МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ АВІАЦІЙНИЙ УНІВЕРСИТЕТ

ІНЖЕНЕРНА АКАДЕМІЯ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ

ЧЕРКАСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ БОГДАНА ХМЕЛЬНИЦЬКОГО

WROCLAW UNIVERCITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

# ІНТЕГРОВАНІ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ РОБОТОТЕХНІЧНІ КОМПЛЕКСИ (ІІРТК-2021)

## ЧОТИРНАДЦЯТА МІЖНАРОДНА НАУКОВО-ПРАКТИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ

18-19 травня 2021 р.
Київ, Україна

ЗБІРКА ТЕЗ

Київ
2021

УДК 520.874.3

# АНАЛІЗ ФІЛЬТРА БАТТЕРВОРТА У ПРОСТОРІ СТАНІВ ДЛЯ ПРИСТРОЇВ ЦИФРОВОГО РЕЛЕЙНОГО ЗАХИСТУ

**А.В. Рудик**, д.т.н., доцент, Національний університет водного господарства та природокористування, a.v.rudyk@nuwm.edu.ua; **І.В. Захаревич,** здобувач вищої освіти другого (магістерського) рівня, Національний університет водного господарства та природокористування

З точки зору аналізу та синтезу доцільно поділити всі змінні, які характеризують систему або мають до неї відношення, на три групи:

- вхідні змінні або вхідні дії, позначимо їх як **u,** вони є сигналами, зовнішніми по відношенню до системи;
- вихідні змінні **y**, які характеризують реакцію системи на вхідні дії і цікавлять проектувальника;
- змінні стану **x** або проміжні змінні, які характеризують поведінку системи.

Схематично система може бути зображена як ”чорний ящик” з деяким числом вхідних та вихідних каналів. Вхідні канали є вектором вхідних дій **u**; вихідні канали – вектор вихідних змінних $\mathbf{y}_i$. Проміжні змінні або координати стану системи відносяться до вмісту “чорного ящика” і тому приховані від безпосереднього спостереження, це так звані внутрішні змінні. Їх позначаємо як вектор стану системи **x.** Величини **u**, **y**, **x** є функціями часу, тобто **u**(t), **y**(t), $\mathbf{x}_i$t) позначають значення величин **u**, **y**, **x** в довільний момент часу t.

Заради зручності оперування з багатомірними величинами сукупність вхідних змінних позначимо як вектор-рядок входу розмірності p $\mathbf{u}^T(t) = [u_1(t), u_2(t), \ldots, u_p(t)]^T$; сукупність вихідних змінних – як вектор-рядок виходу розмірності m $\mathbf{y}^T(t) = [y_1(t), y_2(t), \ldots, y_m(t)]$; сукупність змінних станів – як вектор-рядок стану розмірності n $\mathbf{x}^T(t) = [x_1(t), x_2(t), \ldots, x_n(t)]^T$.

Множини значень, які зможуть прийняти вектори **u**(t), **y**(t), **x**(t), називають простором вхідних змінних, простором вихідних змінних та простором станів відповідно. У будь-який довільний момент часу t стан системи є функцією початкового стану $\mathbf{x}(t_0)$ та вектора входу $\mathbf{u}(t_0, t)$, тобто

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}\,[\mathbf{x}(t_0), \mathbf{u}(t_0, t)], \tag{1}$$

де **F** – однозначна функція своїх аргументів.

Вектор виходу в будь-який довільний момент часу t також є функцією $\mathbf{x}(t_0)$ та $\mathbf{u}(t_0, t)$ і може бути записаним як

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{G}\,[\mathbf{x}(t_0), \mathbf{u}(t_0, t)]\,. \tag{2}$$

Рівняння (1) та (2) прийнято записувати у загальній формі:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{F}\,[\mathbf{x}(t_0), \mathbf{u}(t_0, t)]; \qquad \mathbf{y}(t) = \mathbf{G}\,[\mathbf{x}(t_0), \mathbf{u}(t_0, t)],$$

і часто називають рівняннями стану системи.

Якщо система описується лінійними диференційними рівняннями, то рівняння стану системи зводяться до такого вигляду:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(t)\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\,\mathbf{u}(t); \qquad \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}(t)\,\mathbf{u}(t),$$

де $\mathbf{A}(t)$ – системна матриця; $\mathbf{B}(t)$ – матриця входу; $\mathbf{C}(t)$ – матриця виходу системи; $\mathbf{D}(t)$ – матриця обходу системи.

Якщо система стаціонарна, то системні матриці **A**, **B**, **C**, **D** від часу не залежать. Виведення рівнянь стану, які повністю описують систему, є обов'язковим початковим етапом аналізу та синтезу в сучасній теорії систем.

Математична модель лінійного кола в термінах змінних станів показана на рис. 1.

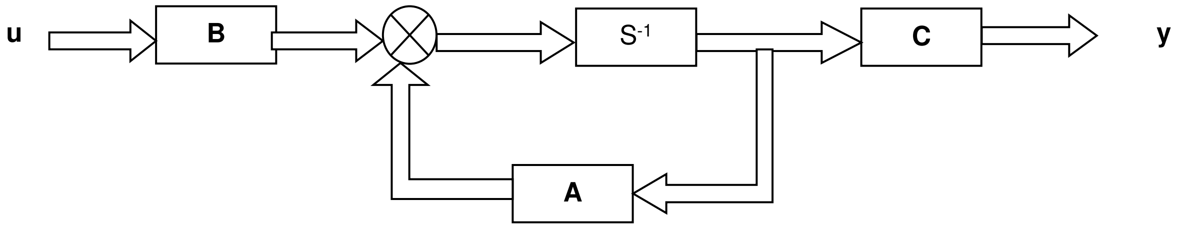


Рис. 1. Математична модель фільтра у термінах змінних станів

Вона може бути складена на основі заданої передавальної функції різними способами залежно від її вигляду:

- якщо передавальна функція W(s) є відношенням поліномів s загального виду, то використовується метод безпосереднього програмування;

- якщо передавальна функція W(s) задана як сума простих дробів –метод паралельного програмування;

- якщо передавальна функція є добутком співмножників – методом послідовного програмування.

В нашому випадку передавальна функція представлена у вигляді, зручному для використання методу паралельного програмування. Спочатку розкладемо передавальну функцію W(s) на суму простих дрібно-раціональних функцій, використовуючи метод невизначених коефіцієнтів.

$$W(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{\left(T_1^2 s^2 + 2\xi_1 T_1 s + 1\right)\left(T_2^2 s^2 + 2\xi_2 T_2 s + 1\right)} =$$
$$= \frac{a_1 s + b_1}{T_1^2 s^2 + 2\xi_1 T_1 s + 1} + \frac{a_2 s + b_2}{T_2^2 s^2 + 2\xi_2 T_2 s + 1},$$

де коефіцієнти $a_1$, $a_2$, $b_1$, $b_2$ визначаються з системи алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{array}{l|l} S^0 & b_1 + b_2 = 1; \\ & S^1 \quad a_1 + a_2 + 2\xi_1 b_2 T_1 + 2\xi_2 b_1 T_2 = 0; \\ & S^2 \quad b_1 T_2^2 + b_2 T_1^2 + 2\xi_1 a_2 T_1 + 2\xi_2 a_1 T_2 = 0; \\ & S^3 \quad a_1 T_2 + a_2 T_1^2 = 0. \end{array}$$

Результат розкладання передавальної функції на суму простих складових показує, що досліджуване коло можна представити у вигляді паралельного з’єднання двох типових коливальних ланок з відповідними параметрами. Оскільки топологія ланок однакова за винятком параметрів, то надалі розглянемо лише першу з них. Її передавальна функція має вигляд

$$W_1(s) = \frac{Y_1(s)}{U(s)} = \frac{a_1 s + b_1}{T_1^2 s^2 + 2\xi_1 T_1 s + 1} = \frac{a_1 s^{-1} + b_1 s^{-2}}{s^{-2} + 2\xi_1 T_1 s^{-1} + T_1^2}. \quad (3)$$

Далі для побудови математичної моделі цієї ланки в термінах простору станів застосуємо метод прямого програмування, для чого позначимо:

$$E_1(s) = \frac{U(s)}{s^{-2} + 2\xi_1 T_1 s^{-1} + T_1^2}; \qquad Y_1(s) = \left(a_1 s^{-1} + b_1 s^{-2}\right) E_1(s). \quad (4)$$

Блок-схема системи в змінних стану випливає безпосередньо з сукупності наступних рівнянь:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= 0\,x_1(t) + 1\,x_2(t) + 0\,x_3(t) + 0\,x_4(t) + 0\,u(t);\\
\dot{x}_2(t) &= -\frac{x_1(t)}{T_1^2} - \frac{2\xi_1 x_2(t)}{T_1} + 0\,x_3(t) + 0\,x_4(t) + \frac{u(t)}{T_1^2};\\
\dot{x}_3(t) &= 0\,x_1(t) + 0\,x_2(t) + 0\,x_3(t) + 1\,x_4(t) + 0\,u(t);\\
\dot{x}_4(t) &= 0\,x_1(t) + 0\,x_2(t) - \frac{x_3(t)}{T_2^2} - \frac{2\xi_2 x_4(t)}{T_2} + \frac{u(t)}{T_2^2};\\
y(t) &= b_1 x_1(t) + a_1 x_2(t) + b_2 x_3(t) + a_2 x_4(t) + 0\,u(t).
\end{aligned} \quad (5)$$

Додержуючись рівнянь (6.9), складемо схему системи в змінних стану, яка складена з інтеграторів, підсилювачів та суматорів (рис. 2).

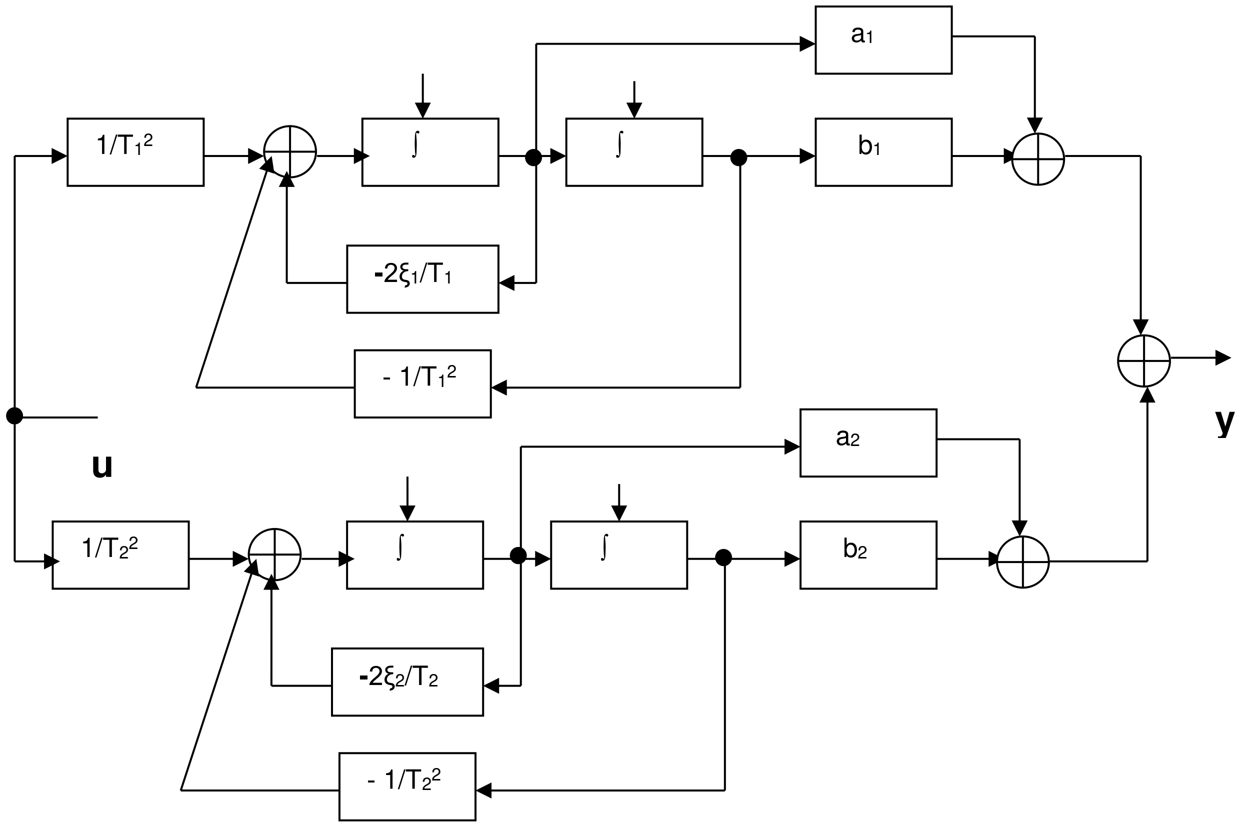


Рис. 2. Структура математичної моделі досліджуваного фільтра

За отриманими результатами можна проводити цифрове моделювання характеристик фільтра для пристроїв цифрового релейного захисту.

УДК 004

Наукове видання

# ІНТЕГРОВАНІ ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ РОБОТОТЕХНІЧНІ КОМПЛЕКСИ (ІІРТК-2021)

ЧОТИРНАДЦЯТА МІЖНАРОДНА
НАУКОВО-ПРАКТИЧНА КОНФЕРЕНЦІЯ
18-19 травня 2021 р.
Київ, Україна
Збірка тез

Тези надруковані в авторській редакції на одній із трьох робочих мов конференції

Оригінал-макет
підготовлено на кафедрі комп'ютеризованих електротехнічних систем та технологій
Навчально-наукового інституту інформаційно-діагностичних систем
Національного авіаційного університету

Комп'ютерна верстка:
Граф М.С., Шелуха О.О.

Підп. до друку 13.04.20. Формат 60х84/16.
Папір офс. Гарн. Times New Roman.
Ум. друк. арк. 24,5. Тираж 100 прим. Замовлення № 5

Віддруковано у СПД «Андрієвська Л.В.»
м. Київ, вул. Бориспільська, 9,
Свідоцтво серія ВОЗ № 919546 від 19.09.2004 р.