

Національний університет водного господарства та  
природокористування  
Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та  
обчислювальної техніки

ЗАТВЕРДЖУЮ

Голова науково-методичної  
ради НУВГП  
*е-підпис* Валерій СОРОКА  
22.09.2022

**04-02-29S**

## СИЛАБУС

ОСВІТНЬОЇ КОМПОНЕНТИ

## SYLLABUS

<b>МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ</b>		<b>MATHEMATICAL ANALYSIS</b>	
Шифр за ОП	<b>OK 15</b>	Code in Educational Program	
Освітній рівень: бакалаврський (перший)		Educational level: Bachelor's (first)	
Галузь знань <b>Математика та статистика</b>	<b>11</b>	Field of knowledge <b>Mathematics and Statistics</b>	
Спеціальність <b>Прикладна математика</b>	<b>113</b>	Field of study: <b>Applied Mathematics</b>	
Освітня програма: <b>Прикладна математика</b>		Educational Program: <b>Applied Mathematics</b>	

Рівне - 2022

Силабус освітньої компоненти «Математичний аналіз» для здобувачів вищої освіти ступеня «бакалавр», які навчаються за освітньо-професійною програмою «Прикладна математика» спеціальності 113 «Прикладна математика» денної форми навчання. Рівне. НУВГП. 2022. 17 стор.

ОПП на сайті університету: <http://er3.nuwm.edu.ua/22960/>

Розробник силабусу: *Кушнір Олександр Олегович, к.ф.м.н., доцент кафедри вищої математики, доцент.*

Силабус схвалений на засіданні кафедри вищої математики  
Протокол № 15 від 7 липня 2022 року.

Завідувач кафедри: *е-підпис Тадеєв Петро Олександрович, д.пед.н., професор.*

Керівник освітньої програми: *е-підпис Прищеп О.В., к.ф.-м.н., доцент.*

Схвалено науково-методичною радою з якості ННІ АКOT  
Протокол № 1 від “20” вересня 2022 року.

Голова науково-методичної ради з якості ННІ АКOT:  
*е-підпис Мартинюк П.М., д.т.н., професор.*

СЗ №-4302 в ЕДО НУВГП

© Кушнір О. О., 2022  
© НУВГП, 2022

## ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ\*

Ступінь вищої освіти *бакалавр*

Освітня програма *Прикладна математика*

Спеціальність *113 Прикладна математика*

Рік навчання, семестр

	<i>1-й рік, 1-й семестр</i>	<i>1-й рік, 2-й семестр</i>	<i>2-й рік, 3-й семестр</i>
--	---------------------------------	---------------------------------	---------------------------------

Кількість кредитів	<i>2,5</i>	<i>5</i>	<i>6</i>
--------------------	------------	----------	----------

Кількість кредитів	<i>13,5</i>		
--------------------	-------------	--	--

Лекції:	<i>18 годин</i>	<i>30 годин</i>	<i>30 годин</i>
---------	-----------------	-----------------	-----------------

Практичні заняття:	<i>18 годин</i>	<i>30 годин</i>	<i>34 годин</i>
--------------------	-----------------	-----------------	-----------------

Самостійна робота:	<i>39 годин</i>	<i>90 годин</i>	<i>116 годин</i>
--------------------	-----------------	-----------------	------------------

Курсова робота: *ні*

Форма навчання *денна*

Форма підсумкового контролю	<i>залік</i>	<i>залік</i>	<i>екзамен</i>
-----------------------------	--------------	--------------	----------------

Мова викладання *українська*

## ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКЛАДАЧА

Лектор



*Кушнір Олександр Олегович, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри вищої математики, доцент.*

Вікіситет

[http://wiki.nuwm.edu.ua/index.php/Кушнір\\_Олександр\\_Олегович](http://wiki.nuwm.edu.ua/index.php/Кушнір_Олександр_Олегович)

Як комунікувати

[o.o.kushnir@nuwm.edu.ua](mailto:o.o.kushnir@nuwm.edu.ua)

Актуальні оголошення на сторінці дисципліни в

## ІНФОРМАЦІЯ ПРО ОСВІТНЮ КОМПОНЕНТУ

### Анотація освітньої компоненти, в т.ч. мета та цілі

Актуальність: курс математичного аналізу має важливе значення для успішного засвоєння студентами загальнотеоретичних і спеціальних дисциплін і є складовою частиною фундаменту їхньої професійної освіти.

Мета та цілі: розвиток логічного і алгоритмічного мислення студентів, оволодіння основними методами дослідження та розв'язування математичних задач, вироблення уміння самостійно розширювати свої знання з математики і застосовувати математичний апарат до аналізу та вирішення прикладних задач.

### Посилання на розміщення навчальної дисципліни на навчальній платформі Moodle

<https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=592>

<https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=600>

<https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=590>

### Компетентності

ЗК05. Здатність проведення досліджень на відповідному рівні.

ЗК06. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

ФК01. Здатність використовувати й адаптувати математичні теорії, методи та прийоми для доведення математичних тверджень і теорем.

ФК02. Здатність виконувати завдання, сформульовані у математичній формі.

### Програмні результати навчання (ПРН)

*РН01. Демонструвати знання й розуміння основних концепцій, принципів, теорій прикладної математики і використовувати їх на практиці.*

*РН02. Володіти основними положеннями та методами математичного, комплексного та функціонального аналізу, лінійної алгебри та теорії чисел, аналітичної геометрії, теорії диференціальних рівнянь, зокрема рівнянь у частинних похідних, теорії ймовірностей, математичної статистики та випадкових процесів, чисельними методами.*

### Перелік соціальних, «м'яких» навичок (soft skills)

*Володіння загальними прийомами розумової діяльності: аналіз, синтез, індукція, порівняння, абстрагування, узагальнення, здатність логічно обґрунтовувати свою позицію, здатність до навчання, гнучкість розуму, математична грамотність, критичне*

мислення, стресостійкість, здатність до навчання та інші.

## Структура навчальної дисципліни

Лекційні заняття (1-й семестр)

### Змістовий модуль 1.

#### Тема № 1. Дійсні числа.

*Опис теми:* Обмежені множини та їх межі. Точні межі множини та їх характеристика. Розміщення цілих та раціональних чисел на числовій прямій. Існування ірраціональних чисел. Аксиоми дійсних чисел. Лема Кантора про вкладені відрізки. Щільність  $\mathbb{Q}$  в  $\mathbb{R}$ . Модулі, знаки, цілі та дробові частини дійсних чисел.

Степені з цілим показником. Сумування геометричної прогресії. Нерівності Я.Бернуллі. Корені натурального порядку з додатних та від'ємних дійсних чисел: означення та існування. Степені з раціональним та ірраціональним показником, випадки їх існування. Властивості степенів. Розширена числова пряма. Околи, їх відокремленість. Базис околиць, їх існування в усіх елементах розширеної числової прямої. (Лекції - 2 год., практичних – 2 год., сам. роб. - 4 год.).

#### Тема № 2. Числові послідовності.

*Опис теми:* Числові послідовності, способи їх задання. Монотонні послідовності. Підпослідовності. Лишки послідовностей. Існування монотонної підпослідовності. Обмежені, нескінченно малі, нескінченно великі послідовності та їх властивості.

Границя послідовності, її єдиність. Нескінченні границі. Збіжні, розбіжні послідовності, їх властивості та характеристика. Границя монотонної послідовності. Теорема Вейєрштрасса та Больцано-Вейєрштрасса. Границі послідовностей  $a^n$ ,  $\sqrt[n]{a}$ ,  $n^a$ . Порівняння границь послідовностей. Теорема про три послідовності. Арифметичні дії над границями послідовностей. Границя кореня  $k$ -го порядку із послідовності. Неперове число, як границя послідовності.

Часткові, верхні й нижні границі та їх характеристика. Точки дотикання, граничні та ізольовані точки множини, їх властивості.

(Лекції - 4 год., практичних – 4 год., сам. роб. - 9 год.).

#### Тема № 3. Границя функції однієї змінної.

*Опис теми:* Функція: означення і позначення. Область визначення. Множина прибуття. Множина значень. Графік. Дійсні функції дійсної змінної. Рівні функції. Звуження і продовження функцій. Композиція функцій. Взаємно однозначні (оборотні) функції. Сюр'єкції та ін'єкції. Поняття оберненої функції та її позначення. Монотонні та строго монотонні дійсні функції дійсної змінної.

Парні та непарні функції, їх геометричний зміст, властивості та приклади. Періодичні функції та їх властивості. Основний період. Структура множини періодів періодичної функції, яка має основний період. Приклади періодичних функцій, які не мають основного періоду.

Означення границі дійсної функції дійсної змінної за Гейне і за Коші та зв'язок між ними. Властивості границь функцій. Однобічні границі. Умова існування границі функції в точці. Існування однобічних границь монотонних функцій. Нерівності між  $x$ ,  $\sin x$ ,  $\operatorname{tg} x$ . Границі (неперервність) тригонометричних та показникових функцій. Перша й друга важливі границі та їх наслідки.

(Лекції - 6 год., практичних – 5 год., сам. роб. - 12 год.).

## **Змістовий модуль 2.**

### **Тема № 4. Неперервні та рівномірно неперервні функції. Порівняння функцій.**

*Опис теми:* Неперервні та рівномірно неперервні функції. Однобічна неперервність в точці та на множині і її зв'язок з неперервністю. Властивості функцій, неперервних у точці. Властивості неперервних на відрізьку функцій (теореми Вейєрштрасса, Коші, Кантора). Точки розриву та їх класифікація. Рід розривів монотонної функції. Існування та неперервність строго монотонної оберненої функції на проміжку. Існування, неперервність, властивості та графіки логарифмічних і обернених тригонометричних функцій. Елементарні функції та їх неперервність.

Знехтувані, підпорядковані й асимптотично рівні функції і їх властивості. Таблиця асимптотично рівних функцій. Застосування асимптотично рівних функцій до обчислення границь. Асимптоти графіків функцій.

(Лекції - 4 год., практичних – 3 год., сам. роб. - 8 год.).

### **Тема № 5. Похідна та диференціал функції однієї змінної.**

*Опис теми:* Похідна, диференційованість та диференціал дійсних функцій дійсних змінних, їх геометричний зміст. Фізичний зміст похідної. Властивості диференційованих функцій. Похідна складної функції. Інваріантність форми першого диференціала. Похідна оберненої та параметрично заданої функції. Похідні суми, різниці, добутку, частки та степеня функцій. Таблиця похідних основних елементарних функцій.

(Лекції - 2 год., практичних – 4 год., сам. роб. - 6 год.).

### **Тематика практичних занять (1-й семестр)**

1. Обмежені множини.
2. Монотонні, обмежені послідовності.
3. Границі послідовностей.
4. Границі функцій.
5. Однобічні границі. Перша важлива границя.
6. Друга важлива границя. Неперервні функції.
7. Порівняння функцій.
8. Похідні елементарних функцій.
9. Похідні обернених, параметрично та неявно заданих функцій.

Диференціали.

Лекційні заняття (2-й семестр)

### Змістовий модуль 1.

#### Тема № 1. Основні теореми диференціального числення.

*Опис теми:* Фізичний та геометричний зміст похідної, диференціала, диференційованості. Поняття і рівняння дотичної та нормалі до графіка функції однієї змінної. Кут між кривими. Теореми Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші. Однобічні похідні, їх зв'язок з однобічними границями похідної. Неперервно диференційовані на відрізку та неперервно продовжувані функції. Правила Лопіталю. Розкриття невизначеностей різних типів.

Похідні вищих порядків функцій однієї змінної. Формула Лейбніца. Друга та вищі похідні параметрично заданої функції. Диференціали вищих порядків функцій однієї змінної. Неінваріантність форми вищих диференціалів. Диференційованість та неперервна диференційованість вищих порядків. Нескінченно диференційовані функції. Формули Тейлора із залишко-вими членами у формі Пеано та Лагранжа. Формула Маклорена. Розклади многочлена,  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$  та  $y=(1+x)^a$  за формулою Маклорена. Формула бінома Ньютона. (Лекції - 4 год., практичних – 2 год., сам. роб. - 9 год.).

#### Тема № 2. Дослідження функцій.

*Опис теми:* Теореми про дослідження функції на монотонність за допомогою похідної. Необхідна умова локального екстремуму. Дослідження неперервної кусково-диференційованої функції на абсолютний екстремум на відрізку. Дослідження функції на локальний екстремум за допомогою похідних першого та вищих порядків.

Опуклі функції, точки перегину та їх геометричний зміст. Дослідження функції на опуклість за допомогою функції нахилу та похідних першого та другого порядку. Дослідження функції на перегин за допомогою похідних вищих порядків. Властивості опуклих функцій. Загальна схема дослідження функцій та побудова графіків.

(Лекції - 4 год., практичних – 2 год., сам. роб. - 9 год.).

#### Тема № 3. Інтеграл Ньютона-Лейбніца.

*Опис теми:* Первісна, випадки її існування та неіснування. Первісна функції  $f(ax+b)$ . Невизначений інтеграл та його властивості. Таблиця інтегралів. Метод підстановки. Формула інтегрування частинами та особливості застосування методу інтегрування частинами. Інтегрування найпростіших дробів, раціональних, тригонометричних та ірраціональних функцій. Теорема Чебишова про інтегрування диференціальних біномів.

Інтеграл Ньютона-Лейбніца, його механічний зміст і властивості. Формула Ньютона-Лейбніца.

(Лекції - 6 год., практичних – 8 год., сам. роб. - 20 год.).

## **Змістовий модуль 2.**

### **Тема № 4. Інтеграл Рімана.**

*Опис теми:* Поділ відрізка. Діаметр поділу. Інтегральні суми та їх геометричний зміст. Границя інтегральних сум. Означення інтеграла Рімана та інтегрованої за Ріманом функції. Приклади інтегрованих та неінтегрованих функцій. Суми Дарбу, їх геометричний зміст та властивості. Інтеграл Дарбу та їх властивості. Критерії інтегрованості за Дарбу та за Ріманом. Теорема Дарбу. Класи інтегрованих за Ріманом функцій. Властивості інтегрованих за Ріманом функцій.

Узагальнена первісна та її властивості. Теорема Коші про існування первісної. Основна теорема інтегрального числення. Зв'язок між інтегралами Рімана та Ньютона-Лейбніца. Інтегрування функцій з розривами першого роду, парних, непарних та періодичних функцій. (Лекції - 2 год., практичних – 1 год., сам. роб. - 5 год.).

### **Тема № 5. Застосування інтеграла Рімана.**

*Опис теми:* Площа циліндричної множини та криволінійного сектора. Шлях, його фізичний зміст та довжина. Довжина графіка функції. Довжина шляху в полярних координатах. Криволінійні інтеграли I роду, їх фізичний зміст та обчислення. Площі поверхонь обертання навколо координатних осей графіків функцій, параметрично заданих ліній та ліній у полярних координатах. Статичні моменти, моменти інерції та центр мас системи точок і навантаженої лінії. Геометричний центр мас лінії. Перша теорема Паппа. Робота сили при переміщенні точки вздовж лінії.

Статичні моменти однорідної криволінійної трапеції відносно координатних осей. Координати геометричного центра мас плоскої фігури. Об'єм тіла обертання. Друга теорема Паппа. Моменти інерції однорідної пластинки відносно координатних осей. Обчислення сили тиску рідини на занурену вертикальну пластинку. (Лекції - 4 год., практичних – 5 год., сам. роб. - 14 год.).

### **Тема № 6. Невласні інтеграли.**

*Опис теми:* Невласні інтеграли першого роду їх збіжність та розбіжність. Обчислення невластних інтегралів першого роду від фінітних функцій. Невласні інтеграли другого роду. Головне значення невластних інтегралів другого роду.

Збіжні та розбіжні невластні інтеграли від невід'ємних функцій. Ознаки порівняння. Абсолютно збіжні невластні інтеграли та їх властивості. Ознаки Веєрштрасса, Діріхле та Абеля збіжності невластних інтегралів.



(Лекції - 2 год., практичних – 2 год., сам. роб. - 6 год.).

### **Тема № 7. Числові ряди.**

*Опис теми:* Числовий ряд, його збіжність і сума. Необхідна умова збіжності ряду. Знакочергувальні ряди. Ряд Лейбніца. Ознака Лейбніца. Наближене обчислення сум знакочергувальних рядів. Найпростіші властивості збіжних рядів.

Означення та критерій збіжності додатного ряду. Сума розбіжного додатного ряду. Інтегральна ознака Маклорена-Коші. Дослідження на збіжність узагальнених гармонічних рядів. Асимптотика гармонічного ряду. Стала Ейлера. Сума ряду Лейбніца. Ознаки порівняння додатних рядів. Означення та критерій абсолютної збіжності ряду. Ознаки Вейєрштрасса, Д'Аламбера та Коші збіжності рядів. Теорема Діріхле про комутативну властивість абсолютно збіжних рядів. Умовно збіжні ряди. Знакозмінні ряди. Теорема Рімана про перестановку доданків умовно збіжного ряду. Необхідна умова умовної збіжності ряду.

(Лекції - 4 год., практичних – 4 год., сам. роб. - 12 год.).

### **Тема № 8. Функціональні ряди.**

*Опис теми:* Функціональні ряди. Області їх збіжності й абсолютної збіжності та сума. Рівномірно збіжні функціональні послідовності та ряди. Необхідна умова рівномірної збіжності. Мажорантний ряд та ознака Вейєрштрасса рівномірної збіжності функціональних рядів. Ознаки Діріхле та Абеля рівномірної збіжності функціональних рядів. Теореми про граничний перехід у функціональних рядах, неперервність їхніх сум, почленне інтегрування та почленне диференціювання.

Степеневі ряди. Теорема Коші-Адамара. Область збіжності та область абсолютної збіжності степеневого ряду. Рівномірна збіжність степеневих рядів. Неперервність, інтегрування та диференціювання сум степеневих рядів. Формула коефіцієнтів степеневого ряду через його суму. Теорема про єдиність аналітичної функції.

Ряд Тейлора, достатня умова його збіжності. Ряди Тейлора для  $e^x$ , многочлена,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $\ln(1-x)$ ,  $\frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$ ,  $\operatorname{arctg} x$ ,  $\operatorname{arccotg} x$ ,  $\operatorname{arcsin} x$ ,  $\operatorname{arccos} x$ ; біномний ряд, інтервали їх збіжності та суми.

(Лекції - 4 год., практичних – 6 год., сам. роб. - 15 год.).

### **Тематика практичних занять (2-й семестр)**

1. Геометричний та фізичний зміст похідної. Похідні й диференціали другого та вищих порядків.

2. Дослідження функцій на монотонність, опуклість та екстремум.

3. Табличне інтегрування. Метод розкладу. Метод підведення під знак диференціала.

4. Методи підстановки та інтегрування частинами.

5. Інтегрування раціональних та тригонометричних функцій.

6. Інтегрування ірраціональних функцій. Інтеграл Ньютона-Лейбніца.

7. Інтеграл Рімана. Обчислення площ.

8. Обчислення довжини лінії та площі поверхні обертання.

9. Фізичні застосування інтегралів Рімана. Обчислення об'ємів.

10. Невласні інтеграли. Дослідження на збіжність невластних інтегралів.

11. Дослідження на збіжність додатних рядів.

12. Дослідження на абсолютну та умовну збіжність знакозмінних рядів.

13. Знаходження області збіжності функціональних рядів.

14. Обчислення сум рядів.

15. Застосування рядів Тейлора до наближених обчислень.

Лекційні заняття (3-й семестр)

### **Змістовий модуль 1.**

**Тема № 1. Диференціальне числення функцій векторного аргументу.**

*Опис теми:* Метричний простір  $R^n$ . Відстані та їх властивості. Обмежені множини. Критерій обмеженості. Приклади обмежених множин: бруси, кулі та сфери. Внутрішні, межові та зовнішні точки. Приклади знаходження меж множин. Властивості меж множин. Відкриті та замкнуті множини. Околиці. Відрізки. Опуклі множини. Області. Замкнуті області. Границя послідовності та збіжність в  $R^n$ . Покоординатна збіжність. Властивості збіжних послідовностей.

Функції декількох змінних. Область визначення. Лінії, поверхні, гіперповерхні рівня. Ізольовані та граничні точки множини і їх властивості. Границя функції декількох змінних в точці. Подвійні та повторні границі, зв'язок між ними. Неперервні функції декількох змінних та їх властивості. Точки, лінії та поверхні розриву. Компактні множини. Властивості неперервних функцій на компактних множинах та на обмежених замкнутих областях. Рівномірно неперервні функції. Теорема Кантора.

Означення похідної у напрямку та частинних похідних. Градієнт. Диференційовані функції та диференціал. Властивості диференційованих функцій. Обчислення похідних у напрямку. Неперервно диференційовані функції та їх властивості. Геометричний зміст градієнта, диференційованості та диференціала функцій декількох змінних. Рівняння дотичної та нормалі до поверхні та до графіка функції. Похідні складних та неявно заданих функцій декількох

змінних.

Похідні другого та вищих порядків. Неперервно диференційовані функції декількох змінних другого та вищих порядків. Нескінченно диференційовані функції. Теорема про рівність змішаних частинних похідних. Диференціали другого та вищих порядків функцій декількох змінних. Формули Тейлора для функцій декількох змінних.

Поняття про абсолютний та локальний екстремум. Необхідна умова локального екстремуму функцій декількох змінних. Відшукування абсолютного екстремуму на компактній множині. Достатні умови строгого локального екстремуму та його відсутності. Опуклі функції декількох змінних. Дослідження на опуклість.

Неперервні та рівномірно неперервні векторні відображення та їх властивості. Диференційовані й неперервно диференційовані векторні відображення та їх властивості. Матриця Якобі та якобіан. Диференціювання композиції векторних відображень. Властивості якобіанів. Теорема про дифеоморфізм.

(Лекції - 8 год., практичних – 8 год., сам. роб. - 25 год.).

### **Тема № 3. Кратні інтеграли.**

*Опис теми:* Поділ квадрованої множини. Адитивність площі квадрованої множини. Підподіл. Діаметр поділу. Суми Дарбу та їх властивості. Інтеграл Дарбу та Рімана на квадрованих множинах. Критерій інтегрованості за Ріманом обмеженої функції на квадрованій множині. Властивості інтегралів Рімана. Інтегрованість неперервних функцій на компактних квадрованих множинах. Границя інтегральних сум. Компактність, квадрованість і площа циліндричної множини. Перехід від подвійних інтегралів від неперервних функцій на циліндричних множинах до повторних.

Перехід у подвійних інтегралах до полярних координат. Загальна формула заміни змінних у подвійних інтегралах. Геометричний зміст якобіана. Перехід у подвійних інтегралах до узагальнених полярних координат. Невласні подвійні інтеграли.

Застосування подвійних інтегралів до обчислення площі плоскої фігури, об'ємів циліндричних множин, площі поверхні графіка функції двох змінних. Застосування подвійних інтегралів у фізиці.

Перехід від потрійних інтегралів від неперервних функцій на циліндричних множинах до повторних. Загальна формула заміни змінних у потрійних інтегралах. Перехід у потрійних інтегралах до циліндричних, узагальнених циліндричних, сферичних та узагальнених сферичних координат. Застосування потрійних інтегралів у геометрії та фізиці.

(Лекції - 6 год., практичних – 10 год., сам. роб. - 32 год.).

## **Змістовий модуль 2.**

### **Тема № 4. Криволінійні інтеграли.**

*Опис теми:* Поняття лінії в  $R^3$ . Довжина лінії та її обчислення. Натуральні рівняння лінії. Криволінійні інтеграли першого роду, їх обчислення, фізичний зміст та властивості.

Криволінійні інтеграли другого роду, їх фізичний зміст, обчислення та властивості. Перехід від криволінійних інтегралів другого роду до криволінійних інтегралів першого роду. Застосування криволінійних інтегралів першого та другого роду.

Формула Гріна. Умови незалежності криволінійного інтеграла другого роду від шляху інтегрування.

(Лекції — 4 год., практичних – 4 год., сам. роб. - 16 год.).

### **Тема № 5. Поверхневі інтеграли.**

*Опис теми:* Поверхневі інтеграли першого роду по графіках функцій двох змінних, їх фізичний зміст та обчислення. Край поверхні. Склеєні поверхні та їх площа. Замкнута поверхня. Поверхневі інтеграли першого роду по склеєних поверхнях. Властивості поверхневих інтегралів першого роду. Площа поверхні обертання. Обчислення поверхневих інтегралів першого роду по параметрично заданих поверхнях.

Орієнтація графіків функцій, склеєних поверхонь та замкнутих поверхонь. Узгоджені орієнтації поверхонь та їх країв. Однобічні та двобічні поверхні. Поверхневі інтеграли другого роду, їх фізичний зміст та зведення до поверхневих інтегралів першого роду. Обчислення поверхневих інтегралів другого роду на параметрично заданих поверхнях та на графіках функцій. Формули Стокса та Остроградського-Гауса.

Застосування поверхневих інтегралів першого та другого роду. Обчислення об'ємів за допомогою поверхневих інтегралів.

(Лекції — 6 год., практичних – 4 год., сам. роб. - 20 год.).

### **Тема № 6. Елементи теорії поля.**

*Опис теми:* Оператор Гамільтона та його застосування. Скалярне та векторне поля. Властивості градієнта, дивергенції та ротора. Потік векторного поля. Фізичний зміст формули Остроградського-Гауса. Геометричний та фізичний зміст дивергенції. Циркуляція векторного поля. Фізичний зміст формули Стокса. Геометричний та фізичний зміст ротора. Інваріантність градієнта, дивергенції та ротора щодо вибору системи координат. Потенціальні, трубчасті й гармонічні векторні поля, їх критерії та приклади.

(Лекції - 2 год., практичних – 2 год., сам. роб. - 7 год.).

### **Тема № 7. Ряд, перетворення та інтеграл Фур'є.**

*Опис теми:* Тригонометричні многочлени і ряди.

Тригонометрична послідовність та її властивості. Рівномірно збіжні тригонометричні ряди. Коефіцієнти Фур'є інтегрованої функції. Ряди Фур'є. Достатні умови поточної збіжності тригонометричного ряду Фур'є. Теорема Діріхле.

Суми Фур'є, як найкраще середньоквадратичне наближення функції і як проекція. Нерівність Бесселя. Властивості коефіцієнтів Фур'є. Замкнутість та повнота тригонометричної послідовності. Збіжність у середньому квадратичному тригонометричних рядів Фур'є. Рівності Парсеваля.

Властивості коефіцієнтів Фур'є декілька разів кусково-диференційованої функції. Зв'язок між коефіцієнтами Фур'є функції та її похідної. Рівномірна збіжність рядів Фур'є. Швидкість збіжності рядів Фур'є для різних класів функцій. Почленне диференціювання рядів Фур'є. Почленне інтегрування рядів Фур'є (теорема Лобачевського).

Розклад у ряд Фур'є функцій із довільним періодом. Розклад у ряд Фур'є функцій, заданих на відрізку  $[0, 1]$ : за синусами, за косинусами, за парними синусами й косинусами, за непарними синусами й косинусами. Співвідношення між парними та непарними коефіцієнтами Фур'є. Розклад у ряд Фур'є функцій, заданих на довільному відрізку.

Степеневі ряди в комплексній площині. Показникова функція в комплексній площині. Ряди Фур'є в комплексній формі. Зв'язок між коефіцієнтами дійсних та комплексних рядів Фур'є.

Перетворення Фур'є, його збіжність та властивості. Згортка абсолютно інтегрованих функцій. Перетворення Фур'є згортки. Обернене перетворення Фур'є. Інтеграл Фур'є. Спектральна функція. Косинус- та синус-перетворення Фур'є. Формула Планшереля-Парсеваля. (Лекції — 4 год., практичних — 4 год., сам. роб. - 16 год.).

### **Тематика практичних занять (3-й семестр)**

1. Частинні похідні, градієнт, диференціал та похідна у напрямку.
2. Диференціювання складних та неявно заданих функцій. Рівняння дотичної та нормалі до поверхні.
3. Відносний та абсолютний екстремум.
4. Похідні й диференціали вищих порядків. Локальний екстремум.
5. Обчислення подвійних інтегралів.
6. Заміна змінних у подвійних інтегралах.
7. Застосування подвійних інтегралів.
8. Обчислення потрійних інтегралів.
9. Заміна змінних у потрійних інтегралах.
10. Обчислення криволінійних інтегралів.

11. Формула Гріна. Обчислення площ. Незалежність від шляху інтегрування.

12. Обчислення поверхневих інтегралів 1-го роду.

13. Обчислення поверхневих інтегралів 2-го роду.

14. Формули Стокса та Остроградського-Гауса.

15. Операції теорії поля.

16. Розклад функцій у ряди Фур'є.

17. Розклад функцій в інтегралах Фур'є.

### **Форми та методи навчання**

*Форми навчання: лекції, практичні заняття, домашні та індивідуальні завдання, консультації.*

*Методи навчання: ілюстративно-інформаційний, проблемний, комунікативне навчання, модульне повне засвоєння знань, дистанційне навчання.*

### **Порядок та критерії оцінювання**

*Для досягнення цілей та завдань курсу студентам потрібно вчасно та правильно виконати індивідуальні завдання та скласти два модульні контролі.*

*Викладач оцінює індивідуальні завдання студентів, вказує на помилки.*

*Студент може покращувати свої оцінки, виправляючи помилки.*

*За індивідуальні та практичні роботи студент може отримати сумарно не більше 60 балів.*

*Студенти можуть отримати додаткові бали за успішні виступи на математичних олімпіадах (в межах перших 60 балів).*

*Крім того*

**20 балів** – модульний контроль 1;

**20 балів** – модульний контроль 2.

*В третьому семестрі студент має право скласти підсумковий тест. У випадку, коли оцінка за підсумковий тест буде вищою від суми оцінок за модульні контролі, вона замінює собою ці дві оцінки.*

**Усього 100 балів.**

### **Поєднання навчання та досліджень**

*Студенти мають можливість додатково отримати бали за виконання індивідуальних завдань дослідницького характеру, а також можуть бути долучені до написання та опублікування наукових статей з тематики курсу.*

## Інформаційні ресурси

1. Давидов М. О. Курс математичного аналізу: у 3 ч.: підручник для ВНЗів. Київ: Вища школа, 1990–1992. Ч.1: Функції однієї змінної, 1990. 380 с.; ч.2: Функції багатьох змінних і диференціальні рівняння, 1991. 365 с.

2. Шкіль М. І. Математичний аналіз: підручник: у 2-х ч. Київ: Вища школа, 2005. Ч. 1 447 с.:іл.; ч.2 510 с.

3. Заболоцький М. В., Сторож О. Г., Тарасюк С. І. Математичний аналіз. Київ: Знання, 2008. 421 с.

4. Ковальчук Б., Шіпка Й. Основи математичного аналізу: у 2 ч. Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. Івана Франка, 2010. Ч. 1 370 с.; ч. 2 418 с.

5. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз: у двох частинах. Київ: Либідь, 1993-1994. Ч.1, 1993. 320 с.; ч.2, 1994. 304 с.

6. Ляшко І. І., Ємельянов В. Ф., Боярчук О. К. Математичний аналіз: підручник: у 2 ч. Київ: Вища школа, 1992. Ч.1. 495 с.:іл.

7. Дюженкова Л.І., Колесник Т.В., Лященко М.Я., Михалін Г.О., Шкіль М.І. Математичний аналіз у задачах і прикладах: у 2 ч. Київ: Вища школа, 2002. Ч.1. 462 с.; ч.2. 470 с.

8. Кушнір, О. О. and Кушнір, В. П. (2017) *Методичні вказівки і завдання для самостійної роботи з навчальної дисципліни "Математичний аналіз" з розділу "Застосування визначених інтегралів" для студентів спеціальності 113 "Прикладна математика" денної форми навчання. Шифр 04-02-11 / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://ep3.nuwm.edu.ua/view/shufr/04-02-11.html>*

## Дедлайни та перескладання

Ліквідація академічної заборгованості здійснюється згідно «Порядоку ліквідації академічних заборгованостей у НУВГП», <http://ep3.nuwm.edu.ua/4273/>. Згідно цього документу і реалізується право студента на повторне вивчення дисципліни чи повторне навчання на курсі.

Дата проведення модульних контролів відображається у календарі сторінки дисципліни на платформі Moodle.

Перездача модульних контролів, пропущених з поважних причин, здійснюється згідно графіку, розміщеному навчально-науковим центром незалежного оцінювання (ННЦНО) на головній сторінці системи Moodle.

Підсумковий модульний контроль проводиться ННЦНО згідно розкладу екзаменів.

## Неформальна та інформальна освіта

Студенти мають право на перезарахування результатів навчання набутих у неформальній та інформальній освіті згідно положення <http://nuwm.edu.ua/sp/neformalna-osvita>.

При цьому важливо, щоб знання та навички, що формуються під час проходження певного онлайн-курсу чи його частин, мали зв'язок з очікуваними навчальними результатами даної дисципліни в межах освітньої програми та перевірялись в підсумковому оцінюванні.

## **Практики, представники бізнесу, фахівці, залучені до викладання**

*Викладач дисципліни має 33 роки стажу науково-педагогічної діяльності.*

### **Правила академічної доброчесності**

*Всі студенти, викладачі та співробітники НУВГП мають бути чесними у своїх стосунках, що поширюється на поведінку, пов'язану з навчальною роботою. Студенти мають самостійно виконувати та подавати на оцінювання лише результати власних зусиль та оригінальної праці, що регламентовано Кодексом честі студента у НУВГП <https://nuwm.edu.ua/sp/akademichna-dobrochesnisti>*

*Принципи доброчесності в НУВГП та відповідність показникам забезпечення якості вищої освіти регламентовано НАЗЯВО <https://naqa.gov.ua/> та положеннями відділу якості освіти НУВГП <https://nuwm.edu.ua/strukturni-pidrozdili/vyo>*

*В аудиторії здобувачі не допускаються до списування та обману – за порушення принципів академічної доброчесності викладач може накладати санкції: зниження балів, повернення роботи на доопрацювання та ін.*

### **Вимоги до відвідування**

*Лекційні, лабораторні, практичні заняття та консультації відбуватимуться off-line або on-line (за допомогою Google Meet) згідно розкладу <https://desk.nuwm.edu.ua/cgi-bin/timetable.cgi?n=700>*

*Студент має право оформити індивідуальний графік навчання згідно положення <http://ep3.nuwm.edu.ua/6226/>*

*Студенту не дозволяється пропускати заняття без поважних причин. При об'єктивних причинах пропуску занять (лікарняні, мобільність та ін.) студенти можуть самостійно вивчити пропущений матеріал на платформі MOODLE <https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=584>*

*На заняттях можна користуватися мобільними телефонами та ноутбуками, але виключно в навчальних цілях з даної освітньої компоненти.*

### **Оновлення**

*За ініціативою викладача зміст даного курсу може оновлюватися щорічно з урахуванням пропозицій стейкхолдерів та студентів.*

### **Академічна мобільність. Інтернаціоналізація**

*В НУВГП розроблені процедури для реалізації права здобувачам на академічну мобільність:*

- Положення про академічну мобільність учасників освітнього процесу Національного університету водного господарства та природокористування*



<http://ep3.nuwm.edu.ua/4398/>

- Порядок перезарахування результатів навчання за програмами академічної мобільності в Національному університеті водного господарства та природокористування

<http://ep3.nuwm.edu.ua/19458/>.

- Положення про порядок реалізації права на академічну мобільність, затвердженого постановою Кабінету Міністрів України від 12 серпня 2015 року № 579

<https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/579-2015-%D0%BF#n8>.

Здобувачі можуть отримати доступ до таких міжнародних інформаційних ресурсів:

- електронні бібліотеки:

<http://lib.nuwm.edu.ua/index.php/korisni-posilannya/elektronni-biblioteki>

- Як знайти статтю у Scopus:

<http://lib.nuwm.edu.ua/index.php/biblioteka/novini/item/506-v-dopomohu-avtoram>

- База періодичних видань:

<https://www.scimagoir.com/>

- Можливості доступу до електронних ресурсів та сервісів:

<http://lib.nuwm.edu.ua/index.php/biblioteka/novini/item/516-mozhlyvosti-dostupu-do-resursiv-i-servisiv>

Лектор

Кушнір Олександр Олегович, к.ф-м.н., доц.