

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та
природокористування
Навчально-науковий інститут будівництва та архітектури
Кафедра основ архітектурного проектування,
конструювання та графіки

03-07-82М

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних робіт
з навчальної дисципліни

«НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ»

на тему «Перетин площин загального положення,
заданих трикутними відсіками

для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня
за освітньо-професійною програмою
«Архітектура та містобудування»
спеціальності 191 «Архітектура та містобудування»
денної форми навчання

Рекомендовано
науково-методичною радою
з якості ННІБА
Протокол №8 від 08.06.2021 р.

Рівне – 2021

Методичні вказівки до виконання практичних робіт з навчальної дисципліни «Нарисна геометрія» на тему "Перетин площин загального положення, заданих трикутними відсіками» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Архітектура та містобудування» спеціальності 191 «Архітектура та містобудування» денної форми навчання [Електронне видання] / Пугачов Є. В., Зданевич В. А., Літницький С. І., Кундрат Т. М. – Рівне : НУВГП, 2021. – 23 с.

Укладачі: Пугачов Є. В., д.т.н., професор, професор кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки;
Зданевич В. А., старший викладач кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки;
Літницький С. І., к.т.н., доцент кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки;
Кундрат Т. М., к.т.н., доцент кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки.

Відповідальний за випуск: Ромашко В. М., д.т.н., професор, завідувач кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки.

Керівник групи забезпечення спеціальності 191 «Архітектура та містобудування»

д. арх., проф. Михайлишин О. Л.

© Пугачов Є. В., Зданевич В. А.,
Літницький С. І., Кундрат Т. М., 2021
© НУВГП, 2021

ЗМІСТ

ВСТУП	4
1. Основні теоретичні відомості	4
2. Вихідні дані для побудови перетину двох площин.....	5
3. Методичні вказівки	10
3.1. Перетин проєкціюючих площин.....	10
3.2. Перетин проєкціюючої площини з площиною загального положення	11
3.3. Перетин площин загального положення, заданих трикутниками	12
3.3.1. Методика розв'язання способом січних площин	12
3.3.2. Перетин площин, заданих прямими, способом січних площин	15
3.3.3. Перетин площин способом перетворення проєкцій.....	17
3.3.4. Перетин площин способом косокутного допоміжного проєкціювання.....	19
4. Питання для самостійної підготовки.....	22
Список рекомендованої літератури	23

ВСТУП

Методичні вказівки до виконання практичних робіт з навчальної дисципліни «Нарисна геометрія» розроблені відповідно до робочої програми для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Архітектура та містобудування» спеціальності 191 «Архітектура та містобудування» денної форми навчання.

Методичні вказівки містять основні теоретичні відомості, вихідні дані до завдання; описана методика побудови та наведені приклади визначення прямої перетину двох площини, заданих трикутними відсіками, питання для самостійної підготовки, список рекомендованої літератури.

Завдання виконуються олівцем на форматі А3 (альбомної орієнтації). Вихідні дані та результати виділяються потовщеною лінією. Допоміжні побудови показують тонкою лінією твердим олівцем.

1. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Положення площини в просторі можна задати таким чином:

- трьома точками, що не належать одній прямій;
- прямою та точкою, що не належить прямій;
- двома паралельними прямими;
- двома прямими, що перетинаються;
- довільною плоскою фігурою;
- слідами.

Слідами площини називають лінії перетину площини з площинами проєкцій.

При розв'язанні задачі перетину двох площин можливі такі випадки:

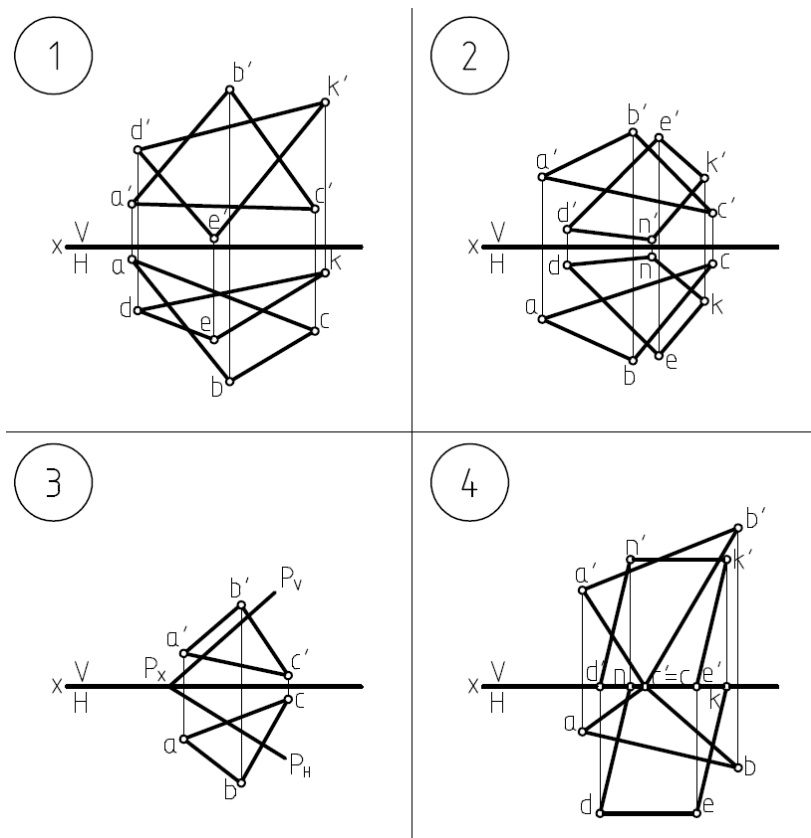
- обидві площини є проєкціючими відносно однієї й тієї ж площини проєкцій;
- одна з площин – проєкціуюча, а інша – загального положення;
- обидві площини загального положення.

2. ВИХІДНІ ДАНІ ДЛЯ ПОБУДОВИ ПЕРЕТИНУ ДВОХ ПЛОЩИН

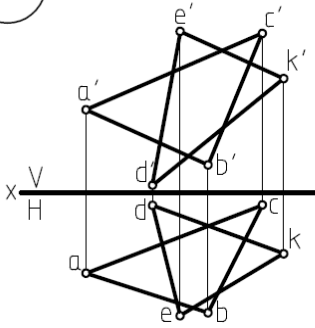
Завдання. Побудувати пряму перетину двох площин, заданих різними способами.

Вихідні дані до завдання обираються за таблицею 1 відповідно до номеру варіанту, що співпадає з номером за порядком у списку в журналі.

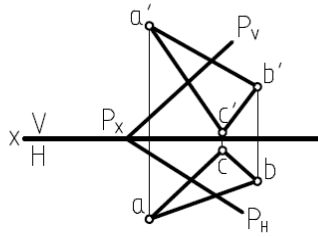
Таблиця 1



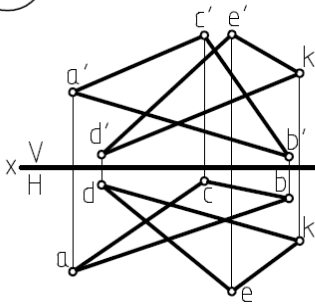
5



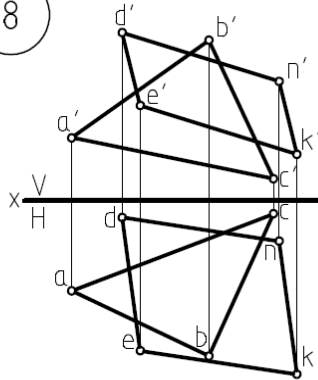
6



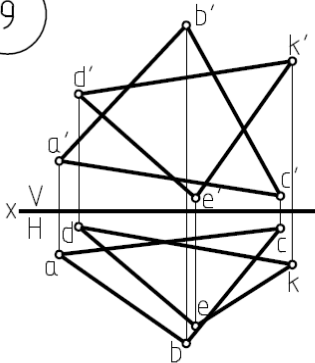
7



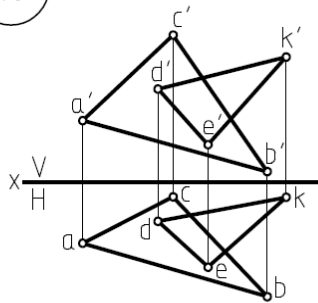
8



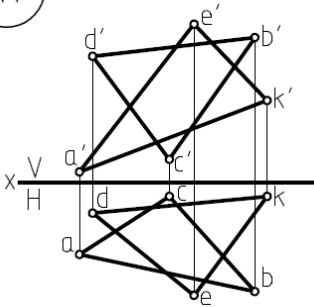
9



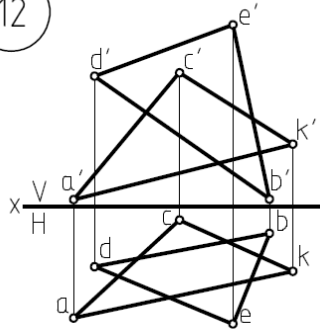
10



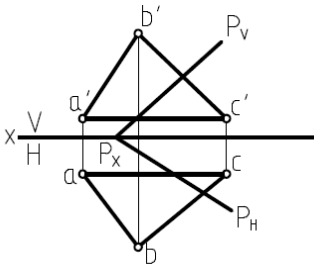
11



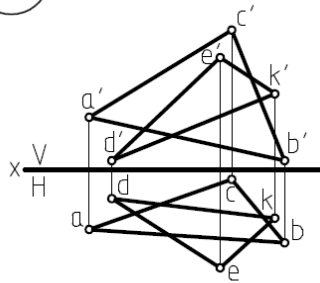
12



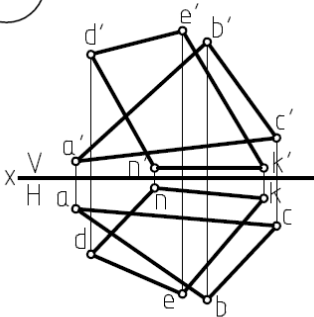
13



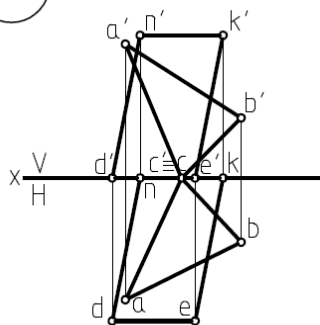
14



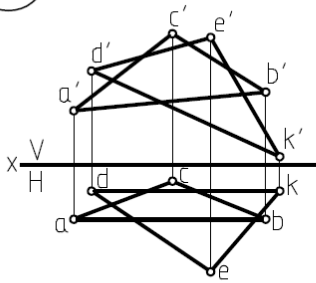
15



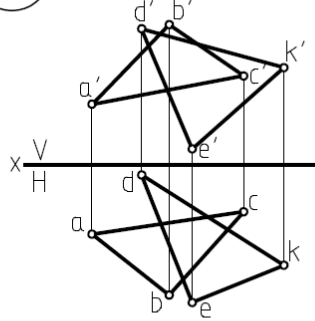
16



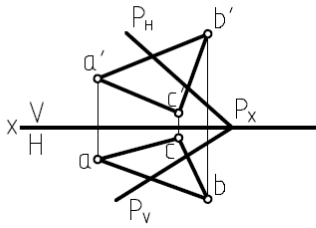
17



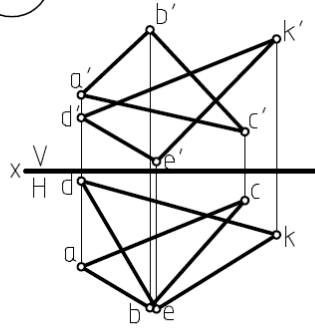
18



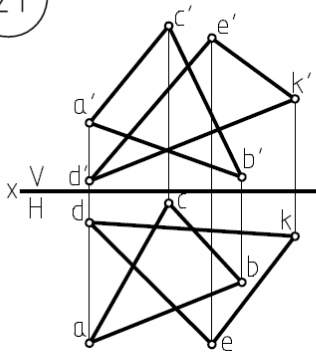
19



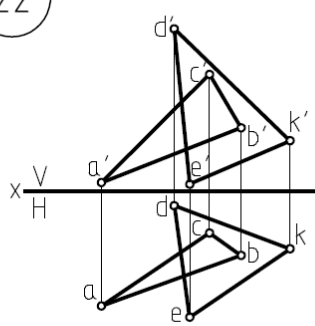
20



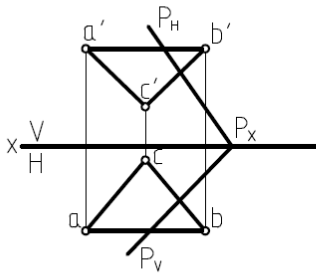
21



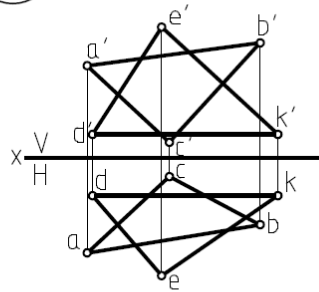
22



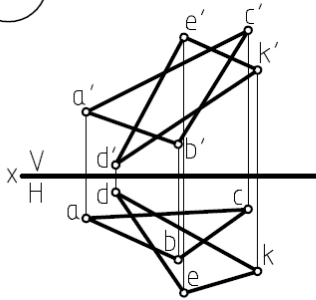
23



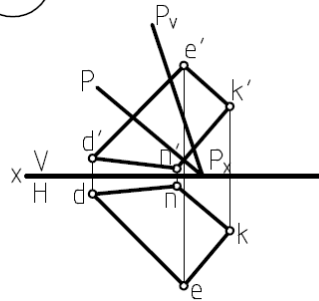
24



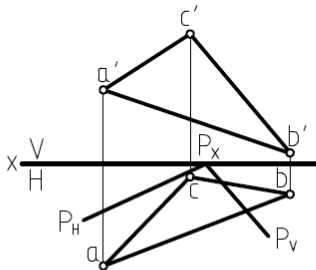
25



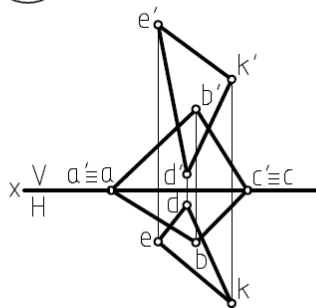
26



27



28



3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

3.1. ПЕРЕТИН ПРОЄКЦІЮЮЧИХ ПЛОЩИН

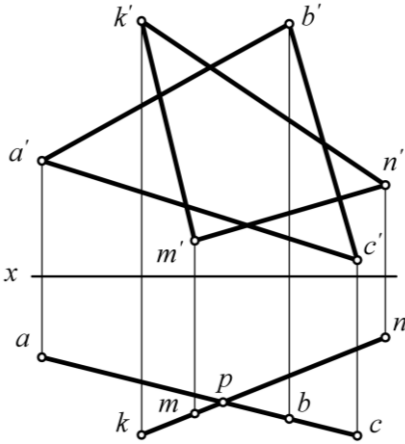


Рис. 1

На рис. 1 зображено дві вертикальні площини ABC та KMN (горизонтально проєкціюючі площини), задані трикутними відсіками.

Перетин їх горизонтальних проєкцій в точці p (рис. 2, a) задає вертикальну лінію перетину двох площин, зображену на рисунку потовщеним відрізком синього кольору.

Для визначення видимості частин площин, що перетинаються (рис. 2, b), скористаємось *методом конкуруючих точок*, вибравши на фронтальній проєкції деяку точку q' , що належить одночасно фронтальним проєкціям сторін двох трикутників – $a'c'$ та $m'n'$.

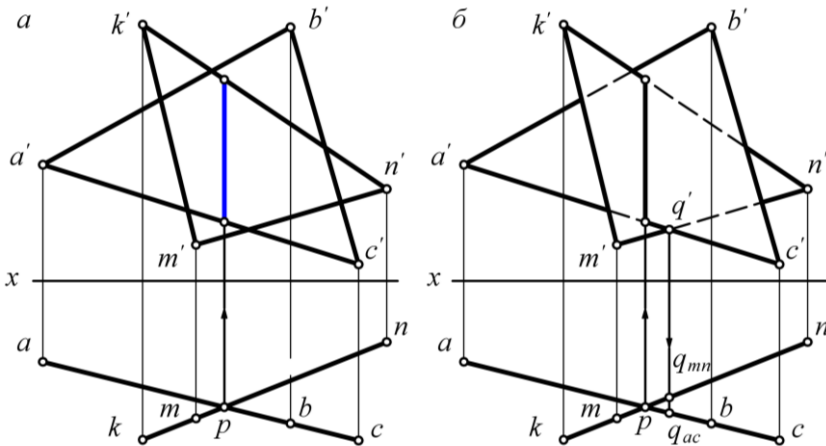


Рис. 2

3.2. ПЕРЕТИН ПРОЄКЦІЮЮЧОЇ ПЛОЩИНИ З ПЛОЩИНОЮ ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ

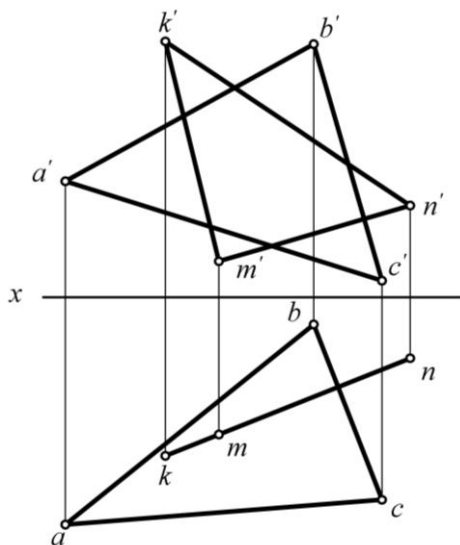


Рис. 3

На рис. 3 зображено дві площини, задані трикутними відсіками, одна з яких **KMN** – горизонтально проєкціююча, а інша **ABC** – загального положення.

Пряма взаємного перетину площин (рис. 4) на горизонтальній проєкції збігається з горизонтальною проєкцією трикутного відсіку площини **KMN** – прямою **12**. На її фронтальній проєкції **1'2'** пряма перетину площин наведена потовщеним відрізком синього кольору.

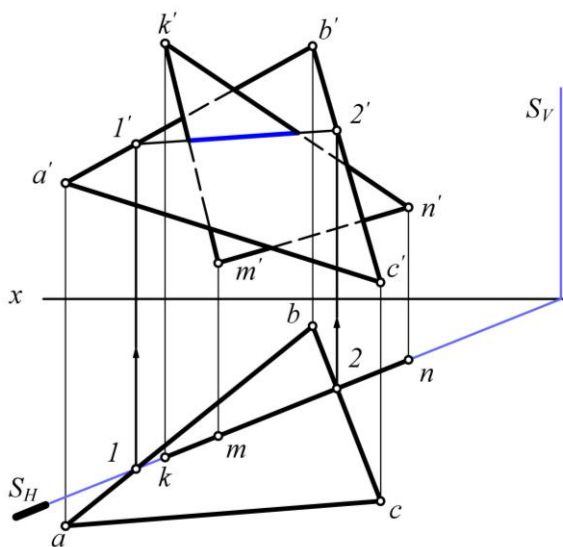


Рис. 4

3.3. ПЕРЕТИН ПЛОЩИН ЗАГАЛЬНОГО ПОЛОЖЕННЯ, ЗАДАНИХ ТРИКУТНИКАМИ

Нехай задано площини у вигляді трикутників ABC і MNK (рис. 5). Необхідно визначити пряму перетину площин.

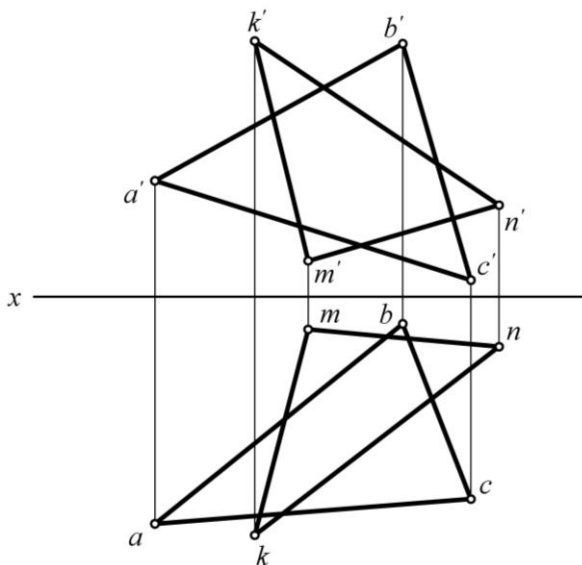


Рис. 5

3.3.1. Методика розв'язання способом січних площин

Якщо перетнути дві задані площини третьою, то в перетині отримаємо дві прямі, які лежатимуть в цій третій площині. Згадані прямі будуть або паралельні, або перетинатимуться в точці. В останньому випадку точка перетину буде спільною для всіх трьох площин, а, отже, і для двох площин, заданих трикутниками. Іншими словами, вона належатиме прямій їх перетину. Перетнувши дві задані площини ще раз іншою площиною, отримаємо ще одну точку прямої перетину площин. Дві точки вже задають пряму перетину. Такий спосіб називається *способом січних площин*. В якості площини, що перетинає дві задані площини, зручно брати проекціуючі площини, зокрема, площини рівня, оскільки спрощується визначення прямих їх перетину із заданими площинами.

Для визначення прямої перетину способом січних площин трикутники ABC і MNK перетинаються на фронтальній проекції допоміжною горизонтальною січною площиною S (рис. 6) по горизонталях $1'2'$ і $3'4'$. Перетини горизонтальних проєкцій горизонталей 12 та 34 утворюють точку V , яка належить заданим площинам ABC і MNK .

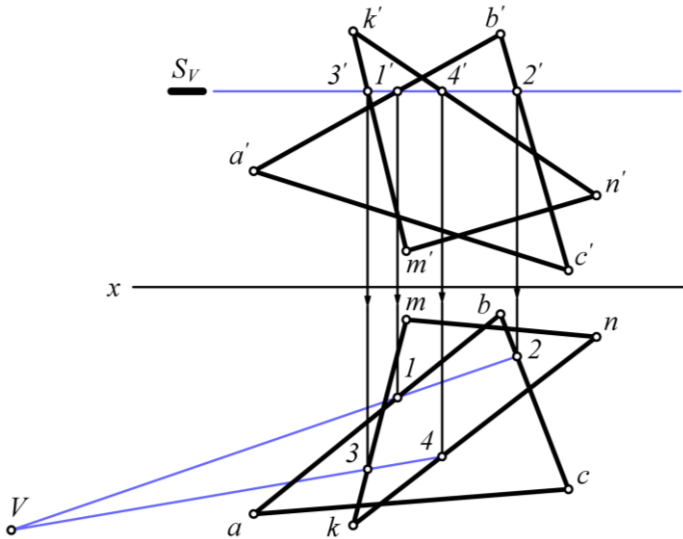


Рис. 6

Аналогічно трикутні відсіки площин ABC і MNK (рис. 7) перетинаються горизонтальною січною площиною R по горизонталях 67 і 89 для визначення ще однієї спільної для двох площин точки W . Пряма VW і є прямою перетину площин, причому частина прямої в межах трикутних відсіків площин наведена на рисунку 7 потовщеною лінією синього кольору.

Для зменшення кількості побудов, ліній на кресленні і спрощення його сприйняття січні проєкціюючі площини можна проводити через сторони заданих трикутників. Саме такий різновид способу січних площин реалізовано на рис. 8. Через сторони NK та MK трикутника MNK проведені фронтально проєкціюючі площини S та U , які перетнули трикутник ABC по прямим 12 і 34 .

Горизонтальні проєкції цих прямих перетинають горизонтальні проєкції сторін nk і mk в точках p і t , які належать прямій перетину трикутників l .

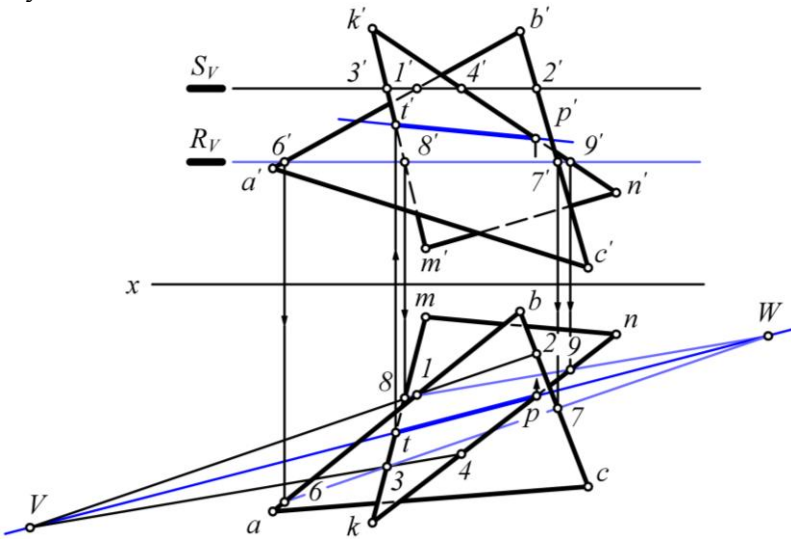


Рис. 7

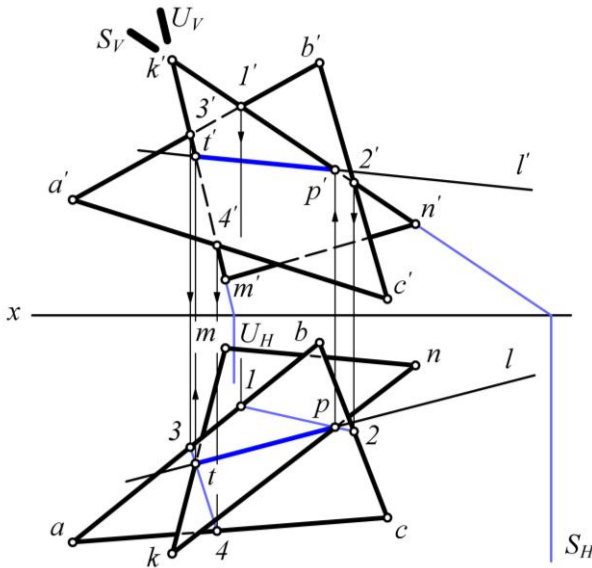


Рис. 8

3.3.2. Перетин площин, заданих прямими, способом січних площин

На рис. 9 зображено дві площини, одна з них задана прямими, що перетинаються (ABC), а друга – паралельними прямими ($KMND$). Для визначення прямої перетину двох площин використано спосіб допоміжних січних площин, а саме, горизонтальних площин рівня. На рис. 10 показано лінії перетину 12 та 34 допоміжної січної площини S із заданими площинами. Продовживши на горизонтальній проекції прямі 12 та 34 , отримаємо точку t , яка належить заданим площинам ABC та $KMND$, та перенесемо вздовж лінії проєкційного зв'язку точку t на фронтальний слід січної площини Sv (точка t'). Для визначення ще однієї (спільної для заданих площин) точки P побудуємо допоміжну січну площину R , фронтальний слід якої зображений на рисунку 11. Отже, пряма L (рис. 11), що проходить через точки T та P , і є прямою перетину заданих площин.

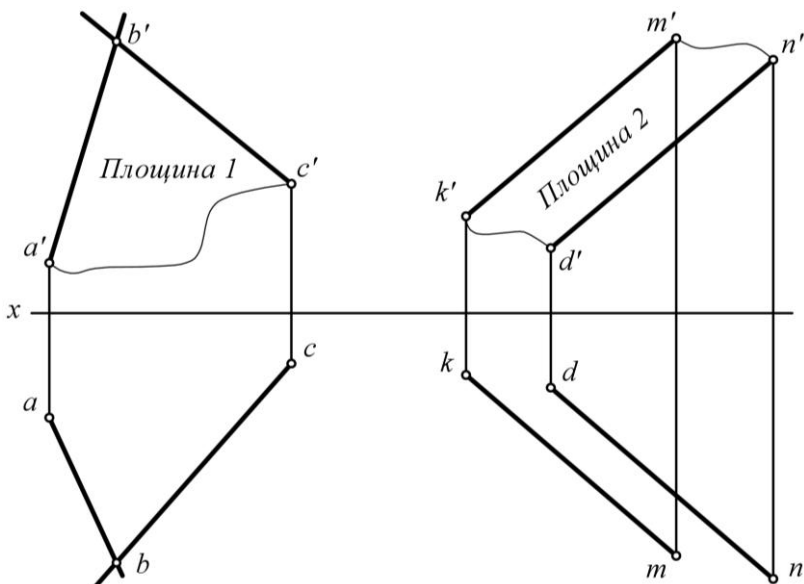
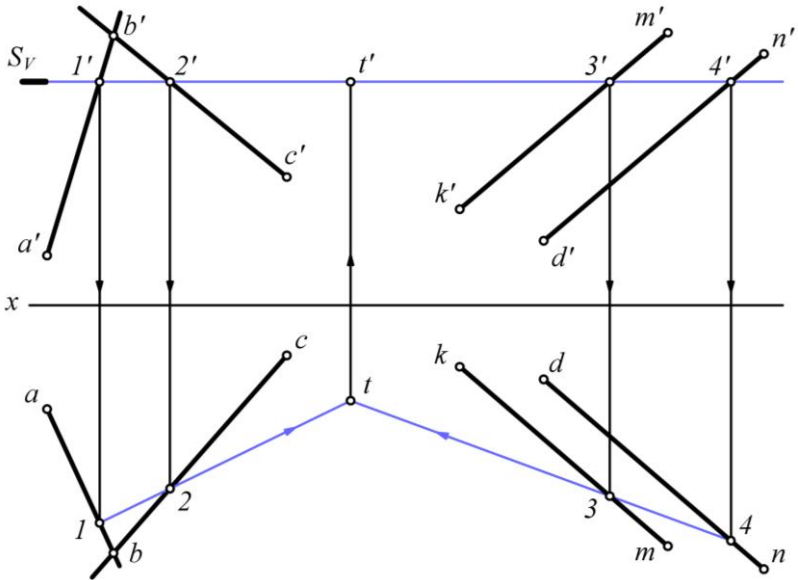
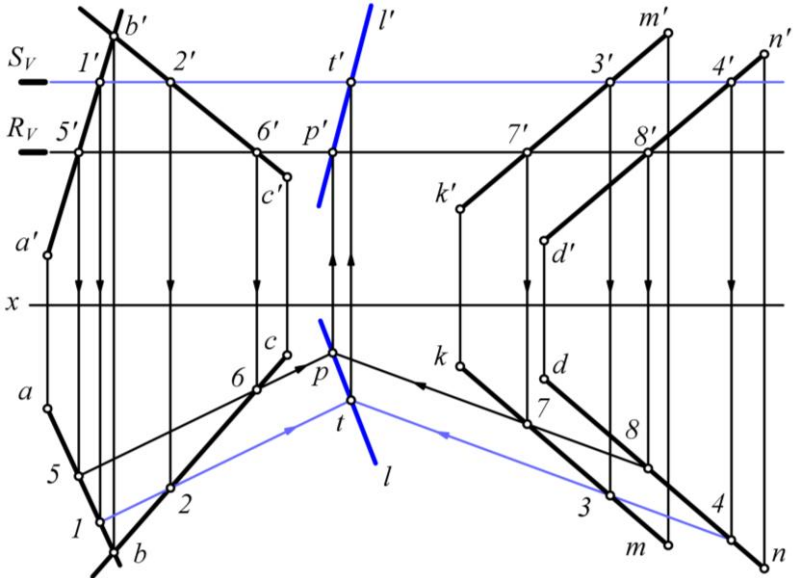


Рис. 9



Puc. 10



Puc. 11

3.3.3. Перетин площин способом перетворення проєкцій

Методичні вказівки до розв’язання. Якщо в одному з трикутників провести пряму рівня (горизонталь або фронталь) і розмістити її перпендикулярно до відповідної площини проєкцій (горизонталь – до фронтальної площини проєкцій, а фронталь – до горизонтальної), то на цю площину проєкцій вибраний трикутник проєкціюється у пряму лінію, яка і буде прямою перетину. Залишається визначену пряму повернути у початкові умови задачі.

I. Спосіб заміни площин проєкцій

На рис. 12 пряму перетину площин визначено **способом заміни площин проєкцій**. Нова вісь x_1 розташована перпендикулярно до горизонтальної проєкції горизонталі h (замінюється площина V на нову площину V_1 , зберігаються координати Z всіх точок).

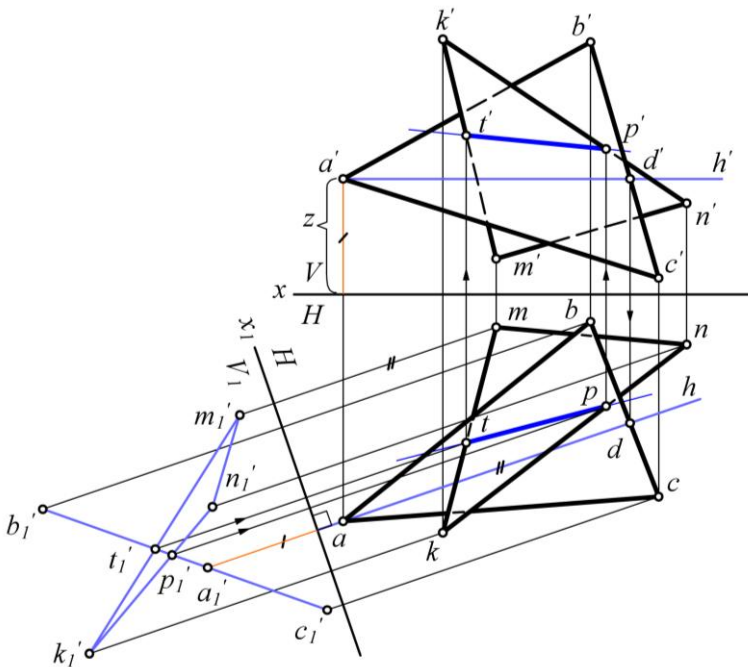


Рис. 12

Трикутник ABC в новій системі площин проєкцій H і V_1 перетворився на пряму $b_1'a_1'c_1'$ (рис. 12). Пряму перетину $t_1'p_1'$ за лініями проєкційного зв'язку повернуто в систему площин проєкцій H і V .

II. Спосіб плоско-паралельного переміщення

Використання способу плоско-паралельного переміщення ілюструє рис. 13. В трикутнику ABC проведено фронталь, фронтальна проєкція якої f_1' розміщена перпендикулярно до площини проєкцій H . Під час переміщення зберігалися координати Y всіх точок, розміри фронтальних проєкцій трикутників та їх відносне положення. Пряму перетину t_1p_1 за лініями переміщення і проєкційного зв'язку повернуто у початкові умови задачі.

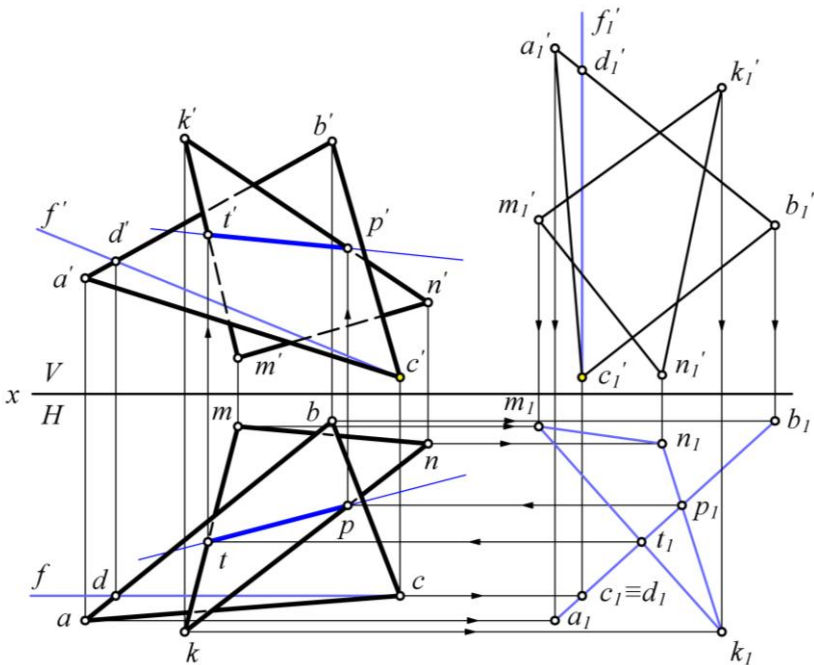


Рис. 13

III. Спосіб обертання

Для побудови прямої перетину площин на рис. 14 використано **спосіб обертання**. Трикутники і фронталь оберталися навколо фронтально проєкціуючої осі, інцидентної точці C , таким чином, щоб фронталь перетворилася на горизонтально проєкціуючу пряму. Під час обертання зберігалися координати Y всіх точок, розміри фронтальних проєкцій трикутників та їх відносне положення.

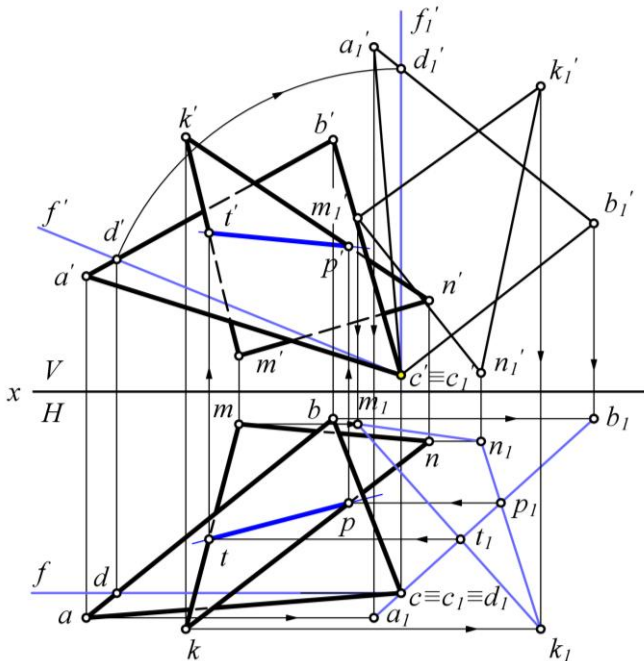


Рис. 14

3.3.4. Перетин площин способом косокутного допоміжного проєкціювання

Методичні вказівки до розв'язання. Якщо спроекціувати площину за напрямом будь-якої її прямої на іншу площину, зокрема, площину проєкцій, то вона перетвориться на пряму. Друга площина, спроекційована за цим же напрямом, перетвориться на трикутник. Проекція першої площини – пряма лінія – і буде лінією

перетину площин. Залишається тільки повернути її у початкові умови задачі за напрямом, зворотним напрямку проєкціювання.

На рис. 15 показано використання прямої перетину двох площин **способом косокутного допоміжного проєкціювання** на горизонтальну площину проєкцій за напрямом сторони **AB** трикутника **ABC**.

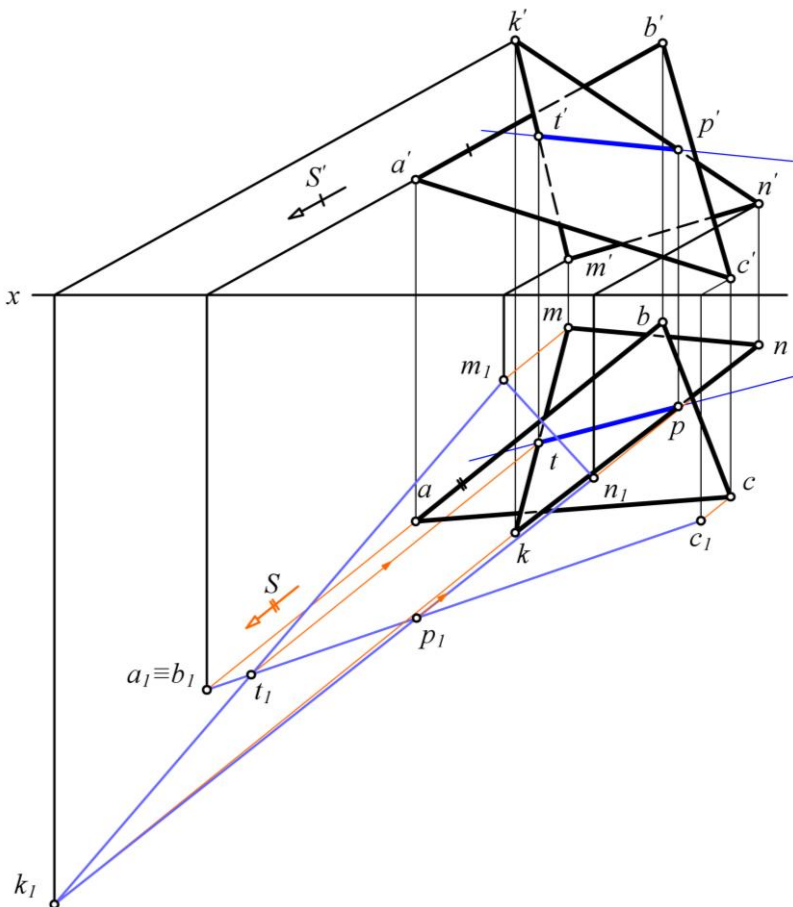


Рис. 15

Фронтальна s' та горизонтальна s проєкції напрямку проєкціювання показані стрілочками, паралельними фронтальній і горизонтальній проєкціям сторони **AB**. Фактично, проєкціями за вказаним напрямом точок **A, B, C** на горизонтальну площину проєкцій є

горизонтальні сліди прямих, інцидентних вказаним точкам і паралельних напрямку проєкціювання, – точки a_1, b_1, c_1 , які утворюють пряму. Натомість горизонтальна проєкція трикутника MNK перетворилася на трикутник $m_1n_1k_1$. Їх перетин – пряма t_1p_1 – зворотним проєкціюванням повернута на горизонтальну проєкцію трикутника MNK , а звідти за лініями проєкційного зв'язку – на його фронтальну проєкцію.

На рис. 16 показано також приклад **косокутного допоміжного проєкціювання** за напрямом сторони KN трикутника MNK . Але проєкціювання відбувається не на площину проєкцій, а на площину відповідності (бісекторну площину).

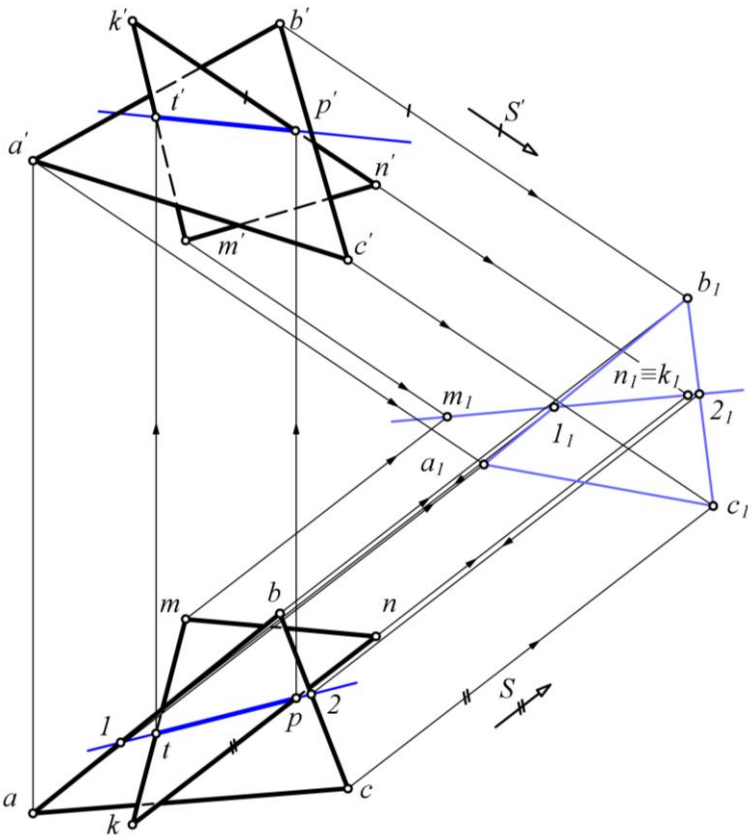


Рис. 16

Пряма m, n_1 , на яку перетворився при такому проєкціюванні трикутник MNK , є, фактично, його слідом на цій площині. Пряма перетину за напрямом, зворотним напрямку проєкціювання, повернута на фронтальну і горизонтальну проєкції трикутника MNK .

Отже, для визначення прямої перетину площин загального положення, заданих трикутними відсіками, використовують різні способи побудови (спосіб січних площин, спосіб перетворення проєкцій, спосіб косокутного допоміжного проєкціювання), обираючи найбільш раціональний.

4. ПИТАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ

1. Що таке ортогональна проєкція точки?
2. Скільки координат точки необхідно, щоб задати положення точки у тривимірному просторі?
3. Скільки ортогональних проєкцій точки задають її положення у тривимірному просторі?
4. Що задають дві точки – пряму чи відрізок?
5. Які прямі окремого положення ви знаєте? А площини?
6. Які існують прямі за їх взаємним положенням?
7. Як можна задати площину?
8. Що таке слід прямої? Площини? Як їх побудувати?
9. Які головні лінії площини ви знаєте? Їх властивості.
10. Як побудувати перетин двох площин?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Базова

1. Дольський Є. С., Євстифеев М. Ф. Збірник задач з нарисної геометрії. Київ : Держбудвидав УРСР, 1961. 196 с.
2. Климухин А. Г. Сборник задач по начертательной геометрии. Москва : Стройиздат, 1982. 216 с.
3. Короев Ю. И. Начертательная геометрия. Москва : Стройиздат, 1987. 319 с.
4. Короев Ю. И., Котов Ю. В., Орса Ю. Н. Сборник задач и заданий по начертательной геометрии. Москва : Стройиздат, 1989. 176 с.
5. Нарисна геометрія / Михайленко В. Є., Євстифеев М. Ф., Ковальов С. М., Кашченко О. В. Київ : Вища школа, 2004. 303 с.

Допоміжна

1. Методичні вказівки та завдання до виконання практичних робіт та самостійної роботи з навчальної дисципліни “Нарисна геометрія” для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за спеціальністю 191 “Архітектура та містобудування” денної форми навчання. Побудова ліній перетину схилів даху. 03-07-61 / Пугачов Є. В., Зданевич В. А., Кундрат Т. М., Літницький С. І. Рівне : НУВГП, 2019. 30 с.
2. Русскевич Н. Л. Начертательная геометрия. Київ : Вища школа, 1978. 312 с.
3. Тимрот Е. С. Начертательная геометрия. Москва : Госстройиздат, 1962. 280 с.

Інформаційні ресурси

1. Національна бібліотека ім. В. І. Вернадського. URL: <http://www.nbuv.gov.ua/>
2. Рівненська обласна універсальна наукова бібліотека (м. Рівне, майдан Короленка, 6). URL: <http://www.libr.rv.ua/>
3. Наукова бібліотека НУВГП (м. Рівне, вул. Олекси Новака, 75). URL: <http://nuwm.edu.ua/naukova-biblioteka>
4. Цифровий репозиторій НУВГП. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/view/types/metods/>