

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та
природокористування
Навчально-науковий інститут будівництва та архітектури
Кафедра основ архітектурного проектування,
конструювання та графіки

03-07-83М

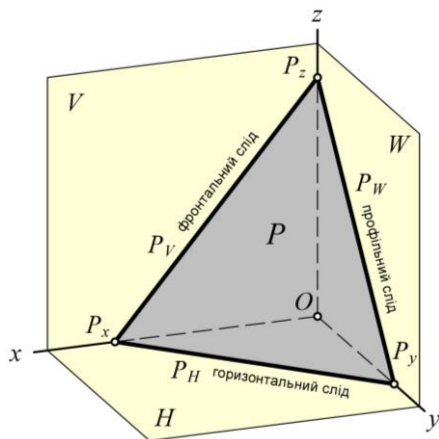
МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних робіт
з навчальної дисципліни

«НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ»

на тему «Перетин площин, заданих слідами»

для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня
за освітньо-професійною програмою
«Архітектура та містобудування»
спеціальності 191 «Архітектура та містобудування»
денної форми навчання



Рекомендовано

науково-методичною радою
з якості ННІБА
Протокол № 8 від 08.06.2021 р.

Рівне – 2021

Методичні вказівки до виконання практичних робіт з навчальної дисципліни «Нарисна геометрія» на тему «Перетин площин, заданих слідами» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Архітектура та містобудування» спеціальності 191 «Архітектура та містобудування» денної форми навчання [Електронне видання] / Пугачов Є. В., Зданевич В. А., Літницький С. І., Кундрат Т. М. – Рівне : НУВГП, 2021. – 26 с.

Укладачі: Пугачов Є. В., д.т.н., професор, професор кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки;
Зданевич В. А., старший викладач кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки;
Літницький С. І., к.т.н., доцент кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки;
Кундрат Т. М., к.т.н., доцент кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки.

Відповідальний за випуск: Ромашко В. М., д.т.н., професор, завідувач кафедри основ архітектурного проектування, конструювання та графіки.

Керівник групи забезпечення спеціальності 191 «Архітектура та містобудування»

д. арх., проф. Михайлишин О. Л.

© Пугачов Є. В., Зданевич В. А.,
Літницький С. І., Кундрат Т. М., 2021
© НУВГП, 2021

ЗМІСТ

Вступ	4
1. Основні теоретичні відомості	4
2. Вихідні дані для побудови перетину двох площин.....	6
3. Методичні вказівки	11
3.1. Площини, задані слідами.....	11
3.2. Площини, задані трикутником і слідами	18
4. Питання для самостійної підготовки.....	25
Список рекомендованої літератури	26

ВСТУП

Методичні вказівки до виконання практичних робіт з навчальної дисципліни «Нарисна геометрія» розроблені відповідно до робочої програми для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Архітектура та містобудування» спеціальності 191 «Архітектура та містобудування» денної форми навчання.

Методичні вказівки містять основні теоретичні відомості, вихідні дані до завдання, методику побудови та приклади побудови прямої перетину двох площини, заданих слідами або трикутником і слідами, питання для самостійної підготовки, список рекомендованої літератури.

Завдання виконуються олівцем на А3 форматі альбомної орієнтації. Вихідні дані та результати виділяються потовщеною лінією. Допоміжні побудови показують тонкою лінією твердим олівцем.

1. ОСНОВНІ ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Положення площини в просторі можна задати слідами. **Слідами площини** називають лінії перетину площини з площинами проєкцій (рис. 1).

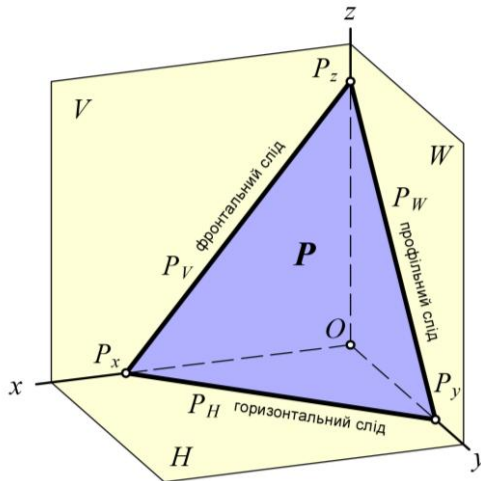


Рис. 1

В загальному випадку площина має три сліди (рис. 1): **горизонтальний** слід P_H – перетин площини P з горизонтальною площиною проєкцій H ; **фронтальний** слід P_V – перетин площини P з фронтальною площиною проєкцій V ; **профільний** слід P_W – перетин площини P з профільною площиною проєкцій W . Сліди площини P перетинаються попарно на осях в точках P_x , P_y , P_z , що називають **точками сходу слідів** площини (рис. 1, 2). На рисунку 2 зображено сліди та точки сходу слідів тієї ж площини P на епюрі.

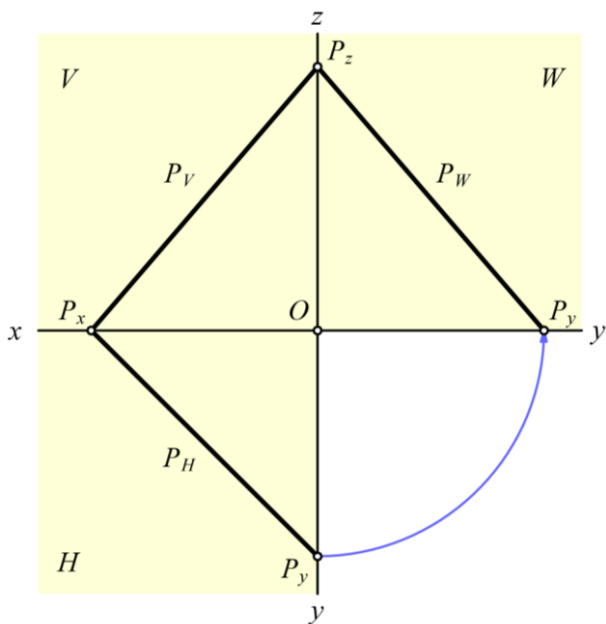


Рис. 2

Побудова лінії перетину площин є однією із основних задач нарисної геометрії.

При розв'язанні задач перетину двох площин можливі такі випадки:

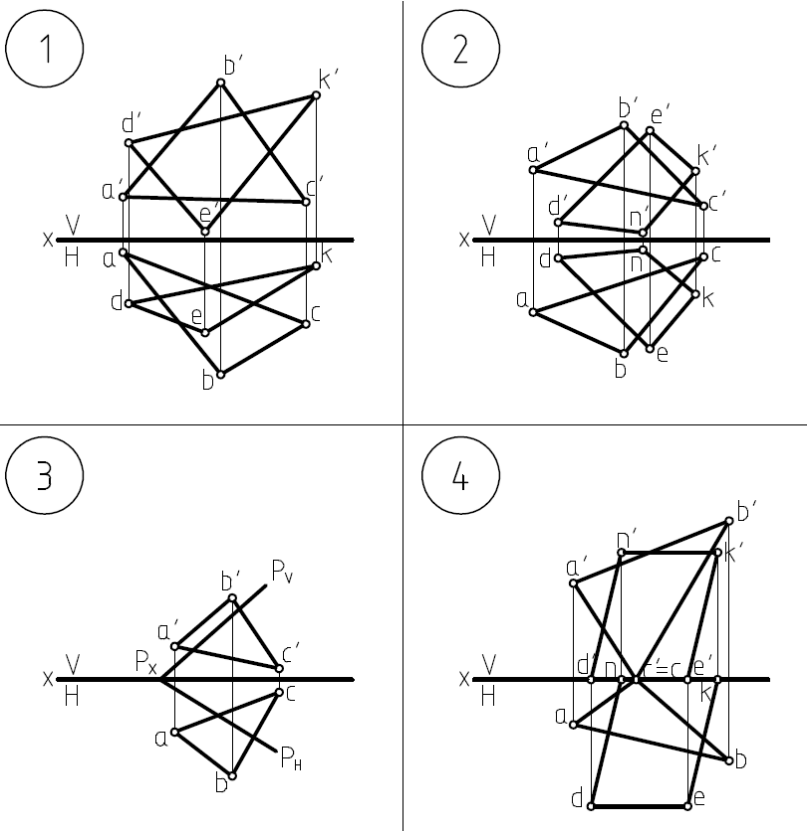
- обидві площини є проєкціюючими відносно однієї й тієї ж площини проєкцій;
- одна з площин – проєкціююча, а інша – загального положення;
- обидві площини загального положення.

2. ВИХІДНІ ДАНІ ДЛЯ ПОБУДОВИ ПЕРЕТИНУ ДВОХ ПЛОЩИН

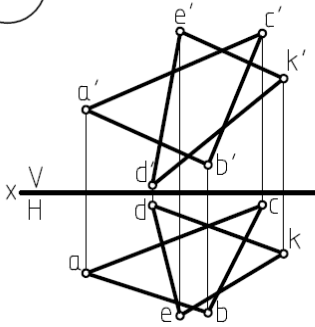
Завдання. Побудувати пряму перетину двох площин, заданих різними способами.

Вихідні дані до завдання обираються за таблицею 1 відповідно до номеру варіанту, що співпадає з номером за порядком у списку в журналі.

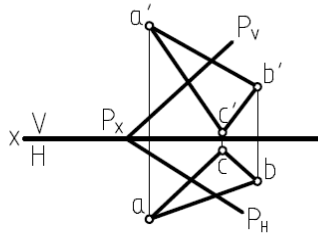
Таблиця 1



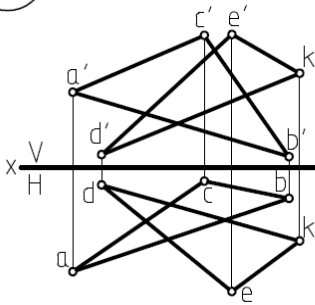
5



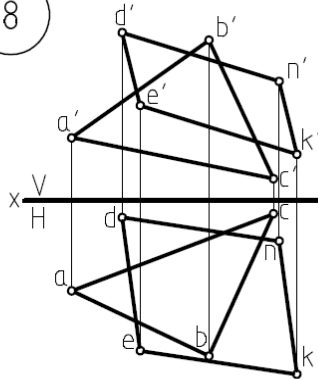
6



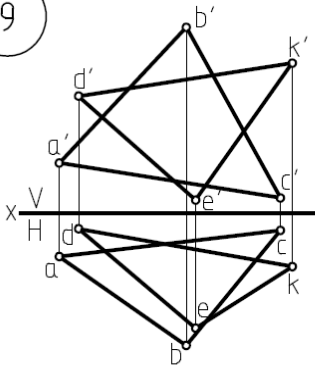
7



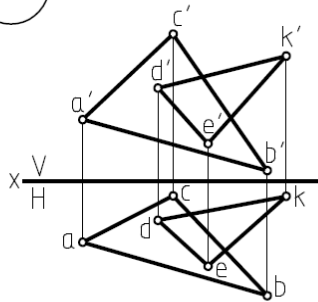
8



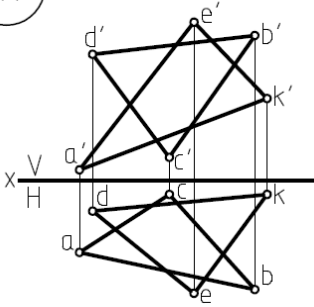
9



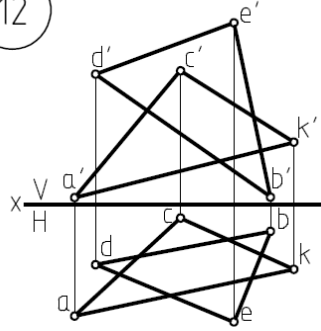
10



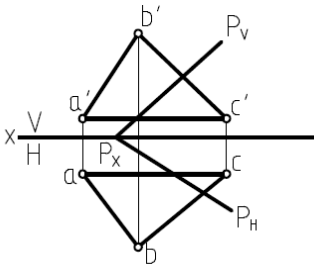
11



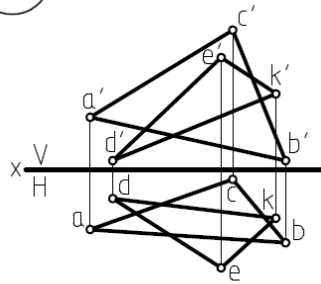
12



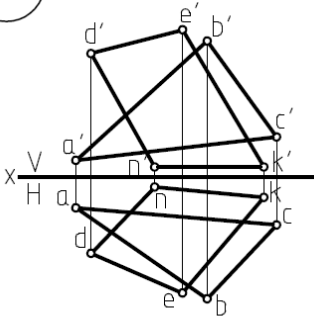
13



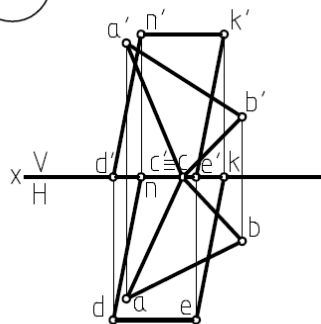
14



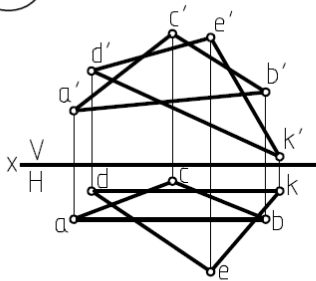
15



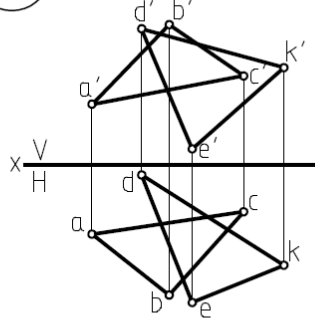
16



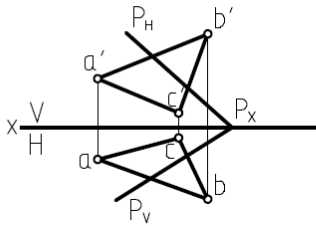
17



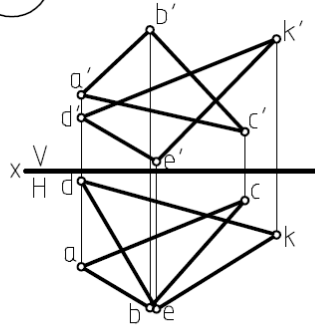
18



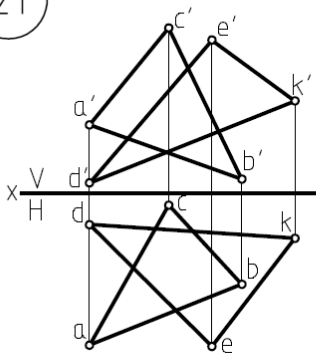
19



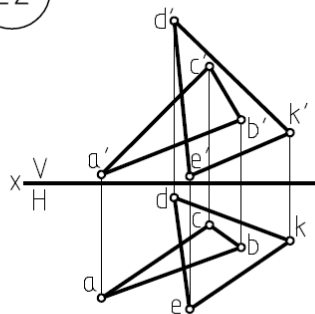
20



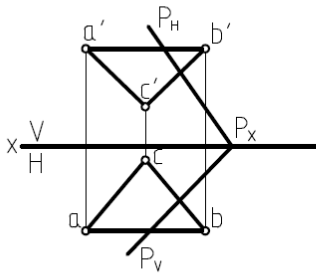
21



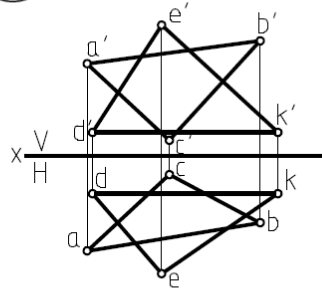
22



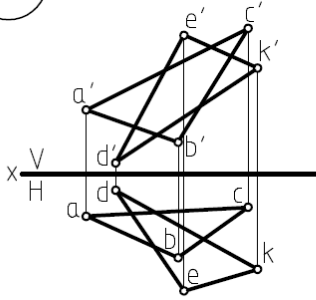
23



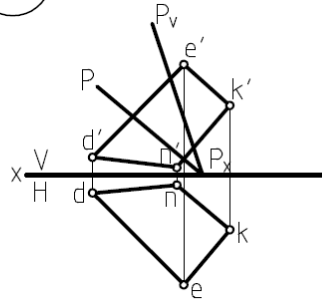
24



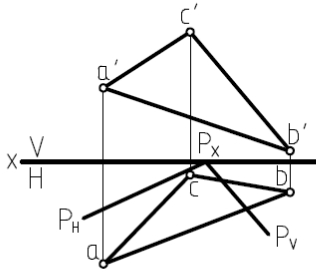
25



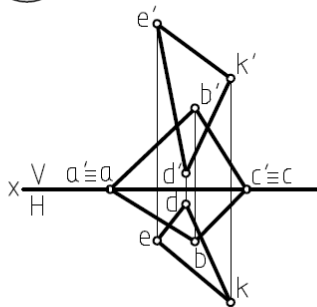
26



27



28



3. МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

3.1. ПЛОЩИНИ, ЗАДАНІ СЛІДАМИ

Нехай задано площини P і S їх фронтальними і горизонтальними слідами (рис. 3). Визначити пряму перетину площин.

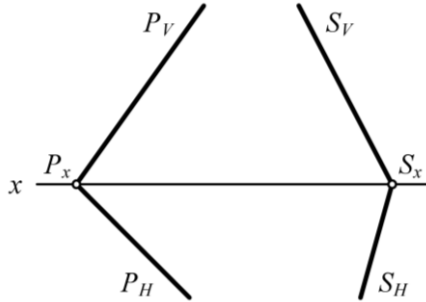


Рис. 3

Дві площини P і S перетинаються вздовж прямої, показаної на рисунку 4 потовщеною лінією синього кольору, для побудови якої необхідно визначити дві точки I та 2 .

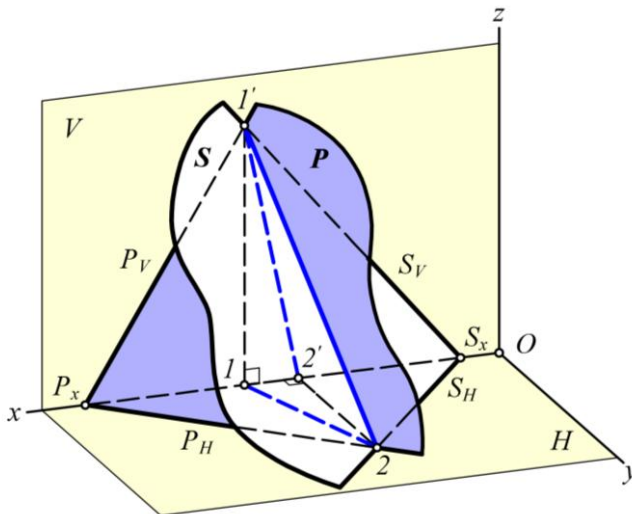


Рис. 4

На рис. 5, *а* фронтальні сліди площин перетинаються в точці I' , а горизонтальні сліди – в точці 2 .

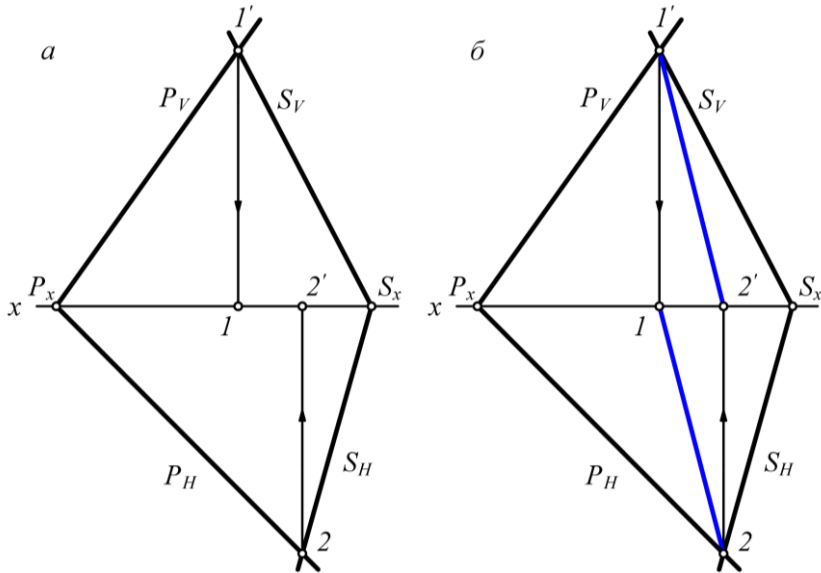


Рис. 5

Оскільки точка I' лежить у фронтальній площині проєкцій, то її горизонтальна проєкція (точка I) лежить на осі x . Відповідно точка 2 лежить у горизонтальній площині проєкцій, а її фронтальна проєкція (точка $2'$) теж лежать на осі x . Отже, маємо пряму $I2$ перетину площин P та S , наведену на рис. 5, *б* потовщеною лінією синього кольору.

Якщо однойменні сліди не перетинаються в межах креслення, як це показано на рис. 6, то можна перетнути їх січними площинами – **спосіб допоміжних січних площин**. Краще – площинами рівня, оскільки тоді в перетині будуть лінії рівня (фронталі або горизонталі).

На рис. 6 площини P і S перетнуті горизонтальними січними площинами R (рис. 6, а) і T (рис. 6, б).

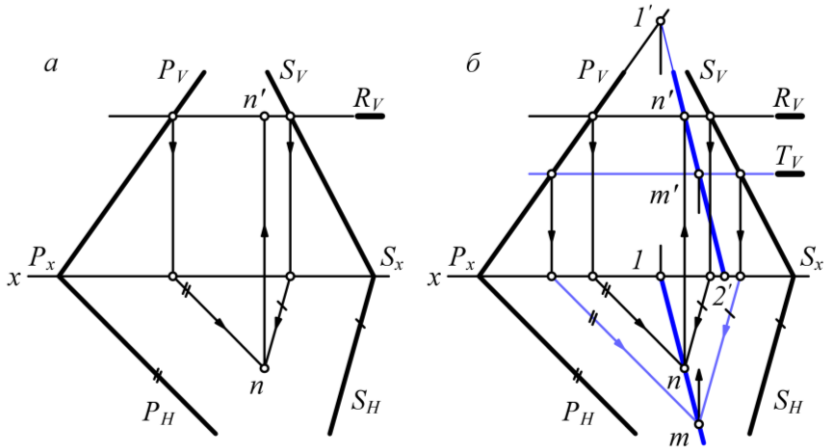


Рис. 6

Фронтальні сліди R_V та T_V в перетині з фронтальними слідами P_V і S_V заданих площин дають фронтальні проєкції точок, горизонтальні проєкції яких інцидентні осі x . Через них проходять горизонтальні проєкції горизонталей, за якими площини R і T перетинають задані площини. Відповідні пари горизонтальних проєкцій горизонталей в перетині і визначають пряму перетину MN , яка, звісно збігається з прямою перетину $I2$, яку визначали способом, описаним вище.

Задача також може бути розв'язана з використанням допоміжних січних площин рівня, але не горизонтальних, а фронтальних.

На рис. 7, а показано, як замість допоміжної площини рівня можна використати допоміжну січну площину загального положення S_I , паралельну заданій площині S . Вона перетинає задану площину P по прямій, паралельній прямій перетину заданих площин P та S (рис. 7, б). Визначивши напрям фронтальної і горизонтальної проєкцій прямої перетину, визначають положення точок I і $2'$ (відлізка $P_x S_x$), скориставшись відношенням, в якому точки I_1 і $2'_1$ ділять відрізок $P_x S_{Ix}$.

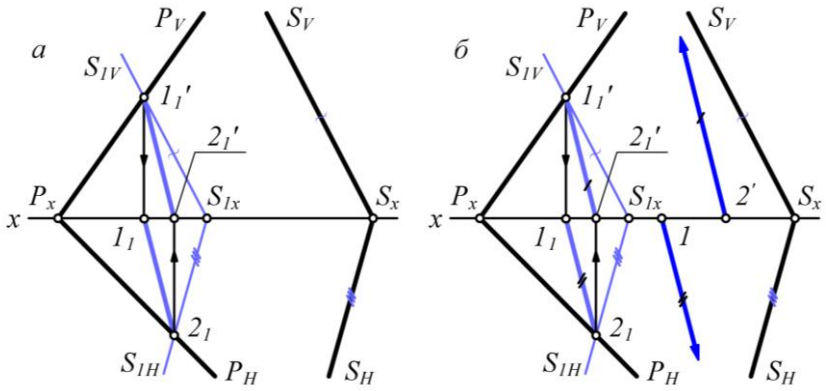


Рис. 7

Якщо одна з площин, заданих слідами, займає проєкціуюче положення (площина S), то проєкція лінії перетину площин P і S співпадатиме з відповідним слідом проєкціуючої площини (на рис. 8 – з горизонтальним слідом S_H площини S).

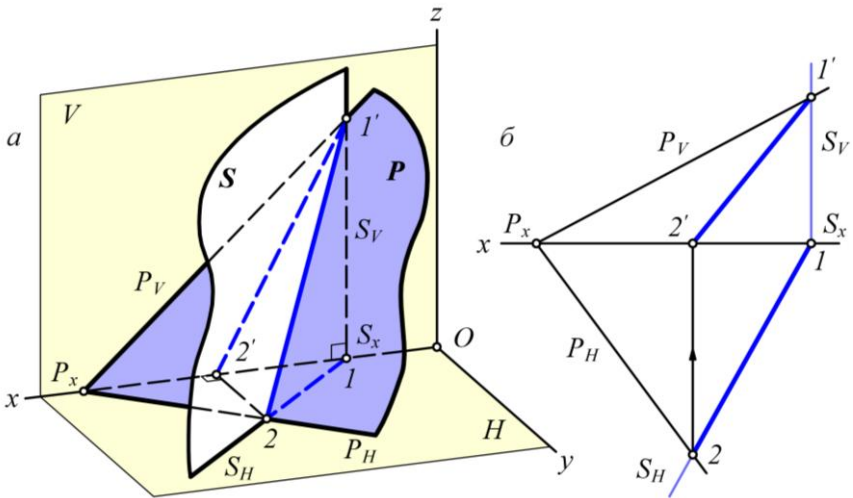


Рис. 8

Зауважимо, що при обертанні площини S відносно прямої перетину площин змінюється положення точки сходу слідів S_x , фронтальний і горизонтальний сліди площини S , але проекція прямої перетину на фронтальну і горизонтальну площини проекцій залишається незмінною (потовщена лінія синього кольору на рис. 8, рис. 9, а; б).

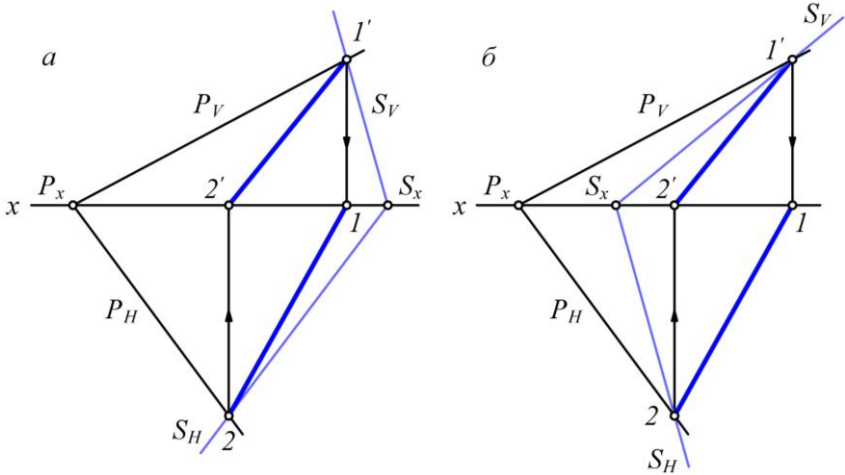


Рис. 9

На рис. 10 наведено побудову лінії перетину двох горизонтально проєкціюючих площин, заданих слідами, причому на рис. 10, б горизонтальні сліди площин P та S перетинаються вище осі x .

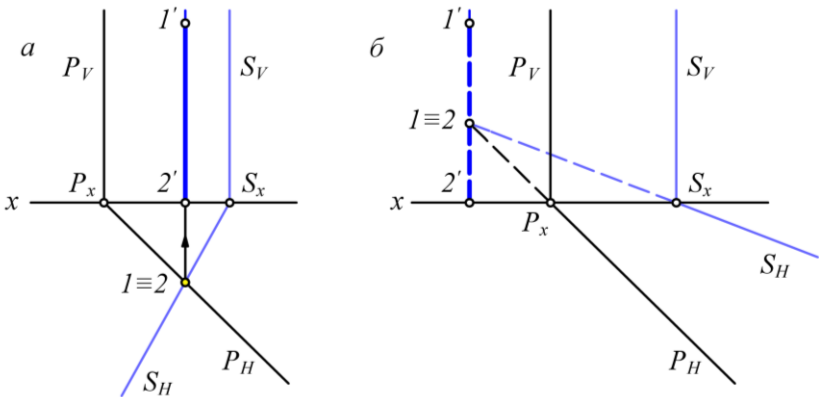


Рис. 10

На рис. 11 зображено перетин двох площин P і S , горизонтальні сліди яких паралельні. Пряма перетину при цьому є горизонталлю, що паралельна горизонтальним слідам площин (на рисунку – лінія синього кольору).

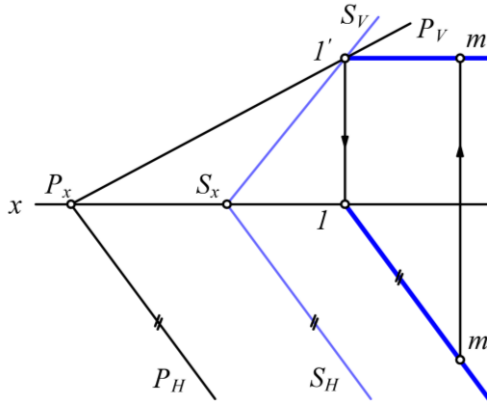


Рис. 11

На рис. 12 показано перетин двох площин загального положення, заданих слідами, горизонтальні сліди яких перетинаються вище осі x .

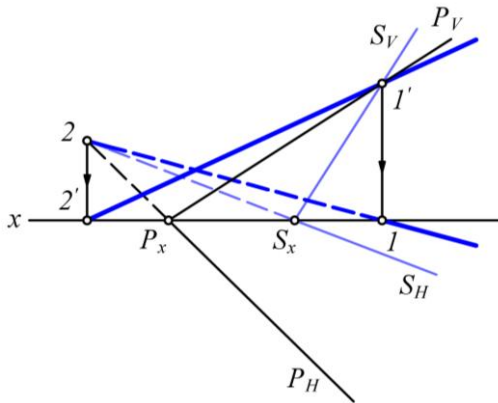


Рис. 12

На рис. 13 для визначення прямої перетину використовується *спосіб допоміжного косокутного проєкціювання*. Проєкціювання відбувається за напрямом фронтального сліду S_V площини S . Оскільки горизонтальна проєкція фронтального сліду S_V збігається з віссю x , то горизонтальною проєкцією напрямку проєкціювання буде S_0 . За такого напрямку проєкціювання площина S спроекціюється на свій горизонтальний слід S_H , тобто – в пряму.

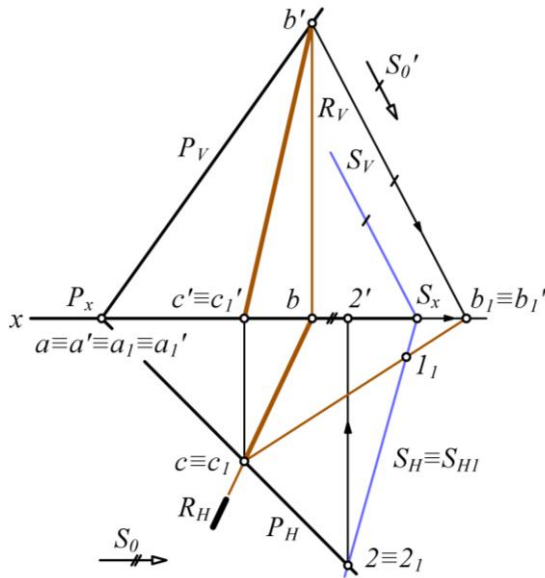


Рис. 13

Одна точка прямої перетину площин (точка 2) визначена як перетин їх горизонтальних слідів P_H та S_H . А для визначення другої точки перетину (точки 1) площина P перетинається довільною горизонтально проєкціюючою площиною R . Перетин площин P і R – пряма BC . Проєкціюючи дану пряму за напрямом проєкціювання, отримаємо пряму B_1C_1 , яка в перетині з слідом S_{H1} дає точку 1_1 . Точка 1_1 в результаті зворотного перетворення дає другу шукану точку 1 прямої перетину площин (рис. 14).

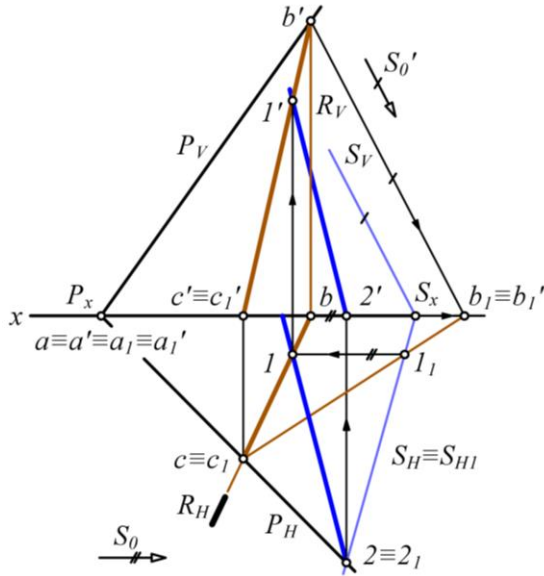


Рис. 14

3.2. ПЛОЩИНИ, ЗАДАНІ ТРИКУТНИКОМ І СЛІДАМИ

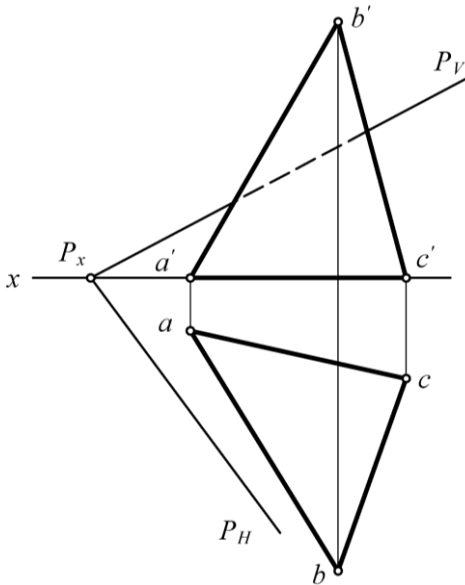


Рис. 15

Нехай задано площина у вигляді трикутника ABC , сторона AC якого лежить у горизонтальній площині проєкцій, і площина P – фронтальним P_V та горизонтальним P_H слідами (рис. 15).

Спочатку задані площини перетинають допоміжною горизонтальною площиною S (рис. 16). В перетині з трикутником ABC отримують пряму 12 , а в перетині з площиною P – горизонталь, горизонтальна проекція якої паралельна горизонтальному сліду площини P_H (на рис. 16 – лінії синього кольору). Горизонтальні проекції прямої 12 та горизонталі перетинаються в точці m , яка і належить прямій перетину площин. Фронтальна проекція точки m' лежить у січній площині S і належить фронтальній проекції прямої перетину площин ABC і P .

Аналогічно визначають ще одну точку прямої перетину – точку n , перетнувши задані площини допоміжною горизонтальною площиною U (рис. 17). Допоміжна площина перетинає площину ABC по прямій 34 , а площину P – по горизонталі. Горизонтальні проекції горизонталі та прямої 34 і задають положення точки n (її горизонтальну проекцію). Пряма mn є горизонтальною проекцією прямої перетину заданих площин, а $m'n'$ – фронтальною проекцією.

Частина, від лінії перетину до основи AC , трикутника стає невидимою, як і частина фронтально сліду P_V (рис. 17). На рис. 18 зображено загальну побудову.

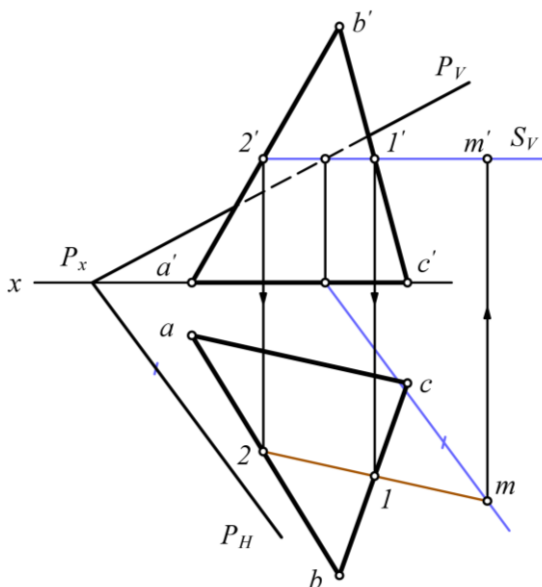


Рис. 16

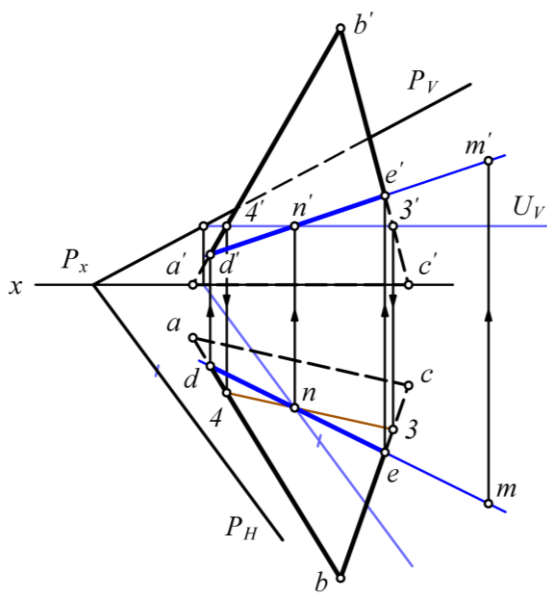


Рис. 17

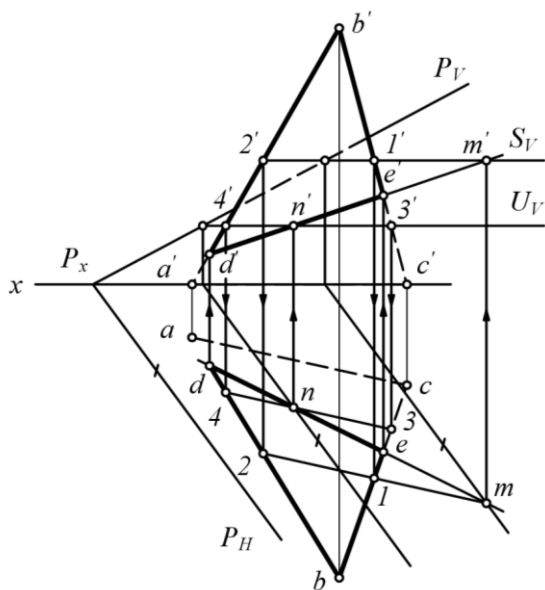


Рис. 18

На рис. 19 січні фронтально проєкціюючі площини S та U проведені через сторони трикутника AB , BC . Ці площини перетинають площину P по прямим 12 і 34 (точки 1 і 2 є перетинами відповідних слідів площин P та U , а точки 3 і 4 – площин P та S). Горизонтальні проєкції прямих 12 і 34 в перетині з горизонтальними проєкціями сторін bc та ba дають точки e і d , які і утворюють горизонтальну проєкцію прямої перетину. Їх фронтальні проєкції належать фронтальним проєкціям відповідних сторін трикутника.

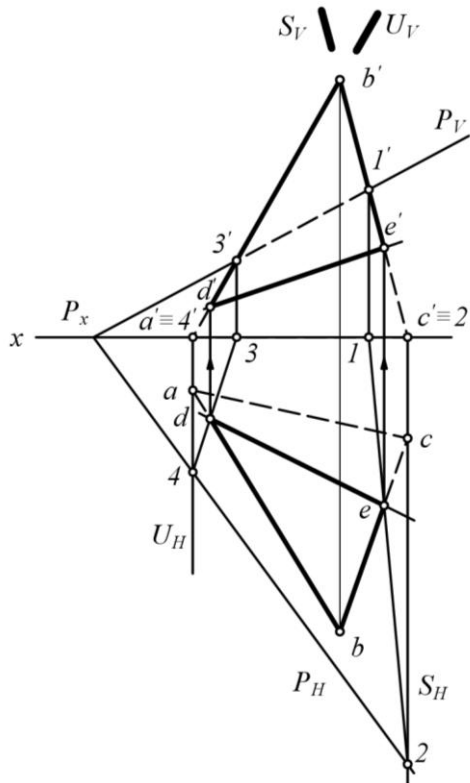


Рис. 19

Використання **способів перетворення проєкцій** для розв'язання цієї ж задачі не відрізняється принципово від випадку, коли обидві площини були задані у вигляді трикутників.

Побудова навіть спрощується, оскільки в площині P не треба будувати горизонталь чи фронталь, оскільки вони вже задані – це горизонтальний і фронтальний сліди площини. Тому застосовуючи **спосіб заміни площин проєкцій** нову вісь x_1 розміщують (рис. 20) перпендикулярно горизонтальному сліду P_H , замінюючи фронтальну площину V на нову фронтальну площину V_1 , в якій зберігаються координати Z всіх точок.

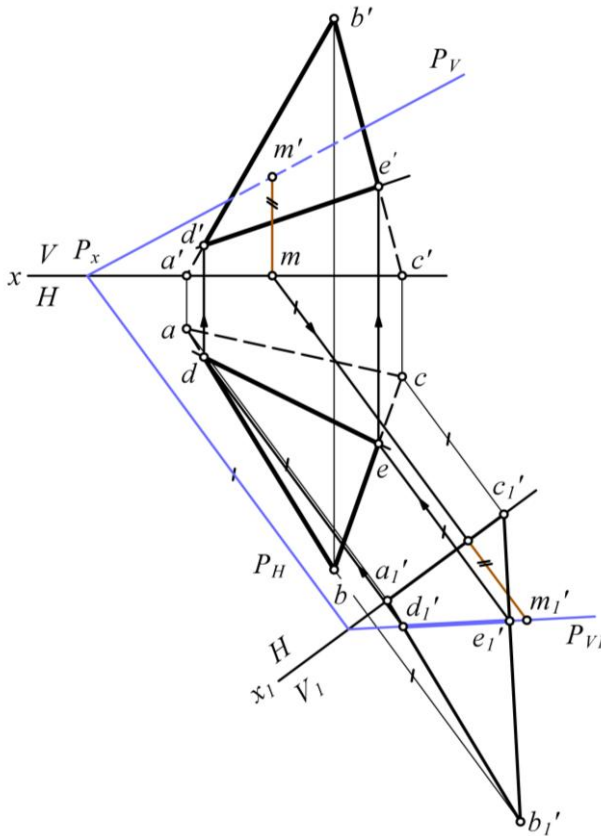


Рис. 20

Нове положення фронтального сліду P_{V1} визначають за допомогою довільної точки M , яку задають на фронтальному сліді площини P_V (рис. 20) (координата Z точки на фронтальних площинах проєкцій V та V_1 – незмінна). В результаті такої заміни

площина P стає фронтально проєкціуючою, і її новий фронтальний слід P_{V1} в перетині з новими проєкціями сторін трикутника дає точки e_1' і d_1' , які утворюють фронтальну проєкцію прямої перетину в новій системі проєкційних площин H і V_1 . Отримана пряма перетину за лініями проєкційного зв'язку переноситься на горизонтальну і фронтальну проєкції трикутника ABC .

На рис. 21 проілюстровано розв'язання цієї задачі **способом плоско-паралельного переміщення**. Новий горизонтальний слід площини P_{H1} розмішують перпендикулярно осі x (при цьому він повертається на кут φ), і площина стає фронтально проєкціуючою. Під час такого переміщення зберігаються координати Z всіх точок, розміри елементів горизонтальної проєкції та їх відносне положення. Нове положення фронтального сліду P_{V1} визначається, як і в попередньому випадку, довільною точкою M , яку задають на фронтальному сліді площини. В новому положенні перетин площин визначається перетином сліду P_{V1} з новими проєкціями сторін трикутника (точки e_1' і d_1').

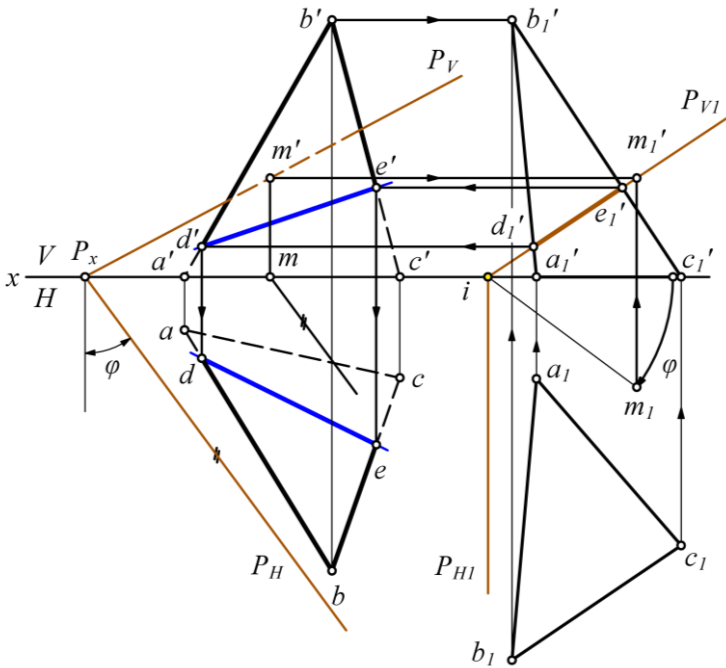


Рис. 21

Рис. 22 ілюструє використання способу косокутного допоміжного проєкціювання.

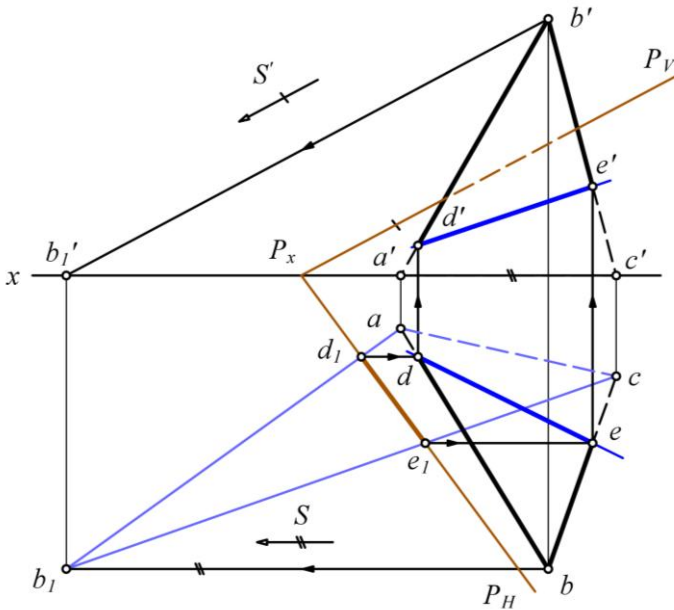


Рис. 22

Напрямок проєкціювання збігається з прямою площини P , а саме, з фронтальним слідом площини P_V (горизонтальна проєкція фронтального сліду збігається з віссю x). Проєкціювання відбувається на горизонтальну площину проєкцій H . Після такого проєкціювання площина P перетворилася на пряму, яка збіглася з горизонтальним слідом P_H , а трикутник перетворився на трикутник acb_1 (сторона ac лежить у горизонтальній площині проєкцій, тому вона залишилась нерухомою). Перетин площин – пряма d_1e_1 – зворотним проєкціюванням повернута на горизонтальну проєкцію трикутника, а звідти за лініями проєкційного зв'язку – на фронтальну проєкцію.

4. ПИТАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ ПІДГОТОВКИ

1. Що таке ортогональна проєкція точки?
2. Скільки координат точки необхідно, щоб задати положення точки у тривимірному просторі?
3. Скільки ортогональних проєкцій точки задають її положення у тривимірному просторі?
4. Що задають дві точки – пряму чи відрізок?
5. Які прямі окремого положення ви знаєте? А площини?
6. Які існують прямі за їх взаємним положенням?
7. Як можна задати площину?
8. Що таке слід прямої? Площини? Як їх побудувати?
9. Які головні лінії площини ви знаєте? Їх властивості.
10. Як побудувати перетин двох площин?

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

Базова

1. Дольський Є. С., Євстифеев М. Ф. Збірник задач з нарисної геометрії. Київ : Держбудвидав УРСР, 1961. 196 с.
2. Климухин А. Г. Сборник задач по начертательной геометрии. Москва : Стройиздат, 1982. 216 с.
3. Короев Ю. И. Начертательная геометрия. Москва : Стройиздат, 1987. 319 с.
4. Короев Ю. И., Котов Ю. В., Оrsa Ю. Н. Сборник задач и заданий по начертательной геометрии. Москва : Стройиздат, 1989. 176 с.
5. Нарисна геометрія / Михайленко В. Є., Євстифеев М. Ф., Ковальов С. М., Кашченко О. В. Київ : Вища школа, 2004. 303 с.

Допоміжна

1. Методичні вказівки та завдання до виконання практичних робіт та самостійної роботи з навчальної дисципліни “Нарисна геометрія” для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за спеціальністю 191 “Архітектура та містобудування” денної форми навчання. Побудова ліній перетину схилів даху. 03-07-61 / Пугачов Є. В., Зданевич В. А., Кундрат Т. М., Літницький С. І. Рівне : НУВГП, 2019. 30 с.
2. Русскевич Н. Л. Начертательная геометрия. Київ : Вища школа, 1978. 312 с.
3. Тимрот Е. С. Начертательная геометрия. Москва : Госстройиздат, 1962. 280 с.

Інформаційні ресурси

1. Національна бібліотека ім. В. І. Вернадського. URL: <http://www.nbuv.gov.ua/>
2. Рівненська обласна універсальна наукова бібліотека (м. Рівне, майдан Короленка, 6). URL: <http://www.libr.rv.ua/>
3. Наукова бібліотека НУВГП (м. Рівне, вул. Олекси Новака, 75). URL: <http://nuwm.edu.ua/naukova-biblioteka>
4. Цифровий репозиторій НУВГП. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/view/types/metods/>