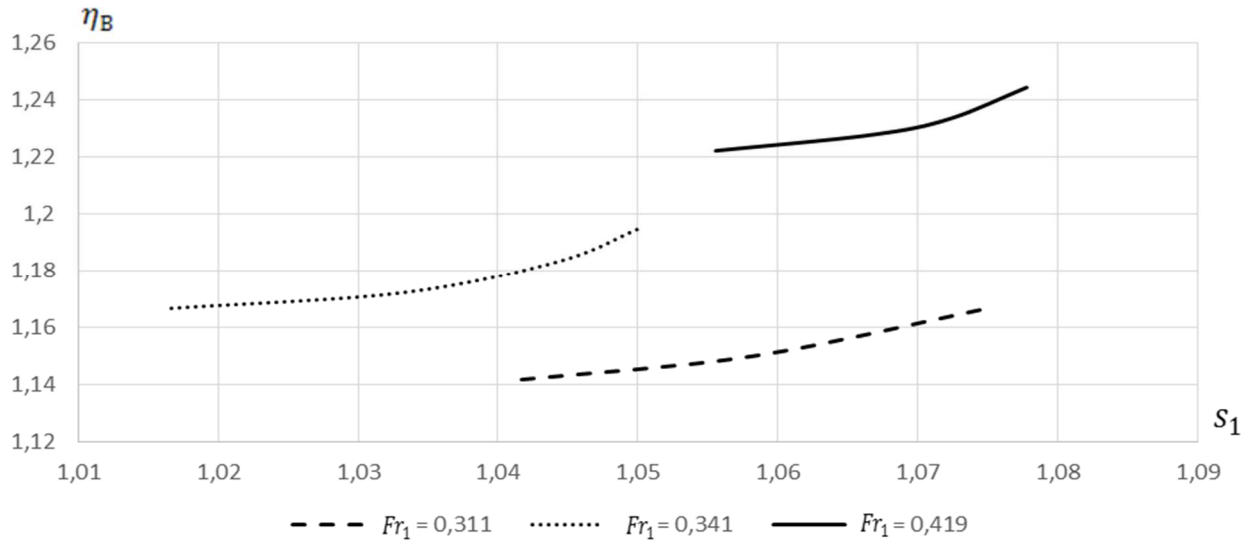


Рисунок 3.3 – Графік залежності $\eta_B = f(s_1)$ при $Fr_1 = const$

В роботі [37] наведений аналіз значень глибини під вершиною першої хвилі h_B в одночасній залежності від числа Фруда Fr_1 та коефіцієнта негідростатичності s_1 в початковому перерізі, тобто $h_B = f(s_1, Fr_1)$. Порівнюючі отримані вище результати з аналізом О.А. Рябенка можна зробити висновок, що наведені твердження є підтвердженими, а отже вірними.

Під час проведення серії попередніх лабораторних досліджень було відмічено, що глибина потоку під вершиною першої хвилі по ширині лотка є різною. В зв'язку з наведеною особливістю постала необхідність проведення спеціальної серії дослідів, методика проведення яких описана в пункті 2.1. Основні параметри наведеної серії дослідів наведено в табл. 3.4, а результати досліджень – в табл. 3.5.

Таблиця 3.4 – Основні параметри дослідів по визначенню зміни глибини потоку під вершиною першої хвилі по ширині лотка

Шифр дослідів	h_1 , см	Fr_1	s_1
15-108-1(1)	15,0	0,355	1,040
15-108-1(2)	15,0	0,355	1,053
17-135-1	17,0	0,376	1,065
18-148-1	18,0	0,385	1,050
18-155-1	18,0	0,419	1,083
16-131-1(1)	16,0	0,429	1,031
16-131-1(2)	16,0	0,429	1,044
12-73-1(1)	12,0	0,311	1,042
12-73-1(2)	12,0	0,311	1,058
14-90-1(1)	14,0	0,302	1,036
14-90-1(2)	14,0	0,302	1,050

Аналіз отриманих значень зводився до визначення коефіцієнта просторовості $k_{пр}$, який чисельно рівний співвідношенню максимальної середньої глибини потоку по ширині лотка $h_{B\ max}^e$ до середньої $h_{B\ сер}^e$, тобто:

$$k_{пр} = \frac{h_{B\ max}^e}{h_{B\ сер}^e}. \quad (3.1)$$

Результати розрахунків наведені в таблиці 3.6.

Таблиця 3.5 – Результати дослідів по визначенню зміни глибини потоку під вершиною першої хвилі по ширині лотка

Дослід	Значення глибини потоку h_B^e , см в залежності вибраного перерізу по ширині лотка (відлік приймається від правої бокової стінки X , см)														
	0	5	10	15	30	40	45	50	55	60	70	85	90	95	100
15-108-1(1)	17,6	17,8	18,1	18,3	18,5	18,6	18,6	18,7	18,6	18,6	18,5	18,3	18,1	17,8	17,6
15-108-1(2)	17,7	17,9	18,1	18,3	18,5	18,7	18,8	18,8	18,8	18,7	18,5	18,3	18,1	17,9	17,7
17-135-1	19,5	20	20,5	20,7	20,9	21,1	21,3	21,4	21,3	21,1	20,9	20,7	20,5	20	19,5
18-148-1	20,3	20,6	21	21,2	21,4	21,6	21,7	21,8	21,7	21,6	21,4	21,2	21	20,6	20,3
18-155-1	20,5	20,9	21,3	21,5	21,7	21,9	22,1	22,2	22,1	21,9	21,7	21,5	21,3	20,9	20,5
16-131-1(1)	18,7	19,1	19,7	20,1	20,5	20,9	21,3	21,5	21,3	20,9	20,5	20,1	19,7	19,1	18,7
16-131-1(2)	18,7	19,2	19,8	20,2	20,7	21	21,4	21,6	21,4	21	20,7	20,2	19,8	19,2	18,7
12-73-1(1)	13,7	13,8	13,9	14,3	14,8	15	15,1	15,2	15,1	15	14,8	14,3	13,9	13,8	13,7
12-73-1(2)	13,7	13,8	14	14,4	14,9	15,1	15,2	15,3	15,2	15,1	14,9	14,4	14	13,8	13,7
14-90-1(1)	15	15,2	15,5	15,8	16	16,4	16,5	16,7	16,5	16,4	16	15,8	15,5	15,2	15
14-90-1(2)	15	15,3	15,7	15,9	16,6	16,7	16,8	16,9	16,8	16,7	16,6	15,9	15,7	15,3	15

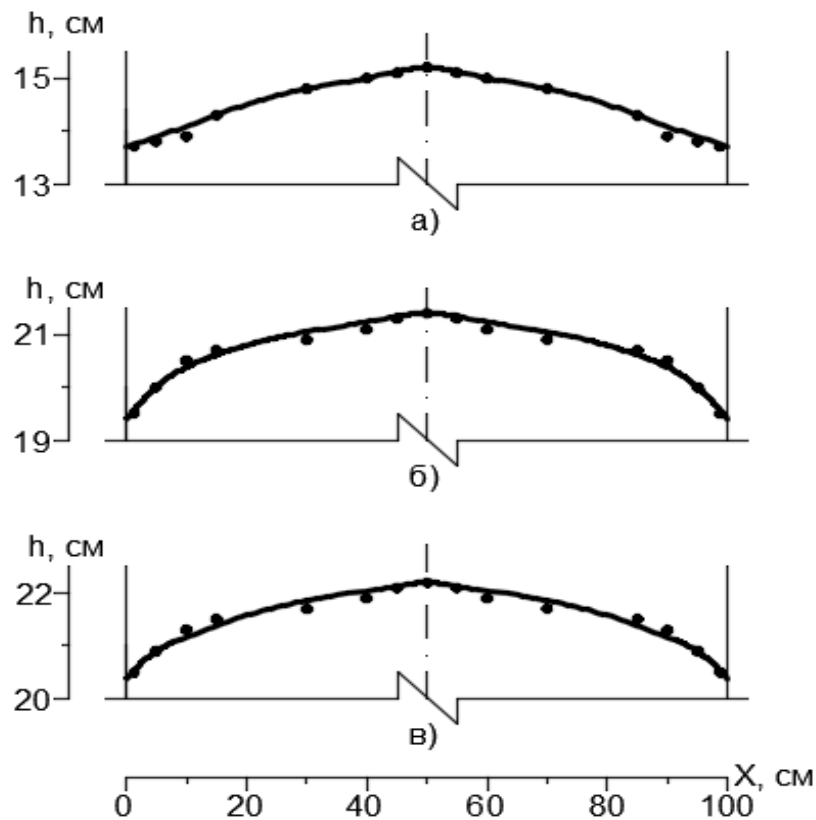


Рисунок 3.4 – Зміна глибини потоку під вершиною першої хвилі по ширині лотка: а) дослід 12-73-1(1), б) дослід 17-135-1, в) 18-155-1, ● – експериментальні точки, — – осереднена лінія

Таблиця 3.6 – Результати розрахунку коефіцієнта просторовості $k_{пр}$

Шифр дослідів	$h_{B\ max}^e$, см	$h_{B\ сер}^e$, см	$k_{пр}$
15-108-1(1)	18,7	18,25	1,0248
15-108-1(2)	18,8	18,32	1,0262
17-135-1	21,4	20,63	1,0375
18-148-1	21,8	21,16	1,0302
18-155-1	22,2	21,47	1,0342
16-131-1(1)	21,5	20,14	1,0675
16-131-1(2)	21,6	20,24	1,0672
12-73-1(1)	15,2	14,43	1,0536
12-73-1(2)	15,3	14,50	1,0552
14-90-1(1)	16,7	15,83	1,0547
14-90-1(2)	16,9	16,06	1,0523

Згідно результатів таблиці 3.6 значення коефіцієнту просторовості знаходиться в межах $k_{\text{пр}} = 1,025 \div 1,07$. В наступних розрахунках приймемо середньо математичне значення $k_{\text{пр}} = 1,05$.

3.3. Вимірювання профілю вільної поверхні

Експериментальне визначення профіля вільної поверхні кноїдальних дозволяє визначити всі необхідні їхні геометричні характеристики, до яких можна віднести висотні – першу спряжену (початкову) h_1 , другу спряжену h_2 , максимальну h_B , інші глибини та поздовжні – довжини хвиль, тощо. При цьому проаналізувати їх зміну по довжині утворюваного явища.

При аналізі наведених величин необхідно враховувати параметри, що безпосередньо впливають на утворення кноїдальних хвиль: число Фруда в початковому перерізі Fr_1 , коефіцієнт негідростатичності в початковому перерізі s_1 , тощо. Також щоб нівелювати вплив різниці в глибинах та довжинах хвиль в досліді на загальний аналіз було прийняте рішення використовувати відносні величини, а зміну величини через відносну різницю.

Аналіз глибини під вершиною першої хвилі (максимальної) h_B був проведений в пункті 3.2.

Аналіз значень (додаток А) другої спряженої глибини h_2 виконувався за допомогою відносної глибини $\eta_2 = h_2/h_1$. Було встановлено, що значення η_2 змінювалося від 1,07 до 1,24 при цьому числа Фруда в початковому перерізі змінювалися в межах $Fr_1 = 0,278 \div 1,170$, а коефіцієнт негідростатичності – $s_1 = 1,01 \div 1,09$. Спостерігається вплив чисел Фруда Fr_1 та коефіцієнта негідростатичності s_1 на значення h_2 , що підтверджено в роботах [16, 50, 52].

Врахування затухання хвиль по довжині при теоретичному розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль можливе при аналізі зміни глибин в перерізах, що відповідає вершинам і западинам. При наведеному аналізі була використана I-ої серія дослідів, оскільки для неї характерна велика досліджувана довжина, а відповідно і більша кількість самих хвиль (більше 4). Недоліком цієї серії є відносно малий діапазон чисел Фруда в початковому

перерізі $Fr_1 = 0,28 \div 0,42$. Основні параметри дослідів наведені в таблиці 3.7.

Таблиця 3.7 – Основні параметри дослідів по визначенню зміни глибин в характерних перерізах

Шифр дослідів	h_1 , см	Fr_1	s_1
12-69-1	12,0	0,278	1,050
14-93-1	14,0	0,325	1,071
15-102-1	15,0	0,314	1,053
15-115-1	15,0	0,399	1,067
16-122-1	16,0	0,370	1,025
18-142-1	18,0	0,354	1,056
18-145-1	18,0	0,400	1,074
18-155-1	18,0	0,419	1,078

При аналізі змін глибин в характерних перерізах використовувалися відносні відсоткові різниці по відношенню до першої вершини (западини), що визначалися системою рівнянь (3.2):

$$\begin{cases} \Delta_{B_n} = \frac{|h_{B_1} - h_{B_n}|}{h_{B_1}} \cdot 100\%, \\ \Delta_{3_n} = \frac{|h_{3_1} - h_{3_n}|}{h_{3_1}} \cdot 100\%, \end{cases} \quad (3.2)$$

де h_B , h_3 – відповідно глибина під вершиною та западиною; індекс «1» відповідає першій вершині або западині, індекс «n» показує порядковий номер глибини вершини або западини ($n = 2,3,4 \dots n_{\text{кін}}$).

Результати розрахунків для глибин, що відповідають вершинам хвиль наведено в таблиці 3.8, а для глибин під западинами – в таблиці 3.9. За розрахунковими значеннями були побудовані графіки, відповідно, рис. 3.5 – для значень, що відповідають вершинам, а рис. 3.6 – западинам.

Таблиця 3.8 – Результати розрахунків зміни глибин, що відповідають вершинам хвиль по довжині потоку по відношенню до глибини потоку під вершиною першої хвилі

Δ_{B_i}	Δ_{B_2}	Δ_{B_3}	Δ_{B_4}	Δ_{B_5}
Дослід				
12-69-1	0,752	1,504	2,556	3,759
14-93-1	1,250	2,500	3,750	5,000
15-102-1	1,695	2,825	3,955	6,215
15-115-1	1,093	2,732	4,372	5,464
16-122-1	2,513	4,523	6,533	7,538
18-142-1	2,381	3,809	4,762	5,238
18-145-1	2,830	5,189	8,019	8,962
18-155-1	0,469	1,408	4,225	6,103
середні значення	1,623	3,061	4,734	6,035

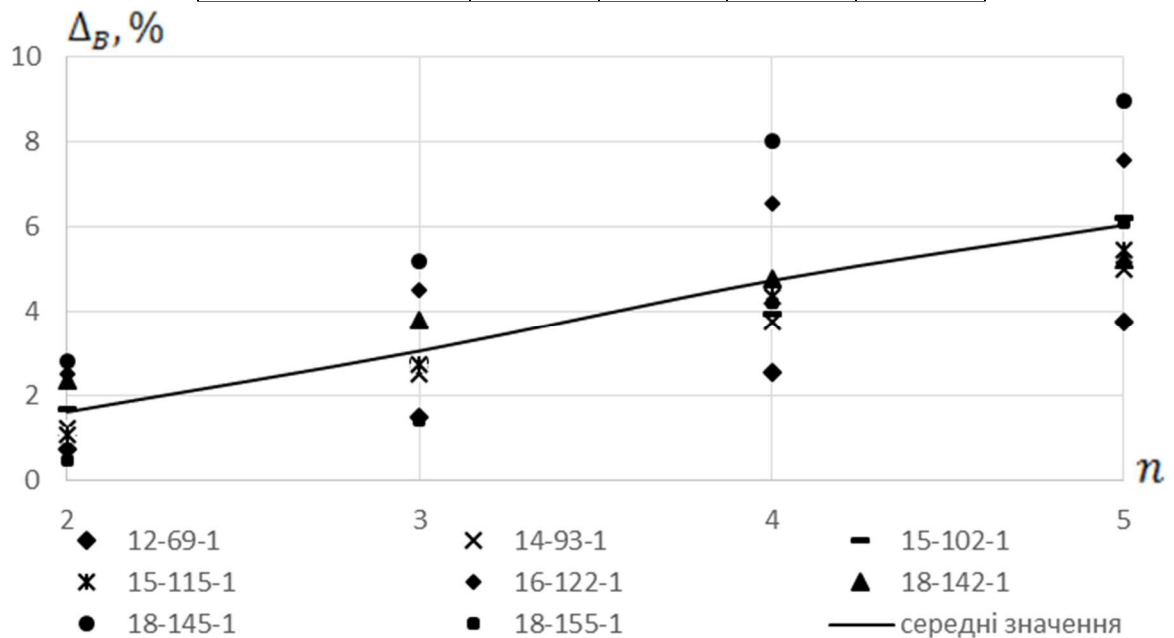


Рисунок 3.5 – Графік залежності $\Delta_B = f(n)$

Таблиця 3.9 – Результати розрахунків зміни глибин, що відповідають западинам хвиль по довжині потоку по відношенню до глибини потоку під западиною першої хвилі

Δ_{3_i}	Δ_{3_2}	Δ_{3_3}	Δ_{3_4}	Δ_{3_5}
Дослід				
12-69-1	0,820	1,230	1,639	2,869
14-93-1	0,352	0,704	1,408	2,465
15-102-1	0,667	2,000	2,667	3,333
15-115-1	1,299	3,247	4,545	-
16-122-1	3,704	4,938	5,556	6,790
18-142-1	0,273	0,546	0,820	-
18-145-1	2,762	3,867	4,420	-
18-155-1	0,543	1,087	3,804	-
середні значення	1,303	2,202	3,107	3,864

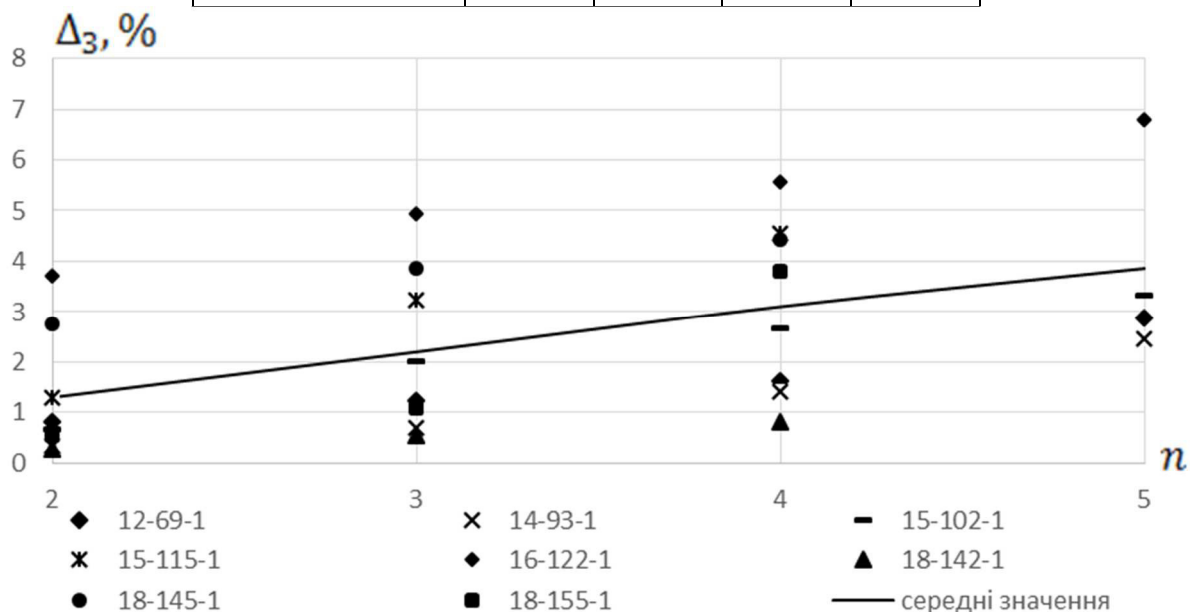


Рисунок 3.6 – Графік залежності $\Delta_z = f(n)$

Додатково був проведений аналіз змін глибин в характерних перерізах по відношенню до попередньої вершини (западини), що визначалися системою рівнянь (3.3), результати розрахунків показані, відповідно, в табл. 3.10 і рис. 3.7 – для вершин, а табл. 3.11 та рис. 3.8 – для западин:

$$\begin{cases} \Delta'_{B_n} = \frac{|h_{B_n} - h_{B_{n-1}}|}{h_{B_n}} \cdot 100\%, \\ \Delta'_{3_n} = \frac{|h_{3_n} - h_{3_{n-1}}|}{h_{3_n}} \cdot 100\%. \end{cases} \quad (3.3)$$

Таблиця 3.10 – Результати розрахунків зміни глибин, що відповідають вершинам хвиль по довжині потоку по відношенню до глибини потоку під вершиною попередньої хвилі

Дослід	Δ'_{B_2}	Δ'_{B_3}	Δ'_{B_4}	Δ'_{B_5}
12-69-1	0,752	0,758	0,7634	1,538
14-93-1	1,250	1,266	1,282	1,299
15-102-1	1,695	1,149	1,163	2,353
15-115-1	1,093	1,657	1,685	1,143
16-122-1	2,513	2,062	2,105	1,075
18-142-1	2,381	1,463	0,990	0,500
18-145-1	2,830	2,427	2,985	1,026
18-155-1	0,469	0,943	2,857	1,961
середні значення	1,623	1,466	1,729	1,362

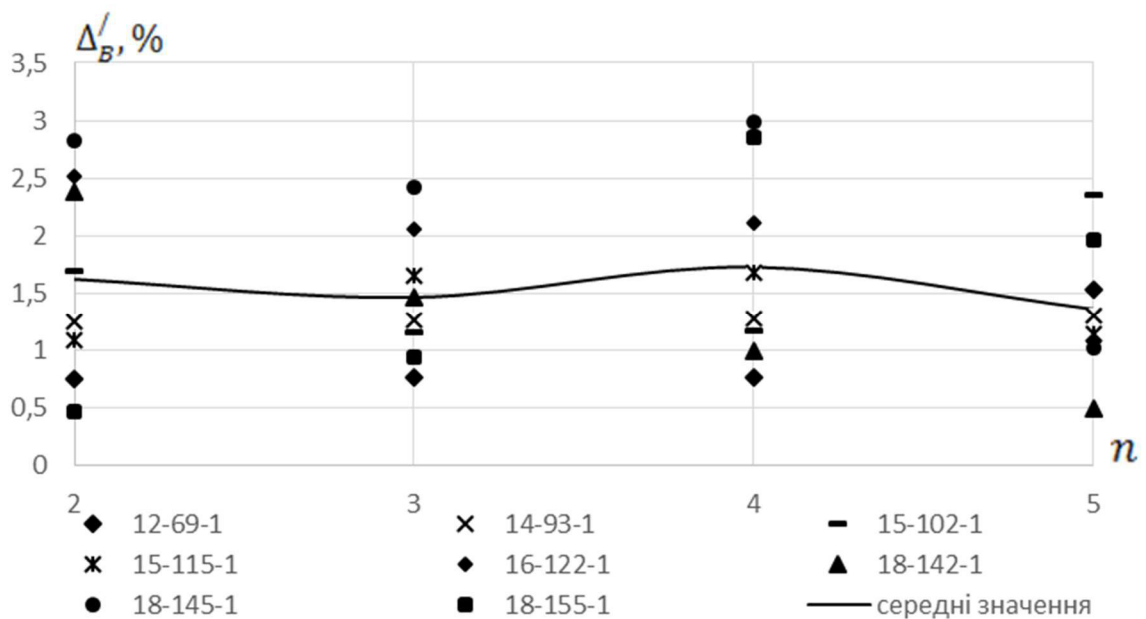


Рисунок 3.7 – Графік залежності $\Delta'_B = f(n)$

Таблиця 3.11 – Результати розрахунків зміни глибин, що відповідають западинам хвиль по довжині потоку по відношенню до глибини потоку під западиною попередньої хвилі

Дослід \ Δ'_{3_i}	Δ'_{3_2}	Δ'_{3_3}	Δ'_{3_4}	Δ'_{3_5}
12-69-1	0,820	0,407	0,405	1,210
14-93-1	0,352	0,351	0,699	1,042
15-102-1	0,667	1,325	0,654	0,649
15-115-1	1,299	1,923	1,258	-
16-122-1	3,704	1,190	0,588	1,170
18-142-1	0,273	0,272	0,272	-
18-145-1	2,762	1,075	0,532	-
18-155-1	0,543	0,541	2,688	-
середні значення	1,303	0,885	0,887	1,018

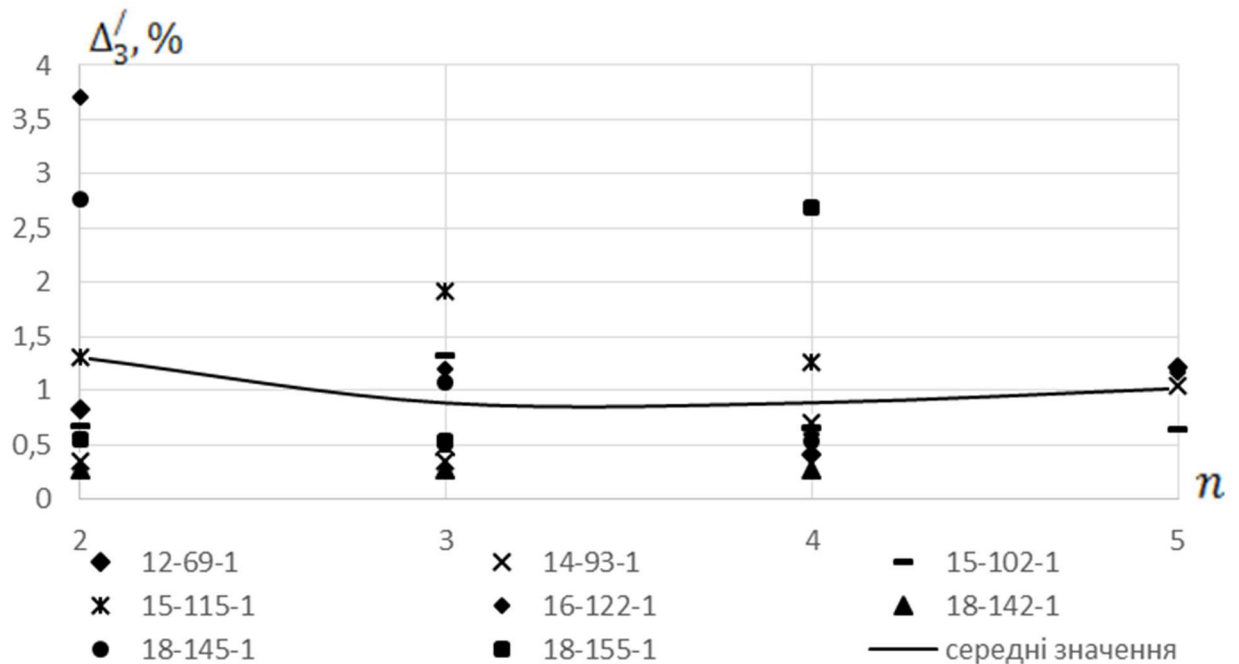


Рисунок 3.8 – Графік залежності $\Delta'_{3, \%} = f(n)$

Згідно проведених розрахунків було встановлено наступне:

- аналіз проводився по відношенню до середніх значень;
- проаналізувавши результати змін глибин, що відповідають вершинам хвиль (табл. 3.8) по довжині потоку по відношенню до глибини потоку під вершиною першої хвилі була встановлена лінійна залежність, аналогічна ситуація спостерігається для змін глибин під западинами (табл. 3.9);
- при розгляді результатів розрахунків змін глибин, що відповідають вершинам хвиль (табл. 3.10) по довжині потоку по відношенню до глибини потоку під вершиною попередньої хвилі спостерігається нелінійна залежність. Така ж ситуація спостерігається для змін глибин, що відповідають западинам хвиль (табл. 3.11) по довжині потоку по відношенню до глибини потоку під западиною попередньої хвилі, але при цьому необхідно відмітити, що дана нелінійна залежність іншої природи;
- в подальших розрахунках необхідно дотримуватись тверджень наведених в пункті 2, оскільки теоретичний розрахунок профілю вільної поверхні проводиться по відношенню до першої хвилі.

Затухання хвиль відбувається в вертикальних і горизонтальних осях, де до вертикальної осі відносяться глибини потоку в характерних перерізах та її зміна по довжині, а до горизонтальної – довжини хвиль. Виходячи з вищесказаного був проведений аналіз змін довжин хвиль, даний аналіз проводився за відносною відсотковою різницею по відношенню до першої довжини, що визначалися рівнянням (3.4):

$$\Delta\lambda_n = \frac{|\lambda_1 - \lambda_n|}{\lambda_1} \cdot 100\%, \quad (3.4)$$

де λ – довжина хвилі; індекс «1» відповідає першій довжині хвилі; індекс « n » – показує порядковий номер довжини хвилі ($n = 2, 3, 4 \dots n_{\text{кін}}$).

Результати розрахунків показані в табл. 3.12 та на рис. 3.10.

Таблиця 3.12 – Результати розрахунків відносної зміни довжини хвиль по відношенню до першої довжини хвилі

Дослід \ $\Delta\lambda_n$	$\Delta\lambda_2$	$\Delta\lambda_3$	$\Delta\lambda_4$
12-69-1	12,50	25,00	37,50
14-93-1	6,67	11,11	13,33
15-102-1	11,11	22,22	33,33
15-115-1	9,09	18,18	27,27
16-122-1	9,09	18,18	-
18-142-1	7,69	15,38	23,08
18-145-1	4,84	8,87	12,90
18-155-1	3,08	7,69	10,77
середні значення	8,01	15,83	22,60

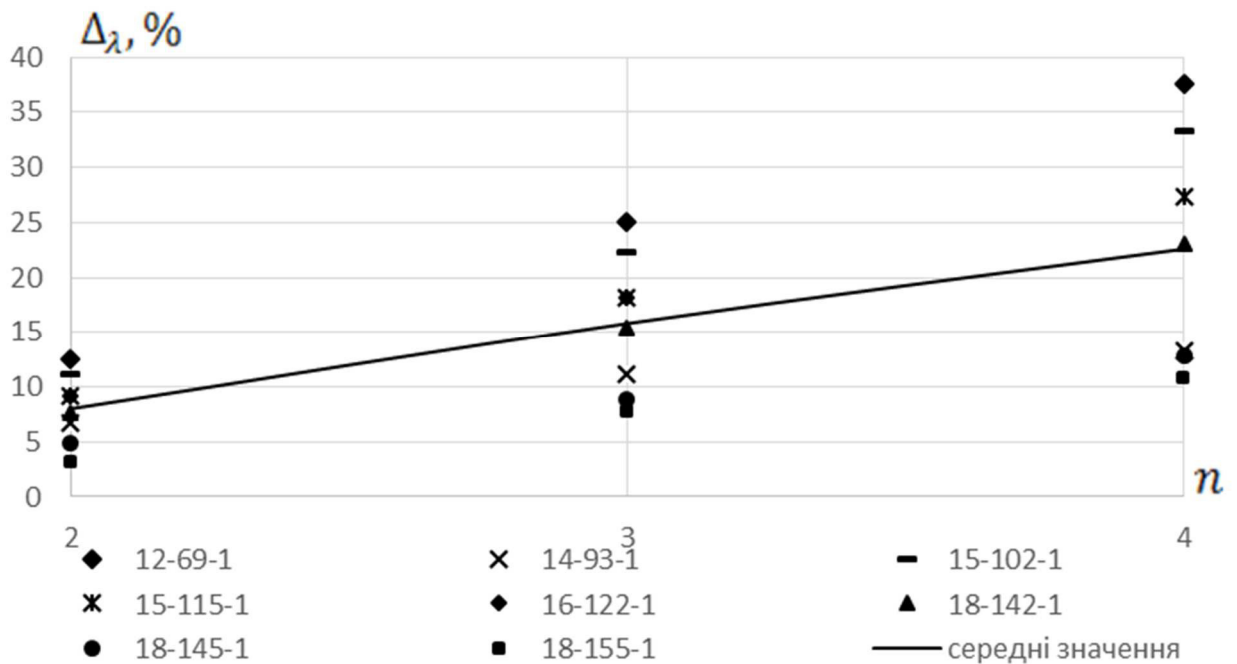


Рисунок 3.9 – Графік залежності $\Delta\lambda = f(n)$

Додатково був проведений аналіз відносної зміни довжин хвиль по відношенню до попередньої довжини хвилі, що визначалися за рівнянням (3.5), результати розрахунків показані в табл. 3.13 та на рис. 3.10.

$$\Delta'_{\lambda_n} = \frac{|\lambda_n - \lambda_{n-1}|}{\lambda_n} \cdot 100\%. \quad (3.5)$$

Таблиця 3.13 – Результати розрахунків відносної зміни довжини хвиль по відношенню до попередньої довжини хвилі

Дослід \ Δ'_{λ_n}	Δ'_{λ_2}	Δ'_{λ_3}	Δ'_{λ_4}
12-69-1	12,50	11,11	10,00
14-93-1	6,67	4,17	2,00
15-102-1	11,11	10,00	9,09
15-115-1	9,09	8,33	7,69
16-122-1	9,09	8,33	-
18-142-1	7,69	7,14	6,67
18-145-1	4,84	3,85	3,70
18-155-1	5,08	4,48	2,86
середні значення	8,26	7,18	6,00

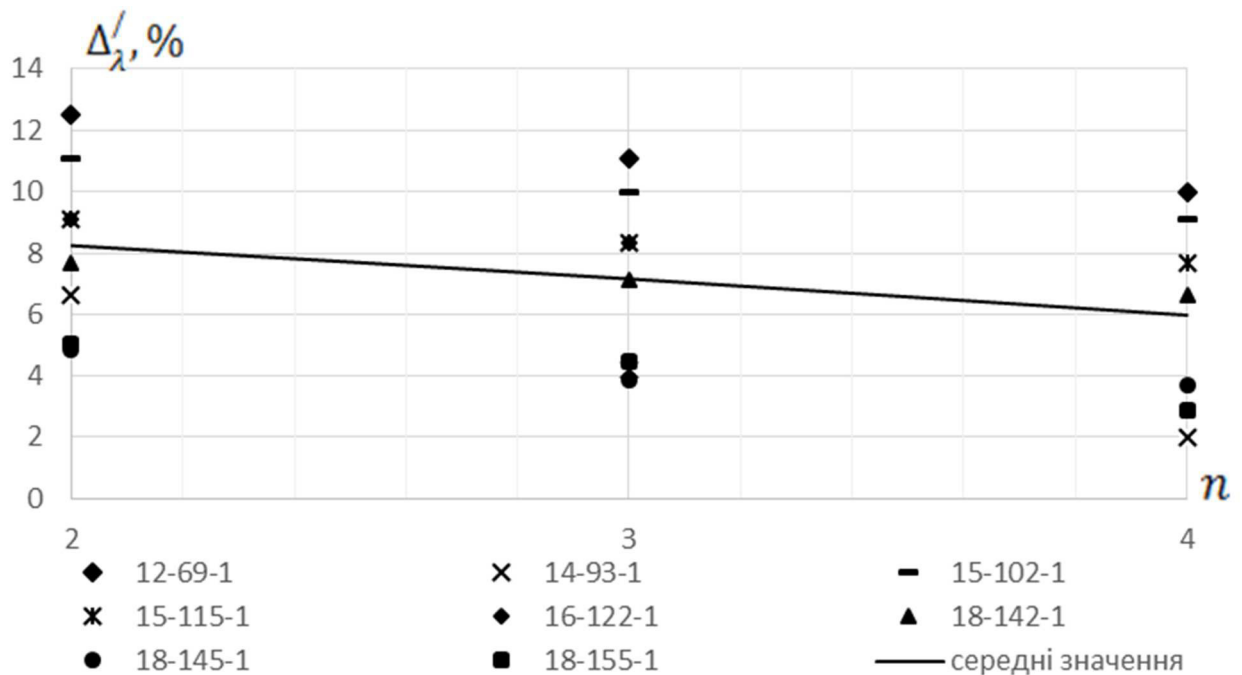


Рисунок 3.10 – Графік залежності $\Delta'_{\lambda} = f(n)$

Згідно проведених розрахунків було встановлено наступне:

- аналіз проводився по відношенню до середніх значень;
- проаналізувавши результати змін довжин хвиль по довжині потоку по відношенню до довжини першої хвилі (табл. 3.12) була встановлена лінійна зростаюча залежність;
- при розгляді результатів розрахунків змін довжин хвиль по довжині потоку

по відношенню до довжини попередньої хвилі (табл. 3.13) була встановлена лінійна залежність, але при цьому необхідно відмітити, що дана лінійна залежність спадаюча;

- в подальших розрахунках необхідно дотримуватись тверджень наведених в пункті 2, оскільки теоретичний розрахунок профілю вільної поверхні проводиться по відношенню до довжини першої хвилі.

3.4. Дослідження кінематичних та динамічних параметрів потоку

3.4.1. Розподіл актуальних та осереднених швидкостей по висоті та довжині кноїдальних хвиль

Питання розподілу швидкостей кноїдальних хвиль має велике практичне і наукове значення, оскільки його необхідно враховувати при будівництві і експлуатації низьконапірних споруд, безнапірних каналів, галереях, трубах, каналах, тощо. В наведених випадках необхідно враховувати епюри актуальних швидкостей вершин і западин. Неврахування такої специфіки цих явищ може призвести до серйозних прорахунків, що може стати причиною руйнування елементів кріплення та розмиву русел [8].

Наукові аспекти пов'язані з питанням кінетичної структури взагалі, а особливо про наявність чи відсутність водоворотів в межах утворення кноїдальних хвиль, має виняткове значення для теоретичного вивчення цих потоків. Справа в тому, що при теоретичному розгляді як рухомих так і нерухомих хвиль рух потоку вважається потенціальним [100]. Це положення дозволяє при розгляді хвилеподібних течій застосовувати теорію потенціального руху, принцип конформних відображень, застосовувати метод зворотньої задачі розсіювання, тощо.

Така постановка питання дозволяє істотно спростити в математичному відношенні задачу, що розглядається. У відповідності з передумовою про потенціальність руху загальним для всіх теоретичних схем розглядуваного класу хвилеподібних течій є те, що рух потоку вважається безвихровим, в зв'язку з чим горизонтальна складова швидкості приймається позитивною,

тобто зорієнтованою в напрямку руху потоку для нерухомих в просторі хвиль або в напрямку руху хвилі для хвиль переміщення. При цьому горизонтальна складова швидкості приймається або постійною по висоті, або змінною за певним законом, а вертикальна складова – змінною від нуля на дні до деякого максимального значення на вільній поверхні, при чому в перерізах по вершинам і підшвам хвиль вертикальна складова швидкості вважається рівною нулю.

Наявність в потоці водоворотів з обертовим рухом частинок рідини в залежності від розмірів цих водоворотів може істотно знизити точність результатів, отриманих на основі теорії потенціального руху. Набагато складнішим є питання про існування донних водоворотів під гребенями кноїдальних хвиль, адже виявлення таких водоворотів є досить непростою справою. Для таких випадків використання теорії потенціального руху взагалі неможливе.

Враховуючи це, постає необхідність в додатковому вивченні розподілу швидкості кноїдальних хвиль на предмет наявності такого роду водоворотів.

Вивчення розподілу актуальних осереднених швидкостей по висоті і довжині потоку стосовно плоских умов проводилась на експериментальній установці для I-го положення затвору. Особливості проведення вимірювання швидкостей, пов'язані з високою чутливістю кноїдальних хвиль до введення в потік вимірювальних приладів, описані в пункті 2.3. При цьому вимірювальні вертикалі проходили через характерні точки профілю вільної поверхні потоку, які співпадали з вершинами та підшвами чотирьох перших за рахунком хвиль досліджуваних явищ.

Вимірювання розподілу швидкості проводилося за допомогою трьох різних приладів: тензометричного датчику, мікровертушки та трубки Пітто (пункт 2.3). Першочергово було проведено порівняння розподілів швидкості для двох дослідів різними приладами. Результати експериментальних досліджень показано в табл. 3.14-3.17 на рис. 3.11-3.14.

Таблиця 3.14 – Результати експериментальних досліджень по визначенню швидкості по висоті у перерізі, що відповідає першій вершині хвилі, виконаний для досліду 8-63-2

Прилад h , см	Тензометричний датчик (тонкий режим)	Тензометричний датчик (грубий режим)	Трубка Піто	Мікровертушка
10*	0,470	0,417	0,634	0,670
9	0,658	0,580	0,758	0,784
8	0,813	0,771	0,824	0,791
7	0,924	0,944	0,875	0,839
6	0,954	0,985	0,887	0,841
5	0,924	0,944	0,876	0,879
4	0,924	0,944	0,862	0,861
3	0,831	0,850	0,835	0,802
2	0,791	0,771	0,810	0,770
1	0,765	0,706	0,741	0,722
0*	0,717	0,624	0,643	0,632
сер. зн.	0,797	0,776	0,795	0,781

* – наближене значення швидкості потоку в районі поверхні і дна лотока, дослідні точки на рис. 3.11 не показані.

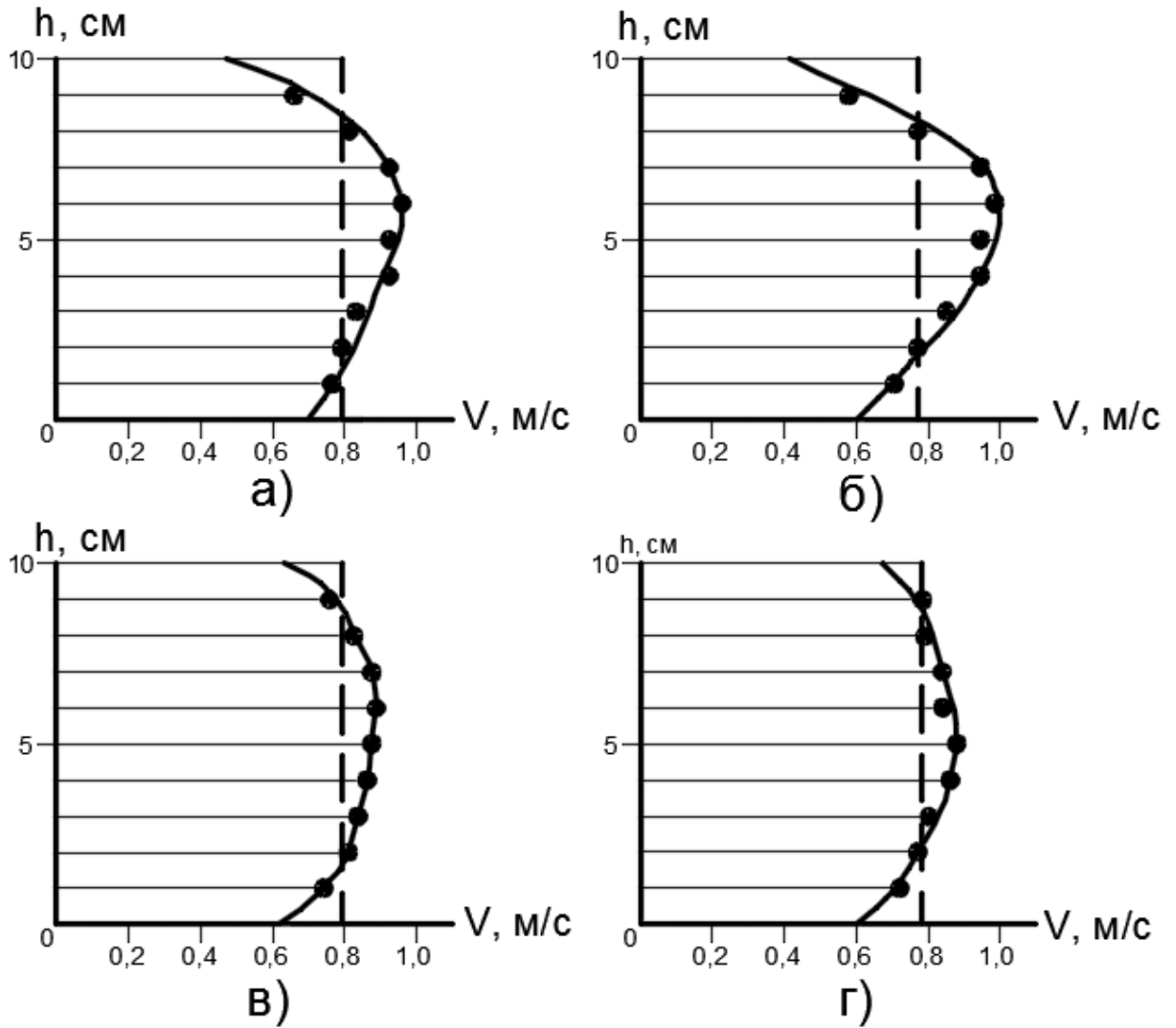


Рисунок 3.11 – Епюра швидкості досліду 8-63-2 для перерізу, що відповідає першій вершині хвилі: а) тензометричний датчик (тонкий режим); б) тензометричний датчик (грубий режим); в) трубка Піто; г) мікровертушка; ● – дослідні точки; — – епюра швидкості; --- – середнє значення швидкості в епюрі

Таблиця 3.15 – Результати експериментальних досліджень по визначенню швидкості по висоті у перерізі, що відповідає першій западині хвилі, виконаний для досліду 8-63-2

Прилад h , см	Тензометричний датчик (тонкий режим)	Тензометричний датчик (грубий режим)	Трубка Піто	Мікровертушка
8*	0,608	0,619	0,712	0,781
7	0,771	0,771	0,874	0,885
6	0,870	0,860	0,962	0,970
5	0,924	0,944	1,068	1,040
4	0,959	0,985	1,112	1,022
3	1,009	1,065	1,123	1,095
2	1,009	1,065	1,081	1,090
1	0,976	1,025	1,027	0,952
0*	0,913	0,950	0,945	0,838
сер. зн.	0,893	0,920	0,989	0,964

* – наближене значення швидкості потоку в районі поверхні і дна лотока, дослідні точки на рис. 3.12 не показані.

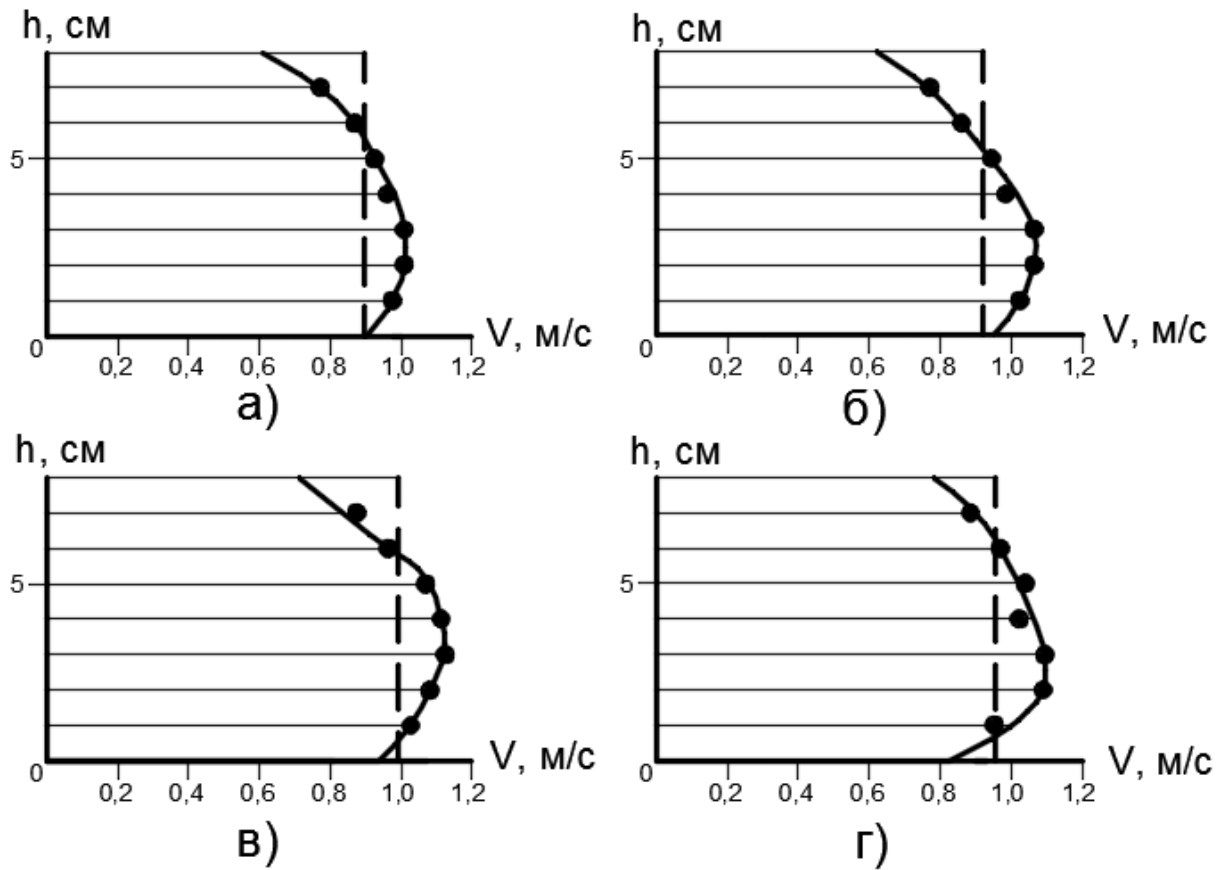


Рисунок 3.12 – Епюра швидкості досліду 8-63-2 для перерізу, що відповідає першій западині хвилі: а) тензометричний датчик (тонкий режим); б) тензометричний датчик (грубий режим); в) трубка Піто; г) мікровертушка; ● – дослідні точки; — – епюра швидкості; --- – середнє значення швидкості в епюрі

Таблиця 3.16 – Результати експериментальних досліджень по визначенню швидкості по висоті у перерізі, що відповідає першій вершині хвилі, виконаний для досліду 9-79-2

Прилад <i>h</i> , см	Тензометричний датчик (тонкий режим)	Тензометричний датчик (грубий режим)	Трубка Піто	Мікровертушка
1	2	3	4	5
13*	0,277	0,297	0,517	0,476
12	0,356	0,393	0,704	0,550
11	0,524	0,580	0,760	0,568
10	0,658	0,679	0,858	0,600
9	0,900	0,902	0,875	0,667
8	0,976	1,025	0,936	0,741
7	1,025	1,065	0,924	0,856
6	1,056	1,104	0,936	0,960
5	1,025	1,065	0,924	0,916
4	0,992	1,025	0,912	0,852
3	0,976	1,025	0,887	0,800
2	0,888	0,902	0,850	0,777

1	2	3	4	5
1	0,850	0,771	0,817	0,721
0*	0,773	0,718	0,704	0,676
сер. зн.	0,805	0,825	0,829	0,726

* – наближене значення швидкості потоку в районі поверхні і дна лотока, дослідні точки на рис. 3.12 не показані.

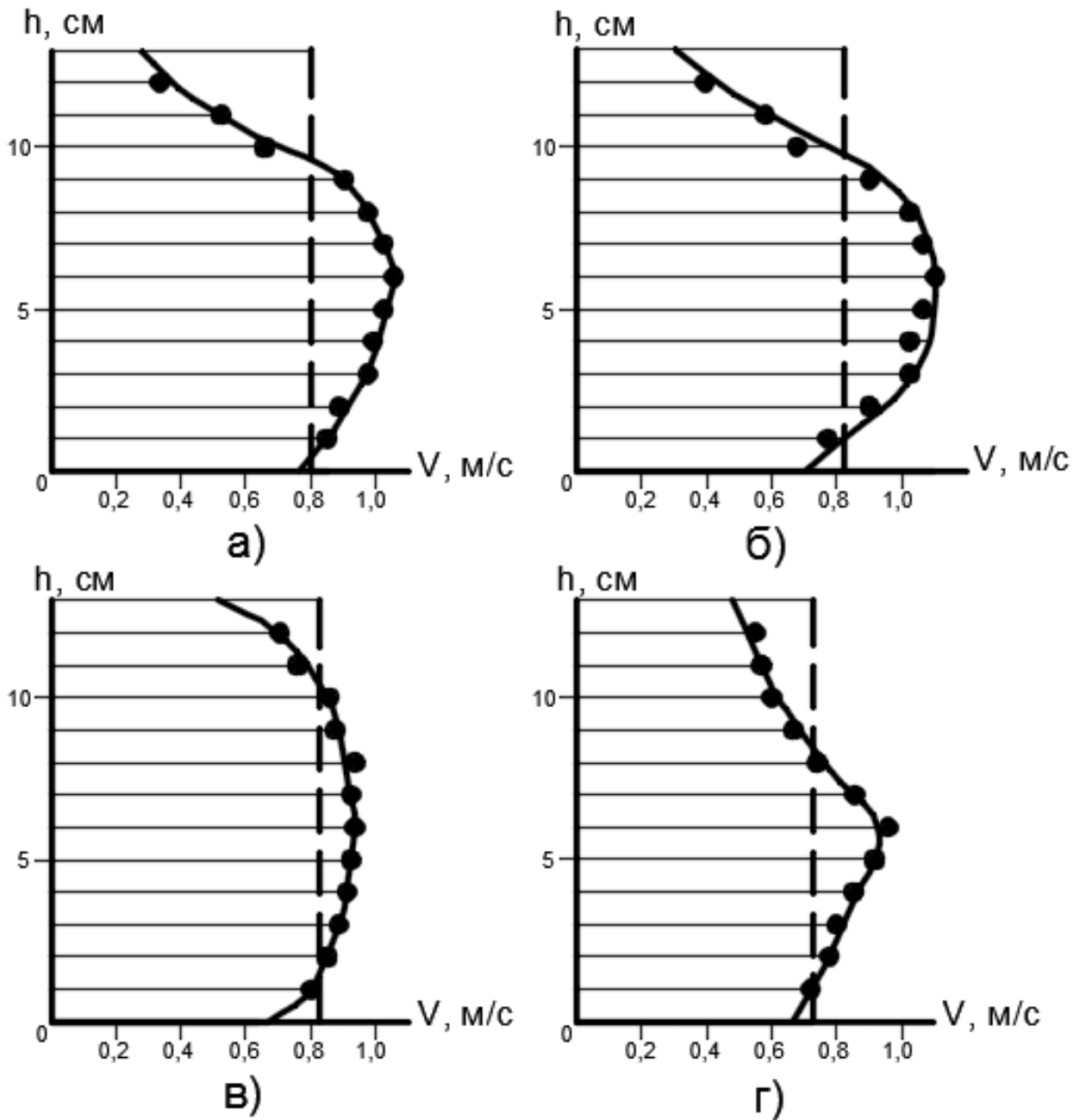


Рис. 3.13 – Епюра швидкості досліду 9-79-2 для перерізу, що відповідає першій вершині хвилі: а) тензометричний датчик (тонкий режим); б) тензометричний датчик (грубий режим); в) трубка Піто; г) мікровертушка;

Таблиця 3.17 – Результати експериментальних досліджень по визначенню швидкості по висоті у перерізі, що відповідає першій западині хвилі, виконаний для досліду 9-79-2

Прилад h , см	Тензометричний датчик (тонкий режим)	Тензометричний датчик (грубий режим)	Трубка Піто	Мікровертушка
10*	0,580	0,587	0,924	0,575
9	0,658	0,680	0,953	0,676
8	0,831	0,860	1,009	0,837
7	1,009	1,065	1,016	0,900
6	1,072	1,142	1,027	1,000
5	1,146	1,217	1,049	1,157
4	1,132	1,265	1,038	1,143
3	1,072	1,142	1,005	1,114
2	1,040	1,065	0,983	1,000
1	0,958	1,023	0,912	0,975
0*	0,826	0,917	0,835	0,955
сер. зн.	0,939	0,996	0,977	0,939

* – наближене значення швидкості потоку в районі поверхні і дна лотока, дослідні точки на рис. 3.13 не показані.

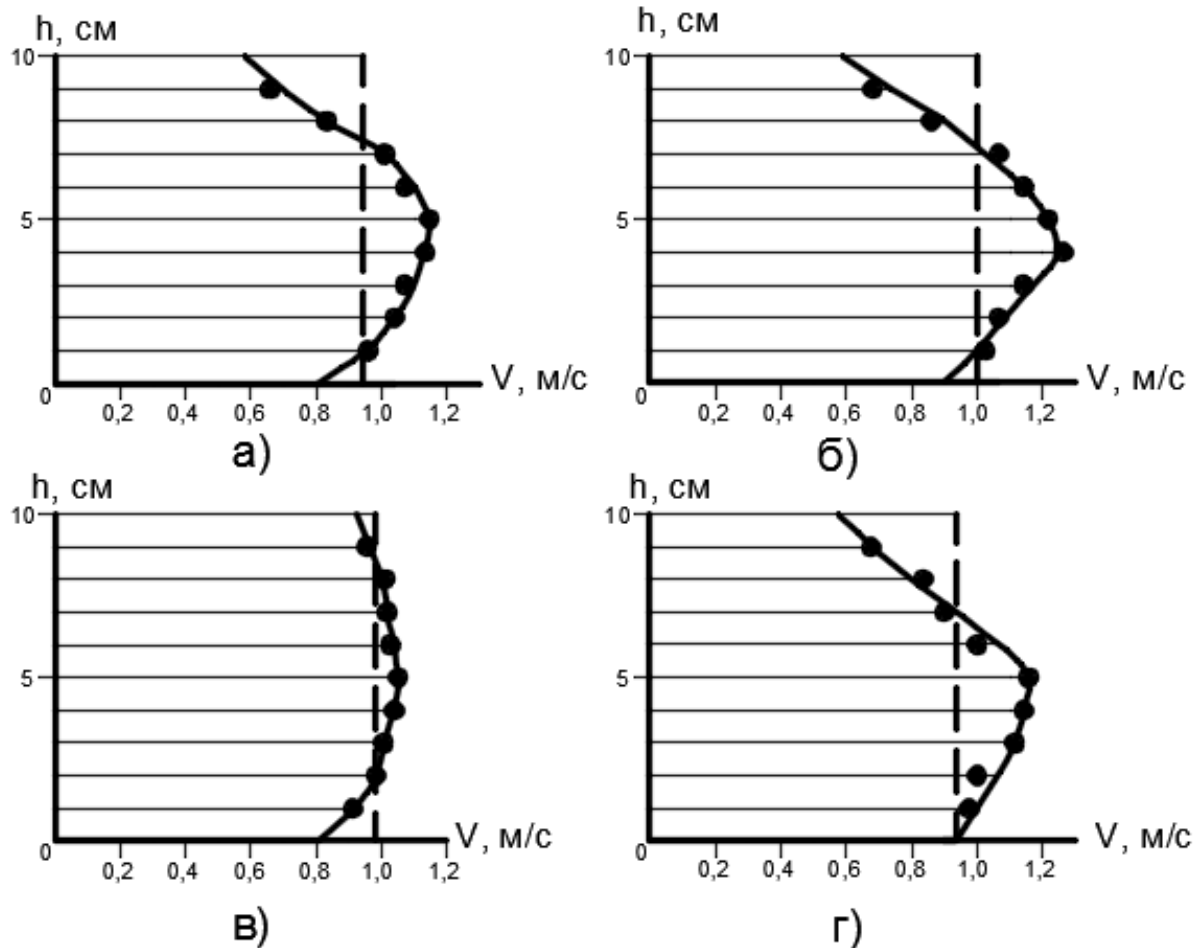


Рис. 3.14 – Епюра швидкості досліді 9-79-2 для перерізу, що відповідає першій западині хвилі: а) тензOMETричний датчик (тонкий режим); б) тензOMETричний датчик (грубий режим); в) трубка Піто; г) мікровертушка; ● – дослідні точки; — – епюра швидкості; --- – середнє значення швидкості в епюрі

Згідно отриманих даних можна зробити наступні висновки.

- епюри швидкості були побудовані для перших вершин та западин для дослідів 8-63-2 та 9-79-2;
- порівняння отриманих епюри (рис. 3.11-3.14) показує їх відносну збіжність, різниця заключається в особливостях проведення досліджень з використанням трубки Піто та мікровертушки в межах переходу вільної поверхні кноїдальних хвиль до навколишнього середовища;
- аналізуючи значення середніх швидкостей в епюрах (табл. 3.14-3.17) була отримана відносно висока збіжність, що додатково доводить схожість епюр

швидкості виміряними різними приладами;

- отримані епюри мають схожі риси, з епюрами отриманими іншими науковцями [16,27,84,85].

З практичної точки зору винятково важливе значення має інформація про епюри швидкостей по довжині потоку в характерних перерізах (вершинах та западинах) для визначення розмивної здатності водного потоку. В зв'язку з чим була проведена серія досліджень по визначенню епюр швидкості характерних перерізах з використанням тензометричного датчика в точному режимі. Результати досліджень показано в табл. 3.18-3.20 та на рис. 3.15.

Таблиця 3.18 – Значення актуальної та середньої швидкості в характерних перерізах проведене для досліду 9-79-2

Переріз <i>h</i> , см	I-а вершина	I-а западина	II-а вершина	I-а западина
13	0,277	-	-	-
12	0,356	-	0,701	-
11	0,524	-	0,770	-
10	0,658	0,580	0,855	-
9	0,900	0,658	0,891	0,908
8	0,976	0,831	0,936	0,985
7	1,025	1,009	0,924	1,020
6	1,056	1,072	0,936	1,064
5	1,025	1,146	0,924	1,116
4	0,992	1,132	0,912	1,116
3	0,976	1,072	0,887	1,127
2	0,888	1,040	0,865	1,085
1	0,850	0,958	0,803	1,031
0	0,773	0,826	0,661	0,936
сер. зн.	0,805	0,939	0,851	1,039

Таблиця 3.19 – Значення актуальної та середньої швидкості в характерних перерізах проведене для досліду 10-78-2

Переріз <i>h</i> , см	I-а вершина	I-а западина	II-а вершина	I-а западина
15	0,376	-	-	-
14	0,460	-	0,659	-
13	0,633	-	0,723	-
12	0,750	-	0,763	-
11	0,888	-	0,860	-
10	0,976	0,737	0,862	0,958
9	1,049	1,009	0,875	1,078
8	1,041	1,072	0,875	1,123
7	1,041	1,117	0,887	1,133
6	1,041	1,117	0,900	1,133
5	1,025	1,147	0,900	1,117
4	0,992	1,117	0,875	1,050
3	0,959	1,072	0,837	1,038
2	0,932	1,041	0,783	0,983
1	0,790	0,947	0,741	0,948
0	0,738	0,934	0,646	0,913
сер. зн.	0,856	1,0286	0,8126	1,044

Таблиця 3.20 – Значення актуальної та середньої швидкості в характерних перерізах проведене для досліду 16-122-1

Переріз <i>h</i> , см	I-а вершина	I-а западина	II-а вершина	I-а западина
20	0,373	-	-	-
19	0,475	-	0,455	-
18	0,573	-	0,524	-
17	0,658	0,588	0,658	0,630
16	0,869	0,631	0,749	0,717
15	0,941	0,819	0,869	0,749
14	0,976	0,869	0,926	0,906
13	0,976	1,072	0,926	0,976
12	1,009	1,161	0,941	1,051
11	1,025	1,217	0,961	1,102
10	1,041	1,244	0,976	1,130
9	1,009	1,132	1,001	1,147
8	1,009	1,072	0,992	1,130
7	0,976	1,041	0,979	1,072
6	0,959	1,041	0,941	1,082
5	0,906	1,028	0,928	1,041
4	0,907	0,976	0,888	1,023
3	0,869	0,976	0,911	0,980
2	0,851	0,941	0,869	0,980
1	0,831	0,924	0,851	0,941
0	0,791	0,869	0,811	0,906
сер. зн.	0,858	0,978	0,858	0,976

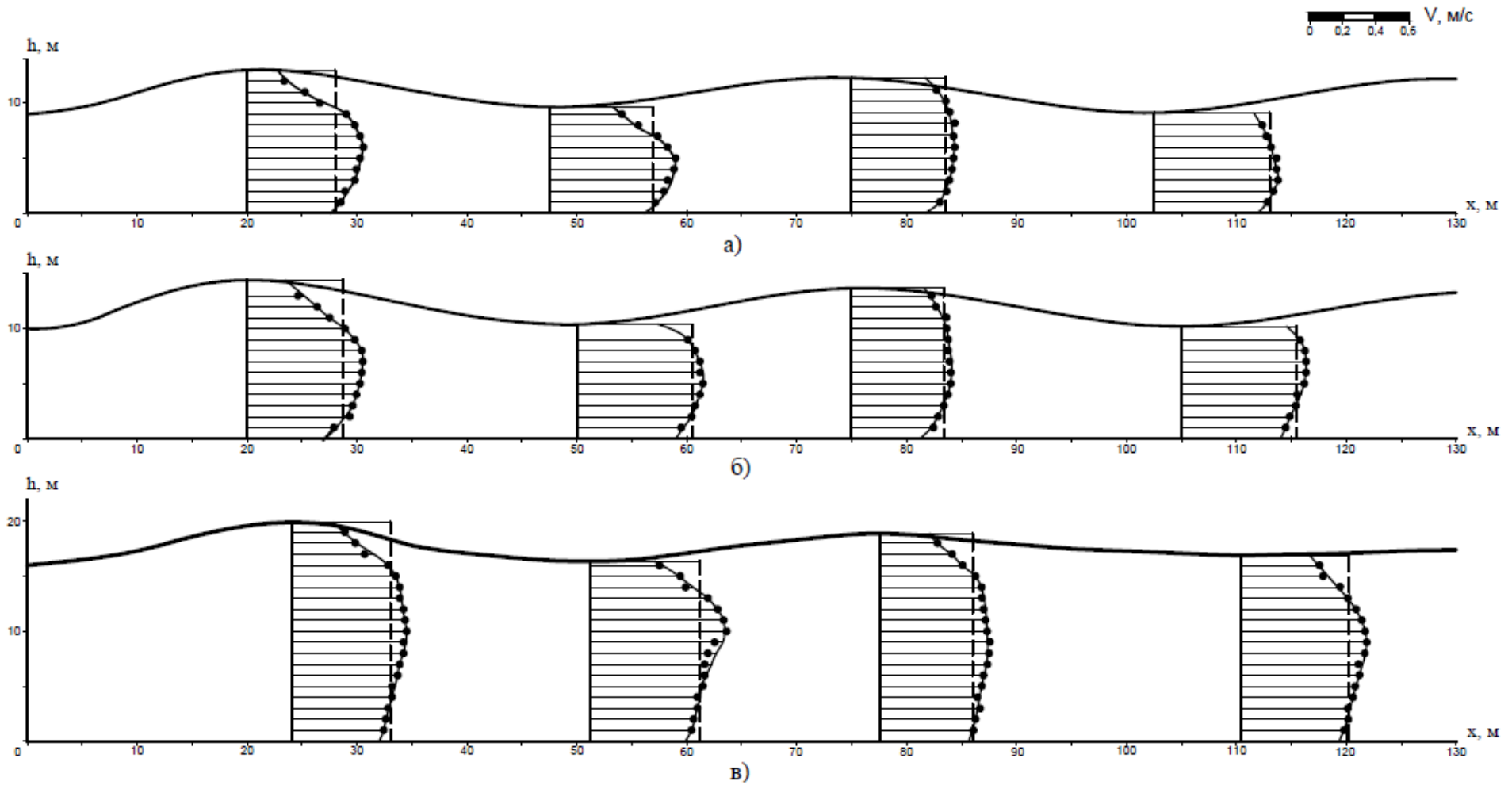


Рисунок 3.15 – Епюри швидкостей по довжині кноїдальних хвиль, побудовані для характерних перерізів:

а) дослід №9-79-2; б) дослід №10-78-2; в) дослід №16-122-1; \circ – дослідні точки значень актуальних швидкостей;

--- – середнє значення швидкості в перерізі.

Аналіз даних про розподіл середньої швидкості в характерних перерізах кноїдальних хвиль по висоті та довжині потоку показує, що зміна вказаної швидкості відбувається хвилеподібно: в перерізах по вершинам хвиль спостерігаються мінімуми, а в перерізах по підосвам – максимуми значень. Характерно, що максимуми вказаних швидкостей зменшуються від перерізу до перерізу в напрямку за течією, а мінімуми – збільшуються в тому ж напрямку. Виконані експериментальні дослідження розподілу осереднених і максимальних актуальних швидкостей по висоті та довжині кноїдальних хвиль в спокійному потоці показали, що утворення донного водовороту не спостерігається.

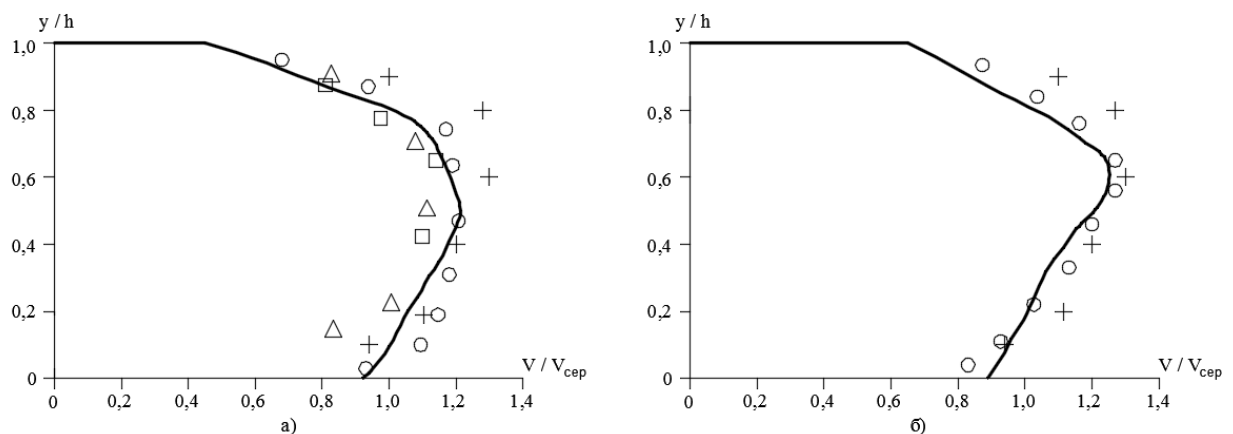


Рисунок 3.16 – Епюри швидкості, що побудовані в безрозмірних координатах: а) вершина; б) западина; — – експериментальна епюра побудована для дослідів №16-122-1; ○ – дослідні точки Рябенка О.А.; + – дослідні точки Вігеля Р.Л.; Δ – дослідні точки Тейлора Д.К.; □ – дослідні точки Морісона Дж.Р. і Крука Р.К.

Отримані дані про кінематичну структуру кноїдальних хвиль (рис. 3.16) як в якісному, так і в кількісному відношеннях добре узгоджуються з результатами дослідів Рябенка О.А. [16], Вігеля Р.Л. [27], Тейлора Д.К. [101], Морісона Дж.Р. і Крука Р.К. [102].

3.4.2. Розподіл гідродинамічного тиску по висоті та довжині кноїдальних хвиль

Питання про розподіл гідродинамічного тиску по висоті та довжині кноїдальних хвиль є достаньо маловивчене. Основним фактором є встановлення наявності чи відсутності гідростатичного закону розподілу тиску в характерних перерізах розглядуваного явища. Даний фактор необхідно враховувати при теоретичному розрахунку основних параметрів кноїдальних хвиль.

Для встановлення наявності чи відсутності гідростатичного закону розподілу тиску в характерних перерізах було проведено ряд лабораторних досліджень з використання трубки Піто (див. розділ 2). Результати досліджень представлені в табл. 3.21-3.22, а епюри тиску (рис. 3.17.-3.18) в характерних перерізах показані в безрозмірних координатах.

Згідно отриманих результатів досліджень можна зробити наступні висновки.

- в характерних перерізах кноїдальних хвиль присутніх негідростатичний розподіл тиску по висоті. При цьому у перерізах, що відповідають вершинами спостерігаються тиски менші за гідростатичні, а в перерізах, що відповідають западинам – більші за гідростатичний;
- розглядаючи розподіл гідродинамічного тиску по довжині було встановлено, що в характерних перерізах нижче за течією розподіл тиску поступово наближається до гідростатичного;
- для перевірки адекватності отриманих результатів було проведено порівняння отриманих результатів значень в районі дна лотока з п'езометричною лінією в характерних перерізах. Порівняння показало відносну малу розбіжність результатів (на рівні 5%), що свідчить про вірність отриманих результатів.

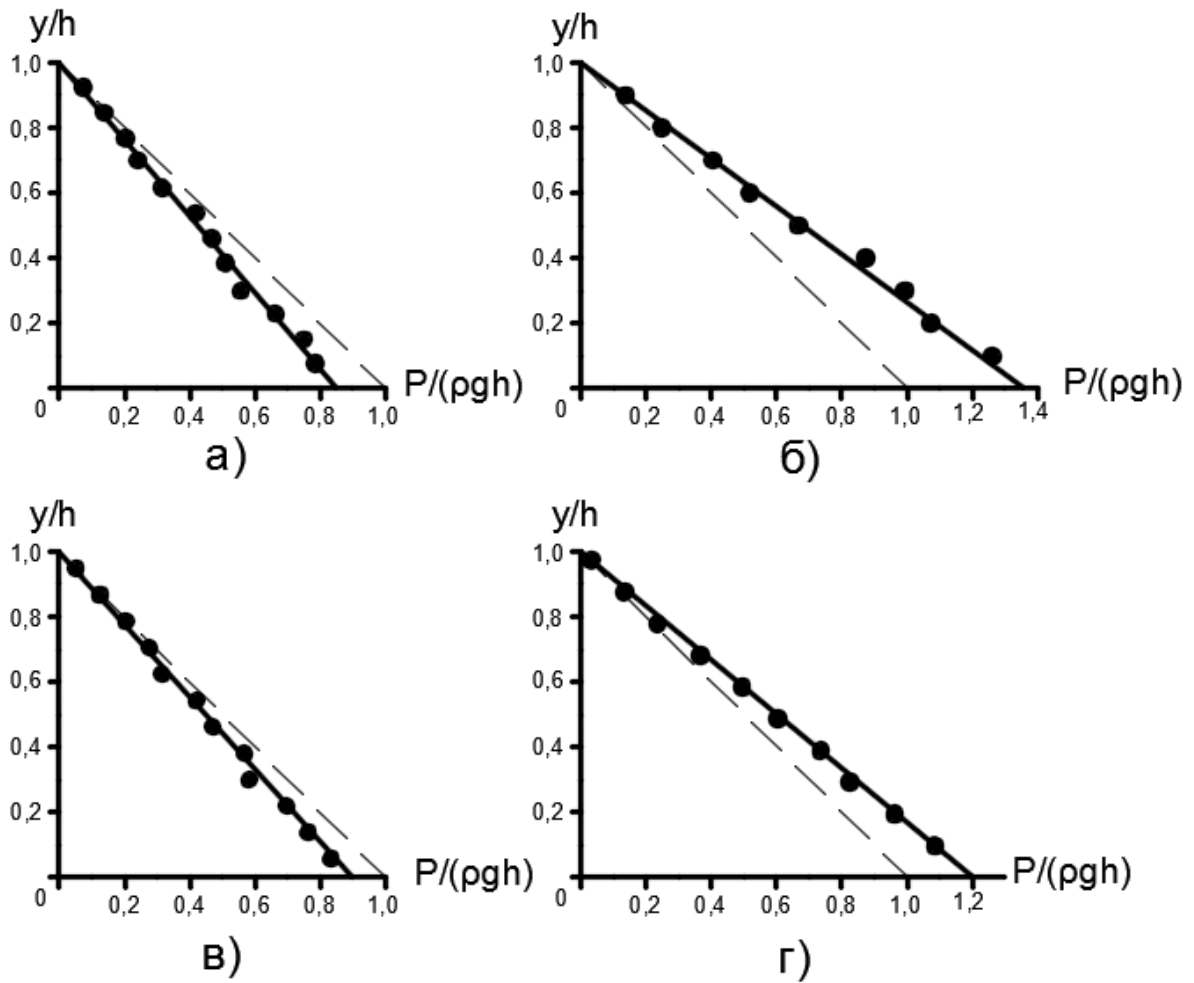


Рисунок 3.17 – Розподіл гідродинамічного тиску по довжині кноїдальних хвиль, побудований для досліду 9-79-2 в характерних перерізах:
 а) I-а вершина; б) I-а западина; в) II-а вершина; г) II-а западина;
 ○ – дослідні точки значень гідродинамічного тиску; — — — усереднена еюра гідродинамічного тиску; — — — гідростатичний розподіл тиску.

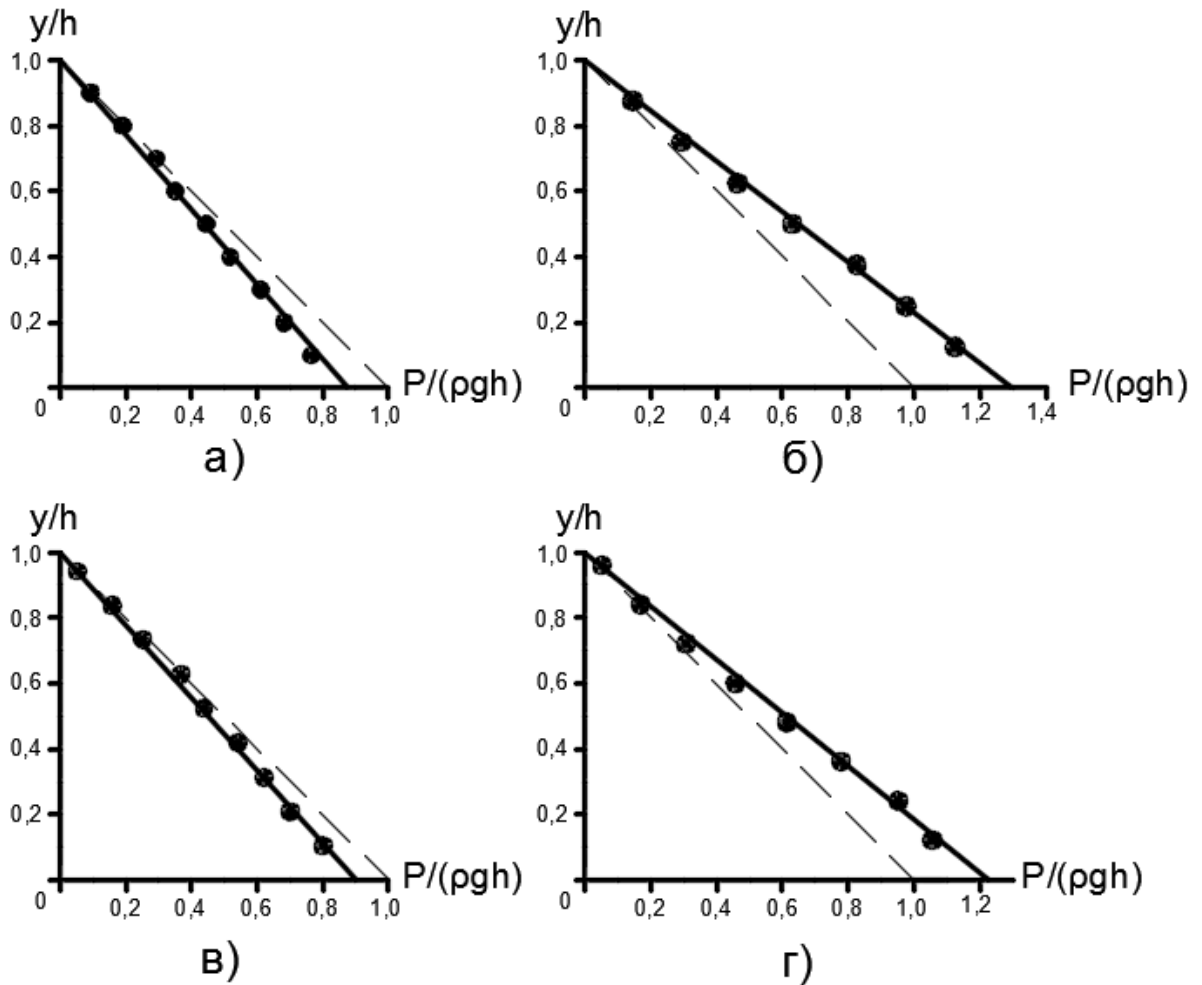


Рисунок 3.18 – Розподіл гідродинамічного тиску по довжині кноїдальних хвиль, побудований для дослідів 8-63-2 в характерних перерізах: а) I-а вершина; б) I-а западина; в) II-а вершина; г) II-а западина; ○ – дослідні точки значень гідродинамічного тиску; — — — усереднена еюра гідродинамічного тиску; — — — гідростатичний розподіл тиску.

Таблиця 3.21 – Значення гідродинамічного тиску в характерних перерізах для досліду 9-79-2

Переріз h , см	I-а вершина		I-а западина		II-а вершина		I-а западина	
	$P_{г.д.}$	$P_{г.с.}$	$P_{г.д.}$	$P_{г.с.}$	$P_{г.д.}$	$P_{г.с.}$	$P_{г.д.}$	$P_{г.с.}$
	м.вод.ст		м.вод.ст		м.вод.ст		м.вод.ст	
13	0	0	-	-	0	0	-	-
12	0,093	0,1	-	-	0,062	0,064	-	-
11	0,179	0,2	-	-	0,153	0,164	0	0
10	0,263	0,3	0	0	0,252	0,264	0,032	0,03
9	0,311	0,4	0,136	0,1	0,341	0,364	0,137	0,13
8	0,408	0,5	0,249	0,2	0,387	0,464	0,240	0,23
7	0,545	0,6	0,403	0,3	0,518	0,564	0,377	0,33
6	0,609	0,7	0,519	0,4	0,581	0,664	0,507	0,43
5	0,664	0,8	0,667	0,5	0,702	0,764	0,619	0,53
4	0,723	0,9	0,873	0,6	0,736	0,864	0,754	0,63
3	0,862	1,0	0,993	0,7	0,860	0,964	0,847	0,73
2	0,975	1,1	1,073	0,8	0,942	1,064	0,987	0,83
1	1,019	1,2	1,262	0,9	1,029	1,164	1,115	0,93
0	1,110	1,3	1,359	1,0	1,137	1,264	1,236	1,03

Табл. 3.22 – Значення гідродинамічного тиску в характерних перерізах для досліду 8-63-2

Переріз h , см	I-а вершина		I-а западина		II-а вершина		I-а западина	
	$P_{г.д.}$	$P_{г.с.}$	$P_{г.д.}$	$P_{г.с.}$	$P_{г.д.}$	$P_{г.с.}$	$P_{г.д.}$	$P_{г.с.}$
	м.вод.ст		м.вод.ст		м.вод.ст			
10	0	0	-	-	0	0	-	-
9	0,092	0,1	-	-	0,050	0,055	0	0
8	0,190	0,2	0	0	0,151	0,155	0,042	0,03
7	0,292	0,3	0,115	0,1	0,241	0,255	0,140	0,13
6	0,351	0,4	0,233	0,2	0,350	0,355	0,257	0,23
5	0,445	0,5	0,370	0,3	0,419	0,455	0,382	0,33
4	0,518	0,6	0,504	0,4	0,518	0,555	0,512	0,43
3	0,610	0,7	0,661	0,5	0,594	0,655	0,651	0,53
2	0,682	0,8	0,781	0,6	0,670	0,755	0,797	0,63
1	0,765	0,9	0,900	0,7	0,765	0,855	0,884	0,73
0	0,876	1,0	1,039	0,8	0,861	0,955	1,026	0,83

Існуючих результатів дослідження гідродинамічної структури кноїдальних хвиль надзвичайно мало, вони нечітко описані і не піддаються аналізу. В зв'язку з чим порівняння отриманих результатів лабораторних досліджень порівнювалося з епіюрами тиску, отриманими іншими вченими при дослідженні інших типів білякритичних течій рідини. Співставляючи отримані дані про гідродинамічну структуру кноїдальних хвиль з результатами дослідів Шансон Х. та Монтес Д.С. [85], Хафагі А. та Хаммад С.З. [103] можна зробити висновок, що епіюри відносно добре узгоджуються між собою.

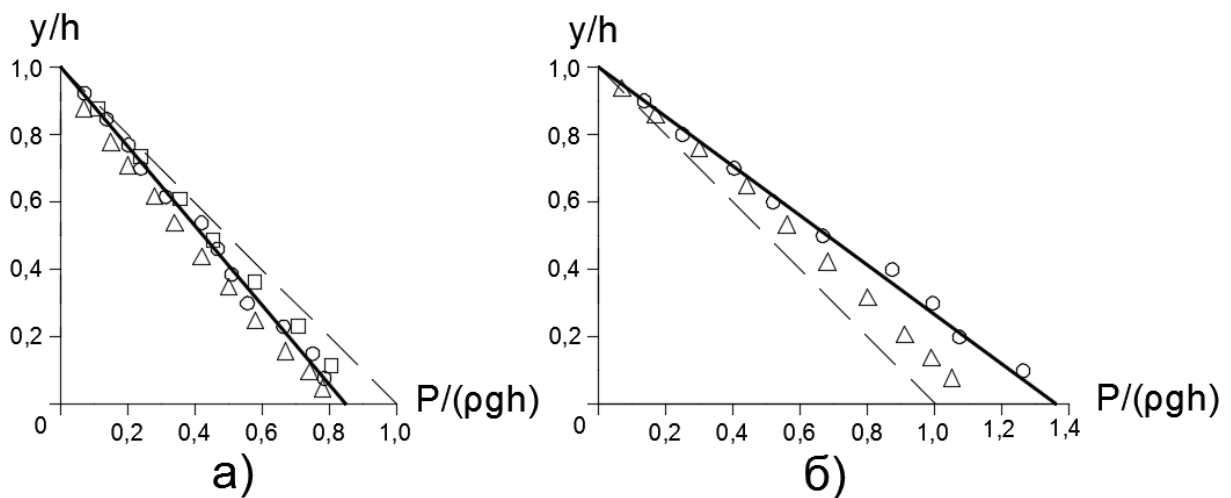


Рисунок 3.19 – Розподіл гідродинамічного тиску в характерних перерізів:
 а) I-а вершина; б) I-а западина; ○ – дослідні точки значень гідродинамічного тиску, побудовані для досліду 9-79-2; — — — усереднена епіюра гідродинамічного тиску, побудована для досліду 9-79-2; — — — гідростатичний розподіл тиску; △ – дослідні точки Х. Шансона та Д.С. Монтеса;
 □ – дослідні точки А. Хафагі та С.З. Хаммада.

3.5. Висновки

1. Експериментальне вивчення основних характеристик кноїдальних хвиль проводилося як у спокійному та і бурхливому потоках, при цьому числа Фруда в початковому перерізі коливалися в межах $Fr_1=0,278\div 1,17$. Додатково було встановлено, що кноїдальні хвилі можуть існувати в критичному потоці, тобто при $Fr_1 \approx 1$.
2. Під час аналіз експериментальних результатів було встановлено, що глибина під вершиною першої хвилі h_B залежить від багатьох факторів та параметрів

потoku. Визначальний вплив в даному випадку мають число Фруда Fr_1 та коефіцієнт негідростатичності s_1 в початковому перерізі, тобто $h_B = f(Fr_1, s_1)$.

3. В розділі експериментальним шляхом визначений коефіцієнт просторовості $k_{пр} = 1,05$, який буде враховуватися в подальших теоретичних розрахунках.

4. Підтверджено вплив числа Фруда Fr_1 та коефіцієнт негідростатичності s_1 в початковому перерізі на значення другої спряженої глибини h_2 кноїдальних хвиль.

5. Проведений аналіз змін глибин в характерних перерізах (під вершинами та западинами) та довжини хвилі по довжині кноїдальних хвиль з використанням відносних відсоткових різниць.

6. Аналіз даних щодо кінематичної та гідродинамічної структур кноїдальних хвиль в повній мірі підтвердили існуючі твердження та добре узгоджуються з даними отриманими іншими вченими.

РОЗДІЛ 4. ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ПОТОКУ КНОЇДАЛЬНИХ ХВИЛЬ

4.1. Порівняння теоретичних розрахунків, знайдених за існуючими математичними моделями з експериментальними даними

Теоретичні розрахунки проводилися за існуючими математичними моделями, що наведені в пункті 1.5. Для наочності порівняння експериментальних параметрів кноїдальних хвиль з теоретичними значеннями проводилося для 10 випадкових дослідів, що охоплюють весь діапазон утворюваного явища.

4.1.1. Метод розрахунку кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики в початковому перерізі (О.А. Рябенко)

Розрахунок і побудова профілю вільної поверхні проводився за системою рівнянь (1.16), а значення другої спряженої глибини за залежністю (1.17). Результати теоретичних розрахунків та порівняння їх з дослідними значеннями показано в табл. 4.1, а теоретичні профілі наведені на рис.4.1.

Таблиця 4.1 – Порівняння експериментальних даних та результатів теоретичних розрахунків, виконаних з використанням методу Рябенка

№ з/п	Шифр дослідів	Число Фруда, Fr_1	Коеф. негідр. s_1	Дослідні значення		Теоретичні значення	
				h_B , см	h_2 , см	h_B , см	h_2 , см
1	12-69-1	0,2779	1,05	13,3	12,8	13,07	12,54
2	15-102-1	0,3134	1,053	17,7	16,3	16,48	15,74
3	14-94-1	0,3248	1,071	16,0	15,2	15,86	14,92
4	18-142-1	0,3539	1,056	21,0	19,3	19,97	18,98
5	18-145-1	0,3670	1,074	21,2	19,7	20,62	19,37
6	18-155-1	0,4189	1,078	21,5	20	20,93	19,45
7	13-117-2	0,6326	1,022	16,9	14,5	13,94	13,48
8	12-111-2	0,7224	1,067	16,1	13,6	14,63	13,33
9	10-100-2(1)	1,014	1,014	14,3	12,4	11,54	10,87
10	12-141-2	1,173	1,058	16	13,8	17,16	15,17

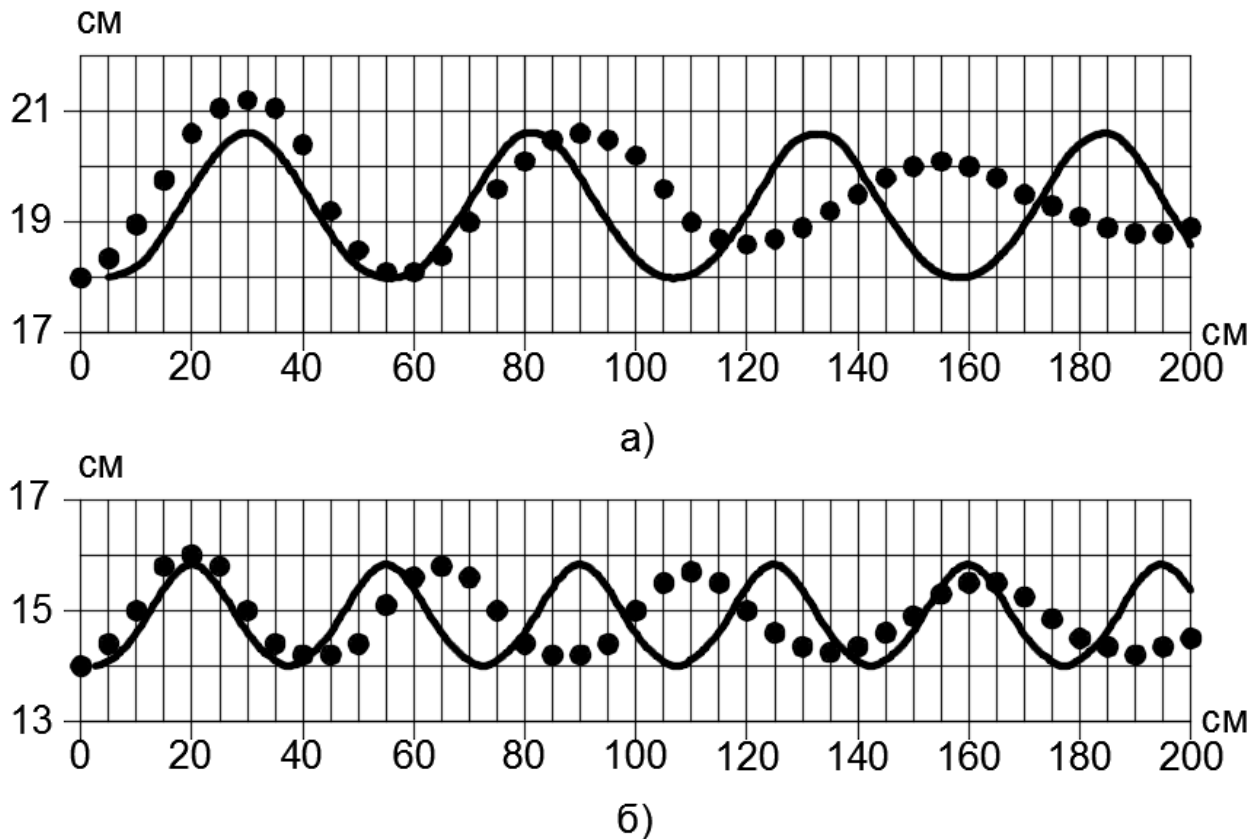


Рисунок 4.1 – Порівняння теоретичних та експериментальних профілів вільної поверхні: а) дослід 18-145-1; б) дослід 14-93-1; ● – дослідні точки профілю вільної поверхні; — – теоретичний профіль побудований за методом Рябенка

Проаналізувавши експериментальні і теоретичні дані можна зробити наступні висновки.

1. Наведена математична модель дозволяє побудувати профіль вільної поверхні кноїдальних хвиль. Вихідними даними цього методу є значення параметрів в початковому перерізі (глибина h_1 , число Фруда Fr_1 , коефіцієнта негідростатичності s_1).

2. Формула глибини першого гребеня h_B (1.16) дає відносно точні результати для дослідів, що відносяться до 1-ої серії ($Fr_1 = 0,25 \dots 0,40$) і менш точні, відповідно, для дослідів, що відносяться до 2-ої серії ($Fr_1 = 0,60 \dots 1,17$).

3. Формула другої спряженої глибини h_2 (1.17) показує відносно невелику розбіжність результатів.

4. Співставлення експериментальних і теоретичних профілів показує їх незбіжність відносно гребенів та западин хвиль. Це пояснюється тим, що метод невраховує втрати енергії та затухання хвиль по довжині розглядуваного явища.

4.1.2. Метод розрахунку параметрів кноїдальних хвиль як періодичних хвиль прогресуючих у воді (Р.Л. Вігель)

Розрахунок і побудова профілю вільної поверхні проводився за залежностями (1.21) – (1.23). Результати теоретичних розрахунків та порівняння їх з дослідними значеннями показано в табл. 4.2, а теоретичні профілі наведені на рис.4.2.

Таблиця 4.2 – Порівняння експериментальних і результатів теоретичних розрахунків, виконаних з використанням методу Вігеля

№ з/п	Шифр дослідів	Число Фруда, Fr_1	Коеф. негідр. s_1	Дослідні значення	Теоретичні значення
				λ_d , м	λ_T , м
1	12-69-1	0,2779	1,05	0,35	0,424
2	15-102-1	0,3134	1,053	0,45	0,44
3	14-94-1	0,3248	1,071	0,43	0,527
4	18-142-1	0,3539	1,056	0,62	0,585
5	18-145-1	0,3670	1,074	0,60	0,596
6	18-155-1	0,4189	1,078	0,60	0,695
7	13-117-2	0,6326	1,022	0,65	0,329
8	12-111-2	0,7224	1,067	0,65	0,455
9	10-100-2(1)	1,014	1,014	0,67	0,465
10	12-141-2	1,173	1,058	0,70	0,507

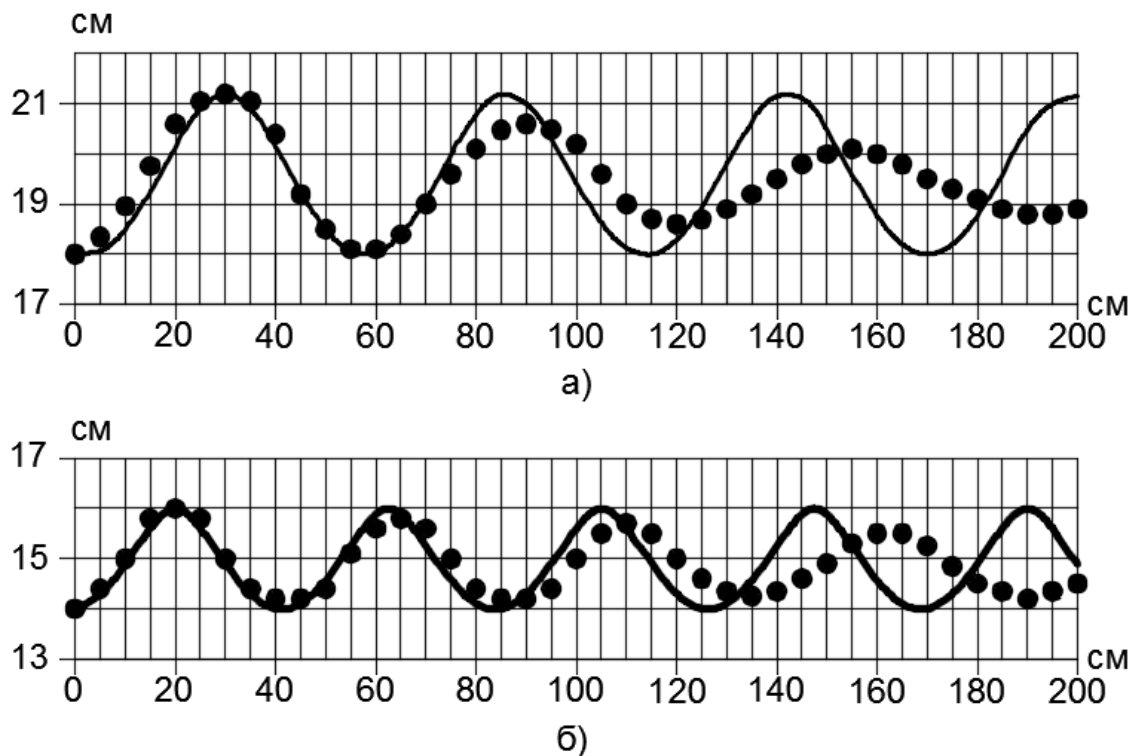


Рисунок 4.2 – Порівняння теоретичних та експериментальних профілів вільної поверхні: а) дослід 18-145-1; б) дослід 14-93-1; ● – дослідні точки профілю вільної поверхні; — – теоретичний профіль побудований за методом Вігеля

Проаналізувавши експериментальні і теоретичні дані можна зробити наступні висновки.

1. Дана математична модель дозволяє побудувати профіль вільної поверхні кноїдальних хвиль. Вихідними даними цього методу є значення параметрів в початковому перерізі (глибини h_1 і h_B , число Фруда Fr_1).

2. Рівняння профілю вільної поверхні (1.21) має складові, які можливо чітко визначити та мають реальний гідравлічний та математичний зміст.

3. В табл. 4.2 наведені результати експериментальних і теоретичних даних довжин хвиль λ . Теоретичні результати базуються на формулі довжини хвилі λ (1.23), яке застосовувалось при використанні рівняння для знаходження модуля k з системи (1.19) і системи рівнянь (1.22) для визначення повного еліптичного інтегралу першого порядку $K(k)$. Порівняння результатів показує, що при невеликих числах Фруда ($Fr_1 = 0,25 \div 0,40$) рівняння (1.23) дає досить точні

результати, а при відносно більших числах Фруда ($Fr_1 = 0,4 \div 1,17$) – результати мають більшу розбіжність.

4. Співставляючи експериментальні і теоретичні профілі показує їх збіжність відносно перших двох хвиль (умовні позначення кривих показано на рис. 4.2). Далі теоретичний профіль має завищення по значенням глибини і зменшення відносно довжини хвиль. Це пояснюється тим, що метод невраховує втрати енергії та затухання хвиль по довжині розглядуваного явища.

4.1.3. Метод коливальних хвиль русла з обмеженою глибиною (Г. Ламб)

Розрахунок і побудова профілю вільної поверхні проводився за системою рівнянь (1.29). Теоретичні профілі, розраховані за методом Ламба, наведені на рис.4.3.

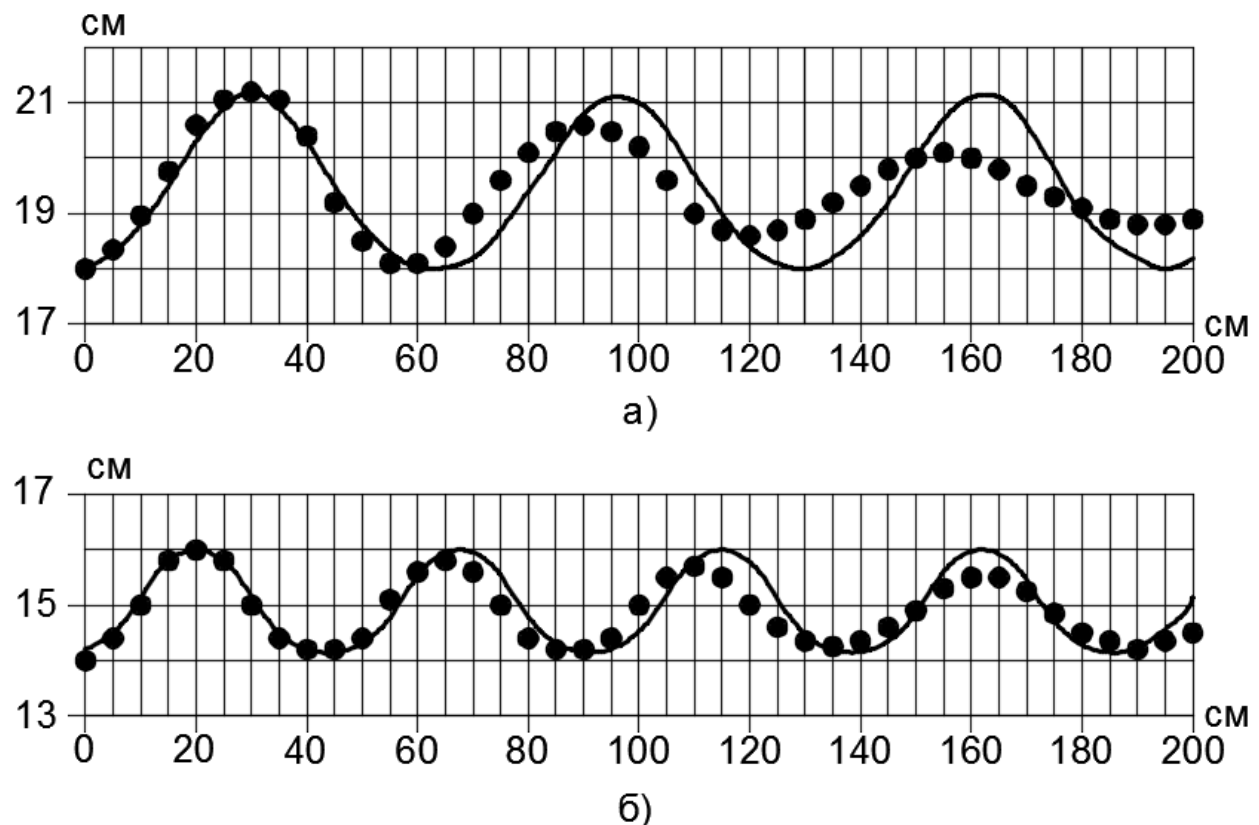


Рисунок 4.3 – Порівняння теоретичних та експериментальних профілів вільної поверхні: а) дослід 18-145-1; б) дослід 14-93-1; ● – дослідні точки профілю вільної поверхні; — – теоретичний профіль побудований за методом Ламба

Проаналізувавши експериментальні і теоретичні дані можна зробити наступні висновки.

1. Дана математична модель дозволяє побудувати профіль вільної поверхні кноїдальних хвиль. Вихідними даними цього методу є значення глибин в різних перерізі (глибина h_1 , h_B та h_{KP}).

2. Співставляючи експериментальні і теоретичні профілі показує їх незбіжність відносно гребенів та западин хвиль (рис. 4.3). Це пояснюється тим, що метод не враховує втрати енергії та затухання хвиль по довжині розглядуваного явища.

4.1.4. Графоаналітичний метод з використанням кноїдальних функцій Якобі (згідно «Рекомендаций для проектирования», під ред. Ф.Г. Гунько)

Розрахунок і побудова профілю вільної поверхні проводився за залежностями (1.30)-(1.32) та рис. 1.5. Теоретичні профілі, розраховані за методом ВНДІГ, наведені на рис.4.4.

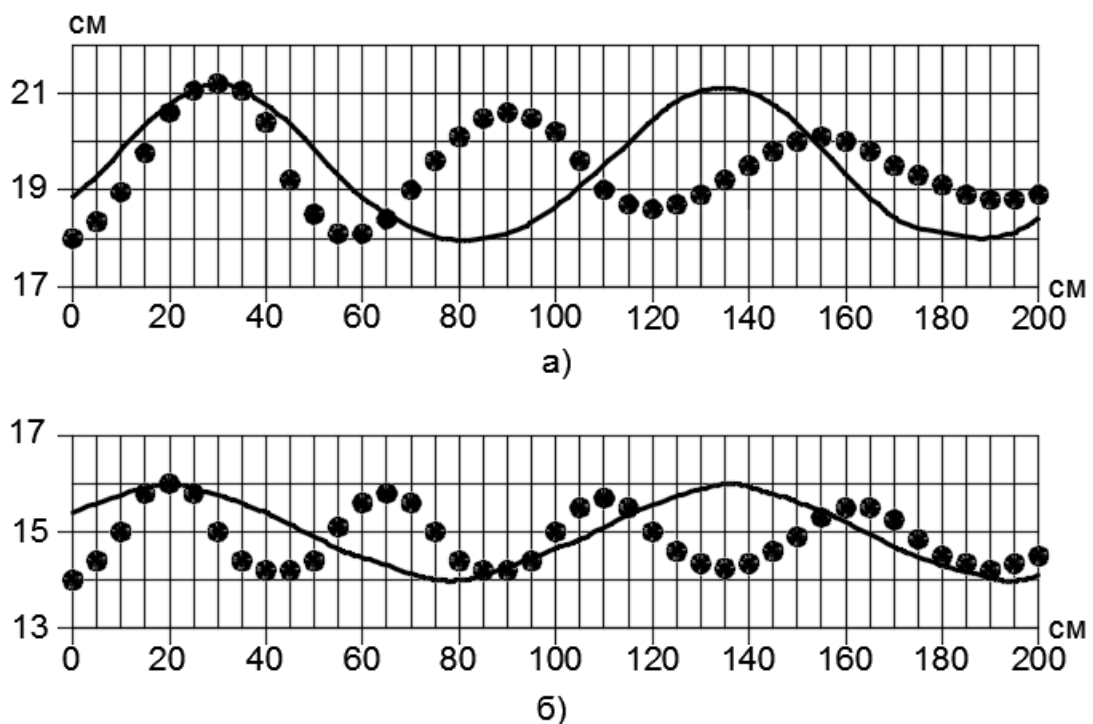


Рисунок 4.4 – Порівняння теоретичних та експериментальних профілів вільної поверхні: а) дослід 18-145-1; б) дослід 14-93-1; ● – дослідні точки профілю вільної поверхні; — – теоретичний профіль побудований за методом ВНДІГ

Проаналізувавши експериментальні і теоретичні дані можна зробити наступні висновки.

1. Дана математична модель дозволяє побудувати профіль вільної поверхні кноїдальних хвиль. Вихідними даними цього методу є значення глибин в різних перерізі (глибина h_1 , h_B та h_2).

2. Співставляючи експериментальні і теоретичні профілі показує їх незбіжність відносно гребенів та западин хвиль (умовні позначення кривих показано на рис. 4.4).

4.1.5. Порівняння теоретичних профілів, що були знайдені за наведеними методами у порівнянні з експериментальними даними

На основі проведених розрахунків (пункти 4.1.1 – 4.1.4), на рис. 4.5 нанесено всі попередньо наведені профілі вільної поверхні кноїдальних хвиль.

Проаналізувавши експериментальні і теоретичні профілі можна зробити наступні висновки.

1. Порівняння експериментальних та теоретичних профілів вільної поверхні показують їх незбіжність відносно положення гребенів та западин (окрім першого гребня).

2. Найбільшу збіжність теоретичних профілів вільної поверхні та експериментальних даних показують методи Вігеля та Ламба. Але при цьому необхідно відмітити, що для даних методів в вихідні дані до розрахунку входить глибина під вершиною першої хвилі h_B . Наведена особливість методів є їх недоліком.

3. З наведених вище методів тільки метод Рябенка дозволяє визначити глибина під вершиною першої хвилі h_B , другу спряжену глибину h_2 та враховує негідростатичний розподіл тиску в початковому перерізі.

4. Невідповідність теоретичних з експериментальними профілями показує необхідність створення нового алгоритму розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль, що базується на залежностях наведених вище методів.

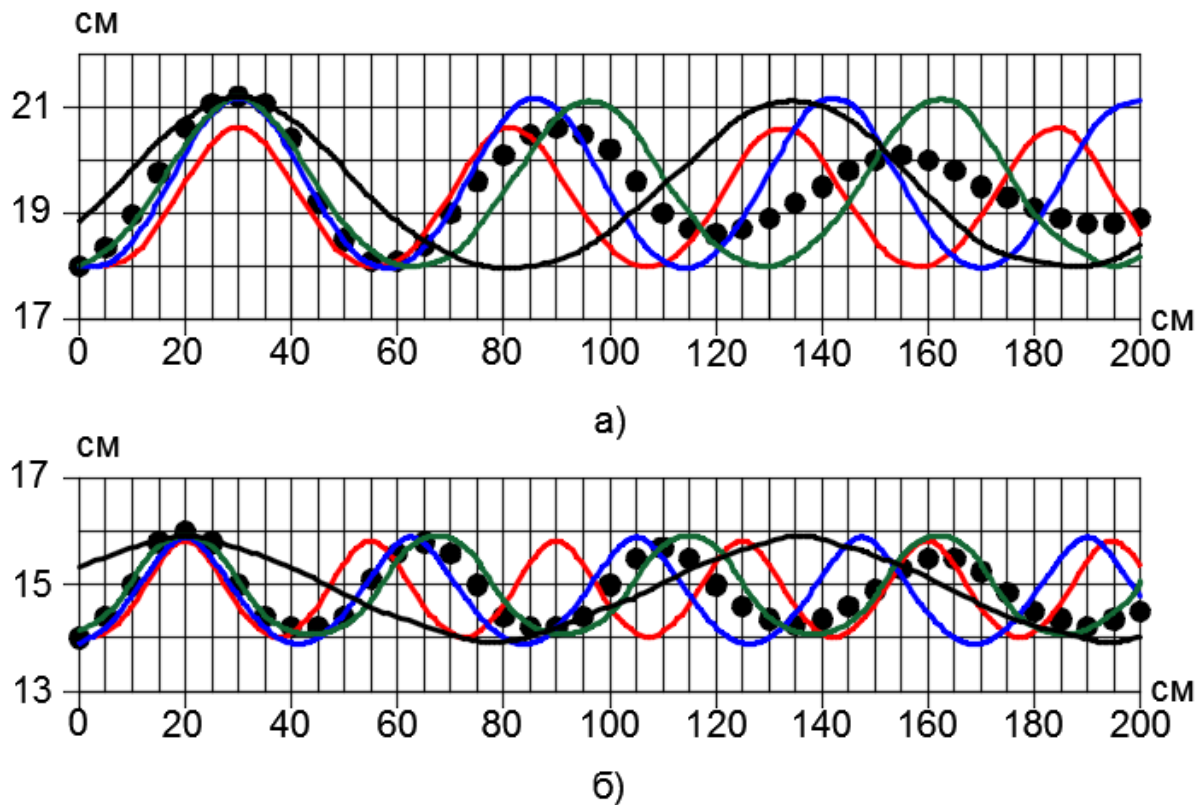


Рисунок 4.5 – Порівняння теоретичних та експериментальних профілів вільної поверхні: а) дослід 18-145-1; б) дослід 14-93-1; ● – дослідні точки профілю вільної поверхні; — — теоретичний профіль побудований за методом Рябенка; — — теоретичний профіль побудований за методом Вігеля; — — теоретичний профіль побудований за методом Ламба; — — теоретичний профіль побудований за методом ВНДІГ

4.2. Пропонований алгоритм розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль

4.2.1. Вибір рівняння профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль

Рівняння профілю вільної вільної поверхні кноїдальних хвиль описуються за допомогою еліптичної функції Якобі амплітуди косинуса $cn z$, яке в загальному вигляді записується наступним чином:

$$h = f(h_1, h_B) \cdot cn(z(x), k), \quad (4.1)$$

де $f(h_1, h_B)$ – деяка функція, $z(x)$ – змінна величина.

Функція Якобі $sn z$ була отримана в результаті перетворення еліптичного інтеграла першого роду [104,105]. Інакше кажучи, $sn z$ рівний верхній межі інтегралу (4.2), причому цю межу $w = sn z$ ми розглядаємо як функцію від величини самого інтеграла z .

$$z = \int_0^w \frac{dt}{\sqrt{(1-t^2) \cdot (1-k^2t^2)}}. \quad (4.2)$$

Оскільки функція $sn z$ залежить також і від модуля k , то в тих випадках, коли необхідно відмітити цю залежність, замість позначення $sn z$ використовують позначення $sn(z, k)$. Виходячи із визначення еліптичної функції легко встановити, що $sn z$ – функція парна, період, нуль та полюс якої наведено в таблиці 4.3.

Таблиця 4.3 – Період, нулі та полюс функції Якобі $sn z$

Функція	$sn z$
період	$4K(k)$ та $2K(k) + 2iK'(k)$
нулі	$(2m + 1) \cdot K(k) + 2niK'(k)$
полюс	$2mK(k) + (2n + 1)$ та $K'(k)$

Примітка: тут m та n довільні цілі числа $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

Відповідно, для $sn^2 z$ період функції складає $2K(k)$ та $K(k) + iK'(k)$.

Якщо модуль $k = 0$, то еліптичну функцію можна виражати як тригонометричну, тобто $sn(z, 0) = \cos z$. А у випадку, коли $k = 1$, то еліптичну функцію можна виражати як гіперболічну, тобто $sn(z, 1) = 1/(ch z)$. Якщо верхня межа w інтеграла (4.2) рівна нулю, то величина самого інтеграла рівна одиниці, тобто $sn(0, k) = 1$.

В якості ілюстрації на рис. 4.6 наведений графік функції Якобі для дійсного аргумента $z = x$ відповідно при значеннях модуля $k^2 = 0; 0,5; 1$.

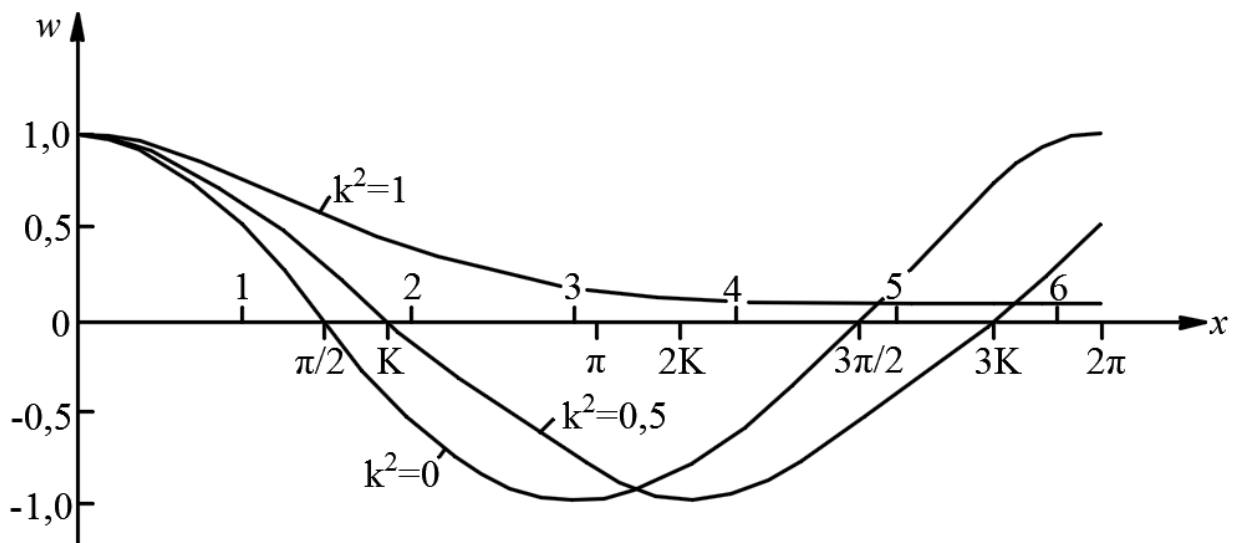


Рисунок 4.6 – Графік функції Якобі при різних значеннях модуля k^2

Виходячи з вище сказаного загальний вигляд рівняння профілю вільної поверхні повинен мати вигляд:

$$h = h_{min} + \Delta h \cdot \text{cn} \left((2K(k) \cdot z(x)), k \right), \quad (4.3)$$

де: h_{min} – мінімальне значення параметра h ; Δh – величина зміни параметра h ; $z(x)$ – деяка зміна.

В попередньому пункті були наведені рівняння профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль Рябенка, Вігеля, Ламба та за методом ВНІГ. Рівняння Рябенка (1.16) та Ламба (1.29) мають схожий характер. Періоди еліптичних функцій зазначених рівнянь записані з неявно вираженими складовими. Провівши аналіз залежностей можна зробити висновок, що в цих рівняннях повний еліптичний інтеграл першого порядку $K(k)$ рівний:

$$K(k) \approx \frac{\Delta \cdot \lambda}{2} \approx \frac{\beta \cdot \lambda}{2}. \quad (4.4)$$

Рівняння Вігеля (1.21), з математичної точки зору, має найбільш правильну форму запису. Дане рівняння профілю вільної поверхні має складові, які можливо чітко виразити та які мають математичний та гідравлічний зміст.

4.2.2. Визначення довжини першої хвилі

Досить актуальним є питання довжини хвиль явища кноїдальних хвиль, адже від неї залежить довжина кріплення в нижньому б'єфі споруд, де можуть виникати кноїдальні хвилі.

Дж. Кенеді [106] рекомендує застосовувати наступну залежність:

$$\frac{\lambda}{h_1} = 2\pi Fr_1. \quad (4.5)$$

Х. Шансон [107] вивів формули для розрахунку довжини хвилі:

$$\frac{\lambda}{h_2} = \frac{1,79}{(1 - Fr_2)^{0,614}}, \quad (4.6)$$

$$\frac{\lambda}{h_2} = 11,1 Fr_2^2, \quad (4.7)$$

Fr_2 – число Фруда у перерізі з другою спряженою глибиною.

О.О. Турсунов [15] запропонував залежність для розрахунку довжини хвилі:

$$\lambda = 3,3 \cdot h_2. \quad (4.8)$$

Розрахунок довжини хвиль проводився з використанням необхідних значень величин, отриманих дослідним шляхом (висоту першої хвилі H , другу спряжену глибину h_2). Результати розрахунку представлено в таблицю 4.4.

Таблиця 4.4 – Результати розрахунку теоретичної довжини кноїдальних хвиль

№ з/п	Шифр дослідів	Число Фруда, Fr_1	Дослідні значення	Теоретичні значення				
			λ , м	λ , м (1.23)	λ , м (4.5)	λ , м (4.6)	λ , м (4.7)	λ , м (4.8)
1	12-69-1	0,2779	0,35	0,424	0,209	0,269	0,076	0,422
2	15-102-1	0,3134	0,45	0,440	0,295	0,347	0,109	0,538
3	14-94-1	0,3248	0,43	0,527	0,286	0,326	0,111	0,502
4	18-142-1	0,3539	0,62	0,585	0,400	0,425	0,175	0,637
5	18-145-1	0,3670	0,60	0,596	0,415	0,432	0,172	0,650
6	18-155-1	0,4189	0,60	0,695	0,474	0,448	0,208	0,660
7	13-117-2	0,6326	0,65	0,329	0,516	0,378	0,337	0,479
8	12-111-2	0,7224	0,65	0,455	0,544	0,372	0,376	0,449
9	10-100-2(1)	1,014	0,67	0,465	0,637	0,355	0,393	0,409
10	12-141-2	1,173	0,70	0,507	0,884	0,611	0,911	0,455

Аналізуючи значення таблиці 4.4 можна зробити наступні висновки.

1. Рівняння Вігеля (1.23) при відносно невеликих числах Фруда ($Fr_1 = 0,25 \div 0,42$) дає відносно точні результати (відносна похибка не перевищує 15%), а при більших числах Фруда ($Fr_1 = 0,42 \div 1,17$) – результати мають більшу розбіжність (відносна похибка досягає 45%).

2. Теоретичні значення, розраховані за рівнянням Кеннеді (4.5), у порівнянні з дослідними значеннями, має найбільш невелику розбіжність при відносно великих числах Фрудах ($Fr_1 = 0,6 \div 1,17$), при цьому відносна похибка коливається в межах 20%. При відносно менших числах Фруда ($Fr_1 < 0,5$) спостерігається досить велика розбіжність, що досягає 40%.

3. Рівняння Шансона (4.6) має відносно велику розбіжність розбіжність результатів, яка коливається в межах 20-45%. При цьому спостерігається виключно перевищення дослідних величин у порівнянні з теоретичними.

4. Результати, отримані за допомогою рівняння Шансона (4.7), показують найбільшу розбіжність результатів, при цьому відносна похибка досяє 75%.

5. Рівняння (4.8), запропоноване О.О. Турсуновим, дає відносно точні результати при значень чисел Фруда $Fr_1 < 0,6$, відносна похибка не перевищує 20%. Відповідно при значеннях Фруда $Fr_1 > 0,6$ – результати мають більшу розбіжність і досягають 35%.

6. Проаналізувавши значення розбіжностей теоретичних та дослідних значень можна зробити висновок, що в подальших розрахунках за розрахункову залежність по знаходженню довжини хвилі приймемо рівняння Турсунова (4.8).

4.2.3. Знаходження модуля еліптичної функції Якобі. Визначення повного еліптичного інтегралу першого роду

Модуль еліптичної функції Якобі k досить тяжко визначити. З математичної точки зору, якщо точки e_1, e_2, e_3 визначені і лежать на одній прямій, при цьому e_2 визначається як середину цих точок, модуль еліптичної функції Якобі k можна знайти за залежністю [108]:

$$k = \frac{e_2 - e_1}{e_3 - e_1}. \quad (4.9)$$

При розгляді кноїдальних хвиль [72] було встановлено, що наведеним вище способом визначити модуль еліптичної функції не можливо. Знаходження модулю еліптичної функції можливе при розгляді коренів поліному диференціального рівняння в наступному співвідношенні:

$$h_I < h_{II} < h_{III}, \quad (4.10)$$

а розрахункову схему розглядуваних явищ, із врахуванням встановленого фізичного сенсу цих коренів, можна зобразити у вигляді, показаного на рис.4.7.

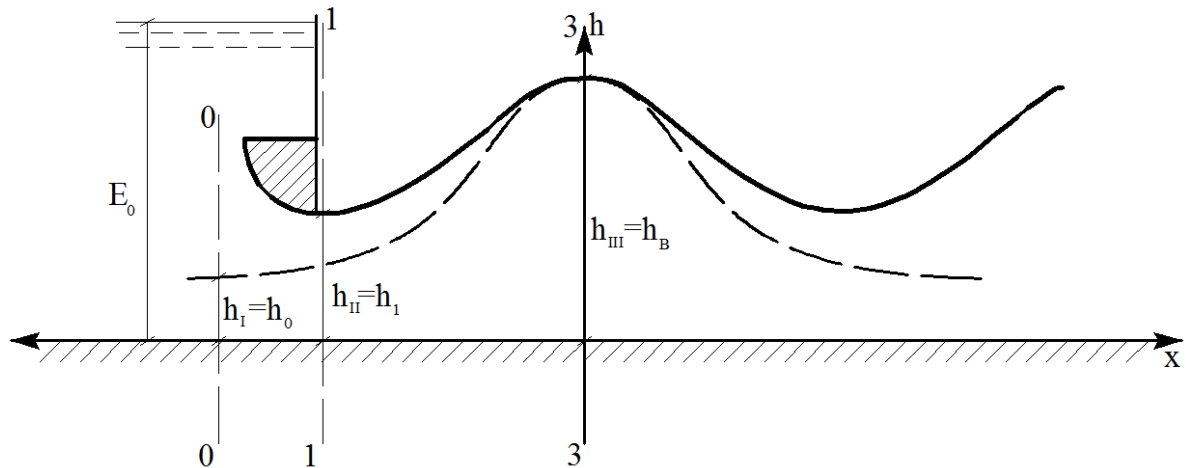


Рисунок 4.7. Розрахункова схема для визначення модуля еліптичної функції Якобі k у випадку утворення кноїдальних хвиль

Виходячи з вищесказаного модуль еліптичної функції k можна знайти за залежністю:

$$k = \frac{h_{II} - h_I}{h_{III} - h_I}. \quad (4.11)$$

В практиці визначити глибину h_I практично не можливо, тому для знаходження модуля k використовують графіки або наближенні залежності. В пункті 1.5 наведені залежності Рябенка (1.16) та Ламба (1.29). В залежності Ламба (1.29) є неявно визначенні параметри, які не мають явного фізичного та математичного змісту. Тому при розгляді кноїдальних хвиль, для знаходження модуля еліптичної функції Якобі k в подальшому буде використовуватися рівняння Рябенка (4.16).

Визначення повного еліптичного інтегралу першого порядку $K(k)$ можливе лише в випадку попереднього розрахунку модуля еліптичної функції Якобі k . Ряд авторів наводять залежності, серед яких можна виділити наступні:

1) рівняння, що наводить Фентон [27]:

$$K(k) = \frac{2}{(1 + k^{1/4})^2} \ln \frac{2(1 + k^{1/4})}{(1 - k^{1/4})}. \quad (4.12)$$

2) залежність, запропонована І.С. Градштейном та І.М. Рижиком [108]:

$$K(k) = \frac{\pi}{2} \left\{ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 k^2 + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 k^4 + \dots + \left(\frac{(2n-1)!!}{2^n n!}\right) k^{2n} \right\}. \quad (4.13)$$

3) рівняння, що наводить Вігель (1.22).

Щоб оцінити наведені рівняння, розрахунок будемо проводити відносно умови $x/\lambda = 1$. Відповідно до цього знайдемо значення $cn^2 \left[2K(k) \left(\frac{x}{\lambda} \right), k \right]$, що при заданій умові набирає вигляду $cn^2 [2K(k), k]$ і з математичної точки зору є періодом еліптичної функції Якобі і повинно дорівнювати одиниці. Оскільки рівняння (1.22), (4.12) і (4.13) наближенні, то чим їх результат в конкретному вигляді буде ближче одиниці, тим відповідно воно і точніше. Результати розрахунку представимо в таблиці 4.5.

Таблиця 4.5. Результати розрахунку повного еліптичного інтегралу першого порядку $K(k)$

Шифр дослідів	Модуль еліптичної функції k (1.16)	Повний еліптичний інтеграл першого порядку		
		рівняння Фентона (4.12)	рівняння Грантайна (4.13)	рівняння Вігеля (1.22)
		$\frac{K(k)}{cn^2[2K(k), k]}$	$\frac{K(k)}{cn^2[2K(k), k]}$	$\frac{K(k)}{cn^2[2K(k), k]}$
12-69-1	0,3214	1,7265 / 1,0	1,6131 / 0,945	1,7055 / 0,998
15-102-1	0,3405	1,7382 / 1,0	1,6187 / 0,939	1,7094 / 0,996
14-94-1	0,3856	1,7676 / 1,0	1,6338 / 0,931	1,7201 / 0,992
18-142-1	0,3613	1,7515 / 1,0	1,6254 / 0,939	1,7141 / 0,994
18-145-1	0,4162	1,7889 / 1,0	1,6455 / 0,922	1,7284 / 0,986
18-155-1	0,4309	1,7996 / 1,0	1,6516 / 0,916	1,7328 / 0,982
13-117-2	0,3656	1,7543 / 1,0	1,6268 / 0,937	1,7151 / 0,994
12-111-2	0,5286	1,8791 / 1,0	1,7012 / 0,882	1,7692 / 0,953
10-100-2(1)	0,5747	1,9231 / 1,0	1,7311 / 0,863	1,792 / 0,933
12-141-2	0,8344	2,3434 / 1,0	2,1343 / 0,842	2,2670 / 0,977

Аналізуючи таблицю 4.5. можна зробити наступні висновки.

1) Всі наведені залежності дають відносно точні результати кінцевої величини $cn^2 [2K(k), k]$, оскільки відносна похибка не перевищує 15%.

2) Найбільш точним, в даному випадку, є рівняння Фентона (4.12), тому його буде прийнято в подальших розрахунках.

4.2.4. Пропонований алгоритм розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатичності в початковому перерізі

Згідно проведеного аналізу існуючих залежностей, (п.п. 4.1 – 4.2), пропонований алгоритм розрахунку можна представити у вигляді наступної системи рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} h = h_1 + H cn^2 \left[2K(k) \left(\frac{x}{\lambda} \right), k \right], \\ h_B = \frac{1}{2} h_1 k_{III} \left[\frac{4s_1 - 1}{3} + Fr_1 + \sqrt{\left(\frac{4s_1 - 1}{3} + Fr_1 \right)^2 - 4Fr_1} \right], \\ \lambda = 3,3h_2, \\ h_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} h_1 \sqrt{\frac{4s_1 - 1}{3} + 2Fr_1} \cos \left\{ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos \left[\frac{3\sqrt{3}\alpha_{02}Fr_1}{\sqrt{\left(\frac{4s_1 - 1}{3} + 2Fr_1 \right)^3}} \right] \right\}, \\ k = \sqrt{\frac{\eta_B(\eta_B - 1)}{\eta_B^2 - Fr_1}}, \\ K(k) = \frac{2}{\left(1 + k^{\frac{1}{4}}\right)^2} \ln \frac{2\left(1 + k^{\frac{1}{4}}\right)}{\left(1 - k^{\frac{1}{4}}\right)}. \end{array} \right. \quad (4.14)$$

Результати розрахунків наведено в таблиці 4.6, а теоретичні профілі – на рис. 4.8.

Таблиця 4.6. Порівняння дослідних та теоретичних значень параметрів кноїдальних хвиль, розрахованих за запропонованим математичним алгоритмом

Шифр дослідів	Число Фруда, Fr_1	Коеф. негідр. s_1	Дослідні значення		Теоретичні значення	
			h_B , см	λ , м	h_B , см	λ , м
12-69-1	0,2779	1,05	13,3	0,35	13,72	0,422
15-102-1	0,3134	1,053	17,7	0,45	17,30	0,538
14-94-1	0,3248	1,071	16,0	0,43	16,65	0,502
18-142-1	0,3539	1,056	21,0	0,62	20,97	0,637
18-145-1	0,3670	1,074	21,2	0,60	21,65	0,650
18-155-1	0,4189	1,078	21,5	0,60	21,98	0,660
13-117-2	0,6326	1,022	16,9	0,65	14,64	0,479
12-111-2	0,7224	1,067	16,1	0,65	15,36	0,449
10-100-2(1)	1,014	1,014	14,3	0,6	12,12	0,409
12-141-2	1,173	1,058	16,0	0,70	18,0	0,455

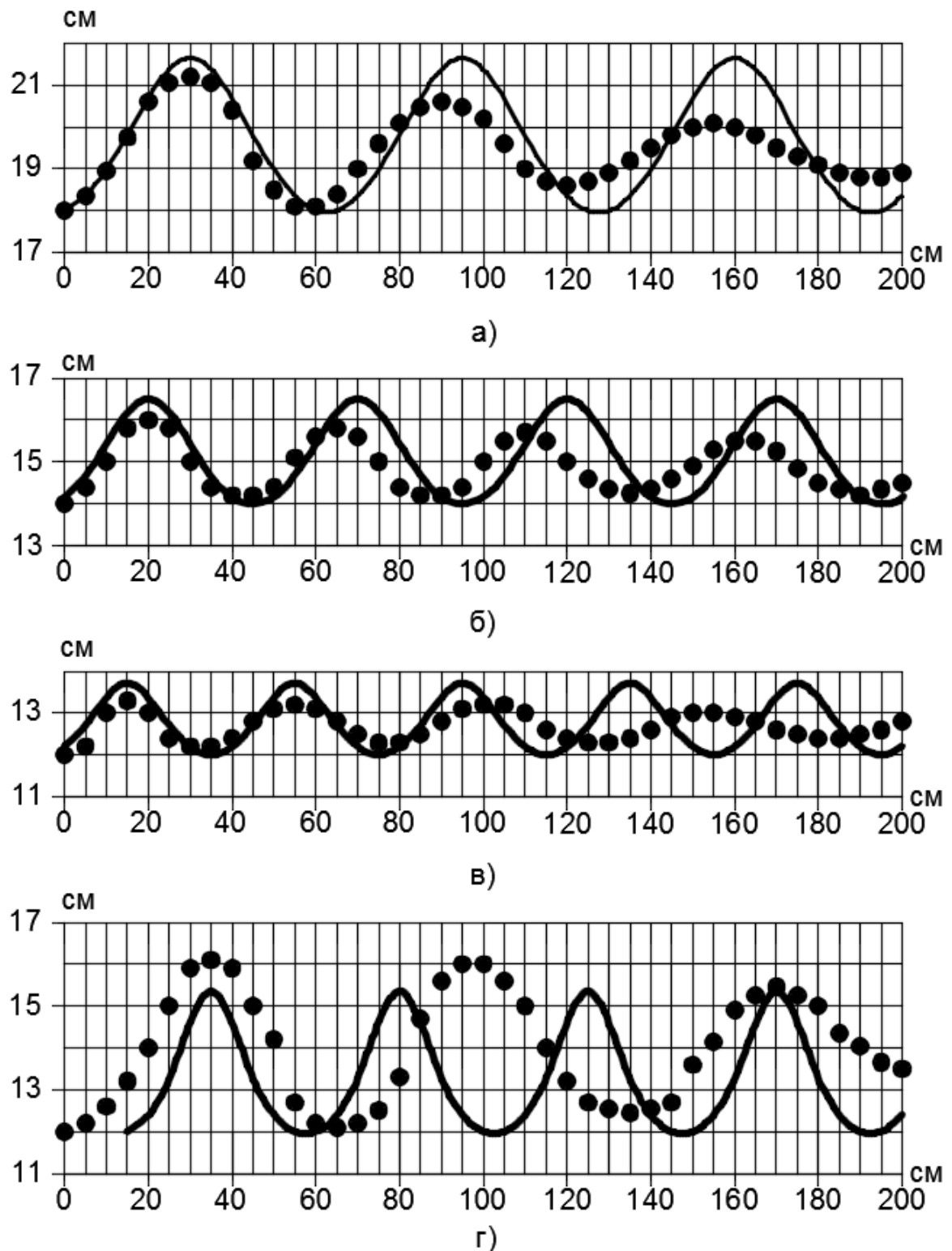


Рисунок 4.8 – Порівняння теоретичних та експериментальних профілів вільної поверхні: а) дослід 18-145-1; б) дослід 14-93-1; в) дослід 12-69-1; г) дослід 12-111-2 ● – дослідні точки профілю вільної поверхні; — – теоретичний профіль побудований за пропонуваним методом

Проаналізувавши експериментальні і теоретичні дані можна зробити наступні висновки.

1) Пропонований математичний алгоритм дозволяє побудувати профіль вільної поверхні кноїдальних хвиль. Вихідними даними цього методу є значення параметрів в початковому перерізі (глибина h_1 , число Фруда Fr_1 , коефіцієнта негідростатичності s_1).

2) Аналізуючи дані, отримані для значення глибини потоку від першою вершиною h_B , видно їх відносно добру збіжність, оскільки відносна похибка не перевищує 15 %.

3) При порівнянні теоретичних і експериментальних профілів (рис. 4.8) видно деяку їх незбіжність по довжині хвилі λ . Це пояснюється тим, що наведений алгоритм розрахунку не враховує втрат енергії та затухання хвиль по довжині. Тому при більш детальному вивченні цього явища необхідно розробити методику розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з урахуванням затухання хвиль по довжині.

4.3. Математична модель розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатичності в початковому перерізі та затуханням хвиль по довжині

4.3.1. Диференціальне рівняння затухаючих вимушених затухаючих коливань та його розв'язок

На відміну від гармонічних коливань, затухаючі коливання обумовлені дією сили опору руху, а затухаючі коливання спричиняють зовнішнім джерелом коливань. Тобто, у реальних системах із тертям (опором руху) з часом обов'язково відбувається втрата енергії її коливань [109]. Оскільки амплітуда коливань пропорційна квадратному кореню з їх енергії, реальні коливання в дійсності відбуваються із все меншою амплітудою [110], що показано на рис.4.9.

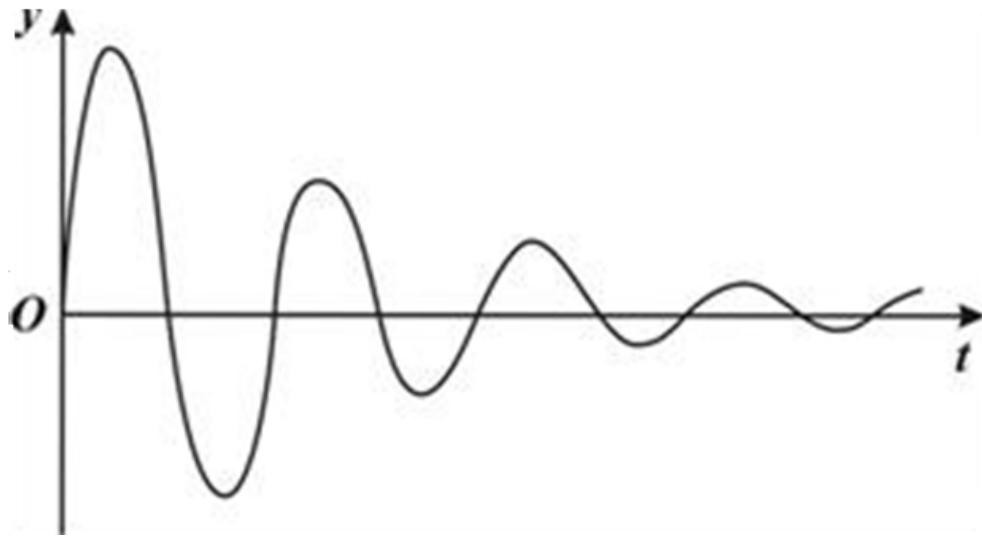


Рисунок 4.9 – Затухаючі вимушені коливання в часі

Диференціальне рівняння затухаючих вимушених коливань має вигляд [111]:

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{b}{m} \cdot \frac{dy}{dt} + \frac{k}{m} \cdot y = 0, \quad (4.15)$$

де y – відхилення від нульового рівноважного положення; t – час; b – амплітуда відхилень; m – маса; k – величина протилежна вектору швидкості.

Розв’язок диференціального рівняння (4.15) записується у наступному вигляді [111]:

$$y = A_0 \cdot e^{-\beta t} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0), \quad (4.16)$$

де $A_0 \cdot e^{-\beta t}$ – експоненційна амплітуда згасаючих коливань; A_0 – стала, що має сенс початкової амплітуди коливань при $t = 0$; $\beta = b/(2m)$ – параметр, що характеризує затухання коливань; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклічна частота затухаючих коливань, відмінна від частоти ω_0 відповідних вільних коливань; φ_0 – деяке зрушення фази.

Звідси випливає, що затухаючі коливання цілком не відповідають визначенню періодичних коливань, яке полягає в їх строгому повторенні через визначений проміжок часу, що називається періодом. Проте при незначному зменшенні амплітуди затухаючих коливань їх доцільно розглядати як умовно періодичні і ввести їх період $T = 2\pi/\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$, який завжди перевершує період $T = 2\pi/\omega_0^2$ вільних коливань. Зокрема, у разі, коли $\beta \rightarrow \omega_0$, період

$T \rightarrow \infty$, тобто коливальний процес при цьому переходить в аперіодичний, що проявляється в експоненційному поверненні збудженої системи до стану рівноваги без переходу через нього [109, 110].

4.3.1.1. Представлення рівняння профілю вільної поверхні для випадку утворення кноїдальних хвиль з врахування негідростатичності в початковому перерізі та затухання хвиль по довжині

Головна ідея запропонованої математичної моделі полягає у вираженні характеристик кноїдальних хвиль через параметри потоку в їх початковому перерізі 1-1, в якому потік може бути або ввігнути ($d^2h/dx^2 > 0$), або паралельноструминним ($d^2h/dx^2 = 0$). Але при цьому, розглядаючи дане явище, як систему затухаючих вимушених коливань, за початок відрахунку буде прийматий переріз 2-2, що відповідає другій спряженій глибині h_2 (рис. 1.3). Також при проведенні серії попередніх лабораторних досліджень, та згідно з [16, 85, 103], було встановлено, що у перерізах проведених через екстремальні точки з максимальною глибиною розподіл тиску по глибині виявляється близьким до параболічного закону. Цю особливість необхідно враховувати при побудові профілю вільної поверхні.

Для використання еліптичної функції Якобі амплітуди косинуса $cn(z, k)$ можливе при умові отримання кінцевих значень $cn(z, k) = [-1 \dots 1]$, а не в класичній (квадратній) формі запису $cn^2(z, k) = [0 \dots 1]$. Відповідно період такої функції рівний $4K(k)$ (див. пункт 4.2.1). Провівши ряд спрощень і наближень рівняння профілю вільної поверхні кноїдальних набере вигляд:

$$h = h_2 + \left\{ (h_B - h_2) \cdot e^{-\psi x} \cdot cn \left[4K(k) \left(\frac{x}{\varphi \cdot \lambda} \right), k \right] \right\}, \quad (4.17)$$

де ψ та φ – відповідно степінь затухання затухання глибин потоку та довжин хвиль.

4.3.1.2. Знаходження ступеня затухання хвилі

У відповідності з наведеним рівнянням (4.17) необхідно було виразити два степені затухання хвиль ψ та φ емпіричними залежностями. При цьому потрібно провести аналіз параметрів, що впливають на наведені величини. Такий аналіз базувався на отриманих результатах лабораторних досліджень (див. розділ 3) з врахуванням особливостей розв'язку диференціального рівняння затухоючих вимушених коливань (4.16).

Під час розгляду залежності (4.16) було встановлено, що степінь затухання глибин потоку ψ кноїдальних хвиль доцільно описувати експоненційною функцією $e^{-\psi x}$, на відміну від висновків наведених в пункті 3.3. Експоненційний степінь затухання кноїдальних хвиль – параметр, що залежить від ряду величин $\psi = f(h_1, h_2, h_B, h_3, s_1, Fr_1, x)$. Наведений параметр доцільно визначати як усереднене значення експоненційних степенів затухання глибин під вершинами і западинами по відношенню до другої спряженої глибини h_2 (рис.4.10).

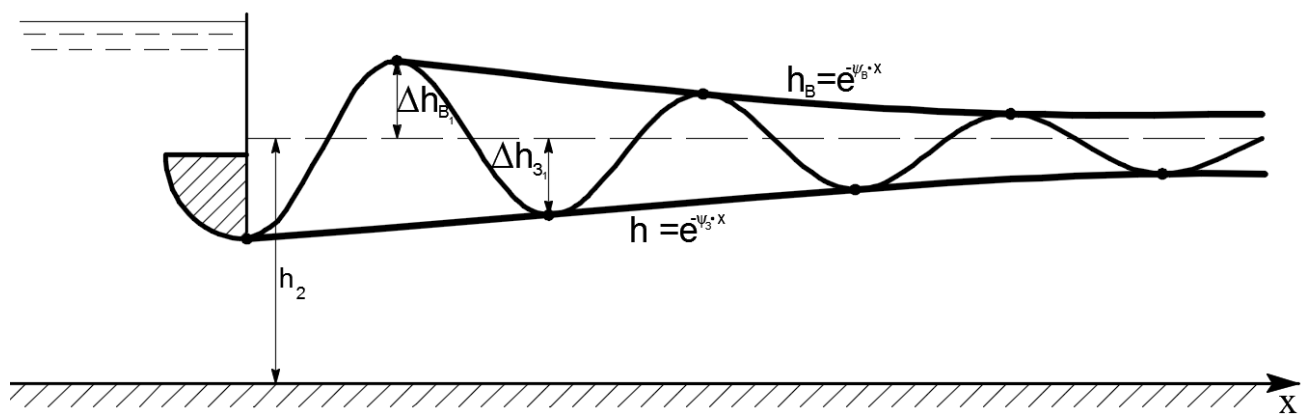


Рисунок 4.10 – Визначення експоненційних степенів ліній побудованих по вершинах і западинах відносно другої спряженої глибини h_2

Результати розрахунків наведені в таблиці 4.7.

Таблиця 4.7 – Результати розрахунків експоненційних степенів ліній побудованих по вершинах і западинах відносно другої спряженої глибини h_2

Шифр досліджу	Число Фруда, Fr_1	Коеф. негідр. s_1	$ \psi_B $	$ \psi_3 $	$ \psi_{сер} $
12-69-1	0,2779	1,05	0,641	0,269	0,455
15-102-1	0,3134	1,053	0,747	0,206	0,477
14-94-1	0,3248	1,071	0,972	0,141	0,557
18-142-1	0,3539	1,056	0,580	0,215	0,398
18-145-1	0,3670	1,074	1,014	0,408	0,711
18-155-1	0,4189	1,078	0,526	0,175	0,351
13-117-2	0,6326	1,022	0,370	0,580	0,457
12-111-2	0,7224	1,067	0,132	0,560	0,346
10-100-2(1)	1,014	1,014	0,180	0,540	0,320
12-141-2	1,173	1,058	0,342	0,610	0,476

Проаналізувавши отримані результати було встановлено, що емпірично ступінь затухання глибин кноїдальних хвиль відносно другої спряженої глибини h_2 можна записати у вигляді $\psi = \frac{1}{3} \left(\eta_B^{1/Fr_1} \right)$.

Визначення степеню затухання довжин хвиль φ проводилося за допомогою даних лабораторних досліджень, отриманих в пункті 3.3, у відповідності з яким наведене затухання можна описати лінійною залежністю. У відповідності з аналізом даних, було встановлено, що параметр φ залежить від ряду величин $\varphi = f(\lambda, n, x)$ і можна охарактеризувати як відносне збільшення довжини хвилі.

Проаналізувавши отримані результати було встановлено, що відносне збільшення довжини хвилі φ можна записати у вигляді $\varphi = 1 + 0,03 \cdot \left(\frac{x}{\lambda} \right)$.

4.4. Математична модель розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики у початковому перерізі та затухання хвиль по довжині

Відповідно до проведених досліджень, математична модель розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики у початковому перерізі та затухання хвиль по довжині можна записати в наступному вигляді:

$$\left\{ \begin{array}{l} h = h_2 + \left\{ (h_B - h_2) \cdot e^{-\psi x} \cdot \operatorname{cn} \left[4K(k) \left(\frac{x}{\varphi \cdot \lambda} \right), k \right] \right\}, \\ h_B = \frac{1}{2} h_1 k_{\text{ш}} \left[\frac{4s_1 - 1}{3} + Fr_1 + \sqrt{\left(\frac{4s_1 - 1}{3} + Fr_1 \right)^2 - 4Fr_1} \right], \\ \lambda = 3,3h_2, \\ h_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} h_1 \sqrt{\frac{4s_1 - 1}{3} + 2Fr_1} \cos \left\{ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos \left[\frac{3\sqrt{3}\alpha_{02} Fr_1}{\sqrt{\left(\frac{4s_1 - 1}{3} + 2Fr_1 \right)^3}} \right] \right\} \\ k = \sqrt{\frac{\eta_B(\eta_B - 1)}{\eta_B^2 - Fr_1}} \\ K(k) = \frac{2}{\left(1 + k^{\frac{1}{4}}\right)^2} \ln \frac{2\left(1 + k^{\frac{1}{4}}\right)}{\left(1 - k^{\frac{1}{4}}\right)}, \\ \psi = \frac{1}{3} \left(\eta_B^{1/Fr_1} \right), \\ \varphi = 1 + 0,03 \cdot \left(\frac{x}{\lambda} \right) \end{array} \right. \quad (4.18)$$

Результати розрахунків показано на рис. 4.11.

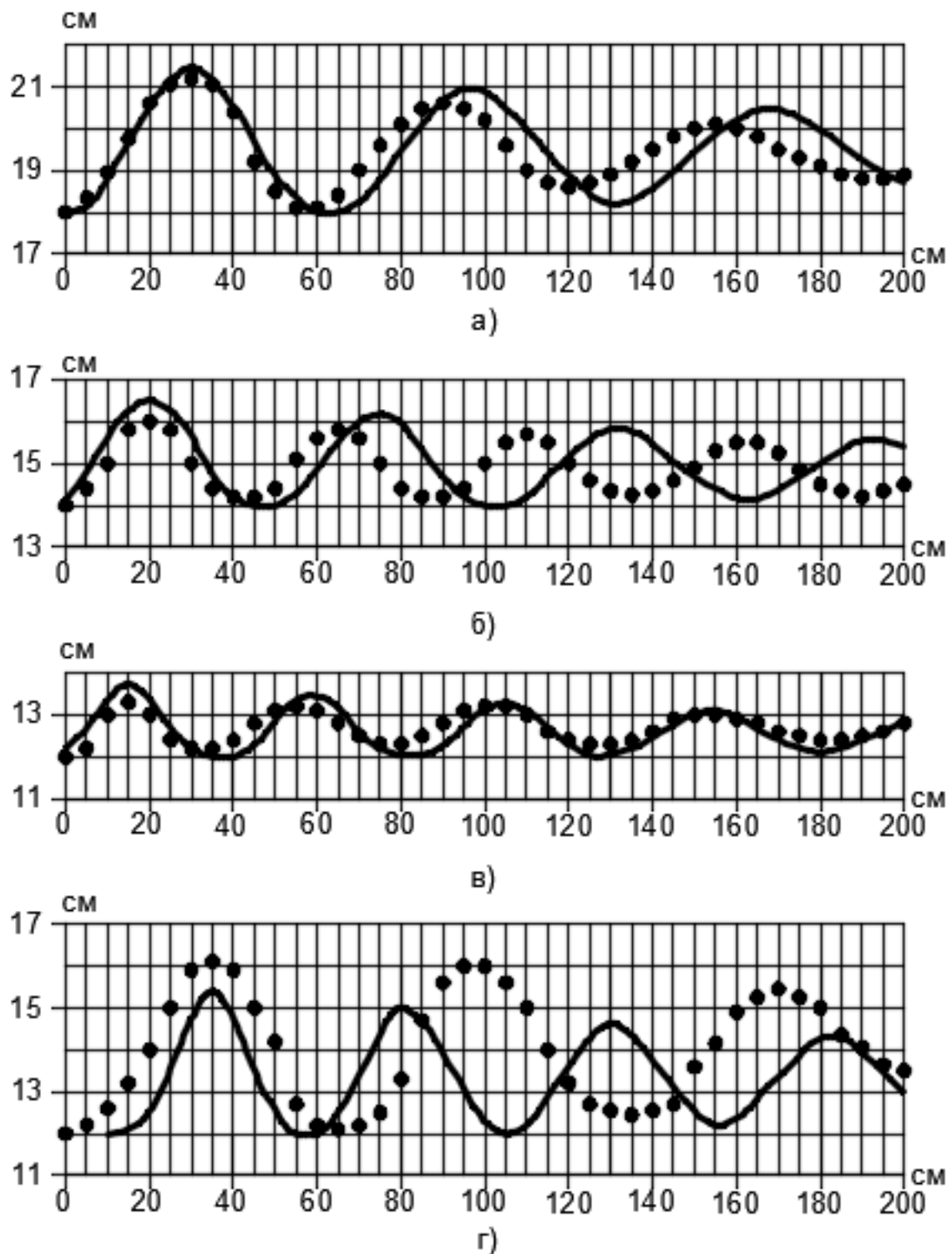


Рисунок 4.11 – Порівняння теоретичних та експериментальних профілів вільної поверхні: а) дослід 18-145-1; б) дослід 14-93-1; в) дослід 12-69-1;

г) дослід 12-111-2 ● – дослідні точки профілю вільної поверхні;
 — – теоретичний профіль побудований за пропонуваним методом

Співставлення теоретичних і експериментальних профілів вільної поверхні кноїдальних хвиль пропонованого методу показало наступне.

1. Дана математична модель дозволяє побудувати профіль вільної вільної поверхні кноїдальний хвиль з врахуванням негідростатики у початковому перерізі та затухання хвиль по довжині. Вихідними даними цього методу є значення параметрів в початковому перерізі (глибина h_1 , число Фруда Fr_1 , коефіцієнта негідростатичності s_1).

2. Співставлення експериментальні і теоретичні профілі показує відносну збіжність результатів, що свідчить про те, що наведений математичний алгоритм є вірним.

РОЗДІЛ 5. РЕЗУЛЬТАТИ НАТУРНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ФОРМУВАННЯ КНОЇДАЛЬНИХ ХВИЛЬ В ВІДВІДНОМУ КАНАЛІ МИГІЙСЬКОЇ ГЕС

5.1. Натурні спостереження утворення гідравлічних режимів у нижньому б'єфі Мигійської ГЕС

5.1.1. Опис об'єкта

Натурні дослідження були проведені у відвідному каналі Мигійської ГЕС, яка розташована на території Мигіївської сільської ради Первомайського району Миколаївській області.

Південний Буг бере початок на Волино-Подільській височині поблизу с.Холодець Хмельницької області і впадає в Дніпро-Бузький лиман Чорного моря.

Довжина річки - 806 км. Площа водозбору - 63700 км². Середній похил – 0,40 ‰.

Мигіївська ГЕС знаходиться на відстані 609 км від витoku і має водозбірну площу 44 230 км². Середній похил річки від витoku до створу ГЕС 0,34‰.

Площу басейну р. Південний Буг представляє собою в основному підвищене плато з досить розвиненими річковими долинами і балочним рельєфом.

Північна ділянка водозбору від витoku до м. Вінниця є найбільш розвиненим рельєфом. Середня ділянка має майже рівнинний характер з малорозвиненим рельєфом. У районі створу ГЕС басейн є степовою рівниною порізаної балками і ярами.

Річка Південний Буг нижче Мигіївського гідровузла використовується для водопостачання населення (в тому числі питного), промисловості та сільського господарства, а також для місцевого судноплавства, відпочинку та аматорського рибного лову.

Основною вимогою водокористувачів до режиму роботи Мигіївського гідровузла є збереження гідрологічного режиму річки, близького до природного і забезпечення мінімальних витрат у меженний період маловодних років до величини екологічного попуску.

Мигійська ГЕС складається з будівлі ГЕС, відвідного каналу та двох переливних водозливних гребель, (рис 5.1).

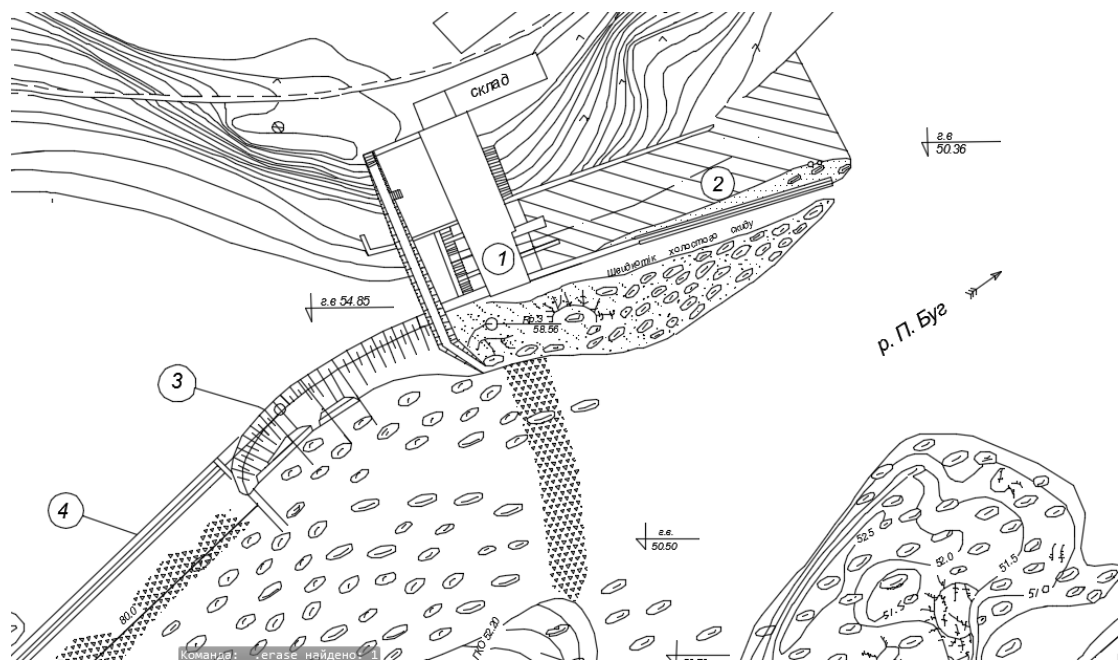


Рисунок 5.1 – Ситуаційний план Мигійської ГЕС: 1 – будівля ГЕС;
2 – відвідний канал; 3 та 4 – водозливні греблі

Тип будівлі ГЕС – напірна, з підтоплюваним дном. Водозабір здійснюється за допомогою відкритого лотка з аванкамерою і холостим скидом, що додатково обладнаний щитами з підйомниками, сміттєзатримуючими ґратами, рибозахисними сітками з чарунками 12 мм та службовими містками.

Тип водоскиду – відкритий береговий відвідний канал довжиною 110м. Середня ширина по дну 17 м. Облицювання – стіни із бутової кладки.

Тип гребель – переливні водозливні, виконані з кам'яного накиду, бутової кладки та бетону. Максимальна висота I-ої греблі 4,0 м, а II-гої – 3,5 м. Загальна довжина – 206,7 м. Кріплення верхового та низового укосів виконані бетонними плитами. Оголовок греблі окреслений за координатами Офіцера.

Відвідний канал – відкритий береговий з середньою шириною по дну 17 м. Довжина каналу 110 м. Облицювання – стіни із бутової кладки.

Основні характеристики водотоку, напори та витрати Мигійської ГЕС наведені в табл. 5.1.

Таблиця 5.1. Основні характеристики водотоку, напори та витрати
Мигійської ГЕС

№ п/п	Найменування показників	Позначення	Вимірювання	Кількість
1	2	3	4	5
Характеристика водотоку				
1	Водоскидна площа басейну		км ²	44230
2	Тривалість гідрологічного ряду спостережень за стоком річки		років	94
3	Характеристика стоку річки в створі головної споруди ГЕС:			
	- модуль стоку		л/с/км ²	1,88
	- стік середнього року(50%)		млн. м ³	2,630
	- коефіцієнт варіації річного стоку	С	-	0,37
	- характерні витрати:			
	середній багаторічний		м ³ /с	87,2
	максимальний		м ³ /с	5320
	максимальний розрахунковий із забезпеченістю 1%	1%	м ³ /с	5280
	максимальний розрахунковий із забезпеченістю 5%	5%	м ³ /с	3300
	мінімальний		м ³ /с	3,30

продовження табл. 5.1.

1	2	3	4	5
4	Характеристика водосховища : відмітки нормального підпертого рівня	НПР	м	55,00
5	Характер регулювання (сезонного та ін.)		-	відсутній
6	Міра використання потоку (по стоку)			-
Напір і витрати ГЕС				
1	Напір ГЕС			
	максимальний	$H_{\text{макс.}}$	м	5,10
	мінімальний	$H_{\text{мін.}}$	м	3,00
	розрахунковий	$H_{\text{розн.}}$	м	4,35
2	Витрата ГЕС			
	максимальний	$Q_{\text{макс}}$	м ³ /с	-
	мінімальний	$Q_{\text{мін}}$	м ³ /с	15,2
	розрахунковий	$Q_{\text{розн.}}$	м ³ /с	26,6

Поздовжній розріз та нижній б'єф Мигійської ГЕС наведені на рисунку 5.2, поперечний – на рисунку 5.3.

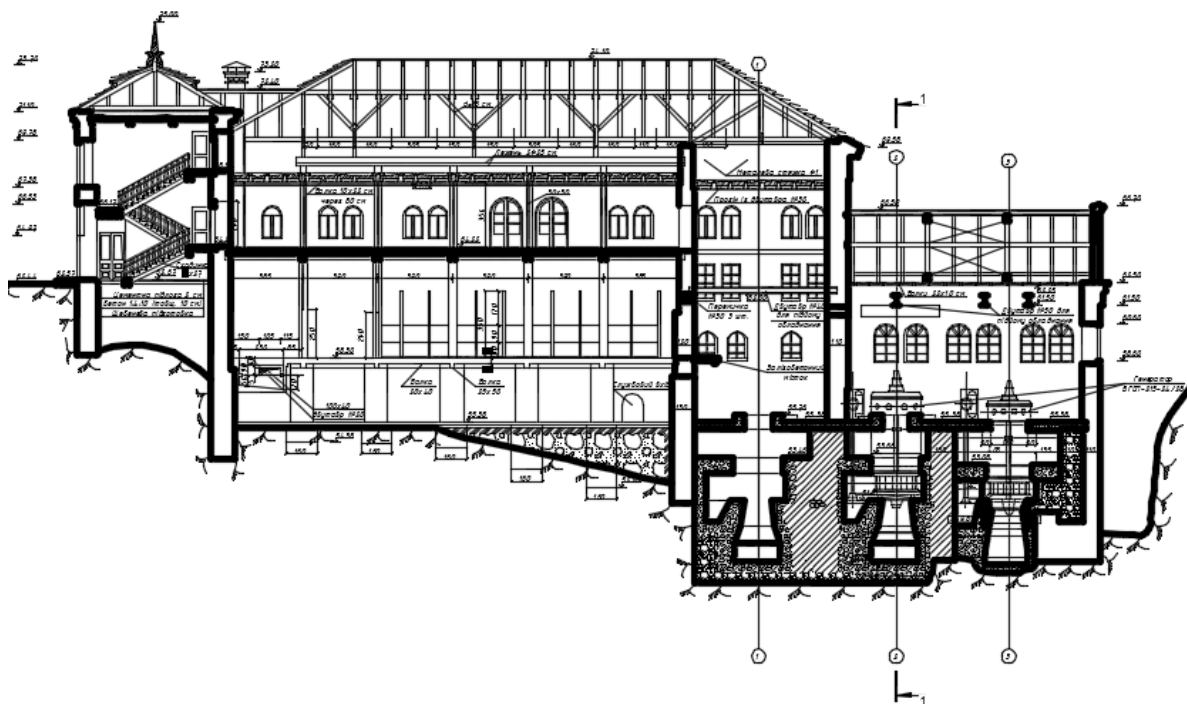


Рисунок 5.2. Поздовжній розріз (а) та нижній б'єф (б) Мигійської ГЕС

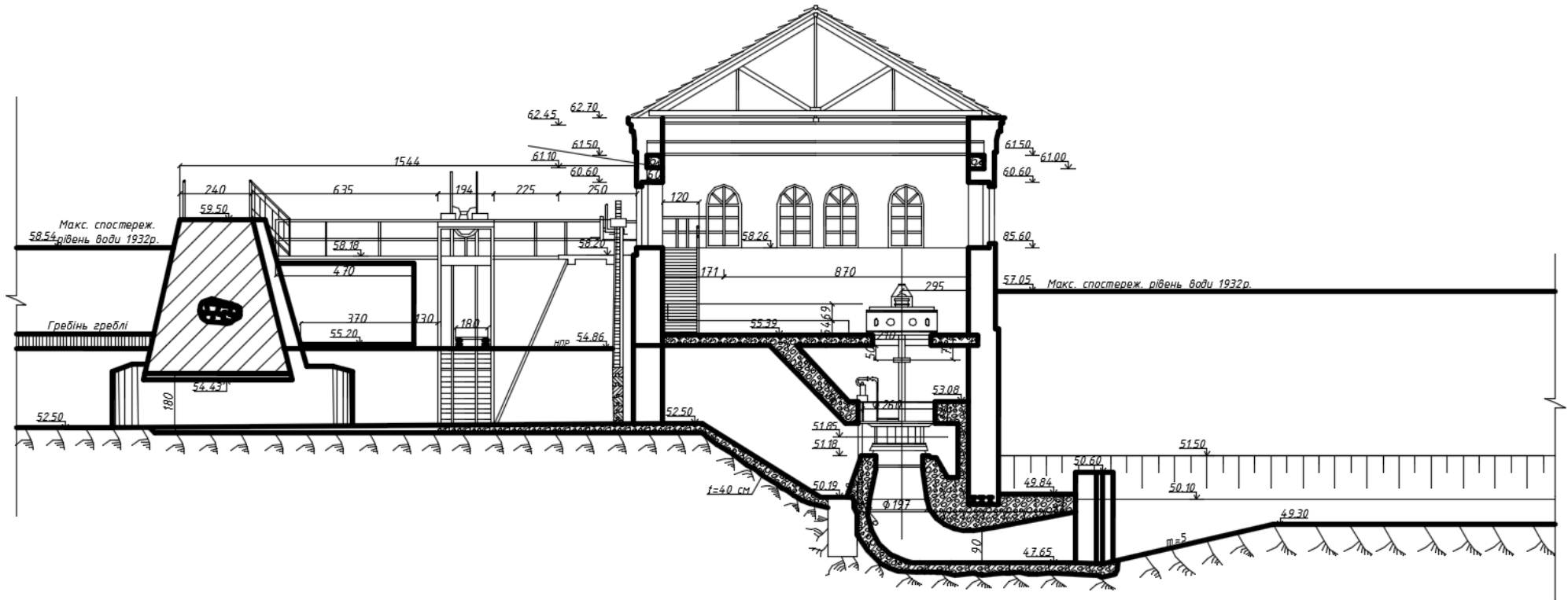


Рисунок 5.3. Поперечний розріз Мигійської ГЕС

5.1.2. Формування кноїдальних хвиль у відвідному каналі Мигійської ГЕС та методика натурних досліджень

Згідно [11] із відсмоктуючої труби будівлі ГЕС у відвідне русло поступає спокійний потік. При умові, коли дно відвідного русла горизонтальне або наявна похила ділянка перед водобоем, а при цьому глибина в руслі достатньо велика, то хвилеподібних гідравлічних явищ в нижньому б'єфі ГЕС не спостерігається. Відповідно при умові коли глибина у відвідному руслі за похилою ділянкою близька до критичної глибини, то в нижньому б'єфі утворюються хвилеподібні течії.

Для встановлення факту утворення кноїдальних хвиль, визначення їх параметрів були проведені візуальні спостереження, за результатами яких були здійснені відповідні розрахунки. Згідно [11] відвідний канал Мигійської ГЕС розглядався як водозлив з широким порогом з похилою вхідною гранню. За результатами візуальних спостережень було визначено глибини в початковому перерізі, під вершинами, западинами хвиль, проміжні глибини з певним кроком та довжину хвилі. Наведені глибини визначались візуально, за допомогою геодезичних рейок, які були встановлені в потоці, а довжини хвиль – за допомогою міток, нанесених на відкосах каналу. Натурні дослідження проводились при умові роботи одного та двох агрегатів з розрахунковою витратою. Додатково був розглянутий варіант роботи Мигійської ГЕС при умові роботи трьох агрегатів (після реконструкції). Вихідні дані натурних досліджень та розрахунків кноїдальних хвиль, що утворюються в нижньому б'єфі Мигійської ГЕС наведені в табл. 5.2, а дані натурних досліджень кноїдальних хвиль – в табл. 5.3.

5.2. Розрахунок профілів вільної поверхні хвилястого стрибка у відвідному каналі Чорторійської ГЕС при різних числах Фруда

Згідно чисел Фруда в початковому перерізі для отримання профіля вільної поверхні кноїдальних хвиль необхідно застосовувати метод, що враховує негідростатичний розподіл тиску в початковому перерізі та побудувати профіль вільної поверхні кноїдальних хвиль за системою рівнянь:

Таблиця 5.2. Вихідні дані натурних досліджень та розрахунків кноїдальних хвиль, що утворюються в нижньому б'єфі Мигійської ГЕС

№ з/п	Початкова глибина	Кількість працюючих агрегатів	Витрата	Число Фруда в початковому перерізі	Коефіцієнт негідростатичності в початковому перерізі
1	0,8 м	1	13,3 м ³ /с	0,086	1,07
2	1,2 м	2	26,6 м ³ /с	0,102	
3	0,8 м	2		0,344	
4	0,8 м	3	39,9 м ³ /с	0,773	
5	1,2 м	3		0,229	

Таблиця 5.3. Дані натурних досліджень кноїдальних хвиль, що утворюються в нижньому б'єфі Мигійської ГЕС (в см)

№ з/п перерізу	Відстань від початкового перерізу h_1 , см										
	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900	
1	80	90	92	83	90	84	84	86	-	-	
2	120	132	140	135	123	128	130	125	123	123	
3	80	92	97	83	86	91	84	84	-	-	

$$\left\{ \begin{array}{l} h = h_1 + (h_B - h_1) \operatorname{cn}^2 \left[2K(k) \left(\frac{x}{\lambda} \right), k \right], \\ h_B = \frac{1}{2} h_1 k_{III} \left[\frac{4s_1 - 1}{3} + Fr_1 + \sqrt{\left(\frac{4s_1 - 1}{3} + Fr_1 \right)^2 - 4Fr_1} \right], \\ \lambda = 3,3h_2, \\ h_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} h_1 \sqrt{\frac{4s_1 - 1}{3} + 2Fr_1} \cos \left\{ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos \left[\frac{3\sqrt{3}\alpha_{02}Fr_1}{\sqrt{\left(\frac{4s_1 - 1}{3} + 2Fr_1 \right)^3}} \right] \right\}, \\ k = \sqrt{\frac{\eta_B(\eta_B - 1)}{\eta_B^2 - Fr_1}}, \\ K(k) = \frac{2}{\left(1 + k^{\frac{1}{4}}\right)^2} \ln \frac{2\left(1 + k^{\frac{1}{4}}\right)}{\left(1 - k^{\frac{1}{4}}\right)}. \end{array} \right. \quad (5.1)$$

Детальний опис розрахунку кривої вільної поверхні з урахуванням фактичних характеристик водного потоку здійснюємо для випадку з максимальною витратою (дослід №4, табл. 5.2) в наступній послідовності.

1. Визначаємо максимальну глибину під вершиною першої хвилі:

$$h_B = \frac{1}{2} \cdot 0,8 \cdot 1,05 \left[\frac{4 \cdot 1,07 - 1}{3} + 0,773 + \sqrt{\left(\frac{4 \cdot 1,07 - 1}{3} + 0,773 \right)^2 - 4 \cdot 0,773} \right] = 1,047 \text{ м}$$

де $s_1 = 1,07$ – коефіцієнт негідростатичності приймався на основі візуальних спостережень.

2. Визначаємо другу спряжену глибину у відвідному каналі. Згідно рекомендації при невеликих числа Фруда ($Fr_1 < 1,8$) коефіцієнт кількості руху $\alpha_{02} = 1,0$.

$$h_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot 0,8 \sqrt{\frac{4 \cdot 1,07 - 1}{3} + 2 \cdot 0,773} \cos \left\{ \frac{\pi}{3} - \frac{1}{3} \arccos \left[\frac{3\sqrt{3} \cdot 1,07 \cdot 0,773}{\sqrt{\left(\frac{4 \cdot 1,07 - 1}{3} + 2 \cdot 0,773 \right)^3}} \right] \right\} = 0,900 \text{ м}$$

3. Визначаємо довжину першої хвилі:

$$\lambda = 3,3 \cdot 0,9 = 2,97 \text{ м}$$

4. Визначаємо модуль еліптичної функції Якобі амплітуди косинуса:

$$k = \sqrt{\frac{1,31 \cdot (1,31 - 1)}{1,31^2 \cdot 0,773}} = 0,568,$$

де $\eta_B = h_B/h_1 = 1,047/0,8 = 1,31$ – відносна глибина під вершиною гребеня хвилі.

5. Визначаємо повний еліптичний інтеграл першого порядку:

$$K(k) = \frac{2}{\left(1 + 0,568^{\frac{1}{4}}\right)^2} \ln \frac{2\left(1 + 0,568^{\frac{1}{4}}\right)}{\left(1 - 0,568^{\frac{1}{4}}\right)} = 2,911.$$

Враховуючи всі розраховані параметри, рівняння кривої вільної поверхні для досліду 4 має вигляд:

$$h = 0,8 + (1,047 - 0,8) \cdot \text{cn}^2 \left[2 \cdot 2,911 \cdot \left(\frac{x}{2,97} \right), 0,568 \right].$$

Розв'язок наведеного рівняння отримують, знаходячи значення кноїдальної функції Якобі амплітуди косинуса за допомогою математичних програм при кожному значенні x .

Співставлення теоретичних результатів з результатами натурального спостереження наведено в таблиці 5.4.

Співставлення теоретичних профілів вільної поверхні кноїдальних хвиль з експериментальними точками зображене на рисунках 5.4 – 5.8.

5.3. Висновки

1. При роботі Мигійської ГЕС за певних умов у відвідному каналі утворюються кноїдальні хвилі.
2. При роботі станції необхідно враховувати особливості хвилеподібних білякритичних течій, у яких максимальна глибина h_B перевищує усереднену глибину.
3. Співставлення теоретичних даних розрахунків з експериментальними даними показало хорошу збіжність. Відхилення сягає 10 %.

Таблиця 5.4. Порівняння дослідних та розрахункових значень параметрів кноїдальних хвиль, що утворюються в нижньому б'єфі Мигійської ГЕС

№ з/п	Глибина під вершиною першої хвилі			Друга спряжена глибина			Довжина хвилі		
	Дослідні	Теоретичні	$\Delta, \%$	Дослідні	Теоретичні	$\Delta, \%$	Дослідні	Теоретичні	$\Delta, \%$
1	0,930 м	0,925 м	0,54	0,830 м	0,840 м	1,20	2,50 м	2,77 м	10,8
2	1,40 м	1,390 м	0,71	1,250 м	1,261 м	0,88	4,30 м	4,16 м	3,26
3	0,970 м	0,952 м	1,86	0,850 м	0,853 м	0,35	2,90 м	2,82 м	2,76
4	-	1,047 м	-	-	0,900 м		-	2,97 м	
5	-	1,408 м	-	-	1,270 м		-	4,19 м	

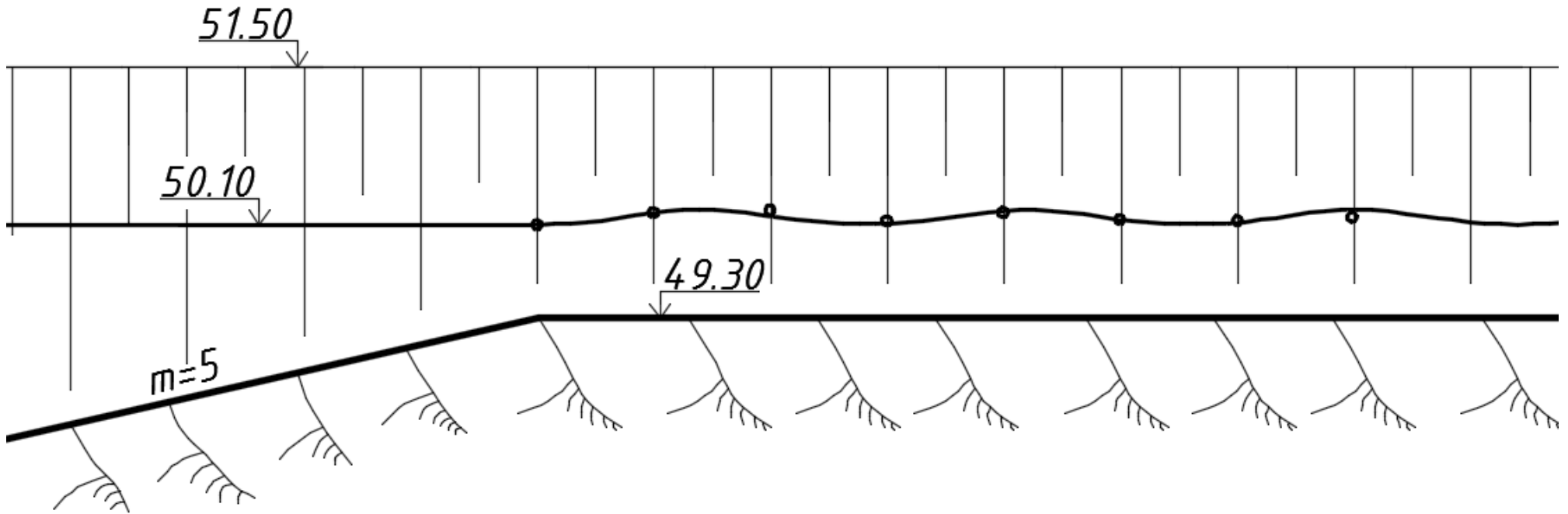


Рисунок 5.4 – Співставлення експериментальних даних з теоретичним профілем вільної поверхні кноїдальних хвиль показаний для досліду №1: ● – дослідні точки профілю вільної поверхні, отримані під час натурних досліджень;
 — – теоретичний профіль побудований за пропонуваним методом

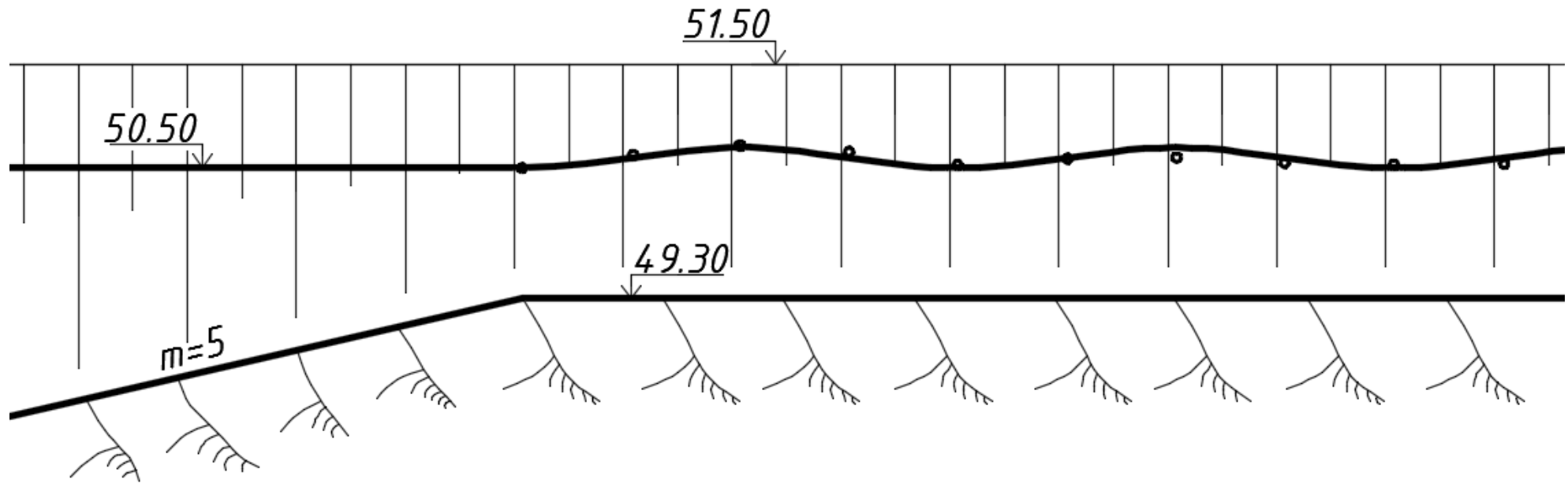


Рисунок 5.5 – Співставлення експериментальних даних з теоретичним профілем вільної поверхні кноїдальних хвиль показаний для досліду №2: ● – дослідні точки профілю вільної поверхні, отримані під час натурних досліджень;
 — – теоретичний профіль побудований за пропонованим методом

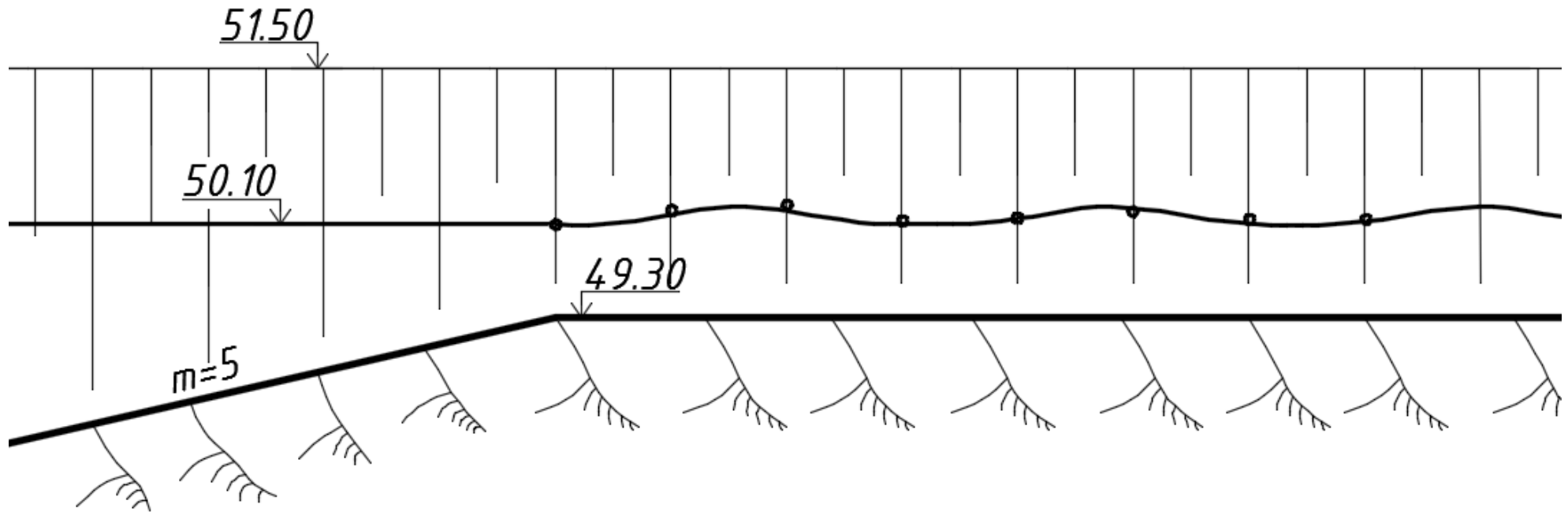


Рисунок 5.6 – Співставлення експериментальних даних з теоретичним профілем вільної поверхні кноїдальних хвиль показаний для досліду №3: ● – дослідні точки профілю вільної поверхні, отримані під час натурних досліджень;
 — – теоретичний профіль побудований за пропонуваним методом

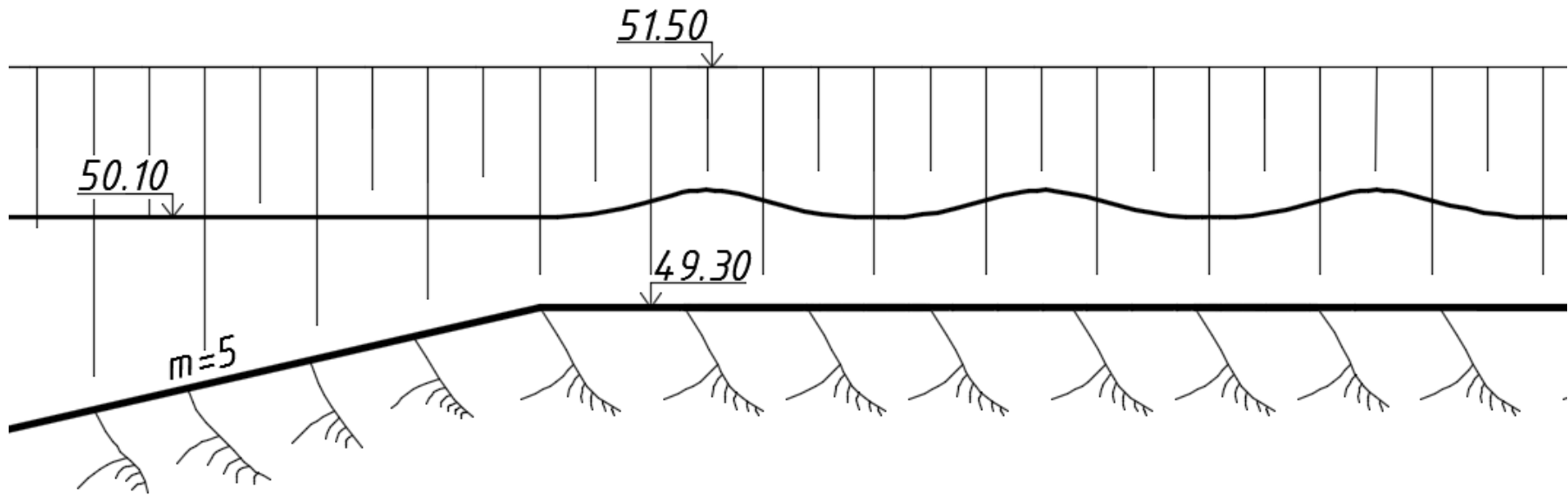


Рисунок 5.7 – Теоретичний профіль вільної поверхні кноїдальних хвиль показаний для дослідів №4:

— – теоретичний профіль побудований за пропонованим методом

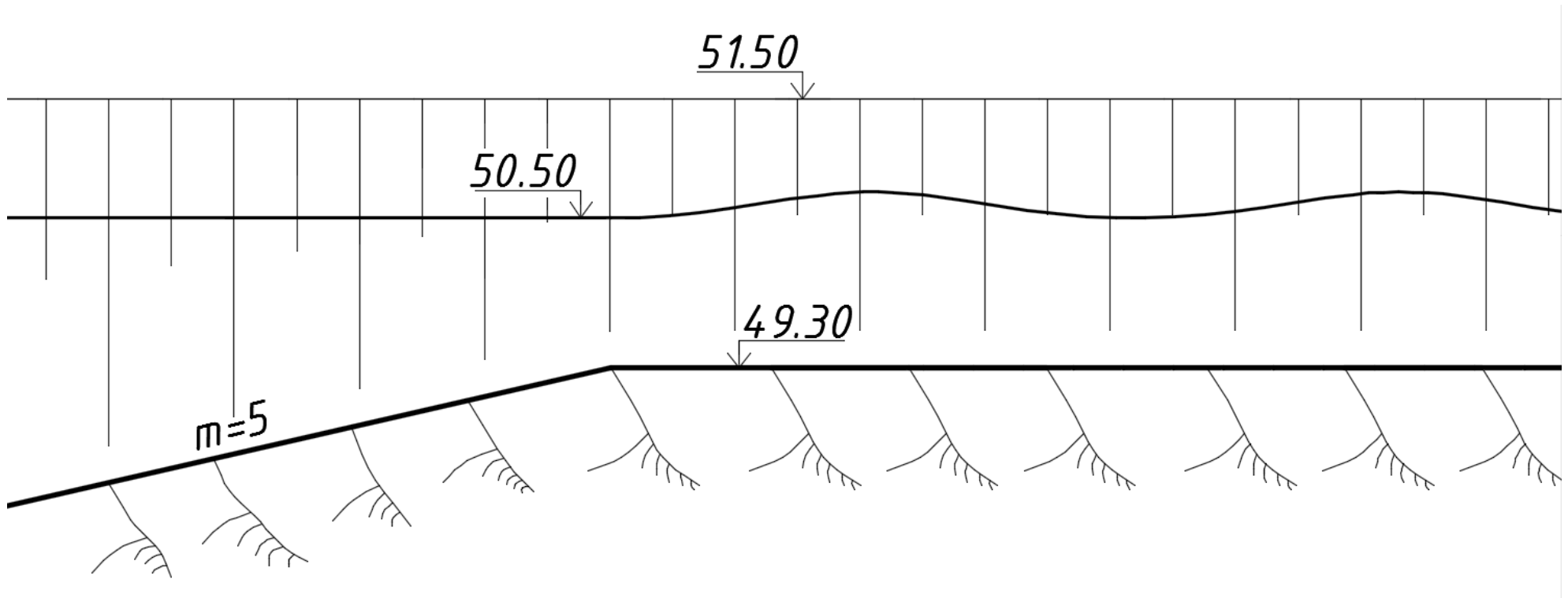


Рисунок 5.8 – Теоретичний профіль вільної поверхні кноїдальних хвиль показаний для дослідів №5:

— – теоретичний профіль побудований за пропозованим методом

5.4. Практичні рекомендації

Несприятливі гідравлічні режими у відвідному каналі Мигійської ГЕС можуть спричинити не лише пошкодження та руйнування берегів і дна русла, переливання через гребінь бровок каналу, а і мати негативний вплив на роботу гідроенергетичного обладнання ГЕС. Такі режими можуть призвести до вібрації обладнання та споруд, що в свою чергу може негативно впливати на їх подальшу експлуатацію. Для зменшення такого впливу необхідно уникати утворення несприятливих гідравлічних режимів у відвідному каналі. Виходячи з вище перерахованого та базуючись на результатах досліджень при експлуатації гідротехнічних споруд, в межах яких можливе утворення кноїдальних хвиль, необхідно дотримуватися наступних рекомендацій.

1. Необхідно здійснювати оцінку гідравлічного режиму в нижньому б'єфі з метою розрахунку кріплення відвідного русла, призначення розмірів інших його елементів, а також для розрахунку напору турбіни і водоскидів, ефекту іжекції тощо.

2. У випадку формування в нижньому б'єфі низьконапірних ГЕС умов, що сприяють виникненню білякритичних течій з хвилеподібною поверхнею, необхідно передбачити заходи, які будуть покращувати гідравлічні умови у відвідних каналах ГЕС.

3. Коли число Фруда в початковому перерізі кноїдальних хвиль $Fr_1 \gtrsim 1$, то необхідно враховувати втрати енергії кноїдальних хвиль та затухання хвиль по довжині. Тоді максимальну і другу спряжену глибини визначаються за залежностями системи рівнянь (5.1).

4. У випадку негативного впливу явища кноїдальних хвиль на роботу гідротехнічних споруд слід встановити додатковий гасник енергії або збільшити глибину у відвідному руслі, що в свою чергу зменшить імовірність утворення хвилеподібних білякритичних течій рідини, і як наслідок, небезпечних розмивів у відвідному каналі.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

У дисертаційній роботі вирішено важливе науково-практичне завдання удосконалення методів розрахунку параметрів та побудови профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатиків початковому перерізі та затухання хвиль по довжині потоку. Ці параметри необхідні для визначення та перевірки необхідного запасу висоти гребеня огорожувальних дамб, безнапірних тунелів та трубопроводів, відміток низу прогінних балок мостів і довжини кріплення в нижньому б'єфі. За результатами проведених досліджень зроблено наступні висновки.

1. Шляхом порівняння теоретичних та експериментальних досліджень різних авторів було встановлено особливості, границі застосування та недоліки існуючих методів побудови кривих вільної поверхні кноїдальних хвиль. Основним недоліком розглядуваних методів, які запропонували О.О. Рябенко, Р.Л. Вігель, Г.Ламб, Ф.Г. Гунько є те, що вони не враховують затухання хвиль по довжині. В зв'язку з чим результати розрахунків основних параметрів, проведеними за наведеними методами, є заниженими (в межах 25%) в порівнянні з експериментальними даними.

2. На основі проведених експериментальних досліджень та аналізу результатів інших авторів було встановлено, що для визначення основних параметрів кноїдальних хвиль необхідно враховувати негідростатичний розподіл тиску в початковому перерізі та затухання хвиль по довжині цього явища.

3. Відомості щодо існування кноїдальних хвиль, отриманими різними дослідниками, надзвичайно суперечливі. Лабораторні дослідження, що були проведені, дозволили уточнити границі існування кноїдальних хвиль. При цьому було чітко встановлено їх існування при числах Фруда $Fr_1 \gtrsim 1$.

4. Аналіз проведених лабораторних досліджень кінематичної та динамічної структур кноїдальних хвиль в повній мірі підтвердили існуючі твердження та добре узгоджуються з даними, отриманими іншими вченими. Отримані дані

дозволили чітко встановити, що в характерних перерізах кноїдальних хвиль присутній негідростатичний розподіл тиску по глибині потоку. При цьому у перерізах, що відповідають вершинами спостерігаються тиски менші у порівнянні з гідростатичним розподілом, а в перерізах, що відповідають западинам – більші.

5. Дослідним шляхом було визначено значення коефіцієнта просторовості $k_{пр} = 1,05$, що враховує нерівномірний розподіл глибини потоку по ширині лотока. Цей коефіцієнт дозволив вдосконалити рівняння Рябенко О.А. по визначенню глибини потоку під вершиною першої хвилі кноїдальних хвиль. Це дозволило підвищити точність розрахунку, так похибка при порівнянні теоретичних та експериментальних значень не перевищувала 10%.

6. Проведений аналіз змін глибин в характерних перерізах (під вершинами та западинами) та довжини хвилі по довжині кноїдальних хвиль з використанням відносних відсоткових різниць. Згідно отриманих результатів були встановлені види залежностей, що описують різні умови розгляду змін глибин в наведених перерізах.

7. Використовуючи існуючі методи побудови профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль був розроблений практичний алгоритм розрахунку параметрів наведеного явища в всьому діапазоні його існування. При порівнянні теоретичних і експериментальних профілів видно деяку їх незбіжність по довжині хвилі λ . Це пояснюється тим, що наведений алгоритм розрахунку не враховує втрат енергії та затухання хвиль по довжині.

8. На основі теоретичних досліджень та розрахунків було отримане рівняння профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з використанням диференціального рівняння вимушених затухаючих коливань.

9. Використовуючи існуючі методи побудови профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль була розроблена математична модель побудови профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики в початковому перерізі та затухання хвиль по довжині у всьому діапазоні їх

існування. Ця модель дозволяє визначити основні параметри явища та довжину, на якій відбувається повне затухання хвиль. Співставлення експериментальних і теоретичних профілів вільної поверхні кноїдальних хвиль показує збіжність результатів.

10. Під час проектування чи реконструкції гідротехнічних і гідроенергетичних об'єктів рекомендується використовувати метод розрахунку параметрів кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики у початковому перерізі та затухання хвиль по довжині.

ЛІТЕРАТУРА

1. Korteweg D.J., de Vries G. On the change of form of long waves advancing in a rectangular canal and on a new type of long stationary waves. *Philosophical Magazine and Journal of Science*. 1895, Vol. 39, ser. 5. Pp. 422–443.
2. Keulegan G.H., Patterson G.W. Mathematical theory of irrotational translation waves. *J. Res. Nat. Bur. Stand., U.S. Dep. Commerce*. 1940, Vol. 24. Pp. 47–101.
3. Keller J.B. The solitary wave and periodic waves in shallow water. *Commun. appl. Math.* 1948, Vol. 1. Pp. 323–339.
4. Лаврентьев М.О. До теорії довгих хвиль: Збірн.праць. *Ин-т математики АН УРСР*. 1947, №8. С.13–69.
5. Serre F. Contribution a l'étude des écoulements permanents et variables dans les canaux. *La Houille Blanche*. 1953, №6. Pp. 830–872.
6. Смыслов В.В. Исследование околокритических течений жидкости в открытых руслах. *Изв. Вузов. Энергетика*. 1967, №1. С. 97–103.
7. Hager W.H. Equations for plane, moderately curved open channel flows. *Journal of Hydraulic Engineering. ASCE*. 1985, Vol. 111, № 3. Pp. 541–546.
8. Яхно О.М., Чернюк В.В., Гнатів Р.М. Напірні потоки зі змінними характеристиками. Львів : Вид-во Львів. політехніки, 2016. 406 с.
9. Дерюгин Г.К., Наумов О.С. Разрушение плотин в связи с пропуском сбросных расходов. М.: *Энергоатомиздат*. 1968. 128 с.
10. Riquois R., Ract-Madoux X. Intumescences observées sur le canal d'amenée de la chute d'Oraison lors des rapides de charge. *Leningrad: XI Congress IAHR, V. III*. 1965, №3(53). 15 ps.
11. Слиссский С.М. Гидравлика зданий гидроэлектростанций. М.: *Энергия*. 1970. 424 с.
12. Швайнштейн А.М. Строительные туннели. Гидравлические условия работы. М.: *Энергоатомиздат*. 1986. 128 с.
13. Смыслов В.В. Теория водослива с широким порогом. Киев: *Изд-во АН УССР*. 1956. 184 с.

14. Смыслов В.В. Дослідження руху води через споруди з урахуванням кривизни та похилу вільної поверхні. *Вісті інституту гідрології і гідротехніки АН УРСР*. 1950, Т. 6 (XIII). С. 37–54.
15. Турсунов А.А. Околокритическое состояние безнапорных потоков воды. *Изв. ВНИИГ*. 1969, Т.90. С. 201–224.
16. Рябенко А.А. Исследование околокритических течений в открытых руслах. *Ровно: Дис. канд. техн. наук: 05.14.09*. 1975. 184 с.
17. Чугаев Р.Р. Гидравлика. *Л.: Энергоиздат*. 1982. 672 с.
18. Захаров В.Е., Манаков С.В., Новиков С.П., Питаевский Л.П. Теория солитонов: метод обратной задачи. *М.: Наука*. 1980. 319 с.
19. Bjussinesq J. Th'eorie de l'intumescence liquide, appel'ee onde solitaire ou de translation, se propageant dans un canal rectangulaire. *Compt. Ren. Acad. Sci. Paris*. 1871, Vol. 72. Pp. 755–759.
20. Eilenberger G. Solitons: Mathematical Methods for Physicists. *Springer*. 1981. 192 ps.
21. Littman W. On the existence of periodic waves near critical speed. *Commun. Pure appl. Math*. 1957, Vol 10. Pp. 241–269.
22. Taylor D.C. An experimental study of the transition between oscillatory and solitary waves. *M.S. Thesis, Mass. Inst. Of Tech*. 1955.
23. Iwasa Y. Analytical considerations on cnoidal and solitary waves. *Kyoto Univ.: Memire of Faulty of Engineering*. 1965, 4(17). Pp. 264–276.
24. Williams J. M. Limiting gravity waves in water of finite depth. *Phil. Trans Roy. Soc. London*. 1981, Series A, Vol.302. Pp. 139–188.
25. Tsuchiya Y., Yasuda T. Cnoidal waves in shallow water and their mass transport. *Advances in Nonlinear Waves, L. Debnath (ed.), Pitman*. 1985. Pp. 57–76.
26. Wiegel R.L. A presentation of cnoidal wave theory for practical application. *J. Fluid Mech*. 1960, Vol. 7. Pp. 273–286.

27. Fenton J.D. The Cnoidal Theory of Water Waves. *Developments in offshore engineering. Wave Phenomena and Offshore Topics*. Ed. J.B. Herbich, Gulf: Houston. 1998. Pp. 55–98.

28. Fenton J.D. A numerical cnoidal theory for steady water waves. *In Proc. 12th Australasian Coastal and Ocean Engng Conference, Melbourne*. 1995. Pp. 157–162.

29. Уизем Дж. Уравнение Кортевега – де Фриза и Буссинеска. *Линейные и нелинейные волны*. 1977. С. 443–448.

30. Steinrück H., Schneider W., Grillhofer W. A multiple scales analysis of the undular hydraulic jump in turbulent open channel flow. *Fluid Dynamics Research*. 2003, Vol. 33. Pp. 41–45.

31. Binnie A.M., Orkney J.C. Experiments on the flow of water from a reservoir through an open horizontal channel. II. The formation of hydraulic jump. *Proc. Royal Society*. 1955, Series A, Vol. 230, №1181. Pp. 237–246.

32. Hayatdavoodi M., Seiffert B., Ertekin R.C. Experiments and calculations of cnoidal wave loads on a flat plate in shallow-water. *J. Ocean Eng. Mar. Energy*. 2015, Vol.1. Pp. 77–99.

33. Seiffert B., Hayatdavoodi M., Ertekin R.C. Experiments and calculations of cnoidal wave loads on a coastal-bridge deck with girders. *European Journal of Mechanics-B/Fluids*. 2015, Vol. 52. Pp. 191–205.

34. Hinis M.A. Cnoidal and Sinusoidal Wave Reflection from a Laboratory Sand Beach. *A Thesis Submitted to the Faculty of Drexel University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy*. 2003. 180 ps.

35. Heller V. Landslide generated impulse waves: Prediction of near field characteristics. *A dissertation submitted to ETH Zurich for the degree of Doctor of Sciences*. 2007. 215 ps.

36. Zhuk V., Matlai I., Popadiuk I., Vovk L. Discharge coefficient of broad-crested weirs as a function of the relative weir height for different weir lengths. *Theory and Building Practice*. Vol. 2, № 2. 2020. P. 63–68.

37. Рябенко О.А. Теоретичні основи і методи розрахунків білякритичних течій рідини з вільною поверхнею. *Рівне: Дис. доктора техн. наук: 05.23.16.* 2003. 393 с.
38. Castro-Orgaz O., Giraldez J.V., Ayuso J.L. Critical flow over spillway profiles. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Water Management.* 2008, Volume 161, Issue 2. Pp. 89–95.
39. Сухомел Г.Й., Розовський І.Л., Смилов В.В. Про плоский рух потоку з вільною поверхнею з струминками, викривленими у вертикальних площинах. *Доповіди АН УРСР, ВТН.* 1947, №3. С. 75–80.
40. Jaeger C. *Technische Hydraulik.* *Verlad Birkhauser.* 1949. 484 ps.
41. Рябенко А.А. О распределении давления по глубине потока за затворами с плавным очертанием нижней части. *Гидравлика и гидротехника.* 1974, №18. С. 139–144.
42. Рябенко А.А. Экспериментальные исследования сопряженных глубин околоскритических течений. *Гидравлика и гидротехника.* 1977, №25. С. 70–78.
43. Рябенко А.А. Экспериментальные исследования максимальной глубины околоскритических течений с волнообразной поверхностью. *Гидравлика и гидротехника.* 1985, №41. С. 45–50.
44. Riabenko A.A., Chernyuk V.V., Kluha O.A., O.A. Halych O.A., Poplavskiy D.M. Mathematical and hydraulic modelling of undular jump. *Journal of civil engineering, environment and architecture.* 2015, Vol. 62. Pp. 379–391.
45. Рябенко О.А., Галич О.О., Поплавський Д.М. Експериментальні дослідження вільної поверхні білякритичних течій рідини. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Технічні науки: Збірник наукових праць.* 2015, 3(71). С. 94–99.
46. Веземский В.Г. Об уравнениях быстро изменяющегося течения в открытом русле. *Труды Гидропроекта.* 1968, №5. С. 30–37.
47. Веземский В.Г. О прыжке и сужении бурного потока. *М.: МГМИ, Автореф. дис. канд. техн. наук.* 1967. 14 с.

48. Литтмен У. О существовании периодических волн при скорости близкой к критической. М.: ИИЛ, Сб. переводов «Теория поверхностных волн». 1959. С. 185–217.
49. Holtorff G. Eine exakte Theorie stationärer und fortschreitender wirbelfreier Schwerewellen. *Die Wasserwirrschaft*. 1966, Vol. 11. Pp. 349–356.
50. Рябенко О.А., Галич О.О., Поплавський Д.М. Побудова профілів вільної поверхні хвилястого стрибка, усамітненої та кноїдальних хвиль. *Вимірювальна обчислювальна техніка в технологічних процесах*. 2014, №2. С. 163–166.
51. Рябенко О.А., Ключа О.О., Галич О.О., Поплавський Д.М. Використання диференціального рівняння затухаючих вимушених коливань при побудові профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль. *Гідроенергетика України*. 2016, №1-2. С. 55–58.
52. Рябенко А.А. Типы, особенности и условия существования околоскритических течений. *Гидротехническое строительство*. 1992, №5. С. 9–13.
53. Iwasa Y. Undular jump and its limiting Condition for existence. *Proc. 5th Japan National Congress for Applied Mechanics, Tokyo*. 1955. Pp. 315–319.
54. Гидравлические расчеты водосбросных гидротехнических сооружений. Справочное пособие. Под ред. А.Б. Векслера. М.: Энергоатомиздат. 1988. 624 с.
55. Halych O.O. Method of Taking into Account Energy Losses in Undular Jump. *IWA 8th Eastern European Young Water Professionals Conference, 11-14 may 2016, Gdańsk, Poland: proceedings*. 2016. Pp. 380–386.
56. Галич О.О. Особливості гідравлічного розрахунку безнапірного потоку при утворенні хвилястого стрибка. *Вісник Національного університету “Львівська політехніка”: Теорія і практика будівництва*. 2013, №755. С. 64–69.
57. Смыслов В.В. Расчет кривых свободной поверхности воды в призматическом русле при глубинах, близких к критическим. *Изв. Вузов. Строительство и архитектура*. 1959, №10. С. 93–107.

58. Binnie A.M., Davies P.O., Orkney J.C. Experiments on the flow water from a reservoir through an open horizontal channel. I. The production of a uniform stream. *Proc. Royal Society*. 1955, Series A, Vol. 230. Pp. 225–236.
59. Ле Меоте Б. Введение в гидродинамику и теорию волн на воде. *Ленинград: Гидрометеоиздат*. 1974. 368 с.
60. Rodney J., Sobey A. Cnoidal Approximation Wave Theory. *Engineering and Computational Mechanics*. 2012, Vol.156. Pp. 201–216.
61. Ertekin R.C., Xia D. Hydroelastic response of a floating runway to cnoidal waves. *Physics of fluids*. 2014, Vol. 26. 027101.
62. Chen H., Chen M., Nguyen N.V. Cnoidal wave solutions to Boussinesq systems. *IOP Publishing, Nonlinearity*. 2007. Vol. 20. Pp. 1443–1461.
63. Parvin S., Shamsul M., Sarker A., Sultana S. Cnoidal wave solutions in shallow water and solitary wave limit. *Journal of Pure and Applied Mathematics: Advances and Applications*. 2014, Volume 11, Number 1. Pp. 63–93.
64. Bottman N., Deconinck B. KDV cnoidal waves are spectrally stable. *Discrete Contin. Dyn. Syst.* 2009, № 4 (25). Pp. 1163–1180.
65. Salas A., Kumar S., Yildirim A., Biswas A. Cnoidal waves, solitary waves and painleve analysis of the 5th order kdv equation with dual-power law nonlinearity. *Proceedings of the Romanian academy*. – 2013, Series A, Volume 1(14). Pp. 28–34.
66. Yang J.Z., Chiu-On Ng, and Zhang D.H. A numerical study on water waves generated by a submerged moving body in a two layer fluid system. *China Ocean Engineering*. 2009, Vol. 23(3). Pp. 441–458.
67. Li Y.J., Chen J.B., Zhou J.F., Zhang Q. Large eddy simulation of boundary layer flow under cnoidal waves. *Acta Mech. Sin.* 2016, Vol. 32(1). Pp. 22–37.
68. Donahue A.S., Shen S.S.P. Stability of hydraulic fall and sub-critical cnoidal waves in water flows over a bump. *J. Eng. Math.: published online*. 2010. 9 ps.
69. Ebad G., Krishnan E. V., Biswas A. Solitons and cnoidal waves of the Klein–Gordon–Zakharov equation in plasmas. *Pramana – Journal of Physics*. 2012, Vol. 79(2). Pp. 185–198.

70. Kartashov Y.V., Vysloukh V.A., Torner L. Two-dimensional cnoidal waves in Kerr-type saturable nonlinear media. *Physical review: published online*. – 2003, Vol. 68. 4 ps.
71. Leitner M., Mikikits-Leitner A. Nonlinear differential identities for cnoidal waves. *2010 Mathematics Subject Classification: published online*. 2013. 21 ps.
72. Рябенко О.А. Математична модель хвилеподібних біякритичних течій рідини з урахуванням можливого викривлення потоку у вертикальній площині в їх початковому перерізі. *Прикладна гідромеханіка*. 2006, Том 8, N.1. С. 60–72.
73. Riabenko A.A. Free surface profile of wavelike nearcritical flows and solitary solutions of some differential equations. *Int. Journ. Fluid Mech. Research*. 2001, Vol. 28(6). Pp. 834–856.
74. Keulegan G.H. Wave motion. *Engineering Hydraulics. Proc. Fourth Hydraulics Conf., New York: Wiley*. 1950, Ch. 11. Pp. 711–768.
75. De S.C. Contributions to the theory of Stokes's waves. *Proc. Camd. Phil.* 1966, Son. 51. Pp. 713-736.
76. Ламб Г. Гидродинамика. М: ОГИЗ. 1947. 929 с.
77. Гидравлические расчеты конструкций, управляющих бурными потоками. Рекомендации для проектирования. Под общей редакцией Ф.Г. Гунько. „Энергия” Ленинградское отд. 1974. 110 с.
78. Кумин Д.И. Поверхностный водоворот гидравлического прыжка и гашение энергии. *Изв. ВНИИГ*. 1949, Т.40. С. 89–104.
79. Рябенко О.А. Про п'езометри для вимірювання тиску на границі потоку з твердими стінками. *Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво*. 1975, Вип. 3. С. 47–50.
80. Хапаева А.К. Гидродинамическое воздействие на дно потока в гидравлическом прыжке и за ним. *Труды коорд. Совещаний по гидротехнике*. 1969, Вып. 52. С. 618–628.
81. Бахметев Б.А. О неравномерном движении жидкости в открытом русле. Л.: КУБУЧ. 1932. 306 с.

82. Сухомел Г.И. Исследование гидравлики открытых русел и сооружений. К.: Наукова думка. 1965. 111 с.
83. Смыслов В.В. Высота волнистого прыжка и критерий перехода его к совершенному гидравлическому прыжку. *Изв. Вузов Строительства и архитектура*. 1964, №2. С. 102–106.
84. Chanson H., Montes J.S. Characteristics of undular hydraulic jumps. Experimental apparatus and flow patterns. *Journal of Hydraulic Engineering*. 1995, 121(2). Pp. 129–144.
85. Montes J.S., Chanson H. Characteristics of Undular Hydraulic Jumps. Results and Calculations. *Journal of Hydraulic Engineering*. 1998, Vol. 124(2). Pp. 192–205.
86. Ohtsu I., Yasuda Y. and Gotoh H., Hydraulic conditions for undular jump formations. *Journal of Hydraulic Research, IAHR*. 2011, Vol. 39(2). Pp.203–209.
87. Тензодатчики. Общие сведения и принцип работы: [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://asvik.kiev.ua/ru/articles/5#>.
88. Водомерные устройства для гидромелиоративных систем. Под ред. А.Ф. Киенчук. М.: Колос. 1982. 144 с.
89. Арбузов И.А. Электрические измерения гидрологических величин: Конспект лекций. Л.: ЛГМИ. 1975. 158с.
90. Цивин М.Н., Абраменко П.И. Гидрометрия: теория и практика измерения скорости течения воды в открытых каналах. К., ИГиМ. 2003. 109 с.
91. Кошумбаев М.Б. Обеспечение безопасности гидротехнических сооружений: Учебное пособие. Инфра-М. 2018. 240 с.
92. Гидротехнические лаборатории. Под ред. Егиазаров И.В. Изд. Науч.-Иссл. Ин-та Гидротехники. 1933. 192 с.
93. Монзалеvский А.И., Павлов Г.Г. Экспериментальные исследования распределения давления под волной по глубине потока. *Научные записки МИИВХ*. 1959, Т. 21. С. 354–362.
94. Адлер Ю.П., Маркова Е.П., Грановский Ю.В. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука. 1976. 280 с.

95. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. *М.: Наука*. 1968. 288 с.
96. Сухомел Г.Й. Гідравліка. *Х.-К.: Держсільгоспвидав*. 1933. 280 с.
97. Джонсон Н., Лион Ф. Статистика и планирование эксперимента в технике и науке. *М.: Мир*. 1980. 610 с.
98. Монтгомери Д.К. Планирование эксперимента и анализ данных. *Л.: Судостроение*. 1980. 384 с.
99. Спиридонов А.А. Планирование экспериментов при исследовании технологических процессов. *М.: Машиностроение*. 1981. 184 с.
100. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. 3-е изд. *М.: Наука*. 1986. 736 с.
101. Taylor D.C. An experimental study of the transition between oscillatory and solitmy waves. *M.S. Thesis, Mass. Inst. of Tech.* 1955.
102. Morison J. R. and Crooke R.C. 1953 The mechanics of deep water, shallow water, and breaking waves. *Tech. Mem. U.S. Army, Corp of Engineera, Beach Erosion Board*. Series 3, Issue 344. 222 ps.
103. Khafagi A., Hammad S.Z. Velocity and pressure distributions in curved streamline flow. *Water and Water Engineering*. 1954, Vol. 9(106–115). Pp. 436–445.
104. Ахиезер Н.И. Элементы теории эллиптических функций. *Москва: Наука*. 1970. 154 с.
105. Abramowitz M., Stegun I.A. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. *New York: Dover*. 1972. 1046 ps.
106. Kennedy J.F. The mechanics of dunes and antidunes in erodible-bed channels. *J. Fluid Mech*. 1963. Vol. 16(4). Pp. 521 – 544.
107. Chanson H. Flow Characteristics of Undular Hydraulic Jumps. Comparison with Near-Critical Flows. CH45/95. *Department of Civil Engineering, The University of Queensland*. 1995.
108. Gradshteyn I.S., Ryzhik I.M. Tables of Integrals, Series, and Products. *6th ed. San Diego, CA: Academic Press*. 2000. 1172 ps.

109. Пейн Г. Физика колебаний и волн. М. : Мир. 1979. 390 с.
110. Анісімов І. О. Коливання і хвилі. К. : Академпрес. 2003. 280 с.
111. Стрелков С. П. Введение в теорию колебаний. Учебник. СПб. : Лань. 2005. 437 с.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Таблиця експериментальних досліджень

№ з/п	Дослід	Витрата Q , л/с	Параметри потоку в початковому перерезі кноїдальних хвиль			Глибина під вершиною першої хвилі h_B , см	Друга спряжена глибина h_2 , см
			Глибина h_1 , см	Коефіцієнт негідростатичності s_1	Число Фруда Fr_1		
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
Кноїдальні хвилі в спокійному потоці (положення затвору I)							
1	12-69-1	68,6	12	1,050	0,278	14,3	12,8
2	12-90-1	89,5	12	1,083	0,472	14,7	13,3
3	14-94-1	93,5	14	1,071	0,325	16,0	15,2
4	15-102-1	101,9	15	1,053	0,313	17,7	16,3
5	15-103-1	103,0	15	1,060	0,320	17,9	16,5
6	15-115-1	115,0	15	1,067	0,399	18,3	16,8
7	16-122-1	122,0	16	1,025	0,370	20,0	17,8
8	18-142-1	142,3	18	1,056	0,354	21,0	19,3
9	18-145-1	144,9	18	1,074	0,367	21,2	19,7
10	18-155-1	154,8	18	1,078	0,419	21,7	20
Кноїдальні хвилі в спокійному потоці (положення затвору II)							
11	8-63-2	63,0	8	1,063	0,790	11,3	9,4
12	8-69-2	68,6	8	1,050	0,938	11,6	9,6
13	9-79-2	79,0	9	1,056	0,873	12,0	10,2
14	9-81-2	80,5	9	1,033	0,906	12,1	10,3
15	9-84-2	84,0	9	1,078	0,987	12,3	10,4
16	10-78-2	78,0	10	1,040	0,620	12,8	11,8
17	10-97-2(1)	97,0	10	1,030	0,959	13,4	12,3

Продовження додатка А

<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>
18	10-97-2(2)	97,0	10	1,050	0,959	13,5	12,3
19	12-111-2	110,7	12	1,067	0,722	16,2	13,6
20	13-117-2	116,8	13	1,022	0,633	16,7	14,5
21	13-129-2	128,9	13	1,038	0,771	17,0	14,6
22	14-117-2	116,8	14	1,021	0,506	17,7	15,5
23	15-158-2	158,0	15	1,087	0,754	19,3	17,1
Кноїдальні хвилі в бурхливому потоці (положення затвору II)							
24	8-76-2	75,6	8	1,075	1,139	11,9	9,8
25	9-86-2	86,0	9	1,022	1,034	12,7	10,5
26	10-100-2(1)	99,7	10	1,014	1,014	14,1	12,0
27	10-100-2(2)	99,7	10	1,040	1,014	14,2	12,0
28	12-141-2	141,0	12	1,058	1,173	16	13,8

ДОДАТОК Б

ТОВАРИСТВО З ОБМЕЖЕНОЮ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЮ «ЕМЗА»

«ЗАТВЕРДЖУЮ»



Засновник ТОВ «ЕМЗА»

Г.В.Кузьменко

АКТ

про впровадження наукових результатів дисертаційного дослідження Поплавського Дмитра Михайловича на тему: «Удосконалення методів розрахунку параметрів кноїдальних хвиль з врахуванням негідростатики у початковому перерізі та затухання хвиль по довжині»

Комісія у складі майстра Пшеничного Романа Вікторовича, електромонтера Порхуна Віктора Борисовича, д.т.н., професора, зав. кафедри гідроенергетики, теплоенергетики та гідравлічних машин (ГЕ, ТЕ та ГМ) Національного університету водного господарства та природокористування Рябенка Олександра Антоновича та асистента кафедри ГЕ, ТЕ та ГМ НУВГП Поплавського Дмитра Михайловича цим Актом засвідчує, що основні наукові результати та рекомендації дисертаційної роботи Поплавського Д.М. використані для розрахунків параметрів кноїдальних хвиль, що виникають у нижньому б'єфі Мигіївської ГЕС (р. Південний Буг, с. Мигія, Первомайського району Миколаївській області) при роботі двох агрегатів та перевірки висоти гідротехнічних споруд у нижньому б'єфі при умові роботи трьох агрегатів, а також при виборі оптимальних гідравлічних режимів роботи цієї гідроелектростанції з метою усунення вібрацій, ударів, поштовхів у процесі експлуатації.

Економічний ефект від впровадження зазначених рекомендацій буде визначений в подальшій реконструкції та експлуатації об'єкта.

майстер

електромонтер

професор, д.т.н.


асистент

13.07.2020

 Р.В. Пшеничний

 В.Б. Порхун

 О.А. Рябенко

 Д.М. Поплавський

Додаток В. Список опублікованих праць

Статті, що входять в науково-метричну базу Scopus:

1. O. Riabenko, V. Tymoshchuk, D. Poplavskiy, O. Halych. Methods of Automated Full-scale Measurement of Wave Parameters in Water Reservoirs of Pumped Storage Power Plants. *2020 IEEE 7th International Conference on Energy Smart Systems, ESS 2020. Proceedings*, 2020. p. 154-157. (Особистий внесок: збір інформації щодо утворення хвиль переміщення в межах роботи різних гідроакумлюючої електростанції).
2. Riabenko O., Kliukha O., Halych O., Poplavskiy D. Impact of Undular Jump Characteristics on Erosion of Tailrace Channel. *Proceedings of EcoComfort 2020. Lecture Notes in Civil Engineering*. vol 100. Springer, Cham., 2020. p. 362-370. (Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні хвилястого стрибка за пропонованою математичною моделлю та проведено порівняння з експериментальними даними).

Статті у наукових фахових виданнях України

3. Поплавський Д.М. Вибір методів розрахунку параметрів білякритичних течій. *Вісник НУВГП. Технічні науки: зб. наук. праць*. Рівне, 2013. Вип. 2(62). С. 240–247.
4. Поплавський Д.М. Ітераційний метод розрахунку параметрів потоку на гребені водозливу. *Вісник Національного університету “Львівська політехніка”*: Теорія і практика будівництва. Львів, 2013 №755. С. 316–321.
5. Рябенко О.А., Галич О.О., Поплавський Д.М. Побудова профілів вільної поверхні хвилястого стрибка, усамітненої та кноїдальних хвиль. *Вимірювальна обчислювальна техніка в технологічних процесах*. Хмельницький, 2014 №2(47). С. 163–166. (Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні усамітненої та кноїдальних хвиль та проведено порівняння з експериментальними даними).
6. Рябенко О.А., Галич О.О., Поплавський Д.М. Експериментальні дослідження вільної поверхні білякритичних течій рідини. *Вісник НУВГП. Технічні науки: зб.*

наук. праць. Рівне, 2015. Вип. 3(71). С. 94–99. (*Особистий внесок: опис методики проведення та результатів експериментальних досліджень профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль в лабораторних умовах*).

7. Рябенко О.А., Ключа О.О., Галич О.О., Поплавський Д.М. Використання диференціального рівняння затухаючих вимушених коливань при побудові профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль. *Гідроенергетика України*. Київ, 2016. №1–2. С. 55–58. (*Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні кноїдальних хвиль за пропонованою математичною моделлю та проведено порівняння з експериментальними даними*).

8. Рябенко О.А., Ключа О.О., Галич О.О., Тимощук В.С., Поплавський Д.М. Вплив хвильових явищ на роботу гідротехнічних споруд. *Вісник ОДАБА*. Одеса, 2017. Вип. №66. С. 184–188. (*Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні кноїдальних хвиль за пропонованою математичною моделлю та проведено порівняння з експериментальними даними*).

9. Рябенко О.А., Ключа О.О., Галич О.О., Поплавський Д.М. Математичні моделі розрахунку профілю вільної поверхні хвилястого стрибка з врахуванням втрат енергії та затухання хвиль по довжині. *Гідроенергетика України*. Київ, 2018. №1–2. С. 16–18. (*Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні хвилястого стрибка за пропонованою математичною моделлю та проведено порівняння з експериментальними даними*).

10. Поплавський Д.М. Розподіл актуальних швидкостей по довжині кноїдальних хвиль. *Вісник НУВГП. Технічні науки: зб. наук. праць*. Рівне, 2018. Вип. 2(82). С. 83–89.

11. Рябенко О.А., Тимощук В.С., Ключа О.О., Галич О.О., Поплавський Д.М. Вплив хвиль переміщення на роботу верхньої водойми Дністровської гідроакумулюючої електростанції. *Проблеми машинобудування*. Харків, 2019. Вип. 3(22). С. 21–25 (*Особистий внесок: збір інформації щодо утворення хвиль переміщення в межах роботи різних гідроакумулюючої електростанції*).

Статті у наукових періодичних виданнях інших держав:

12. Рябенко А.А., Галич О.А., Поплавский Д.М. Использование дифференциальных уравнений для расчетов профиля свободной поверхности волнистого прыжка. *Гидроинженерия*. Тбилиси, Грузия, 2013. №1-2(15-16). С. 36-45. (Особистий внесок: опис лабораторної установки та методика проведення експериментальних досліджень профілю вільної поверхні хвилястого стрибка в лабораторних умовах).

13. Riabenko A.A., Cherniuk V.V., Klyuha O.A., Halych O.A., Poplavskiy D.M. Mathematical and hydraulic modeling of undular jump. *Journal of civil engineering, environment and architecture*. Rzescow, Poland, 2015. t. XXXII, z. 62 (3/II/15). Pp. 379-391. (Особистий внесок: аналіз випадків утворення та умов формування хвилястого стрибка під час роботи гідротехнічних споруд).

14. Riabenko O., Chernyuk V., Klyuha O., Halych O., Poplavskiy D. Using of near-critical flows` theory in practical calculations. *Journal of civil engineering*. Rzescow, Poland, 2018. t. XXXV, z. 65(3/18). Pp. 121-129. (Особистий внесок: збір інформації щодо існуючих математичних моделей, що описують різні типи білякритичних течій, здійснення розрахунку профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль за існуючими методами).

Публікації у матеріалах міжнародних науково-технічних конференціях:

15. Ryabenko A.A., Klyuha O.A., Tymoshchuk V.S., Halych O.A., Poplavskiy D.M. Innovative tendencies in work management of energy systems by using HPSPP. *X International Conference "Strategy of Quality in Industry and Education"*: proceedings. (Varna, Bulgaria, 6-13 June 2014). Dnepropetrovsk: 2014. Pp.141-150.

16. Поплавський Д.М. Розрахунок профілю вільної поверхні кноїдальних хвиль. *Нетрадиційні і поновлювані джерела енергії як альтернативні первинним джерелами енергії в регіоні*: матеріали наук.-практ. конф. з міжнар. участю (м. Львів, 2-3 квітня 2015 р.). Львів, 2015. С. 200-204.

17. Рябенко О.А., Галич О.О., Поплавський Д.М. Розрахунки режимів роботи нижнього б'єфу низьконапірних гідроелектростанцій при утворенні хвилястого

стрибка. *Нетрадиційні і поновлювані джерела енергії як альтернативні первинним джерелами енергії в регіоні*: матеріали наук.-практ. конф. з міжнар. участю (м. Львів, 2–3 квітня 2015 р.). Львів, 2015. С. 204–208. (Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні хвилястого стрибка за пропонованою математичною моделлю та проведено порівняння з експериментальними даними).

18. Рябенко О.А., Галич О.О., Поплавський Д.М. Розподіл актуальних швидкостей по довжині хвилеподібних білякритичних течій рідини. *Ресурси природних вод карпатського регіону. Проблеми охорони та раціонального використання*: матеріали наук.-практ. конф. з міжнар. участю (м. Львів, 26–27 травня 2016 р.). Львів, 2016 р. С. 208–211. (Особистий внесок: дослідження розподілу швидкостей під вершинами та підошвами кноїдальних хвиль, побудова епюр розподілу швидкостей по глибині потоку кноїдальних хвиль).

19. Рябенко О.А., Ключа О.О., Галич О.О., Поплавський Д.М. Врахування особливостей білякритичних течій при лабораторних дослідженнях. *Нетрадиційні і поновлювані джерела енергії як альтернативні первинним джерелами енергії в регіоні*: матеріали наук.-практ. конф. з міжнар. участю (м. Львів, 6–7 квітня 2017 р.). Львів, 2017. С. 235–239. (Особистий внесок: здійснено теоретичний розрахунок профілів вільної поверхні кноїдальних хвиль за пропонованою математичною моделлю та проведено порівняння з експериментальними даними).