

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та
природокористування
Навчально-науковий інститут агроекології та землеустрою
Кафедра геодезії та картографії

05-04-118M

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних та самостійних робіт
з навчальної дисципліни «Основи вищої та супутникової геодезії»
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за
освітньо-професійною програмою «Геодезія та землеустрій»
спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій»
денної та заочної форм навчання

ПЕРЕТВОРЕННЯ КООРДИНАТ З ГЕОЦЕНТРИЧНИХ СИСТЕМ У ПРЯМОКУТНУ СИСТЕМУ В ПРОЕКЦІЇ ЗЕМНОГО ЕЛІПСОЇДА НА ПЛОЩИНУ

Рекомендовано науково-методичною
радою з якості ННІАЗ
Протокол № 1 від 30.08.2022р.

Рівне – 2022

Методичні вказівки до виконання практичних та самостійних робіт з навчальної дисципліни «Основи вищої та супутникової геодезії» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Геодезія та землеустрій» спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій» денної та заочної форм навчання. Перетворення координат з геоцентричних систем у прямокутну систему в проєкції земного еліпсоїда на площину [Електронне видання] / Тадеєв О. А. – Рівне : НУВГП, 2022. – 16 с.

Укладач: Тадеєв О. А., доцент кафедри геодезії та картографії, кандидат технічних наук, доцент.

Відповідальний за випуск: Янчук Р. М., завідувач кафедри геодезії та картографії, кандидат технічних наук, доцент.

Керівник групи забезпечення спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій»: доктор сільськогосподарських наук, професор Мошинський В. С.

© О. А. Тадеєв, 2022

© НУВГП, 2022

Зміст

Вступ.....	3
Теоретична частина.....	4
Хід роботи.....	14
Питання для самоконтролю.....	14
Література.....	15
Додаток.....	16

Вступ

Система координат – це спосіб визначення місцеположень точок простору за допомогою чисел або інших символів, опираючись на систему відліку і датум. Кількість чисел, необхідних для однозначного визначення положення будь-якої точки простору, визначає його вимірність. Сукупність чисел, що визначають положення конкретної точки, називається **координатами** цієї точки. Обов'язковим елементом системи координат є **початок координат** – це точка, від якої ведеться відлік відстаней або кутів.

Системи координат, які використовують в геодезії, класифікують за наступними ознаками (див. організаційну діаграму на рис. 1):

- 1) за вимірністю:
 - двовимірні (поверхневі);
 - тривимірні (просторові);
- 2) за походженням:
 - природні (фізичні, небесні, зоряні);
 - модельні (пов'язані з тією чи іншою моделлю Землі);
- 3) за положенням початку відліку:
 - планетоцентричні (геоцентричні – центр мас Землі);
 - об'єктоцентричні (топоцентричні – точка на поверхні Землі);
- 4) за основною відліковою координатною площиною:
 - екваторіальні (площина екватора);
 - горизонтні (площина земного горизонту);
- 5) за одиницями міри:
 - лінійні (прямолінійні прямокутні);
 - кутові (полярні).

В геодезичній практиці найчастіше використовують модельні системи координат.

Положення точки простору завжди визначається однозначно незалежно від обраної системи координат. З цієї причини існують однозначні математичні зв'язки між системами координат. Перетворення координат точки з однієї системи в іншу називають перетворенням в системах координат.

Мета роботи: виконати перетворення координат з прямокутної просторової геоцентричної системи в прямокутну систему в проекції земного еліпсоїда на площину Гаусса-Крюгера. Задане перетворення виконується з

використанням полярної еліпсоїдальної геоцентричної системи. Тут вона використовується як допоміжна перехідна система. Усі три зазначені системи координат найчастіше використовують в практиці виконання геодезичних робіт, тому їх називають геодезичними.



Рис. 1. Класифікація систем координат

Теоретична частина

Просторова прямокутна геоцентрична система координат XYZ (див. рис. 2) відноситься до категорії модельних систем з положенням початку відліку в центрі мас Землі (т. O) та основною відліковою координатною площиною – екватором.

Вісь X знаходиться у площині екватора і направлена з початку відліку в напрямі на точку G_e перетину початкового (Грінвіцького) меридіана і екватора. Вісь Y також знаходиться у площині екватора і направлена з початку відліку в напрямі, ортогональному відносно осі X . Початкова вісь X розташована в площині екватора справа у відношенні до осі Y , тому таку систему координат називають правою (правосторонньою). Вісь Z направлена з початку відліку в напрямі північного полюса P_0 , співпадає з віссю обертання Землі та перпендикулярна до площини екватора.

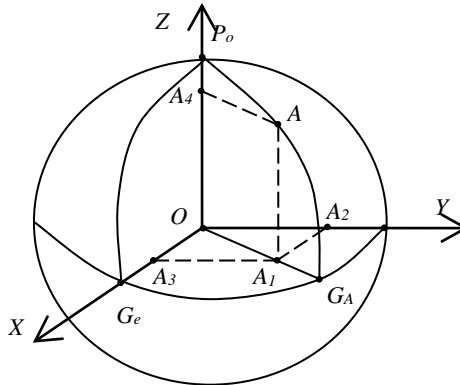


Рис. 2. Координати т. A в просторовій прямокутній геоцентричній системі координат XYZ

Координати довільної точки простору (т. A на рис. 2) в системі XYZ визначають:

- проєкція точки на площину екватора (т. A_1) у напрямі на точку G_A перетину меридіана т. A і екватора;
- проєкції точки на осі координат OX (т. A_3), OY (т. A_2), OZ (т. A_4).

Виходячи з цього, координати точки визначаються наступними відрізками прямих: $X_A = OA_3 = A_1A_2$; $Y_A = OA_2 = A_1A_3$; $Z_A = OA_4 = A_1A_4$.

Просторова геоцентрична полярна еліпсоїдальна система координат BLH відноситься до категорії модельних систем з основною відліковою координатною площиною – екватором. За основу взято модель Землі у формі земного еліпсоїда обертання.

До таблиці 1 зведено геометричні параметри найбільш поширених еліпсоїдальних систем $GRS80$, $WGS84$ та референц-еліпсоїда Красовського. Серед них: велика (або екваторіальна) піввісь $a = OE$ (див. рис. 4), мала (або полярна) піввісь $b = OP_o$, полярне стиснення α , перший ексцентриситет еліпсоїда e ; другий ексцентриситет еліпсоїда e' . Перелічені параметри повністю описують розміри та форму тієї чи іншої моделі земного еліпсоїда. Зв'язки між параметрами виражають наступні формули:

$$\alpha = \frac{a-b}{a}; \quad e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2}; \quad e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}.$$

Беручи до уваги зазначені зв'язки, при розв'язанні задач достатньо задатись лише двома параметрами. Їх називають основними. Як правило, це параметри a і b або a і α .

Необхідно визначити зміст деяких допоміжних термінів, які будуть використані у ході розв'язання поставленого завдання.

Таблиця 1 - Геометричні параметри еліпсоїдальних систем *GRS80*, *WGS84* та референц-еліпсоїда Красовського

Назва та позначення параметру	<i>GRS80</i>	<i>WGS84</i>	Референц-еліпсоїд Красовського
велика піввісь <i>a</i>	6 378 137 м	6 378 137 м	6 378 245 м
мала піввісь <i>b</i>	6 356 752,3141 м	6 356 752,3142 м	6 356 863,01877 м
полярне стиснення α	1/298,257222101	1/298,257223563	1/298,3
перший ексцентриситет e^2	0,00669438002290	0,00669437999014	0,006693421623
другий ексцентриситет e'^2	0,00673949677548	0,00673949674228	0,006738525415

Площини, проведені через нормаль *Mn* до поверхні еліпсоїда в точці *M* (див. рис. 3), називають нормальними площинами. Криві на поверхні еліпсоїда, які утворені її перетином з нормальними площинами, називають нормальними перерізами. Головні нормальні перерізи – це два взаємно перпендикулярних нормальних перерізи в точці, які мають найбільшу і найменшу кривину. Головні нормальні перерізи – це меридіанний переріз

PMP₁ з кривиною радіусу $M = \frac{a(1-e^2)}{W^3}$ та переріз першого вертикала *TMK* з

кривиною $N = \frac{a}{W}$. Величину $W = \sqrt{1-e^2 \sin^2 B}$ називають першою функцією

широти. Середнім радіусом кривини $R = \sqrt{MN}$ в точці поверхні еліпсоїда називають граничне значення середнього арифметичного з радіусів кривини нормальних перерізів у точці, якщо їх число прямує до нескінченності.

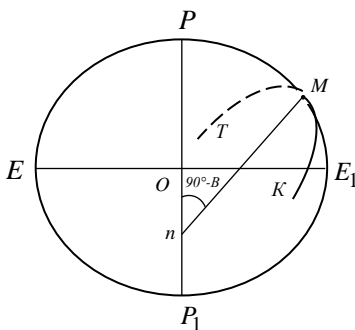


Рис. 3 Головні нормальні перерізи поверхні еліпсоїда

На рис. 4 показано координати довільної точки простору (т.А) в системі BLH у відношенні до координатних осей прямокутної просторової геоцентричної системи XYZ . Координати т. А в системі XYZ показано на рис. 2. На рис. 4 позначено:

т. O – геометричний центр еліпсоїда обертання, що знаходиться у центрі мас Землі;

G_e – точка перетину початкового меридіана і екватора;

G_A – точка перетину геодезичного меридіана т.А і екватора;

$A'n$ – нормаль до поверхні еліпсоїда;

A' – проекція т.А на поверхню еліпсоїда у напрямі нормалі $A'n$;

A'' – проекція т.А на площину екватора EG_AE у напрямі нормалі $A'n$;

OG_A – лінія перетину площини $P_0A'G_AO$ меридіана т.А і площини екватора EG_AE .

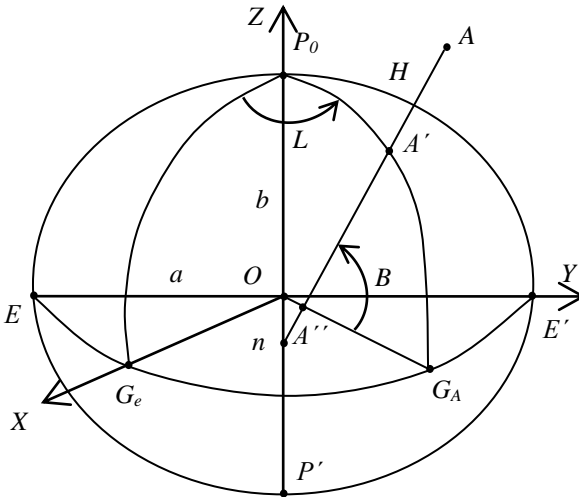


Рис. 4. Координати т. А в просторовій геоцентричній полярній еліпсоїдальній системі координат BLH

Положення точки А в системі BLH визначають наступні координати:

- геодезична еліпсоїдальна широта $B = \angle G_A A' A''$ – гострий кут, утворений нормаллю $A'n$ до поверхні в точці A' та площиною екватора $EG_A E'$;
- геодезична еліпсоїдальна довгота $L = \angle G_e O G_A$ – двограний кут, утворений площиною $P_0 G_e O$ початкового меридіана та площиною $P_0 A' G_A O$ меридіана точки А ;
- геодезична висота $H = AA'$ – довжина проекції т.А на поверхню земного еліпсоїда у напрямі нормалі $A'n$.

Просторова геоцентрична полярна еліпсоїдальна система координат BLH має двовимірний різновид. У цьому випадку положення точки визначають дві координати BL і задають його виключно на поверхні земного еліпсоїда обертання. Такий різновид системи координат використовується, зокрема, при розв'язанні прикладних задач сферічної геодезії.

Взаємозв'язки координат в системах XYZ та BLH виражають наступні співвідношення.

1. Перетворення $X, Y, Z \Rightarrow B, L, H$.

Широта B обчислюється методом послідовних наближень. Використовуються наступні ітераційні формули. Для першого наближення під умовою $H = 0$:

$$B_0 = \operatorname{arctg} \frac{Z}{D(1 - e^2)};$$

тут позначено $D = \sqrt{X^2 + Y^2}$ – екваторіальна відстань. Наступні наближення реалізуються формулою

$$B_i = \operatorname{arctg} \frac{Z + e^2 \cdot N_{i-1} \cdot \sin B_{i-1}}{D}$$

або еквівалентною щодо неї формулою

$$B_i = \operatorname{arctg} \frac{Z}{D - e^2 \cdot N_{i-1} \cdot \cos B_{i-1}};$$

$N_{i-1} = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 B_{i-1}}}$ – радіус кривини перерізу першого вертикалу в

точці еліпсоїда на широті B_{i-1} ; a , e – велика піввісь та перший ексцентриситет еліпсоїда. Ітерації тривають включно до досягнення такого результату обчислень, коли значення широти поточного результату B_i буде дорівнювати отриманому в попередньому наближенні B_{i-1} .

Довгота L розраховується за формулою

$$L = \operatorname{arctg} \frac{Y}{X}.$$

Для обчислення геодезичної висоти H використовують формулу

$$H = \frac{D}{\cos B} - N$$

або еквівалентну щодо неї формулу

$$H = \frac{Z}{\sin B} - N(1 - e^2).$$

2. Перетворення $B, L, H \Rightarrow X, Y, Z$:

$$X = (N + H) \cdot \cos B \cdot \cos L ;$$

$$Y = (N + H) \cdot \cos B \cdot \sin L ;$$

$$Z = (N + H - e^2 N) \cdot \sin B .$$

Прямокутна система координат x, y у проєкції земного еліпсоїда на площину Гаусса-Крюгера.

Системи геодезичних координат XYZ та BLH є основними при розв'язанні наукових задач та при створенні державної опорної геодезичної мережі. Але вони непридатні для практичного користування при розв'язанні різних прикладних інженерних задач, наприклад, при картографуванні місцевості, проектуванні та перенесенні в натуру споруд тощо. Для розв'язання такого роду задач найбільш зручно користуватись системою плоских прямокутних координат x, y , яка утворюється як результат проєкції еліпсоїда на площину.

Поверхню еліпсоїда неможливо розгорнути на площину без спотворень. Поверхня еліпсоїда відображується на площині за законом, який математично виражають рівняння загального вигляду

$$\left. \begin{aligned} x &= f_1(B, L) \\ y &= f_2(B, L) \end{aligned} \right\} .$$

Закон відображення обирають з такого розрахунку, щоб забезпечити єдину державну систему прямокутних координат. Рівняння повинні забезпечити перехід від елементів на поверхні еліпсоїда до відповідних їм елементів на площині. Перехід має задовольняти таким вимогам: 1) найменші спотворення зображених на площині елементів поверхні еліпсоїда; 2) можливість врахування та вираження спотворень; 3) простота проєкції поверхні еліпсоїда на площину. Проєкція еліпсоїда на площину не повинна мати однієї початкової точки відліку, оскільки це зумовило б суттєво великі спотворення по мірі віддаленні від неї. Зазначеним вимогам задовольняє конформна проєкція – зображення, при якому безмежно малий контур на поверхні еліпсоїда відображується подібним йому контуром на площині. В конформній проєкції кутові спотворення відсутні, а масштаб лінійних зображень постійний вздовж заданих головних напрямів.

У вітчизняній практиці виконання геодезичних робіт використовується конформна проєкція Гаусса–Крюгера. В ній еліпсоїд розділений меридіанами на зони з постійно різницею довгот. Кожна зона є сфероїдним двокутником з вершинами у полюсах (див. рис. 5). Протяжність зони по довготі складає 6° (або 3° в районах проведення крупномасштабних знімаль). Східний та західний меридіани шестиградусної зони співпадають з правою та лівою рамками листа карти масштабу 1:1000000. Середній меридіан зони називають осьовим меридіаном з довготою L_0 . Довгота осьового меридіана кожної зони

$$L_0 = 6n - 3,$$

де n – порядковий номер зони, розпочинаючи від нульового меридіана. Номер зони обчислюється за довготою L як ціла частина відношення $\frac{L^\circ}{6^\circ}$, збільшена на 1:

$$n = 1 + \text{ціла частина} \frac{L^\circ}{6^\circ}.$$

Територія України розташована в межах зон №№ 4,5,6,7.

Якщо положення точки на поверхні еліпсоїда описується геодезичними широтою B та довготою L , то в зоні – широтою B та довготою $l = L - L_0$.

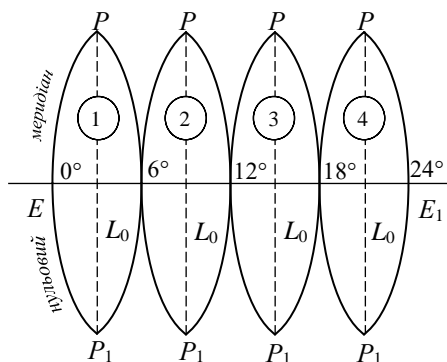


Рис. 5. Зони проєкції Гаусса-Крюгера

Осьовий меридіан кожної зони і екватор в проєкції Гаусса – Крюгера на площині зображуються прямими лініями. Зображення осьового меридіана зони на площині прийнято за вісь абсцис x , а зображення екватора – за вісь ординат y . Вздовж осьового меридіана еліпсоїд зображується на площині без спотворень. Перетин осей абсцис і ординат є початком координат x_0, y_0 кожної зони. Зображення a точки A в проєкції зони на площину описується прямокутними координатами x, y , як це показано на рис. 6. В межах України абсциси x додатні; ординати y додатні східніше та від’ємні західніше відносно осьового меридіана зони. Щоб уникнути від’ємних ординат, точкам перетину осей абсцис та ординат y у кожній зоні умовно присвоюють значення ординати $y_0 = 500\,000$ м. Щоб констатувати розташування точки a у тій чи іншій зоні, в значенні її ординати y спереду записують номер зони.

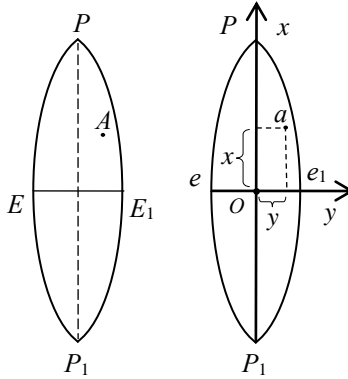


Рис. 6. Прямокутні координати x, y у зоні проєкції Гаусса-Крюгера

Перетворення координат точки A з еліпсоїдальної у прямокутну систему: $B_A, L_A \Rightarrow x_a, y_a$. Задане перетворення передбачає виконання наступних дій.

1. Розрахунок номера зони n .

2 Розрахунок довготи осьового меридіана L_0 та координат B_A, l точки A у зоні.

3. Розрахунок прямокутних координат x_a, y_a :

$$x_a = X + \frac{l^2}{2\rho^2} N \cdot \sin B_A \cdot \cos B_A \cdot \left(1 + \frac{l^2 \cos^2 B_A}{12\rho^2} (5 - tg^2 B_A + 9e'^2 \cos^2 B_A + 4e'^4 \cos^4 B_A)\right),$$

$$y_a = \frac{l}{\rho} N \cdot \cos B_A \cdot \left(1 + \frac{l^2 \cos^2 B_A}{6\rho^2} (1 - tg^2 B_A + e'^2 \cos^2 B_A)\right),$$

де ρ – число кутових одиниць (градусів чи секунд) в одному радіані ($\rho^\circ = 57.29577951$, $\rho'' = 206264.8062$), e' – другий ексцентриситет еліпсоїда,

$N = \frac{a}{W}$ – радіус кривини перерізу першого вертикала, a – велика піввісь еліпсоїда,

$W = \sqrt{1 - e^2 \sin^2 B}$ – перша функція широти або $N = \frac{c}{V}$,

$V = \sqrt{1 + e'^2 \cos^2 B}$ – друга функція широти, $c = a\sqrt{1 + e'^2}$ – радіус кривини меридіанного перерізу в полюсі; X – довжина дуги осьового меридіана від екватора до паралелі з широтою B_A (див. рис. 7). Величину X можна розрахувати за формулою

$$X = a(1 - e^2) \left(A \frac{B_A}{\rho} - \frac{B}{2} \sin 2B_A + \frac{C}{4} \sin 4B_A - \frac{D}{6} \sin 6B_A \right),$$

де $A=1+\frac{3}{4}e^2+\frac{45}{64}e^4+\dots$, $B=\frac{3}{4}e^2+\frac{15}{16}e^4+\dots$, $C=\frac{15}{64}e^4+\dots$, $D=\frac{35}{512}e^6+\dots$ – стали коефіцієнти еліпсоїда (значення коефіцієнтів A, B, C, D для моделей еліпсоїда *WGS84* та референц-еліпсоїда Красовського зведено до табл. 2); e – перший ексцентриситет еліпсоїда.

Таблиця 2 - Значення коефіцієнтів A, B, C, D для моделей еліпсоїда *WGS84* та референц-еліпсоїда Красовського

Коефіцієнти	<i>WGS84</i>	Референц-еліпсоїд Красовського
A	1,00505250	1,00505177
B	0,00506311	0,00506238
C	0,00001063	0,00001062
D	0,00000002	0,00000002

Перетворення координат точки A з прямокутної в еліпсоїдальну систему: $x_a, y_a \Rightarrow B_A, L_A$.

Абсциса x_a точки a на площині виражається відрізком, який відповідає довжині дуги осевого меридіана зони від екватора до точки a_1 з широтою B_1 , як це показано на рис. 7. B_1 – це широта основи ординати точки при $y=0$. Якщо $y \rightarrow 0$ та $l \rightarrow 0$, то точка $a \rightarrow a_1$. Тоді відповідна точка на поверхні еліпсоїда $A \rightarrow A_1$ гранично матиме широту $B_A = B_1$.

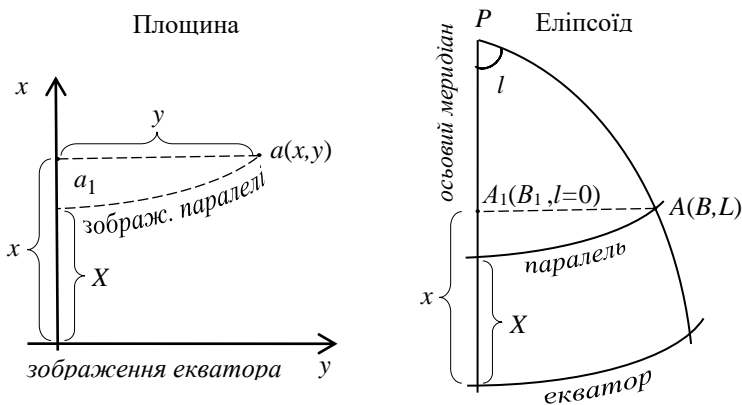


Рис. 7. Схема до перетворення координат з прямокутної в еліпсоїдальну систему

Зворотнє перетворення $x_a, y_a \Rightarrow B_A, L_A$ передбачає виконання наступних дій.

1. Розрахунок широти B_1 основи ординати y_a точки a .

Широта B_1 розраховується за довжиною дуги меридіана, що відповідає x_a , за формулою

$$B_1 = \frac{\rho}{A} \left(\frac{x_a}{a(1-e^2)} + \frac{B}{2} \sin 2B_1 - \frac{C}{4} \sin 4B_1 + \frac{D}{6} \sin 6B_1 \right).$$

З врахуванням значень сталих параметрів a, e^2, A, B, C, D та $\rho'' = 206264.8062$, наприклад, у відношенні до моделі WGS84 одержимо

$$B_1'' = 0.0323936323x_a + 519.5453292 \sin 2B_1 - 0.5452135731 \sin 4B_1 + 0.0007014784 \sin 6B_1.$$

За тих же умов у відношенні до моделі референц-еліпсоїда Красовського

$$B_1'' = 0.0323930760x_a + 519.4709177 \sin 2B_1 - 0.5451113292 \sin 4B_1 + 0.0007114572 \sin 6B_1.$$

У формулах розрахунку широти B_1 аргументами є абсциса x_a та невідома широта B_1 . Тому розв'язок досягається методом послідовних наближень. У першому наближенні

$$B_1 = \frac{\rho}{Aa(1-e^2)} x_a.$$

Для моделі WGS84 у першому наближенні

$$B_1'' = 0.0323936323x_a,$$

для моделі референц-еліпсоїда Красовського у першому наближенні

$$B_1'' = 0.0323930760x_a.$$

Ітерації повторюються, доки результати двох суміжних обчислень B_1 не будуть рівними між собою.

2. Розрахунок широти B_A точки A .

По мірі віддалення від осьового меридіана на величину ординати y_a для широти B_A точки A має місце нерівність $B_A < B_1$. Широті B_A відповідає довжина дуги X осьового меридіана від екватора до паралелі точки A . Отже, широта B_A точки A залежить від B_1 та її ординати y_a в зоні.

Введемо наступні проміжні позначення:

$$c = a\sqrt{1+e'^2} \text{ – радіус кривини меридіанного перерізу в полюсі;}$$

$$V_1 = \sqrt{1+e'^2 \cos^2 B_1} \text{ – друга функція широти } B_1;$$

$M_1 = \frac{c}{V_1^3}$ – радіус кривини меридіанного перерізу на широті B_1 ;

$N_1 = \frac{c}{V_1}$ – радіус кривини перерізу першого вертикала на широті B_1 .

З урахуванням цих позначень широту B_A точки A виражає формула

$$B_A = B_1 - \rho'' \frac{y_a^2}{2M_1 N_1} \operatorname{tg} B_1 \left(1 - \frac{y_a^2}{12N_1^2} (5 + 3\operatorname{tg}^2 B_1 + e'^2 \cos^2 B_1 - 9e'^2 \cos^2 B_1 \operatorname{tg}^2 B_1) \right).$$

3. Розрахунок довготи l точки A в зоні проекції Гаусса–Крюгера:

$$l = \rho \frac{y_a}{N_1 \cos B_1} \left(1 - \frac{y_a^2}{6N_1^2} (1 + 2\operatorname{tg}^2 B_1 + e'^2 \cos^2 B_1) \right).$$

4. Розрахунок довготи L_A точки A на поверхні еліпсоїда

$$L_A = L_0 + l,$$

де L_0 - довгота осьового меридіана зони.

Хід роботи

Задано координати пункту опорної геодезичної мережі УПС-GNSS в просторовій прямокутній геоцентричній системі координат XYZ . Вхідні дані наведено в додатку. В процесі перетворень використовуємо (за вибором) сталі параметри однієї з моделей земного еліпсоїда обертання – $WGS84$ або референц-еліпсоїда Красовського. За цими даними необхідно:

1. Обчислити координати пункту в двовимірній геоцентричній полярній еліпсоїдальній системі BL .
2. Обчислити координати пункту в прямокутній системі координат xu у проекції земного еліпсоїда на площину Гаусса–Крюгера.
3. Здійснити зворотне перетворення – обчислити координати пункту в двовимірній геоцентричній полярній еліпсоїдальній системі BL .

Контроль обчислень: відхилення результатів зворотного перетворення координат в систему BL від початкових даних не повинно перевищувати порядок десятитисячних часток кутової секунди.

Питання для самоконтролю

1. Який зміст має термін “система координат”?
2. За якими ознаками класифікують системи координат в геодезії?
3. Який зміст координат точки в просторовій прямокутній геоцентричній системі координат XYZ ?
4. Який зміст координат точки в просторовій геоцентричній полярній еліпсоїдальній системі BLH ?

5. Які параметри задають розміри та форму земного еліпсоїда обертання?
6. Які різновиди еліпсоїдальних систем найчастіше використовують у практиці виконання геодезичних робіт?
7. Який зміст координат точки в двовимірній геоцентричній полярній еліпсоїдальній системі BL ? Яке практичне застосування такої системи?
8. Як здійснити перетворення координат з системи XYZ в систему BLH ?
9. Як здійснити перетворення координат з системи BLH в систему XYZ ?
10. Які основні положення проєкції еліпсоїда на площину Гаусса-Крюгера?
11. Який зміст координат точки в прямокутній системі координат xu у проєкції земного еліпсоїда на площину Гаусса-Крюгера?
12. Як здійснити перетворення координат з системи BL в систему xu ?
13. Як здійснити перетворення координат з системи xu в систему BL ?
14. На якому етапі перетворень в системах координат використовується метод послідовних наближень?
15. З якої причини системи координат XYZ , BLH та xu називають геодезичними?

Література

1. Закатов П. С. Курс высшей геодезии : підручник. Москва: Недра, 1964. 504 с.
2. Марченко О. М., Третьяк К. Р., Ярема Н. П. Референціні системи в геодезії : навч. посібник. Львів : Львівська політехніка, 2013. 216 с.
3. Машимов М. М. Теоретическая геодезия : справочное пособие. Москва : Недра, 1991. 268 с. URL: <http://www.geokniga.org/bookfiles/geokniga-mashimov-mm-geodeziya-teoreticheskaya-geodeziya-1991.pdf>
4. Морозов Н. П. Курс сфероидической геодезии : навч. посібник. Москва : Недра, 1969. 304 с.
5. Рабинович Б. Н. Практикум по высшей геодезии (Вычислительные работы) : навч. посібник. Москва : Геодезиздат, 1961. 339 с.
6. Савчук С. Г. Вища геодезія : навч. посібник. Житомир : ЖДТУ, 2005. 315 с.
7. Савчук С. Г. Вища геодезія: підручник, видання друге, доповнене. Львів : Львівська політехніка, 2005. 315 с. URL: <https://studfiles.net/preview/5198885/>

Додаток

Координати пунктів опорної мережі УПС-GNSS в просторовій прямокутній геоцентричній системі координат XYZ та їх середні квадратичні похибки

Варіанти завдань	Пункт	X (м) m_X (м)	Y (м) m_Y (м)	Z (м) m_Z (м)
1	<i>GLSV</i>	3512888,954 0,001	2068979,882 0,001	4888903,200 0,001
2	<i>SULP</i>	3765296,818 0,001	1677559,349 0,002	4851297,495 0,002
3	<i>CNIV</i>	3397785,181 0,001	2066990,520 0,001	4969811,521 0,003
4	<i>DNMU</i>	3468977,261 0,002	2434669,078 0,002	4750719,996 0,002
5	<i>KHAR</i>	3312984,200 0,001	2428203,522 0,001	4863307,874 0,002
6	<i>MARP</i>	3451047,042 0,001	2647880,796 0,001	4649213,547 0,002
7	<i>KRRS</i>	3579308,775 0,002	2259514,663 0,002	4755359,945 0,004
8	<i>MIKL</i>	3698553,985 0,001	2308676,002 0,001	4639769,493 0,001
9	<i>MKRS</i>	3915409,124 0,002	1638600,229 0,002	4745087,111 0,003
10	<i>POLV</i>	3411557,346 0,001	2308676,003 0,001	4834396,887 0,001
11	<i>PRYL</i>	3425673,207 0,002	2174035,392 0,002	4904999,871 0,004
12	<i>SMLA</i>	3546267,623 0,002	2204464,002 0,002	4805379,225 0,003
13	<i>UZHL</i>	3907587,455 0,001	1602428,695 0,001	4763783,762 0,001
14	<i>ZPRS</i>	3507143,271 0,002	2470487,705 0,002	4704181,545 0,003
15	<i>VNRS</i>	3670860,523 0,002	1987087,216 0,002	4806792,862 0,004