МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ

Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та обчислювальної техніки

Кафедра автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій

04-03-333М

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання курсової роботи з навчальної дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» денної та заочної форм навчання

Рекомендовано науково-методичною радою з якості ННІ АКОТ
Протокол № 3 від 31.01.2022 р.

Рівне – 2022

Методичні вказівки до виконання курсової роботи з навчальної дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» денної та заочної форм навчання / Рудик А.В., Кулик Н.І. – Рівне: НУВГП, 2022. – 62 с.

Укладачі:

Рудик А.В. професор кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій, доктор технічних наук, доцент

Кулик Н.І. доцент кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій, кандидат технічних наук

Відповідальний за випуск:
Древецький В.В., завідувач кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій, доктор технічних наук, професор

Керівник групи забезпечення:
Василець С.В., професор кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій, доктор технічних наук, професор

© Рудик А.В.,
Кулик Н.І., 2022
© НУВГП, 2022

ЗМІСТ

1 ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ……..……...…….. 4
1.1 Загальні відомості…….. 4
1.2 Основні вимоги до курсової роботи…….……. 4
1.3 Завдання до курсової роботи……. 4
1.4 Основні вимоги до вмісту пояснювальної записки…… 4
2 ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ……...… 5
2.1 Вимоги до оформлення пояснювальної записки…… 5
2.2 Вимоги до оформлення презентації курсової роботи……..…. 6
3 ПОРЯДОК ЗАХИСТУ КУРСОВОЇ РОБОТИ……...…….…… 6
3.1 Захист курсової роботи……..……. 6
3.2 Оцінювання курсової роботи……..……... 7
4. ЗАВДАННЯ ДО КУРСОВОЇ РОБОТИ……..……. 8
5. МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ ДО ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ……..……. 16
6. ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ…….……. 32
ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ……..……. 55
Додаток А. Титульна сторінка……. 57
Додаток Б. Завдання на курсову роботу……...…….. 58
Додаток В. Приклад оформлення переліку посилань…….. 61
Додаток Г. Форма листа зауважень…… 62

1 ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

1.1 Загальні відомості

Курсова робота (КР) виконується з метою узагальнення теоретичних відомостей та практичних навичок, отриманих здобувачами вищої освіти під час лекційних, практичних та лабораторних занять. На виконання курсової роботи з навчальної дисципліни «Теоретичні основи електротехніки» відводиться 3 кредити.

Курсова робота виконується здобувачем вищої освіти самостійно. Викладач консультує студента з найбільш складних питань та контролю виконання роботи.

В ході виконання курсової роботи здобувач вищої освіти має *проаналізувати режими роботи електричного кола змінного струму, визначити його параметри та характеристики, визначити характеристики електричного сигналу складної форми та отримати відгук електричного кола на такий складний електричний сигнал.*

Здобувач вищої освіти отримує завдання на курсову роботу та календарний план її виконання із зазначенням черговості та термінів виконання окремих етапів, остаточного оформлення і подання роботи до захисту перед комісією. Календарний план складається у двох примірниках, підписується здобувачем і ухвалюється керівником. Один примірник знаходиться у виконавця, другий – передається керівникові роботи, який контролює хід виконання. При систематичному зриві термінів виконання календарного плану максимальна кількість балів за кожний етап зменшується на 50% а керівник, у разі необхідності, звертається до завідувача кафедри або в деканат для прийняття відповідних заходів. Графік захистів курсових робіт доводиться до відома здобувачів на початку семестру (зазвичай це останній навчальний тиждень семестру).

Здобувач вищої освіти має право приймати рішення, що не рекомендуються викладачем, але при цьому зобов'язаний захистити їх правильність перед комісією під час захисту курсової роботи.

Виконана курсова робота реєструється на кафедрі у журналі реєстрації, після чого захищається перед комісією

1.2 Основні вимоги до курсової роботи

Курсова робота складається з пояснювальної записки.

Обсяг пояснювальної записки має складати **30…40 сторінок** друкованого тексту формату А4 (297х210 мм), включаючи титульну сторінку, завдання, зміст, розрахунки, таблиці, рисунки та перелік посилань.

1.3 Завдання до курсової роботи

Індивідуальні завдання видаються викладачем на початку семестру. Керівник курсової роботи може видати тему в контексті студентської науково-дослідної роботи, що пов’язана з аналізом і синтезом лінійних електричних кіл змінного струму.

1.4 Основні вимоги до вмісту пояснювальної записки

Пояснювальна записка має включати такі елементи:

- титульна сторінка;
- завдання;
- звіт UniCheck про наявність текстових збігів;
- зміст;
- перелік умовних скорочень (не є обов’язковим);
- вступ;
- основна частина;
- загальні висновки;
- перелік посилань;
- додаток А – Лист зауважень;
- додатки (не є обов’язковими).

2 ВИМОГИ ДО ОФОРМЛЕННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

2.1 Вимоги до оформлення пояснювальної записки

Структура та оформлення пояснювальної мають відповідати нормам [21]. Текст пояснювальної записки має бути написаний чітко та грамотно з використанням текстового редактора Microsoft Word (шрифт Times New Roman, розмір 14, міжрядковий інтервал 1,5, відступ першого рядка – 1,25 см, відступи між абзацами відсутні). Друкується робота на одній стороні аркушів формату А4 (210х297 мм) з основним написом.

Титульна сторінка КР оформлюється згідно з додатком А, завдання на КР – згідно з додатком Б. Сторінки пояснювальної записки слід нумерувати арабськими цифрами, дотримуючись наскрізної нумерації по всьому тексту.

Заголовки структурних елементів і розділів необхідно розміщувати посередині рядка і друкувати великими літерами без крапки в кінці. Заголовки підрозділів, пунктів і підпунктів необхідно починати з абзацу. Не можна розміщувати заголовок у нижній частині аркуша, якщо після нього залишається тільки один рядок тексту. Скорочення й перенесення слів у заголовках не допускається.

Розділи, підрозділи, пункти та підпункти нумерують арабськими цифрами. Номер підрозділу складається з номера розділу та порядкового номера підрозділу, розділених крапкою, наприклад, 1.1, 1.2 тощо. Номер пункту складається з номера розділу, номера підрозділу (якщо він є) і порядкового номера пункту, розділених крапками. Назви таких структурних елементів як «ЗМІСТ», «ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ», «ВСТУП», «ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ», «ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ» не нумерують.

Ілюстрації й таблиці необхідно розміщувати безпосередньо після тексту, в якому вони згадуються вперше, або на наступній сторінці. На всі ілюстрації та таблиці мають бути посилання у тексті. Всі ілюстрації, які виносяться на захист, необхідно навести в основній частині КР чи в додатках. Рисунки, графіки, схеми, діаграми мають відповідати вимогам стандартів [22-27].

Назви рисунків і таблиць нумерують арабськими цифрами в межах кожного розділу, наприклад: «Рисунок 1.2 – Розрахункова електрична схема» - другий рисунок першого розділу, «Таблиця 1.3 – Порівняння результатів розрахунків» - третя таблиця першого розділу тощо. Назви рисунків розміщують у центрі під рисунками,

а назви таблиць – з лівого боку над таблицями. Посилання на рисунки та таблиці здійснюється так: «… на рис. 1.2 …», «… у табл. 1.3 …».

Формули та рівняння наводять посередині рядка, з відступом зверху та знизу не менше одного рядка. Номер формули або рівняння складається з номера розділу та їх порядкового номера, розділених крапкою. Номер ставлять у дужках напроти формули у крайньому правому положенні рядка. Наприклад, (2.1) – перша формула другого розділу. Розшифрування символів та числових коефіцієнтів формул слід наводити безпосередньо під формулою, у тій самій послідовності, у якій вони подані у формулі. Перший рядок пояснення починають словом "де" без двокрапки. Пояснення кожного символу необхідно починати з нового рядка.

Додатки розміщують у порядку посилань на них у тексті записки. Кожен додаток має починатися з нового аркуша. Додатки слід позначати послідовно такими великими літерами української абетки: А, Б, В, Г, Д, Е, Ж, З, И, К, Л, М, Н, П, Р, С, Т, У, Ф, Х, Ц, Ш, Щ, Ю, Я. Наприклад, додаток А, додаток Б тощо. Єдиний додаток позначається як додаток А. Додатки повинні мати спільну з рештою матеріалів пояснювальної записки наскрізну нумерацію аркушів.

Перелік посилань на літературні джерела оформлюють відповідно до вимог стандарту [28] і наводять з нового аркуша в порядку їх згадування в тексті пояснювальної записки. Приклад оформлення переліку посилань наведено у додатку В.

В якості додатка А до пояснювальної записки має виступати лист зауважень до КР, зразок оформлення якого наведено у додатку Г.

2.2 Вимоги до оформлення презентації курсової роботи

Презентація КР супроводжує публічну доповідь роботи та має ілюструвати основний зміст і основні результати роботи. Виконується в програмі Microsoft Power Point.

Презентація має включати титульний аркуш, необхідні схеми, графіки та діаграми, що ілюструють доповідь.

3 ПОРЯДОК ЗАХИСТУ КУРСОВОЇ РОБОТИ

3.1 Захист курсової роботи

Готовий файл з пояснювальною запискою до курсової роботи завантажується до системи Moodle з метою перевірки на наявність текстових збігів. Звіт про наявність текстових збігів підшивається до пояснювальної записки з курсової роботи.

Курсова робота захищається перед комісією у складі двох викладачів кафедри автоматизації, електротехнічних та комп’ютерно-інтегрованих технологій. До захисту допускаються здобувачі вищої освіти, що виконали пояснювальну записку в повному обсязі відповідно до вимог. Графік захистів доводиться до відома здобувачів заздалегідь. На захист необхідно представити:

– залікову книжку;

– сплетену пояснювальну записку;

– презентацію роботи.

Для усної доповіді здобувачеві надається **до 5 хвилин**. Доповідь має складатися з трьох частин: вступу, основної частини і висновків.

У вступі необхідно відзначити актуальність теми роботи, дати загальну характеристику електричному колу і сигналу та сформулювати мету роботи.

В основній частині доповіді в стислій формі необхідно викласти результати виконання роботи. Основну частину доповіді варто ілюструвати графічним матеріалом.

У заключній частині доповіді необхідно зробити загальні висновки.

Після доповіді здобувач відповідає на запитання членів комісії. При відповідях допускається використовувати пояснювальну записку.

Комісія оцінює виконану здобувачем роботу на підставі представленої пояснювальної записки, виступу і відповідей на запитання. При визначенні оцінки роботи до уваги береться рівень теоретичної й практичної підготовки здобувача.

3.2 Оцінювання курсової роботи

Основними критеріями, що характеризують рівень компетентності здобувача при оцінюванні результатів виконання курсової роботи, є:

- виконання завдання на КР в повному обсязі;
- глибина і характер знань навчального матеріалу за змістом навчальної дисципліни, що міститься в основних та додаткових рекомендованих літературних джерелах;
- вміння аналізувати явища, які досліджувалися, у їх взаємозв’язку і розвитку;
- характер відповідей на поставлені питання (чіткість, лаконічність, логічність, послідовність тощо);
- вміння застосовувати теоретичні положення під час розв’язання практичних задач;
- вміння аналізувати достовірність одержаних результатів.

Оцінювання результатів КП проводиться за такими критеріями:

0% - завдання не виконано;

40% - завдання виконано частково та містить суттєві помилки методичного або розрахункового характеру;

60% - завдання виконано повністю, але містить суттєві помилки у розрахунках або в методиці;

80% - завдання виконано повністю і вчасно, проте містить окремі несуттєві недоліки (розмірності, висновки, оформлення тощо);

100% - завдання виконано правильно, вчасно і без зауважень.

Розподіл балів за виконання курсової роботи є таким:

№ з/п	Назва етапів курсової роботи	Кількість балів
1	Визначення загального опору електричного кола, напруг та струмів елементів кола. Складання балансу потужностей.	8

2	Визначення параметрів електричного кола як чотириполюсника, власної резонансної частоти та можливості настроювання в резонанс на задану частоту.	14
3	Визначення передавальної функції електричного кола та його частотних і часових характеристик.	12
4	Визначення характеристик неперіодичного та періодичного сигналів заданої форми.	12
5	Аналіз проходження сигналу через електричне коло.	10
6	Оформлення пояснювальної записки та презентації.	4
7	Захист курсової роботи.	40
	Разом	100

4 ЗАВДАННЯ ДО КУРСОВОЇ РОБОТИ

Для заданих схеми електричного кола змінного струму та форми неперіодичного і періодичного сигналів необхідно:

1.1. Розрахувати загальний опір електричного кола.

1.2. Скласти рівняння за законами Ома і Кірхгофа та визначити спади напруг на елементах електричного кола і струми, що через них протікають, при дії на вході гармонічної ЕРС.

1.3. Для розрахованого електричного кола скласти баланс потужностей.

2.1. Визначити A- та X-(Y-, Z-, h-, g- або b- відповідно до індивідуального завдання, табл. 2) параметри чотириполюсника на заданій частоті, враховуючи, що вихідною напругою кола є напруга на крайньому правому елементі схеми. Визначити параметри Т- та П-подібної схем заміщення чотириполюсника та навести дані схеми заміщення. Визначити характеристичні опори чотириполюсника з боку вхідних та вихідних затискачів, а також його повторний опір.

2.2. Для заданого електричного кола вивести умову резонансу та визначити резонансну частоту, замінивши елементи C_2 та L_1 резисторами з відповідними опорами реактивних елементів, заокругленими до десятків. Визначити індуктивність додаткової котушки (або ємність додаткового конденсатора) та спосіб її підключення (послідовне чи паралельне) до основної котушки індуктивності чи конденсатора резонансного контуру для того, щоб він був настроєний на частоту вхідного сигналу.

3.1. Визначити передавальну функцію та частотні характеристики (АЧХ і ФЧХ) електричного кола з двома реактивними елементами (за п.2.2). Побудувати графіки частотних характеристик.

3.2. Аналітично визначити часові характеристики (перехідну та імпульсну) електричного кола. Побудувати графіки часових характеристик.

4.1. Для неперіодичного сигналу знайти операторне зображення, спектральну густину і за її аналітичним виразом побудувати графіки розподілу спектральних густин амплітудно-частотного (АЧС) та фазо-частотного (ФЧС) спектрів (якщо кількість елементарних функцій розкладу складного неперіодичного сигналу більше 5, можна розглядати сигнал на інтервалі від 0 до 0.5τ або до 0.75τ; однак при виборі інтервалу потрібно, щоб кількість елементарних функцій була не менше 4).

4.2. Побудувати і пояснити, як зміниться АЧС і ФЧС, якщо сигнал, заданий в пункті 4.1, періодично продовжити з періодом $T = \left\lceil 5 + \frac{2 \cdot VV}{3} \right\rceil \cdot \tau$.

5. Аналітично визначити відгук електричного кола на неперіодичний сигнал, характеристики якого отримано в пункті 4.1, та побудувати спектр або часову діаграму вихідного сигналу кола.

Завдання на КР визначає викладач за допомогою восьми цифр – XX.YY.ZZ.VV, де XX – номер схеми, YY – номер неперіодичного сигналу, ZZ – номер варіанту параметрів елементів схеми (таблиця 1) а VV – номер варіанту параметрів сигналів (таблиця 2). Наприклад, завдання 05.12.03.08 означає, що потрібно розрахувати схему 05 для складного сигналу 12 за вихідними даними елементів схеми 03 та параметрами сигналів 08. На схемах параметри елементів вказані для ZZ=01. Для інших варіантів вихідних даних параметри елементів представлені в таблиці 1.

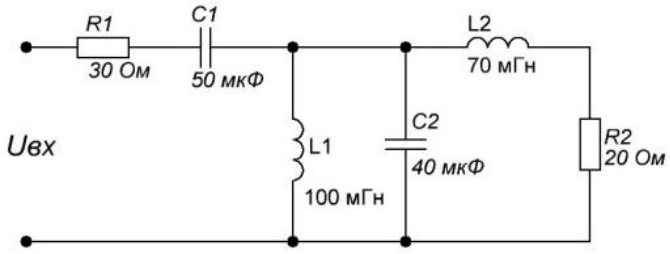


Схема 01

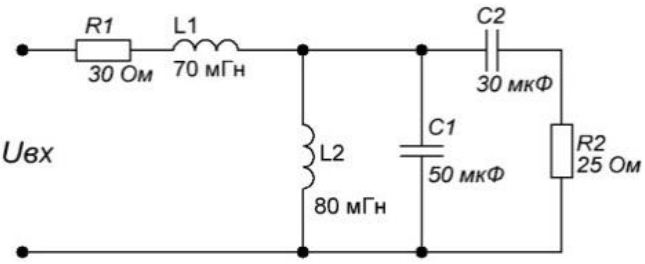


Схема 02

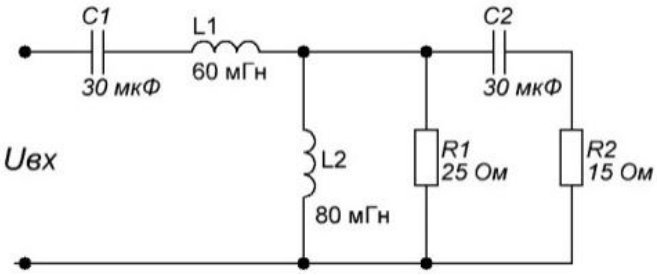


Схема 03

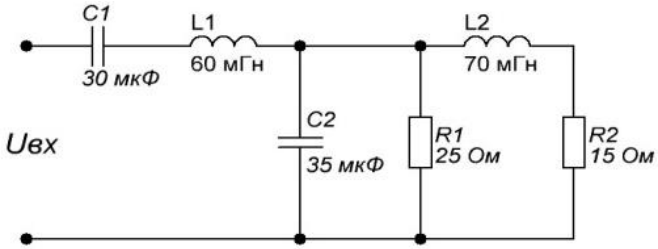


Схема 04

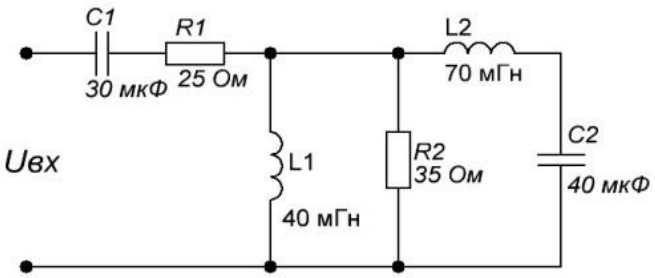


Схема 05

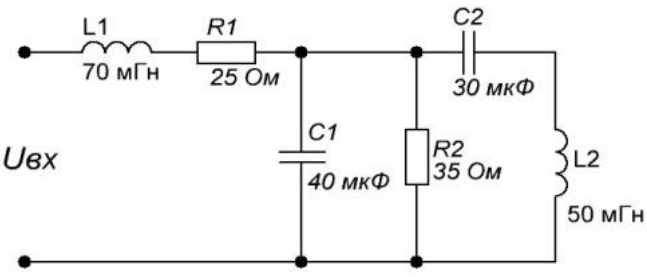


Схема 06

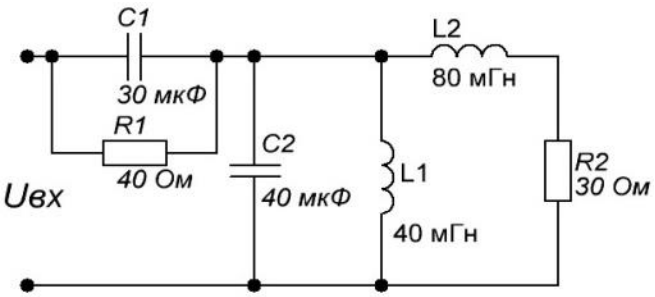


Схема 07

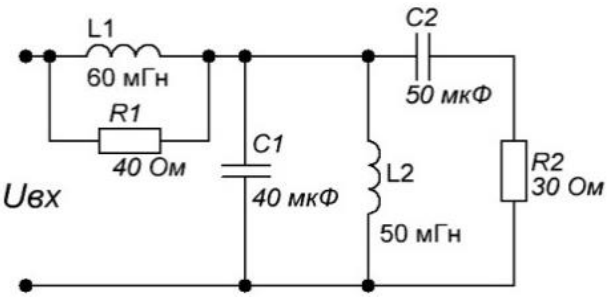


Схема 08

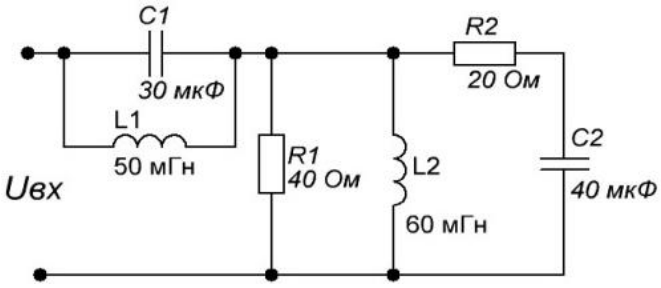


Схема 09

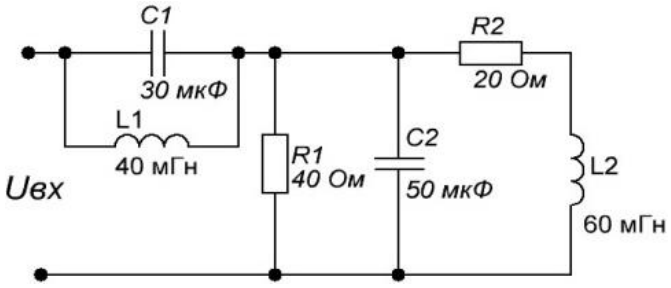


Схема 10

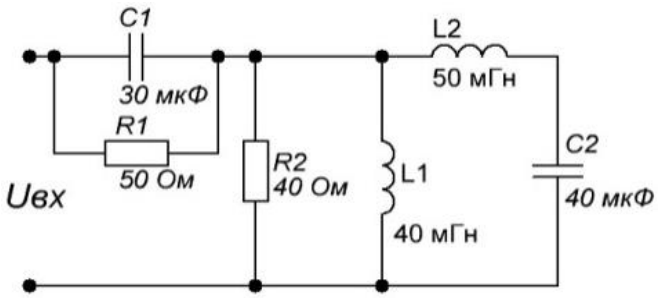


Схема 11

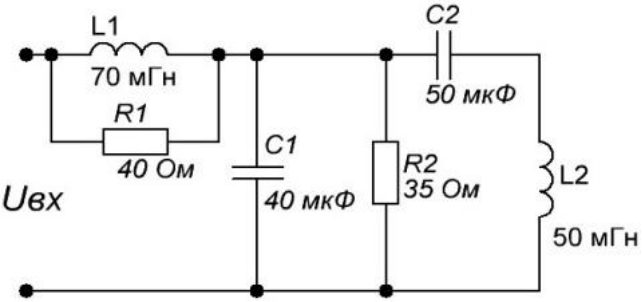


Схема 12

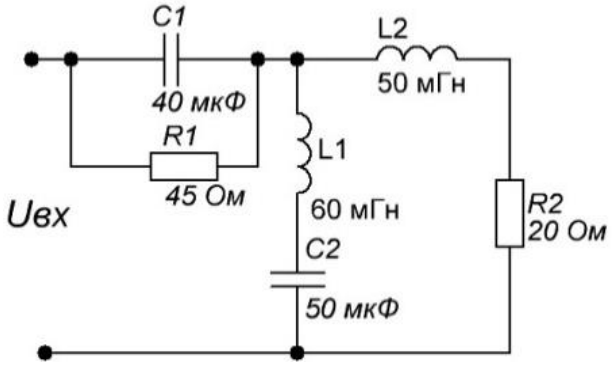


Схема 13

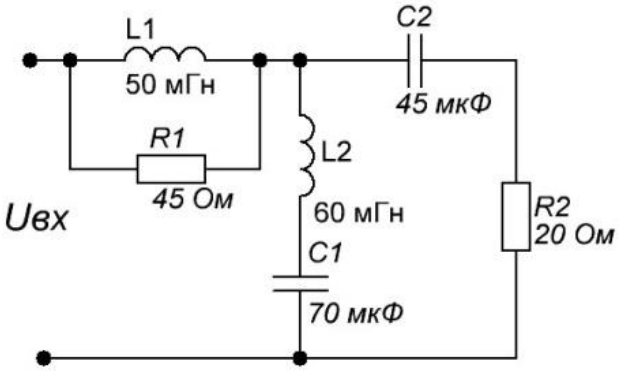


Схема 14

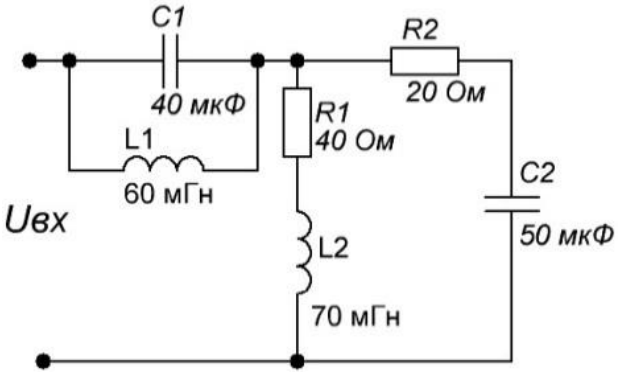


Схема 15

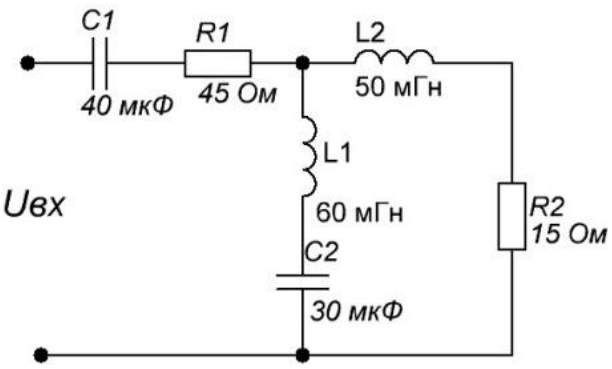


Схема 16

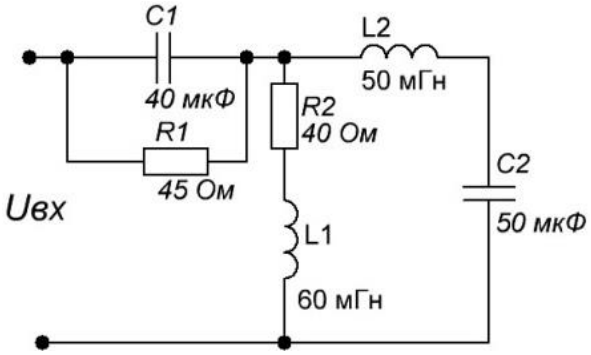


Схема 17

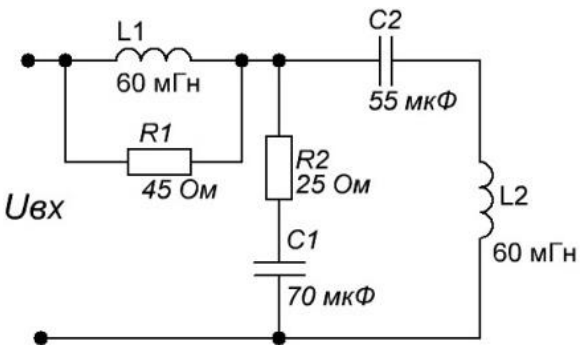


Схема 18

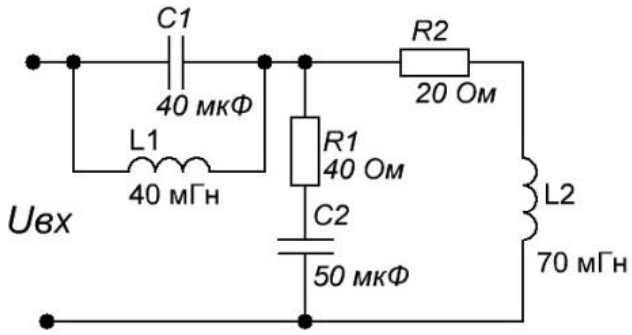


Схема 19

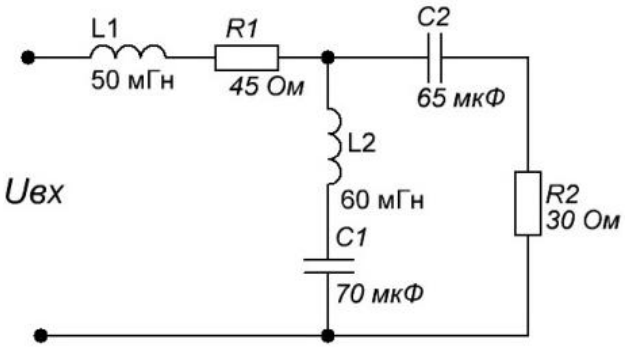


Схема 20

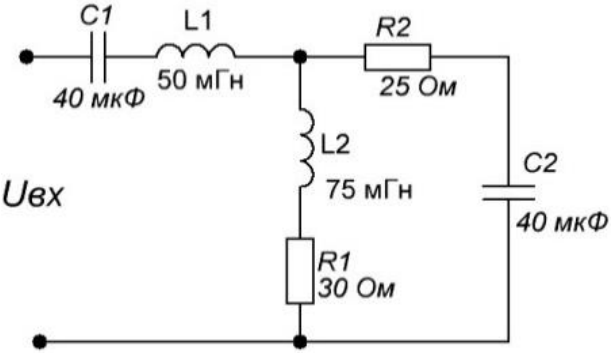


Схема 21

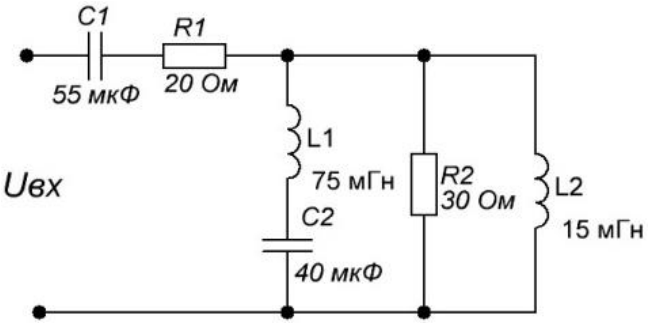


Схема 22

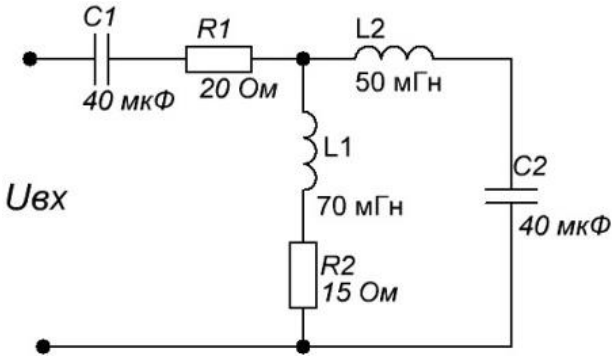


Схема 23

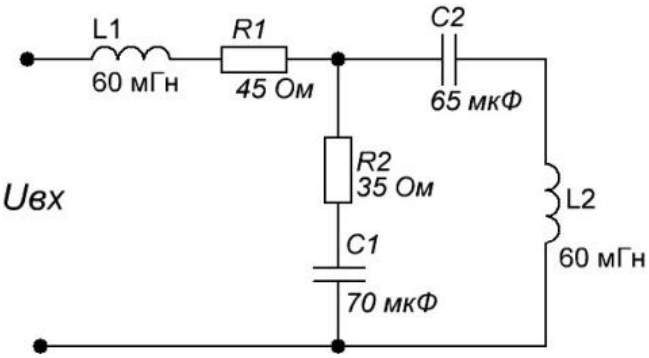


Схема 24

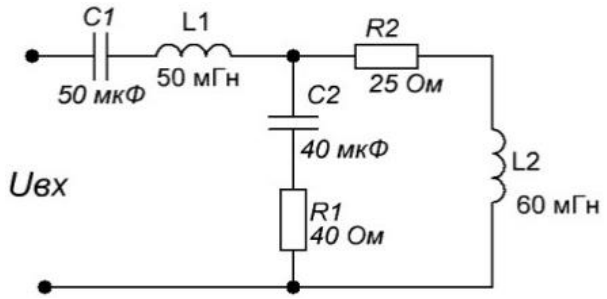


Схема 25

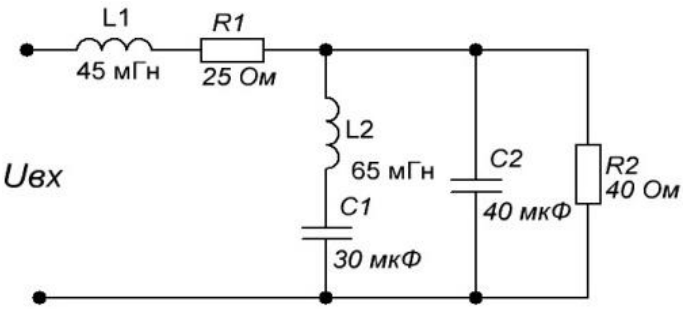


Схема 26

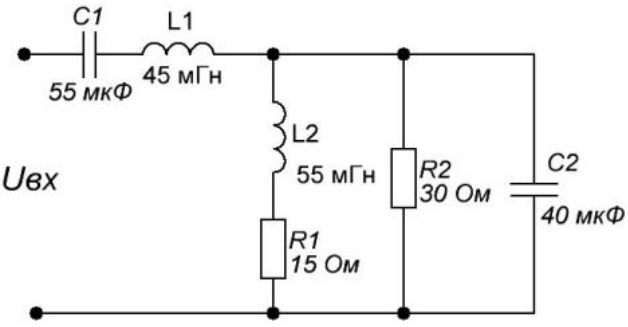


Схема 27

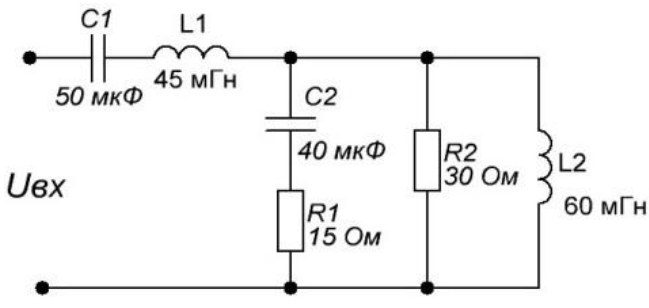


Схема 28

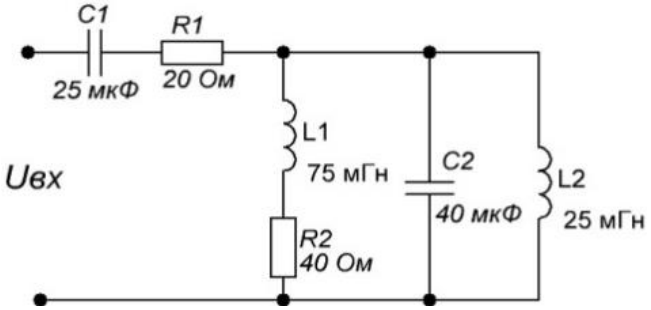


Схема 29

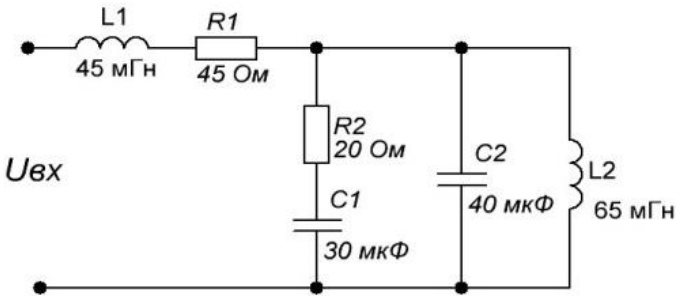
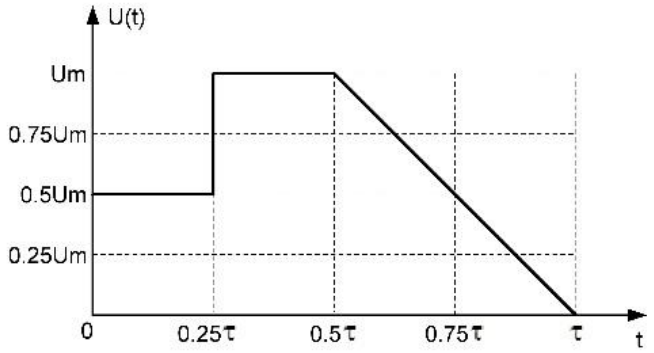
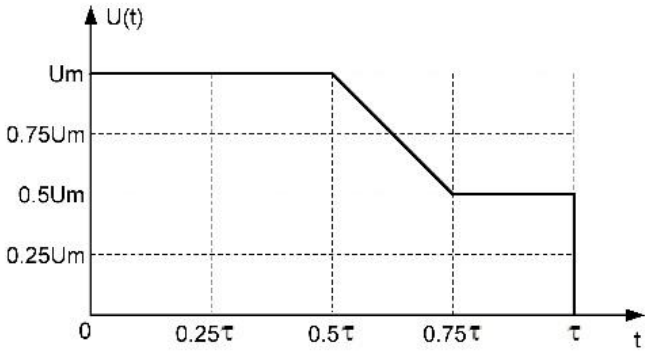


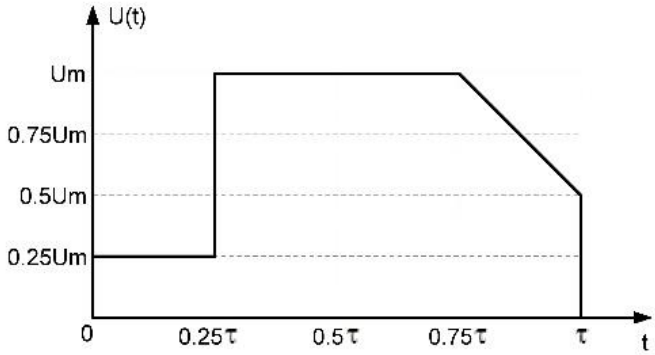
Схема 30



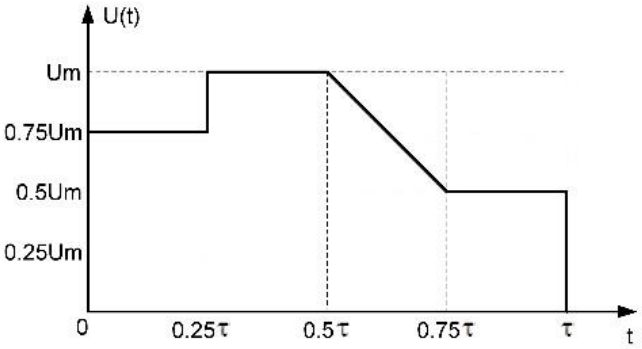
Сигнал 1



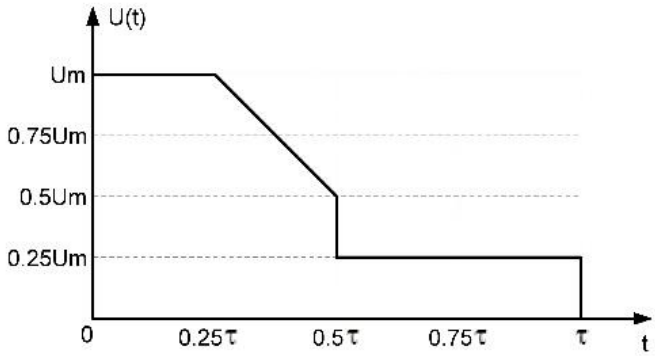
Сигнал 2



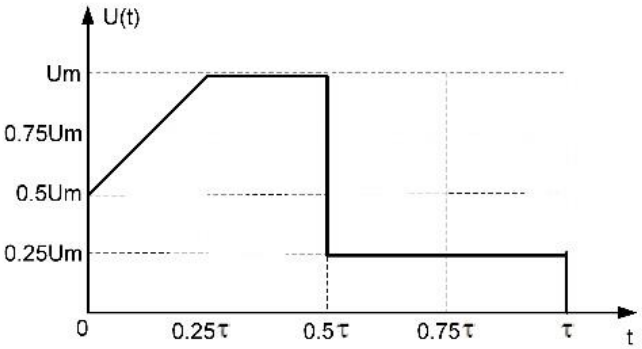
Сигнал 3



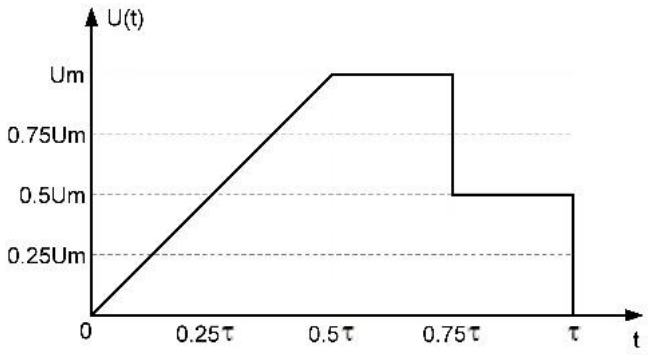
Сигнал 4



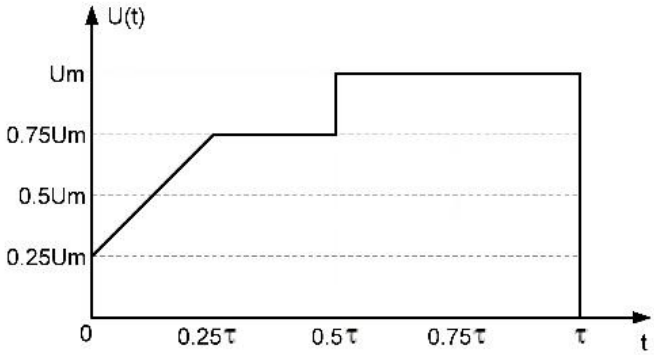
Сигнал 5



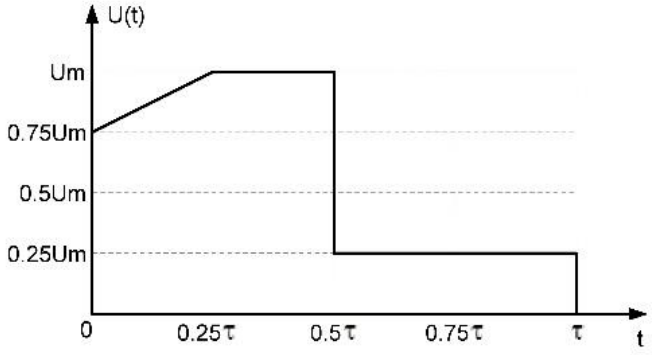
Сигнал 6



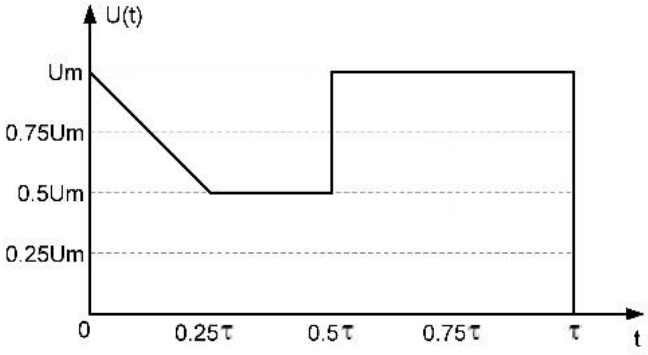
Сигнал 7



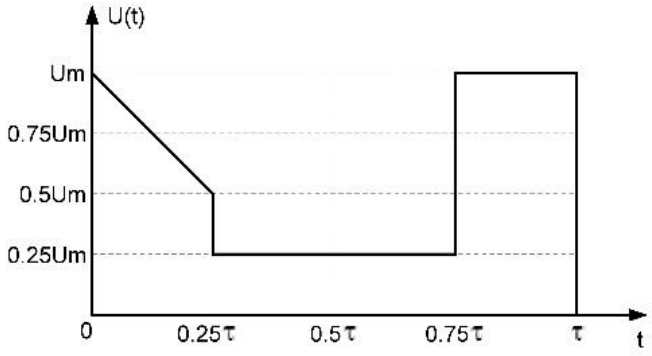
Сигнал 8



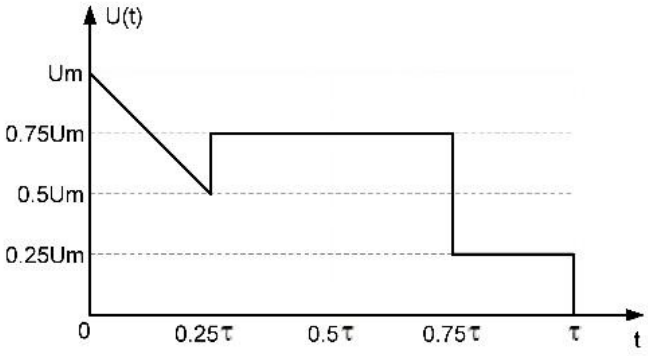
Сигнал 9



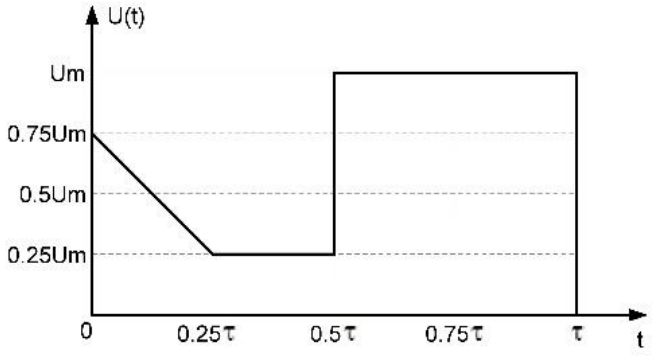
Сигнал 10



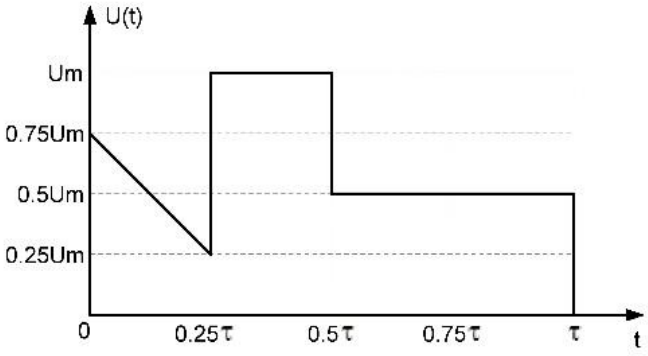
Сигнал 11



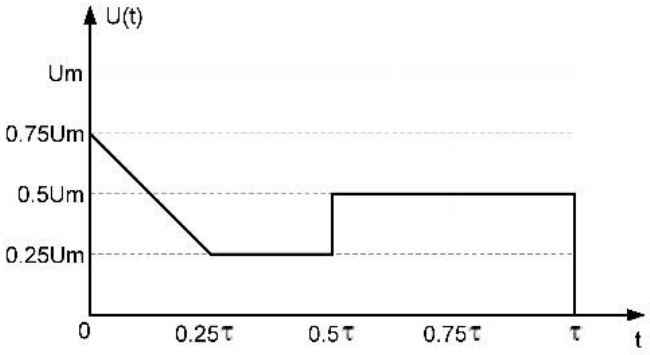
Сигнал 12



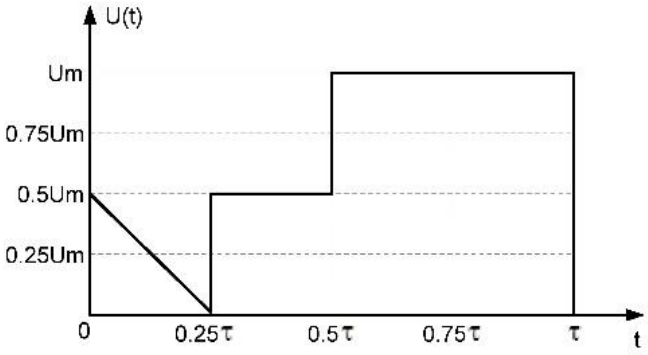
Сигнал 13



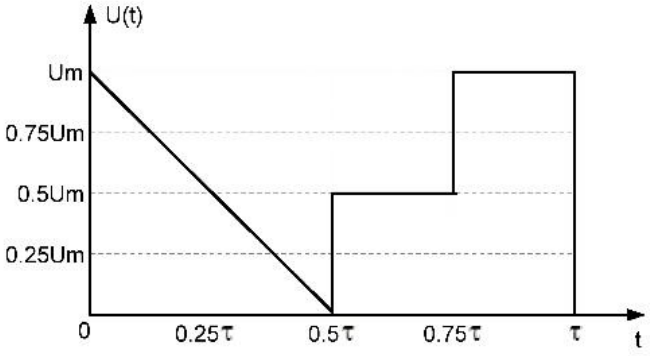
Сигнал 14



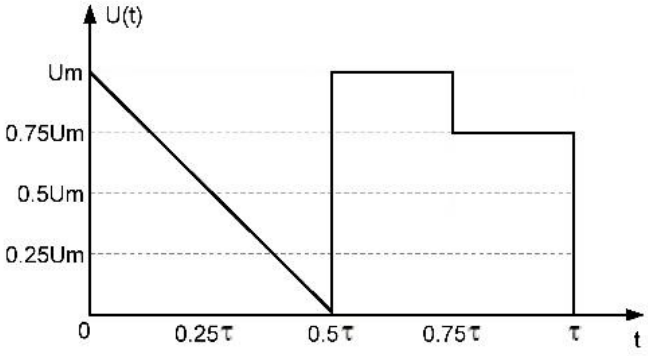
Сигнал 15



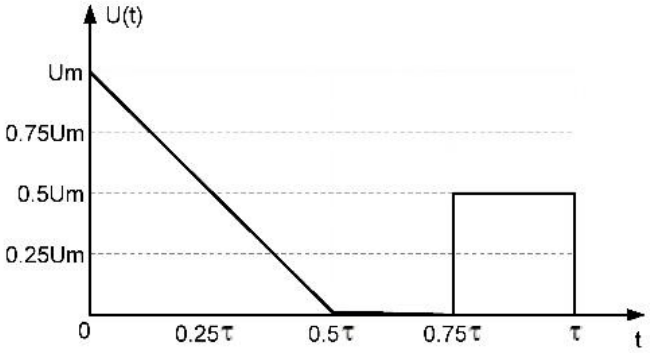
Сигнал 16



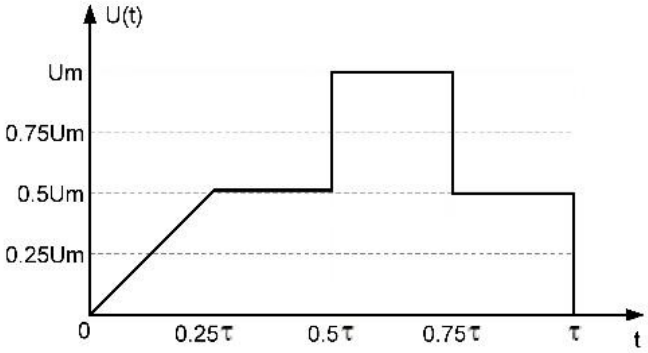
Сигнал 17



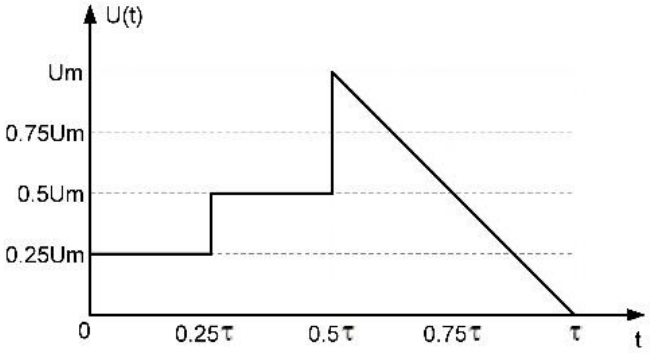
Сигнал 18



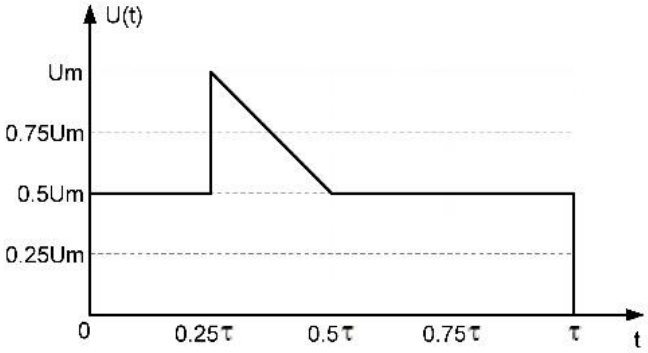
Сигнал 19



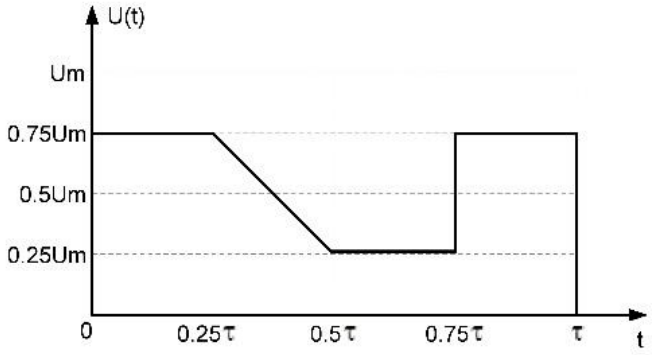
Сигнал 20



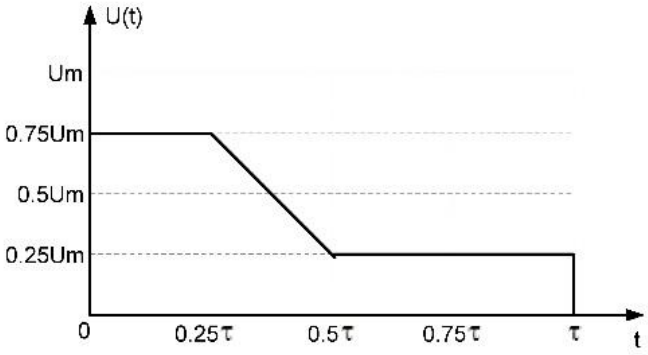
Сигнал 21



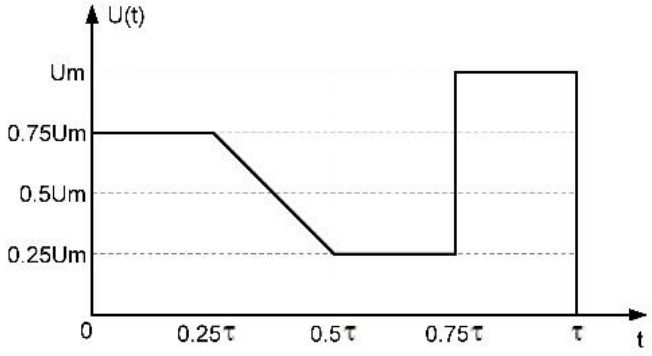
Сигнал 22



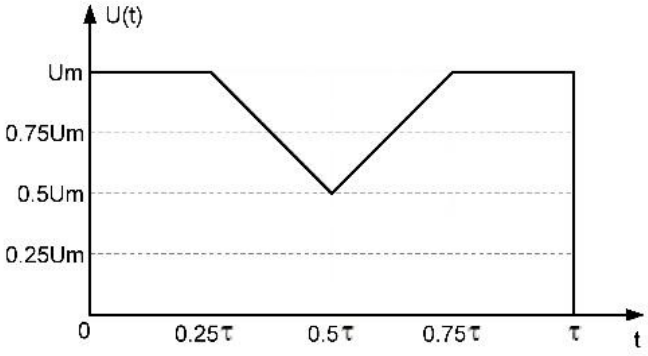
Сигнал 23



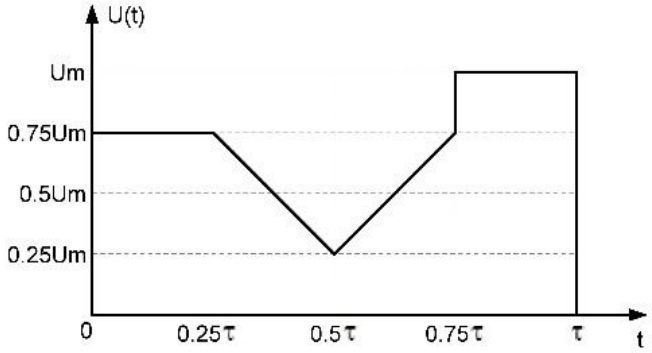
Сигнал 24



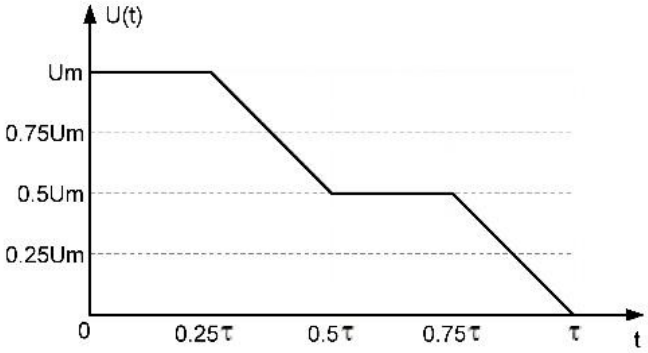
Сигнал 25



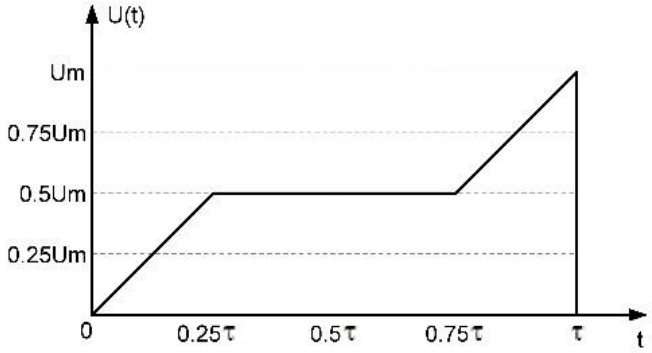
Сигнал 26



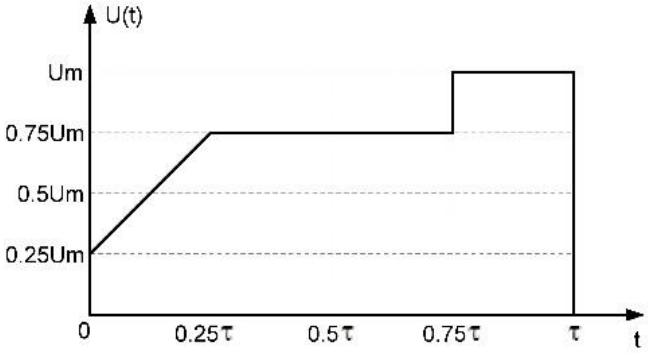
Сигнал 27



Сигнал 28



Сигнал 29



Сигнал 30

Параметри елементів на схемах вказані для варіанту ZZ=01. Для інших варіантів параметри елементів схеми наведені в таблиці 1.

Таблиця 1. Вихідні дані для визначення параметрів елементів схеми

№ вар. ZZ	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
R_1, Ом	Вказано на схемі	20	25	30	35	40	45	50	55	60	55	50	45	40	35
R_2, Ом		40	45	50	55	60	55	50	45	40	35	30	25	20	25
L_1, мГн		50	55	60	65	70	75	80	75	70	65	60	55	50	45
L_2, мГн		70	75	80	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30	35
C_1, мкФ		35	40	45	50	55	60	65	70	65	60	55	50	45	40
C_2, мкФ		55	60	65	70	75	70	65	60	55	50	45	40	35	30

Таблиця 2. Вихідні дані для визначення параметрів сигналів

№ вар. VV	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15
$U_{m.BX}$, В	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30	28	26	24	22
φ_{BX}, ^{0}	20	-20	30	-30	40	-40	50	-50	60	-60	70	-70	80	-80	90
f, Гц	100	120	140	160	180	200	110	130	150	170	190	210	115	125	135
Параметр ЧП	Y	Z	h	g	b	Y	Z	h	g	b	Y	Z	h	g	b
τ, мс	4	3.5	3	2.5	2	1.5	1	1.3	2.3	3.3	4.3	3.7	2.7	1.7	4.7

5. МЕТОДИЧНІ ПОРАДИ ДО ВИКОНАННЯ ЗАВДАНЬ

Як споживачі електричної енергії в колах змінного струму використовуються різні технічні пристрої, кількість їх велика, однак в схемах заміщення, що відображають явища, які відбуваються в колах, ми використовуватимемо три типи ідеальних елементів:

а) резистивний елемент – має тільки активний опір і відображає необоротний процес поглинання енергії (перетворення енергії в теплову);

б) індуктивний елемент – це ідеальна котушка, активний опір проводу якої приймається рівним нулю; цей елемент відображає властивість котушки створювати магнітне поле;

в) ємнісний елемент – це ідеальний конденсатор, що не має струмів витоку; відображає властивість накопичення зарядів або створення електричного поля.

1. Електричне коло синусоїдального струму з активним опором.

Як видно з рис. 5.1, початкові фази струму і напруги на резисторі однакові, тобто струм через резистор збігається за фазою з напругою на резисторі, де Ψ – початкова фаза.

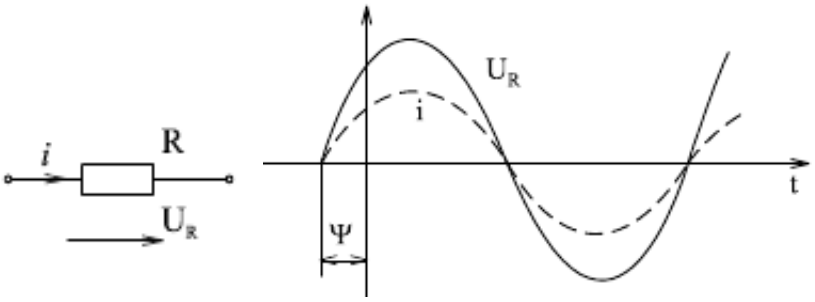
Зобразимо комплексні струм і напругу у вигляді вектора на комплексній площині (рис. 5.2). Сукупність векторів на комплексній площині, що відображають комплексні струми і напруги для даного кола, називається векторною діаграмою. Вектор струму через резистор збігається за напрямом з вектором напруги на резисторі.

Часова залежність миттєвої потужності, споживаної резистивним елементом,

має вигляд, зображений на рис. 5.3.

2. Електричне коло синусоїдального струму з індуктивним опором.

Відомо, що змінний струм, проходячи через котушку індуктивності, викликає ЕРС самоіндукції. Графіки миттєвих значень струму і напруги на індуктивності мають вигляд (рис. 5.4, б).



а) *б)*

Рис. 5.1. Позначення (а) та часові діаграми струму і напруги (б) резистора

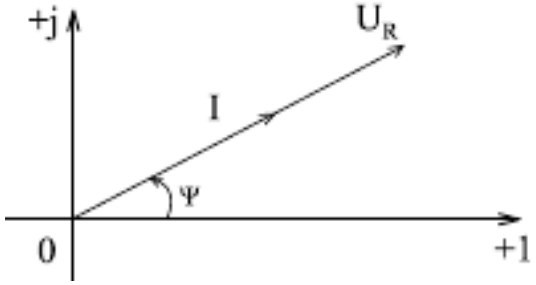


Рис. 5.2. Векторні діаграми резистивного елементу

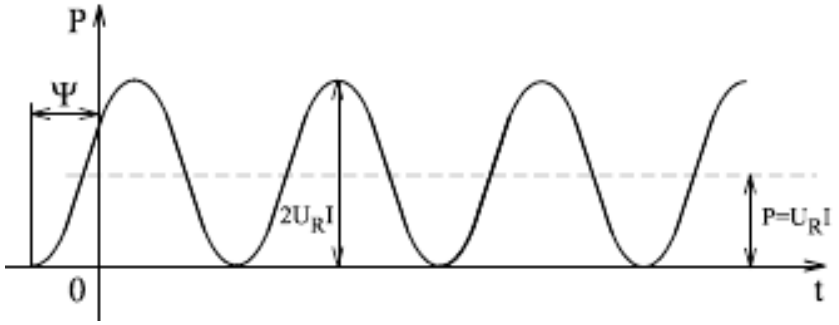
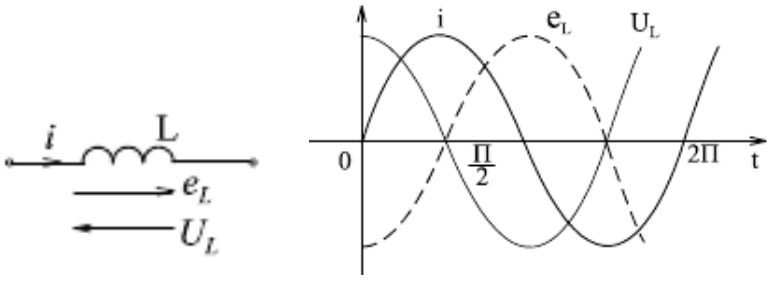


Рис. 5.3. Часова залежність миттєвої потужності резистора



а) *б)*

Рис. 5.4. Позначення (а) та часові діаграми струму, ЕРС і напруги (б) котушки індуктивності

Таким чином, різниця фаз напруги і струму на індуктивному елементі складає 90°, при цьому крива струму відстає від кривої напруги. Величину $X_L = \omega L$ називають індуктивним опором. Тоді закон Ома для індуктивного кола $U_L = I X_L$. Величина iX_L називається комплексним індуктивним опором.

Векторна діаграма індуктивного кола має вигляд (рис. 5.5):

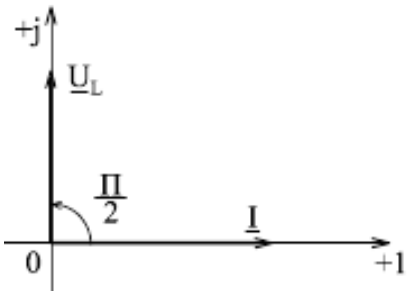


Рис. 5.5. Векторні діаграми індуктивного елементу

На діаграмі видно, що вектор струму, що протікає через індуктивний елемент, відстає від вектора напруги на ньому (вважаючи, що вектори обертаються проти годинникової стрілки).

Графік *P(t)* має вигляд (рис. 5.6):

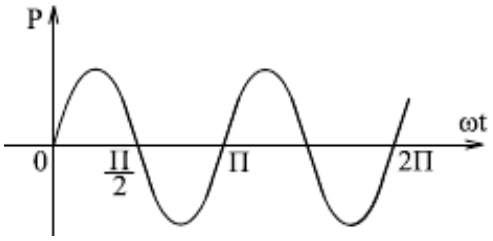
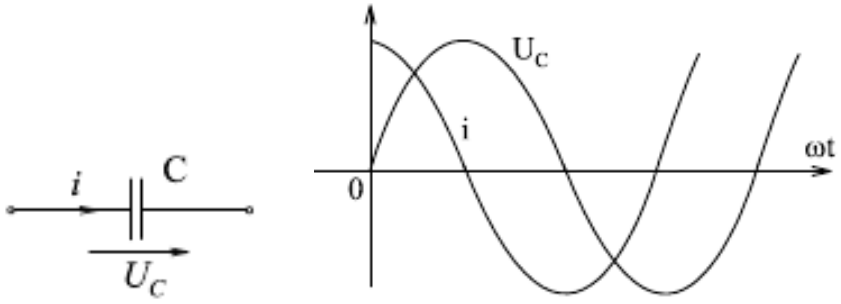


Рис. 5.6. Часова залежність миттєвої потужності

З рис. 5.6 видно, що активна потужність дорівнює середньому значенню миттєвої потужності та дорівнює нулю, тобто індуктивний елемент активну потужність не споживає. Для реактивних елементів вводиться поняття реактивної або коливальної потужності. Розмірності реактивної та активної потужностей однакові, але для того, щоб їх розрізняти, одиниця реактивної потужності називається "ВАр" (вольтампер-реактивний).

3. Електричне коло синусоїдального струму з ємнісним опором.

Для електричного ємнісного кола крива струму випереджає криву напруги на чверть періоду (рис. 5.7, б).



а) *б)*

Рис. 5.7. Позначення (а) та часові діаграми струму і напруги (б) ємнісного елемента

Величину $X_C = 1/\omega C$ називають ємнісним опором. Тоді закон Ома для ємнісного кола $U_C = -i\,I\,X_C$. Величина $-iX_C$ називається комплексним ємнісним опором.

Векторна діаграма ємнісного кола має такий вигляд (рис. 5.8):

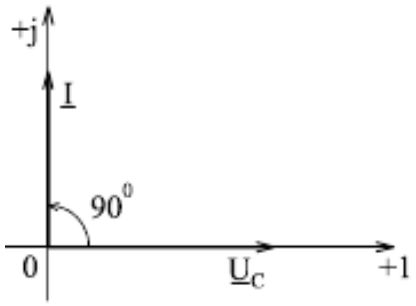


Рис. 5.8. Векторні діаграми ємнісного елементу

При розрахунку електричних кіл змінного струму використовується метод, оснований на використанні законів Ома та Кірхгофа (або його модифікація, пов'язана з використанням загального опору електричного кола), метод контурних струмів та метод вузлових потенціалів.

Теоретичні основи застосування таких методів розглянуті в методичних вказівках до виконання РГР №1. Відмінності полягають в тому, що при аналізі електричних кіл змінного струму доводиться враховувати наявність в колі як активних, так і реактивних опорів.

Аналогічно визначаються і параметри чотириполюсника [16, 20].

При визначенні передавальної функції будемо вважати, що лінійне коло описується диференціальним рівнянням вигляду $\sum_{k=0}^{N} a_k \frac{d^k Y(t)}{dt^k} = \sum_{i=0}^{M} b_i \frac{d^i X(t)}{dt^i}$. Використовуючи пряме перетворення Лапласа до лівої та правої частин цього рівняння та враховуючи властивість лінійності цього перетворення, отримаємо

$$\sum_{k=0}^{N} a_k p^k Y(p) = \sum_{i=0}^{M} a_i p^i X(p),$$

звідки

$$Y(p) = \frac{\sum_{i=0}^{M} b_i p^i}{\sum_{k=0}^{N} a_k p^k} X(p) = \frac{R_M(p)}{D_N(p)} X(p) = K(p) X(p),$$

де

$$K(p) = \frac{R_M(p)}{D_N(p)} = \frac{\sum_{i=0}^{M} b_i p^i}{\sum_{k=0}^{N} a_k p^k} = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

– передавальна функція електричного кола (операторна). Вона визначає відношення зображення за Лапласом відгуку кола до зображення за Лапласом вхідної дії. Як видно, передавальна функція лінійного кола є дробово-раціональною функцією змінної p.

Формально передавальна функція лінійного кола при заданому диференціальному рівнянні цієї системи визначається досить нескладно. Для цього достатньо записати рівняння в операторній формі, а потім, розглядаючи символ *p* як змінну перетворення Лапласа, замінити в диференціальному рівнянні часові функції $X(t)$ та $Y(t)$ їх операторними зображеннями $X(p)$ та $Y(p)$, тобто перейти до запису

$Y(p) = K(p)X(p)$.

Таким чином, передавальна функція електричного кола визначає в області зображень реакцію цієї системи на задану вхідну дію.

Після того, як при заданій функції $X(p)$ знайдемо зображення $Y(p)$ відгуку кола, часову функцію $Y(t)$ визначають за допомогою зворотного перетворення Лапласа, тобто

$$Y(t) = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} Y(p)e^{pt}dp.$$

На практиці зворотне перетворення Лапласа можна обчислити за допомогою теореми про лишки, тобто розкладання функції $Y(p)$ не елементарні дроби з наступним використання таблиць перетворень Лапласа [20].

Частотні методи дослідження електричних кіл основані на розгляді усталеної реакції системи на гармонічну вхідну дію.

Частотні передавальні функції використовуються в задачах аналізу електричних кіл. Для розв'язання задач синтезу більш зручним є метод логарифмічних частотних характеристик.

Будемо вважати, що задане диференціальне рівняння електричного кола. Розглянемо усталену реакцію цього кола на гармонічний вхідний сигнал, який запишемо в комплексній формі:

$$X(t) = X_m e^{i(\omega t+\varphi_1)} = \dot{X}_m e^{i\omega t},$$

де X_m – амплітуда гармонічного коливання; ω та φ_1 – частота та початкова фаза коливання; $\dot{X}_m = X_m e^{j\varphi_1}$ – комплексна амплітуда коливання.

Частинне розв'язання неоднорідного диференціального рівняння будемо шукати при нульових початкових умовах у вигляді

$$Y(t) = Y_m e^{j(\omega t+\varphi_2)} = \dot{Y}_m e^{j\omega t}.$$

Враховуючи, що $\frac{d^k}{dt^k}e^{j\omega t} = (j\omega)^k e^{j\omega t}$, то $\dot{Y}_m = K(j\omega)\dot{X}_m$, де

$$K(j\omega) = \frac{b_M(i\omega)^M + \ldots + b_1 i\omega + b_0}{a_N(i\omega)^N + \ldots + a_1 i\omega + a_0} = \frac{\sum_{m=0}^{M} b_m(i\omega)^m}{\sum_{k=0}^{N} a_k(i\omega)^k} = \frac{R_M(i\omega)}{D_N(i\omega)}$$

– частотна передавальна функція електричного кола, яка описується диференціальним рівнянням.

Як видно, частотна передавальна функція є дробово-раціональною функцією змінної $i\omega$. Частотна передавальна функція може бути отримана з передавальної функції при підстановці $p = i\omega$.

Частотна передавальна функція є комплексною функцією змінної ω, тому будь-яку комплексну функцію можна записати як

$$K(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = |K(j\omega)|e^{j\arg\{K(j\omega)\}} = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)},$$

де $U(\omega) = \mathrm{Re}\{K(j\omega)\}$ та $V(\omega) = \mathrm{Im}\{K(j\omega)\}$ – дійсна та уявна частини функції $K(j\omega)$; $A(\omega) = |K(j\omega)|$ – модуль та $\varphi(\omega) = \arg\{K(j\omega)\}$ – аргумент функції $K(j\omega)$.

Модуль частотної передавальної функції електричного кола визначає амплітудно-частотну характеристику (АЧХ) цього кола, а аргумент – фазочастотну характеристику (ФЧХ).

Частотна передавальна функція є векторною функцією та на комплексній площині графічно зображується у вигляді вектора з прямокутними координатами $U(\omega)$ та $V(\omega)$ або з полярними координатами $A(\omega)$ та $\varphi(\omega)$, як показано на рис. 5.9. При зміні змінної ω в межах $(-\infty;+\infty)$ кінець вектора описує криву, яка носить назву амплітудно-фазової характеристики (АФХ) системи або годографа.

З рис. 5.9 можна знайти зв'язок між дійсною та уявною частинами функції $K(j\omega)$, а також її модулем та аргументом:

$$\begin{cases} A(\omega)=\sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)}; \\ \varphi(\omega)=\operatorname{arctg}\dfrac{V(\omega)}{U(\omega)}; \\ U(\omega)=A(\omega)\cos\varphi(\omega); \\ V(\omega)=A(\omega)\sin\varphi(\omega). \end{cases}$$

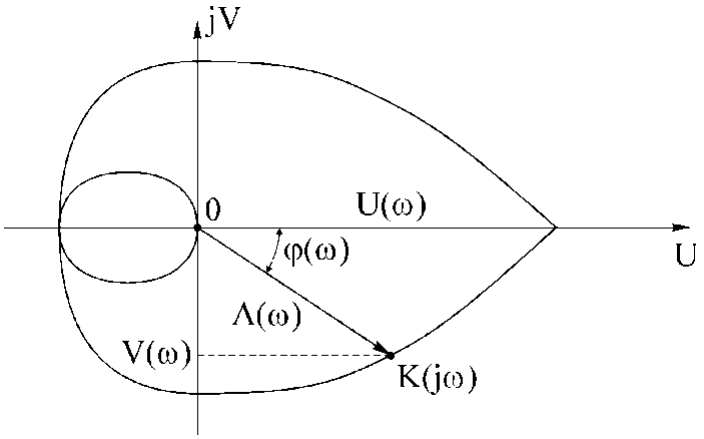


Рис. 5.9. Годограф електричного кола

Дійсна частина функції $K(j\omega)$ є парною функцією змінної ω, а уявна частина – непарною функцією:

$$K(j\omega)=\frac{R_M(j\omega)}{D_N(j\omega)}\cdot\frac{D_N(-j\omega)}{D_N(-j\omega)}=\frac{R_M(j\omega)\cdot D_N(-j\omega)}{|D_N(j\omega)|^2}=U(\omega)+jV(\omega).$$

Знаменник останнього співвідношення, спільний для $U(\omega)$ та $V(\omega)$, є квадратом модуля функції $D_N(j\omega)$ та містить лише парні ступені ω. Таким чином, дійсна та уявна частини передавальної функції $K(j\omega)$ виділяються в чисельнику. Але при множенні поліномів $R_M(j\omega)$ та $D_N(-j\omega)$ дійсна частина добутку містить лише парні степені ω, а уявна частина – лише непарні. Таким чином чисельник та знаменник функції $U(\omega)$ містить лише парні степені функції ω і тоді $U(-\omega)=U(\omega)$, в той час як чисельник функції $V(\omega)$ містить лише непарні степені ω, а знаменник – парні, і тоді $V(-\omega)=-V(\omega)$. Звідси також виходить, що модуль $A(\omega)=\sqrt{U^2(\omega)+V^2(\omega)}$ є парною функцією, $A(-\omega)=A(\omega)$, а аргумент $\varphi(\omega)=\operatorname{arctg}\dfrac{V(\omega)}{U(\omega)}$ є непарною функцією,

$\varphi(-\omega) = -\varphi(\omega)$. Тому АФХ електричного кола є кривою, симетричною відносно осі абсцис, тому що кожній точці АФХ з координатами $[U(\omega); V(\omega)]$ або $[A(\omega); \varphi(\omega)]$ відповідає її дзеркальне відбиття з координатами $[U(-\omega); V(-\omega)] = [U(\omega); V(-\omega)]$ або $[A(-\omega); \varphi(-\omega)] = [A(\omega); \varphi(-\omega)]$. Відповідно АЧХ електричного кола симетрична відносно осі координат, а ФЧХ симетрична відносно початку координат.

Тому

$$Y_m e^{j\varphi_2} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)} X_m e^{j\varphi_1}$$

або

$$\frac{Y_m}{X_m} e^{j(\varphi_2 - \varphi_1)} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)},$$

звідки знаходимо

$$\frac{Y_m}{X_m} = A(\omega); \qquad \Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \varphi(\omega).$$

З останнього співвідношення видно, що амплітуда вихідних коливань кола Y_m при незмінній амплітуді вхідних залежить від частоти цих коливань. Відношення амплітуди вихідних коливань до амплітуди вхідних, як функція частоти, визначається модулем частотної передавальної функції системи $A(\omega)$. Фазовий зсув $\Delta\varphi$ між вихідними та вхідними коливаннями також залежить від частоти цих коливань та, як функція частоти, визначається аргументом частотної передавальної функції кола $\varphi(\omega)$.

Таким чином, частотна передавальна функція електричного кола повністю визначає процес проходження гармонічного коливання через це коло.

У випадку довільного (не гармонічного) вхідного сигналу $X(t)$ частотна передавальна функція електричного кола дорівнює відношенню зображень за Фур´є вихідного та вхідного сигналів цього кола. Результат перетворення буде визначати комплексні спектри цих сигналів. Якщо позначити через $X(j\omega)$ та $Y(j\omega)$ відповідно спектри функцій $X(t)$ та $Y(t)$, то

$$X(j\omega) = F[X(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} X(t) e^{-j\omega t} dt;$$

$$Y(j\omega) = F[Y(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} Y(t) e^{-j\omega t} dt,$$

де F – оператор перетворення Фур´є.

В цьому випадку покладають, що функції $X(t)$ та $Y(t)$ абсолютно інтегровані, тобто інтеграли $\int_{-\infty}^{\infty} |X(t)| dt$ і $\int_{-\infty}^{\infty} |Y(t)| dt$ існують і мають кінцеві значення.

Враховуючи, що для будь-якої абсолютно інтегрованої функції $X(t)$ виконується співвідношення

$$F[X^{(k)}(t)] = (j\omega)^k F[X(t)],$$

та провівши перетворення Фур´є для диференціального рівняння, отримаємо:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k (j\omega)^k Y(j\omega) = \sum_{i=0}^{M} b_i (j\omega)^i X(j\omega),$$

звідки

$$Y(j\omega) = K(j\omega)X(j\omega).$$

Відзначимо, що усталений процес на виході лінійного кола при гармонічному вхідному сигналі найпростіше визначити при використанні його частотної передавальної функції.

Перехідна характеристика використовується для оцінки якості роботи електричного кола в перехідному режимі. Ця характеристика є відгуком електричного кола на одиничну ступінчату функцію (функцію Хевісайда)

$$1(t) = \begin{cases} 0, & при\ t < 0; \\ 1, & при\ t \geq 0. \end{cases}$$

При заданому диференціальному рівнянні електричного кола його перехідну характеристику найбільш зручно визначати таким чином. Записавши диференціальне рівняння в символічній формі та позначивши перехідну характеристику як $h(p)$, отримаємо:

$$h(p) = K(p)1(p) = \frac{K(p)}{p},$$

де $1(p) = \int_{-\infty}^{\infty} 1(t)e^{-pt}dt = \frac{1}{p}$ – операторне зображення функції Хевісайда.

Перейшовши до часової області, отримаємо:

$$h(t) = L^{-1}\left[\frac{K(p)}{p}\right] = \frac{1}{2\pi j}\int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \frac{K(p)}{p} e^{pt}dp.$$

Необхідно відзначити, що перехідна характеристика як реакція на дію, що відрізняються від нуля лише при $t \geq 0$, дорівнює нулю при $t < 0$, тобто $h(t) = 0$ при $t < 0$. Типові перехідні характеристики електричних кіл наведені на рис. 5.10.

Імпульсною характеристикою лінійного електричного кола називають відгук цього кола на одиничну дельта-функцію (функцію Дірака), яка може бути визначена як похідна одиничної функції (функції вмикання):

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} = \begin{cases} 0, & при\ t \neq 0; \\ \infty, & при\ t = 0, \end{cases}$$

при цьому $\int_{-\infty}^{t} \delta(t_1)dt_1 = 1(t)$ та $\int_{\beta}^{\alpha} \delta(t)dt = 1$ для будь-яких $\alpha > 0$ та $\beta > 0$. Таку функцію іноді називають ваговою функцією.

Дельта-функція має властивість фільтрування, що спрощує обчислення визначених інтегралів, до підінтегрального виразу яких ця функція входить як співмножник

$$\int_{t_1-a}^{t_1+b} f(t)\delta(t_1 - t)dt = f(t_1)$$

при будь-яких $a > 0$ та $b \leq +\infty$ для будь-якої обмеженої функції $f(t)$. Крім того, для

будь-якої обмеженої функції $f(t)$ виконується рівність $f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t)$, якщо $f(0)\neq 0$, та $f(t)\delta(t)=0$, якщо $f(0)=0$.

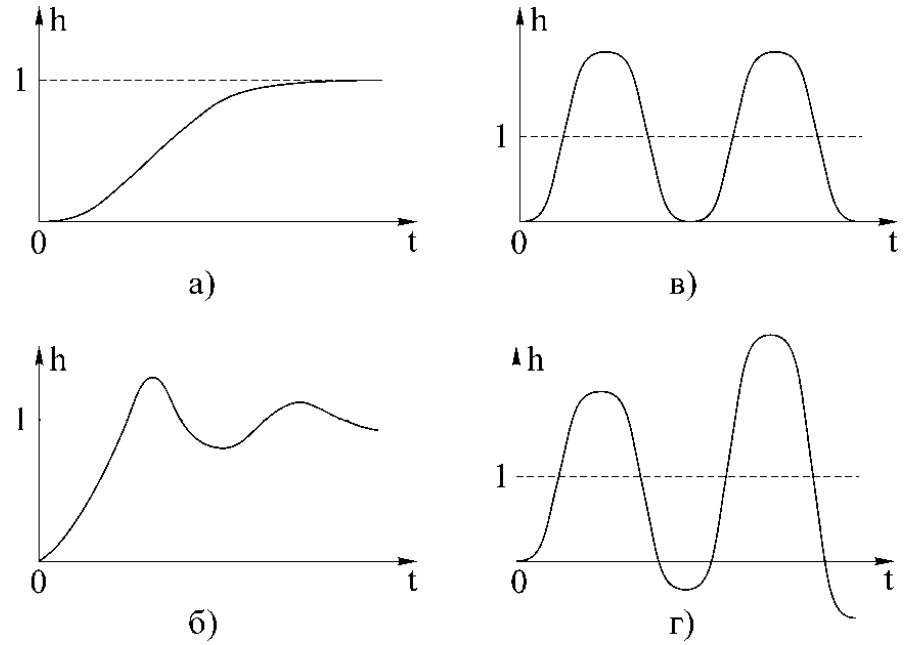


Рис. 5.10. Перехідні характеристики електричних кіл

Операторне зображення імпульсної характеристики можна записати так:

$$g(p)=K(p)\delta(p)=K(p)\,p\,1(p)=K(p)\,p\,\frac{1}{p}=K(p),$$

де $\delta(p)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\delta(t)e^{-pt}dt=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\frac{d\,h(t)}{dt}e^{-pt}dt=1$ – операторне зображення дельта-функції.

Для переходу в часову область необхідно використовувати зворотне перетворення Лапласа:

$$g(t)=L^{-1}[g(p)]=L^{-1}[K(p)]=\frac{1}{2\pi j}\int\limits_{c-j\infty}^{c+j\infty}K(p)e^{pt}dp.$$

Між перехідною та імпульсною характеристиками існує взаємно однозначний зв’язок

$$g(t)=\frac{d\,h(t)}{dt}.$$

Оскільки імпульсна характеристика є реакцією електричного кола на збудження, прикладене до її входу в момент часу $t=0$ та відсутнє при $t<0$, а будь-яке реальне коло не може реагувати на вхідну дію до того, як вона потрапила на її вхід, то для будь-якого реального електричного кола $g(t)=0$ при $t<0$. Вимогу

$$g(t)=0 \text{ при } t<0$$

називають умовою фізичної реалізованості електричного кола. Тому в будь-якому окремому випадку, коли імпульсною характеристикою електричного кола є деяка конкретна функція $f(t)$, що визначена для всіх t в інтервалі $-\infty\le t\le+\infty$ та не дорівнює нулю при $t<0$, імпульсна характеристика визначається як

$$g(t)=\begin{cases}f(t), & \textit{при } t\ge 0;\\ 0, & \textit{при } t<0,\end{cases} \qquad \text{або} \qquad g(t)=f(t)1(t).$$

При спектральному аналізі періодичний сигнал можна подати сумою гармонічних коливань, кожне з яких має свою амплітуду, частоту і початкову фазу. Спектр періодичного сигналу графічно зображується двома спектральними діаграмами: амплітуд (амплітудний спектр) і початкових фаз (фазовий спектр) гармонік.

Спектр періодичних сигналів визначається за допомогою ряду Фур'є. Якщо математична функція, що відображує періодичний сигнал, відповідає умовам Дірихле, то сигнал *s(t)* може бути розкладений на гармонічні складові (гармоніки):

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_n \cos n\Omega_1 t + b_n \sin n\Omega_1 t), \qquad (5.1)$$

де $\frac{a_0}{2}$ – постійна складова сигналу; $\Omega_1 = \frac{2\pi}{T}$ – частота першої гармоніки; T – період сигналу; n – номер гармонічної складової (може бути тільки цілим числом).

Під *s(t)* тут розуміють миттєве значення струму, напруги, напруженості електромагнітного поля та ін. Як випливає з виразу (5.1), спектр періодичного сигналу є дискретним. Коефіцієнти ряду $\frac{a_0}{2}$, a_n і b_n визначаються з таких формул:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t)dt, \qquad a_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t)\cos n\Omega_1 t\, dt, \qquad b_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t)\sin n\Omega_1 t\, dt. \qquad (5.2)$$

Значно зручнішим є другий вид розкладання в ряд Фур'є:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \sin(n\Omega_1 t + \Psi_n) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn} \cos(n\Omega_1 t - \chi_n), \qquad (5.3)$$

де A_{mn} – амплітуда n-ої гармоніки; Ψ_n – початкова фаза n-ої синусної гармоніки; χ_n – початкова фаза n-ої косинусної гармоніки.

Амплітуда і початкові фази гармонік дорівнюють:

$$A_{mn} = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \quad \Psi_n = arctg\frac{a_n}{b_n}, \quad \chi_n = arctg\frac{b_n}{a_n}. \qquad (5.4)$$

В багатьох випадках використовується комплексний ряд Фур'є:

$$s(t) = \frac{1}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{S}_{mn} e^{i n\Omega_1 t}, \qquad (5.5)$$

де $\dot{S}_{mn}$ – комплексна амплітуда комплексного ряду Фур'є.

Комплексна амплітуда комплексного ряду Фур'є:

$$\dot{S}_{mn} = a_n - ib_n = S_{mn} e^{-i\chi_n}, \qquad (5.6)$$

де $S_{mn} = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ – модуль комплексної амплітуди комплексного ряду Фур'є, дорівнює A_{mn}; $\chi_n = \operatorname{arctg}\frac{b_n}{a_n}$ – аргумент комплексної амплітуди комплексного ряду Фур'є.

Для побудови спектральних діаграм періодичних сигналів необхідно використати значення A_{mn}, Ψ_n і χ_n.

Якщо періодичний сигнал має той чи інший вид симетрії, то розкладання в

ряд Фур'є спрощується. Окрім цього, при знаходженні коефіцієнтів ряду та постійної складової симетричні сигнали необхідно інтегрувати на половині періоду і множити результат на два.

Якщо ж сигнал *s(t)* протягом періоду має різні аналітичні вирази (рис. 5.11), то при розрахунку коефіцієнтів ряду інтегрування проводиться за окремими частинами періоду, що відповідають різним аналітичним виразам. Наприклад:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{\mathrm{T}}\left(\int_0^{t_1} s_1(t)dt + \int_{t_1}^{\mathrm{T}} s_2(t)dt \right). \qquad (5.7)$$

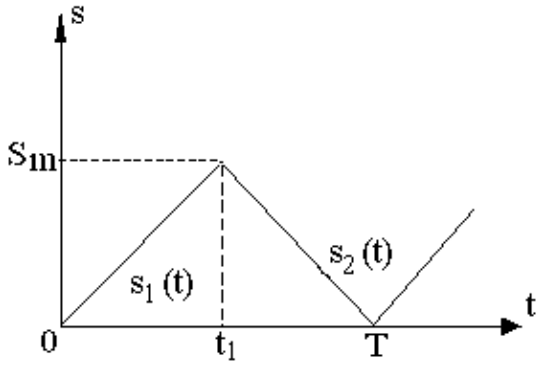


Рис. 5.11. Складний періодичний сигнал

Суть спектрального аналізу неперіодичних сигналів за Фур'є полягає в заміні заданої функції часу сумою нескінченно великої кількості гармонічних коливань, амплітуди яких нескінченно малі, а аргументи сусідніх гармонік відрізняються на нескінченно мале значення. На практиці використовувати нескінченно малі величини незручно, тому для аналізу неперіодичних сигналів використовують формулу прямого перетворення Фур'є:

$$\mathrm{S}(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-i\omega \mathrm{t}} dt, \qquad (5.8)$$

де $\mathrm{S}(i\omega)$ – спектральна густина досліджуваного неперіодичного сигналу; *s(t)* – аналітичний вираз досліджуваного неперіодичного сигналу.

Застосувавши формулу Ейлера, вираз (5.8) приводиться до алгебраїчної форми комплексної функції:

$$S(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cdot (\cos\omega t - i \sin \omega t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \cos\omega t dt - i \int_{-\infty}^{\infty} s(t) \sin \omega t dt = S_\partial(\omega) - i S_y(\omega). \qquad (5.9)$$

Маючи дійсну і уявну складові спектральної густини, можна перетворити її в показникову форму:

$$\mathrm{S}(i\omega) = \mathrm{S}(\omega) e^{-i\psi(\omega)}, \qquad (5.10)$$

де $\mathrm{S}(\omega)$ і $\psi(\omega)$ – спектральні характеристики сигналу (відповідно модуль і аргумент спектральної густини).

Модуль спектральної густини та її аргумент знаходяться за такими формулами:

$$S(\omega) = \sqrt{S_\partial^2(\omega) + S_y^2(\omega)}, \quad \psi(\omega) = arctg \frac{S_y(\omega)}{S_\partial(\omega)}. \qquad (5.11)$$

При розрахунку $S(\omega)$ і $\psi(\omega)$ необхідно задатись рядом значень ω в діапазоні

$\omega_1 \div 20\,\omega_1$, а значення ω_1 знайти за формулою

$$\omega_1 = \frac{\pi}{5t_i}, \tag{5.12}$$

де t_i – тривалість імпульсу.

Операторний метод при спектральному аналізі сигналів може застосовуватися двома способами:

1) з використанням прямого перетворення Лапласа:

$$S(p) = \int_0^\infty s(t)e^{-pt}dt, \tag{5.13}$$

де $p = c + i\omega$ – оператор Лапласа;

2) з використанням операторних зображень за Лапласом найбільш часто використовуваних простих електротехнічних функцій, для яких складені таблиці.

За другим способом досліджуваний складний неперіодичний сигнал потрібно розкласти на прості функції часу (рис. 5.12). При цьому перший сигнал описується виразом:

$$e_1(t) = \frac{E_m}{t_1} t \cdot 1(t).$$

Його зображення за Лапласом:

$$E_1(p) = \frac{E_m}{t_1 p^2}.$$

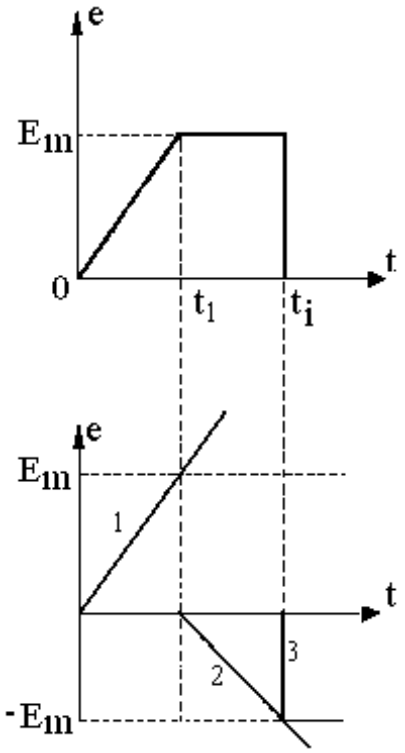


Рис. 5.12. Розкладання складного неперіодичного сигналу на прості функції

Другий сигнал описується виразом:

$$e_2(t) = -\frac{E_m}{t_1} t \cdot 1(t - t_1).$$

Його зображення за Лапласом:

$$E_2(p) = -\frac{E_m}{t_1 p^2} e^{-pt_1}.$$

Третій сигнал описується виразом:

$$e_3(t) = -E_m 1(t - t_i),$$

а його зображення за Лапласом:

$$E_3(p) = -\frac{E_m}{p} e^{-pt_i}.$$

За принципом суперпозиції зображення всього складного сигналу дорівнює сумі зображень його складових:

$$E(p)=E_1(p)+E_2(p)+E_3(p). \qquad (5.14)$$

У формулі (5.14) оператор p можна замінити на $i\omega$, якщо сигнал діє на додатній півосі часу. Після цього отримане значення $E(i\omega)$ перетворюється спочатку в алгебраїчну форму, а далі за алгоритмом, описаним раніше.

При передачі сигналів через лінійні електричні кола найбільш часто використовують три методи дослідження: спектральний, операторний та часовий.

Спектральний метод.

При розв'язанні задачі аналізу спектральним методом має бути відома комплексна передавальна функція кола $K(i\omega)$ (рис. 5.13).

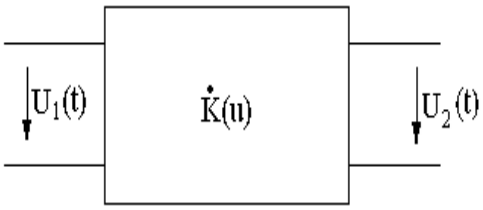


Рис. 5.13. Лінійне коло як чотириполюсник

Вхідний сигнал розкладається на елементарні сигнали, що є гармонічними коливаннями з різними амплітудами, частотами і початковими фазами.

Якщо вхідний сигнал є неперіодичним, то амплітуда елементарного гармонічного коливання в спектрі сигналу визначається через спектральну густину. Для вхідного сигналу амплітуда елементарного гармонічного коливання дорівнює:

$$d\dot{U}_1 = \frac{1}{\pi} S_1(i\omega) d\omega, \qquad (5.15)$$

де $S_1(i\omega)$ – спектральна густина вхідного сигналу, визначена за допомогою прямого перетворення Фур'є:

$$S_1(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} U_1(t) e^{-i\omega t} dt. \qquad (5.16)$$

Оскільки комплексний коефіцієнт передачі електричного кола $\dot{K}_U$ дорівнює відношенню комплексних амплітуд на виході і на вході кола, то елементарна амплітуда в спектрі вихідного сигналу $d\dot{U}_2$ визначається за формулою:

$$d\dot{U}_2 = \dot{K}_u d\dot{U}_1 = \dot{K}_u \frac{1}{\pi} S_1(j\omega) d\omega,$$

$$d\dot{U}_2 = \frac{1}{\pi} S_2(j\omega) d\omega,$$

$$S_2(j\omega) = S_1(j\omega)\dot{K}_u, \tag{5.17}$$

де $S_2(i\omega)$ – спектральна густина вихідного сигналу.

Отже, спектральна густина вихідного сигналу $S_2(i\omega)$ дорівнює доутку спектральної густини вхідного сигналу $S_1(i\omega)$ на комплексний коефіцієнт передачі кола $\dot{K}_U(i\omega)$. Записуючи комплексні величини, що входять в рівняння (5.17), в показниковій формі, отримаємо:

$$S_2(\omega)e^{i\psi_2(\omega)} = S_1(\omega)e^{i\psi_1(\omega)}K(\omega)e^{i\varphi(\omega)};$$
$$S_2(\omega)e^{i\psi_2(\omega)} = S_1(\omega)K(\omega)e^{i[\psi_1(\omega)+\varphi(\omega)]}. \tag{5.18}$$

Прирівнюємо модулі комплексних величин у формулі (5.18):

$$S_2(\omega) = S_1(\omega)K(\omega). \tag{5.19}$$

Модуль спектральної густини вихідного сигналу $S_2(i\omega)$ дорівнює добутку модулів спектральної густини вхідного сигналу і комплексної передавальної функції кола.

Прирівнюємо аргументи комплексних величин у рівнянні (5.18):

$$\psi_2(\omega) = \psi_1(\omega) + \varphi(\omega). \tag{5.20}$$

Аргумент спектральної густини вихідного сигналу дорівнює сумі аргументів спектральної густини вхідного сигналу і комплексного коефіцієнта передачі кола.

Визначивши $S_2(i\omega)$, застосуємо зворотне перетворення Фур'є на виході кола:

$$S_2(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_2(i\omega)e^{i\omega t}d\omega. \tag{5.21}$$

При розв'язанні задачі аналізу операторним методом має бути відомим коефіцієнт передачі кола в операторній формі *K(p)* (рис. 5.14).

Вхідний сигнал розбивається на елементарні сигнали, що є затухаючими коливаннями. Це еквівалентно перетворенню вхідного сигналу за Лапласом:

$$U_1(p) = \int_0^{\infty} U_1(t)e^{-pt}dt. \tag{5.22}$$

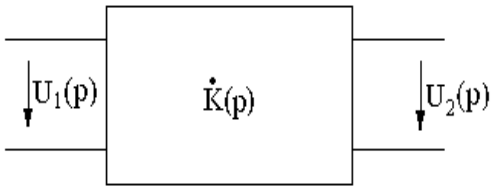


Рис. 5.14. Лінійне коло як чотириполюсник

На затухання коливань вказує множник e^{-ct}, що знаходиться в множнику $e^{-pt} = e^{-ct}\cdot e^{-i\omega t}$ підінтегральної функції. Потім знаходиться реакція кола на кожний елементарний сигнал, тобто зображення вихідного сигналу за Лапласом.

$$U_2(p) = U_1(p)\cdot K(p). \tag{5.23}$$

Для додавання всіх елементарних сигналів на виході кола застосовуємо зворотне перетворення Лапласа до зображення $U_2(p)$:

$$U_2(t) = \frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty} U_2(p)e^{pt}dp. \tag{5.24}$$

Значно швидше можна досягти мети, розбивши вхідний сигнал на складові $\left(\dot{U}_{11}(t),\dot{U}_{12}(t)...\dot{U}_{1n}\right)$, що мають табличні зображення за Лапласом.

Після цього знаходимо реакцію кола на кожну складову в операторній формі:

$$U_{21}(p)=U_{11}(p)K(p);\quad U_{22}(p)=U_{12}(p)K(p);\ ...U_{2n}(p)=U_{1n}(p)\,K(p). \qquad (5.25)$$

Знаходимо зображення вихідного сигналу за принципом суперпозиції:

$$U_2(p)=U_{21}(p)+U_{22}(p)+...+U_{2n}(p). \qquad (5.26)$$

Застосувавши до (5.26) формулу розкладання, знаходимо $u_2(t)$.

При розв'язанні задачі аналізу часовим методом має бути відома одна з часових характеристик кола (перехідна характеристика $h(t)$ або ж імпульсна характеристика $g(t)$). Залежно від того, яка з часових характеристик кола відома, використовують два варіанти розв'язання задачі аналізу. Нехай відома перехідна характеристика $h(t)$ кола (рис. 5.15, а) (яку, до речі, необхідно знайти в одному з попередніх пунктів курсової роботи).

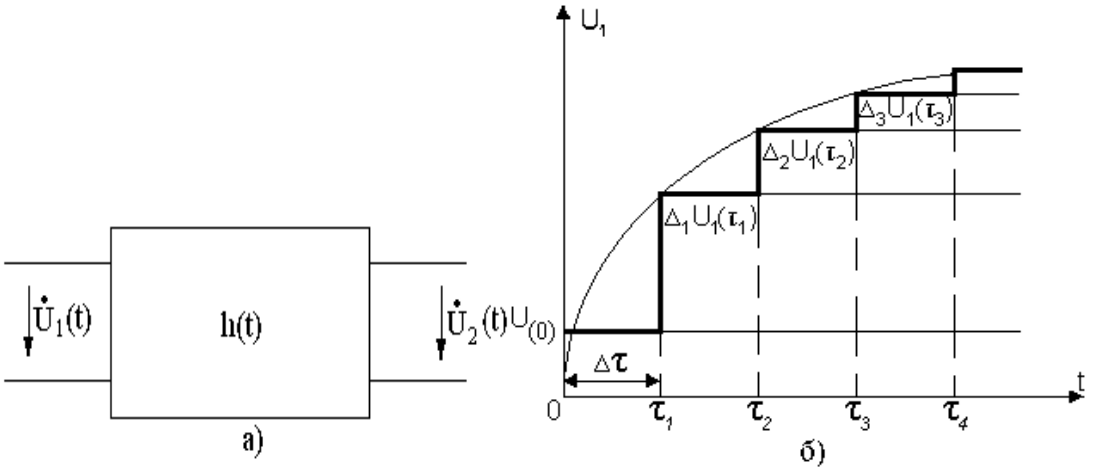


Рис. 5.15. До розрахунку задачі аналізу часовим методом

В цьому випадку вхідна напруга $u_1(t)$ наближено замінюється сумою стрибків напруги (рис. 5.15, б). Кожен зі стрибків зсунутий відносно сусіднього на один і той самий інтервал часу $\Delta\tau$. Моменти стрибків позначені $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \tau_4...$ Вхідна напруга при цьому дорівнює:

$$u_1(t)\approx U_1(0)\cdot 1(t)+\Delta_1U_1(\tau_1)\cdot 1(t-\tau_1)+\Delta_2U_1(\tau_2)\cdot 1(t-\tau_2)+\ldots$$
$$\ldots+\Delta_kU_1(\tau_k)\cdot 1(t-\tau_k)+\ldots \qquad (5.27)$$

Знак наближеної рівності стоїть тому, що ступінчата напруга, утворена з стрибків, відрізняється від дійсної. Зменшуючи часові інтервали $\Delta\tau$ і тим самим збільшуючи кількість стрибків у визначеному інтервалі часу, можна збільшувати степінь наближення ступінчатої напруги до дійсної.

Напруга на виході кола від кожного стрибка на вході визначається через перехідну характеристику кола $h(t)$:

$$\begin{aligned}
&\Delta_0 U_2(t)=U_1(0)\cdot h(t),\\
&\Delta_1 U_2(t)=\Delta_1 U_1(\tau)\cdot h(t-\tau_1),\\
&\Delta_2 U_2(t)=\Delta_2 U_1(\tau_2)\cdot h(t-\tau_2),\\
&----------\\
&\Delta_k U_2(t)=\Delta_k U_1(\tau_k)\cdot h(t-\tau_k).
\end{aligned} \qquad (5.28)$$

Відповідно до принципу суперпозиції вихідна напруга дорівнює сумі елементарних вихідних напруг, що визначаються співвідношенням (5.28):

$$u_2(t) \approx U_1(0)h(t) + \sum_k \Delta_k U_1(\tau_k)h(t-\tau_k)\cdot \qquad (5.29)$$

Оскільки вхідна напруга $u_1(t)$ виражена формулою (5.27) наближено, то вираз (5.29) також є наближеним. Для отримання точного виразу вихідної напруги домножимо і розділимо вираз під знаком суми на часовий проміжок $\Delta\tau$ і визначимо межу суми при $\Delta\tau \to 0$:

$$u_2(t) = U_1(0)h(t) + \lim_{\Delta\tau\to 0}\sum_k \frac{\Delta_k U_1(\tau_k)}{\Delta\tau}h(t-\tau_k)\Delta\tau;$$

оскільки

$$\lim_{\Delta\tau\to 0}\sum_k \frac{\Delta_k U_1(\tau_k)}{\Delta\tau} = \frac{dU_1(\tau)}{d\tau} = U_1'(\tau);$$

$$\lim_{\Delta\tau\to 0}\sum_k f(\tau_k,t)\Delta\tau = \int_0^t f(\tau,t)d\tau$$

(індекс *k* опускаємо, тому що він при інтегруванні не має сенсу), то

$$u_2(t) = U_1(0)h(t) + \int_0^t U_1'(\tau)h(t-\tau)d\tau, \qquad (5.30)$$

де $U_1(0)$ – початкове значення вхідної напруги; $U_1'(\tau) = \left.\frac{dU_1(t)}{dt}\right|_{t=\tau}$ – похідна вхідної напруги; $h(t-\tau)$ – перехідна характеристика, в якій *t* замінено на $(t-\tau)$.

Вираз (5.30) називається формулою інтеграла Дюамеля. Є декілька різновидів цієї формули. Цей вираз дозволяє визначити відгук кола на відому дію на його вході.

Якщо вхідна напруга $u_1(t)$ має різні вирази на різних інтервалах часу (рис. 5.16) і, окрім того, має або не має стрибків, то інтервал інтегрування розбивається на окремі ділянки, а реакцію кола, що розраховується за інтегралом Дюамеля, записують для окремих інтервалів часу. Для виразу (рис. 5.16) матимемо:

а) на першому інтервалі часу від 0 до t_1 (не включаючи стрибок U_{11})

$$u_2(t) = U_1(0)h(t) + \int_0^t U_1'(\tau)h(t-\tau)d\tau; \qquad (5.31)$$

б) на другому проміжку часу від t_1 до t_2 (не виключаючи стрибок U_{12}):

$$u_2(t) = U_1(0)h(t) + \int_0^{t_1} U_1'(\tau)h(t-\tau)d\tau + U_{11}h(t-t_1) + \int_{t_1}^t U_{12}'(\tau)h(t-\tau)d\tau; \qquad (5.32)$$

в) на третьому проміжку часу від t_2 до ∞:

$$u_2(t) = U_1(0)h(t) + \int_0^{t_1} U_{11}'(\tau)h(t-\tau)d\tau + U_{11}h(t-t_1) + \\ + \int_{t_1}^{t_2} U_{12}'(\tau)h(t-\tau)d\tau - U_{12}'h(t-t_2) + \int_{t_2}^{t} U_{13}'(\tau)h(t-\tau)d\tau \quad , \tag{5.33}$$

де складова $-U_{12}h(t-t_2)$ обумовлена від'ємним стрибком вхідної напруги в момент часу t_2.

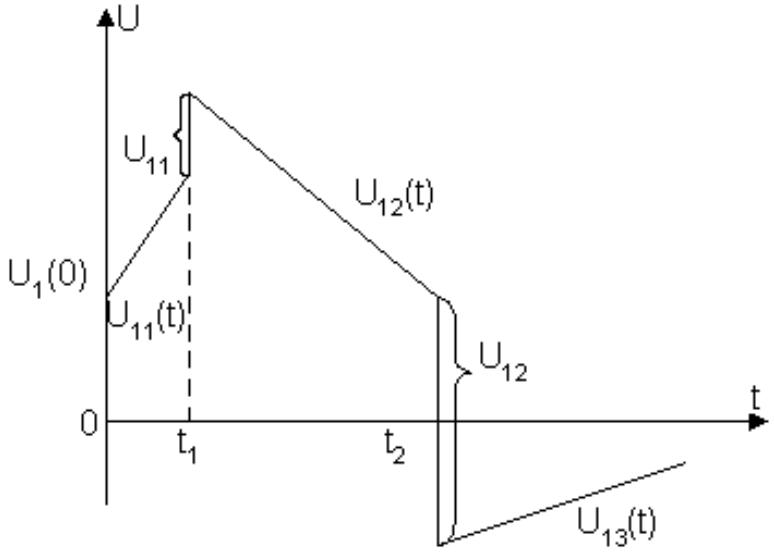


Рис. 5.16. Складний вхідний сигнал

Оскільки аналіз передбачає визначення вихідної напруги після закінчення вхідної дії, то необхідно користуватись співвідношенням (5.33).

Реакція електричного кола на складну неперіодичну дію може бути визначена за допомогою спектрального методу за відомими частотними характеристиками електричного кола та спектральними щільностями неперіодичного сигналу.

6. ПРИКЛАД ВИКОНАННЯ КУРСОВОЇ РОБОТИ

Для заданої схеми електричного кола змінного струму (рис. 6.1) необхідно:

1.1. Розрахувати загальний опір електричного кола.

Визначимо опори елементів схеми, враховуючи, що частота вхідної напруги f = 60 Гц:

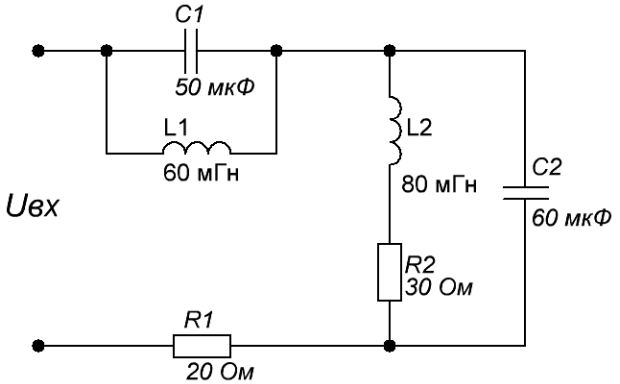


Рис. 2.1. Схема заданого електричного кола

$$Z_{R1} = R_1 = 20\ Ом; \qquad Z_{R2} = R_2 = 30\ Ом;$$

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3.14 \cdot 60 = 376.8 \ рад/с;$$

$$Z_{L1} = i\omega L_1 = i\,376.8 \cdot 0.06 = i\,22.608 \ Ом;$$

$$Z_{L2} = i\omega L_2 = i\,376.8 \cdot 0.08 = i\,30.144 \ Ом;$$

$$Z_{C1} = -i\frac{1}{\omega C_1} = -i\frac{1}{376.8 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = -i\,53.079 \ Ом;$$

$$Z_{C2} = -i\frac{1}{\omega C_2} = -i\frac{1}{376.8 \cdot 60 \cdot 10^{-6}} = -i\,44.232 \ Ом.$$

Розрахунок загального опору електричного кола будемо проводити, об'єднуючи елементи за типами з'єднань:

$$Z_{C1L1} = \frac{Z_{C1}Z_{L1}}{Z_{L1} + Z_{C1}} = \frac{-i\,53.079 \cdot i\,22.608}{i\,22.608 - i\,53.079} = \frac{1200.01}{-i\,30.471} = i\,39.382 \ Ом;$$

$$Z_{L2R2} = Z_{L2} + Z_{R2} = i\,30.144 + 30 = \sqrt{30.144^2 + 30^2} \times$$

$$\times e^{i\,arctg\frac{30.144}{30}} = 42.528 \cdot e^{i\,45.14^0} = 29.998 + i\,30.145 \ Ом;$$

$$Z_{L2R2C2} = \frac{Z_{C2}Z_{L2R2}}{Z_{L2R2} + Z_{C2}} = \frac{-i\,44.232 \cdot (29.998 + i\,30.145)}{29.998 + i\,30.145 - i\,44.232} =$$

$$= \frac{1333.374 - i1326.872}{29.998 - i14.087} = \frac{\sqrt{1333.374^2 + 1326.872^2} \cdot e^{-i\,arctg\frac{1326872}{1333374}}}{\sqrt{29.998^2 + 14.087^2} \cdot e^{-i\,arctg\frac{14.087}{29.998}}} =$$

$$= \frac{1881.084 \cdot e^{-i\,44.86^o}}{33.141 \cdot e^{-i\,25.15^o}} = 56.76 \cdot e^{-i19.71^o} = 53.435 - i19.143 \ Ом;$$

$$Z_{заг} = Z_{C1L1} + Z_{L2R2C2} + Z_{R1} = i\,39.382 + 53.435 - i19.143 + 20 =$$

$$= 73.435 + i\,20.239 = \sqrt{73.435^2 + 20.239^2} \cdot e^{i\,arctg\frac{20.239}{73.435}} = 76.173 \cdot e^{i15.41^0} \ Ом.$$

1.2. Для заданого електричного кола скласти рівняння за законами Ома і Кірхгофа та визначити спади напруг на елементах електричного кола і струми, що через них протікають.

При складанні рівнянь за законами Ома і Кірхгофа будемо вважати, що напруги і струми мають ту саму нумерацію, що і елементи схеми. Тоді, враховуючи, що в схемі наявні три вузли, за першим законом Кірхгофа складемо два рівняння (рис. 6.2):

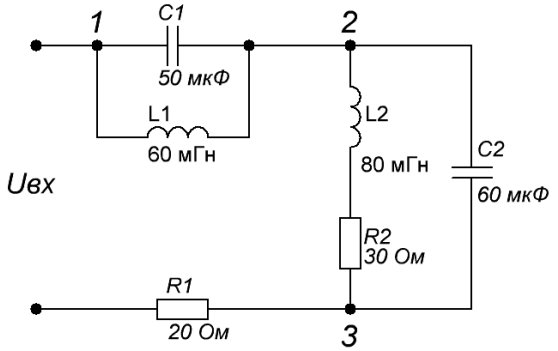


Рис. 6.2. Схема для складання рівнянь за законами Ома і Кірхгофа

- для вузла 2:

$I_{C1} + I_{L1} = I_{L2} + I_{C2}$; при цьому $I_{L2} = I_{R2}$;

- для вузла 3:

$I_{R1} = I_{R2} + I_{C2}$.

Враховуючи, що струм першого резистора є таким, що втікає у джерело вхідного сигналу, для нього можна записати:

$$I_{R1} = I_{C1} + I_{L1}.$$

Враховуючи, що електричне коло має два контури, за другим законом Кірхгофа складаємо рівняння для контурів:

$$U_{C1} + U_{L2} + U_{R2} + U_{R1} = U_{BX};$$
$$U_{C2} = U_{L2} + U_{R2}.$$

Враховуючи, що за законом Ома напруга є добутком струму та опору, запишемо систему з чотирьох рівнянь:

$$\begin{cases} I_{C1} + I_{L1} = I_{C2} + I_{L2}; \\ I_{R1} = I_{R2} + I_{C2}; \\ I_{C1}Z_{C1} + I_{L2}Z_{L2} + I_{R2}Z_{R2} + I_{R1}Z_{R1} = U_{BX}; \\ I_{C2}Z_{C2} = I_{L2}Z_{L2} + I_{R2}Z_{R2}. \end{cases}$$

Підставивши числові значення параметрів вхідної напруги (амплітудне значення та початкову фазу) $U_{m.BX} = 20\ B$ та $\varphi_{BX} = 25^0$, а також опорів елементів схеми, визначимо значення струмів, що протікають через елементи схеми, та спадів напруг на цих елементах:

$$I_{R1} = \frac{U_{m.BX}e^{i\varphi_{BX}}}{Z_{заг}} = \frac{20 \cdot e^{i25^0}}{76.173 \cdot e^{i15.41^0}} = 0.263 \cdot e^{i9.59^0}\ A;$$

$$U_{R1} = I_{R1}Z_{R1} = 0.263 \cdot e^{i9.59^0} \cdot 20 = 5.26 \cdot e^{i9.59^0}\ B;$$

$$U_{L1} = U_{C1} = I_{R1}Z_{C1L1} = 0.263 \cdot e^{i9.59^0} \cdot 39.382 \cdot e^{i90^0} = 10.357 \cdot e^{i99.59^0}\ B;$$

$$I_{L1} = \frac{U_{L1}}{Z_{L1}} = \frac{10.357 \cdot e^{i99.59^0}}{22.608 \cdot e^{i90^0}} = 0.458 \cdot e^{i9.59^0}\ A;$$

$$I_{C1} = \frac{U_{C1}}{Z_{C1}} = \frac{10.357 \cdot e^{i99.59^0}}{53.079 \cdot e^{-i90^0}} = 0.195 \cdot e^{i189.59^0}\ A;$$

$$U_{C2} = I_{R1}Z_{L2R2C2} = 0.263 \cdot e^{i9.59^0} \cdot 56.76 \cdot e^{-i19.71^0} = 14.928 \cdot e^{-i10.12^0}\ B;$$

$$I_{C2} = \frac{U_{C2}}{Z_{C2}} = \frac{14.928 \cdot e^{-i10.12^0}}{44.232 \cdot e^{-i90^0}} = 0.337 \cdot e^{i79.88^0}\ A;$$

$$I_{L2} = I_{R2} = \frac{U_{C2}}{Z_{L2R2}} = \frac{14.928 \cdot e^{-i10.12^0}}{42.528 \cdot e^{i45.14^0}} = 0.351 \cdot e^{-i55.26^0}\ A;$$

$$U_{R2} = I_{R2}Z_{R2} = 0.351 \cdot e^{-i55.26^0} \cdot 30 = 10.53 \cdot e^{-i55.26^0}\ B;$$

$$U_{L2} = I_{L2}Z_{L2} = 0.351 \cdot e^{-i55.26^0} \cdot 30.144 \cdot e^{i90^0} = 10.581 \cdot e^{i34.74^0}\ B.$$

За отриманими результатами проведемо перевірку виконання законів Кірхгофа для вузлів та контурів:

- для вузла 2:

$$I_{C1} + I_{L1} = 0.195 \cdot e^{i189.59^0} + 0.458 \cdot e^{i9.59^0} = -0.1923 - i\,0.0325 +$$

$$+ 0.4516 + i\,0.0763 = 0.2593 + i\,0.0438 = 0.263 \cdot e^{i9.59^0}\ A \approx$$

$$\approx I_{L2} + I_{C2} = 0.351 \cdot e^{-i55.26^0} + 0.337 \cdot e^{i79.88^0} = 0.2 - i\,0.2884 +$$

$$+ 0.0592 + i\,0.3318 = 0.2592 + i\,0.0434 = 0.2628 \cdot e^{i9.51^0}\ A;$$

- для вузла 3:

$$I_{R1} = 0.263 \cdot e^{i9.59^0}\ A \approx I_{R2} + I_{C2} = I_{L2} + I_{C2} = 0.2628 \cdot e^{i9.51^0}\ A;$$

- для першого контуру:

$$U_{C1} + U_{L2} + U_{R2} + U_{R1} = 10.357 \cdot e^{i99.59^0} + 10.581 \cdot e^{i34.74^0} +$$

$$+ 10.53 \cdot e^{-i55.26^0} + 5.26 \cdot e^{i9.59^0} = -1.7254 + i10.2123 + 8.6949 +$$

$$+ i\,6.0296 + 6.0006 - i\,8.653 + 5.1865 + i\,0.8763 = 18.1566 +$$

$$+ i\,8.4652 = 20.033 \cdot e^{i24.997^0}\ B \approx U_{BX} = 20 \cdot e^{i25^0}\ B;$$

- для другого контуру:

$$U_{L2} + U_{R2} = 10.581 \cdot e^{i34.74^0} + 10.53 \cdot e^{-i55.26^0} = 8.6949 + i\,6.0296 +$$

$$+ 6.0006 - i\,8.653 = 14.6955 - i\,2.6234 =$$

$$= 14.9278 \cdot e^{-i10.121^0}\ B \approx U_{C2} = 14.928 \cdot e^{-i10.12^0}\ B.$$

Проведені перевірки показали, що для вузлів та контурів закони Кірхгофа виконуються з високою точністю (похибка менше 0.07%), тобто розрахунок проведений вірно.

1.3. Для розрахованого електричного кола скласти баланс потужностей.

Активна потужність елементів схеми:

$$P = \frac{U_{mR1} I_{mR1}}{2} + \frac{U_{mR2} I_{mR2}}{2} = \frac{5.26 \cdot 0.263}{2} + \frac{10.53 \cdot 0.351}{2} = 2.5397\ Bm.$$

Реактивна потужність елементів схеми:

$$Q = \frac{U_{mL1} I_{mL1}}{2} + \frac{U_{mL2} I_{mL2}}{2} - \frac{U_{mC1} I_{mC1}}{2} - \frac{U_{mC2} I_{mC2}}{2} = \frac{10.357 \cdot 0.458}{2} +$$

$$+ \frac{10.581 \cdot 0.351}{2} - \frac{10.357 \cdot 0.195}{2} - \frac{14.928 \cdot 0.337}{2} = 0.7035\ BAp.$$

Повна або комплексна потужність елементів схеми:

$$S = P + i\,Q = \sqrt{P^2 + Q^2} \cdot e^{i\,arctg\frac{Q}{P}} =$$

$$= \sqrt{2.5397^2 + 0.7035^2} \cdot e^{i\,arctg\frac{0.7035}{2.5397}} = 2.6353 \cdot e^{i15.488^0}\ BA.$$

Потужність, споживана від джерела живлення (джерела вхідного сигналу):

$$S_{СП} = \frac{U_{ДЖ} I_{ДЖ}}{2} = \frac{U_{BX} \overset{*}{I}_{R1}}{2} = \frac{20 \cdot e^{i25^0} \cdot 0.263 \cdot e^{-i9.59^0}}{2} = 2.63 \cdot e^{i15.41^0}\ BA.$$

Баланс потужностей:

$$S_{СП} = 2.63 \cdot e^{i15.41^0}\, ВА \approx S = 2.6353 \cdot e^{i15.488^0}\, ВА.$$

Розрахунки проведені з високою точністю, тому що відносна похибка при складанні балансу потужності становить

$$\varepsilon_S = \frac{S_{СП} - S}{S_{СП}} \cdot 100\% = \frac{2.63 - 2.6353}{2.63} \cdot 100\% = -0.2\%.$$

2.1. Визначити А-параметри чотириполюсника, враховуючи, що вихідною напругою кола є напруга на крайньому правому елементі схеми (в нашому випадку на конденсаторі C_2).

А-параметри чотириполюсника визначаються системою рівнянь:

$$\begin{cases} U_1 = AU_2 + BI_2; \\ I_1 = CU_2 + DI_2. \end{cases}$$

Параметри A і C чотириполюсника визначаються в режимі холостого ходу на виході (при $I_2 = 0$), коли конденсатор C_2 в схемі відсутній, а параметри B і D – в режимі короткого замикання (при $U_2 = 0$).

Розглянемо схему чотириполюсника в режимі холостого ходу на виході (рис. 6.3) та визначимо параметри A і C.

$$Z_{заг} = Z_{C1L1} + Z_{L2R2} + Z_{R1} = i\,39.382 + 29.998 + i\,30.145 + 20 =$$

$$= 49.998 + i\,69.527 = \sqrt{49.998^2 + 69.527^2} \cdot e^{i\,arctg\frac{69.527}{49.998}} = 85.638 \cdot e^{i54.28^0}\ Ом.$$

$$I_{R1} = \frac{U_{ВХ}}{Z_{заг}} = \frac{20 \cdot e^{i25^0}}{85.638 \cdot e^{i54.28^0}} = 0.2335 \cdot e^{-i29.28^0} A.$$

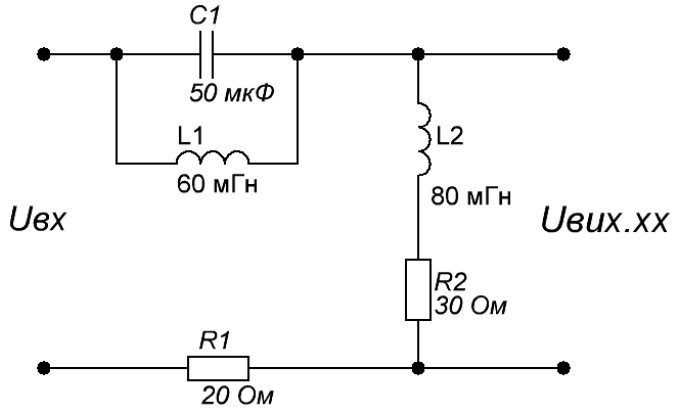


Рис. 6.3. Схема чотириполюсника в режимі холостого ходу на виході

$$U_{ВИХ.ХХ} = I_{R1} Z_{L2R2} = 0.2335 \cdot e^{-i29.28^0} \cdot 42.528 \cdot e^{i45.14^0} = 9.9303 \cdot e^{i15.86^0} B.$$

$$A = \frac{U_{ВХ}}{U_{ВИХ.ХХ}} = \frac{20 \cdot e^{i25^0}}{9.9303 \cdot e^{i15.86^0}} = 2.014 \cdot e^{i9.14^0}.$$

$$C = \frac{I_{R1}}{U_{ВИХ.ХХ}} = \frac{0.2335 \cdot e^{-i29.28^0}}{9.9303 \cdot e^{i15.86^0}} = 0.0235 \cdot e^{-i45.14^0} См.$$

Далі розглянемо схему чотириполюсника в режимі короткого замикання на виході (рис. 6.4) та визначимо параметри B і D.

$$I_{ВИХ.КЗ} = \frac{U_{BX}}{Z_{C1L1} + Z_{R1}} = \frac{20 \cdot e^{i25^0}}{i39.382 + 20} =$$

$$= \frac{20 \cdot e^{i25^0}}{\sqrt{20^2 + 39.382^2} \cdot e^{i\,arctg\frac{39.382}{20}}} = \frac{20 \cdot e^{i25^0}}{44.1695 \cdot e^{i63.08^0}} = 0.4528 \cdot e^{-i38.08^0} A.$$

$$B = \frac{U_{BX}}{I_{ВИХ.КЗ}} = \frac{20 \cdot e^{i25^0}}{0.4528 \cdot e^{-i38.08^0}} = 44.1696 \cdot e^{i63.08^0} Ом.$$

$$D = \frac{I_{R1}}{I_{ВИХ.КЗ}} = \frac{0.4528 \cdot e^{-i38.08^0}}{0.4528 \cdot e^{-i38.08^0}} = 1.$$

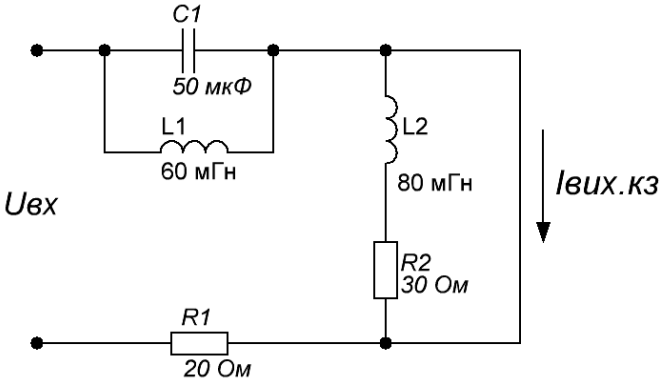


Рис. 6.4. Схема чотириполюсника в режимі короткого замикання на виході

Для розрахованих значень параметрів чотириполюсника необхідно провести перевірку за рівнянням зв'язку:

$$AD - BC = 1.$$

Підставивши чисельні значення розрахованих А-параметрів чотириполюсника, отримаємо:

$$2.014 \cdot e^{i9.14^0} \cdot 1 - 44.1696 \cdot e^{i63.08^0} \cdot 0.0235 \cdot e^{-i45.14^0} =$$

$$= 2.014 \cdot e^{i9.14^0} - 1.038 \cdot e^{i17.94^0} = 1.9884 + i\,0.3199 - 0.9875 -$$

$$- i\,0.3197 = 1.0009 + i\,0.0002 = 1.0009 \cdot e^{i0.0115^0} \approx 1.$$

Проведена перевірка виконується з достатньою точністю, тобто А-параметри чотириполюсника розраховані вірно.

За знайденими А-параметрами перерахуємо Y-параметри чотириполюсника:

$$Y_{11} = \frac{D}{B} = \frac{1}{44.1696 \cdot e^{i63.08^0}} = 22.64 \cdot e^{-i63.08^o} мСм;$$

$$Y_{12} = \frac{AD - BC}{B} = \frac{1}{44.1696 \cdot e^{i63.08^0}} = 22.64 \cdot e^{-i63.08^o} мСм;$$

$$Y_{21} = \frac{1}{B} = \frac{1}{44.1696 \cdot e^{i63.08^0}} = 22.64 \cdot e^{-i63.08^o} мСм;$$

$$Y_{22} = \frac{A}{B} = \frac{2.014 \cdot e^{i9.14^0}}{44.1696 \cdot e^{i63.08^0}} = 45.6 \cdot e^{-i53.94^o} мСм.$$

Параметри інших систем чотириполюсника (Z, h, g, b) розраховуються аналогічно за визначеними раніше А-параметрами.

Визначення параметрів Т- та П-подібної схем заміщення чотириполюсника, характеристичних опорів чотириполюсника з боку вхідних та вихідних затискачів, а також його повторного опору розглянуто в [20].

2.2. Виведення умови резонансу, визначення резонансної частоти, індуктивності додаткової котушки (або ємності додаткового конденсатора) та способу її підключення (послідовного чи паралельного) до основної котушки індуктивності чи конденсатора резонансного контуру для того, щоб він був настроєний на частоту вхідного сигналу, розглянуто в [20].

3.1. Визначити передавальну функцію та частотні характеристики (АЧХ і ФЧХ) електричного кола. Побудувати графіки частотних характеристик.

$$K(i\omega)=\frac{U_{ВИХ}(i\omega)}{U_{BX}(i\omega)}=\frac{Z_{C2L2R2}}{Z_{L1C1}+Z_{C2L2R2}+Z_{R1}}=$$

$$=\frac{\dfrac{Z_{C2}(Z_{R2}+Z_{L2})}{Z_{R2}+Z_{L2}+Z_{C2}}}{\dfrac{Z_{L1}Z_{C1}}{Z_{L1}+Z_{C1}}+\dfrac{Z_{C2}(Z_{R2}+Z_{L2})}{Z_{R2}+Z_{L2}+Z_{C2}}+Z_{R1}}=\frac{\dfrac{\dfrac{1}{i\omega C_2}(R_2+i\omega L_2)}{R_2+i\omega L_2+\dfrac{1}{i\omega C_2}}}{\dfrac{i\omega L_1\dfrac{1}{i\omega C_1}}{i\omega L_1+\dfrac{1}{i\omega C_1}}+\dfrac{\dfrac{1}{i\omega C_2}(R_2+i\omega L_2)}{R_2+i\omega L_2+\dfrac{1}{i\omega C_2}}+R_1}=$$

$$=\frac{\dfrac{\dfrac{R_2}{i\omega C_2}+\dfrac{L_2}{C_2}}{R_2+i\omega L_2+\dfrac{1}{i\omega C_2}}}{\dfrac{\dfrac{L_1}{C_1}}{i\omega L_1+\dfrac{1}{i\omega C_1}}+\dfrac{\dfrac{R_2}{i\omega C_2}+\dfrac{L_2}{C_2}}{R_2+i\omega L_2+\dfrac{1}{i\omega C_2}}+R_1}=$$

$$=\frac{\left(\dfrac{R_2}{i\omega C_2}+\dfrac{L_2}{C_2}\right)\cdot\left(i\omega L_1+\dfrac{1}{i\omega C_1}\right)}{\dfrac{L_1}{C_1}\cdot\left(R_2+i\omega L_2+\dfrac{1}{i\omega C_2}\right)+\left(\dfrac{R_2}{i\omega C_2}+\dfrac{L_2}{C_2}\right)\cdot\left(i\omega L_1+\dfrac{1}{i\omega C_1}\right)+}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{}{+R_1\cdot\left(i\omega L_1+\dfrac{1}{i\omega C_1}\right)\cdot\left(R_2+i\omega L_2+\dfrac{1}{i\omega C_2}\right)}=$$

$$= \frac{\frac{R_2 L_1}{C_2} - \frac{R_2}{\omega^2 C_1 C_2} + i\omega\frac{L_1 L_2}{C_2} - i\frac{L_2}{\omega C_1 C_2}}{\frac{L_1 R_2}{C_1} + i\omega\frac{L_1 L_2}{C_1} - i\frac{L_1}{\omega C_1 C_2} + \frac{R_2 L_1}{C_2} - \frac{R_2}{\omega^2 C_1 C_2} + i\omega\frac{L_1 L_2}{C_2} + \frac{R_1 L_1}{C_2} - } \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{}{- i\frac{L_2}{\omega C_1 C_2} + i\omega L_1 R_1 R_2 - \omega^2 L_1 L_2 R_1 - i\frac{R_1 R_2}{\omega C_1} + \frac{R_1 L_2}{C_1} - \frac{R_1}{\omega^2 C_1 C_2}} =$$

$$= \frac{\frac{R_2 L_1}{C_2} - \frac{R_2}{\omega^2 C_1 C_2} + i\left(\omega\frac{L_1 L_2}{C_2} - \frac{L_2}{\omega C_1 C_2}\right)}{\frac{L_1 R_2}{C_1} + \frac{R_2 L_1}{C_2} + \frac{R_1 L_1}{C_2} + \frac{R_1 L_2}{C_1} - \omega^2 L_1 L_2 R_1 - \frac{R_2}{\omega^2 C_1 C_2} - \frac{R_1}{\omega^2 C_1 C_2} + } \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{}{+ i\left(- \frac{R_1 R_2}{\omega C_1} + \omega\frac{L_1 L_2}{C_1} + \omega\frac{L_1 L_2}{C_2} + \omega L_1 R_1 R_2 - \frac{L_1}{\omega C_1 C_2} - \frac{L_2}{\omega C_1 C_2}\right)} =$$

$$= \frac{\omega^2\frac{R_2 L_1}{C_2} - \frac{R_2}{C_1 C_2} + i\left(\omega^3\frac{L_1 L_2}{C_2} - \omega\frac{L_2}{C_1 C_2}\right)}{- \omega^4 L_1 L_2 R_1 + \omega^2\left(\frac{L_1 R_2}{C_1} + \frac{R_2 L_1}{C_2} + \frac{R_1 L_1}{C_2} + \frac{R_1 L_2}{C_1}\right) - \frac{R_1 + R_2}{C_1 C_2} + } \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{}{+ i\left(\omega^3\left(\frac{L_1 L_2}{C_1} + \frac{L_1 L_2}{C_2} + L_1 R_1 R_2\right) - \omega\frac{R_1 R_2}{C_1} - \omega\frac{L_1 + L_2}{C_1 C_2}\right)}.$$

Підставивши чисельні значення параметрів елементів схеми, отримаємо:

$$K(i\omega) = \frac{3\cdot 10^4\omega^2 - 10^{10} + i\left(80\omega^3 - 2.667\cdot 10^7\omega\right)}{-0.096\omega^4 + 1.18\cdot 10^5\omega^2 - 1.667\cdot 10^{10} + i\left(212\omega^3 - 5.867\cdot 10^7\omega\right)}.$$

З останнього співвідношення визначимо вирази, які описують АЧХ та ФЧХ кола:

$$K(\omega) = |K(i\omega)| = \sqrt{\frac{\left(3\cdot 10^4\omega^2 - 10^{10}\right)^2 + \left(80\omega^3 - 2.667\cdot 10^7\omega\right)^2}{\left(-0.096\omega^4 + 1.18\cdot 10^5\omega^2 - 1.667\cdot 10^{10}\right)^2 + \left(212\omega^3 - 5.867\cdot 10^7\omega\right)^2}};$$

$$\varphi(\omega) = \arg\{K(i\omega)\} = -arctg\frac{80\omega^3 - 2.667\cdot 10^7\omega}{3\cdot 10^4\omega^2 - 10^{10}} - arctg\frac{212\omega^3 - 5.867\cdot 10^7\omega}{-0.096\omega^4 + 1.18\cdot 10^5\omega^2 - 1.667\cdot 10^{10}}.$$

За отриманими співвідношеннями будуємо графіки для АЧХ та ФЧХ електричного кола (рис. 6.5).

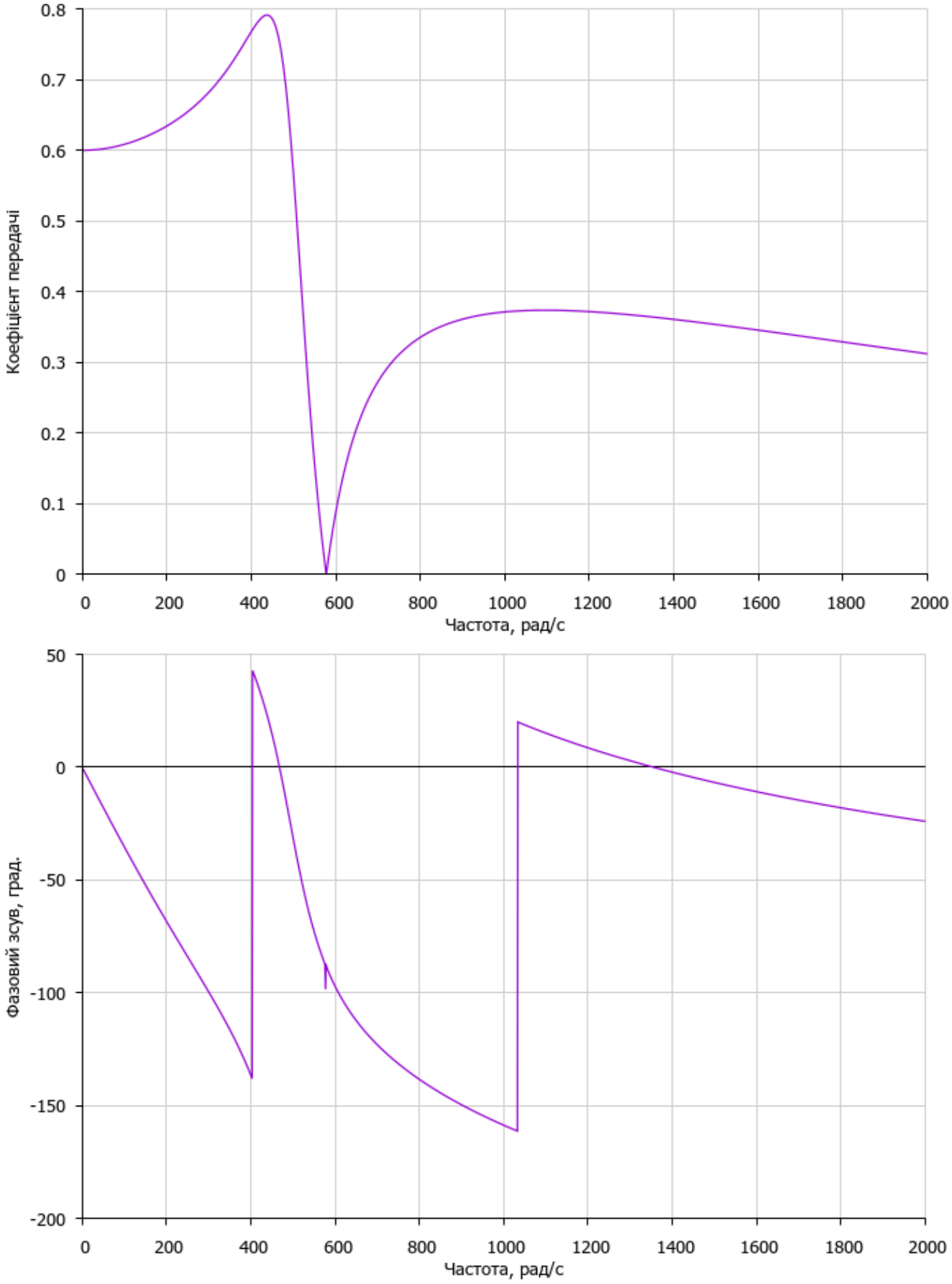


Рис. 6.5. Частотні характеристики електричного кола

3.2. Аналітично визначити часові характеристики (перехідну та імпульсну) електричного кола. Побудувати графіки часових характеристик.

Для визначення часових характеристик електричного кола спочатку необхідно визначити операторну передавальну функцію електричного кола. Така функція визначається відношенням операторних зображень за Лапласом вихідного та вхідного сигналів електричного кола.

$$K(p)=\frac{U_{ВИХ}(p)}{U_{ВХ}(p)}=\frac{Z_{C2L2R2}(p)}{Z_{L1C1}(p)+Z_{C2L2R2}(p)+Z_{R1}(p)}=$$

$$=\frac{\dfrac{Z_{C2}(p)\left[Z_{R2}(p)+Z_{L2}(p)\right]}{Z_{R2}(p)+Z_{L2}(p)+Z_{C2}(p)}}{\dfrac{Z_{L1}(p)Z_{C1}(p)}{Z_{L1}(p)+Z_{C1}(p)}+\dfrac{Z_{C2}(p)\left[Z_{R2}(p)+Z_{L2}(p)\right]}{Z_{R2}(p)+Z_{L2}(p)+Z_{C2}(p)}+Z_{R1}(p)}=$$

$$=\frac{\dfrac{1}{pC_2}\left(R_2+pL_2\right)}{R_2+pL_2+\dfrac{1}{pC_2}}=\frac{\dfrac{R_2}{pC_2}+\dfrac{L_2}{C_2}}{R_2+pL_2+\dfrac{1}{pC_2}}=$$

$$=\frac{\dfrac{R_2}{pC_2}+\dfrac{L_2}{C_2}}{\dfrac{L_1}{C_1}+\dfrac{\dfrac{R_2}{pC_2}+\dfrac{L_2}{C_2}}{pL_1+\dfrac{1}{pC_1}}+R_1}=$$

$$=\frac{\left(\dfrac{R_2}{pC_2}+\dfrac{L_2}{C_2}\right)\cdot\left(pL_1+\dfrac{1}{pC_1}\right)}{\dfrac{L_1}{C_1}\cdot\left(R_2+pL_2+\dfrac{1}{pC_2}\right)+\left(\dfrac{R_2}{pC_2}+\dfrac{L_2}{C_2}\right)\cdot\left(pL_1+\dfrac{1}{pC_1}\right)+R_1\cdot\left(pL_1+\dfrac{1}{pC_1}\right)\cdot\left(R_2+pL_2+\dfrac{1}{pC_2}\right)}=$$

$$=\frac{\dfrac{R_2L_1}{C_2}+\dfrac{R_2}{p^2C_1C_2}+p\dfrac{L_1L_2}{C_2}+\dfrac{L_2}{pC_1C_2}}{\dfrac{L_1R_2}{C_1}+p\dfrac{L_1L_2}{C_1}+\dfrac{L_1}{pC_1C_2}+\dfrac{R_2L_1}{C_2}+\dfrac{R_2}{p^2C_1C_2}+p\dfrac{L_1L_2}{C_2}+\dfrac{L_2}{pC_1C_2}+}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{}{+pL_1R_1R_2+p^2L_1L_2R_1+\dfrac{R_1L_1}{C_2}+\dfrac{R_1R_2}{pC_1}+\dfrac{R_1L_2}{C_1}+\dfrac{R_1}{p^2C_1C_2}}=$$

$$=\frac{p^2\dfrac{R_2L_1}{C_2}+\dfrac{R_2}{C_1C_2}+p^3\dfrac{L_1L_2}{C_2}+p\dfrac{L_2}{C_1C_2}}{p^2\dfrac{L_1R_2}{C_1}+p^3\dfrac{L_1L_2}{C_1}+p\dfrac{L_1}{C_1C_2}+p^2\dfrac{R_2L_1}{C_2}+\dfrac{R_2}{C_1C_2}+p^3\dfrac{L_1L_2}{C_2}+p\dfrac{L_2}{C_1C_2}+}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{}{+p^3L_1R_1R_2+p^4L_1L_2R_1+p^2\dfrac{R_1L_1}{C_2}+p\dfrac{R_1R_2}{C_1}+p^2\dfrac{R_1L_2}{C_1}+\dfrac{R_1}{C_1C_2}}=$$

$$= \frac{p^3\frac{L_1L_2}{C_2} + p^2\frac{R_2L_1}{C_2} + p\frac{L_2}{C_1C_2} + \frac{R_2}{C_1C_2}}{p^4L_1L_2R_1 + p^3L_1\left(\frac{L_2(C_1+C_2)}{C_1C_2} + R_1R_2\right) +} \rightarrow$$

$$\rightarrow \frac{}{+ p^2\left(\frac{L_1R_2 + R_1L_2}{C_1} + \frac{L_1(R_1+R_2)}{C_2}\right) + p\frac{1}{C_1}\left(\frac{L_1+L_2}{C_2} + R_1R_2\right) + \frac{R_1+R_2}{C_1C_2}}.$$

Підставивши числові значення параметрів елементів схеми, отримаємо:

$$K(p) = \frac{80p^3 + 3\cdot10^4p^2 + 2.667\cdot10^7p + 10^{10}}{0.096p^4 + 212p^3 + 1.18\cdot10^5p^2 + 5.867\cdot10^7p + 1.667\cdot10^{10}}.$$

Операторне зображення перехідної характеристики:

$$h(p) = K(p)\cdot1(p) = \frac{K(p)}{p} = \frac{80p^3 + 3\cdot10^4p^2 + 2.667\cdot10^7p + 10^{10}}{p\left(0.096p^4 + 212p^3 + 1.18\cdot10^5p^2 + 5.867\cdot10^7p + 1.667\cdot10^{10}\right)} =$$

$$= \frac{80p^3 + 3\cdot10^4p^2 + 2.667\cdot10^7p + 10^{10}}{0.096p^5 + 212p^4 + 1.18\cdot10^5p^3 + 5.867\cdot10^7p^2 + 1.667\cdot10^{10}p}.$$

Перехідну характеристику як функцію часу визначимо за допомогою теореми Лапласа (теореми про лишки).

$$N(p) = 80p^3 + 3\cdot10^4p^2 + 2.667\cdot10^7p + 10^{10};$$

$$Q(p) = 0.096p^5 + 212p^4 + 1.18\cdot10^5p^3 + 5.867\cdot10^7p^2 + 1.667\cdot10^{10}p;$$

$$Q'(p) = 0.48p^4 + 848p^3 + 3.54\cdot10^5p^2 + 1.1734\cdot10^8p + 1.667\cdot10^{10}.$$

Для визначення значень аргументу p, при яких знаменник функції $Q(p)=0$ необхідно розв'язати рівняння четвертого порядку і визначити чотири його корені (при цьому $p_5 = 0$):

$$0.096p^4 + 212p^3 + 1.18\cdot10^5p^2 + 5.867\cdot10^7p + 1.667\cdot10^{10} = 0.$$

Розв'язавши за допомогою відповідного програмного забезпечення рівняння четвертого порядку (рис. 6.6), отримаємо такі результати:

$p_1 = -422.9;\quad p_2 = -1648.9;\quad p_{3,4} = -68.3 \pm i494.3.$

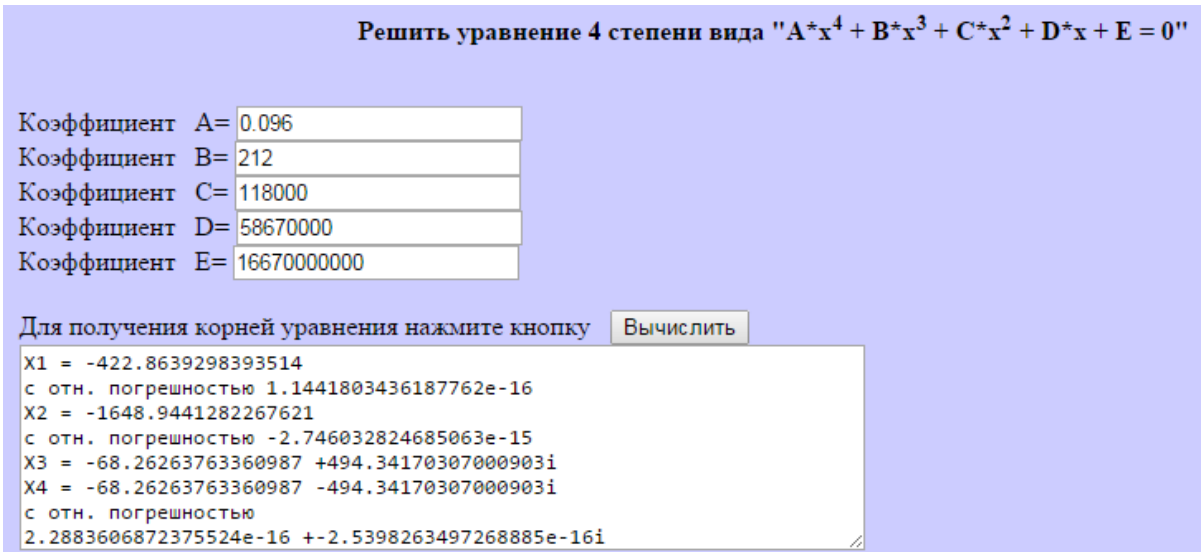


Рис. 6.6. Результати розв'язання рівняння четвертого порядку

За отриманими результатами можемо визначити перехідну характеристику електричного кола як функцію часу:

$$h(t)=\sum_{i=1}^{n=5}\frac{N(p)}{Q'(p)}e^{pt}\Bigg|_{p=p_i}=$$

$$=\sum_{i=1}^{n=5}\frac{80p^3+3\cdot10^4p^2+2.667\cdot10^7p+10^{10}}{0.48p^4+848p^3+3.54\cdot10^5p^2+1.1734\cdot10^8p+1.667\cdot10^{10}}e^{pt}\Bigg|_{p=p_i}=$$

$$=\frac{80\cdot(-422.9)^3+3\cdot10^4\cdot(-422.9)^2+2.667\cdot10^7\cdot(-422.9)+10^{10}}{0.48\cdot(-422.9)^4+848\cdot(-422.9)^3+3.54\cdot10^5\cdot(-422.9)^2+\rightarrow}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{}{\rightarrow+1.1734\cdot10^8\cdot(-422.9)+1.667\cdot10^{10}}\cdot e^{-422.9t}+$$

$$+\frac{80\cdot(-1648.9)^3+3\cdot10^4\cdot(-1648.9)^2+2.667\cdot10^7\cdot(-1648.9)+10^{10}}{0.48\cdot(-1648.9)^4+848\cdot(-1648.9)^3+3.54\cdot10^5\cdot(-1648.9)^2+\rightarrow}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{}{\rightarrow+1.1734\cdot10^8\cdot(-1648.9)+1.667\cdot10^{10}}\cdot e^{-1648.9t}+$$

$$+\frac{\left\{80\cdot(-68.3+i\,494.3)^3+3\cdot10^4\cdot(-68.3+i\,494.3)^2+\rightarrow\right.}{0.48\cdot(-68.3+i\,494.3)^4+848\cdot(-68.3+i\,494.3)^3+3.54\cdot10^5\times\rightarrow}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\left.\rightarrow+2.667\cdot10^7\cdot(-68.3+i\,494.3)+10^{10}\right\}\cdot e^{(-68.3+i\,494.3)t}}{\rightarrow\times(-68.3+i\,494.3)^2+1.1734\cdot10^8\cdot(-68.3+i\,494.3)+1.667\cdot10^{10}}+$$

$$+\frac{\left\{80\cdot(-68.3-i\,494.3)^3+3\cdot10^4\cdot(-68.3-i\,494.3)^2+\rightarrow\right.}{0.48\cdot(-68.3-i\,494.3)^4+848\cdot(-68.3-i\,494.3)^3+3.54\cdot10^5\times\rightarrow}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\left.\rightarrow+2.667\cdot10^7\cdot(-68.3-i\,494.3)+10^{10}\right\}\cdot e^{(-68.3-i\,494.3)t}}{\rightarrow\times(-68.3-i\,494.3)^2+1.1734\cdot10^8\cdot(-68.3-i\,494.3)+1.667\cdot10^{10}}+$$

$$=\frac{80\cdot0^3+3\cdot10^4\cdot0^2+2.667\cdot10^7\cdot0+10^{10}}{0.48\cdot0^4+848\cdot0^3+3.54\cdot10^5\cdot0^2+1.1734\cdot10^8\cdot0+1.667\cdot10^{10}}\cdot e^{0t}=$$

$$=\frac{-1964074779\cdot e^{-422.9t}}{-18426249064}+\frac{-311061765753\cdot e^{-1648.9t}}{532245163525}+\frac{10^{10}}{1.667\cdot10^{10}}+$$

$$+\frac{\left\{9940119920\cdot e^{i\,293.61^0}+7470030000\cdot e^{i\,195.74^0}+\rightarrow\right.}{29760719040\cdot e^{i\,31.48^0}+105365271152\cdot e^{i\,293.61^0}+\rightarrow}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\left.\rightarrow+13308330000\cdot e^{i\,97.87^0}+10^{10}\right\}\cdot e^{(-68.3+i\,494.3)t}}{\rightarrow+88146354000\cdot e^{i\,195.74^0}+58552660000\cdot e^{i\,97.87^0}+1.667\cdot10^{10}}+$$

$$+\frac{\left\{9940119920\cdot e^{-i\,293.61^0}+7470030000\cdot e^{-i\,195.74^0}+\rightarrow\right.}{29760719040\cdot e^{-i\,31.48^0}+105365271152\cdot e^{-i\,293.61^0}+\rightarrow}\rightarrow$$

$$\rightarrow\frac{\left.\rightarrow+13308330000\cdot e^{-i\,97.87^0}+10^{10}\right\}\cdot e^{(-68.3-i\,494.3)t}}{\rightarrow+88146354000\cdot e^{-i\,195.74^0}+58552660000\cdot e^{-i\,97.87^0}+1.667\cdot 10^{10}}+$$

$$=0.1066\cdot e^{-422.9t}-0.5844\cdot e^{-1648.9t}+0.6+$$

$$+\frac{4968928803+i\,2048508561}{-8608124026-i\,46914878388}\cdot e^{(-68.3+i\,494.3)t}+$$

$$+\frac{4968928803-i\,2048508561}{-8608124026+i\,46914878388}\cdot e^{(-68.3-i\,494.3)t}=$$

$$=0.6+0.1066\cdot e^{-422.9t}-0.5844\cdot e^{-1648.9t}+$$

$$+\frac{5374629362\cdot e^{i\,22.41^0}\cdot e^{(-68.3+i\,494.3)t}}{47698067187\cdot e^{-i\,100.4^0}}+\frac{5374629362\cdot e^{-i\,22.41^0}\cdot e^{(-68.3-i\,494.3)t}}{47698067187\cdot e^{i\,100.4^0}}=$$

$$=0.6+0.1066\cdot e^{-422.9t}-0.5844\cdot e^{-1648.9t}+$$

$$+0.1127\cdot e^{i\,122.81^0}\cdot e^{(-68.3+i\,494.3)t}+0.1127\cdot e^{-i\,122.81^0}\cdot e^{(-68.3-i\,494.3)t}=$$

$$=0.6+0.1066\cdot e^{-422.9t}-0.5844\cdot e^{-1648.9t}+0.2254\cdot e^{-68.3t}\cdot\cos\left(494.3t+122.81^0\right).$$

Отримана перехідна характеристика електричного кола наведена на рис. 6.7.

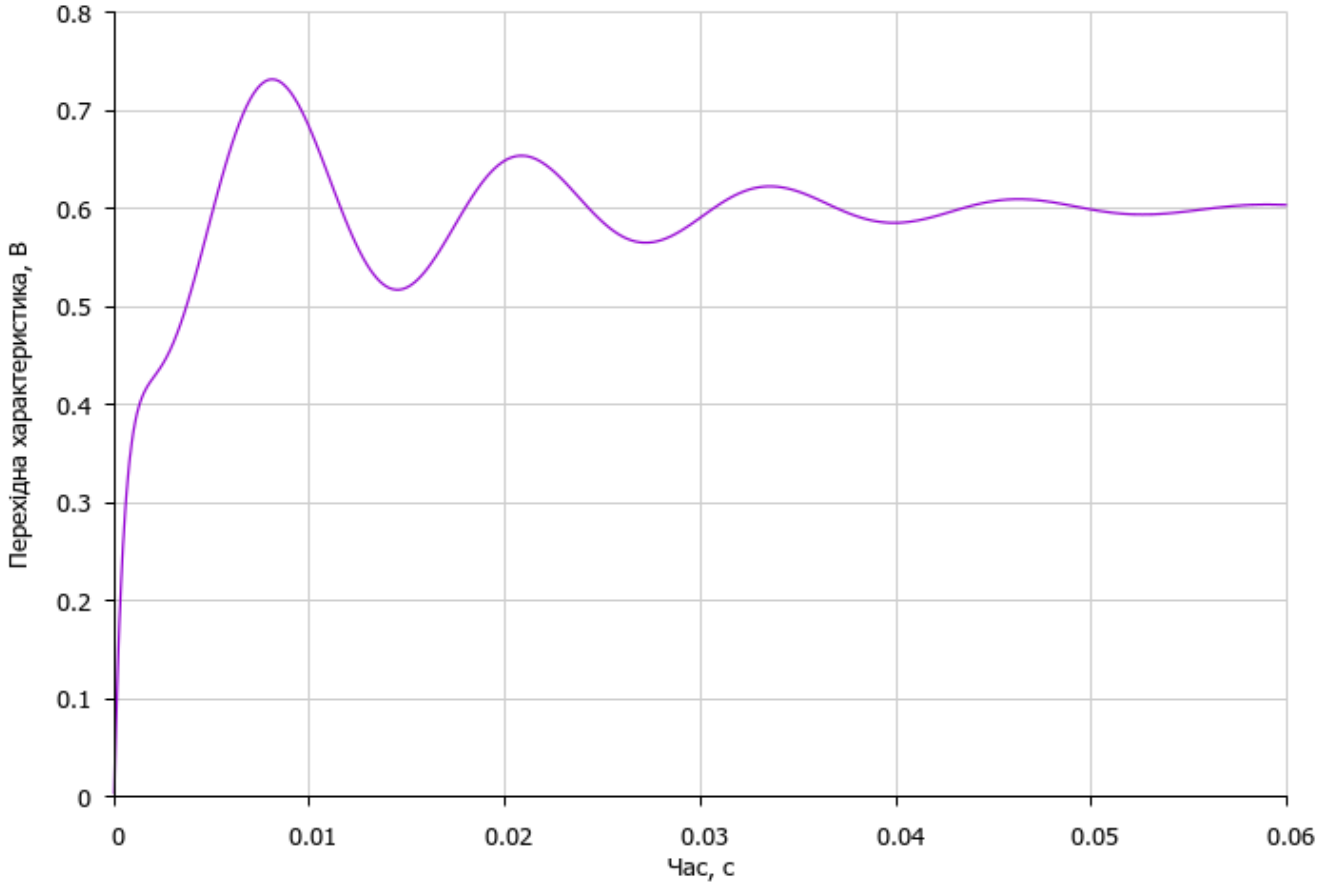


Рис. 6.7. Перехідна характеристика електричного кола

Імпульсна характеристика електричного кола визначається як похідна за часом від перехідної характеристики:

$$g(t)=\frac{d\,h(t)}{dt}=-45\cdot e^{-422.9t}+963\cdot e^{-1648.9t}-15.4\cdot e^{-68.3t}\times$$
$$\times\cos\left(494.3t+122.81^0\right)-111.4\cdot e^{-68.3t}\cdot\sin\left(494.3t+122.81^0\right).$$

Отримана імпульсна характеристика електричного кола наведена на рис. 6.8.

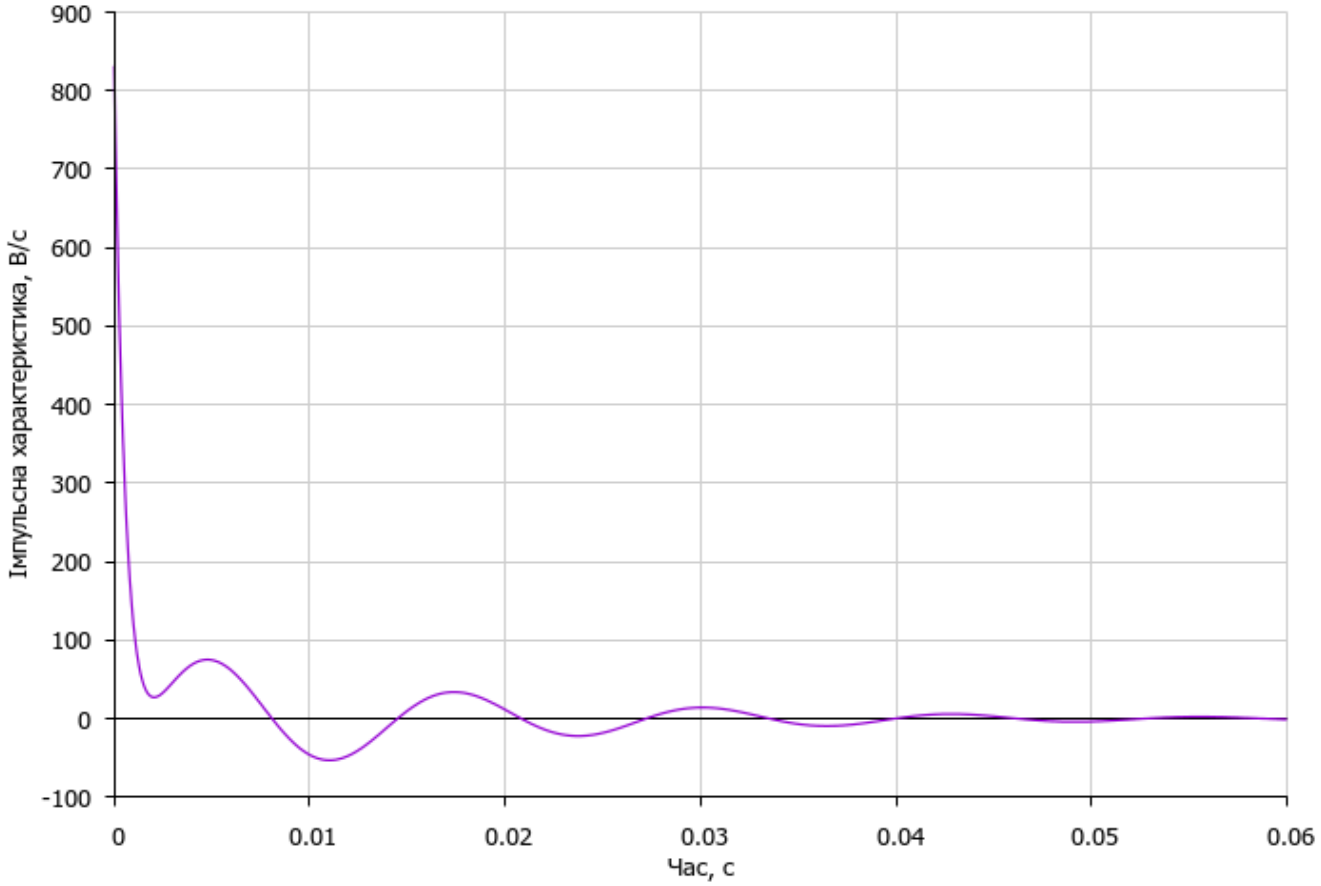


Рис. 6.8. Імпульсна характеристика електричного кола

4.1. Для неперіодичного сигналу знайдемо операторне зображення та комплексну спектральну густину заданого неперіодичного сигналу (рис. 6.9), якщо $E_m = 131$ В та $t_i = 4.2$ мкс (тривалість імпульсу можна позначати і як τ).

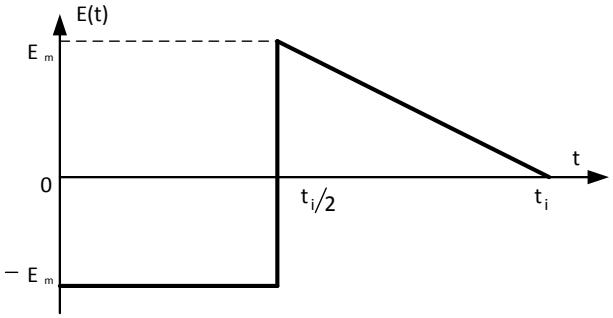


Рис. 6.9. Часова діаграма неперіодичного сигналу

Визначимо комплексну спектральну густину неперіодичного сигналу при використанні прямого перетворення Фур'є:

$$E(t)=\begin{cases}-E_m, & \text{при } 0\le t\le t_i/2;\\ 2E_m-\dfrac{2E_m}{t_i}t, & \text{при } t_i/2\le t\le t_i.\end{cases}$$

$$S(i\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}E(t)e^{-i\omega t}dt=-\int_{0}^{t_i/2}E_m e^{-i\omega t}dt+\int_{t_i/2}^{t_i}\left(2E_m-\frac{2E_m}{t_i}t\right)e^{-i\omega t}dt=$$

$$=-E_m\int_{0}^{t_i/2}e^{-i\omega t}dt+2E_m\int_{t_i/2}^{t_i}e^{-i\omega t}dt-\frac{2E_m}{t_i}\int_{t_i/2}^{t_i}e^{-i\omega t}dt.$$

Візьмемо три інтеграли окремо:

$$S_1(i\omega)=-E_m\int_{0}^{t_i/2}e^{-i\omega t}dt=\frac{E_m}{i\omega}e^{-i\omega t}\Big|_0^{t_i/2}=\frac{E_m}{i\omega}\left(e^{-i\omega t_i/2}-1\right)=-i\frac{E_m}{\omega}e^{-i\omega t_i/2}+i\frac{E_m}{\omega};$$

$$S_2(i\omega)=2E_m\int_{t_i/2}^{t_i}e^{-i\omega t}dt=-\frac{2E_m}{i\omega}e^{-i\omega t}\Big|_{t_i/2}^{t_i}=-\frac{2E_m}{i\omega}\left(e^{-i\omega t_i}-1\right)=$$

$$=\left(e^{-i\omega t_i}-e^{-i\omega t_i/2}\right)=i\frac{2E_m}{\omega}e^{-i\omega t_i}-i\frac{2E_m}{\omega}e^{-i\omega t_i/2}.$$

$$S_3(i\omega)=-\frac{2E_m}{t_i}\int_{t_i/2}^{t_i}te^{-i\omega t}dt=-\frac{2E_m}{t_i}\left[-\frac{t}{i\omega}e^{-i\omega t}\Big|_{t_i/2}^{t_i}+\frac{1}{i\omega}\int_{t_i/2}^{t_i}e^{-i\omega t}dt\right]=$$

$$=-\frac{2E_m}{t_i}\left[-\frac{t}{i\omega}e^{-i\omega t}\Big|_{t_i/2}^{t_i}-\frac{1}{i^2\omega^2}e^{-i\omega t}\Big|_{t_i/2}^{t_i}\right]=-\frac{2E_m}{\omega t_i}\left(\frac{1}{\omega}+it\right)e^{-i\omega t}\Big|_{t_i/2}^{t_i}=$$

$$=-\frac{2E_m}{\omega^2 t_i}e^{-i\omega t_i}-i\frac{2E_m}{\omega}e^{-i\omega t_i}+\frac{2E_m}{\omega^2 t_i}e^{-i\omega t_i/2}+i\frac{E_m}{\omega}e^{-i\omega t_i/2}.$$

В результаті інтегрування отримаємо:

$$S(i\omega)=S_1(i\omega)+S_2(i\omega)+S_3(i\omega)=-i\frac{E_m}{\omega}e^{-i\omega t_i/2}+i\frac{E_m}{\omega}+$$

$$+i\frac{2E_m}{\omega}e^{-i\omega t_i}-i\frac{2E_m}{\omega}e^{-i\omega t_i/2}-\frac{2E_m}{\omega^2 t_i}e^{-i\omega t_i}-i\frac{2E_m}{\omega}e^{-i\omega t_i}+$$

$$+\frac{2E_m}{\omega^2 t_i}e^{-i\omega t_i/2}+i\frac{E_m}{\omega}e^{-i\omega t_i/2}=i\frac{E_m}{\omega}-i\frac{2E_m}{\omega}e^{-i\omega t_i/2}-\frac{2E_m}{\omega^2 t_i}e^{-i\omega t_i}+\frac{2E_m}{\omega^2 t_i}e^{-i\omega t_i/2}=$$

$$=\frac{E_m}{\omega^2 t_i}\left[i\omega t_i-i\omega t_i\cos\frac{\omega t_i}{2}-\omega t_i\sin\frac{\omega t_i}{2}-2\cos\omega t_i+i2\sin\omega t_i+2\cos\frac{\omega t_i}{2}-i2\sin\frac{\omega t_i}{2}\right]=$$

$$=\frac{E_m}{\omega^2 t_i}\left[2\cos\frac{\omega t_i}{2}-2\cos\omega t_i-\omega t_i\sin\frac{\omega t_i}{2}+\right.$$

$$\left.+i\left(\omega t_i-\omega t_i\cos\frac{\omega t_i}{2}+2\sin\omega t_i-2\sin\frac{\omega t_i}{2}\right)\right]=S(\omega)e^{i\psi(\omega)},\quad \text{де}$$

$$S(\omega)=\frac{E_m}{\omega^2 t_i}\sqrt{\left(2\cos\frac{\omega t_i}{2}-2\cos\omega t_i-\omega t_i\sin\frac{\omega t_i}{2}\right)^2+\rightarrow}$$

$$\sqrt{\rightarrow+\left(\omega t_i-\omega t_i\cos\frac{\omega t_i}{2}+2\sin\omega t_i-2\sin\frac{\omega t_i}{2}\right)^2};$$

$$\psi(\omega) = arctg \frac{\omega t_i - \omega t_i \cos\frac{\omega t_i}{2} + 2\sin\omega t_i - 2\sin\frac{\omega t_i}{2}}{2\cos\frac{\omega t_i}{2} - 2\cos\omega t_i - \omega t_i \sin\frac{\omega t_i}{2}}.$$

Підставивши числові значення, визначимо частотні залежності модуля і аргументу комплексної спектральної густини з кроком $\omega_1 = \frac{\pi}{5t_i} = \frac{\pi}{5 \cdot 4.2 \cdot 10^{-6}} = 149600$ рад/с. Тоді добуток $\omega_1 t_i = \frac{\pi}{5}$, а добуток $\omega t_i = n\omega_1 t_i = \frac{n\pi}{5}$, де n = 0, 1, 2, ..., 20.

Для спрощення розрахунків перепишемо співвідношення для $S(\omega)$ та $\psi(\omega)$:

$$S(n) = \frac{E_m}{n\omega_1 \frac{n\pi}{5}} \sqrt{\left(2\cos\frac{n\pi}{10} - 2\cos\frac{n\pi}{5} - \frac{n\pi}{5}\sin\frac{n\pi}{10}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{5} - \frac{n\pi}{5}\cos\frac{n\pi}{10} + 2\sin\frac{n\pi}{5} - 2\sin\frac{n\pi}{10}\right)^2} =$$

$$= \frac{1.3937 \cdot 10^{-3}}{n^2} \sqrt{\left(2\cos\frac{n\pi}{10} - 2\cos\frac{n\pi}{5} - \frac{n\pi}{5}\sin\frac{n\pi}{10}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{5} - \frac{n\pi}{5}\cos\frac{n\pi}{10} + 2\sin\frac{n\pi}{5} - 2\sin\frac{n\pi}{10}\right)^2};$$

$$\psi(n) = arctg \frac{\frac{n\pi}{5} - \frac{n\pi}{5}\cos\frac{n\pi}{10} + 2\sin\frac{n\pi}{5} - 2\sin\frac{n\pi}{10}}{2\cos\frac{n\pi}{10} - 2\cos\frac{n\pi}{5} - \frac{n\pi}{5}\sin\frac{n\pi}{10}}.$$

Результати розрахунків для функцій $S(\omega)$ та $\psi(\omega)$ занесемо до таблиці 6.1.

Таблиця 6.1. Результати розрахунків для функцій $S(\omega)$ та $\psi(\omega)$

$n = \frac{\omega}{\omega_1}$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$S(n)\cdot 10^{-3}$, $B\cdot C$	0,4127	0,376	0,349	0,17	0,089	0,09	0,124	0,153	0,173	0,183	0,184
$\psi(n)$, °	-	-278,8°	-285,1°	-284,2°	-261,3°	-225°	-215,7°	-220°	-229°	-240,3°	-252,3°

$n = \frac{\omega}{\omega_1}$	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$S(n)\cdot 10^{-3}$, $B\cdot C$	0,177	0,163	0,145	0,124	0,1	0,077	0,054	0,034	0,015	0
$\psi(n)$, °	-268,4°	-278,7°	-277,6°	-290,2°	-302,7°	-315°	-327°	-338.5°	-349.4°	-359,6°

За обчисленими даними будуємо залежності модуля та аргументу комплексної спектральної густини від *n* (рис. 6.10).

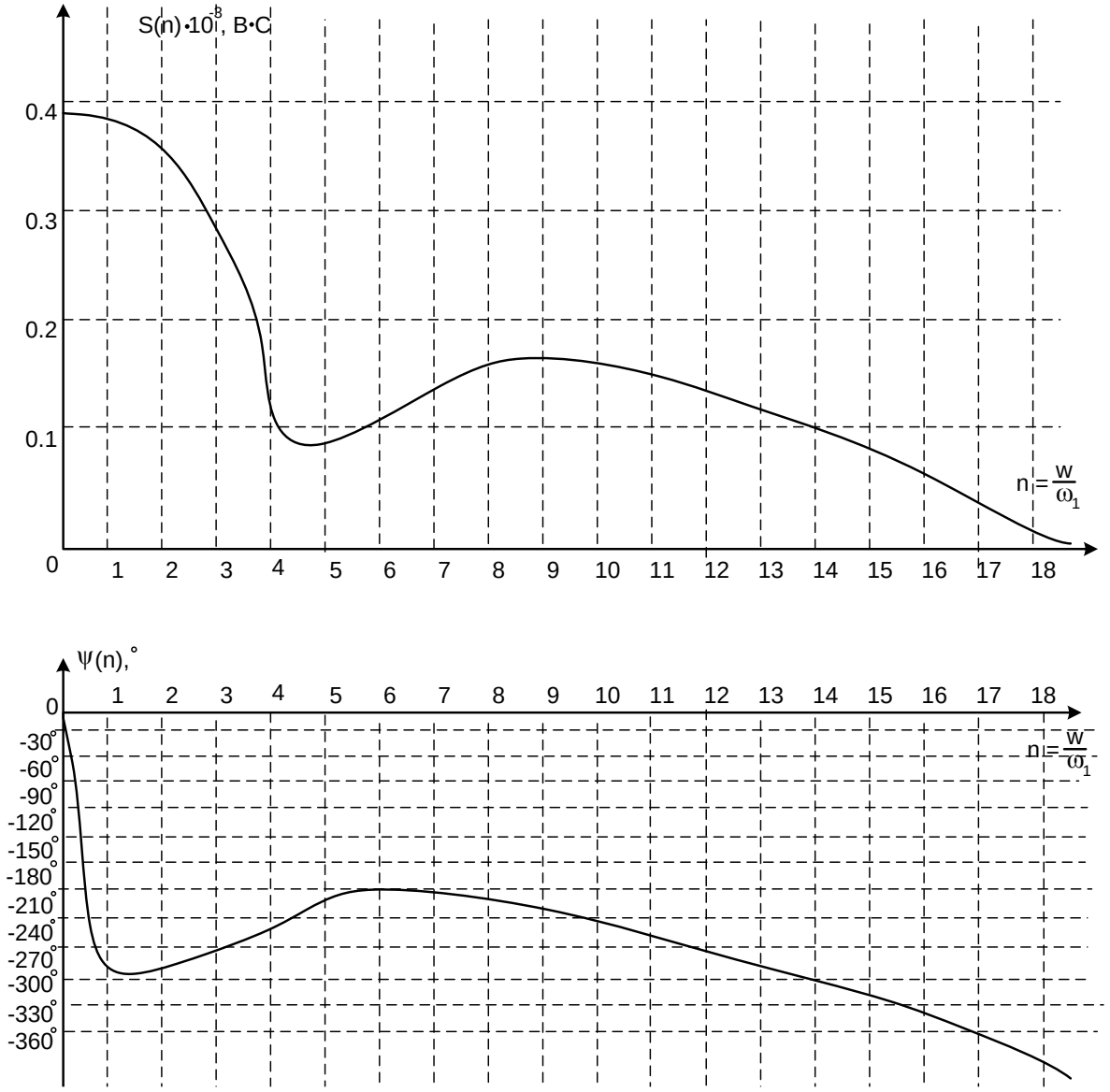


Рис. 6.10. Залежності модуля та аргументу комплексної спектральної густини від n

Використання операторних зображень за Лапласом.

Розкладемо складний неперіодичний сигнал (рис. 6.9) на елементарні сигнали (рис. 6.11), які описуються такими співвідношеннями:

$$E_1(t) = -E_m \cdot 1(t); \qquad E_2(t) = 2E_m \cdot 1\left(t - \frac{t_i}{2}\right);$$

$$E_3(t) = -\frac{2E_m}{t_i} t \cdot 1\left(t - \frac{t_i}{2}\right); \qquad E_4(t) = \frac{2E_m}{t_i} t \cdot 1(t - t_i).$$

Операторні зображення цих сигналів:

$$E_1(p) = -\frac{E_m}{p}; \qquad E_2(p) = \frac{2E_m}{p} e^{-pt_i/2};$$

$$E_3(p) = -\frac{2E_m}{p^2 t_i} e^{-pt_i/2}; \qquad E_4(p) = \frac{2E_m}{p^2 t_i} e^{-pt_i}.$$

За принципом суперпозиції зображення всього складного сигналу дорівнює сумі зображень його складових:

$$E(p)=E_1(p)+E_2(p)+E_3(p)+E_4(p)=-\frac{E_m}{p}+\frac{2E_m}{p}e^{-pt_i/2}-\frac{2E_m}{p^2t_i}e^{-pt_i/2}+\frac{2E_m}{p^2t_i}e^{-pt_i}.$$

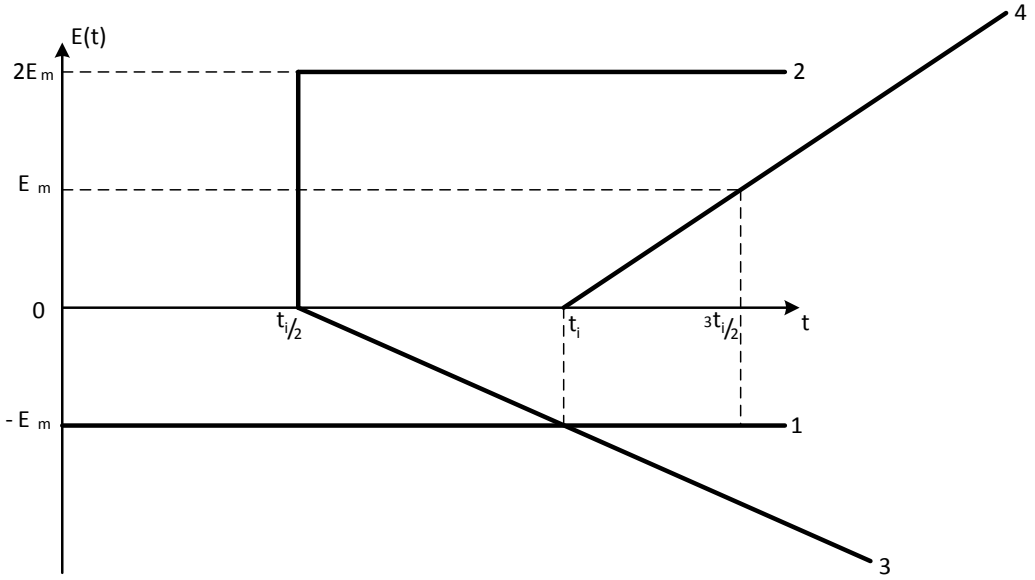


Рис. 6.11. Розкладання складного неперіодичного сигналу на елементарні

Якщо сигнал діє на додатній півосі часу, оператор p можна замінити на $i\omega$:

$$E(i\omega)=-\frac{E_m}{i\omega}+\frac{2E_m}{i\omega}e^{-i\omega t_i/2}-\frac{2E_m}{i^2\omega^2t_i}e^{-i\omega t_i/2}+\frac{2E_m}{i^2\omega^2t_i}e^{-i\omega t_i/2}=$$

$$=i\frac{E_m}{\omega}-i\frac{2E_m}{\omega}e^{-i\omega t_i/2}+\frac{2E_m}{\omega^2t_i}e^{-i\omega t_i/2}-\frac{2E_m}{\omega^2t_i}e^{-i\omega t_i}=$$

$$=\frac{E_m}{\omega^2t_i}\left[i\omega t_i-i\omega t_ie^{-i\omega t_i/2}+2e^{-i\omega t_i/2}-2e^{-i\omega t_i/2}\right].$$

Останнє співвідношення повністю збігається з результатом, отриманим при використанні прямого перетворення Фур'є. Тому подальший аналіз проводити не будемо. Оскільки сигнал неперіодичний, то спектри в нього – неперервні (суцільні).

4.2. Побудуємо і пояснимо, як зміниться АЧС і ФЧС, якщо сигнал, заданий в пункті 4.1, періодично продовжити з періодом *T = 53.77 мкс*.

Спектр періодичного сигналу – дискретний, і складається з окремих спектральних складових, кожна з яких має власну амплітуду і фазу. Частотний інтервал між спектральними складовими:

$$\omega_1=\frac{2\pi}{T}=\frac{6.28}{53.77\cdot10^{-6}}=116787.831 \text{ рад/с}.$$

Обвідна періодичного сигналу має таку саму форму, що і обвідна неперіодичного сигналу, однак змінюється масштаб по осі ординат (амплітуд).

Амплітуда n-ої гармоніки періодичного сигналу знаходиться через відповідне значення обвідної спектру неперіодичного сигналу:

$$E_{\Pi}(n)=\frac{E(n)}{T}=\frac{E_mT}{4\pi n^2\tau}\theta(n) \text{ [В]}.$$

Результати розрахунків для функцій $E_{П}(n)$ та $\psi(n)$ занесемо до таблиці 6.2.

Таблиця 6.2. Результати розрахунків для функцій $E_{П}(n)$ та $\psi(n)$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$E_{П}(n)$, В	7,675	6.993	6,491	3,162	1,655	1,674	2,306	2,845	3,217	3,403	3,422
$\psi(n)$, °	-	-278,8°	-285,1°	-284,2°	-261,3°	-225°	-215,7°	-220°	-229°	-240,3°	-252,3°

n	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$E_{П}(n)$, В	3,292	3,031	2,697	2,306	1,86	1,432	1,004	0,632	0,279	0
$\psi(n)$, °	-268,4°	-278,7°	-277,6°	-290,2°	-302,7°	-315°	-327°	-338.5°	-349.4°	-359,6°

Амплітудно-частотний спектр побудований у програмі *Microsoft Excel* і зображений на рис. 6.12.

За даними таблиці 6.2 будуємо і фазочастотний спектр періодичного сигналу (він також стає дискретним, але обвідна повністю повторює форму ФЧС для неперіодичного сигналу), наведений на рис. 6.13.

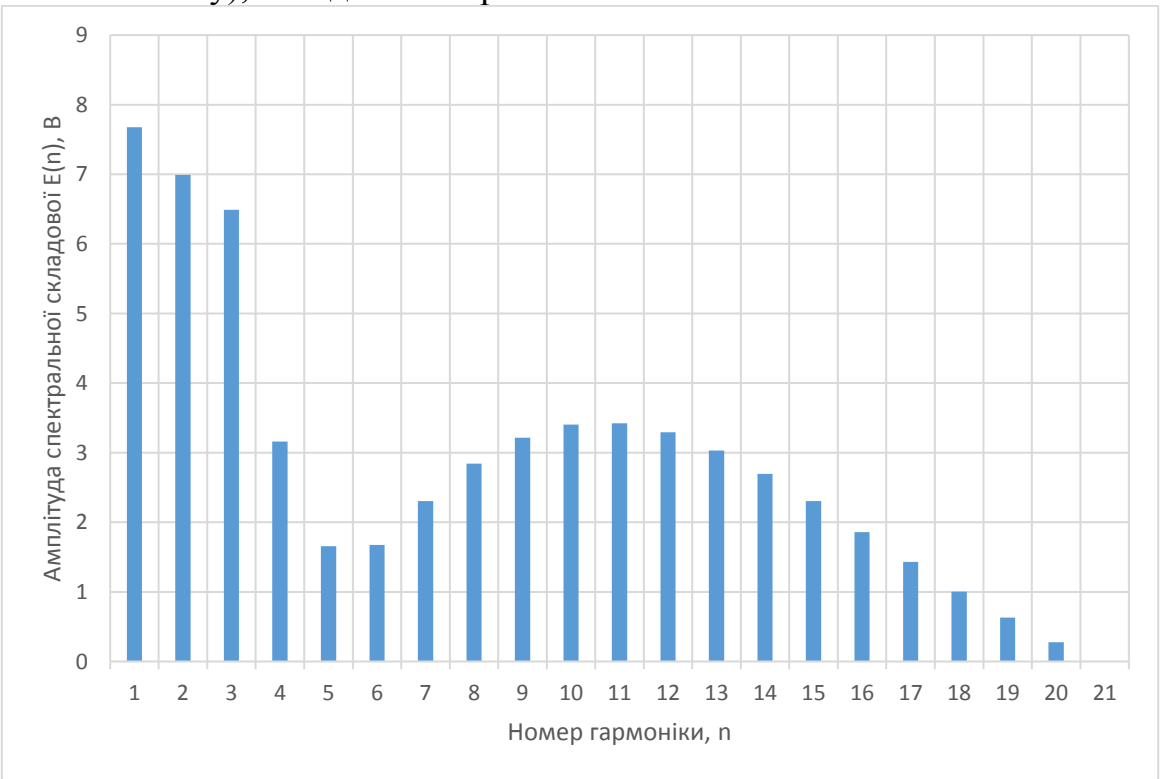


Рис. 6.12. Графік амплітудно-частотного спектру періодичного сигналу

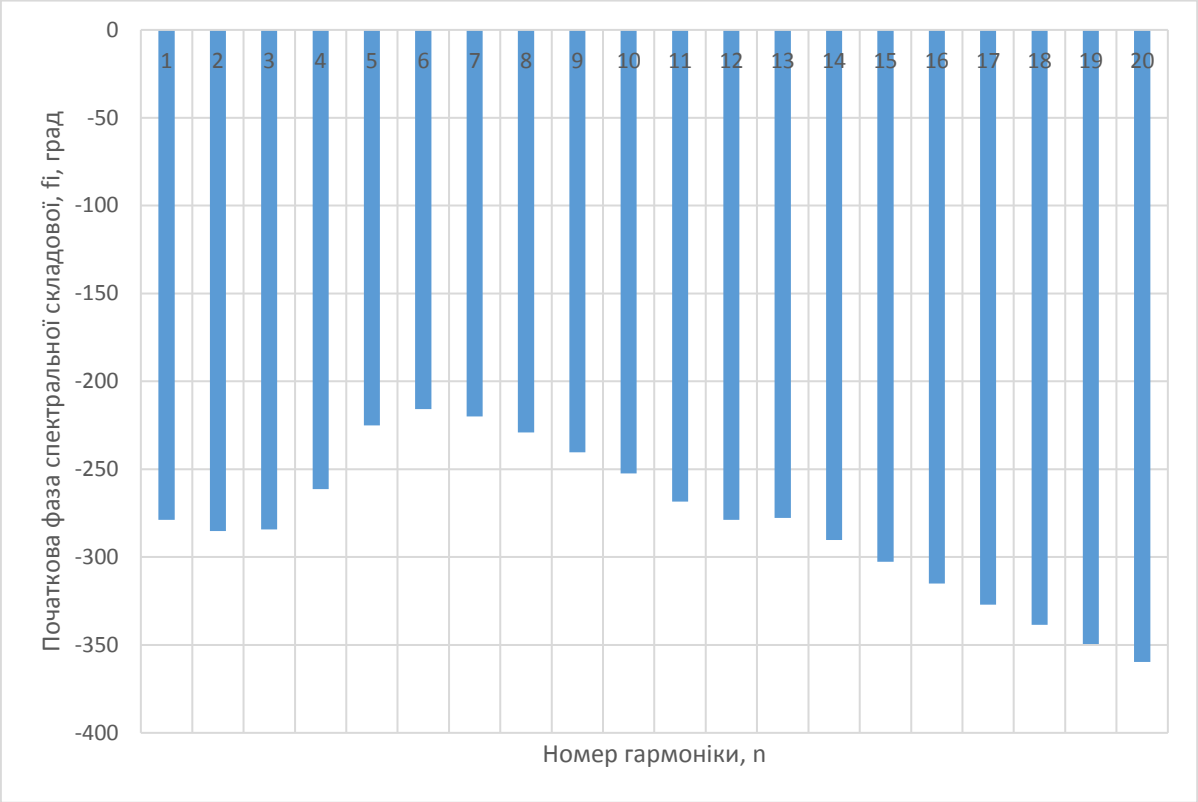


Рис. 6.13. Графік фазочастотного спектру періодичного сигналу

5. Аналітично визначимо відгук електричного кола на неперіодичний сигнал, характеристики якого отримано в пункті 4.1, та побудуємо спектр або часову діаграму вихідного сигналу електричного кола.

Відгук електричного кола (рис. 6.14) можна визначити операторним або часовим методом.

Спочатку розглянемо використання операторного методу.

Операторні зображення вхідного і вихідного сигналів визначаються такими співвідношеннями:

$$U_{вх}(p) = -E(p) = \frac{E_m}{p} - \frac{2E_m}{p} e^{-pt_i/2} + \frac{2E_m}{p^2 t_i} e^{-pt_i/2} - \frac{2E_m}{p^2 t_i} e^{-pt_i};$$

$$K(p) = \frac{18360\,p\left(1 + 1.35 \cdot 10^{-5}\,p\right)}{0.79542\,p^2 + 139772\,p + 6.039 \cdot 10^9};$$

Рис. 2.14. До визначення вихідного сигналу електричного кола

$$U_{вих}(p)=K(p)U_{вх}(p)=\frac{E_m\cdot 18360\cdot\left(1+1.35\cdot 10^{-5}p\right)}{0.79542p^2+139772p+6.039\cdot 10^9}-$$

$$-\frac{2E_m\cdot 18360\cdot\left(1+1.35\cdot 10^{-5}p\right)\cdot e^{-pt_i/2}}{0.79542p^2+139772p+6.039\cdot 10^9}+\frac{2E_m 18360\cdot\left(1+1.35\cdot 10^{-5}p\right)\cdot e^{-pt_i/2}}{pt_i\left(0.79542p^2+139772p+6.039\cdot 10^9\right)}-$$

$$-\frac{2E_m 18360\cdot\left(1+1.35\cdot 10^{-5}p\right)\cdot e^{-pt_i}}{pt_i\left(0.79542p^2+139772p+6.039\cdot 10^9\right)}=U_{вих1}(p)+U_{вих2}(p)+U_{вих3}(p)+U_{вих4}(p).$$

Використовуючи принцип суперпозиції, знайдемо $U_{вих}(t)$:

$$U_{вих1}(t)=\frac{E_m\cdot 18360\cdot\left(1+1.35\cdot 10^{-5}p\right)}{1.59084p+139772}e^{pt}\Big|_{\substack{p_1=-76580\\p_2=-99141}}=45.35e^{-99141t}-4.533e^{-76580t}\ (\text{В});$$

$$U_{вих2}(t)=\frac{-2E_m\cdot 18360\cdot\left(1+1.35\cdot 10^{-5}p\right)}{1.59084p+139772}e^{pt}\Big|_{\substack{p_1=-76580\\p_2=-99141}}=$$

$$=\left[9.066e^{-76580t}-90.7e^{-99141t}\right]\cdot 1\left(t-\frac{t_i}{2}\right)\ (\text{В});$$

$$U_{вих3}(t)=\frac{2E_m\cdot 18360\cdot\left(1+1.35\cdot 10^{-5}p\right)}{10^{-5}p^2+1.174p+25364}e^{pt}\Big|_{\substack{p_1=0\\p_2=-76580\\p_3=-99141}}=$$

$$=\left[\frac{2\cdot 131\cdot 18360}{25364}+\frac{2\cdot 131\cdot 18360\cdot\left(1-1.35\cdot 10^{-5}\cdot 76580\right)}{76580^2\cdot 10^{-5}-1.174\cdot 76580+25364}e^{-76580t}+\right.$$

$$\left.+\frac{2\cdot 131\cdot 18360\left(1-1.35\cdot 10^{-5}\cdot 99141\right)}{99141^2\cdot 10^{-5}-1.174\cdot 99141+25364}e^{-99141t}\right]\cdot 1\left(t-\frac{t_i}{2}\right)=$$

$$=\left(189.65+27.6e^{-76580t}-224.2e^{-99141t}\right)\cdot 1\left(t-\frac{t_i}{2}\right)\ (\text{В});$$

$$U_{вих4}(t)=-\frac{2E_m\cdot 18360\cdot\left(1+1.35\cdot 10^{-5}p\right)}{10^{-5}p^2+1.174p+25364}e^{pt}\Big|_{\substack{p_1=0\\p_2=-76580\\p_3=-99141}}=$$

$$=\left(-189.65-27.6e^{-76580t}+224.2e^{-99141t}\right)\cdot 1(t-t_i)\ (B).$$

Таким чином:

$$U_{вих}(t)=U_{вих1}(t)+U_{вих2}(t)+U_{вих3}(t)+U_{вих4}(t)=45.35e^{-99141t}-$$

$$-4.533e^{-76580t}+\left(198.65+36.666e^{-76580t}-314.9e^{-99141t}\right)\cdot 1\left(t-\frac{t_i}{2}\right)+$$

$$+\left(189.65-27.6e^{-76580t}+224.2e^{-99141t}\right)\cdot 1(t-t_i)\ (B).$$

Підставивши числові дані, отримаємо результати, які занесемо до таблиці 6.3. Часова діаграма вихідного сигналу електричного кола наведена на рис. 6.15.

Таблиця 6.3. Результати розрахунку відгуку електричного кола на складний вхідний сигнал

t, мкс	0	1	2	2.1	3	4	4.2	5	6
$U_{вих1}(t)$, В	40,82	36,87	33,3	32,97	30,08	27,17	26,62	24,53	22,15

$U_{вих2}(t)$, В	-	-	-	-81,63	-74,5	-67,29	-65,93	-60,77	-54,89
$U_{вих3}(t)$, В	-	-	-	-6,95	10,35	27,81	31,09	43,57	57,82
$U_{вих4}(t)$, В	-	-	-	-	-	-	6,95	-8,51	-26,14
$U_{вих}(t)$, В	40,82	36,87	33,3	-55,61	-34,07	-12,31	-1,27	-1,18	-1,06

t, мкс	7	8	9	10	11	12	13	14
$U_{вих1}(t)$, В	20	18,06	16,31	14,72	13,29	12	10,82	9,75
$U_{вих2}(t)$, В	-49,57	-44,76	-40,42	-36,49	-32,95	-29,74	-26,85	-24,23
$U_{вих3}(t)$, В	70,68	82,3	92,8	102,28	110,83	118,56	125,54	131,84
$U_{вих4}(t)$, В	-42,07	-56,46	-69,46	-81,2	-91,8	-101,37	-110,02	-117,82
$U_{вих}(t)$, В	-0,96	-0,86	-0,77	-0,69	-0,63	-0,55	-0,51	-0,46

Далі розглянемо використання часового методу.

$$U_{вих}(t) = -U_1(0)h(t) - \int_0^{t_i/2} U_{11}'(\tau)h(t-\tau)d\tau - \int_{t_i/2}^{t_i} U_{12}'(\tau)h(t-\tau)d\tau - U_{12}h(t-t_i/2),$$

де $U_1(0) = -E_m$; $U_{11}'(\tau) = \left.\frac{dU_1(t)}{dt}\right|_{t=\tau} = \left.\frac{d(-E_m)}{dt}\right|_{t=\tau} = 0$;

$$U_{12}'(\tau) = \left.\frac{dU_2(t)}{dt}\right|_{t=\tau} = \left.\frac{d\left(-\frac{E_m}{t_i}t\right)}{dt}\right|_{t=\tau} = -\frac{E_m}{t_i}; \qquad U_{12} = 2E_m.$$

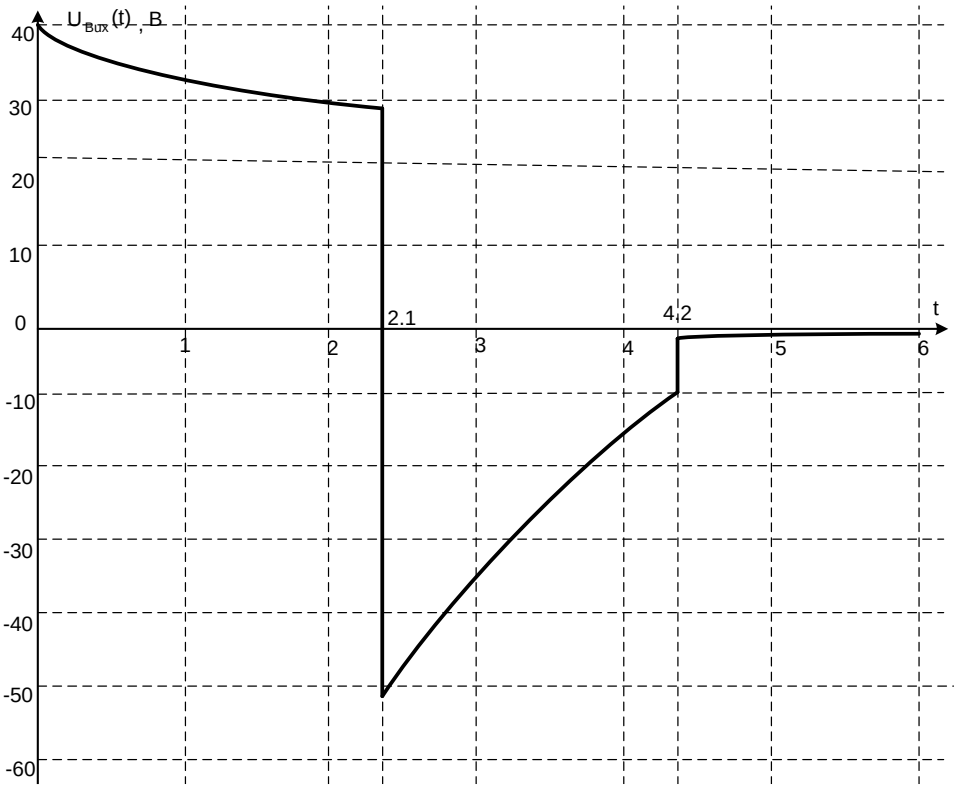


Рис. 6.15. Часова діаграма вихідного сигналу електричного кола

$$U_{вих}(t) = E_m h(t) + \frac{E_m}{t_i}\int_{t_i/2}^{t_i} h(t-\tau)d\tau - 2E_m h(t-t_i/2) =$$

$$= E_m h(t-t_i/2) = E_m h(t) - 2E_m h(t-t_i/2) +$$

$$+\frac{E_m}{t_i}\int_{t_i/2}^{t_i}\left(00{,}3462e^{-99141t} - 0{,}0346e^{-76580t}\right)d\tau = E_m h(t) - 2E_m h\left(t-\frac{t_i}{2}\right) +$$

$$+\left(\frac{2EN(0)}{M(0)} + \frac{2EN(p_1)}{t_i M'(p_1)}e^{-76580t} - \frac{2EN(p_2)}{t_i M'(p_2)}e^{-99141t}\right)\cdot 1(t-t_i/2) -$$

$$-\left(\frac{2EN(0)}{M(0)} + \frac{2EN(p_1)}{t_i M'(p_1)}e^{-76580t} - \frac{2EN(p_2)}{t_i M'(p_2)}e^{-99141t}\right)\cdot 1(t-t_i) =$$

$$= 131\cdot\left(0.3462e^{-99141t} - 0.0346e^{-76580t}\right) -$$

$$-2\cdot 131\cdot\left(0.0346e^{-76580t} - 0.3462e^{-99141t}\right)\cdot 1\left(t-\frac{t_i}{2}\right) +$$

$$+\left[\frac{2\cdot 131\cdot 18360}{25364} + \frac{2\cdot 131\cdot 621{,}12}{5896}e^{-76580} - \frac{2\cdot 131\cdot 6213{,}1}{7262}e^{-99141}\right]\cdot$$

$$\cdot 1\left(t-\frac{t_i}{2}\right) - \left[\frac{2\cdot 131\cdot 18360}{25364} + \frac{2\cdot 131\cdot 621{,}12}{5896}e^{-76580t} -\right.$$

$$\left.-\frac{2\cdot 131\cdot 6513{,}1}{7262}e^{-99141t}\right]\cdot 1(t-t_i) = 95.35e^{-99141t} - 4.533e^{-76580t} +$$

$$+\left(189.65 + 36.666e^{-76.580t} - 314e^{-99141t}\right)\cdot 1(t-t_i/2) +$$

$$+\left(-189.65 - 27.6e^{-76580t} + 224.2e^{-99141t}\right)\cdot 1(t-t_i),\ (\text{В}).$$

Отримане співвідношення для вихідної напруги повністю збігається з співвідношенням для вихідної напруги, отриманої операторним методом. Тому часова діаграма вихідної напруги буде аналогічною рис. 6.15.

Таким чином, в результаті проведених розрахунків визначено струми та напруги елементів, складено баланс потужностей, розраховано параметри схеми та частотні і часові характеристики електричного кола, а також визначено спектральні характеристики неперіодичного та періодичного сигналів та проаналізовано їх проходження через лінійні кола.

ПЕРЕЛІК ЛІТЕРАТУРИ

1. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т. 1. –Л.: Энергоиздат, 1981. – 536 с.

2. Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. Т. 2. –Л.: Энергоиздат, 1981. – 416 с.

3. Зевеке Г.В., Ионкин П.А. и др. Основы теории цепей. – М.: Энергия, 1989. – 528 с.

4. Теоретичні основи електротехніки. Т.1. Під редакцією І.М. Чиженка, В.С. Бойка. – К.: Політехніка, 2004.

5. Сборник задач и упражнений по ТОЭ. Под редакцией П.А. Ионкина. – М.: Энергоиздат, 1982. – 768 с.

6. Сборник задач и упражнений по ТОЭ. Под редакцией Л.А. Бессонова. – М.: Высшая школа, 1980. – 472 с.

7. Шебес М.Р., Каблукова М.В. Сборник задач по теории линейных электрических цепей. – М.: Высшая школа, 1990. – 544 с.

8. Гумен М.Б. та ін. Основи теорії електричних кіл. Підручник. – К.: Вища школа, 2004.

9. Бобало Ю.Я. та ін. Основи теорії електронних кіл. Підручник. – Львів: Магнолія Плюс, 2005.

10. Паначевський Б.І. Свергун Ю.Ф. Загальна електротехніка: теорія і практикум. Навч. посіб. для ВНЗ. – К.: Каравела, 2003.

11. Бойко В.С. та інш. Теоретичні основи електротехніки. Підручник. – К.: Політехніка, 2004.

12. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Высшая школа, 1978. – 333 с.

13. Коваль Ю.О. та ін. Основи теорії кіл. Підручник. – Харків: Компанія СМІТ, 2006.

14. Рудик А.В. Методичні вказівки до виконання курсової роботи з дисципліни “Теоретичні основи електротехніки” для студентів спеціальності 141 ”Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка” всіх форм навчання. Методичні вказівки. – Рівне: НУВГП – Рівне, 2016 р. – 67 с. Режим доступу: http://ep3.nuwm.edu.ua/5134/

15. Рудик А.В. Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни “Теоретичні основи електротехніки” (розділ “Лінійні кола синусоїдального струму”) для студентів спеціальності 141 ”Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка” денної і заочної форм навчання. Методичні вказівки. – Рівне: НУВГП – Рівне, 2016 р. – 50 с. Режим доступу: http://ep3.nuwm.edu.ua/5128/

16. Рудик А.В. Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни “Теоретичні основи електротехніки” (розділ “Лінійні пасивні чотириполюсники”) для студентів спеціальності 141 ”Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка” денної і заочної форм навчання. Методичні вказівки. – Рівне: НУВГП – Рівне, 2016 р. – 20 с. Режим доступу: http://ep3.nuwm.edu.ua/5131/

17. Рудик А.В. Методичні вказівки до виконання розрахунково-графічної ро-

боти №2 з дисципліни “Теоретичні основи електротехніки” для студентів спеціальності 141 ”Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка” денної і заочної форм навчання. Методичні вказівки. – Рівне: НУВГП – Рівне, 2016 р. – 37 с. Режим доступу: http://ep3.nuwm.edu.ua/view/shufr/04-03-163.html

18. Рудик А.В. Методичні вказівки до практичних занять з навчальної дисципліни “Теоретичні основи електротехніки. Частина 3” для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за спеціальністю 141 ”Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка” денної та заочної форм навчання. Методичні вказівки. – Рівне: НУВГП – Рівне, 2019 р. – 87 с. Режим доступу: http://ep3.nuwm.edu.ua/15383/

19. Рудик А.В., Кулик Н.І. Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт №1-5 з дисципліни “Теоретичні основи електротехніки” для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійними програмами " Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка" та "Smart-енергетика та електромобільність" спеціальності 144 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка усіх форм навчання [Електронне видання] / А.В. Рудик, Н.І. Кулик. – Рівне : НУВГП, 2020. – 60 с. Режим доступу: http://ep3.nuwm.edu.ua/19079/

20. Рудик А.В., Кулик Н.І. Методичні вказівки до практичних занять з навчальної дисципліни “Теоретичні основи електротехніки” (розділ “Лінійні кола гармонічного струму”) для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійними програмами "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка" та "Smart-енергетика та електромобільність" спеціальності 141 ”Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка” усіх форм навчання [Електронне видання] / А. В. Рудик, Н. І. Кулик. – Рівне : НУВГП, 2020. – 66 с. Режим доступу: http://ep3.nuwm.edu.ua/19385/

21. ДСТУ 3008-95. Документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення.

22. ГОСТ 2.304-81 ЕСКД. Шрифты чертежные.

23. ГОСТ 2.701-84 ЕСКД. Схемы. Виды и типы. Общие требования к выполнению.

24. ГОСТ 2.750-68. Умовні графічні позначення.

25. ГОСТ 2.755-74. Умовні графічні позначення.

26. ГОСТ 2.702-75 ЕСКД. Правила выполнения электрических схем.

27. Р 50-77-88 Рекомендации ЕСКД. Правила выполнения диаграмм.

28. ДСТУ 8302:2015. Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні вимоги та правила складання.

ДОДАТОК А
Титульна сторінка

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ

Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та обчислювальної техніки

Кафедра автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій

Пояснювальна записка

до курсової роботи з навчальної дисципліни
«Теоретичні основи електротехніки»

на тему «Аналіз процесів в лінійних електричних колах змінного струму»

Виконав: студент ___курсу, групи_____
спеціальності 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»

_____
(прізвище та ініціали)

Керівник _____
(прізвище та ініціали)

Рівне - 20__

ДОДАТОК Б
Завдання на курсову роботу

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та природокористування
Кафедра автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій

ЗАВДАННЯ НА КУРСОВУ РОБОТУ З ДИСЦИПЛІНИ
«Теоретичні основи електротехніки»

Шифр: **09.14.01.09**

Студент ***Босик Роман Анатолійович*** група ***ЕЕЕ-21***

Для заданих схеми електричного кола змінного струму та форми неперіодичного і періодичного сигналів необхідно:

1.1. Розрахувати загальний опір електричного кола.

1.2. Скласти рівняння за законами Ома і Кірхгофа та визначити спади напруг на елементах електричного кола і струми, що через них протікають, при дії на вході гармонічної ЕРС.

1.3. Для розрахованого електричного кола скласти баланс потужностей.

2.1. Визначити A- та X-(Y-, Z-, h-, g- або b- відповідно до індивідуального завдання, табл. 2) параметри чотириполюсника на заданій частоті, враховуючи, що вихідною напругою кола є напруга на крайньому правому елементі схеми. Визначити параметри Т- та П-подібної схем заміщення чотириполюсника та навести дані схеми заміщення. Визначити характеристичні опори чотириполюсника з боку вхідних та вихідних затискачів, а також його повторний опір.

2.2. Для заданого електричного кола вивести умову резонансу та визначити резонансну частоту, замінивши елементи C2 та L1 резисторами з відповідними опорами реактивних елементів, заокругленими до десятків. Визначити індуктивність додаткової котушки (або ємність додаткового конденсатора) та спосіб її підключення (послідовне чи паралельне) до основної котушки індуктивності чи конденсатора резонансного контуру для того, щоб він був настроєний на частоту вхідного сигналу.

3.1. Визначити передавальну функцію та частотні характеристики (АЧХ і ФЧХ) електричного кола з двома реактивними елементами (за п.2.2). Побудувати графіки частотних характеристик.

3.2. Аналітично визначити часові характеристики (перехідну та імпульсну) електричного кола. Побудувати графіки часових характеристик.

4.1. Для неперіодичного сигналу знайти операторне зображення, спектральну густину і за її аналітичним виразом побудувати графіки розподілу спектральних густин амплітудно-частотного (АЧС) та фазо-частотного (ФЧС) спектрів (якщо кількість елементарних функцій розкладу складного неперіодичного сигналу більше 5, можна розглядати сигнал на інтервалі від 0 до 0.5τ або до 0.75τ; однак при виборі інтервалу потрібно, щоб кількість елементарних функцій була не менше 4).

4.2. Побудувати і пояснити, як зміниться АЧС і ФЧС, якщо сигнал, заданий в пункті 4.1, періодично продовжити з періодом $T = \left\lceil 5 + \frac{2 \cdot VV}{3} \right\rceil \cdot \tau$.

5. Аналітично визначити відгук електричного кола на неперіодичний сигнал, характеристики якого отримано в пункті 4.1, та побудувати спектр або часову діаграму вихідного сигналу кола.

ВИХІДНІ ДАНІ

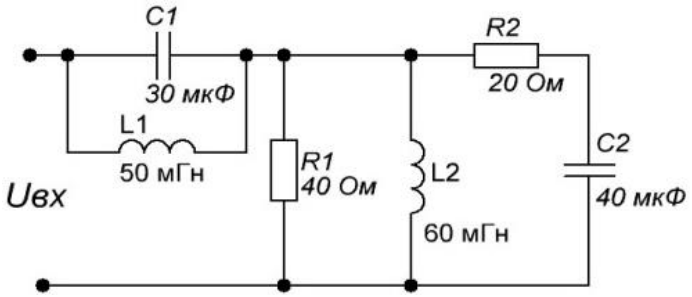
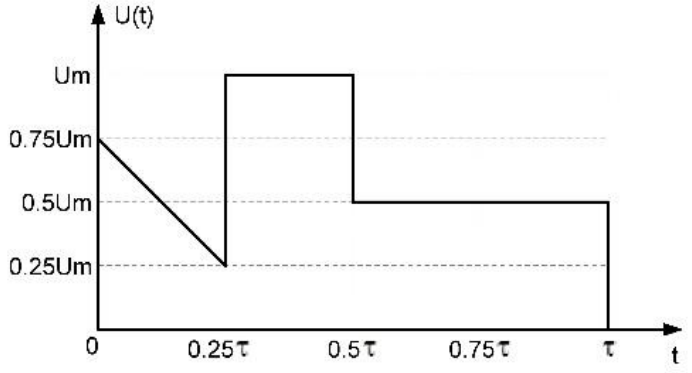


Схема заданого електричного кола



Заданий неперіодичний сигнал

Вихідні дані для визначення параметрів елементів схеми

№ вар. ZZ	01
R_1, Ом	40
R_2, Ом	20
L_1, мГн	50
L_2, мГн	60
C_1, мкФ	30
C_2, мкФ	40

Вихідні дані для визначення параметрів сигналів

№ вар. VV	09
$U_{m.BX}$, В	26
φ_{BX}, ^{0}	60
f, Гц	150
Параметр ЧП	g
τ, мс	2.3

№	Завдання	Кінцевий термін виконання	Максимальна кількість балів
1	Визначення загального опору електричного кола, напруг та струмів елементів кола. Складання балансу потужностей.	27.02.2022	8
2	Визначення параметрів електричного кола як чотириполюсника, власної резонансної частоти та можливості настроювання в резонанс на задану частоту.	20.03.2022	14
3	Визначення передавальної функції електричного кола та його частотних і часових характеристик.	10.04.2022	12
4	Визначення характеристик неперіодичного та періодичного сигналів заданої форми.	01.05.2022	12
5	Аналіз проходження сигналу через електричне коло.	22.05.2022	10
6	Оформлення пояснювальної записки та презентації.	05.06.2022	4
7	Захист курсової роботи.		40
	Разом		100

При несвоєчасному виконанні завдань курсової роботи максимальна кількість балів за відповідний вид роботи становить 50%.

Дата видачі завдання ”_09_” __лютого__ 2022 р.

Керівник _____
(підпис)

Завдання отримав_____
(підпис)

ДОДАТОК В
Приклад оформлення переліку посилань

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Теоретичні основи електротехніки. Т.1. Під редакцією І.М. Чиженка, В.С. Бойка. – К.: Політехніка, 2004.

2. Гумен М.Б. та ін. Основи теорії електричних кіл. Підручник. – К.: Вища школа, 2004.

3. Паначевський Б.І. Свергун Ю.Ф. Загальна електротехніка: теорія і практикум. Навч. посіб. для ВНЗ. – К.: Каравела, 2003.

4. Бойко В.С. та інш. Теоретичні основи електротехніки. Підручник. – К.: Політехніка, 2004.

5. Рудик А.В. Методичні вказівки до виконання курсової роботи з дисципліни “Теоретичні основи електротехніки” для студентів спеціальності 141 ”Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка” всіх форм навчання. Методичні вказівки. – Рівне: НУВГП – Рівне, 2016 р. – 67 с. Режим доступу: http://ep3.nuwm.edu.ua/5134/

6. Рудик А.В., Кулик Н.І. Методичні вказівки до практичних занять з навчальної дисципліни “Теоретичні основи електротехніки” (розділ “Лінійні кола гармонічного струму”) для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійними програмами "Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка" та "Smart-енергетика та електромобільність" спеціальності 141 ”Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка” усіх форм навчання [Електронне видання] / А. В. Рудик, Н. І. Кулик. – Рівне : НУВГП, 2020. – 66 с. Режим доступу: http://ep3.nuwm.edu.ua/19385/

7. ДСТУ 3008-95. Документація. Звіти у сфері науки і техніки. Структура і правила оформлення.

8. ДСТУ 8302:2015. Інформація та документація. Бібліографічне посилання. Загальні вимоги та правила складання.

ДОДАТОК Г
Форма листа зауважень

ДОДАТОК А
Лист зауважень

Прізвище та ініціали, посада	Суть зауваження та підпис