

**Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та
природокористування**

О.В. Ромашко-Майструк, В.М. Ромашко

**ТРИЩИНОСТІЙКІСТЬ ЗАЛІЗОБЕТОНУ З
ПОЗИЦІЙ ЛОКАЛЬНОГО ПОРУШЕННЯ
ЗЧЕПЛЕННЯ АРМАТУРИ З БЕТОНОМ**

Монографія

Рівне – 2022

УДК 624.012.45:620.17

Р 69

Рекомендовано до видання науково-технічною радою Національного університету водного господарства та природокористування (Протокол № 148 від "03" грудня 2021 р.)

Рецензенти:

Шмуклер В.С., д-р техн. наук, професор Харківського національного університету міського господарства імені О.М. Бекетова;

Дорофєєв В.С., д-р техн. наук, професор Одеського національного морського університету;

Демчина Б.Г., д-р техн. наук, професор національного університету «Львівська політехніка»

Ромашко-Майструк О.В., Ромашко В.М.

Р69 Тріщиностійкість залізобетону з позицій локального порушення зчеплення арматури з бетоном: монографія. Рівне: Волинські обереги, 2022. 184 с.: іл.: 77; табл.: 23; бібліогр.: 405.

ISBN 978-966-416-918-6

У монографії представлено основні положення загальної теорії тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій з урахуванням рівневого утворення нормальних тріщин. Вони доповнюють та розвивають узагальнену деформаційно-силову модель опору залізобетонних елементів силовим впливам в питаннях утворення та розвитку нормальних тріщин з позицій локального порушення зчеплення арматури з бетоном. Крім загального розроблено спрощений метод розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів, який пропонується використовувати у якості експрес-методу. Закладено основи енергетичної моделі деформування залізобетонних елементів і конструкцій.

Для наукових і інженерно-технічних працівників наукових, проектних, проектно-вишукувальних та будівельних організацій, аспірантів, магістрів і студентів будівельних спеціальностей.

УДК 624.012.45:620.17

ISBN 978-966-416-918-6 © Ромашко-Майструк О.В., Ромашко В.М., 2022
© «Волинські обереги», 2022

ЗМІСТ

Перелік умовних позначень, символів, визначень та термінів.....	5
ВСТУП	8
РОЗДІЛ 1. ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ДОСЛІДЖЕНЬ ЗЧЕПЛЕННЯ АРМАТУРИ З БЕТОНОМ.....	11
1.1. Основні етапи та напрями розвитку загальної теорії зчеплення арматури з бетоном, її зв'язок з теорією тріщиностійкості.....	11
1.2. Різновиди моделей зчеплення арматури з бетоном.....	13
1.3. Класифікація діаграм зчеплення арматури з бетоном	29
1.4. Основні критерії міцності зчеплення арматури з бетоном.....	45
1.5. Функції граничних напружень зчеплення арматури з бетоном.....	46
1.6. Розрахунок середніх напружень зчеплення арматури з бетоном...	47
1.7. Висновки.....	54
РОЗДІЛ 2. РОЗВИТОК ДОСЛІДЖЕНЬ ТРІЩИНОСТІЙКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ З УРАХУВАННЯМ ЗЧЕПЛЕННЯ АРМАТУРИ З БЕТОНОМ.....	56
2.1. Загальні відомості про рівневе утворення нормальних тріщин....	56
2.2. Різновиди моделей утворення тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях.....	57
2.3. Методи розрахунку відстаней між нормальними тріщинами в залізобетонних елементах	59
2.4. Методики розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин....	64
2.5. Висновки.....	69
РОЗДІЛ 3. РІВНЕВА МОДЕЛЬ ТА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ УТВОРЕННЯ І РОЗКРИТТЯ НОРМАЛЬНИХ ТРІЩИН ЗА ЛОКАЛЬНИМ ПОРУШЕННЯМ ЗЧЕПЛЕННЯ АРМАТУРИ З БЕТОНОМ.....	70
3.1. Основні положення, гіпотези та передумови.....	70
3.2. Умови та критерії локального порушення зчеплення арматури з бетоном при утворенні нормальних тріщин.....	71
3.3. Модель взаємодії арматури з бетоном в залізобетонних елементах.....	73
3.4. Розрахункова модель рівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах.....	80
3.5. Методика розрахунку відстаней між нормальними тріщинами за локальним порушенням зчеплення арматури з бетоном.....	85
3.5.1. Центральні розтягнуті елементи.....	85
3.5.2. Згинальні залізобетонні елементи.....	86
3.6. Особливості розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин за їх рівневого утворення.....	89
3.7. Загальна методика розрахунку рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах	91
3.8. Спрощена методика розрахунку рівневого утворення та	

розкриття нормальних тріщин.....	93
3.9. Висновки.....	94
РОЗДІЛ 4. МЕТОДИКА ТА ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ	
ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ РІВНЕВОГО	
УТВОРЕННЯ НОРМАЛЬНИХ ТРІЩИН	
	96
4.1. Програма випробувань, матеріали та дослідні зразків.....	96
4.2. Методика експериментальних досліджень	99
4.2.1. Силове устаткування і схеми розташування вимірювальних приладів.....	99
4.2.2. Дослідження механічних характеристик арматури і бетону.....	102
4.3. Випробування призмових зразків та аналіз отриманих результатів.....	104
4.4. Експериментальні дослідження балкових зразків та аналіз результатів їх деформування.....	109
4.4.1. Загальні відомості з деформування залізобетонних балок та аналіз деформування бетону.....	109
4.4.2. Деформування арматури.....	111
4.4.3. Рівневе утворення та характер розвитку нормальних тріщин в балках.....	112
4.4.4. Зміна кривини, розвиток прогинів та характер руйнування балкових зразків.....	118
4.5. Висновки.....	121
РОЗДІЛ 5. ПРИКЛАДНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ТА СТАТИСТИЧНА	
ОЦІНКА РОЗРОБЛЕНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ	
ТРІЩИНОСТІЙКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ	
	123
5.1. Енергетична модель та методика розрахунку ресурсу залізобетонних елементів конструкцій.....	123
5.1.1. Загальні положення	123
5.1.2. Методика розрахунку залишкового ресурсу залізобетонних елементів за їх прогинами	124
5.1.3. Особливості розрахунку залишкового ресурсу залізобетонних елементів за кроком та шириною розкриття тріщин.....	128
5.2. Експериментально-статистична оцінка розроблених методів розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів.....	130
5.3. Приклади розрахунку залізобетонних елементів конструкцій.....	136
5.4. Висновки.....	148
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	149
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ.....	151
ДОДАТОК А. Алгоритми розрахунку залізобетонних елементів.....	179

Перелік умовних позначень, символів, визначень та термінів

Визначення та терміни:

Деформаційно-силова модель опору залізобетонного елемента силовим впливам – спрощений аналог реального процесу його деформування, що графічно відображений за допомогою характерної діаграми стану «момент-кривина» та описаний певними математичними залежностями і законамирностями.

Модель зчеплення арматури з бетоном – спрощений аналог реального процесу взаємодії арматури з бетоном в процесі їх спільного деформування, що графічно відображається характерними діаграмами їхнього взаємного зсуву (зміщення) та описується певними математичними залежностями і законамирностями.

Локальне порушення зчеплення арматури з бетоном – втрата контакту арматури з розтягнутим бетоном в місцях утворення нормальних тріщин, яке настає за порушення рівноваги зусиль граничного зчеплення арматури з бетоном та граничних зусиль в розтягнутому бетоні.

Модель багаторівневого утворення нормальних тріщин – спрощений аналог реального процесу ступеневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах внаслідок взаємного зсуву арматури і розтягнутого бетону в момент локального порушення їхнього зчеплення.

Діаграма зчеплення арматури з бетоном – графічне відображення функціонального зв'язку між дотичними напруженнями зчеплення τ_{bs} , що виникають уздовж ділянки контакту арматури з бетоном, та взаємними зміщеннями зазначених матеріалів δ_s .

Граничні напруження зчеплення арматури з бетоном ($\tau_{bmax,u}$) – максимальні значення дотичних напружень зчеплення на діаграмі $\tau_{bs} - \delta_s$, що виникають уздовж ділянки контакту арматури з бетоном за їх спільного деформування.

Середні напруження зчеплення арматури з бетоном (τ_{bm}) – осереднені значення дотичних напружень зчеплення за діаграмою $\tau_{bs} - \delta_s$, що виникають уздовж ділянки контакту арматури з бетоном за їх спільного деформування.

Умовні позначення:

- A_c, A_{ct} – площа поперечного перерізу бетону стиснутої та розтягнутої зон елемента, відповідно;
- A_{st}, A_{sc} – площа поперечного перерізу робочої розтягнутої та стиснутої арматури, відповідно;
- D – жорсткість осередненого перерізу залізобетонного елемента;
- E_{cc} – модуль деформацій бетону (січний);
- E_{co}, E_{cm} – початкове та середнє значення модуля пружності бетону,

	відповідно;
E_s	– розрахункове значення модуля пружності арматурної сталі;
EI	– жорсткість перерізу згинального елемента;
I_{cc}, I_{ct}	– момент інерції перерізу бетону стиснутої та розтягнутої зон елемента, відповідно;
I_s	– момент інерції перерізу робочої арматури;
M_{ed}	– розрахункове значення зовнішнього згинального моменту;
N_{ed}	– розрахункове значення зовнішньо прикладеної осьової сили;
a, c	– геометричні характеристики;
$a, b, c,$	– параметри діаграм деформування стиснутого та розтягнутого бетону, відповідно;
a_t, b_t, c_t	
b_n	– загальна ширина поперечного перерізу елемента;
d	– робоча висота поперечного перерізу елемента;
f_{bd}	– граничне значення середніх напружень (міцність) зчеплення арматури з бетоном;
f_{cd}, f_{ck}	– розрахункове та характеристичне значення міцності бетону на осьовий стиск у віці 28 діб, відповідно;
f_{ctd}, f_{ctk}	– розрахункове та характеристичне значення міцності бетону на осьовий розтяг, відповідно;
f_y	– значення міцності арматури на границі її текучості;
f_{yd}, f_{yk}	– розрахункове та характеристичне значення міцності арматури на границі текучості, відповідно;
h, h_n	– загальна висота перерізу елемента та висота перерізу елемента прямокутного профілю, відповідно;
k, K	– коефіцієнт, стала величина;
l, L, l_o	– довжина, проліт, розрахункова довжина, відповідно;
m	– коефіцієнт;
n_{so}	– відношення модулів пружності арматури і бетону E_s / E_{co} ;
$1/r$	– кривина конструктивного елемента в певному перерізі;
s_r	– відстань (крок) між нормальними тріщинами;
x, y, z	– координати, переміщення;
x_c, x_t	– висота стиснутої та розтягнутої зон перерізу елемента;
α, β, δ	– коефіцієнти, характеристики, переміщення;
$\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}$	– відносні деформації стиснутого та розтягнутого бетону, відповідно;
$\varepsilon_{cc}, \varepsilon_{ch}$	– відносні деформації повзучості та усадки бетону, відповідно;
$\varepsilon_{cl}, \varepsilon_{ct,1}$	– відносні деформації стиснутого та розтягнутого бетону за максимальних напруженнях згідно криволінійних діаграм

- $\sigma_c - \varepsilon_c$ та $\sigma_{ct} - \varepsilon_{ct}$, відповідно;
- $\varepsilon_{cu}, \varepsilon_{ctu}$ – граничні деформації стиснутого та розтягнутого бетону згідно криволінійних діаграм $\sigma_c - \varepsilon_c$ та $\sigma_{ct} - \varepsilon_{ct}$, відповідно;
- ε_s – відносні деформації видовження арматури;
- ε_{so} – відносні деформації видовження арматури за досягнення в ній напружень розрахункового опору f_{yd} (f_{yk});
- $\varepsilon_{yk}, \varepsilon_{uk}$ – значення граничних деформацій видовження арматури на межі її текучості та на межі її розриву, відповідно;
- φ, ψ – коефіцієнти;
- η – рівень завантаження (деформування) елемента;
- ρ_l – коефіцієнт армування елемента поздовжніми стержнями;
- σ_c, σ_{ct} – поточні напруження у стиснутому та розтягнутому бетоні, відповідно;
- σ_{cu} – напруження стиску у бетоні за його граничних деформацій ε_{cu} ;
- σ_s – поточні напруження в арматурі;
- τ_{bd}, τ_{bs} – дотичні напруження зчеплення арматури з розтягнутим бетоном;
- τ_{bm} – середні значення дотичних напружень зчеплення арматури з розтягнутим бетоном;
- w_k – ширина розкриття нормальних тріщин;
- \emptyset – діаметр арматурного стержня.

ВСТУП

Загальновідомо, що історія досліджень деформування залізобетонних елементів і конструкцій є достатньо тривалою. Такою ж тривалою є й історія розвитку теорії їх тріщиностійкості. Завдяки цьому сьогодні накопичено доволі значний масив результатів експериментальних досліджень напружено-деформованого стану залізобетонних елементів і конструкцій та розроблено численні методи і способи розрахунку їх тріщиностійкості. Тим не менше варто визнати, що здебільшого зазначені методи розрахунку є недостатньо аргументованими та переконливими, оскільки слабо узгоджуються з основним масивом накопичених результатів експериментальних досліджень. Більше того, вони доволі часто і суттєво різняться між собою та навіть вступають у взаємне протиріччя [80]. І тут варто наголосити, що найвагоміші розбіжності в існуючих на сьогодні методиках розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій по'язані з відображенням в них загальних характеристик опору розтягнутого бетону зсуву арматурних стержнів. Численні результати експериментальних досліджень вітчизняних та зарубіжних вчених показують, що максимальні значення характеристик зазначеного зсуву у багатьох випадках не просто відмінні між собою, а різняться у рази.

Серед основних причин розбіжностей в характеристиках опору бетону зсуву арматури варто назвати відсутність не тільки єдиної стандартної методики випробувань їхньої взаємодії, але й однозначних критеріїв оцінки отриманих результатів. Зазвичай зчеплення арматури з бетоном досліджують шляхом висмикування або продавлювання центрально розміщеного арматурного стержня в неармованих бетонних зразках (призмах чи циліндрах). За подібних обставин бетон дослідних зразків зазнає стиску, тоді як в реальних залізобетонних елементах у зоні виникнення нормальних тріщин слід говорити про взаємодію арматури з розтягнутим бетоном. Тому й не дивно, що нині переважна більшість зарубіжних дослідників зосереджує свою увагу на випробуваннях спеціальних згинальних зразків [29; 160; 199; 200; 204; 243; 279; 343; 392]. Однак і тут є один серйозний недолік: граничні параметри зчеплення арматури з бетоном дослідити неможливо у випадку, якщо руйнування згинальних зразків розпочинається з бетону стиснутої зони.

Сьогодні переважна більшість вітчизняних та закордонних дослідників під зчепленням арматури з бетоном розуміє їх неперервний взаємозв'язок (спільне деформування) уздовж активної ділянки контакту вказаних матеріалів. Однак в теорії залізобетону зчеплення арматури з бетоном, все ж таки, слід розглядати як здатність бетону чинити опір проковзуванню арматури під дією силового навантаження. За таких обставин «залізобетон» залишатиметься цілісним композиційним матеріалом лише доти, доки зберігатиметься зчеплення між арматурою і бетоном уздовж їх контактної поверхні. З утворенням тріщин зазначений взаємозв'язок між арматурою і

розтягнутим бетоном порушується, чим започатковується процес руйнування цілісності залізобетону з його поділом на окремі блоки. Якщо в межах цих блоків відбувається повне руйнування зв'язків зчеплення арматури з бетоном [129], то залізобетонний елемент може втратити свою несучу здатність раніше, ніж відбудеться руйнування стиснутого бетону чи розтягнутої арматури. Зазвичай руйнування зв'язків контактної системи «арматура-бетон» відбувається внаслідок зрізу бетону в самому контактному шарі (pull-out) або шляхом розколювання довколишньої бетонної обойми (splitting).

Загалом в сучасних теоріях залізобетону його структуру та властивості описують за допомогою складної композиційної системи, утвореної крупним заповнювачем, арматурою та зв'язуючою цементно-піщаною матрицею. Тому процес утворення тріщин в залізобетоні доцільно пов'язувати з локальним порушенням зчеплення арматури з бетоном саме на рівні мікроструктури цементно-піщаної матриці. Звичайно, що за такого підходу розрахункова модель утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях помітно ускладнюється, оскільки безпосереднє застосування гіпотези суцільності бетону стає некоректним через виникнення в ньому мікро- та макротріщин. І тут, на переконання окремих дослідників [60; 64; 158], найбільш повну і об'єктивну оцінку напружено-деформованого стану залізобетонних елементів та конструкцій у вирішенні вищезгаданої задачі можна здійснити лише завдяки застосуванню основних положень механіки руйнування. Однак варто зазначити, що рішення, отримані в рамках механіки руйнування, на сьогодні залишаються вкрай складними, оскільки потребують розв'язку системи інтегрально-диференціальних рівнянь. Останні ж, як правило, не мають точного аналітичного вирішення, а тому, задля отримання інженерно-осязних результатів розрахунку, в загальному підсумку все зводиться до ітераційних способів чи прийомів розв'язку зазначених рівнянь або ж до формалізації їх наближених рішень.

Водночас варто визнати, що і в механіці руйнування, і в механіці твердого деформованого тіла загалом, відносно рідко звертають увагу на особливості оцінки напружено-деформованого стану залізобетонного елемента в окремому перерізі. За твердженнями Голишева О. Б. і Бачинського В. Я. [76; 96], він не може бути описаний навіть за найточнішими значеннями напружень та деформацій матеріалів лише в одному конкретному перерізі. А тому рішення, що не враховують впливу суміжних перерізів, у більшості випадків можна вважати вкрай наближеними і навіть сумнівними.

Одним із шляхів вирішення окресленої проблеми можна вважати пропозиції, щодо виділення спеціального «двоконського» елемента у перерізі з тріщиною [64; 158]. Однак створення такого елемента при реальному проектуванні залізобетонних елементів і конструкцій на сьогодні залишається не просто складним, а надскладним завданням у формування їх розрахункового перерізу. Разом з тим слід зауважити, що через початкові усадкові мікророзриви бетону на його поверхні задача розрахунку утворення

та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах загалом не може мати точного аналітичного вирішення в принципі. І це впершу чергу стосується розрахунку кроку або відстаней між тріщинами.

Тому за таких обставин розробка простих інженерних методів розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів з урахуванням опору бетону зсуву арматури на ділянках між суміжними тріщинами, залишатиметься актуальним завданням і для подальших досліджень. Цілком очевидно, що вони повинні базуватися на загальних закономірностях ступеневої (рівневої) зміни відстаней між нормальними тріщинами. Розробку таких методів доцільно вести на основі певних математичних моделей деформування залізобетонних елементів і конструкцій, що здатні відтворити як загальні закономірності нелінійного деформування структурно неоднорідних матеріалів, так і особливості їх контактної взаємодії. Саме на межі контакту зазначених матеріалів і відбуваються постійні з періодичними стрибками зміни НДС залізобетонних елементів. Вони якраз і обумовлені ступеневим (рівневим) утворенням нормальних тріщин на ділянках активного зчеплення арматури з бетоном та потребують окремих досліджень.

РОЗДІЛ 1

ІСТОРІЯ РОЗВИТКУ ДОСЛІДЖЕНЬ ЗЧЕПЛЕННЯ АРМАТУРИ З БЕТОНОМ

1.1. Основні етапи та напрями розвитку теорії зчеплення арматури з бетоном, її зв'язок з теорією тріщиностійкості

Загальна теорія тріщиностійкості залізобетону пройшла доволі тривалий шлях розвитку. Вагомим внеском у її формування відзначилося багато вітчизняних вчених, серед яких варто назвати Азізова Т. Н. [1], Бабича Є. М. [8], Бамбуру А. М. [14], Вахненко П. Ф. [25], Голишева О. Б. і Бачинського В. Я. [76], Городецького О. С. [38], Демчину Б. Г. [41], Дорофєєва В. С. [45], Карпюка В. М. [56], Квашу В. Г. [57], Клімова Ю. А. [99; 156], Клименка Є. В. [58], Колчунова В. І. і Яковенка І. А. [59; 64], Кочкарьова Д. В. і Бабича В. І. [69; 71], Молодченка Г. А. [83], Павлікова А. М. [94], Прокоповича А. А. [97], Ромашка В. М. [102; 105;], Семка О. В. [127], Шмуклера В. С. [156] та інших, чий дослідження безпосередньо чи опосередковано спрямовувалися до питань зчеплення арматури з бетоном.

Згідно всіх оприлюднених на сьогодні результатів експериментально-теоретичних досліджень зчеплення арматури з бетоном залежить від дуже великої кількості різних факторів і параметрів та доволі суттєво впливає на механічні характеристики залізобетонних елементів і конструкцій. Водночас, незважаючи на весь накопичений масив багаторічних досліджень, загальну теорію зчеплення арматури з бетоном, яка задовольняла б основні вимоги інженерів-проектувальників, так і не побудовано. А тому й не дивно, що в чинних нормативних документах [46; 132; 133; 164; 175; 202; 208; 225; 235], які регламентують методи і алгоритми розрахунку залізобетонних елементів, взаємодія арматури з бетоном враховується лише опосередковано.

Загалом же всі відомі дослідження зчеплення арматури з бетоном можна умовно розподілити за чотирма напрямками (рис. 1.1).

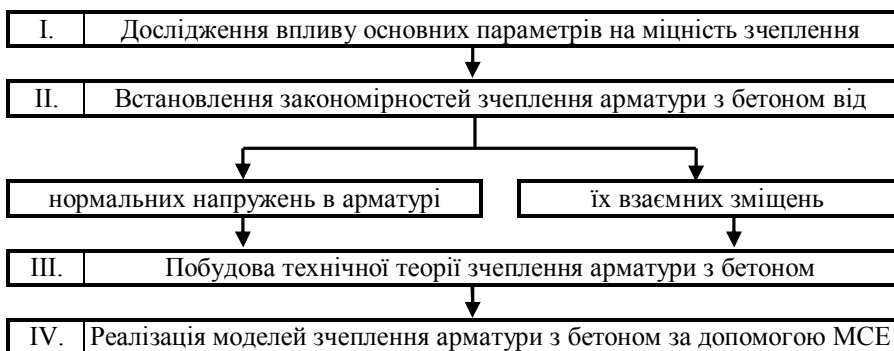


Рисунок 1.1 – Визначальні напрямки досліджень взаємодії арматури з бетоном

Дослідження першого напрямку спрямовувались на виявлення параметрів, що найбільше впливають на міцність зчеплення арматури з бетоном. Від початку ХХ-го століття, завдяки численним роботам вітчизняних та закордонних дослідників, серед таких було визначено:

- склад бетону та його механічні характеристики (витрати заповнювачів [5; 161; 242], рухливість бетонної суміші [4; 179], вид бетону [41] і його міцність на стиск [3; 144; 231; 265; 278; 314; 315; 319; 330; 337; 349; 376]);
- параметри арматури (діаметр [31; 44; 85; 162; 166; 168; 173; 187; 196; 213; 234; 265; 278; 309; 337; 349; 352; 383], вид [8; 31; 42; 44; 57; 68; 74; 84; 91; 131; 148; 150; 151; 160; 173; 187; 196; 230; 233; 234] і геометрія поверхні (розміри, крок і кут нахилу виступів) [130; 212; 231; 305; 315; 349; 380], механічні характеристики [31; 44; 85; 134; 139; 160; 173; 187; 238; 241; 255; 377]);
- конструктивні характеристики армування (відстані між окремими стержнями [211; 229; 337; 383], товщина бетону навколо арматури, включно з його захисним шаром [8; 229; 265; 276; 278; 320; 337; 352; 383], наявність поперечної та непрямої арматури [36; 93; 229; 231; 248; 337; 383], тощо);
- технологічні параметри виготовлення і зберігання елементів (положення арматури при бетонуванні [43; 98; 186; 276], ступінь ущільнення бетону [65], його усадка [6; 13; 66; 134], високі [82], низькі [88] та циклічні [6] температури, пропарювання бетону [49; 67; 77], тощо);
- вид і режим навантаження [5; 7; 29; 32; 75; 87; 92; 143; 153; 166; 351].

Позаяк вищезгадані дослідження у переважній більшості носили експериментальний характер, то використання їх результатів безпосередньо в практичних розрахунках доволі часто було неможливим. Та все ж, саме від них були започатковані дослідження в інших напрямках.

Водночас, численні результати експериментальних досліджень, накопичені до початку 40-х років ХХ-го століття, генерували активний пошук загальних закономірностей зчеплення арматури з бетоном. Спершу Glanville, W. H. [255], а пізніше Кузнецов А. Н. [75], Столяров Я. В. [134] та Watstein D. [396] запропонували дотичні напруження зчеплення на поверхні контакту «арматура-бетон» пов'язувати з нормальними напруженнями в самій арматурі. Згодом було встановлено, що подібний зв'язок у вигляді лінійних залежностей можна приймати лише для стадії граничної рівноваги. Це було підтверджено результатами експериментальних досліджень Brice M. Z. P. [196], Bichara A. [189] та Гараи Т. [31]. Однак з'ясувалося, що визначення нормальних напружень в арматурі у зоні її контакту з бетоном являється доволі складним завданням. Очевидно, що саме з цієї причини, зазначені пропозиції не знайшли широкого застосування в практичних розрахунках залізобетонних елементів та конструкцій.

На противагу першому дослідженню другого напрямку були скеровані переважно на вивчення взаємних зміщень бетону і арматури. Вперше про залежність напружень зчеплення арматури з бетоном від їх взаємних зміщень заговорив Фрайфельд С.Е. [142] у 1941 р., а експериментальне підтвердження

існування такої залежності надали Холмянський М.М. [147] та Rehm G. [348] лише в кінці 50-х – на початку 60-х років. Саме останній назвав виявлену залежність напружень зчеплення арматури з бетоном від їх взаємних зміщень «законом зчеплення». Для опису цього закону приймалися степеневі [201; 283; 287; 309; 314; 315; 332; 333; 348; 349; 376; 388; 389] і поліноміальні [226; 319; 331], показникові і експоненційні [215; 271; 272; 311; 323; 340], дробові [183; 311] і логарифмічні [43; 146; 335; 378], тригонометричні [7; 196; 289; 326; 348] і лінійні функції [30; 90; 135; 331] та їх комбінації у вигляді сплайнів [21; 60; 215; 217; 231; 252; 281; 286; 292; 296; 298; 313; 341; 364].

Водночас, результати експериментальних досліджень 50-70-х років показали, що «закон зчеплення» не залишається однаковим (сталим) для різних перерізів залізобетонного елемента уздовж контакту арматури з бетоном. Тому дослідження третього напрямку були спрямовані не стільки на виявлення характеру залежності $\tau = f(s)$, як на побудову технічної теорії зчеплення арматури з бетоном, що ґрунтується ще й на різних моделях зчеплення [21; 51; 52; 60; 92; 140; 147; 182; 210; 215; 217; 226; 231; 250; 252; 256; 258; 262; 281; 286; 292; 296; 301; 313; 315; 333; 341; 350; 352; 364; 368; 370; 378; 383; 395]. Та все ж, не дивлячись на численні експериментально-теоретичні дослідження в зазначеному напрямі, використання їх результатів в практиці проектування залізобетонних елементів і конструкцій виявилось проблематичним із-за відносної складності отриманих рішень.

Формування 4-го напрямку в дослідженнях зчеплення арматури з бетоном пов'язано з числовими методами розрахунку залізобетонних елементів і конструкцій. В 60-х роках XX -го століття спершу Scordelis A.C. та Ngo D. [329], а згодом і Nilson A.H. [331] запропонували вирішувати вищезгадану проблему зчеплення арматури з бетоном за допомогою методу скінчених елементів (МСЕ). Пізніше використання числових методів в дослідженнях зчеплення арматури з бетоном було суттєво розвинуто в роботах [17; 38; 53; 60; ; 87; 128; 169; 171; 181; 222; 232; 251; 280; 282; 290; 293; 295; 298; 300; 301; 312; 322; 342; 344; 347; 371; 387; 401; 405]. Сьогодні на основі МСЕ розроблено численну кількість розрахункових комплексів, наділених доволі широкими функціональними можливостями. Але, для переважної більшості цих комплексів, опис параметрів НДС в зоні контакту бетону і арматури залишається доволі складним, чим обмежується їх широке застосування в інженерних розрахунках реальних конструкцій.

Таким чином варто відзначити, що відсутність на сьогодні універсальної теорії зчеплення арматури з бетоном спонукає до продовження досліджень з її побудови. І особливу роль у вирішенні означеної проблеми слід було б відвести побудові узагальненої моделі зчеплення арматури з бетоном.

1.2. Різновиди моделей зчеплення арматури з бетоном

Пропоновані на сьогодні моделі зчеплення арматури з бетоном не тільки

суттєво різняться, але й доволі часто вступають у взаємне протиріччя між собою. Подібна ситуація є цілком зрозумілою та виправданою, оскільки відмінність результатів експериментальних досліджень обумовлена різними:

- формами та розмірами зразків;
- видами та класами бетону і арматури;
- схемами армування та умовами ущільнення бетону;
- характером формування контактного шару;
- технологічними параметрами догляду за бетоном;
- схемами та умовами випробування зразків;
- гіпотезами та передумовами теоретичних рішень, тощо.

Зрозуміло, що за таких обставин систематизація самих досліджень та впорядкування їх результатів стають неможливими без чіткої класифікації моделей зчеплення арматури з бетоном. Загалом же всі моделі зчеплення (рис. 1.2) можна умовно розділити за:

- масштабом та структурою моделі;
- відображенням (поданням) бетону і арматури;
- характером руйнування бетону на межі контакту «бетон-армура»;
- схемами взаємодії арматури з бетоном та їх математичними рішеннями.



Рисунок 1.2 – Різновиди моделей зчеплення арматури з бетоном за визначальними ознаками

Поза всяким сумнівом зчеплення арматури з бетоном, як і будь-яке інше явище, повинно досліджуватися (моделюватися та описуватися) в певному масштабі. Тому тут варто погодитися з авторами роботи [26], які достатньо обґрунтовано визначили наступні рівні подібного масштабу: профільований виступ (ребро) на арматурному стержні, сам арматурний стержень та весь конструктивний елемент (рис. 1.3).

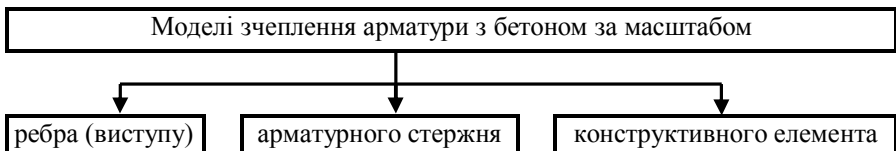


Рисунок 1.3 – Різновиди моделей зчеплення арматури з бетоном за масштабом їхньої взаємодії

Дослідження взаємозв'язку арматури з бетоном на рівні її виступів (рис. 1.4, *а*) дозволяють встановити деяку умовну характеристику їх зчеплення лише на «типовій» елементарній ділянці стержня. Саме Rehm G. в своїх роботах [348; 349] отримав таку характеристику, яка згодом була названа його іменним критерієм. Згодом дослідження в зазначеному напрямку були розвинуті іншими науковцями в наступних роботах [130; 151; 154; 203; 218; 219; 256; 305; 315; 364; 383; 394; 400].

При дослідженнях напружень зчеплення, що виникають на межі контакту «арматура-бетон», доцільно розглядати взаємодію всього арматурного стержня з бетоном (рис. 1.4, *б*). Саме такий масштаб використовувався більшістю вітчизняних та закордонних дослідників при вивченні загальних закономірностей зчеплення арматури з бетоном.

Та все ж тільки в масштабі конструктивного елемента (рис. 1.4, *в*) можна всебічно дослідити зусилля взаємодії арматури з бетоном. Зазначене знайшло підтвердження в результатах досліджень багатьох авторів, зокрема в роботах [244; 260; 300; 383; 393], присвячених вивченню загальних закономірностей зчеплення арматури з бетоном як для граничних, так і для експлуатаційних стадій деформування залізобетонних елементів за інтенсивного утворення та розкриття нормальних тріщин.

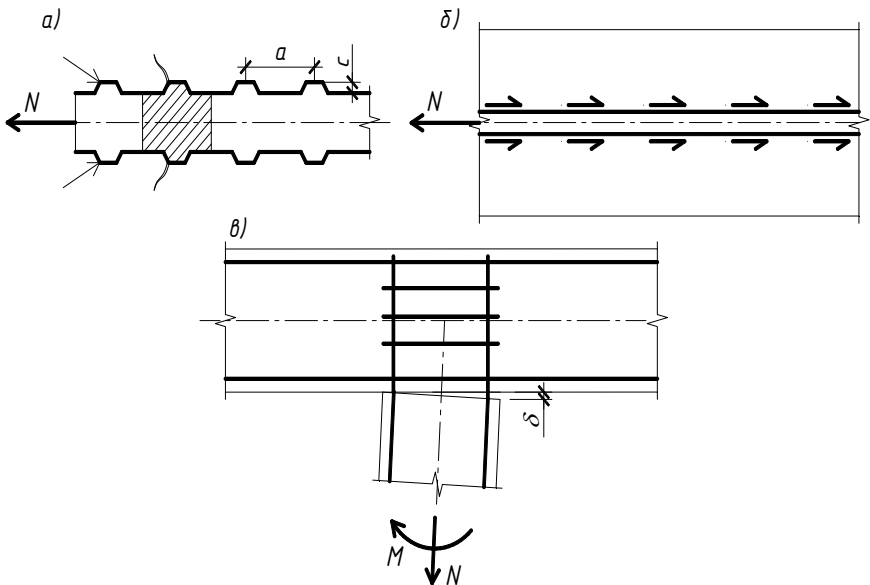


Рисунок 1.4 – До схем моделей зчеплення арматури з бетоном за масштабом:
а) – ребра; *б*) – арматурного стержня; *в*) – конструктивного елемента

За структурою (будовою) моделі зчеплення арматури з бетоном можуть

бути двошаровими та тришаровими (рис. 1.5). Перші будуються за схемами двокомпонентних систем «арматура-бетон» без виділення в них окремого контактного шару [31; 83; 86; 89; 134; 161; 350]. Сьогодні ці моделі використовують лише в спрощених методиках розрахунку залізобетонних елементів та конструкцій [72; 129].

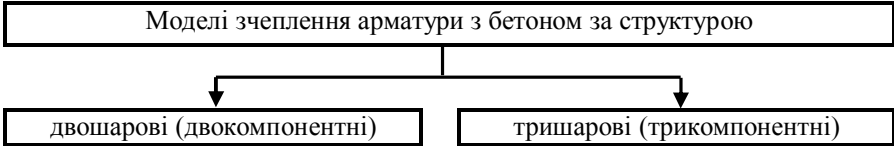


Рисунок 1.5 – Різновиди моделей зчеплення арматури з бетоном за їх структурною будовою

Трикомпонентні моделі [28; 54; 147; 293; 347; 395] вважаються більш досконалими. Вони будуються за структурними системами «арматура-контактний шар-бетон», в яких товщина самого контактного шару бетону задається нескінченно малою. Сьогодні такі моделі виступають невід’ємним елементом досліджень зчеплення арматури з бетоном за методом скінченних елементів [19; 38; 60; 128; 169; 171; 181; 222; 232; 251; 280; 290; 293; 295; 298; 300; 312; 322; 342; 344; 347; 371; 401; 405].

Зазвичай визначальним компонентом в моделях зчеплення виступає арматура, яку відображають у вигляді ідеалізованого гладкого циліндра або реального профілю (рис. 1.6). Деталізоване моделювання профілю арматури вимагає використання найдрібнішої сітки скінченних елементів, що веде до суттєвого ускладнення відповідних розрахунків. Тому реальний профіль розглядають за найдрібніших масштабів дослідження: переважно на рівні ребра або профільного виступу на дуже малій ділянці окремого арматурного стержня [18; 19; 218; 219; 364; 368; 402]. За більших масштабів моделювання, зокрема довгих ділянок арматурного стержня чи конструктивного елемента загалом (рис. 1.4, б, в), арматуру задля спрощення розрахунків доцільно відображати ідеалізовано у вигляді гладкого циліндра.

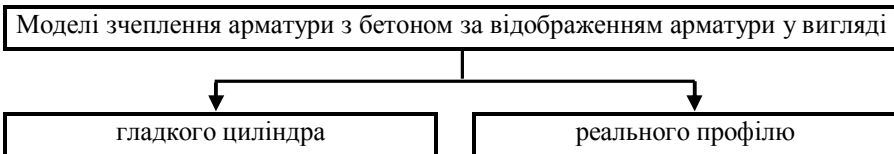


Рисунок 1.6 – Різновиди моделей зчеплення арматури з бетоном за відображенням арматурних стержнів

Іншим не менш важливим компонентом в моделях зчеплення виступає бетон, розміщений навколо арматури. Його можна представити у вигляді певної оболонки (рис. 1.7). В дослідженнях більшості авторів довколишня

бетонна оболонка експериментальних зразків була неармованою (рис. 1.8, *а*), що певною мірою спотворювало дійсну картину взаємодії бетону і арматури в реальних залізобетонних елементах та конструкціях.

Та все ж найбільш точно вдавалося відтворити напружено-деформований стан всіх компонентів контактної системи «бетон-контактний шар-арматура» в дослідних зразках з бетонною оболонкою, армованою (рис. 1.8, *б*) сталевим каркасом [203; 224; 231; 342] або сталеву пружину [172; 181; 206; 266]. Саме таким поперечним або непрямым армуванням відтворюється своєрідна обійма, що посилює взаємодію арматури з бетоном в реальних конструкціях.

Відомі також дослідження [80; 297; 385], де, для відтворення дійсного зв'язку арматури з бетоном в залізобетонних конструкціях, довколишній бетон вищезгаданої контактної системи обмежувався сталеву або навіть пластикову трубу (рис. 1.8, *в*).



Рисунок 1.7 – Різновиди моделей зчеплення арматури з бетоном за відображенням бетону

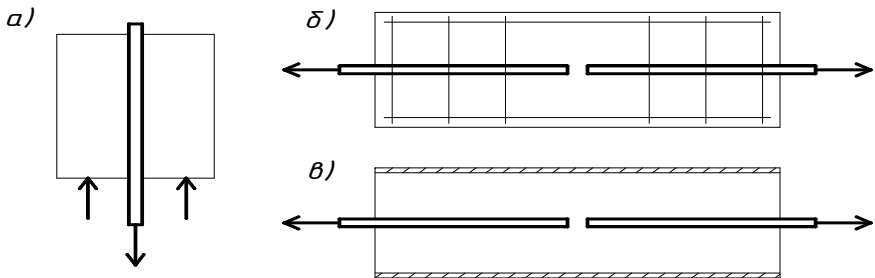


Рисунок 1.8 – Схеми бетонної оболонки в моделях зчеплення арматури з бетоном: *а*) – неармованої; *б*) – армованої; *в*) – обрамленої металом

Зазвичай в експериментальних дослідженнях взаємозв'язок арматури з бетоном моделюється так, щоб граничний стан наступав внаслідок (рис. 1.9):

- зрізу бетону між виступами арматури;
- розколювання довколишньої бетонної обійми;
- згинального зміщення виступів бетону (між ребрами арматури).

В основному зчеплення арматури з бетоном досліджували на центрально-армованих призмах чи циліндрах з їх торцевим упором (рис. 1.10, *а*) [145; 157; 187; 308; 319; 327; 329; 340; 392]. Але за стискуючими напруженнями в довколишньому бетоні неможливо коректно описати взаємодію арматури з

розтягнутим бетоном в реальних конструкціях. Згодом в дослідженнях [62; 168; 172; 205; 349; 364; 368; 392] стали використовувати зразки з коротким заземленням арматури (рис. 1.10, б, в, д, е). Вони мають підвищений опір розколюванню, оскільки розклинювання виникає на короткій ділянці бетону, а сприймається по всій висоті зразка. Однак значне зменшення бази вимірювань призводить до істотного зниження їх точності.



Рисунок 1.9 – Різновиди моделей взаємодії арматури з бетоном за характером руйнування бетону на межі їх контакту

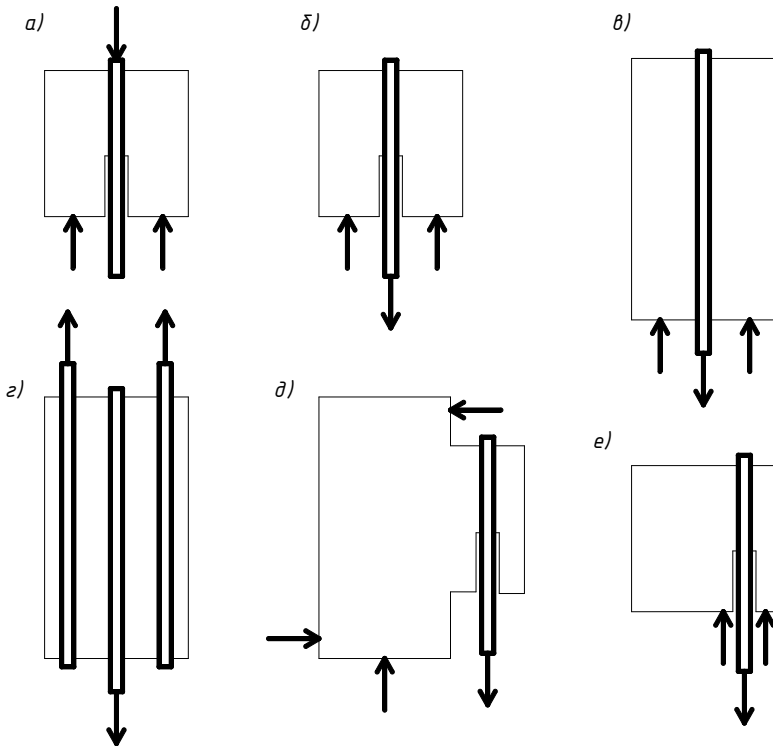


Рисунок 1.10 – Схеми експериментальних досліджень зчеплення арматури з бетоном при моделюванні реального стану бетону на контактні його зрізу та в довколишній розколюваній обоймі

Подібні недоліки виникають і за аналогічних випробувань неармованих бетонних зразків [8; 126; 381], які руйнуються внаслідок розколювання довколишньої бетонної оболонки (рис. 1.10). Це характерно для тих випадків, коли ділянка защемлення арматури перевищує 8 її діаметрів, а міцність бетону перевищує 17 МПа [73; 79].

Схеми випробування зразків на згин (рис. 1.11) стали застосовувати з метою відтворення дійсного характеру взаємодії арматури з бетоном в реальних залізобетонних елементах і конструкціях [8; 29; 160; 199; 204; 243; 279; 343; 392]. Однак і їм властивий суттєвий недолік: бетон доволі часто руйнується раніше, ніж настає граничний стан його контакту з арматурою. За подібних обставин повна інформація про взаємозв'язок арматури з бетоном стає практично недоступною.

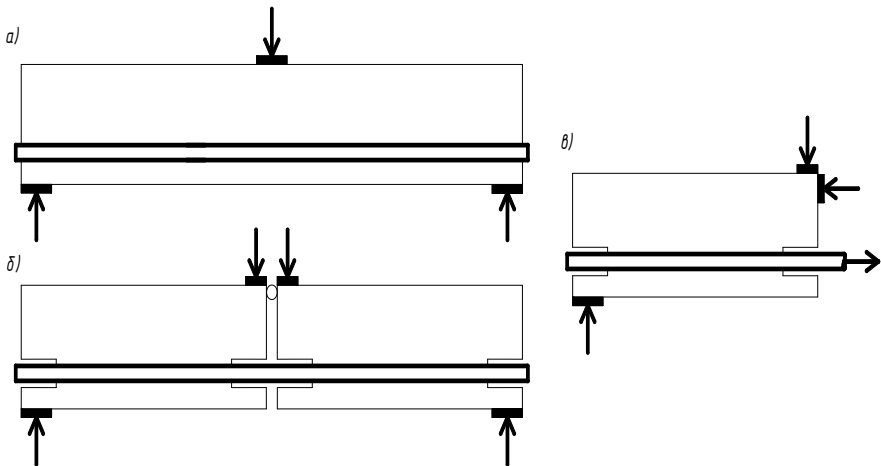


Рисунок 1.11 – Схеми експериментальних досліджень зчеплення арматури з бетоном при моделюванні реального стану бетону в згинально-зміщуваних виступах (між ребрами арматури)

На переконання багатьох вітчизняних та закордонних дослідників, тільки за осьового розтягу дослідних зразків можна найбільш точно змоделювати як зчеплення арматури з бетоном [126; 168; 172; 222; 226; 251; 256; 325; 327; 349; 381; 392; 404] (рис. 1.12, а), так і її анкерування в бетоні залізобетонних елементів та конструкцій [80; 224; 288; 295] (рис. 1.12, б). Саму ж бетонну оболонку таких зразків рекомендується обрамлювати арматурним каркасом або ж брати в металеву чи пластикову обойму (рис. 1.8, б, в).

Особливої уваги в моделюванні зчеплення арматури з бетоном слід надати питанням вибору схеми їхньої взаємодії (рис. 1.13).

В основу моделей механічної взаємодії арматури з бетоном закладають, як правило, результати експериментальних досліджень їх зчеплення у вигляді

емпіричних параметрів, коефіцієнтів та найпростіших залежностей [3; 29; 75; 86; 92; 134; 146; 160; 350; 352]. Безперечно, що відтворити за допомогою таких моделей рівневе утворення тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях практично неможливо.

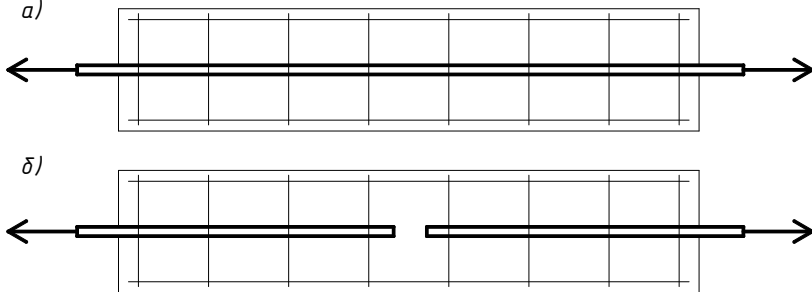


Рисунок 1.12 – Основні схеми дослідження зчеплення арматури з бетоном в залізобетонних елементах і конструкціях

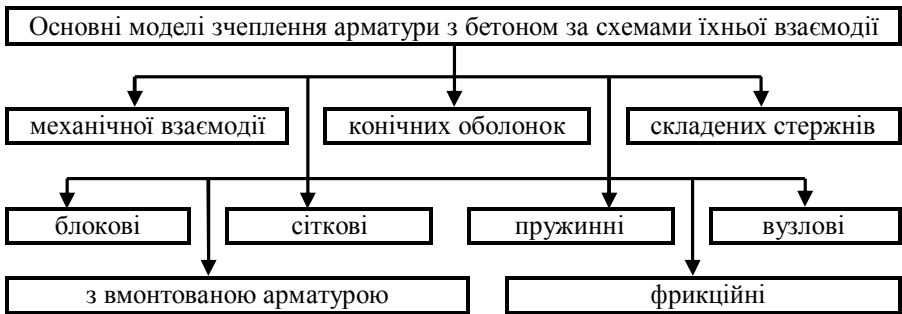


Рисунок 1.13 – Різновиди моделей зчеплення арматури з бетоном за схемами їхньої взаємодії

Граничний стан контакту арматури з бетоном багато вітчизняних та закордонних дослідників оцінюють за моделями конічних оболонок [168; 191; 203; 256; 270; 301; 349; 384; 394]. Базовою для них є загальновідома модель пластичності матеріалу, яка ґрунтується на класичних критеріях текучості Мізеса і Друкера-Прагера [227]. Нелінійні процеси в зоні зчеплення моделюють через контактний шар бетону, напружено-деформований стан якого описується експериментальною кривою податливості арматури при її витягуванні з бетону. І хоча за такого підходу не вдається деталізувати розподіл деформацій в зоні взаємодії арматури з бетоном, однак з'являється можливість розгляду залізобетону у вигляді неоднорідного, але суцільного середовища з ідеальним контактом його структурних компонентів.

Основною особливістю моделей складених стержнів [22; 37; 59; 140; 141; 158] є те, що згідно відомої гіпотези зосередженого зсуву [100] зона контакту

різних матеріалів замінюється умовною площиною шва, уздовж якої відбувається взаємодія стержнів (у тому числі шарів бетону і арматури). Безперечно, що така розрахункова модель силового опору залізобетонних складених конструкцій (стержнів) є доволі складною. Вона мало змінюється навіть за використання двоконсольних елементів [59; 158], що дозволяють знизити порядок відповідних диференціальних рівнянь. Крім того виникають питання в доцільності використання «двоконсольних» елементів, якщо:

- для кожного із складених стержнів приймається справедливою гіпотеза плоских перерізів [63];
- функціональний зв'язок між напруженнями зчеплення і середніми значеннями відносних (умовних) деформацій зсуву приймається лінійним, що суперечить результатам експериментів;
- параметри жорсткості кожного із швів визначаються експериментальним шляхом, тобто є повністю емпіричними.

У блокових моделях [11; 16; 23; 24; 50; 51] розглядається найбільш напружена ділянка елемента, виділена між двома суміжними нормальними тріщинами. До її торцевих граней прикладають нормальні напруження, що відповідають рівню навантаження, а уздовж розтягнутої грані прикладають дотичні напруження, зумовлені силами зчеплення арматури з бетоном. Згідно розрахункової схеми арматуру відокремлюють від блоку, а її вплив на блок відтворюють дотичними напруженнями. Розподіл зазначених напружень моделюють лінійною функцією з максимумом біля тріщини, де виникають найбільші деформації зсуву бетону відносно арматури, та поступовим згасанням до середини блоку. Саму ділянку затухання напружень зчеплення прирівнюють до довжини анкерування арматури. Тоді в довгих блоках (рис. 1.14, *a*) зусилля зчеплення виникатимуть тільки на коротких ділянках блоку, що примикають до тріщин, а на його середній ділянці деформації зсуву, як і напруження зчеплення між арматурою та бетоном, будуть відсутні. Щодо коротких блоків (рис. 1.14, *b*), то тут функція розподілу напружень зчеплення взагалі буде розірваною (матиме стрибок) на середині блоку між тріщинами.

Сіткова модель розроблялася [52; 293; 301; 387] для визначення напружено-деформованого стану бетону в зоні примикання до арматури періодичного профілю. Вона вимагає розв'язку об'ємної симетрично-осьової задачі теорії пружності. Зокрема, в зоні контакту з арматурою виділяють характерну розрахункову область у вигляді умовного циліндричного тіла, пружно закріпленого в навколишньому бетонному середовищі, що знаходиться під дією навантаження. Взаємодію зазначеної локальної області з навколишнім бетоном моделюють за допомогою пружних зв'язків, жорсткість яких розраховують з залученням коефіцієнтів постелі для бетону. На внутрішній поверхні виділеного циліндра, що точно копіює рельєф (виступи і впадини) арматури, задають умови, які характеризують спільну роботу арматури з бетоном. Розрахунок виділеної області виконують варіаційним способом на неоднорідній прямокутній сітці (рис. 1.15) за

допомогою методу скінченних елементів. Навіть за реалізації розрахунків числовими методами зазначена модель залишається вкрай складною.

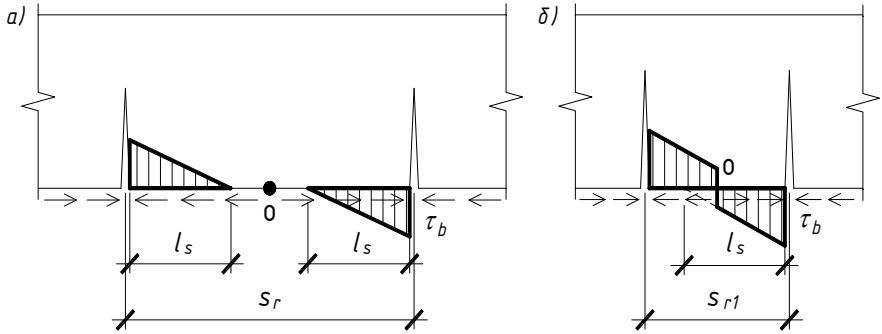


Рисунок 1.14 – До розрахункових схем зчеплення арматури з бетоном в блоках: *a* – довгих; *б* – коротких

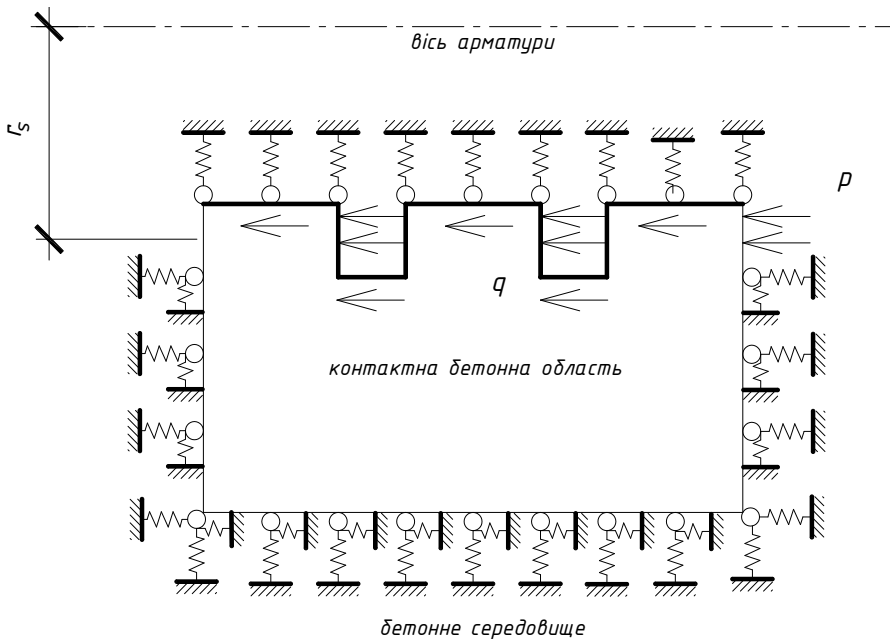


Рисунок 1.15 – Схема сіткової моделі зчеплення арматури з бетоном

У більшості пружинних моделей [170; 282; 293; 329; 331] бетон і арматуру представляють переважно лінійно-пружними одно- або двовимірними скінченними елементами, що пов'язані між собою спеціальними елементами

зв'язку, названими інтерфейсними. Саме останніми моделюють процеси, що відбуваються при взаємному зміщенні бетону і арматури. Їх представляють у вигляді двох податливих зв'язків, що складаються з двох взаємно перпендикулярних пружин (рис. 1.16).

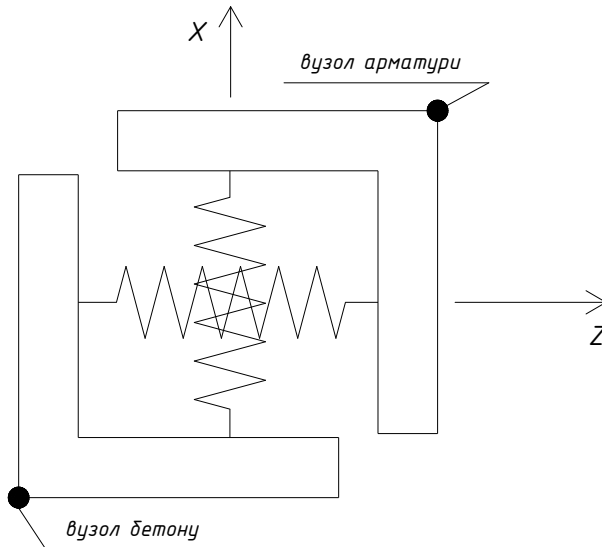


Рисунок 1.16 – Загальна схема пружинного інтерфейсного елемента

Початково вони не мають ніяких розмірів, тому координати обох вузлів недеформованої сітки скінченних елементів співпадають. Жорсткість зв'язку (пружини) за напрямком арматури підбирають згідно експериментальних даних витягування арматури з бетонних зразків. Жорсткість іншої пружини, що моделює розпірні зусилля та є перпендикулярною до напрямку арматури, приймають довільною або ж не враховують взагалі. Цю модель приймають переважно для коротких зразків, а при дослідженні реальних конструкцій нею практично не користуються.

В основу вузлових моделей [222; 298; 312; 387; 404; 405] закладають інший елемент, що на відміну від пружинного має вихідний розмір та представляє собою плоский шестивузловий скінченний елемент (рис. 1.17). Вкрай важливо, що використання зазначеного елемента дозволяє уникати порушення суцільності та розривів в полях напружень і деформацій моделі та точніше відображає реальну картину зчеплення арматури з бетоном. Тут дотичні напруження зчеплення пов'язуються як з жорсткістю скінченного елемента у поздовжньому напрямку, так і з зусиллями розпору, що є перпендикулярними до напрямку арматури. А оскільки весь розрахунок жорсткостей вузлового елемента в обох напрямках є доволі трудомістким, то

виконують його ітераційними методами.

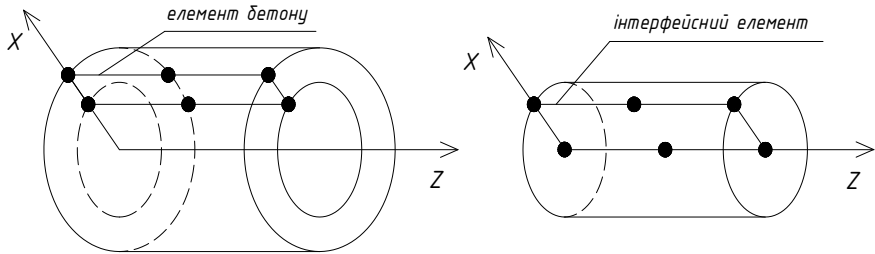


Рисунок 1.17 – Загальна схема скінченно елементних вузлових моделей

В моделях з вмонтованою арматурою [169; 232; 347; 401] використовують спеціальний ізопараметричний елемент бетону, всередині якого розміщується одновимірний елемент арматури. При моделюванні ідеального зв'язку між бетоном і арматурою їх деформації збігаються [344]. Для моделювання неідеального контакту, що передбачає можливе проковзування арматури відносно бетону, на арматурному елементі слід розташовувати спеціальні елементи зв'язку, які забезпечуватимуть передачу зусиль з арматури на бетон [181]. При цьому необхідно пам'ятати, що арматурний стержень та елементи зв'язку мають розташовуватися паралельно. Введення останніх здійснюється шляхом додавання вузлів уздовж арматурного елемента (рис. 1.18). Та все ж зазначені моделі так і не знайшли практичного застосування у розрахунках залізобетонних елементів і конструкцій за тріщиностійкістю.

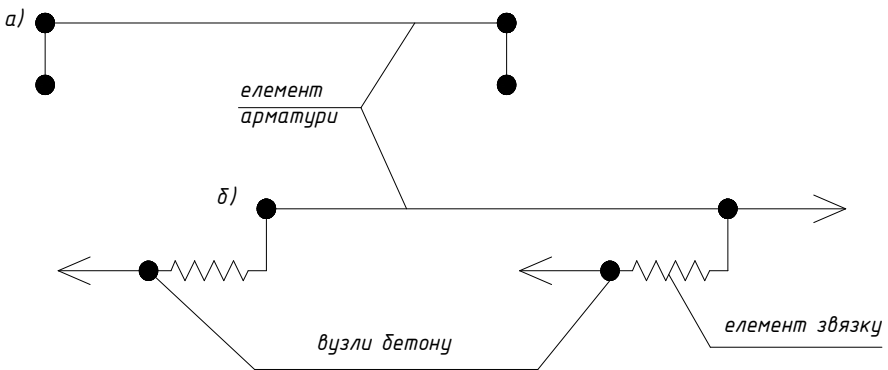


Рисунок 1.18 – Арматура, бетон та їх взаємозв'язки в моделях з вмонтованою арматурою: а – до деформування; б – після деформування

Фрикційні моделі теж ґрунтуються на спеціальних елементах зв'язку, що не мають ніяких початкових розмірів [251; 257; 290; 294; 298; 302]. Ці зв'язки

формується під впливом нормальних і тангенціальних сил. Пружно-пластичні залежності між напруженнями і деформаціями компонентів системи описують за допомогою матриці жорсткостей. Значна кількість параметрів цієї моделі дозволяє відтворювати процес реального деформування залізобетонних елементів в доволі широкому діапазоні різних навантажень. Але ідентифікація згаданих параметрів залишається доволі складним та трудомістким завданням. До того ж, більшість дослідників порівнювала результати теоретичних розрахунків з дослідними даними зразків, що мали відносно коротке заземлення арматури. Нажаль такі моделі не знайшли практичного застосування в практичних розрахунках.

За математичним вирішенням всі моделі зчеплення арматури з бетоном можна умовно розділити на аналітичні та числові (рис.1.19). Зазвичай аналітичні моделі представляють у вигляді математичних рівнянь, що відтворюють функціональну залежність результатів досліджень від певних вихідних параметрів чи факторів. За характером використаних математичних залежностей зазначені моделі можуть бути: лінійними, нелінійними, диференційованими та варіаційними (рис. 1.20).

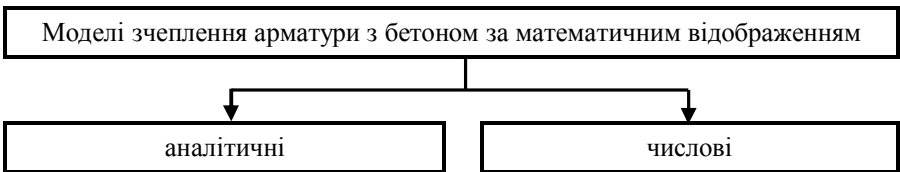


Рисунок 1.19 – Різновиди моделей зчеплення арматури з бетоном за математичним відображенням



Рисунок 1.20 – Різновиди аналітичних моделей зчеплення арматури з бетоном

Лінійними та пружними моделями відтворюється найпростіший зв'язок між напруженнями зчеплення арматури з бетоном та нормальними напруженнями в арматурі [72; 75; 134; 246; 249; 289] або взаємними зміщеннями арматури і бетону [224; 315; 317; 318; 329; 370; 383]. Але такі моделі дуже наближено відображають реальну взаємодію арматури з бетоном в залізобетонних елементах і конструкціях.

Пружно-пластичні моделі зчеплення арматури з бетоном досліджувалися науковцями більш широко. Їх описували за допомогою степеневих [201; 283;

287; 309; 314; 315; 332; 333; 348; 349; 376; 386; 388], поліноміальних [226; 319; 331], показникових та експоненційних [215; 271; 272; 311; 323; 340], дробових [183; 311], логарифмічних [43; 137; 138; 146; 335; 378] та тригонометричних залежностей [7; 196; 197; 289; 326; 348] і навіть сплайн-функцій [21; 60; 215; 217; 231; 252; 281; 286; 292; 296; 298; 313; 341; 364]. Всі ці залежності дозволяють більш точно оцінювати напружено-деформований стан взаємодії арматури з бетоном порівняно з лінійними. Щоправда, отримані з їх допомогою рішення залишаються не тільки перенасиченими емпірикою, але й надто складними та далекими від тих, які могли б бути покладені в основу універсальної моделі зчеплення арматури з бетоном. Крім того, результати експериментальних досліджень показали, що навіть сам вид залежності зчеплення арматури з бетоном уздовж їхнього контакту в різних перерізах (x_r) залізобетонного елемента змінюється по різному (рис. 1.21).

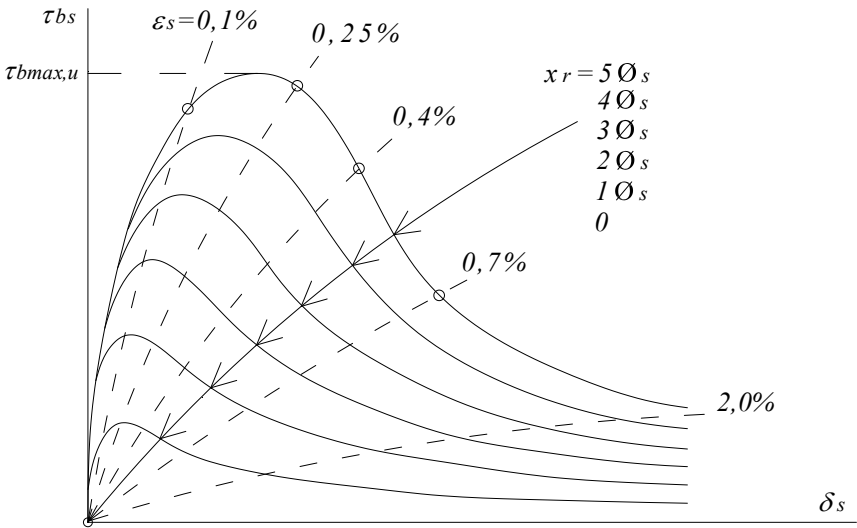


Рисунок 1.21 – Графіки диференційованих діаграм зчеплення арматури і бетону [378]

Диференційовані моделі відрізняються від інших тим, що вже враховують змінність діаграм зчеплення арматури з бетоном уздовж ділянки їх взаємного контакту $\tau = f(s)$ [92; 146; 168; 182; 185; 206; 210; 231; 250; 262; 281; 286; 298; 307; 319; 327; 328; 330; 335; 368; 378; 382; 385; 399]. Та все ж оцінити зміни контактної взаємодії арматури з бетоном за допомогою зазначених діаграм в практичних розрахунках ще нікому не вдалося навіть числовими методами.

Для варіаційних моделей [29; 52; 87; 319] характерним є те, що в них

бетон навколо арматури розділяють на три зони (рис. 1.22): контактну (зсувну) зону з бетонними консолями під ребрами арматури [349], зону конічних та радіальних тріщин і неушкоджену бетонну оболонку [256]. На внутрішній поверхні першого шару відтворюють рельєф (профіль) арматури та задають умови, що характеризують спільну роботу арматури з бетоном. За такого моделювання контактної зони весь розрахунок зводиться до розв'язку об'ємної симетрично-осьової задачі механіки деформованого твердого тіла у варіаційній постановці. Безперечно, що подібний підхід забезпечує достатньо точне моделювання дійсного напружено-деформованого стану бетону з конічними та радіальними тріщинами в контактній зоні. Через складнощі з визначення механічних характеристик бетону в зазначених зонах він так і не отримав широкого застосування в практичних розрахунках навіть за числовими методами.

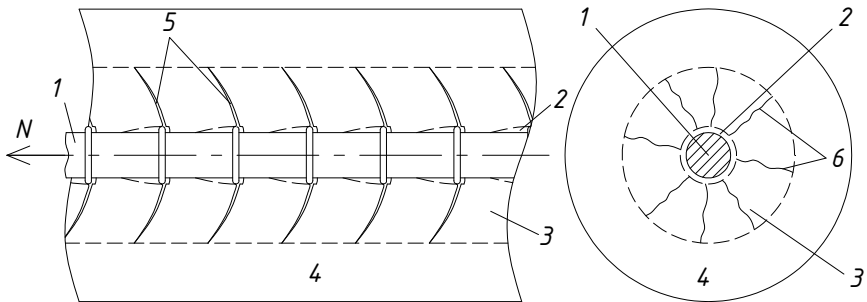


Рисунок 1.22 – Загальна схема зчеплення арматури з бетоном: 1 – арматурний стержень; 2 – зона зсуву; 3 – зона бетону з тріщинами; 4 – зона неушкодженого бетону; 5 – конічні тріщини; 6 – радіальні тріщини

Числові моделі вибудовують, як правило, за допомогою конкретних скінченних елементів з урахуванням вибраної форми профілю або рельєфу арматури. Ідеалізована форма арматурних стержнів у вигляді гладкого циліндра (рис. 1.23) дозволяє отримувати спрощені рішення за схемами зчеплення арматури з бетоном, відображеними:

- пружинними елементами з ідеальними [282; 329] та неідеальними [171; 293; 331] зв'язками;
- вузловими елементами з ідеальними [60; 222; 298] та неідеальними [60; 312; 387; 404; 405] зв'язками;
- вмонтованими елементами арматури з ідеальними [344] та неідеальними [169; 181; 232; 347; 401] зв'язками;
- фрикційними моделями зі спеціальними елементами зв'язку [251; 257; 290; 294; 298; 300-302].

Необхідно відзначити, що за ідеального зв'язку між бетоном і арматурою їх деформації збігаються, тоді як неідеальний контакт передбачає можливе

проковзування арматури відносно бетону.

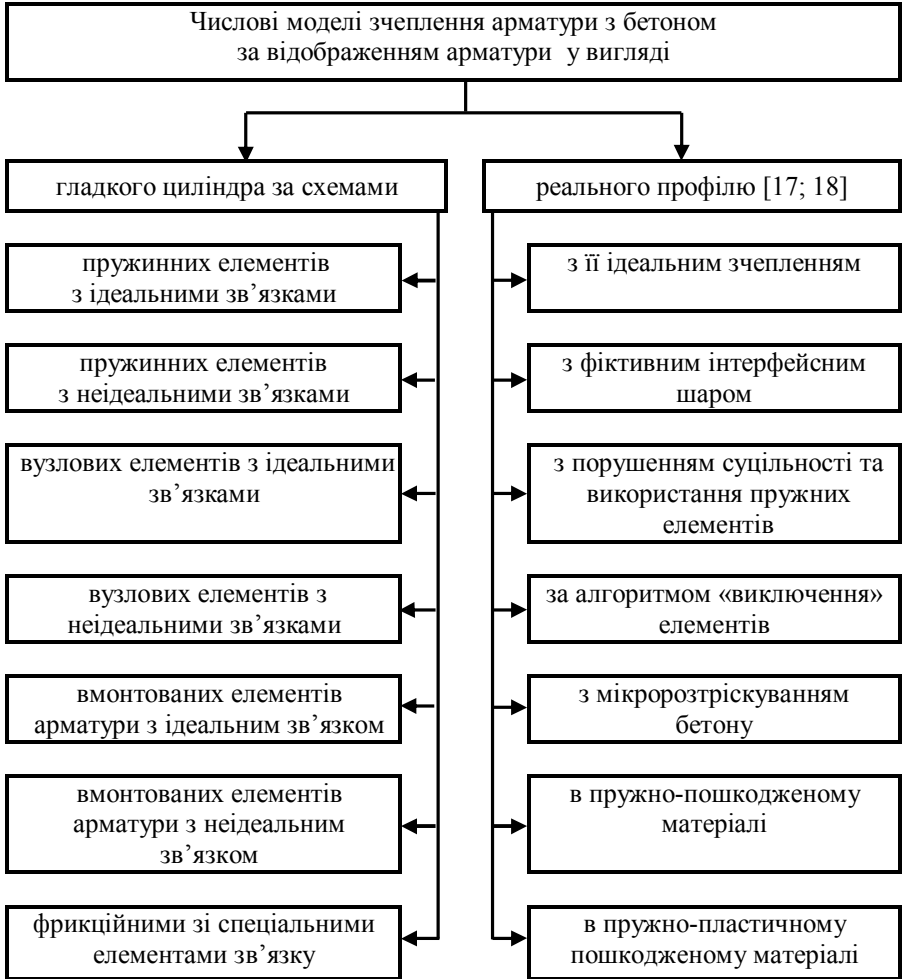


Рисунок 1.23 – Основні різновиди числових моделей зчеплення арматури з бетоном

Точне відображення реального рельєфу арматури періодичного профілю вимагає детального подрібнення скінчених елементів та веде до доволі суттєвого ускладнення відповідних розрахунків. Зауважимо, що це повністю підтверджується результатами численних досліджень [18; 19; 52; 218; 293; 301; 306; 364; 368; 387; 402], в яких процеси деформування та руйнування контакту арматури з бетоном моделювали за допомогою спеціального

програмного забезпечення згідно схем (рис. 1.23):

- ідеального зчеплення;
- фіктивного інтерфейсного шару;
- порушення суцільності контакту та використання пружних елементів;
- «виключення» елементів;
- мікророзтріскування бетону;
- пружно-пошкодженого матеріалу;
- пружно-пластичного пошкодженого матеріалу тощо.

Моделювання процесів зчеплення арматури з бетоном за наведеними схемами є настільки складним, що виконати його можна лише за допомогою спеціальних комп'ютерних програм. Серед них найбільш поширеними є такі програмні комплекси, як ABAQUS [159], ANSYS [174], ATENA [176], COSMOSM [216], DIANA [299], MASA^R [338], NASTRAN [101] та PANTOCRATOR [128]. Всі ці комплекси вирізняються доволі широкими функціональними можливостями. Та все ж опис НДС в зоні контакту арматури з бетоном з їх допомогою і досі залишається доволі складним, що обмежує їх широке використання в практичних розрахунках контактних задач в залізобетоні.

1.3. Класифікація діаграм зчеплення арматури з бетоном

Опір бетону поздовжньому зсуву арматури в технічних теоріях зчеплення завжди відтворювався за допомогою діаграм їхнього взаємного зміщення. Зазначеними діаграмами не просто описувався той чи інший закон зчеплення [349] арматури з бетоном, а встановлювався конкретний функціональний зв'язок між умовними напруженнями зчеплення τ_{bs} та зміщеннями арматури відносно бетону δ_s .

Всі запропоновані на сьогодні діаграми зчеплення арматури з бетоном можна умовно класифікувати за дуже багатьма ознаками, найважливішими серед яких варто назвати вид та математичне вираження цих діаграм.

За видом діаграми зчеплення арматури з бетоном доцільно розмежувати на загальні (рис. 1.24, табл. 1.1) та диференційовані. Диференційовані діаграми, в свою чергу, теж варто виокремити в групи, що містять (рис. 1.25, табл. 1.1) або не містять фіксованої ділянки пластичності бетону (рис. 1.26, табл. 1.1). На думку багатьох дослідників саме ці діаграми здатні найбільш точно відтворити змінний характер реального «закону зчеплення» арматури з бетоном уздовж їхнього контакту в різних перерізах залізобетонного елемента.

Що ж до математичного вираження діаграм зчеплення арматури з бетоном, то їх зазвичай представляють сплайн-функціями, степеневими та поліноміальними, показниковими та експоненційними, дробовими та логарифмічними, лінійними і навіть тригонометричними залежностями (табл. 1.2).

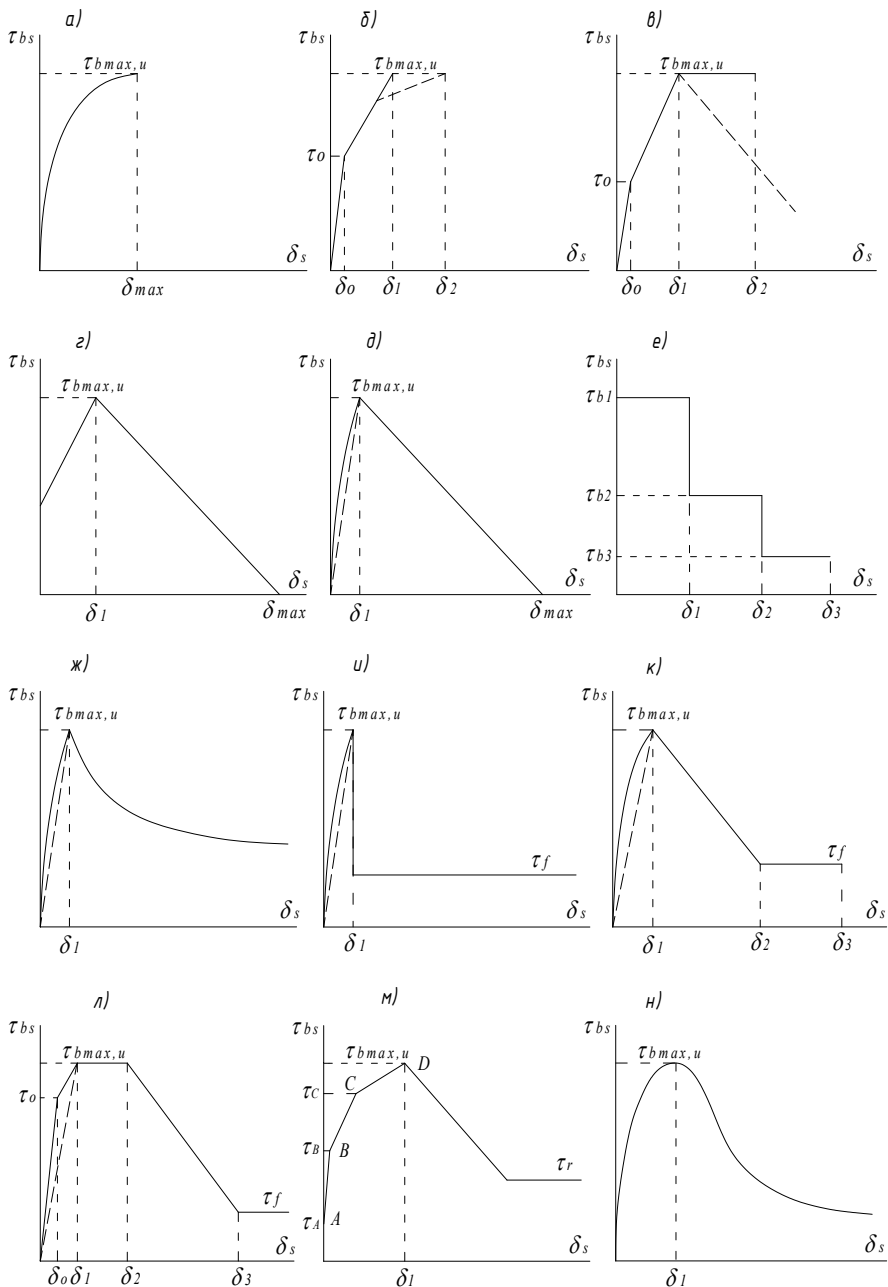


Рисунок 1.24 – Різновиди загальних діаграм зчеплення арматури з бетоном

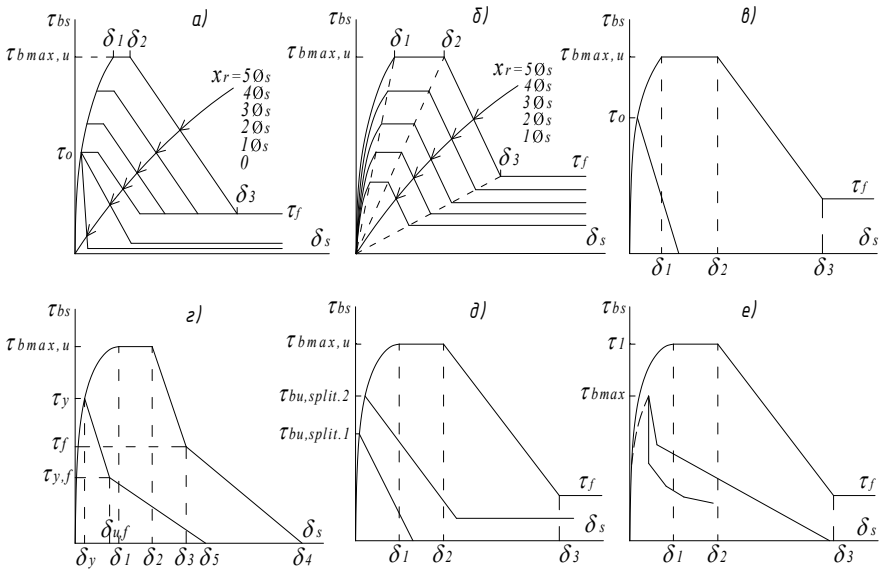


Рисунок 1.25 – Основні різновиди диференційовані діаграми зчеплення арматури з бетоном з фіксованою ділянкою пластичності бетону

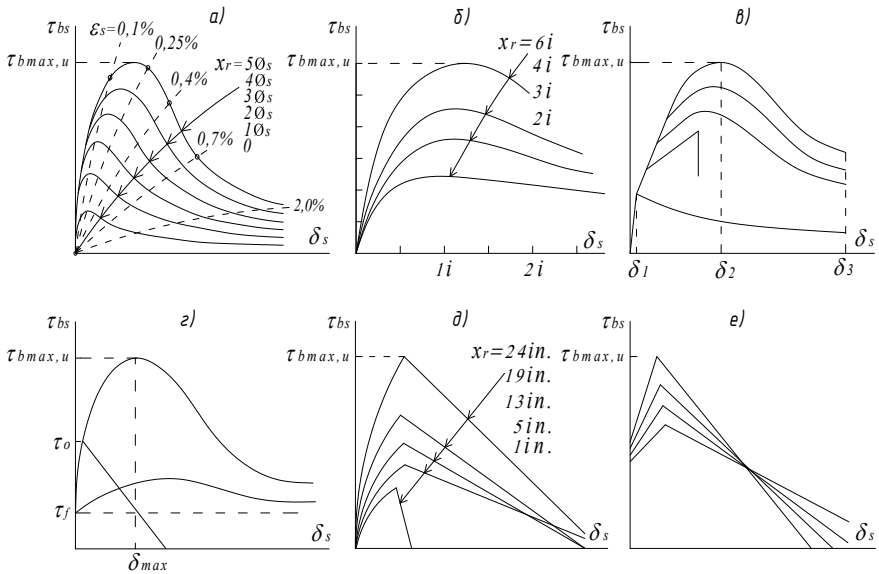


Рисунок 1.26 – Різновиди диференційованих діаграм зчеплення арматури з бетоном без фіксованої ділянки пластичності бетону

Таблиця 1.1 – Різновиди діаграм зчеплення арматури з бетоном

№ з/п	Автор	Рік	Вид діаграми зчеплення арматури з бетоном
1	2	3	4
Загальні			
1.	Rehm G. [349]	1961	Рис.1.24, а
	Muguruma H., et al. [324]	1967	
	Martin H. [315]	1973	
	Birkenmaier M. [192]	1977	
	Noakowski P. [332]	1978	
	Mirza S. A., et al. [319]	1979	
	Dörr K. [226]	1980	
	Krips M. [287]	1984	
	Bruggeling A. S. G. [201]	1986	
	Koch R. et al. [284; 285]	1988	
	Fehling E. [240]	1990	
	Tue N., [389]	1993	
	Schießl A. [369]	2000	
	Avak R. et al. [177]	2002	
Munoz M. B. [325]	2010		
2.	Ngo D. et al. [329]	1967	Рис.1.24, б
	Morita S. et al. [321]	1973	
	Giuriani E. [254]	1991	
	Khalfallah S. et al. [281]	2007	
	Diab A. M. et al. [224]	2014	
	Колчунов В. И. и др.[59]	2016	
3.	Hawkins N. et al. [265]	1982	Рис.1.24, в
	Kwak H. G. et al. [291]	2001	
	Khalfallah S. [282]	2008	
4.	Nagatomo K. et al. [328]	1985	Рис.1.24, г
	Weisse D. Et al. [399]	2003	
	Jungwirth J. Et al. [277]	2004	
	Ruiz M. R. Et al. [364]	2005	
5.	Nagatomo K. et al. [328]	1985	Рис.1.24, д

1	2	3	4
5.	Malvar L.J. [311]	1995	Рис.1.24, <i>д</i>
	Weisse D. et al. [399]	2003	
	Ruiz M.R. et al. [364]	2005	
	CEB-FIP MC 2010 [208]	2012	
6.	Sigrist V. [379]	1995	Рис.1.24, <i>е</i>
	Alvarez M. [168]	1998	
7.	Naaman A. E. et al. [327]	1989	Рис.1.24, <i>ж</i>
	Bigaj A. J. [190]	1995	
	Lorenzis L. [296]	2002	
	Munoz M. B. [325]	2010	
	Sharaky I. A. A. A. [374]	2013	
8.	Naaman A. E. et al. [327]	1989	Рис.1.24, <i>и</i>
	Lorenzis L. [296]	2002	
9.	Pochanart S. et al. [345]	1989	Рис.1.24, <i>к</i>
	Bigaj A. J. [190]	1995	
	Карпенко Н. И. [55]	1996	
	Hota S. et al. [268]	1997	
	Бондаренко В. М. [21]	2004	
10.	Yankelevsky D. Z. [404]	1985	Рис.1.24, <i>л</i>
	Martins P. C. R. et al. [316]	1990	
11.	Tassios T. P. [382]	1979	Рис.1.24, <i>м</i>
	Achillides Z. [163]	1998	
	Gan Y. [251]	2000	
12.	Rehm G. [349]	1961	Рис.1.24, <i>н</i>
	Nilson A. H. [331]	1968	
	Холмянский М. М. [146]	1981	
	Бенин А.В. [17]	2013	
	Самошкин А. С. [126]	2017	
З фіксованими ділянками пластичності бетону			
1.	Ciampi V. et al. [210]	1982	Рис.1.25, <i>а</i>
	Elgehausen R. et al. [231]	1983	
	Balasz G. L. [182]	1987	

1	2	3	4
З фіксованими ділянками пластичності бетону			
1.	Kreller H. [286]	1989	Рис.1.25, а
	Harajli M. H. et al. [262]	1995	
	Magnusson J. [307]	2000	
	Lowes L. N. et al. [298]	2004	
2.	CEB-FIP М С 1990 [207]	1993	Рис.1. 25, б
	Harajli M. H. et al. [262]	1995	
	Lowes L. N. et al. [298]	2004	
	Khalfallah S. et al. [281]	2007	
3.	Lowes L. N. et al. [298]	2004	Рис.1. 25, в
	Lettow S. [293]	2006	
4.	Huang Z. et al. [269]	1996	Рис.1. 25, г
	Lundgren K. [303; 304]	2005	
5.	CEB-FIP МС 2010 [208]	2012	Рис.1. 25, д
	Lin X., Zhang Y. X. [295]	2013	
6.	Harajli M. H. [261]	2004	Рис.1. 25, е
	Wu Y.F., Zhao X. M. [403]	2013	
Без фіксованих ділянок пластичності бетону			
1.	Холмянский М. М. [146]	1981	Рис.1.26, а
	Shima H. et al. [378]	1987	
	Okamura H. et al. [335]	1991	
2.	Nilson A. H. [330]	1972	Рис.1. 26, б
	Mirza S. A. et al. [319]	1979	
	Gambarova P. G. et al. [250]	1989	
	Naaman A. E. et al. [327]	1989	
	Cheng Y. [206]	1992	
	Schenkel M. [368]	1998	
3.	Tassios T. P. [382]	1979	Рис.1. 26, в
	Tepfers R. et al. [385]	1992	
	Alvarez M. [168]	1998	
	Lowes L. N. et al. [298]	2004	
4.	Trost H. et al. [388]	1980	Рис.1. 26, г

1	2	3	4
4.	Ikki N. et al. [271; 272]	1996	Рис.1. 26, <i>z</i>
	Michal M. et al. [318]	2014	
	Afefy H. M. et al. [167]	2016	
5.	Viwathanatepa S. et al. [391]	1979	Рис.1. 26, <i>д</i>
	CEB-FIP MC 2010 [208]	2012	
6.	Nagatomo K. et al. [328]	1985	Рис.1. 26, <i>e</i>
	Weisse D. et al. [399]	2003	

Слайн-функції [21; 60; 215; 217; 231; 252; 281; 286; 292; 296; 298; 313; 341; 364] здатні чи не найточніше відтворювати процеси-зчеплення арматури з бетоном (табл. 1.2). Але їх основним недоліком є те, що окремі залежності, якими описуються характерні ділянки діаграм зчеплення $\tau_{bs} - \delta_s$, доводиться «зшивати» у вузлових точках.

Основним недоліком степеневих залежностей [192; 201; 283; 284; 285; 287; 309; 314; 315; 332; 333; 348; 349; 369; 376; 386; 388; 389], що відносяться до одних з найпростіших, є неможливість відтворення з їх допомогою низхідної вітки діаграми зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bs} - \delta_s$ (табл. 1.2).

Поліноміальні функції [226; 319; 331] здатні описати і низхідну вітку діаграми зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bs} - \delta_s$, але узгодження її протяжності з результатами експериментальних досліджень тут є практично неможливим. Серед визначальних проблем тут варто назвати втрату монотонності цих функцій на низхідній вітці та складнощі зі знаходженням коефіцієнтів поліному.

Показникові та експоненційні залежності [134; 215; 255; 258; 264; 271; 272; 311; 323; 327; 340; 404] можна віднести до тих, що найчастіше використовувалися для відтворенні повної діаграми зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bs} - \delta_s$ (табл. 1.2). Та все ж описати з їх допомогою змінність зазначеної діаграми зчеплення уздовж контакту арматури з бетоном в різних перерізах залізобетонного елемента вкрай складно, а часто і неможливо.

За допомогою дробових [183; 311; 378] та логарифмічних функцій [43; 146; 335; 378] теж дуже складно відобразити змінність зазначених діаграм зчеплення $\tau_{bs} - \delta_s$. Тут основна проблема полягає в тому, що при їх інтегруванні виникають так звані радикали.

Тригонометричними залежностями [7; 196; 197; 289; 326; 348] теж вкрай складно відобразити реальний закон зчеплення арматури з бетоном. Навіть за допомогою одної з найбільш відомих функцій Kuuskoski V. [289] дуже важко відтворити дійсну діаграму зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bs} - \delta_s$ (табл. 1.2).

Таблиця 1.2 – Аналітичні залежності дотичних напружень зчеплення арматури з бетоном від їх взаємного зміщення (або деформацій арматури)

№ з/п	Автор	Рік	Вид залежності $\tau = f(s)$ або $\tau_{bs} = f(\delta_s)$
1	2	3	4
I. Сплайн-функції			
1.	Eligehausen R. et al. [231]	1983	$\tau = \begin{cases} \tau_{\max} (s / s_1)^\alpha, & 0 \leq s \leq s_1; \\ \tau_{\max}, & s_1 < s \leq s_2; \\ \tau_{\max} + (\tau_f - \tau_{\max}) \left(\frac{s - s_2}{s_3 - s_2} \right), & s_2 < s \leq s_3; \\ \tau_f, & s > s_3 \end{cases}$
	Kreller H. [286]	1989	
	CEB-FIP MC 90 [207]	1993	
	CEB-FIP MC 2010 [208]	2012	
2.	Eligehausen R. [231]	1983	$\tau = \begin{cases} \tau_{\max} (s / s_1)^\alpha, & s \leq s_{\max}; \\ \tau_{\max} (s / s_1)^{-\alpha}, & s > s_{\max} \end{cases}$
	Lorenzis L. [296]	2002	
	Cruz J. S. et al. [217]	2004	
3.	Pochanart S. et al. [345]	1989	$\tau_b = \begin{cases} \tau_{\max} \cdot (1 - (1 - s / s_m)^3), & s \leq s_m; \\ \tau_{\max} - (\tau_{\max} - \tau_3) \cdot \frac{s - s_m}{s_3 - s_m}, & s_m < s \leq s_3; \\ \tau_3, & s > s_3 \end{cases}$

1	2	3	4
4.	GB/T 50152-2012 [252]	2012	$\tau_{av} = \begin{cases} \tau_u (s/s_u)^\alpha, & s \leq s_u; \\ \tau_u \frac{(s/s_u)}{b \cdot (s/s_u - 1)^3 + s/s_u}, & s > s_u \end{cases}$
5.	Cosenza E. et al. [215]	1995	$\tau_b = \tau_{\max} \begin{cases} (s/s_m)^\alpha, & s \leq s_m; \\ 1 - p \cdot (s - s_m)/s_m, & s_m < s \leq s_3; \\ \tau_{res} / \tau_{\max}, & s > s_3 \end{cases}$
6.	Marti P. et al. [313]	1998	$\tau = \begin{cases} \tau_0 \cdot \lambda(x/\varnothing_s), & 0 < \varepsilon_s \leq \varepsilon_y; \\ \tau_0 \cdot \exp[A(\varepsilon_y - \varepsilon_s)] \cdot \lambda(x/\varnothing_s), & \varepsilon_s > \varepsilon_y \end{cases}$ <p>де $\lambda(x/\varnothing_s) = 1 - \exp[-x/\varnothing_s]$, $\tau_0 = 0,6f_c^{2/3}$</p>
7.	Laurencet P. [292]	1999	$\tau_b = \begin{cases} \tau_{b,\max} \sqrt{\varepsilon_s / \varepsilon_y} \cdot \lambda(x/\varnothing_s), & 0 < \varepsilon_s \leq \varepsilon_y; \\ \tau_{b,\max} \frac{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_s}{\varepsilon_{bu} - \varepsilon_y} \cdot \lambda(x/\varnothing_s), & \varepsilon_s > \varepsilon_y \end{cases}$
	Ruiz M. R. et al. [364]	2005	
8.	Lorenzis L. [296]	2002	$\tau = \begin{cases} \tau_{\max} (s/s_1)^\alpha, & s \leq s_{\max}; \\ \tau_f, & s > s_{\max} \end{cases}$

1	2	3	4
9.	Lowes L. N. et al. [298]	2004	$\tau = \begin{cases} \tau_0 \left(\frac{s}{s_0} \right) \left[\left(\frac{k_2}{k_1} \right) + \left(1 - \left(\frac{k_2}{k_1} \right) \right) \left(\frac{1}{1 + \left(\frac{s}{s_0} \right)^R} \right)^{\frac{1}{R}} \right], & s \leq s_1; \\ \tau_m + \tau_f, & s_1 < s \leq s_2; \\ \tau_m \cdot \left(\frac{s_3 - s}{s_3 - s_2} \right) + \tau_f, & s_2 < s \leq s_3; \\ \tau_f, & s > s_3 \end{cases}$
10.	Бондаренко В. М. и др. [21]	2004	$\tau_q = \frac{R_q - y \cdot \varepsilon_{q,R}}{\varepsilon_{q,r}^2} \cdot \varepsilon_q^2 + y \cdot \varepsilon_q, \quad \varepsilon_q \leq \varepsilon_{q,r};$ $\tau_q = R_q (1 - (1 - \beta_q) \cdot \frac{\varepsilon_q - \varepsilon_{q,R}}{\varepsilon_{q,u} - \varepsilon_{q,R}}), \quad \varepsilon_q > \varepsilon_{q,r}$
11.	Khalfallah S. et al. [281]	2007	$\tau_b = \begin{cases} E_{b1} \cdot s, & 0 \leq s \leq s_1; \\ \tau_{b1} + E_{b2} \cdot (s - s_1), & s_1 < s \leq s_2 \end{cases}$

1	2	3	4
12.	CEB-FIP MC 2010 [208] (FRP- всередині)	2012	$\tau_b = \begin{cases} \tau_{bm} (s/s_m)^\alpha, & 0 \leq s \leq s_m; \\ \tau_{bm} - \tau_{bm} p \cdot (s - s_m)/s_m, & s_m < s \leq s_u \end{cases}$
13.	CEB-FIP MC 2010 [208] (FRP-зовні)	2012	$\tau_b = \begin{cases} \tau_{bm} (s/s_m), & 0 \leq s \leq s_m; \\ \tau_{bm} - \tau_{bm} \cdot (s - s_m)/(s_u - s_m), & s_m < s \leq s_u \end{cases}$
14.	Pan J., Wu Y-F. [341]	2014	$\tau_b = \begin{cases} k \cdot \delta, & 0 \leq \delta \leq \delta_0; \\ \tau_{\max} \cdot e^{-\beta(\delta - \delta_0)}, & \delta > \delta_0 \end{cases}$
15.	Колчунов В. И. и др. [60]	2016	$\tau_b = \begin{cases} K_1 \cdot \varepsilon_g, & 0 \leq \varepsilon_g \leq \varepsilon_g^*; \\ \tau_{b1} + K_2 \cdot (\varepsilon_{g,\lim}^* - \varepsilon_g^*), & \varepsilon_g^* < \varepsilon_g \leq \varepsilon_{g,\lim}^* \end{cases}$
II. Степеневі залежності			
16.	Thomas F. G. [386]	1936	$\tau_g(x) = \tau_{\max} \cdot 4 \cdot x^2 / l_{crc}^2$
17.	Rehm G. [348]	1957	$\tau_b = f_{c,cube} (c_1 \cdot S^\alpha + c_2 \cdot S)$
18.	Rehm G. [349]	1961	$\tau_b = K_b \cdot f_c^{2/3} \cdot \delta_s^{\alpha_b}$
	Noakowski P. [332]	1978	
	Krips M. [287]	1984	
	Kobarg J. [283]	1986	
	Mainz J. [309]	1993	

1	2	3	4
19.	Martin H. [315]	1973	$\tau_b = (0,0314 + 0,872 \cdot s^{1/2,1}) \cdot f_c$
20.	Birkenmaier M. [192]	1977	$\tau_b = (0,032 + 0,3 \cdot s^{1/2}) \cdot f_c$
21.	Trost H. et al. [388],	1980	$\tau_b = 0,15 \cdot s^{0,27} \cdot f_c$
	Tue N. [389]	1993	
22.	Martin H. et al. [314]	1981	$\tau_b = 0,95 \cdot s^{0,12} \cdot f_c^{2/3}$
23.	Bruggeling A. S.G. [201]	1986	$\tau_b = 0,12 \cdot s^{0,27} \cdot f_c$
24.	Shima H. et al. [376; 377]	1987	$\tau_b = \frac{\tau_{b,\max}}{\sqrt{\varepsilon_y}} \cdot \left[\frac{6 \cdot \tau_{b,\max} \cdot \delta}{E_s \cdot \varnothing_s \cdot \sqrt{\varepsilon_y}} \right]^{1/3}$
25.	Koch R. et al. [285]	1988	$\tau_b = (1/15 + 0,6 \cdot s^{0,5}) \cdot f_c$
26.	Schießl A. [369]	2000	$\tau_b = 0,67 \cdot s^{0,27} \cdot f_c$
27.	Avak R. [177]	2002	$\tau_b = 1,55 \cdot 10^7 \cdot s^{0,15} \cdot f_c^{0,75} \cdot f_R^{3,5}$
III. Поліноміальні залежності			
28.	Nilson A. H. [331]	1968	$\tau_b = 3,606 \cdot 10^6 \cdot s - 5,356 \cdot 10^9 \cdot s^2 + 1,986 \cdot 10^{12} \cdot s^3$, де τ в <i>psi</i> , s в <i>in</i>

1	2	3	4
29.	Mirza S. A. et al. [319]	1979	$\tau_b = (1,95 \cdot 10^6 \cdot s - 2,35 \cdot 10^9 \cdot s^2 + 1,39 \cdot 10^{12} \cdot s^3 - 0,33 \cdot 10^{15} \cdot s^4),$ де τ_b в <i>psi</i> , s в <i>in</i>
30.	Dörr K. [226]	1980	$\tau_b = (a + b \cdot s + c \cdot s^2 + d \cdot s^3) \cdot f_{ct,fl}$
IV. Показникові і експоненційні залежності			
31.	Glanville W. H. [255]	1930	$\tau(x) = \tau_0 \cdot e^{-\alpha \cdot \pi \cdot d_s(l-x)}$
	Столяров Я. В. [134]	1941	
32.	Hawkes J. M. et al. [264]	1951	$\tau = \tau_{\max} \cdot e^{-4 \cdot \frac{A}{d_m} \cdot x},$ де $A \approx 0,7$
33.	Guyon Y. [258]	1951	$\tau(x) = \tau_{\max} \cdot e^{-\frac{x}{\lambda_1}},$ де $\lambda_1 = \sqrt{E_s \cdot A_s / K}$
34.	Paettie K. R. et al. [340]	1956	$\tau = \tau_{\max} \cdot e^{-K \cdot l_c}$
35.	Muguruma H. et al. [323]	1967	$\tau_b = \tau_{b,\max} \cdot \exp \left[\frac{\ln \{ (\exp - 1) S / S_{\max} + 1 \}}{(\exp - 1) S / S_{\max} + 1} \right]$
36.	Yankelevsky D. Z. [404]	1985	$\tau_b = -\frac{\beta}{\pi \cdot d} \cdot \frac{A_c}{A_c + n \cdot A_s} \cdot F_0 \cdot e^{-\beta \cdot x}$
	Naaman A. E. et al. [327]	1989	

1	2	3	4
37.	Cosenza E. et al. [215]	1995	$\tau_b = \tau_{\max} \left(1 - e^{-s/s^r}\right)^\beta$
	Malvar L. J. [311]	1995	
38.	Ikki N. et al. [271; 272]	1996	$\tau_b = k_{sf} \cdot k_d \cdot 0,9 f_c^{2/3} \cdot \left\{1 - \exp\left[-40 \left(\frac{S}{d_s}\right)^{0,6}\right]\right\};$ $\tau_b = k \cdot f_c^{2/3} \cdot \left\{1 - \exp\left[-4500 \cdot \left(\frac{S}{d_s}\right)^{1,45}\right]\right\}^{0,5} \times$ $\times \exp\left[-5 \cdot \left(\frac{S}{d_s}\right) + 5,5 f_R^{0,9}\right]$
V. Дробові та логарифмічні залежності			
39.	Холмянский М. М. [146]	1981	$\tau_b = B \frac{\ln(1 + \alpha \cdot s)}{1 + \alpha \cdot s}$, де $B = e \cdot \tau_{\max}$, $\alpha = (e-1)/s_{\max}$
40.	Диаковский В. Г. и др. [43]	1982	$\tau_b = a \cdot \frac{\varepsilon_g}{\varepsilon_0} \cdot \left(\ln \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_g}\right)^{1-1/b}$
41.	Shima H. et al. [378]	1987	$\tau_b = \frac{0,73 \cdot (\ln(1 + 5 \cdot s))^3}{1 + \varepsilon_s \cdot 10^5} \cdot f_c$
	Okamura H. et al. [335]	1991	

1	2	3	4
42.	Shima H. et al. [378]	1987	$\tau_b = \frac{E_s \varepsilon_s}{8 \cdot (1 + 3500 \varepsilon_s)} \cdot \left(\frac{f_c}{20} \right)^{2/3}$
43.	Malvar L. J. [311]	1995	$\tau_b = \tau_{\max} \frac{F \cdot \frac{s}{s_m} + (G-1) \cdot (s/s_m)^2}{1 + (F-2) \cdot (s/s_m) + G \cdot (s/s_m)^2}$
44.	Balazs G. L. [183]	2007	$\tau_b = \tau_{\max} \frac{2 \cdot s_{\max} \cdot s}{s_{\max}^2 + s^2}$
VI. Тригонометричні залежності			
45.	Brice M. Z. P. [196]	1949	$\tau(x) = C \cdot sh(\lambda_1 x)$
46.	Kuuskoski V. [289]	1950	$\tau(x) = \frac{\tau_{\max}}{2} \cdot \left(1 + \sin \frac{3\pi x}{l} \right)$
47.	Бабаян А. А. [7]	1952	$\tau(x) = a \cdot sh Bx \cdot (\sigma_o - b \cdot sh Bx)$
48.	Rehm G. [348]	1957	$\tau(x) = C_1 ch(Kx) + C_2 sh(Kx)$
49.	Muttoni A. [326]	1996	$\tau = \sigma_c \frac{r}{\varnothing_s l} \left\{ \left[\varnothing_s (\sin \alpha_f - \sin \alpha_0) \right] + \left[\frac{r}{2} (\cos(2\alpha_0) - \cos(2\alpha_f)) \right] \right\}$
VII. Лінійні залежності			

1	2	3	4
50.	Glanville W. H. [255]	1930	$\tau(x) = -\frac{d_{cp}}{4} \cdot \frac{d\sigma(x)}{dx}$
	Столяров Я. В. [134]	1941	
	Дмитриев С. А. [44]	1955	
	Гараи Т. [31]	1959	
	Мулин Н. М. [85]	1974	
51.	Кузнецов А. Н. [75]	1940	$\tau(x) = K \cdot g(x)$ – склеювання; $\tau(x) = \tau_0 \pm K_1 \cdot \sigma(x)$ – тертя
52.	Столяров Я. В. [134]	1941	$\tau(x) = \tau_0 \pm \alpha \cdot \sigma_s$
53.	Оатул А. А. [92]	1967	$\tau_b = A(x) \cdot g$
54.	Тевелев Ю. А. [135]	1968	$\tau_g(x) = G_s \cdot (\varepsilon_g(x) - 2 \cdot \varepsilon_{g,m} \cdot x / l_{crc})$
55.	Никитин В. Л. [90]	1969	$\tau_b = K \cdot \varepsilon_g$, де $\varepsilon_g = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x)$
56.	Nilson A. H. [330]	1972	$\tau_b = 3100 \cdot (1,43 \cdot c + 1,5) \cdot s \cdot f_c$
57.	Волков Ю. А. [30]	1978	$\tau_g(x) = G_s \cdot (\varepsilon_g(x) - \varepsilon_{g,m})$
58.	De Groot A. K. et al. [222]	1981	$\tau_b = c_\tau \cdot g - c_r \cdot \sigma_r$
59.	Gambarova P. G. [249]	1989	$\tau(x) = \tau_0 + (2/\pi) \cdot K_t \cdot \sigma_c$
VIII. Інші			
60.	Lundgren K. et al. [301]	2000	$\begin{bmatrix} \sigma_r \\ \tau_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & \frac{ g }{g} D_{12} \\ 0 & D_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} g_r \\ g \end{bmatrix}$

Лінійні функції [30; 75; 90; 134; 135; 136; 222; 249; 255; 330] дозволяють відтворювати взаємодію арматури з бетоном у найпростіший спосіб. Напруження зчеплення τ_{bs} вони пов'язують не зі зміщеннями арматурного стержня відносно бетону δ_s , чи з відносними деформаціями їхнього зсуву ε_g , а з нормальними напруженнями в самій арматурі σ_s . А це виключає можливість отримання повної діаграми зчеплення арматури з бетоном.

1.4. Основні критерії міцності зчеплення арматури з бетоном

Від самого початку взаємодію арматури з бетоном досліджували з позицій міцності їхнього зчеплення. Результати таких досліджень закладалися в основу як розрахунків анкерування гладкої арматури, що мала прикінцеве посилення у вигляді петель, відгинів та гаків [180; 365], так і розробки методик оцінки міцності зчеплення арматури періодичного профілю з бетоном [31; 134; 187; 196]. Критеріями оцінки зазначеної міцності виступали у:

- Абрамс Д. А. [161] та інших [134; 262] – середні значення напружень зчеплення арматурного стержня з бетоном в граничній стадії їхнього деформування $\tau_{bmu} = f_{bd}$;

- Астрові Т. І. [3] – зусилля, що характеризують початок зсуву вільного (незавантаженого) кінця стержня $\sigma_{sb} A_s$ або загальне руйнування зразка при висмикуванні арматури з бетону $\sigma_{su} A_s$;

- Клімова Ю. А. [149] та інших [40; 152; 202] – граничне значення зміщення вільного кінця арматурного стержня;

- Гараи Т. [31] – коефіцієнт повноти епюри нормальних напружень в арматурному стержні уздовж його контакту з бетоном від зовнішнього навантаження в граничній стадії деформування $\alpha = \int_0^l \sigma_s(x) \cdot dx / (\sigma_y \cdot l)$;

- Кольнера В. М. [68] та Холмянського М. М. [146] – максимальні або пікові напруження зчеплення $\tau_{b \max, u}$ за критичних значень зміщення арматури відносно бетону δ_1 на діаграмі $\tau_{bs} - \delta_s$.

Серед найпростіших критеріїв варто назвати середні напруження зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bmu} = f_{bd}$. Нині цей критерій декларується нормативними документами багатьох країн світу [46; 132; 133; 164; 165; 175; 202; 208; 225; 235; 252; 353; 354], однак використовується лише при розрахунках анкерування арматурних стержнів.

Критерій, що характеризує початок зсуву арматури в бетоні, використати в розрахунках залізобетонних елементів і конструкцій практично неможливо. Він не дозволяє врахувати вплив на міцність зчеплення арматури з бетоном таких визначальних параметрів, як діаметр та профіль арматури, захисний

шар бетону, тощо.

Використати в якості критерію міцності зчеплення коефіцієнт повноти епюри нормальних напружень в арматурному стержні уздовж його контактної ділянки з бетоном теж дуже важко. Проблематичність залучення цього критерію до розрахунків залізобетонних елементів і конструкцій пов'язується безпосередньо зі складністю прямого інтегрування функції нормальних напружень в самому арматурному стержні уздовж його контакту з бетоном.

Основним критерієм міцності зчеплення арматури з бетоном могли б виступати максимальні значення дотичних напружень їхньої взаємодії $\tau_{b \max, u}$. Однак, до цієї пори так і не отримано однозначної відповіді щодо впливу таких визначальних факторів, як профіль арматури, довжина її анкерування, вид напруженого стану та міцність бетону на числові значення вищезгаданих напружень? Крім того, на сьогодні немає єдиної думки стосовно положення максимальних значень граничних напружень зчеплення $\tau_{b \max, u}$ уздовж контактної ділянки арматури з бетоном.

Та все ж, для всіх вищезгаданих критеріїв зчеплення є ще один спільний недолік. Вони є актуальними лише для граничної стадії деформування залізобетонних елементів і конструкцій та неприйнятними для розрахунків утворення і розкриття нормальних тріщин в експлуатаційній стадії.

1.5. Функції граничних напружень зчеплення арматури з бетоном

Оскільки граничні напруження зчеплення $\tau_{b \max, u}$ є одною з основних характеристик діаграм взаємодії арматури з бетоном $\tau_{bs} - \delta_s$, то вони завжди були полі особливої уваги багатьох дослідників. Однак єдина думка стосовно самих напружень $\tau_{b \max, u}$ та вигляду епюри $\tau_{bs} - \delta_s$ (п. 1.3) досі так і не сформована. На переконання Watstein D. [398], Kuuskoski V. [289] та інших [31], напруження зчеплення досягають своїх граничних значень поблизу завантаженого торця зразка, за твердженнями ж Столярова Я. В. [134] та ін. [325] – біля протилежного торця бетонного зразка. Amstutz E. [173] та інші [10; 146] вважають, що від початку максимальні напруження зчеплення стержнів періодичного профілю виникають поряд завантаженого торця зразка, але, досягнувши граничного значення, вони переміщуються до незавантаженого кінця, не змінюючись за величиною [146; 160; 173]. Що ж до гладких стержнів та стержнів типу «Тог» [173; 237], то згідно результатів експериментальних досліджень граничні напруження зчеплення виникають посередині ділянки їх контакту з бетоном.

Вцілому ж всі відомі на сьогодні залежності з розрахунку граничних (максимальних) напружень зчеплення арматури з бетоном $\tau_{b \max, u}$ доцільно

розділити між 4-ма групами (табл. 1.3).

До першої найчисельнішої групи варто віднести ті залежності, де граничні напруження зчеплення $\tau_{b \max, u}$ пов'язані не тільки з діаметром стержнів чи довжиною їх анкерування, але й з захисним шаром бетону та міцністю бетону на стиск переважно степеневими [165; 175; 190; 202; 207; 208; 220; 224; 228; 231; 259; 261; 277; 278; 292; 293; 336; 337; 352; 364; 368; 376; 377; 379], лінійними [269; 330] і навіть більш складними функціями [265]. І хоч під виступами арматури бетон зазнає місцевого стиску або зминання, для згинальних елементів важливішими є граничні напруження зчеплення, що характеризують взаємодію арматури з розтягнутим бетоном.

У роботах другої групи граничні напруження зчеплення $\tau_{b \max, u}$ вже пов'язано з міцністю розтягнутого бетону лінійними [50; 133; 140; 236; 383; 384] або показниково-лінійними залежностями [311]. Однак, такі функції не відображають впливу багатьох чинників, зокрема і профілю арматури, на величину граничних напружень зчеплення.

Цим же недоліком наділені і залежності третьої групи [3; 263], де напруження $\tau_{b \max, u}$ пов'язані з міцністю як стиснутого, так і розтягнутого бетону.

В залежностях четвертої групи [160; 161; 311] граничні напруження зчеплення $\tau_{b \max, u}$ пов'язуються не тільки з міцністю розтягнутого бетону, але і з максимальними напруженнями в арматурних стержнях (табл. 1.3), щоправда без можливості відображення їхнього профілю.

1.6. Розрахунок середніх напружень зчеплення арматури з бетоном

Практичні розрахунки міцності зчеплення арматури з бетоном і досі залишаються доволі проблематичними, оскільки універсальний закон взаємодії зазначених матеріалів так і не встановлено. За вказаних обставин подібні розрахунки пропонується виконувати за допомогою середніх напружень зчеплення $\tau_{bmu} = f_{bd}$, що відображено в окремих нормативних документах [146; 164; 202; 225; 235]. Загалом же всі роботи, що стосуються розрахунку середніх напружень зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bmu} = f_{bd}$, варто згрупувати за 3-ма напрямками (табл. 1.4).

Перший напрям можна представити роботами [134; 142; 179; 197; 395], в яких максимальні значення середніх напружень зчеплення f_{bd} пов'язуються не тільки з максимальними напруженнями в арматурних стержнях, але й з їх діаметром та довжиною анкерування. Але деформування контактного шару бетону залежать і від низки інших, не менш важливих факторів. Тим не менше, у вищезгаданих роботах вплив профілю арматурних стержнів та класу бетону на функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном f_{bd} взагалі не відображено.

Таблиця 1.3 – Аналітичні залежності з визначення граничних напружень зчеплення арматури з бетоном

№ з/п	Автор	Рік	Вид залежності $\tau_{b \max, u}$
1	2	3	4
I. Від міцності бетону на стиск			
1.	Nilson A. H. [330]	1972	$\tau_{b \max, u} = (1,43 \cdot c + 1,5) \cdot f_c$, де f_c в psi, c в in
2.	Orangun C. O. et al. [337]	1977	$\tau_{b \max, u} = 0,083045 \cdot (1,2 + 3 \cdot c / d_b + 50 \times d_b / L_d) \sqrt{f_c}$
3.	Kemp E. L. et al. [278]	1979	$\tau_{\max} = (K_1 + K_2 \cdot c / d_b) \cdot \sqrt{f_c}$
4.	Hawkins N. et al. [265]	1982	$\tau_{b \max, u} = 190 \cdot \left(\frac{f_c - 16}{300} \right)^{\frac{2}{3}} + \frac{1,25 \cdot (32800 - d_b^3)}{f_c \cdot d_b^{3/2}}$ де f_c в psi, d_b в in
5.	Reynolds G. C. et al. [352]	1982	$\tau_{b \max, u} = K_1 \cdot (0,5 + c / d_b) \cdot \sqrt{f_c}$
6.	Eligehausen R. et al. [231]	1983	$\tau_{b \max, u} = 13,5 \cdot (f_{cm})^\beta$; $\tau_{b \max, u} = (0,36 \cdot c / \varnothing_s + 1,28) \cdot \sqrt{f_c}$
7.	Shima H. et al. [376; 377]	1987	$\tau_{b \max, u} = 1,1 \cdot f_c^{2/3}$
	Bigaj A. J. [190]	1995	
	Ruiz M. R. et al. [364]	2005	

1	2	3	4
8.	Darwin D. et al. [220]	1992	$\tau_{b \max, u} = 0,083045 \cdot ((1,06 + 2,12 \cdot c / d_b) \times$ $\times (0,92 + 0,08 C_{\max} / C_{\min}) + 75 \cdot d_b / L_d) \sqrt{f_c}$
9.	CEB-FIP MC 1990 [207]	1993	$\tau_{b \max, u} = k \cdot \sqrt{f_{ck}}$, де $k = 1 \dots 2,5$ – (розколювання... зсув)
10.	Sigrist V. [379]	1995	$\tau_{b \max, u} = 0,6 \cdot f_c^{2/3}$
11.	Huang Z. et al. [269]	1996	$\tau_{b \max, u} = 0,45 \cdot f_{cm}$
12.	Ehsani M. R. et al. [228]	1996	$\tau_{b \max, u} = 14,7 \cdot \sqrt{f_c} / d_b$ (для полімеру)
	Okelo R. et al. [336]	2005	
13.	Schenkel M. [368]	1998	$\tau_{b \max, u} = 1,5 \cdot f_c^{2/3}$
14.	Laurencet P. [292]	1999	$\tau_{b \max, u} = f_c^{2/3}$
15.	AS 3600-2001 [175]	2001	$\tau_{b \max, u} = 0,265 \cdot (0,5 + c / d_b) \sqrt{f_c}$
16.	ACI 408R – 03 [165]	2003	$\tau_{b \max, u} = 20,23 \cdot \sqrt{f_c} / d_b$ (для сталі)
17.	Harajli M. H. et al. [261]	2004	$\tau_{b \max, u} = 2,57 \cdot \sqrt{f_c}$
18.	Jungwirth J. et al. [277]	2004	$\tau_{b \max, u} = 1,8 \cdot f_c^{2/3}$
19.	BS-8110-1:1997 [202]	2005	$\tau_{b \max, u} = \beta \cdot \sqrt{f_c}$

1	2	3	4
20.	Lettow S. [293]	2006	$\tau_{b \max, u} = 20 \cdot f_R^{0,8} \cdot \sqrt{f_{cm}}$
21.	Hadi M. N. S. [259]	2008	$\tau_{b \max, u} = 0,083045 \cdot (22,8 - 0,208 \cdot c / d_b - 38,212 \times d_b / L_d) \sqrt{f_c}$
22.	CEB-FIP MC 2010 [208]	2012	$\tau_{b \max, u} = A \cdot \sqrt{f_{cm}}$ – висмикування; $\tau_{b \max, u} = A \cdot (f_{cm} / 25)^{0,25}$ – розколювання
23.	Diab A. M. [224]	2014	$\tau_{b \max, u} = (0,1377 + 0,1539 \cdot c / d_b +$ $+ 2,673 \cdot d_b / L_d + 1,053 \cdot h_r / s_r) \sqrt{f_c}$
II. Від міцності бетону на розтяг			
24.	Тепfers R. [383; 384]	1973, 1979	$\tau_{b, e} = 0,6 \cdot (0,5 + c / d_b) \cdot f_{ct}$ - пружна, $\tau_{b, pl} = 2 \cdot c / d_b \cdot f_{ct}$ - пластична стадія
25.	Malvar L. J. [311]	1995	$\tau_{b \max, u} = A + B \cdot (1 - e^{\frac{-C \cdot \sigma}{f_i}}) \cdot f_t$
26.	Bigaj A. J. et al. [191]	1996	$\tau_{b \max, u} = 5 \cdot f_{ct}$
	Coccia S. et al. [214]	2015	
27.	Esfahani M. R., Rangan B. V. [236]	1998	$\tau_{b \max, u} = 8,6 \cdot \frac{c / (d_b + 0,5)}{c / (d_b + 5,5)} \cdot f_{ct}$
28.	Трофимов А. В. [140]	2012	$\tau_{b \max, u} = 2 \cdot R_{bt, ser} / ctg \alpha_o$

1	2	3	4
29.	СП 63.13330.2012 [133]	2004	$\tau_{b \max, u} = 2 \cdot R_{bond} = 4,5 \cdot R_{bt}$
	Иваненко А. Н. [50]	2015	
30.	Coccia S. et al. [214]	2015	$\tau_{\max, s} = 1,738 \cdot (0,122 + c/d_b) \cdot (f_{ct} + 0,067)$
III. Від міцності бетону на стиск і розтяг			
31.	Астрова Т. И.[3]	1965	$\tau_{\max}^{ск} = \beta_{ск} \frac{l}{d_{cp}} \cdot \frac{R}{1 + \lambda \cdot l} \cdot \left(\frac{R}{R_o} \right)^{0,3};$ $\tau_{\max}^{разр} = \beta_{разр} \frac{l \cdot R}{d_{cp}} \cdot \left(\frac{R}{R_o} \right)^{0,3}, \quad R = \sqrt{R_{np}^H \cdot R_p^H}$
32.	Hassan T. et al. [263]	2004	$\tau_{b \max, u} = \frac{f_c \cdot f_{ct}}{f_c + f_{ct}}$
IV. Від напружень в арматурі			
33.	Abrams D. A. [160; 161]	1913, 1925	$\tau_{b \max, u} = \tau_o \pm 0,00325 \cdot d_s \cdot \sigma_{\max}$
34.	Malvar L. J. et al. [311]	1995	$\tau_{b \max, u} = A \cdot f_t + B \cdot \sigma_{s, \max}$
35.	Холмянский М. М. [146]	1981	$\tau_{b \max, u} = \beta \frac{\ln(1 + \alpha \cdot \delta_0)}{1 + \alpha \cdot \delta_0}, \text{ де } \beta = f(\lambda, f_{ck}),$ $\alpha = f(\lambda, f_{ck})$
	Бабич Є. М. та ін. [8]	2017	

Таблиця 1.4 – Аналітичні залежності з визначення середніх напружень зчеплення арматури з бетоном у граничній стадії

№ з/п	Автор	Рік	Вид залежності $\tau_{bmu} = f_{bd}$
1	2	3	4
I. Від напружень в арматурі			
1.	Bach C., Graf O. [179]	1910	$f_{bd} = \frac{A_s \cdot \sigma_{\max}}{\pi \cdot \varnothing_s \cdot l}; \text{ де } \sigma_{\max} = \varphi \cdot q \frac{\pi}{A_s} \varnothing_s \cdot l$
	Фрайфельд С. Е. [142]	1941	
	Столяров Я. В. [134]	1941	
	Brice M. Z. P. [197]	1952	
	Watstein D. [395]	1974	
II. Від міцності бетону на розтяг			
2.	СЕВ-FIP MC 90 [207]	1993	$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd}$
	СНБ 5.03.01-02 [132]	2003	
	Верба Б.В. [27]	2013	
3.	Harajli M. H. et al. [262]	1995	$f_{bd} = 2,5 \cdot f_{ctk;0,05} / \gamma_c$
4.	Eurocode-2 [235]	2004	$f_{bd} = 2,25 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctd}$
	ДСТУ Б В.2.6-156:2010 [46]	2011	

1	2	3	4
5.	DIN 1045-1 [225]	2008	$f_{bd} = 2,25 \cdot f_{ctk;0,05} / \gamma_c$
6.	СП 63.13330.2012 [133]	2004	$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk}$
	Цыба О.О. [151]	2011	
	Кочкаръов Д. В. [71]	2014	
	Ромашко В. М. [102]	2016	
III. Від міцності бетону на стиск			
7.	BS-8110-1:1997 [202]	2005	$f_{bd} = 0,4 \cdot \sqrt{f_c}$
8.	ACI 318M-08 [164]	2008	$f_{bd} = \frac{1,1 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_{cm}} (c + k_{tr}) / \emptyset}{4 \cdot \psi_t \cdot \psi_e \cdot \psi_s}$
9.	Клімов Ю.А. [156]	2008	$f_{bd} = k \cdot f_r \cdot f_{ck}$
10.	JGCE15 [275]	2010	$f_{bd} = 0,28 \cdot f_c^{2/3} \leq 4,2 \text{ МПа}$
	Hong S. et al. [267]	2012	
11.	СЕВ-FIP MC 2010 [208]	2012	$f_{bd,0} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \eta_4 \cdot (f_{ck} / 25)^{0,5} / \gamma_c$
12.	Бабич Є.М. та ін. [8]	2017	$f_{bd} = k \cdot f_{cm,prism}$

До другого напрямку варто віднести роботи, в яких граничні значення середніх напружень зчеплення f_{bd} пов'язуються за допомогою лінійних функцій лише з міцністю бетону на розтяг [27; 46; 132; 146; 175; 207; 225; 235; 262]. Вплив профілю арматури та класу бетону тут уже враховується, але повністю ігнорується вплив визначальних характеристик арматури.

Роботи третього напрямку пов'язують граничні значення середніх напружень зчеплення f_{bd} з міцністю бетону на осьовий стиск переважно степеневими функціями [164; 202; 208; 267]. В них теж практично проігноровано вплив профілю та основних характеристик арматури на міцність зчеплення з бетоном. До того ж, сумнівними є рішення авторів пов'язати міцність контактної шару з властивостями стиснутого, а не розтягнутого бетону.

1.7. Висновки

1. Узагальнена модель зчеплення арматури з бетоном обов'язково мусить бути тришаровою за структурою, здатною відтворювати їх взаємодію в будь-якому масштабі та враховувати профіль арматури, з однаковим успіхом реалізовуватися в практичних розрахунках як за допомогою аналітичних, так і числових методів.
2. На роль універсальної моделі зчеплення арматури з бетоном в реальних залізобетонних елементах і конструкціях могла б претендувати блокова модель, яка є одною з найпростіших та наділена достатньо широкими можливостями моделювання подібних процесів.
3. В теорії залізобетону встановити універсальний закон зчеплення арматури з бетоном вкрай складно, оскільки вид діаграми $\tau_{bs} - \delta_s$ залежить не тільки від властивостей самих матеріалів, але й від дуже багатьох конструктивних та технологічних характеристик елементів і конструкцій.
4. В кожному перерізі залізобетонного елемента діаграми зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bs} - \delta_s$ уздовж ділянки їх взаємного контакту змінюються по різному та не можуть бути описані єдиною функцією.
5. Хоча граничні напруження $\tau_{b\max,u}$ і є одною з основних характеристик діаграм зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bs} - \delta_s$, в цілому вони не можуть слугувати загальним критерієм міцності їхнього зчеплення.
6. Для арматури періодичного профілю граничні значення напружень зчеплення $\tau_{b\max,u}$ залишаються майже незмінними за величиною, зміщуючись від завантаженого до незавантаженого кінця стержня.
7. На роль узагальненого критерію міцності зчеплення арматури з бетоном найбільшою мірою може претендувати максимальне зусилля їхнього зчеплення.
8. Загалом зусилля зчеплення арматури з бетоном доцільно визначати у

найпростіший спосіб за допомогою середніх напружень зчеплення τ_{bmu} , як і максимальні значення вказаних зусиль за допомогою максимальних значень цих напружень $\tau_{bmu} = f_{bd}$.

9. Максимальні значення середніх напружень зчеплення арматури з бетоном $\tau_{bmu} = f_{bd}$ доцільно пов'язувати з міцнісними характеристиками цих матеріалів за осьового розтягу.
10. Процеси зчеплення арматури з бетоном в залізобетонних елементах і конструкціях мають безпосередній вплив на процеси утворення та розвитку в них тріщин.

2. РОЗВИТОК ДОСЛІДЖЕНЬ ТРІЩИНОСТІЙКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ З УРАХУВАННЯМ ЗЧЕПЛЕННЯ АРМАТУРИ З БЕТОНОМ

2.1. Загальні відомості про рівневе утворення нормальних тріщин

Питання тріщиностійкості залізобетонних елементів та конструкцій продовжують й надалі залишатися одними з найважливіших в загальній теорії деформування бетону та залізобетону. Певною мірою це обумовлено необхідністю оцінювання реального стану залізобетонних елементів в експлуатаційній стадії. Відображення цього стану є дуже складним, оскільки процеси утворення та розвитку тріщин в залізобетонних елементах завжди супроводжуються їх послідовним поділом на окремі блоки. За результатами експериментальних досліджень багатьох авторів встановлено, що довжина утворюваних блоків є залежною від цілої низки факторів та параметрів.

В роботах [102; 108; 109] наведено достатньо детальну класифікацію оприлюднених та нині доступних результатів досліджень тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій. Критичний аналіз результатів згаданих досліджень показав, що всі методики розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів розроблювалися, як правило, для деякої умовної стадії «стабілізованого тріщиноутворення». У дійсності ж подібну стадію в деформуванні залізобетонних елементів виокремити неможливо, оскільки процеси утворення та розкриття тріщин в них не припиняються аж до повної втрати несучої здатності. Натомість, доцільно було б говорити про існування не одного, а декількох різних рівнів утворення нормальних тріщин, що підтверджується результатами окремих експериментальних досліджень [15; 21; 83; 143; 168; 253; 273; 310; 346; 375].

Gilbert R. I., Nejadi S. [253] випробували 6-ть залізобетонних балок прямокутного перерізу $350 \times 250 \text{ мм}$ та $330 \times 250 \text{ мм}$ прольотом 3,5 м. Всі балки були армовані стержнями $\varnothing 16 \text{ мм}$. При дослідженні встановлено 2...3 рівні утворення нормальних тріщин. Перші тріщини утворювались за рівнів завантаження $M_{cr} / M_u \approx 0,24 \dots 0,3$, середня відстань між ними була рівною $s_{rm} \approx 220 \dots 250 \text{ мм}$, а максимальна ширина їх розкриття становила $w_k \approx 0,03 \dots 0,05 \text{ мм}$. За рівнів завантаження $M_{cr} / M_u \approx 0,7$ середній крок тріщин зменшився до $s_{rm} \approx 100 \dots 170 \text{ мм}$, а ширина їх розкриття сягала $w_k \approx 0,25 \dots 0,33 \text{ мм}$. Тріщини третього рівня появлялись незадовго до руйнування балок.

Pundinaitė M. [346] дослідила 18-ть залізобетонних балок прямокутного перерізу $300 \times 280 \text{ мм}$ прольотом 3,0 м з різним армуванням. В балках теж спостерігали 2...3 рівні утворення тріщин. Перші нормальні тріщини утворювались за рівнів завантаження $M_{cr} / M_u \approx 0,1 \dots 0,49$. Середня

відстань між ними коливалася в межах $s_{rm} \approx 195...230\text{мм}$, а ширина їх розкриття становила $w_k \approx 0,01...0,04\text{мм}$. За рівнів завантаження $M_{cr} / M_u \approx 0,55...0,66$ середній крок тріщин зменшився до $s_{rm} \approx 90...150\text{мм}$, а ширина їх розкриття зросла до $w_k \approx 0,11...0,18\text{мм}$. Тріщини третього рівня появлялись незадовго до руйнування балок, а відстань між ними зменшувалась до $s_{rm} \approx 60...100\text{мм}$.

Ivanchev I. Y. [273] випробував 12-ть залізобетонних балок прямокутного перерізу $270 \times 150\text{мм}$ та $300 \times 150\text{мм}$ прольотом $3,0\text{м}$ з різним армуванням та класом бетону. В більшості балок спостерігалось 3 рівні утворення тріщин. Перші нормальні тріщини утворювались за рівнів завантаження $M_{cr} / M_u \approx 0,13...0,4$, середній крок між ними знаходився в межах $s_{rm} \approx 160...350\text{мм}$, а ширина їх розкриття становила $w_k \approx 0,01...0,05\text{мм}$. За рівнів завантаження $M_{cr} / M_u \approx 0,45...0,65$ середній крок тріщин зменшився до $s_{rm} \approx 130...250\text{мм}$, а ширина їх розкриття виросла до $w_k \approx 0,1...0,16\text{мм}$. Тріщини третього рівня появлялись незадовго до руйнування балок і відстань між ними вже становила $s_{rm} \approx 65...120\text{мм}$.

Аналіз результаті вищенаведених досліджень показує, що з виникненням тріщин кожного нового рівня деформування залізобетонного елемента чи конструкції переходить до якісно нової стадії. Однак на сьогодні, а ні в чинних вітчизняних, а ні в зарубіжних нормативних документах [46; 132; 133; 164; 202; 235] це не знайшло відповідного відображення. Щоправда, нині вже починають з'являтися поодинокі методики розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій з урахуванням рівневого утворення нормальних тріщин [64; 71; 158; 168; 375], але вони є вкрай складними та неоднозначними, тобто знаходяться на початковій стадії свого формування.

2.2. Різновиди моделей утворення тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях

Численні дослідження тріщиностійкості залізобетонних елементів та конструкцій засвідчують, що вони завжди знаходились в полі зору та особливої уваги не тільки закордонних, але і вітчизняних вчених. Серед них, в першу чергу, слід назвати Мурашова В. І. [86], Немировського Я. М. [89], Гвоздева А. А. [33; 34] та багатьох інших [1; 14; 25; 38; 45; 48; 56; 61; 70; 76; 78; 83; 94; 96; 102; 156; 157; 168; 184; 195; 198; 239; 245; 333; 334]. Та все ж результатів досліджень, що присвячувались б відтворенню реальних процесів рівневого утворення нормальних тріщин, на сьогодні оприлюднено дуже мало. І спільним для них є те, що в їх основу закладаються спроби опосередкованого

або безпосереднього моделювання процесів зчеплення арматури з бетоном. При цьому реальну взаємодію арматури з бетоном моделюють згідно визначальних положень механіки деформованого твердого тіла або механіки руйнування.

В рамках механіки деформованого твердого тіла розбудову моделей рівневого утворення нормальних тріщин здійснюють за допомогою:

- діаграм взаємного зміщення розтягнутого бетону і арматури на ділянках між суміжними нормальними тріщинами [80; 168; 282];
- функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном в найбільш деформованому блоці, обмеженому двома суміжними тріщинами [71].

Загалом використання діаграм взаємного зміщення бетону і арматури для відтворення процесів їхнього зчеплення є малоефективним. За результатами численних експериментальних досліджень встановлено, що весь процес деформування залізобетонних елементів і конструкцій супроводжується постійною зміною діаграм зчеплення [231; 247; 250; 262; 319; 378]. Безпосереднє інтегрування зазначених діаграм в такому випадку застосувати неможливо а ні при визначенні зусиль зчеплення арматури з бетоном, а ні в розрахунках основних параметрів тріщиностійкості елементів і конструкцій. Тому диференційні рівняння дійсних діаграм зміщення арматурного стержня відносно розтягнутого бетону замінюються сплайн-функціями кусково-лінійної апроксимації з можливістю переходу до числового інтегрування. Однак прийняття подібних спрощень, заодно з застосуванням емпіричних параметрів та коефіцієнтів, призводить до вкрай наближеного відображення реальних процесів утворення тріщин в залізобетонних елементах.

Одним із найпростіших способів моделювання процесів рівневого утворення нормальних тріщин є залучення до розрахунків функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном [71, 102]. Однак його реалізація пов'язана з низкою дискусійних передумов, що стосуються:

- способу визначення дійсної жорсткості та розрахункової кривини залізобетонних елементів у перерізах з тріщинами;
- адекватності способів оцінки загального стану залізобетонного елемента в розрахунковому перерізі та взаємодії арматури з бетоном на ділянці між суміжними тріщинами;
- дійсного зв'язку між середніми напруженнями зчеплення арматури з бетоном τ_{bmi} та нормальними напруженнями в арматурному стержні σ_{si} на всьому діапазоні деформування залізобетонного елемента;
- обґрунтованості виразу $dM_w / d\varepsilon = 0$ у якості екстремального критерію появи нормальних тріщин в залізобетонному елементі;
- правомірності використання виразу $dM/d\varepsilon = 0$ в якості критерію загалом.

В механіці руйнування моделювання рівневого утворення нормальних тріщин зводиться до застосування строго числових способів [19; 29; 55; 375] або ж до використання в перерізі з тріщиною умовного розрахункового «двоконсольного» елемента [21; 64; 158].

Числове моделювання, як правило, зводиться до виконання ітераційних розрахунків, які доцільно реалізовувати програмними способами за методом скінчених елементів [19; 29; 55; 375]. Але такий підхід зазвичай призводить до втрати інженерної осяжності розрахунків через невідворотне нівелювання фізичної сутності як процесів зчеплення арматури з бетоном, так і стадійної послідовності утворення нормальних тріщин в залізобетонному елементі.

На сьогодні модель «двоконсольного» елемента продовжує залишатися не тільки відносно складною, але й дискусійною в окремих питаннях. Зокрема, важко погодитися з твердженням, що зменшення деформацій розтягнутого бетону в зоні між суміжними тріщин обумовлено появою в цій зоні стискаючих напружень [21; 64; 158]. Скоріше причиною цього є деформації пружної післядії, які стають особливо помітними за поступового локального порушення зчеплення арматури з бетоном при утворенні нових тріщин. Крім того, залучення точних закономірностей зчеплення арматури з бетоном до відтворення дійсного або реального напружено-деформованого стану залізобетонних елементів за цією моделлю призводить до суттєвого ускладнення відповідних розрахунків.

Таким чином, вищенаведений аналіз засвідчує, що жодну із розглянутих моделей неможливо використати в безпрограмних інженерних розрахунках. Водночас, універсальна модель рівневого утворення нормальних тріщин та відповідна їй методика розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів повинні з однаковим успіхом реалізовуватися як в інженерному, так і в програмному варіантах. Тому таку модель варто було б розбудовувати за допомогою функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном, що дозволяє розраховувати момент утворення, крок та ширину розкриття тріщин в залізобетонних елементах в один із найпростіших способів.

2.3. Методи розрахунку відстаней між нормальними тріщинами в залізобетонних елементах

Загалом дослідженням кроку утворення нормальних тріщин, що є одним із визначальних параметрів тріщиностійкості залізобетонних елементів та конструкцій, завжди приділялася особлива увага зі сторони як іноземних, так і вітчизняних науковців. В роботі [102] наведено достатньо глибокий аналіз результатів цих досліджень з їх критичною оцінкою. Та все ж, за рівневої схеми утворення нормальних тріщин варто більш детально зупинитися на вишукуваннях тих авторів, які безпосередньо чи опосередковано пов'язують відстань між тріщинами з параметрами зчеплення арматури з бетоном. Всі зазначені вишукування доцільно розділити за двома напрямками.

В роботах першого напрямку відстань між суміжними нормальними тріщинами розраховують за схемою їх однорівневого утворення при дії деякого осередненого експлуатаційного навантаження (табл. 2.1). Водночас всі роботи цього напрямку доцільно розділити на чотири групи. До першої

групи слід віднести ранні роботи, де відстань між нормальними тріщинами ставилася в залежність від міцності стиснутого бетону [69; 366; 367; 397]. Подібний функціональний зв'язок виглядає дещо нелогічним, оскільки утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах супроводжується порушенням взаємодії арматури з розтягнутим, а не стиснутим бетоном.

Для робіт другої групи характерним є те, що в них відстань між нормальними тріщинами пов'язана з міцністю розтягнутого бетону [12; 221; 223; 333; 373]. Однак і тут вплив самої арматури на процеси утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях через параметри зчеплення значною мірою знівелювано.

До третьої групи (табл. 2.1) слід віднести роботи Мурашева В. І. [86], Мировського Я. М. [89] та інших дослідників [69; 76; 83; 188; 274], де відстань між нормальними тріщинами пов'язується як з геометричними, так і з міцнісними характеристиками арматури. Безперечно, процеси реального утворення тріщин в залізобетонних елементах у цих роботах відтворено більш точно порівняно з дослідженнями двох попередніх груп. Однак, в цих роботах зв'язок процесів утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях з питаннями зчеплення арматури з бетоном відображається надто спрощено.

До четвертої групи доцільно віднести емпіричні залежності, представлені переважно в чинних вітчизняних та зарубіжних нормативних документах [46; 133; 235]. Тут вплив зчеплення арматури з бетоном на відстань між нормальними тріщинами будь-якого залізобетонного елемента враховується опосередковано та вкрай наближено за допомогою деяких емпіричних параметрів та коефіцієнтів.

Другий напрям сформувався за дослідженнями, де крок нормальних тріщин розраховується згідно їх рівневого утворення (табл. 2.1). Ці дослідження теж доцільно розподілити між трьома окремими групами.

До першої групи варто віднести роботи з опосередкованим визнанням лише двох рівнів утворення нормальних тріщин [168; 194; 205]. Крок тріщин в цих роботах приймається залежним не тільки від міцності розтягнутого бетону, але й від максимальних чи середніх напружень зчеплення арматури з бетоном. Тому пропонувані тут залежності з розрахунку відстаней між суміжними нормальними тріщинами залишаються прийнятними лише для центрально розтягнутих залізобетонних елементів.

В дослідженнях другої групи кількість рівнів утворення нормальних тріщин не обмежують [71]. Крок тріщин розраховують на основі спрощеної лінійної залежності середніх напружень зчеплення арматури з бетоном. Через таке спрощення розрахунок відстаней між нормальними тріщинами потребує численних ітерацій. Водночас, детальний аналіз численних результатів експериментальних досліджень дає підстави говорити про нелінійний характер функція згаданих напружень на всьому діапазоні деформування залізобетонного елемента [124].

Таблиця 2.1 – Аналітичні залежності з визначення кроку нормальних тріщин в залізобетонних елементах

№ з/п	Автор	Рік	Вид залежності для визначення s_r
1	2	3	4
1. За однорівневого утворення тріщин			
1.1. Функції, залежні від міцності стиснутого бетону			
1.	Saliger R. [366], [367]	1936, 1947	$s_{r,m} = 0,157 \cdot \varnothing_s \cdot f_{cm} / (4 \cdot \rho_s \cdot \tau_{bm})$
2.	Watstein D., Parsons D. E. [397]	1943	$s_{r,m} = k_1 \cdot f_{cm} \cdot \varnothing_s / (\tau_{b,max} \cdot \rho_s)$
3.	Кочкаръов Д. В., Бабич В. І. [69]	2011	$s_{ro} = \frac{(\sigma_{s,i} - \sigma_{s,i+1}) \cdot f_{yd} \cdot \varnothing_s}{4 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \sigma_{s,i}}$
1.2. Функції, залежні від міцності розтягнутого бетону			
4.	Desayi P., Kulkarni A. B. [223]	1976	$s_{m,x} = \frac{k_t \cdot f_{ct} \cdot A_{ct,x}}{\pi \cdot d_{bx} \cdot k_b \cdot \tau_t / s_x + d_{by} \cdot f_{bd} / s_y}$
5.	Байков В. Н., Сигалов Э. Е. [12]	1985	$s_{ro} = k_1 \cdot f_{ct,k} \cdot A / (\tau_{max} \cdot a_s \cdot \omega)$
6.	Noakowski P. [333]	1985	$s_{rm} = 3,1 \cdot k \cdot \left(\frac{(0,22 \cdot f_{ctm} / \varphi)^{0,88}}{f_{ctm}^{0,66}} \cdot \varnothing_s \right)^{0,89}$
7.	Dawood N., Marzouk H. [221]	2010	$s_{m,x} = \frac{k_t \cdot f_{ctm} \cdot A_{ct,x} - 0,67 \cdot d_{by} \cdot f_{ctm}}{2 \cdot \pi \cdot d_{bx} \cdot \tau_{tp} \cdot n_x / 3}$

1	2	3	4
8.	Shalmani A. Z. [373]	2011	$s_{\max,x} = 2 \cdot s_{\min,x}; \quad s_{\min,x} = \frac{d_{l,efx} \cdot s_x}{\alpha_{sp} \cdot \beta_b \cdot \tau_{lpx} \cdot \pi \cdot d_{bx}} (f_{ctm} - \sigma_{csx})$
1.3. Функції, залежні від характеристик арматури			
9.	Мурашев В. І. [86]	1950	$s_{ro} = \frac{(\sigma_{s,crc} - 2 \cdot \alpha_s \cdot f_{ct,k}) \cdot A_s}{\omega \cdot \tau_{\max} \cdot u}$
	Молодченко Г. А. [83]	1972	
10.	Немировский Я. М. [89]	1969	$s_{ro} = \frac{2 \cdot (\sigma_s - \sigma_{s1}) \cdot A_s}{\tau_m \cdot u}$
11.	Голишев А. Б. и др. [76]	1987	$s_{r,m} = \frac{2}{B_s} \cdot (4,6 - \frac{13,5 \cdot \theta_s}{2 + \theta_s})$, де $B_s = u_s \cdot G_{qs} / (A_s \cdot E_s \cdot \varphi_s)$
12.	Jankó L. [274]	1994	$s_{r,m} = \frac{\sigma_{s2} \cdot \varnothing_s}{2 \cdot \alpha \cdot \sigma_{c1}}$
13.	Bernardi S., Mesureur B., Rivillon P. [188]	1999	$s_{r,m} = 2 \cdot (d + Ach^{-1} \sqrt{\sigma_s / (\sigma_s - (f_{ctm} / \rho_{ef}))})$
14.	Кочкаръов Д. В., Бабич В. І. [69]	2011	$s_{ri} = \frac{(\sigma_{s,i} - \sigma_{s,i+1}) \cdot f_{yd} \cdot \varnothing_s}{4 \cdot \alpha \cdot f_{cd} \cdot \sigma_{s,i}}$
1.4. Емпіричні залежності з опосередкованими параметрами зчеплення			

1	2	3	4
15.	СП 63.13330.2012 [133]	2004	$s_{rm} = \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \varphi_3 \cdot \psi_s \cdot d_s / (2 \cdot \rho_{st})$
16.	Eurocode-2 [235]	2004	$s_{r,max} = k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \varnothing_s / \rho_{p,eff}$
	ДСТУ Б В.2.6-156:2010 [46]	2011	
2. За багаторівневого утворення тріщин			
2.1. Спрощені			
17.	Alvarez M.[168]	1998	$s_{r,min} = f_{ct} \cdot \varnothing_s (1 - \rho) / (4 \cdot \tau_{b0} \cdot \rho)$; $s_{r,max} = 2 \cdot s_{r,min}$
18.	Пецольд Т.М., Тур В.В. [47]	2003	$s_{r0} = f_{ctm} \cdot \varnothing_s / (4 \cdot \tau_{bm} \cdot \rho_{ef})$, $s_{r1} = s_{r0} / 2$
	Borosnyoi A. and Balazs G. L. [194]	2005	
	Chan Simon H.C.[205]	2012	
2.2. На основі лінійної залежності $\tau_{bm} = f(\sigma_{si})$			
19.	Кочкаръов Д. В. [71]	2018	$s_{ri} = \frac{(\sigma_{s,2i} - \sigma_{s,wi}) \cdot A_s}{u \cdot \tau_{m,i}}$
2.3. На основі «двоконсольного» елемента			
20.	Колчунов В.И. и др.[64]	2009	$s_{ro} = 2(t^* - \ln B_{*,4} / B_*)$, де $B_* = S_s \cdot G / (K \cdot A_s E_s)$
	Яковенко І. А. [158]	2018	

Числові методи розрахунку відстаней між суміжними нормальними тріщинами різних рівнів, в яких використано моделі «двоконсольного» елемента [64; 158] або «складених стержнів», доцільно віднести до досліджень третьої групи (табл. 2.1). З їх результатів випливає, що на сьогодні розрахунки рівневого утворення нормальних тріщин за вказаними моделями залишаються дуже складними і малоприйнятними для інженерної реалізації.

Підсумовуючи результати вищенаведеного аналізу всіх оприлюднених результатів досліджень як вітчизняних, так і зарубіжних вчених, можна констатувати: процес рівневого утворення нормальних тріщин неможливо змоделювати без врахування зчеплення арматури з розтягнутим бетоном. Тому крок утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах доцільно розраховувати за зусиллями зчеплення арматури з бетоном. Величину зазначених зусиль варто обчислювати за середніми напруженнями зчеплення арматури з бетоном на ділянці їх активної взаємодії.

2.4. Методики розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин

Розрахунок ширини розкриття нормальних тріщин згідно гіпотези Томаса [386] зводиться до обчислення абсолютного зміщення розтягнутого бетону відносно арматури. Залежно від способу визначення вказаного зміщення, всі оприлюднені на сьогодні роботи з розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях доцільно виділити у два окремі напрямки (табл. 2.2).

Оскільки ширина розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях являється інтегральною характеристикою їхнього деформування, то в роботах першого напрямку вона визначається за інтегральними накопиченнями взаємних зсувів бетону і арматури

$$w_k = \int_0^y (\varepsilon_{sy} - \varepsilon_{cty}) dy. \quad (2.1)$$

За подібного підходу всі дослідження цього напрямку доцільно розподілити між двома групами. В роботах першої групи ширину розкриття нормальних тріщин розраховують за взаємним зсувом бетону і арматури на ділянці між суміжними тріщинами [21; 71; 158; 367; 386]. Відповідні рішення вимагають безпосереднього інтегрування діаграм зчеплення арматури з бетоном. А оскільки подібна процедура у більшості випадків є практично неможливою, то її замінюють на числове інтегрування [158]. Отримувані при цьому рішення залишаються вкрай громіздкими, часто втрачають фізичну сутність та інженерну осяжність. Альтернативною могла б бути модель ступеневого накопичення взаємних зміщень бетону і арматури [71].

До другої групи доречно віднести роботи, в яких ширина розкриття нормальних тріщин розраховується за надто спрощеними та ще й переважно

емпіричними параметрами зсуву бетону і арматури [76; 205; 339; 373]. Тому змоделювати рівневе утворення нормальних тріщин в залізобетонному елементі з їх допомогою у більшості випадків просто неможливо.

Щодо робіт другого напрямку, то в них автори оперують не накопиченням зсувів, а різницею видовжень бетону і арматури на ділянках $s_{r0} / 2$ по обидва боки від тріщини

$$w_k = 2 \int_0^{0,5s_{r0}} \varepsilon_\tau(y) dy \cong s_{r0} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ctm}). \quad (2.2)$$

При цьому, в роботах Мурашова В. І. [86], Немировського Я. М. [89] та інших [55; 75; 83; 90; 92; 96; 194; 209; 333; 366; 397], вона закладається в розрахункові формули безпосередньо. Ця різниця (тобто зсув) обчислюється за допомогою емпіричного коефіцієнта ψ_s , що враховує вплив розтягнутого бетону між нормальними тріщинами на ширину їх розкриття. Однак в усіх вищезгаданих дослідженнях питання зчеплення арматури з бетоном зачіпаються вкрай опосередковано.

Сюди можна віднести і пропозиції чинних норм [46; 235]

$$w_k = (k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \varnothing / \rho_{p,eff}) \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p,eff})}{E_s}, \quad (2.3)$$

де зчеплення арматури з бетоном враховується дуже наближено за допомогою емпіричного коефіцієнту k_2 , а для попередньо напружених елементів ще й за рахунок параметру $\rho_{p,eff}$.

В роботах другої групи різниця видовжень бетону і арматури закладається в розрахункові формули опосередковано з застосуванням емпіричних параметрів та коефіцієнтів [274; 372; 390]. За вказаних обставин розрахункові залежності є вкрай розмитими стосовно такого параметру, як крок утворення тріщин. Тому, як і в попередньому випадку, відтворення загальних закономірностей реального процесу рівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах стає практично неможливим.

Таким чином, варто визнати: розрахунок ширини розкриття нормальних тріщин через пряме інтегрування діаграм зчеплення арматури з бетоном у більшості випадків виконати неможливо. Числове інтегрування зазначених діаграм теж доволі рідко призводить до простіших та компактніших рішень. Тому розрахунок деформативності залізобетонних елементів і конструкцій було б доцільніше виконувати за рівневим накопиченням взаємних зміщень бетону і арматури або різниці їх видовжень. Подібна методика неодмінно повинна враховувати поетапне дроблення початкових відносно довгих блоків між нормальними тріщинами на короткі внаслідок утворення проміжних тріщин нового рівня.

Таблиця 2.2 – Аналітичні залежності з розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах

№ з/п	Автор	Рік	Вид аналітичної залежності для визначення w_k
1	2	3	4
1. За накопиченням взаємних зсувів бетону і арматури			
1.1. За параметрами неоднорідного зсуву			
1.	Saliger R. [367]	1936	$w_k = \int_0^y (\varepsilon_{sy} - \varepsilon_{cty}) dy$
	Thomas F.G. [386]	1936	
	Колчунов В.І. [21]	2004	
2.	Кочкаръов Д. В. [71]	2018	$w_{km} = \sum_{i=1}^n w_{wi} + w_{kn}$
3.	Яковенко І. А. [158]	2018	$w_k = -\frac{2\Delta T}{G} - \frac{2B_{a,2}}{B_*} - \frac{2B_{2,*}}{B_*} \times \ln \left(1 + \frac{B_{a,2} \cdot A_{sw} E_{sw}}{q_{sw} S_{sw} + B_{a,1} \cdot A_{sw} E_{sw}} \right)$
1.2. За осередненими параметрами зсуву			
4.	Голишев А. Б. и др. [76]	1987	$w_k = \frac{2 \cdot \sigma_{s2}}{E_s \cdot B_s} \left(1,15 - \frac{125}{(0,5 \cdot B_s \cdot s_{r,m} + 3,12)^4} \right)$, де $B_s = u_s \cdot G_{qs} / (A_s \cdot E_s \cdot \varphi_s)$
5.	Padmarajaiah S. K., Ramaswamy A. [339]	2001	$w_k = \frac{D-x}{d-x} \cdot \frac{4 \cdot A_{ef} \cdot k_t \cdot \sigma_t}{k_b \cdot f_{bu} \cdot \Sigma(\pi \cdot d)} \cdot \frac{f_s}{E_s}$

1	2	3	4
6.	Shalmani A. Z. [373]	2011	$w_{k,x} = \beta_{gx} \cdot s_{\max,x} \cdot (\varepsilon_{sm,x} - \varepsilon_{cm,x} - \varepsilon_{cs})$
7.	Chan Simon H.C. [205]	2012	$w_{\max} = f_{ct} \cdot \varnothing_s \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) / (2 \cdot \beta \cdot \tau_{\max} \cdot \rho)$
2. За різницею видовжень розтягнутого бетону і арматури			
2.1. За безпосередніми видовженнями			
8.	Кузнецов А. Н. [75]	1940	$w_k = 2 \int_0^{0,5s_{r0}} \varepsilon_\tau(y) dy \cong s_{r0} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ctm})$
	Оатул О. О. [92]	1967	
	Молодченко Г. А. [83]	1972	
	Городецкий Л. М. [38]	1973	
	Голишев О. Б. і ін. [96]	1985	
	Карпенко Н. И. [55]	1996	
	Borosnyoi A. and Balazs G. L. [194]	2005	
9.	Watstein D., Parsons D. E. [397]	1943	$w_k = \frac{k_1 \cdot f_{cm} \cdot \varnothing_s}{\tau_{b,\max} \cdot \rho_s} \cdot \left(\frac{\sigma_{s2}}{E_s} - \frac{k_2 \cdot f_{cm}}{E_s} \left(\frac{1}{\rho_s} + \alpha_s \right) \right)$
10.	Saliger R. [366]	1947	$w_k = 2 \cdot (0,157 \cdot \frac{\varnothing_s \cdot f_{cm}}{4 \cdot \rho_s \cdot \tau_{bm}}) \times \frac{\sigma_{s2} - f_{cm} \cdot (0,05 / \rho_s + 2)}{E_s}$

1	2	3	4
11.	Мурашев В. І. [86]	1950	$w_k = s_{r0} \cdot \sigma_s \cdot \psi_s / E_s$, де $\psi_s = (1 - \omega_1 \cdot \frac{f_{ctk}}{\sigma_s} \cdot \frac{1 + \alpha_s \cdot \rho_l}{\rho_l})$
	Немировский Я. М. [89]	1969	
12.	Chi M., Kirstein A. F. [209]	1958	$w_k = \frac{5 \cdot \tau \cdot \varnothing_s}{E_s} \cdot (\sigma_s - \frac{438}{\tau \cdot \varnothing_s})$
13.	Noakowski P. [333]	1985	$w_k = 1,5 \cdot k \cdot 3,1 \cdot \left[\frac{(0,22 \cdot f_{ctm} / \rho)^{0,88}}{f_{ctm}^{0,66}} \varnothing_s \right]^{0,89} \times (\sigma_{s2} - 0,56 \cdot k \cdot 0,22 \cdot f_{ctm} / \rho) / E_s$
14.	Eurocode-2 [235]	2004	$w_k = s_{r, \max} \frac{\sigma_s - k_t \frac{f_{ct, eff}}{\rho_{p, eff}} (1 + \alpha_e \rho_{p, eff})}{E_s}$
	ДСТУ Б В.2.6-156:2010 [46]	2011	
2.2. За опосередкованими параметрами видовження			
15.	Jankó L. [274]	1994	$w_k = \frac{\sigma_{s2}^2 \cdot \varnothing_s}{2 \cdot k \cdot \sigma_{ct,i} \cdot E_s} \cdot \left(1 - \frac{k \cdot f_{ctd}}{3 \cdot \sigma_{ct,i}} \right)$
16.	Quyang C., Shah S. P. [390]	1994	$w_k = \varnothing_s \frac{[E_c(1-\rho)/(E_s \cdot \rho \cdot e^{\xi N}) + 1] \cdot \varepsilon_{cm} - \eta}{1 - N \cdot d / l - \eta \cdot d / w_c}$, де
	Shah S. P., Swartz S. E., Quyang C. [372]	1995	

2.5. Висновки

1. Реальні процеси утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях у дійсності є багаторівневими.
2. Моделювання процесів рівневого утворення нормальних тріщин без врахування зчеплення арматури з бетоном виконати практично неможливо.
3. Блокова модель деформування залізобетонних елементів і конструкцій дозволяє відносно просто відтворювати поетапне дроблення початкових відносно довгих блоків між тріщинами на дрібніші внаслідок утворення нових проміжних тріщин між уже існуючими.
4. Перехід від безпосереднього до числового інтегрування діаграм зчеплення арматури з бетоном не призводить до суттєвого спрощення розрахунків ширини розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах.
5. Універсальна функція середніх напружень зчеплення арматури з бетоном дозволить моделювати реальні процеси утворення та розвитку тріщин в залізобетонних елементах у найпростіший спосіб.
6. При розрахунках крок нормальних тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях доцільно пов'язувати з зусиллями зчеплення арматури з бетоном.
7. Формальне використання гіпотези Томаса в більшості спрощених методик розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин обумовлене тим, що в залізобетонних елементах фактичне нерівномірне накопичення взаємних зсувів бетону і арматури замінюють на абсолютну різницю їх видовжень.
8. В практичних розрахунках дійсного напружено-деформованого стану залізобетонних елементів і конструкцій доцільно було б використовувати методику рівневого або поетапного накопичення взаємних зсувів (зміщень) або різниці видовжень бетону і арматури.
9. Узагальнену методику розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій доцільно було б розбудовувати з позицій рівневого утворення нормальних тріщин. При цьому варто було б забезпечити її ефективну реалізацію не тільки в програмному, але і інженерному варіантах.

Вищенаведений аналіз результатів експериментально-теоретичних досліджень, оприлюднених у відкритих літературних джерелах вітчизняними та зарубіжними вченими, і сформульовані на їх основі загальні висновки дозволили окреслити основну мету та визначальні задачі власних досліджень, що наведені у вступі.

РОЗДІЛ 3

РІВНЕВА МОДЕЛЬ ТА МЕТОДИКА РОЗРАХУНКУ УТВОРЕННЯ І РОЗКРИТТЯ НОРМАЛЬНИХ ТРІЩИН ЗА ЛОКАЛЬНИМ ПОРУШЕННЯМ ЗЧЕПЛЕННЯ АРМАТУРИ З БЕТОНОМ

3.1. Основні положення, гіпотези та передумови

Так як модель рівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях спрямована на подальший розвиток узагальненої деформаційно-силової моделі їх опору, то її вихідні гіпотези і передумови в основному залишаються ідентичними до гіпотез і передумов останньої та зводяться до виконання наступних положень.

1. Методика розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій загалом та рівневого утворення тріщин зокрема розбудовується з залученням основних співвідношень механіки деформованого твердого тіла (МДТТ).

2. Жорсткість та тріщиностійкість залізобетонних елементів і конструкцій на будь-якій стадії деформування відтворюється за допомогою узагальнених діаграм їх стану « $M - (1/r)$ ».

3. Від самого початку свого завантаження залізобетон зберігає властивості суцільного твердого тіла. Граничні або максимальні зусилля, що виникають в залізобетонному елементі при утворенні тріщин, розраховують за умовою пружного деформування арматури та пружно-пластичного деформування бетону стиснутої та розтягнутої зон.

4. Максимальні значення відносних деформацій розтягнутого бетону ε_{cti} , що відповідають моменту утворення нормальних тріщин, розраховують за екстремальним критерієм його несучої здатності $dM_{ct} / d(1/r) = 0$, який за умов осьового навантаження набуває вигляду $dN_{ct} / d\varepsilon_{ct} = 0$.

5. Після утворення нормальних тріщин залізобетон продовжує розглядатися як «квазісуцільне тіло». Вплив розтягнутого бетону в блоці між суміжними тріщинами враховується через пониження середнього значення його «залишкової» міцності.

6. Для кроку та ширина розкриття нормальних тріщин будь-якого рівня визначальною є їх функціональна залежність не тільки від профілю та діаметру арматури, але й від основних параметрів її зчеплення з бетоном.

7. В практичних розрахунках дійсна кривина залізобетонного елемента визначається за оберненим виразом узагальненої діаграми його стану $1/r = f(M)$ та пов'язується з деформаціями матеріалів за гіпотезою плоских перерізів $1/r = f(\varepsilon_c, \varepsilon_s)$.

Детальний аналіз експериментально-теоретичних досліджень вітчизняних і закордонних вчених, наведений у розділах 1 та 2, спонукає до надзвичайно

важливого висновку: рівневе утворення тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях дуже тісно пов'язані з питаннями зчеплення арматури з бетоном. А раз так, то вищенаведені положення є вкрай важливими не тільки для моделі рівневого утворення тріщин, але і для узагальненої моделі зчеплення арматури з бетоном. Спільними елементами обох розроблюваних моделей варто вважати також:

- визначальний критерій, який дозволяв би не тільки фіксувати початок порушення зчеплення арматури з бетоном, але й кількісно та якісно оцінювати ступінь такого порушення на кожній проміжній стадії деформування залізобетонного елемента аж до граничної;
- найважливіші параметри моделювання, за допомогою яких можна було би достовірно відтворювати не тільки загальні закономірності зчеплення арматури з бетоном, але й дійсний процес рівневого утворення та розвитку тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях;
- головний параметр, за яким можна було б не тільки відслідковувати ступінь порушення взаємодії арматури з бетоном, але й розраховувати визначальні характеристики тріщиностійкості залізобетонних елементів і конструкцій.

3.2. Умови та критерії локального порушення зчеплення арматури з бетоном при утворенні нормальних тріщин

Переважно утворення першої тріщини в залізобетонному елементі пов'язується лише з моментом її виникнення. А оскільки цей момент безпосередньо не залежить від зчеплення арматури з бетоном, то утворення тріщин розраховують за граничними деформаціями розтягнутого бетону ε_{ctu} , які доцільно фіксувати за екстремальним критерієм його несучої здатності [102] $dM_{ct}/d(1/r)=0$ - за умов неоднорідного деформування елементів та $dN_{ct}/d\varepsilon_{ct}=0$ - за їх осьового деформування. Саме критерії такого роду визнаються у якості загальних чинними вітчизняними нормами [46, п. 4.1.1]. Водночас, ці норми дозволяють приймати граничні деформації розтягнутого бетону наближено за виразом $\varepsilon_{ctu} = 2 \cdot f_{ctk} / E_{c0}$.

Застосування в якості критерію появи тріщин виразу $dM_w/d\varepsilon=0$ [71] залишається доволі дискусійним з двох причин. По-перше, в момент утворення тріщини несучу здатність втрачає тільки розтягнутий бетон, а не весь елемент вцілому (на графіках $M_w - \varepsilon$ або $M_w - (1/r)$ ніяких екстремумів не спостерігають). По-друге, загальновідомі критерії Ферма $dM/d(1/r)=0$ та $dN/d\varepsilon=0$ наділені певним фізичним змістом. Вони характеризують жорсткість згинального або позацентрово завантаженого залізобетонного елемента (EI) та центрально завантаженого бетонного або залізобетонного елемента (EA), відповідно, за якої зазначені елементи

втрачають свою несучу здатність [111; 122]. Фізичний зміст виразу $dM / d\varepsilon = 0$ залишається незрозумілим.

Узагальнена методика розрахунку утворення тріщин повинна відповідати на питання: в якій момент, де та в якій послідовності вони виникають. Без залучення параметрів зчеплення арматури з бетоном це здійснити неможливо. Зазвичай взаємодію арматури з бетоном на стадії граничного деформування залізобетонних елементів і конструкцій пов'язують з критеріями міцності їхнього зчеплення. Вони характеризують повну втрату зчеплення арматури з бетоном. Однак, завдяки поступовому багаторівневому утворенню та розкриттю нормальних тріщин в залізобетонному елементі, взаємодія арматури з бетоном починає порушуватись задовго до його фізичного руйнування чи втрати несучої здатності. А відтак визначальним параметром або критерієм, за яким можна доволі просто і ефективно оцінювати взаємодію арматури з бетоном, можна вважати зусилля їхнього зчеплення N_{bd} . Цілком зрозуміло, що вони завжди обмежуватимуться максимальними зусиллями в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr}$. Тому зусилля граничного зчеплення арматури з бетоном на ділянках їх активної взаємодії можуть слугувати критерієм локального порушення зчеплення арматури з бетоном, викликаного утворенням нормальних тріщин [118; 362]. Інакше кажучи, перед появою будь-якої нової тріщини граничне зусилля зчеплення арматури з бетоном $N_{bd,cr}$ на ділянці між суміжними тріщинами попереднього рівня сягатиме граничного зусилля в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr}$ (рис. 3. 1)

$$N_{bd,cr} = N_{ct,cr} \cdot \quad (3.1)$$

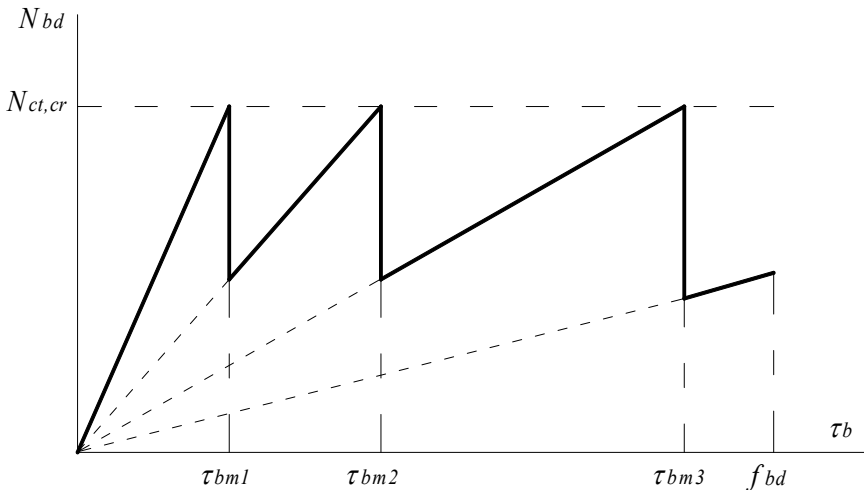


Рисунок 3.1 – Зміна зусиль зчеплення арматури з бетоном при рівневому утворенні нормальних тріщин в залізобетонному елементі

3.3. Модель взаємодії арматури з бетоном в залізобетонних елементах

Моделювання взаємодії арматури з бетоном і досі залишається одним із основних завдань загальної теорії залізобетону. Зазвичай таке завдання спрямовується на визначення зусиль взаємного зчеплення арматури з бетоном. Його розв'язок за допомогою безпосереднього або числового інтегрування діаграм $\tau_b - \delta_s$ призводить до надто складних та громіздких рішень. А тому в практичних розрахунках зусилля взаємодії арматури з бетоном будемо моделювати у найпростіший спосіб за допомогою функції середніх напружень їхнього зчеплення.

Використовуючи функцію середніх напружень цього зчеплення τ_{bmi} , зазначені зусилля для відповідного рівня утворенню нормальних тріщин можна доволі легко розрахувати за відомою формулою

$$N_{bd} = \int_{s_r} u \cdot \tau_b(z) \cdot dz \cong u \cdot \tau_{bmi} \cdot l_{si}, \quad (3.2)$$

де u – периметр поперечного перерізу арматурного стержня діаметром \varnothing_s , що має площу A_s , рівний $u = 4 \cdot A_s / \varnothing_s$;

l_{si} – ділянка активного зчеплення арматурного стержня з бетоном або відстань між тріщинами відповідного рівня ($l_{si} = s_{ri}$);

τ_{bmi} – значення середніх напружень зчеплення арматури з бетоном на ділянці між суміжними тріщинами відповідного рівня.

Ймовірний характер цієї функції може бути визначений завдяки аналізу напружено-деформованого стану контактного шару між бетоном і арматурою при її висмикуванні з бетоном (рис. 3.2). Розглядаємо випадок з можливим руйнуванням залізобетонного елемента внаслідок проковзування арматури, оскільки розколювання бетону в реальних конструкціях є менш ймовірним із-за спеціальних конструктивних заходів, які закладаються іще на стадії їх проектування.

I – умовно пружна стадія. За невеликих зусиль в елементі деформування бетону і арматури близьке до пружного: епюра нормальних напружень в стержні є практично трикутною, максимальні напруження зчеплення $\tau_{b \max I}$ виникають поблизу завантаженого кінця бетонного зразка, а їх середні значення можна наближено прийняти рівними половині від максимальних $\tau_{bm I} = \tau_{b \max I} / 2$.

II – пружно-пластична стадія. Інтенсивний розвиток значних пластичних деформацій в бетоні викликає викривлення епюри нормальних напружень в арматурі, положення максимальних дотичних напружень зчеплення $\tau_{b \max II}$ на самій епюрі залишається близьким до завантаженого кінця бетонного

зразка, але коефіцієнт повноти епюри зазначених напружень $\tau_{bm I} / \tau_{b \max II}$ починає помітно зростати.

III – стадія зсуву. Помітні зміщення завантаженого кінця арматурного стержня супроводжуються як значними пластичними деформаціями бетону під його виступами, так і частковим руйнуванням бетону в їх контактному шарі. Максимальні напруження зчеплення $\tau_{b \max III}$ поступово зміщуються до незавантаженого кінця бетонного зразка за невпинного зростання коефіцієнта повноти епюри зазначених напружень $\tau_{bm I} / \tau_{b \max III}$.

IV – стадія руйнування (найменше зростання зусиль в елементі викликає проковзування арматурного стержня уздовж всієї ділянки його зчеплення).

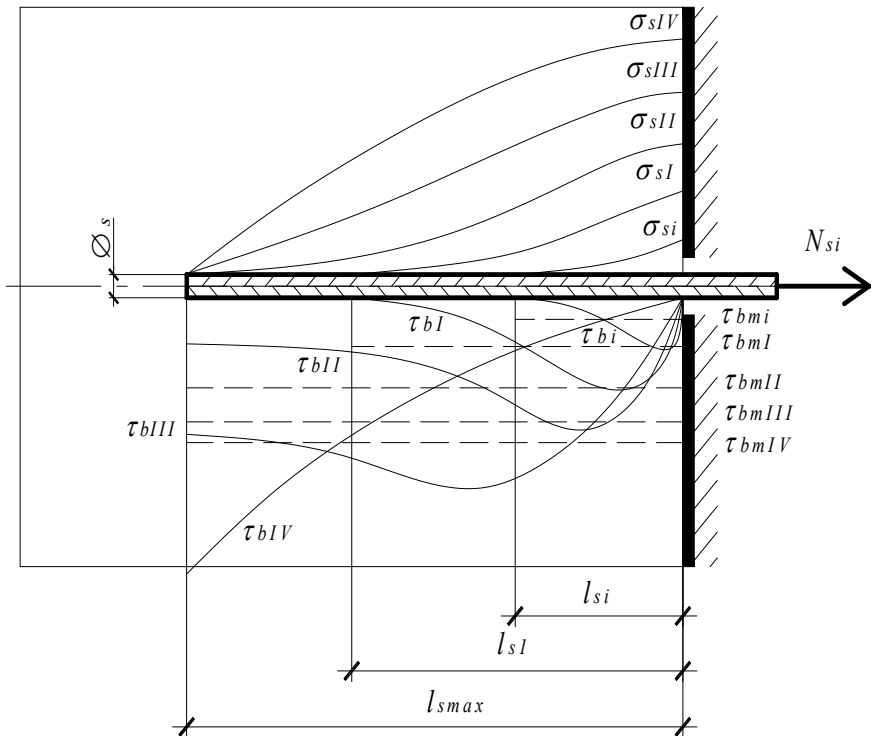


Рисунок 3.2 – Зміна параметрів напруженого стану контактної шару бетону та арматурного стержня при висмикуванні його з бетону

Вищенаведена схема передбачає, що деформації арматури залишаються пружними навіть при руйнуванні бетонного зразка за відсутності в ньому тріщин. Реальне ж деформування залізобетонних елементів відбувається за дещо іншою схемою та супроводжується утворенням тріщин в розтягнутому

бетоні. Для них друга стадія деформування є основною за певного наближення до третьої лише на останньому рівні завантаження.

Якщо зважити на сказане та прийняти до уваги залежність (3.2), то середні напруження зчеплення арматури з бетоном на проміжних стадіях $\tau_{bm,i}$ варто розраховувати аналогічно до граничної [125; 356]

$$f_{bd} = \frac{\sigma_{s,max} \cdot \varnothing_s}{4 \cdot l_{s,max}} \quad (3.3)$$

за загальновідомим виразом

$$\tau_{bm,i} = \sigma_{si} \cdot \varnothing_s / (4 \cdot l_{si}), \quad (3.4)$$

де $\sigma_{s,max}$ – максимально можливі напруження в розтягнутій арматурі на ділянці її активного зчеплення з розтягнутим бетоном, не можуть перевищувати граничних значень ($\sigma_{s,max} \leq f_{yk}$);

$l_{s,max}$ – ділянка активного зчеплення арматури з бетоном в граничній стадії деформування залізобетонного елемента;

σ_{si} – найбільші напруження в арматурі на ділянці її активного зчеплення з розтягнутим бетоном за певної стадії деформування залізобетонного елемента;

\varnothing_s – діаметр арматурного стержня;

l_{si} – ділянка активного зчеплення арматури з бетоном за певної стадії деформування залізобетонного елемента.

Зі співставлення виразів (3.3) та (3.4) випливає, що рівень середніх напружень зчеплення арматури з бетоном є залежним як від рівня нормальних напружень в самій арматурі, так і від відносної величини ділянки активного зчеплення з розтягнутим бетоном $l_{si} / l_{s,max}$

$$\frac{\tau_{bm,i}}{f_{bd}} = \frac{\sigma_{si}}{\sigma_y} \cdot \frac{l_{s,max}}{l_{si}} \quad (3.5)$$

Числовий аналіз результатів експериментальних досліджень різних авторів [31; 68; 126; 166; 173; 187; 347], приведених на рис. 3.3...3.5, дозволив отримати наступну залежність з визначення відносної величини ділянки активного зчеплення арматури з бетоном

$$l_{si} / l_{s,max} \approx (\sigma_{si} / \sigma_{s,max})^{1/\eta_1}, \quad (3.6)$$

де $1/\eta_1$ – параметр пропорційності ділянки зчеплення.

Відтак функція середніх напружень зчеплення арматури з бетоном, за обчислення їх граничних (максимально можливих) значень згідно пропозицій [71; 102; 151]

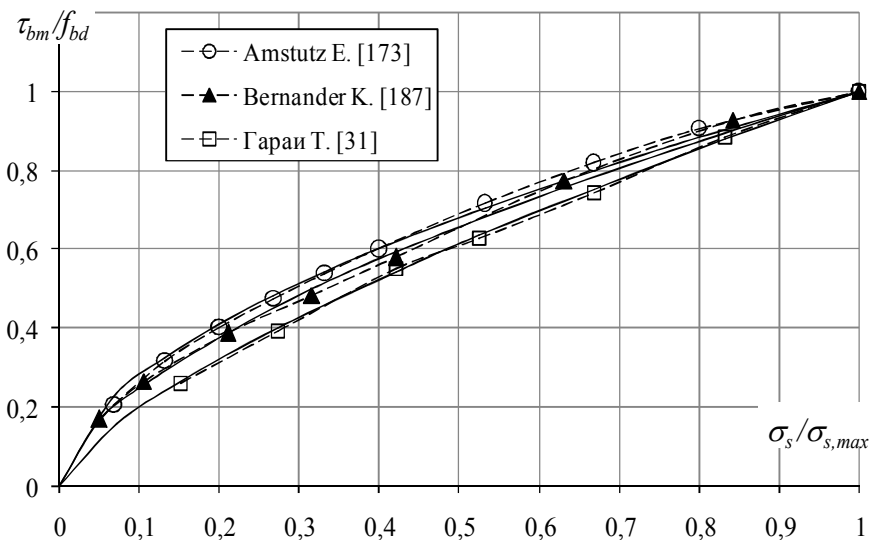


Рисунок 3.3 – Теоретичні (—) та експериментальні (---) залежності середніх дотичних напружень зчеплення від нормальних напружень в арматурі періодичного профілю (досліди 1955-59 рр.)

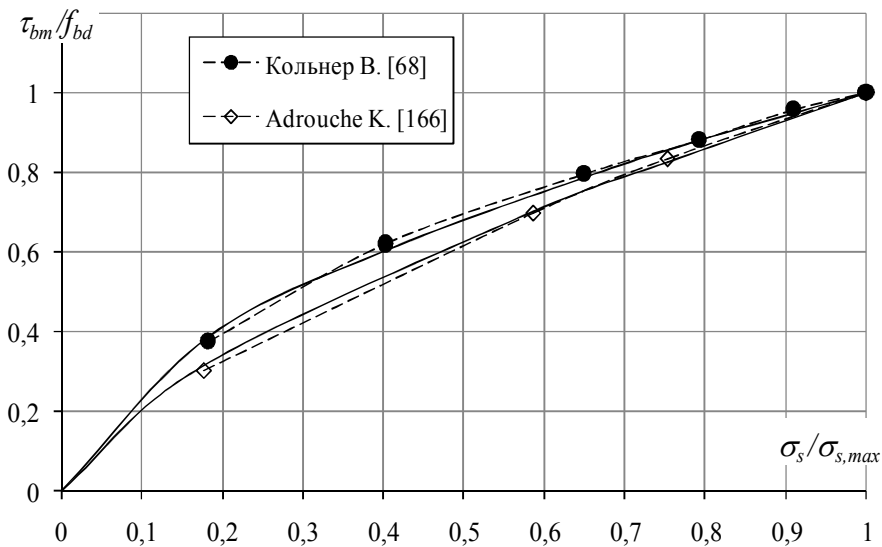


Рисунок 3.4 – Теоретичні (—) та експериментальні (---) залежності середніх дотичних напружень зчеплення від нормальних напружень в арматурі періодичного профілю (досліди 1968-87 рр.)

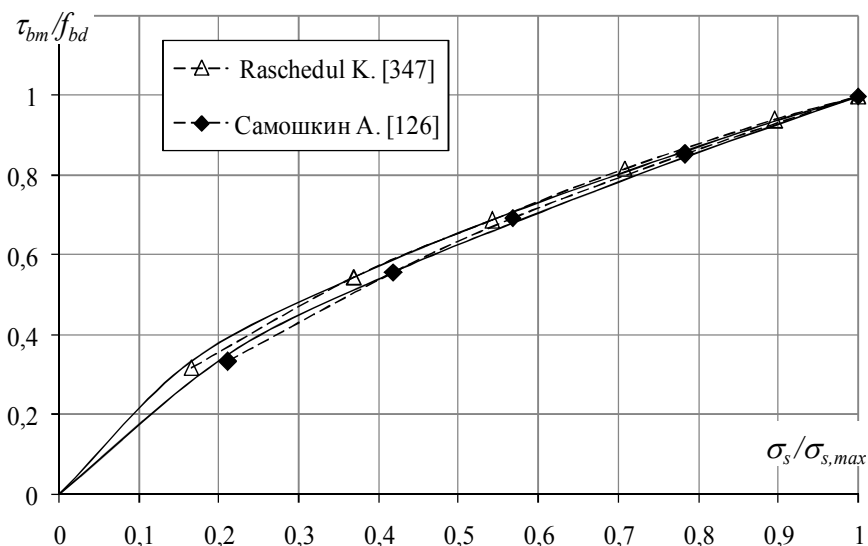


Рисунок 3.5 – Теоретичні (—) та експериментальні (---) залежності середніх дотичних напружень зчеплення від нормальних напружень в арматурі періодичного профілю (досліди 2014-17 рр.)

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} , \quad (3.7)$$

набуде остаточного вигляду

$$\tau_{bmi} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot (\sigma_{si} / \sigma_{s,max})^{1-1/\eta_1} . \quad (3.8)$$

Коефіцієнт η_2 , що враховує вплив діаметру арматури, можна приймати згідно чинних норм [46; 235].

Особливої уваги заслуговує коефіцієнт η_1 , яким враховується профіль арматури за індексом Рема f_R . Для визначення його середніх та довірчих (нормованих) значень Цибою О. О. [137] запропоновано наступні залежності, відповідно

$$\eta_1 = 1,5 + 17,5 \cdot f_R , \quad (3.9)$$

$$\eta_1 = 1,12 + 17,5 \cdot f_R . \quad (3.10)$$

З рис. 3.6 видно, що ці функції є справедливими лише для арматури з індексом зчеплення в межах $f_R = 0 \dots 0,075$.

Альтернативна загальна залежність для розрахунку середніх значень коефіцієнта η_1 [102]

$$\eta_1 = 1 + 35 \cdot f_R - (12 \cdot f_R)^2 , \quad (3.11)$$

хоч і є справедливою для будь-якої арматури з довільним індексом зчеплення, потребує відповідного «унормування» [120].

Тому для використання в практичних розрахунках можна рекомендувати наступну залежність (рис. 3.6)

$$\eta_1 = 1 + 29 \cdot f_R - 120 \cdot f_R^2, \quad (3.12)$$

яка дозволяє визначати нормовані значення коефіцієнта η_1 з довірчим інтервалом 2σ (σ - середньоквадратичне відхилення з експериментом).

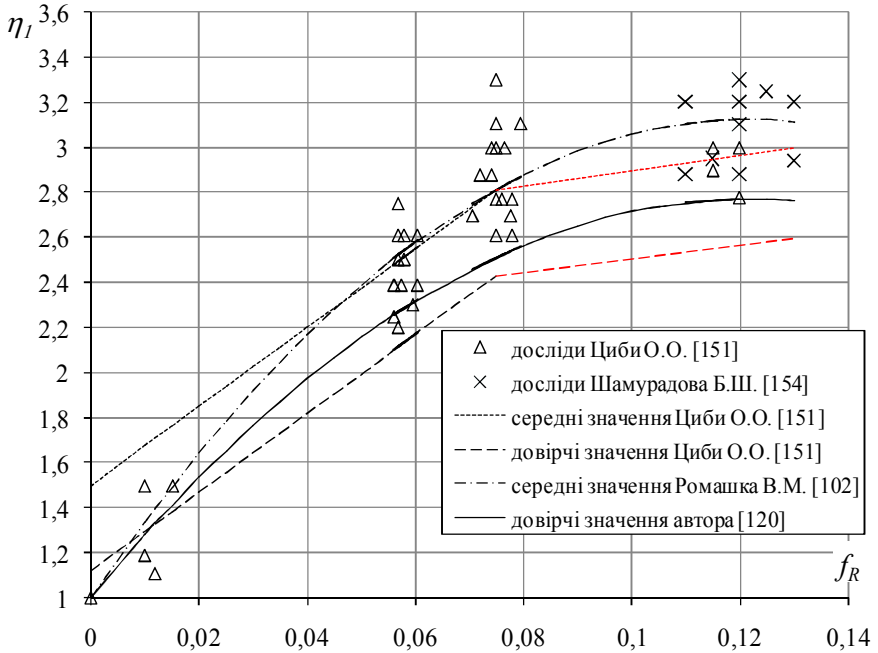


Рисунок 3.6 – Залежність коефіцієнта η_1 від індексу зчеплення арматури з бетоном f_R

Всебічний аналіз численних результатів експериментальних досліджень різних авторів [31; 68; 126; 166; 173; 187; 347] показує (рис. 3.3...3.5), що залежність середніх напружень зчеплення від напружень в самій арматурі може бути представлена як степеневою функцією (3.8), так і, у певному діапазоні деформування залізобетонних елементів, лінійною функцією [71]

$$\tau_{m,i} = f_{ctm} \cdot ((\eta_1 \cdot \eta_2 - \alpha_0) \cdot \sigma_{si} / f_{yd} + \alpha_0). \quad (3.13)$$

Про це свідчать результати відповідного порівняння дослідних та теоретичних значень середніх напружень зчеплення (табл. 3.1), розрахованих за вказаними функціями.

Однак для деформаційно-силової моделі нелінійна (степенева) функція середніх напружень зчеплення арматури з бетоном є більш прийнятною та пріоритетною, оскільки залежність (3.8), на протигагу виразу (3.13), не накладає ніяких обмежень на її використання в приграничних зонах: $0 \leq \tau_{bmi} < \tau_0$ та $\sigma_l < \sigma_{si} \leq \sigma_y$ [71].

Таблиця 3.1 – Результати порівняння теоретичних та дослідних значень середніх напружень зчеплення арматури з бетоном

Автори досліджень	Рік	Профіль та діаметр арматури, мм	Відхилення від дослідних даних					
			за формулою (3.8)			за формулою (3.13) [71]		
			Δ	σ	$\nu, \%$	Δ	σ	$\nu, \%$
Amstutz E. [173]	1955	періодичний, 30	0,99	3,22	3,25	1,091	6,03	5,53
Bernander K. [187]	1957	періодичний, 16	1,01	2,26	2,25	1,048	3,18	3,03
Гараи Т. [31]	1959	періодичний, 20	0,99	1,34	1,35	1,049	3,30	3,15
Кольнер В. [68]	1965	періодичний, 20	1,00	1,73	1,73	1,08	5,27	4,88
Adrouche K. [166]	1987	періодичний, 16	0,995	2,00	2,01	1,01	2,32	2,30
Rashedul K. [347]	2014	періодичний, 20	0,994	2,29	2,30	1,051	4,48	4,26
Самошкин А. [126]	2017	періодичний, 16	0,998	2,28	2,29	1,023	2,76	2,70

Δ і σ - середньарифметичне та стандартне відхилення, ν - коефіцієнт варіації

Підтвердженням сказаного є наступні граничні умови застосування отриманого виразу (3.8).

1. Якщо $l_{si} = 0$, то з виразу (3.6) отримуємо $\sigma_{si} = 0$, а із залежності (3.8) - $\tau_{bmi} = 0$. Водночас функція середніх напружень зчеплення за виразом (3.4) перетворюється у невизначеність виду «0/0». Щоб розкрити отриману невизначеність, виразимо з (3.6) довжину ділянки активного зчеплення l_{si}

$$l_{si} = l_{s,max} \cdot (\sigma_{si} / \sigma_{s,max})^{1/\eta_1} \quad (3.14)$$

та підставимо її в залежність (3.4)

$$\tau_{bm,i} = \frac{\sigma_{si} \cdot \varnothing_s}{4 \cdot l_{s,max} \cdot (\sigma_{si} / \sigma_{s,max})^{1/\eta_1}} \quad (3.15)$$

Після нескладних перетворень отримаємо

$$\tau_{bm,i} = \frac{\varnothing_s \cdot \sigma_{s,max}^{1/\eta_1}}{4 \cdot l_{s,max}} \sigma_{si}^{1-1/\eta_1} \quad (3.16)$$

Вираз (3.16) підтверджує, що за $\sigma_{si} = 0$ середні напруження зчеплення

арматури з бетоном $\tau_{bmi} = 0$.

2. Якщо $\sigma_{si} = \sigma_{s,max} = f_{yk}$, то середні напруження зчеплення за виразом (3.8) досягають своїх граничних значень $\tau_{bmu} = f_{bd}$.

Таким чином, отримана залежність середніх напружень зчеплення арматури з бетоном пристосована до використання на всьому діапазоні деформування залізобетонних елементів.

3.4. Розрахункова модель рівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах

Розбудову узагальненої моделі рівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах та конструкціях будемо здійснювати на базі блокової тришарової моделі зчеплення арматури з бетоном. Щодо самих компонентів контактної системи «арматура – контактний шар – розтягнутий бетон», то їхню взаємодію будемо відтворювати за допомогою силових параметрів згідно наступної схеми [111; 122]

$$N_s \Rightarrow N_{bd} \Rightarrow N_{ct}, \quad (3.17)$$

де зусилля в компонентах вказаної системи є функціями відповідних напружень (рис. 3.7)

$$N_s = f(\sigma_s); \quad N_{bd} = f(\tau_{bm}); \quad N_{ct} = f(\sigma_{ct}). \quad (3.18)$$

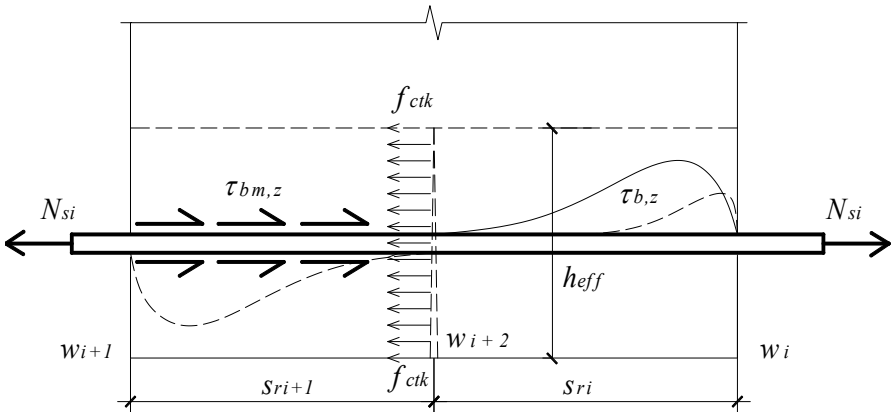


Рисунок 3.7 – До напруженого стану компонентів контактної системи «арматура – контактний шар – розтягнутий бетон»

До моменту завантаження залізобетонного елемента зазначена контактна система знаходиться в рівновазі

$$N_s = N_{bd} = N_{ct} = 0, \quad (3.19)$$

а тому напруження в її компонентах відсутні $\sigma_s = \tau_{bm} = \sigma_{ct} = 0$.

Тобто нелінійна функція середніх напружень зчеплення арматури з бетоном (3.8) є придатною до відтворення початкового стану деформування залізобетонного елемента.

Використання ж іншої залежності, за якою $\tau_{bm} \neq 0$ при $\sigma_s = 0$, є сумнівним, оскільки вже від самого початку закладає порушення рівноваги контактної системи «арматура – контактний шар – розтягнутий бетон».

Прихильники вищевказаної залежності доволі часто посилаються на загальновідому функцію Abrams D. A. [160] та Кузнецова А. Н. [75]

$$\tau(x) = \tau_0 \pm K_1 \cdot \sigma(x). \quad (3.20)$$

Дійсно, за відсутності навантаження, між арматурою та бетоном завжди існують якісь початкові напруження зчеплення $\tau_0 = \tau_{b0} \neq 0$. Спричинені вони, як правило, усадкою (склеюванням) бетону (рис.3.8). Але, водночас, усадка викликає початкові стискуючі напруження і в самій арматурі $\sigma_0 = \sigma_{s0} \neq 0$. Тому в стиснутих елементах напруження зчеплення будуть збільшуватися при зростанні навантаження (за вдвлювання +), а в розтягнутих елементах змінять свій знак (при висмикуванні –) та пройдуть через початок координат ($\sigma_s = 0$; $\tau_{bs} = 0$) графіку $\tau_{bs} - \sigma_s$ (рис. 3.8).

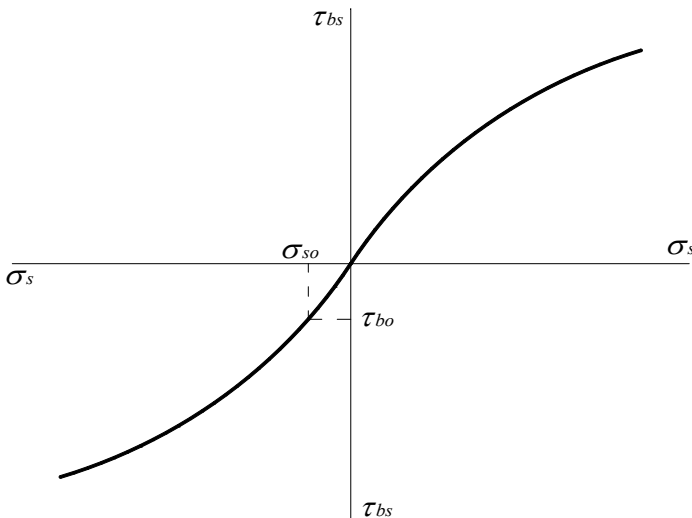


Рисунок 3.8 – Характер аналітичної залежності середніх дотичних напружень зчеплення від нормальних напружень в арматурі

Насправді ж загальна рівновага контактної системи на ділянці активного зчеплення арматури з бетоном завжди зберігається аж до моменту утворення нормальної тріщини

$$N_{s,cr} = N_{bd,cr} = N_{ct,cr}. \quad (3.21)$$

Якщо зважити на сказане та прийняти до уваги узагальнений критерій порушення зчеплення арматури з бетоном (п. 3.2), то за рівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонному елементі можна записати

$$N_{bd,i} = N_{bd,i+1}, \quad (3.22)$$

де $N_{bd,i}$ і $N_{bd,i+1}$ – зусилля активного зчеплення арматурного стержня з бетоном, що відповідають утворенню тріщин попереднього та наступного рівнів відповідно.

При врахуванні виразу (3.2) залежність (3.22) набуває нового вигляду

$$\tau_{bmi} \cdot s_{ri} = \tau_{bmi+1} \cdot s_{ri+1}, \quad (3.23)$$

де s_{ri} і s_{ri+1} – відстані між тріщинами попереднього та наступного рівнів;

τ_{bmi} і τ_{bmi+1} – середні напруження зчеплення арматури з бетоном на ділянках між тріщинами тих же рівнів відповідно.

За результатами експериментальних досліджень у більшості випадків вдається зафіксувати не більше 2...3-х рівнів утворення нормальних тріщин [117]. Згідно (3.23) тріщини двох перших рівнів центрально розтягнутих елементів (рис. 3.9) можна пов'язати між собою за допомогою виразів

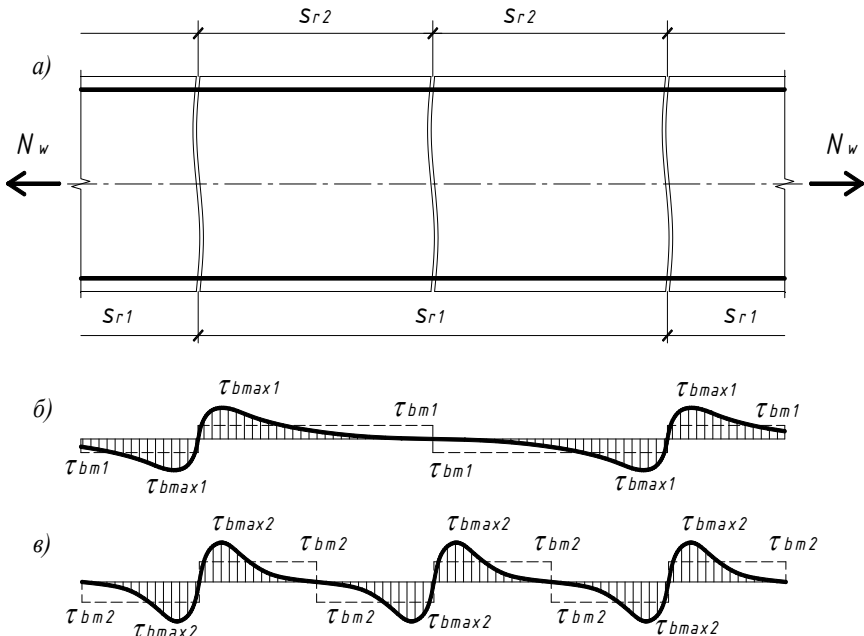


Рисунок 3.9 – Схеми рівневого утворення тріщин (а) та відповідних епюр напружень зчеплення арматури з бетоном (б, в) в центрально розтягнутому залізобетонному елементі

$$s_{r2} = s_{r1} / 2, \quad (3.24)$$

$$\tau_{bm2} = 2 \cdot \tau_{bm1}. \quad (3.25)$$

Згідно виразу (3.8), тріщини першого рівня почнуть утворюватися саме в той момент, коли середні напруження зчеплення арматури з бетоном на ділянках між ними сягатимуть значень [119; 359]

$$\tau_{bm1} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot (\sigma_{s,cr1} / f_{yk})^{1-1/\eta_1}. \quad (3.26)$$

Щодо середніх напружень та деформацій в арматурному стержні, за яких виникатимуть тріщини другого рівня, то їх можна розрахувати за дуже простими залежностями, отриманими з (3.25) та (3.26)

$$\sigma_{s,cr2} = \sigma_{s,cr1} \cdot 2^{\frac{\eta_1}{\eta_1-1}}; \quad (3.27)$$

$$\varepsilon_{s,cr2} = \varepsilon_{s,cr1} \cdot 2^{\frac{\eta_1}{\eta_1-1}}. \quad (3.28)$$

Подібним чином доцільно розраховувати середні напруження зчеплення арматури з бетоном на ділянках між нормальними тріщинами третього рівня

$$\tau_{bm3} = 2 \cdot \tau_{bm2} = 4 \cdot \tau_{bm1} \quad (3.29)$$

та відповідні значення середніх напружень і деформацій в арматурі

$$\sigma_{s,cr3} = \sigma_{s,cr1} \cdot 4^{\frac{\eta_1}{\eta_1-1}}; \quad (3.30)$$

$$\varepsilon_{s,cr3} = \varepsilon_{s,cr1} \cdot 4^{\frac{\eta_1}{\eta_1-1}}. \quad (3.31)$$

З аналізу виразів (3.30) і (3.31) слідує, що в експлуатаційній стадії третій рівень утворення нормальних тріщин є малоймовірним, так як вже за деформацій $\varepsilon_{s,cr3} \approx (4 \dots 8) \cdot \varepsilon_{s,cr1}$ напруження в арматурі прямують до межі текучості.

Для згинальних залізобетонних елементів, де нерівномірність утворення та розміщення нормальних тріщин є очевидною (рис. 3.10), залежність (3.23) також залишається справедливою, набуваючи вигляду

$$\tau_{bmi+1,j} \cdot s_{ri+1,j} = \tau_{bmi+1,j+1} \cdot s_{ri+1,j+1}, \quad (3.32)$$

де $s_{ri+1,j}$ і $s_{ri+1,j+1}$ – відстані від тріщини наступного рівня до тріщин попереднього рівня справа та зліва від неї, відповідно;

$\tau_{bmi+1,j}$ і $\tau_{bmi+1,j+1}$ – середні напруження зчеплення арматури з бетоном на ділянках між тріщиною наступного рівня і тріщинами попереднього рівня справа та зліва від неї, відповідно.

Приміром, для нормальних тріщин другого рівня (рис. 3.10), вираз (3.32) можна записати у вигляді

$$\tau_{bm1,1} \cdot S_{r2,1} = \tau_{bm1,2} \cdot S_{r2,2} \cdot \quad (3.33)$$

Таким чином, залежності (3.23), (3.32) та (3.33) дозволяють відтворити безпосередній зв'язок узагальненої моделі рівневого утворення тріщин з питаннями зчеплення арматури з бетоном.

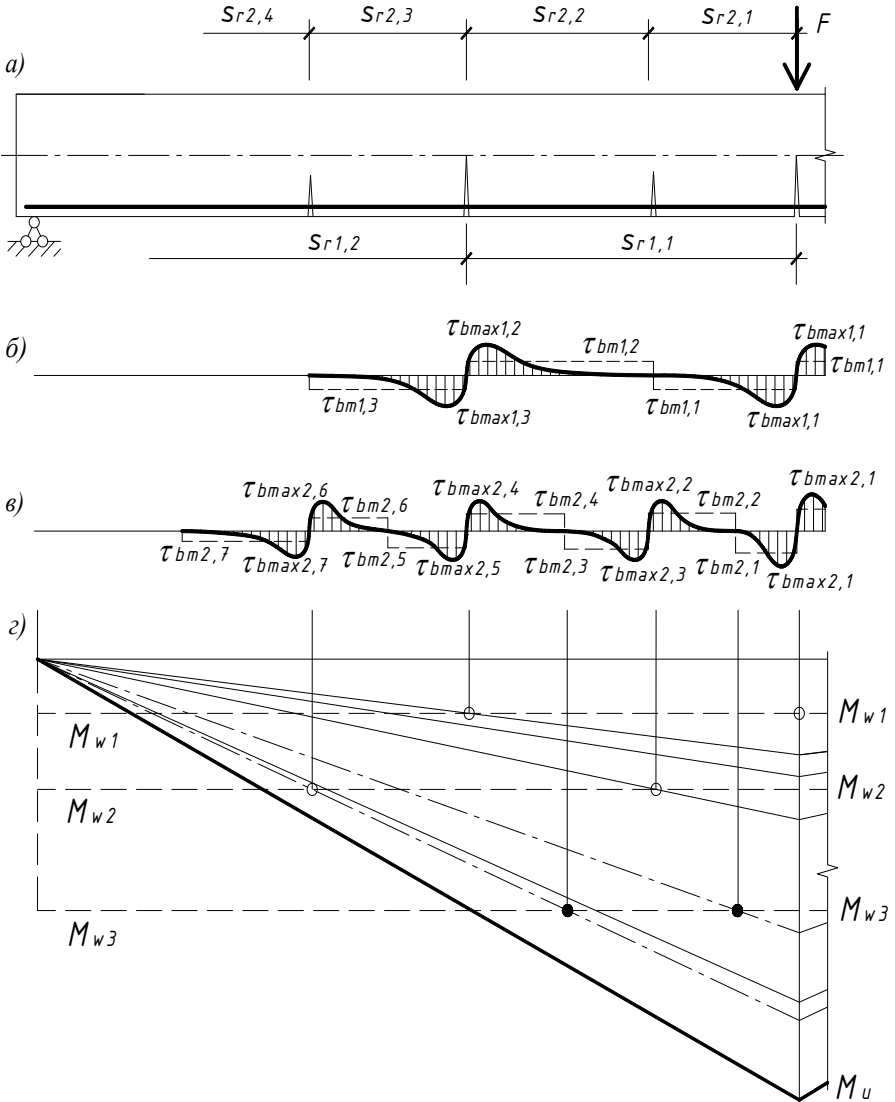


Рисунок 3.10 – Схеми рівневого утворення тріщин (а), відповідних епюр напружень зчеплення (б, в) та моментів (з) в згинальному елементі

Інакше кажучи, процес утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах та конструкціях пропонується регламентувати за визначальними параметрами зчеплення арматури з бетоном. Це дозволить розбудувати узагальнену теорію зчеплення арматури з бетоном у складі загальної моделі рівневого утворення нормальних тріщин зокрема та універсальної деформаційно-силової моделі опору залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам віщолу. Що ж до розбудови узагальненої моделі рівневого утворення нормальних тріщин, то тут особливу увагу належить відвести розрахункам відстаней між ними.

3.5. Методика розрахунку відстаней між нормальними тріщинами за локальним порушенням зчеплення арматури з бетоном

3.5.1. Центральнo розтягнуті елементи

Використовуючи вищенаведену модель рівневого утворення нормальних тріщин, крок між суміжними нормальними тріщинами s_{ri} будемо розраховувати за рівновагою максимальних зусиль в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr} = f(\varepsilon_{ctu})$ та зусиль активного зчеплення арматури з бетоном $N_{bd,cr}$ на ділянці їх активної взаємодії. Зважаючи на сказане, відстань між суміжними тріщинами першого рівня на рівні центру ваги розтягнутої арматури, за нормальних в ній напружень $\sigma_{s,cr1}$, доцільно визначати за виразом [116; 357]

$$s_{r1} = \frac{\varnothing_s}{4 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot (\sigma_{s,cr1} / f_{yk})^{1-1/\eta_1}} \cdot \frac{N_{ct,cr}}{A_s} \quad (3.34)$$

Так як для центрально розтягнутих залізобетонних елементів (рис. 3.9) $N_{ct,cr} = f_{ctk} \cdot A_{ct,cr}$, то крок вказаних нормальних тріщин залишатиметься обернено пропорційним до коефіцієнта їх поздовжнього армування $\rho_{l,t} = A_s / A_{ct,cr}$

$$s_{r1} = \varnothing_s / (4 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot (\sigma_{s,cr1} / f_{yk})^{1-1/\eta_1} \cdot \rho_{l,t}) \quad (3.35)$$

Зважаючи, що відстань між тріщинами другого рівня зменшується вдвічі $s_{r2} = s_{r1} / 2$, напруження в арматурі, за яких почнуть утворюватися ці тріщини, можна розрахувати згідно наступної залежності [123; 357]

$$\sigma_{s,cr2} = f_{yk} \cdot \left(\frac{\varnothing_s}{2 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot s_{r1} \cdot \rho_{l,t}} \right)^{\frac{\eta_1}{\eta_1-1}} \quad (3.36)$$

Оскільки відстані між тріщинами третього рівня теж зменшуються вдвічі

$s_{r3} = s_{r2} / 2$, то напруження в арматурі, що відповідають початку їх утворення, теж можна розрахувати за аналогічним виразом

$$\sigma_{s,cr3} = f_{yk} \cdot \left(\frac{\varnothing_s}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot s_{r1} \cdot \rho_{l,t}} \right)^{\frac{\eta_1}{\eta_1 - 1}}. \quad (3.37)$$

3.5.2. Згинальні залізобетонні елементи

Відстань між суміжними нормальними тріщинами першого рівня $s_{r1,1}$ в згинальних залізобетонних елементах (рис. 3.10, *a*) теж доцільно розраховувати за виразом (3.34). Щодо максимальних зусиль в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr} = f(\varepsilon_{ctu})$, то їх слід визначати за розв'язком загальноновизначаної системи співвідношень МДТТ [105; 115; 363]

$$\left. \begin{aligned} & \bullet \text{ статичних } M = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s), \quad N = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s); \\ & \bullet \text{ геометричних } 1/r = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s); \\ & \bullet \text{ фізичних } \sigma_c = f(\varepsilon_c), \quad \sigma_{ct} = f(\varepsilon_{ct}), \quad \sigma_s = f(\varepsilon_s). \end{aligned} \right\} \quad (3.38)$$

Для прискорення самих розрахунків, що є ітераційними, її доцільно доповнювати аналітичною залежністю діаграми стану елемента $M - (1/r)$ та узагальненою функцією граничних деформацій стиснутого бетону $\varepsilon_{cu} = f(\varepsilon_{si}, \rho_{li}, x_{si}, m_h, m_b)$ в залізобетонному елементі [102].

Водночас варто зауважити, що розраховане в подібний спосіб зусилля в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr}$ мусить прийматися не меншим мінімального значення, обмеженого зусиллям активного зчеплення $N_{bd,cr}$. Розрахунок останнього слід виконувати згідно наступних застережень.

На думку багатьох дослідників [168; 191; 256; 293; 327; 383; 404] зону активного зчеплення арматури з бетоном доцільно обрамлювати круговою бетонною оболонкою, діаметр якої варто обмежувати 5-ма діаметрами арматурного стержня. Тому мінімальна площа розтягнутого бетону $A_{ct,cr \min}$ повинна обчислюватися з урахуванням схеми розміщення арматури в перерізі елемента. Зокрема, для схем армування, наведених на рис. 3.11, мінімальну площу перерізу розтягнутого бетону $A_{ct,cr}$ слід розраховувати за нижченаведеними формулами [120]

$$A_{ct,cr} = n_s \cdot (a_1 + a_2) \cdot (b_1 + b_2); \quad (3.39)$$

$$A_{ct,cr} = b_n \cdot (a_1 + a_d + a_2), \quad (3.40)$$

де $a_1 \leq 2,5 \cdot \varnothing_s$, $b_1 \leq 2,5 \cdot \varnothing_s$, $a_2 = b_2 = 2,5 \cdot \varnothing_s$.

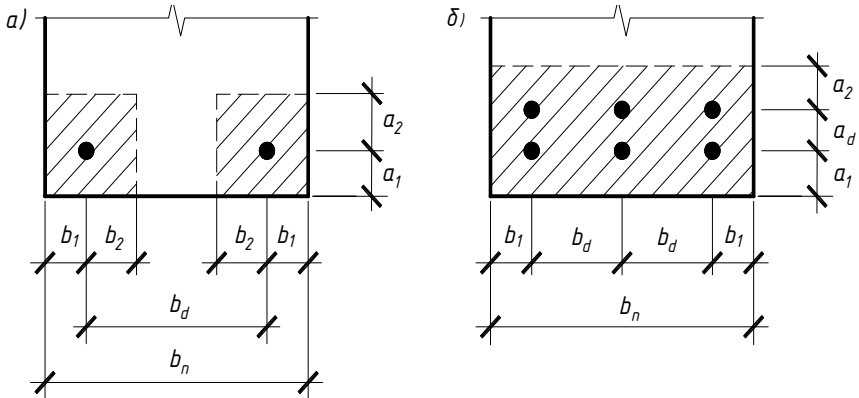


Рисунок 3.11 – До розрахунку площі поперечного перерізу розтягнутого бетону в зоні активного зчеплення з арматурою для випадків: а) $b_d > 5 \cdot \varnothing_s$;
 б) $b_d \leq 5 \cdot \varnothing_s$ ($a_d \leq 5 \cdot \varnothing_s$)

Так як нормальні напруження в арматурі на ділянках між тріщинами є змінними, то середні напруження зчеплення арматури з бетоном на цих ділянках теж будуть різними. Інакше кажучи можна стверджувати, що відстані між нормальними тріщинами нових та попередніх рівнів утворення (рис. 3.12) завжди різнитимуться між собою.

Таким чином, в пропонованій моделі рівневого утворення нормальних тріщин загальний критерій порушення зчеплення арматури з бетоном дозволяє зв'язати відстань між тріщинами безпосередньо з середніми напруженнями зчеплення арматури з бетоном наступними виразами

$$s_{ri+1,j} = \frac{S_{ri,j} \cdot \tau_{bmi+1,j+1}}{\tau_{bmi+1,j} + \tau_{bmi+1,j+1}} ; \quad (3.41)$$

$$s_{ri+1,j+1} = \frac{S_{ri,j} \cdot \tau_{bmi+1,j}}{\tau_{bmi+1,j} + \tau_{bmi+1,j+1}} , \quad (3.42)$$

де j – номер тріщини (зазвичай $j = 1$) відповідного рівня їх утворення – i .

Приміром, відстані від суміжних тріщин першого рівня до нової тріщини другого рівня (рис. 3.12, а) можна розрахувати за нижченаведеними виразами

$$s_{r2,1} = \frac{S_{r1,1} \cdot \tau_{bm2,2}}{\tau_{bm2,1} + \tau_{bm2,2}} ; \quad (3.43)$$

$$s_{r2,2} = \frac{S_{r1,1} \cdot \tau_{bm2,1}}{\tau_{bm2,1} + \tau_{bm2,2}} , \quad (3.44)$$

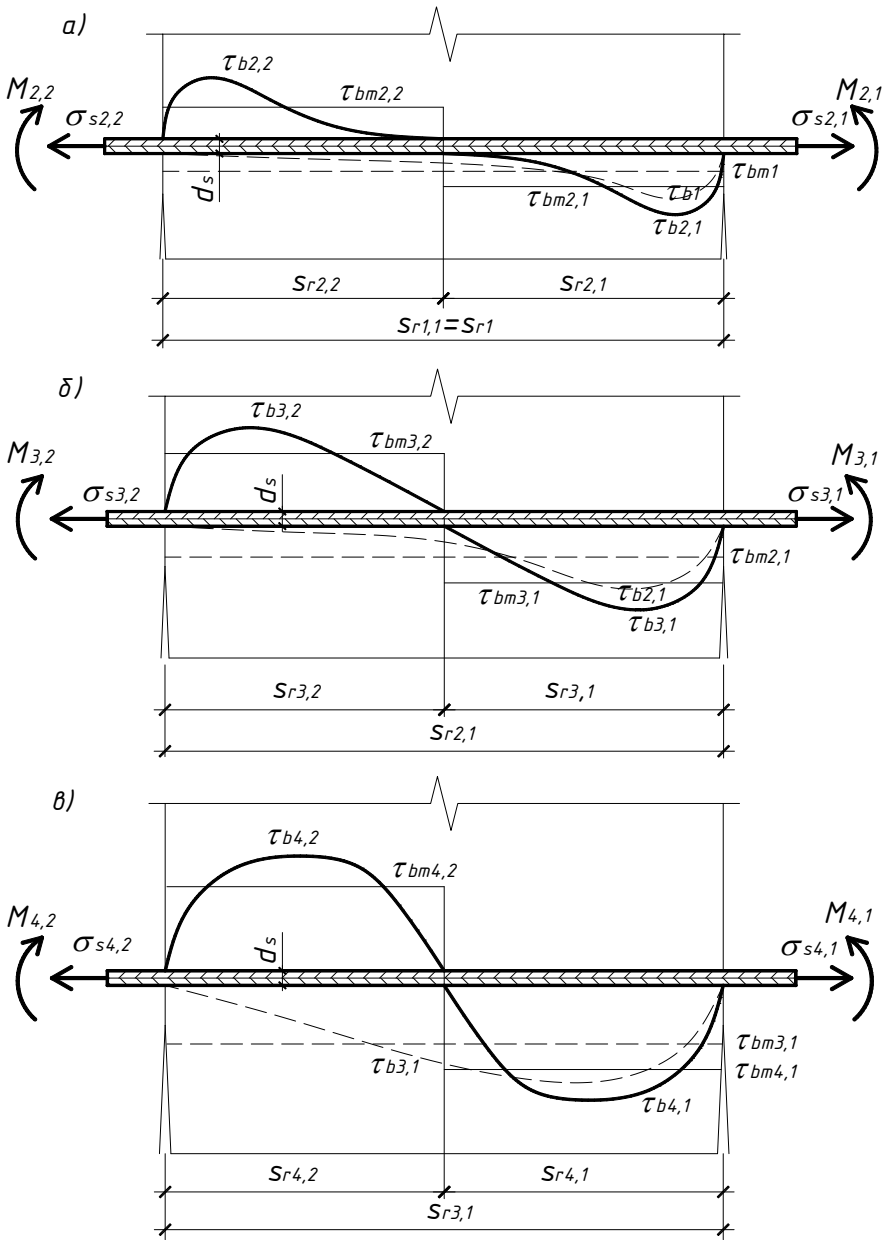


Рисунок 3.12 – Стадії в зміні напружень зчеплення арматури з бетоном в згинальному залізобетонному елементі після утворення тріщин першого (а), другого (б) та третього (в) рівнів

що отримані з рівності зусиль зчеплення арматури з бетоном (3.22) по обидва боки від ймовірної тріщини другого рівня

$$s_{r2,1} = s_{r2,2} \cdot \tau_{bm2,2} / \tau_{bm2,1} \cdot \quad (3.45)$$

Подібним чином можна розраховувати всі інші відстані між суміжними тріщинами попередніх та наступних рівнів їх утворення (рис. 3.12, б, в). Якщо для згинальних елементів обмежитися 3-ма рівнями утворення нормальних тріщин, то для останнього будуть справедливі вирази

$$s_{r3,1} = \frac{s_{r2,1} \cdot \tau_{bm3,2}}{\tau_{bm3,1} + \tau_{bm3,2}}; \quad (3.46)$$

$$s_{r3,2} = \frac{s_{r2,1} \cdot \tau_{bm3,1}}{\tau_{bm3,1} + \tau_{bm3,2}}, \quad (3.47)$$

що теж отримані з рівності зусиль зчеплення арматури з бетоном (3.22) по обидва боки від ймовірної тріщини третього рівня

$$s_{r3,1} = s_{r3,2} \cdot \tau_{bm3,2} / \tau_{bm3,1} \cdot \quad (3.48)$$

3.6. Розрахунок ширини розкриття нормальних тріщин

За гіпотезою Томаса [386] ширина розкриття нормальних тріщин є не чим іншим, як інтегральним накопичення взаємних зміщень бетону і арматури

$$w_k = 2 \int_0^{0,5s_r} \varepsilon_\tau(z) dz \cdot \quad (3.49)$$

У більшості випадків її розрахунок з вказаних позицій і досі залишається декларативним. Основна проблема полягає в тому, що залежність взаємних зміщень бетону і арматури

$$\varepsilon_\tau(z) = \varepsilon_s(z) - \varepsilon_{ct}(z) \quad (3.50)$$

є доволі складною і в загальному випадку не може бути описана єдиною функцією. За таких обставин безпосереднє інтегрування виразу (3.49) стає вкрай складним і навіть практично неможливим. Однак розрахунок ширини розкриття найбільш небезпечної тріщини можна дещо спростити та виконати з позицій послідовного накопичення взаємних зміщень арматури і бетону за наступною формулою [120]

$$w_k = s_{r1} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ctm}) - \dots - s_{ri} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{sm,cri} - \varepsilon_{ctm}), \quad (3.51)$$

де ε_{sm} – повні значення середніх деформацій розтягнутої арматури на ділянці між суміжними тріщинами;

ε_{ctm} – середні деформації розтягнутого бетону на тій же ділянці;

s_{ri} – крок між суміжними тріщинами на i -му рівні їх утворення;

$\varepsilon_{sm,cri}$ – середні деформації розтягнутої арматури на ділянці між суміжними

тріщинами на момент появи тріщин нового рівня ($i = 2 \dots n$).

Якщо врахувати, що в експлуатаційній стадії можливе утворення тріщин лише 1...2-го рівнів, то вираз (3.51) набере остаточного вигляду [117]

$$w_k = s_{r1} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{ctm}) - s_{r2} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{sm,cr2} - \varepsilon_{ctm}), \quad (3.52)$$

де $\varepsilon_{sm,cr2}$ – середні деформації розтягнутої арматури на найбільш напруженій ділянці між суміжними тріщинами на момент появи тріщин другого рівня.

Загалом середні деформації розтягнутої арматури варто визначати прямо з діаграми стану залізобетонного елемента $M - (1/r)$, тобто розраховувати безпосередньо за його кривою в осередненому перерізі блоку, виділеного між суміжними тріщинами $\varepsilon_{sm,i} = f(1/r)$. Що ж до середніх деформацій розтягнутого бетону на тій же ділянці між суміжними тріщинами ε_{ctm} , то їх доцільно розраховувати на рівні центру ваги розтягнутої арматури за наступним виразом [102]

$$\varepsilon_{ctm} = 2/3 \cdot \varepsilon_{ctu} \cdot (d - x)/(h_n - x) \approx 0,5 \cdot \varepsilon_{ctu}, \quad (3.53)$$

де d – робоча висота поперечного перерізу залізобетонного елемента;

x – висота стиснутої зони бетону;

h_n – повна висота поперечного перерізу того ж залізобетонного елемента (рис. 3.13).

Для центральних розтягнутих залізобетонних елементів та для згинальних елементів у зоні чистого згину різницею зусиль в розтягнутій арматурі у перерізах з суміжними тріщинами можна знехтувати ($\Delta\sigma_s = 0$). Тоді вираз (3.52) для вказаних елементів за $s_{r2} = s_{r1}/2$ набуде наступного вигляду

$$w_k = s_{r2} \cdot (\varepsilon_{sm} + \varepsilon_{sm,cr2} - \varepsilon_{ctm}). \quad (3.54)$$

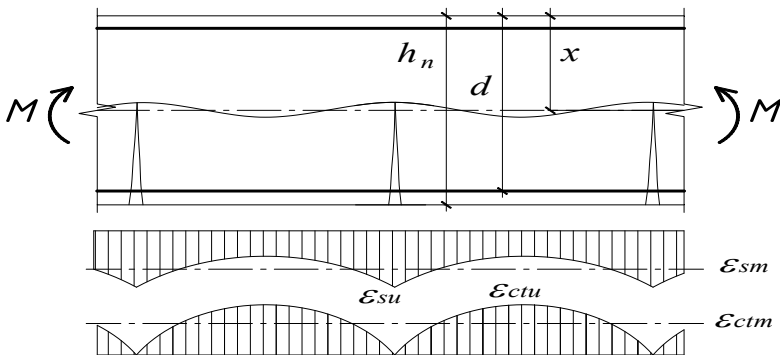


Рисунок 3.13 – До визначення осереднених деформацій розтягнутого бетону і арматури на ділянці їх зчеплення між суміжними тріщинами

3.7. Загальна методика розрахунку рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах

Загалом розрахунок багаторівневого утворення нормальних тріщин пропонується виконувати шляхом розв'язку розширеної за рахунок екстремальних (математичних) критеріїв Ферма загальновідомої системи співвідношень МДТТ [102; 361]:

$$\left. \begin{aligned} & \bullet \text{ статичних } M = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s), N = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s) \text{ з} \\ & \text{екстремальним критерієм несучої здатності } dM / d(1/r) = 0; \\ & \bullet \text{ геометричних } 1/r = f(\varepsilon_c, \varepsilon_{ct}, \varepsilon_s) \text{ з гіпотезою плоских перерізів;} \\ & \bullet \text{ фізичних } \sigma_c = f(\varepsilon_c), \sigma_{ct} = f(\varepsilon_{ct}), \sigma_s = f(\varepsilon_s) \text{ з} \\ & \text{екстремальними критеріями міцності матеріалів } d\sigma_c / d\varepsilon_c = 0, \\ & d\sigma_{ct} / d\varepsilon_{ct} = 0 \end{aligned} \right\} (3.55)$$

Зауважимо, що з метою розкриття статичної невизначеності цієї системи та прискорення ітераційних розрахунків її рекомендується доповнювати аналітичною залежністю діаграми стану елемента $M - (1/r)$ та функцією граничних деформацій стиснутого бетону $\varepsilon_{cu} = f(\varepsilon_{si}, \rho_{li}, x_{si}, m_h, m_b)$ [102].

В цілому розрахунок багаторівневого утворення нормальних тріщин пропонується виконувати у наступній послідовності.

1. Розраховуємо граничні деформації розтягнутого бетону ε_{ctu} . Тут можливі два шляхи розв'язку.

У першому наближенні граничні деформації розтягнутого бетону приймаються згідно чинних норм [46] за дуже простим виразом $\varepsilon_{ctu} = 2 \cdot f_{ctk} / E_{c0}$. В подальшому їх значення уточнюються в процесі ітераційних розрахунків.

Для зменшення об'єму ітераційних розрахунків граничні деформації розтягнутого бетону ε_{ctu} , що відповідають утворенню першої тріщини першого рівня, доцільно визначати за більш складними залежностями [102], отриманими згідно екстремального критерію несучої здатності розтягнутого

$$\text{бетону } \frac{dM_{ct}}{d(1/r)} = 0.$$

2. Максимальне зусилля зчеплення арматури з бетоном N_{bd} обмежують максимально можливим зусиллям в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr}$, визначеним за його граничними деформаціями ε_{ctu} .

Загалом же зусилля в розтягнутому бетоні залежать від прийнятої діаграми його деформування $\sigma_{ct} - \varepsilon_{ct}$. Із найпростіших пропонується приймати прямокутну діаграму або білінійну діаграму Прандтля.

При використанні дробово-лінійної функції, аналогічної до діаграми Єврокод-2 [235] для стиснутого бетону $\sigma_c - \varepsilon_c$, зусилля в розтягнутому бетоні $N_{ct,cr}$ необхідно розраховувати за наступною залежністю

$$N_{bd} = N_{ct,cr} = \frac{b_n}{1/r} \int_{-\varepsilon_{ctu}}^0 \frac{E_{c0} \cdot \varepsilon_{ct} - b_t \cdot \varepsilon_{ct}^2}{1 + c_t \cdot \varepsilon_{ct}} d\varepsilon_{ct} = \frac{b_n}{1/r_{cr}} \cdot \frac{(E_{c0} \cdot c_t + b_t)}{c_t^3} \times \\ \times (-\varepsilon_{ctu}^2 \frac{b_t \cdot c_t^2}{2 \cdot (E_{c0} \cdot c_t + b_t)} + \varepsilon_{ctu} \cdot c_t - \ln(1 + c_t \cdot \varepsilon_{ctu})), \quad (3.56)$$

де b_t, c_t – параметри, що відображають міцнісні та деформаційні характеристики розтягнутого бетону в ДСМ [102]

$$b_t = \frac{3 \cdot E_{c0} \cdot f_{ctk}}{3 \cdot f_{ctk} + (9 \cdot E_{c0} - E_{c0} \cdot f_{ctk}) \cdot 10^{-5}}; \quad c_t = E_{c0} - 2 \cdot b_t. \quad (3.57)$$

Отримане зусилля зчеплення арматури з бетоном повинно бути не менше мінімального значення

$$N_{bd} \geq A_{ct,cr \min} \cdot f_{ctk}, \quad (3.58)$$

де мінімальну площу розтягнутого бетону в зоні активного зчеплення з арматурою $A_{ct,cr \min}$ розраховують за формулами (3.39) та (3.40).

3. Середні напруження зчеплення арматури з бетоном τ_{bm1} на ділянці між першою та ймовірною другою нормальною тріщиною першого рівня розраховують за виразом (3.26).

4. Визначають відстані між вищевказаними тріщинами першого рівня s_{r1} в елементах: центрально розтягнутих – за формулою (3.35); згинальних – за виразом (3.34).

5. Відстані між суміжними нормальними тріщинами попередніх $s_{ri+1,j}$ та наступних $s_{ri+1,j+1}$ рівнів обчислюють за формулами (3.41)... (3.48).

6. Розраховують середні деформації арматури $\varepsilon_{sm,i}$ між суміжними тріщинами в елементах: центрально розтягнутих – за виразами (3.28) та (3.31); згинальних – на основі діаграм стану залізобетонного елемента « $M - 1/r$ » за кривою його осередненого перерізу в блоці між вказаними тріщинами $\varepsilon_{sm,i} = f(1/r)$.

7. За виразом (3.53) обчислюють середні деформації розтягнутого бетону на ділянках між суміжними нормальними тріщинами ε_{ctm} .

8. Загальна ширина багаторівневого розкриття небезпечної, як правило магістральної, нормальної тріщини розраховують за формулами (3.51), (3.52) або (3.54).

Запропонована методика розрахунку рівневого утворення нормальних тріщин є дуже простою як для центрально розтягнутих, так і для згинальних елементів із зоною чистого згину. Обумовлено це тим, що для вказаних елементів можна знехтувати різницею напружень в арматурі у перерізах з суміжними тріщинами за наперед відомої відстані між тріщинами нового рівня $s_{ri+1} = s_{ri} / 2$.

Загалом же розроблена методика розрахунку рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах повністю відображена в алгоритмах, наведених в додатках А.2 і А.3.

3.8. Спрощена методика розрахунку рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин

Запропонована методика розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів конструкцій може бути ще більше спрощена за використання низки наступних рекомендацій.

1. В деформаційно-силовій моделі бетон розтягнутої зони, навіть після утворення нормальних тріщин, продовжують розглядати у вигляді квазісуцільного тіла з пониженою міцністю, обернено пропорційною до відносного видовження розтягнутої грані залізобетонного елемента ε_t [102]

$$\sigma_{ct} = f_{ctd} \cdot (\varepsilon_{ct1} / \varepsilon_t)^c, \quad (3.59)$$

де c – параметр, яким характеризується робота розтягнутого бетону після утворення в ньому нормальних тріщин та залежить від відсотка армування зазначеного бетону ρ_{lt} (%)

$$c = 1 / \rho_{lt}. \quad (3.60)$$

Так як для осередненого перерізу в блоці між нормальними тріщинами залишається справедливою гіпотеза плоских перерізів, то в практичних розрахунках рекомендується враховувати вплив нерозтрісканої частини розтягнутого бетону осередненої висоти

$$x_{ct} \approx 0,55 \cdot \frac{\varepsilon_s}{1/r}, \quad (3.61)$$

де x_{ct} – осереднена висота нерозтрісканої частини розтягнутого бетону, рівна

$$x_{ct} = x_t / 2;$$

x_t – висота розтягнутої частини осередненого перерізу елемента, що рівна

$$x_t = \varepsilon_t / (1/r);$$

$1/r$ – кривина осередненого перерізу залізобетонного елемента;

ε_t – відносне видовження розтягнутої грані залізобетонного елемента,

виражене через деформації розтягнутої арматури $\varepsilon_t \approx 1,1 \cdot \varepsilon_s$.

2. Корируючий параметр осередненої кривини, що враховує її зростання із-за розтріскування бетону розтягнутої зони, в ДСМ [102] визначають за виразом

$$\psi_{\rho} = 1 + \frac{\rho_{lt}}{\alpha_s} \cdot \frac{M_{Ed}}{M_u} \cdot \left(1 - \frac{M_{Ed}}{M_u}\right), \quad (3.62)$$

де α_s – відносне значення модуля пружності арматури, $\alpha_s = E_s / 210000$;
 ρ_{lt} – відсоток поздовжнього армування розтягнутої зони перерізу елемента, %.

Для скорочення ітераційних процедур співвідношення ρ_{lt} / α_s у формулі (3.62) пропонується замінити сталим значенням $\rho_{lt} / \alpha_s = 3$, що є близьким до раціонального відсотка армування залізобетонних елементів і конструкцій $\rho_{lt} \approx 1,5\%$ при $x_c \approx h/3 \dots h/2$ [120].

3. Площу перерізу розтягнутого бетону в зоні активного зчеплення з арматурою рекомендується приймати за мінімальним значенням згідно рис. 3.11 та виразів (3.39) або (3.40).

4. Крок та ширину розкриття нормальних тріщин в експлуатаційній стадії рекомендується розраховувати не за змінною функцією середніх напружень зчеплення арматури з бетоном (3.8), а за сталими осередненими значеннями вказаних напружень

$$\tau_{bm} = f_{bd} / 2 = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} / 2. \quad (3.63)$$

3.9. Висновки

Наведені результати досліджень дозволяють зробити наступні висновки.

1. Пов'язування загальної моделі багаторівневого утворення нормальних тріщин з узагальненою моделлю зчеплення арматури з бетоном дозволяє регламентувати розрахунок найважливіших характеристик тріщиностійкості залізобетонних елементів за основними параметрами зчеплення арматури з бетоном.

2. Головним критерієм, за яким можна доволі просто визначити місце утворення нормальних тріщин, можуть виступати зусилля зчеплення арматури з бетоном. Їх максимальні значення не можуть перевищувати граничних зусиль в розтягнутому бетоні $N_{bd} = N_{ct,cr}$.

3. Розрахунок зусиль зчеплення арматури з бетоном за функцією середніх напружень можна вважати цілком виправданим в інженерних розрахунках залізобетонних елементів.

4. Граничні зусилля зчеплення арматури з бетоном, що відповідають утворенню тріщин попереднього та наступного рівнів, залишаються незмінними та рівними між собою, а середні напруження зчеплення арматури з бетоном на ділянках між тріщинами попереднього та наступного рівнів є

обернено пропорційними до відстаней між цими тріщинами.

5. Для згинальних елементів характерним є те, що середні напруження зчеплення арматури з бетоном на ділянках між тріщинами попереднього та наступного рівнів завжди будуть різними, так само як і відстані між ними.

6. Рівень середніх напружень зчеплення арматури з бетоном залежить не тільки від рівня нормальних напружень в самій арматурі, але й від відносної довжини ділянки її активного зчеплення з бетоном.

7. Нелінійна функція середніх напружень зчеплення арматури з бетоном є пріоритетною для деформаційно-силової моделі, оскільки не накладає ніяких обмежень на її використання та дозволяє оцінювати взаємодію арматури з бетоном на всіх стадіях деформування залізобетонного елемента.

8. Комплексне використання запропонованого силового критерію локального порушення зчеплення арматури з бетоном $N_{bd} = N_{ct,cr}$, разом з екстремальним критерієм утворення нормальних тріщин $dM_{ct}/d(1/r) = 0$, дозволяє описувати процеси рівневого тріщиноутворення в залізобетонних елементах на будь-якій стадії їх деформування.

9. Розроблена модель рівневого утворення нормальних тріщин дозволяє розраховувати ширину розкриття нормальних тріщин за їх рівневим накопиченням без прямого інтегрування функції взаємних зміщень арматури і бетону на ділянці їх активного зчеплення.

10. Спрощена методика розрахунку рівневого утворення нормальних тріщин, яка дозволяє повністю уникнути ітераційних операцій у розрахунках центрально розтягнутих та згинальних залізобетонних елементів із зоною чистого згину, може слугувати основою для експрес-методів розрахунку параметрів тріщиностійкості зазначених елементів.

РОЗДІЛ 4

МЕТОДИКА ТА ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ РІВНЕВОГО УТВОРЕННЯ НОРМАЛЬНИХ ТРІЩИН

4.1. Програма випробувань, матеріали та дослідні зразки

Задля досягнення поставленої мети та розв'язання низки завдань, окреслених даними дослідженнями, було заплановано виготовлення наступних дослідних зразків: бетонних призм, коротких арматурних стержнів, залізобетонних балок та призматичних елементів прямокутного перерізу для їх осьового завантаження. Основна мета та об'єм випробування зразків кожного типу наведені в табл. 4.1.

Таблиця 4.1 – Основна мета та об'єм експериментальних досліджень

№ з/п	Тип та розміри зразків	К-ть, шт.	Основна мета випробування зразків
1.	Призми ПС, 10х10х40 см	3	Міцність та модуль пружності стиснутого бетону на момент випробування основних зразків (залізобетонних балок та призматичних елементів)
2.	Призми ПР, 10х10х60 см	3	Міцність бетону за осьового розтягу на момент випробування основних зразків
3.	Призматичні елементи ПАз, 10х10х50 см	3	Тріщиностійкість центрально розтягнутих залізобетонних елементів до повної втрати зчеплення арматури з бетоном
4.	Призматичні елементи ПАР, 10х10х50 см	3	Багаторівневе утворення нормальних тріщин в центрально розтягнутих залізобетонних елементах
5.	Балки Б, 20х10 см, $l = 200$ см	3	Багаторівневе утворення нормальних тріщин в згинальних залізобетонних елементах

Експериментальні дослідження основних зразків підпорядковувались виявленню загальних закономірностей багаторівневого утворення і розкриття нормальних тріщин в залізобетонних центрально розтягнутих та згинальних елементах з урахуванням особливостей зчеплення арматури з бетоном.

Міцнісні та деформативні характеристики бетону і арматури в досліджуваних балках та призматичних зразках передбачалось контролювати за результатами випробування: бетонних призм розмірами 10х10х40см і 10х10х60см та коротких арматурних стержнів довжиною 50см.

В призматичних зразках типу ПАз центральний стержень серпоподібного профілю діаметром 10 мм з арматури класу А500С був розрізаний посередині. Залізобетонна обійма навколо нього створювалась за допомогою просторового каркасу з 4-х поздовжніх стержнів гладкого профілю діаметром

6 мм класу А240С та гнутих замкнутих хомутив діаметром 4мм класу Вр-I, розмішених з кроком 90 мм (рис. 4.1, а).

Всі зразки типу ПАр армувалися лише одним центрально розташованим в поперечному перерізі елемента стержнем діаметром 10 мм класу А500С (рис. 4.1, б).

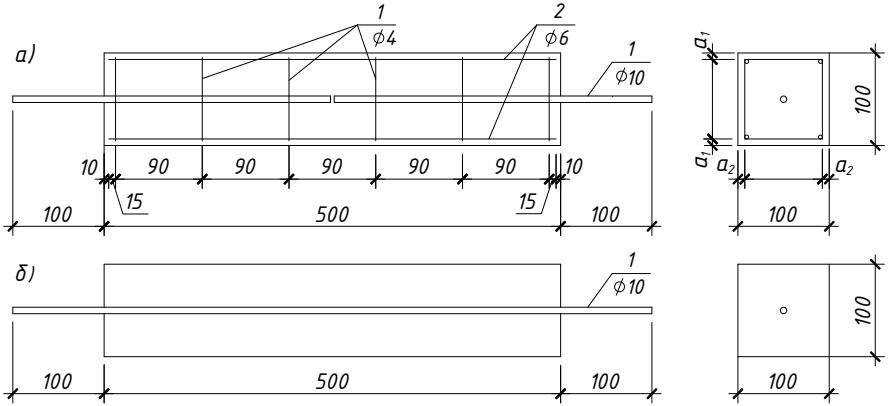


Рисунок 4.1 – Розміри та схеми армування призмових зразків типу:
а) - ПАз; б) - ПАр

Всі зразки залізобетонних балок в нижній зоні були армовані двома поздовжніми стержнями діаметром 10 мм класу А500С. Поперечну арматуру у вигляді гнутих замкнутих хомутив діаметром 4мм класу Вр-I, розмішених з кроком 100мм, було встановлено на припорних ділянках поза зоною чистого згину. Верхня конструктивна арматура в зазначеній зоні була такою ж (рис. 4.2).

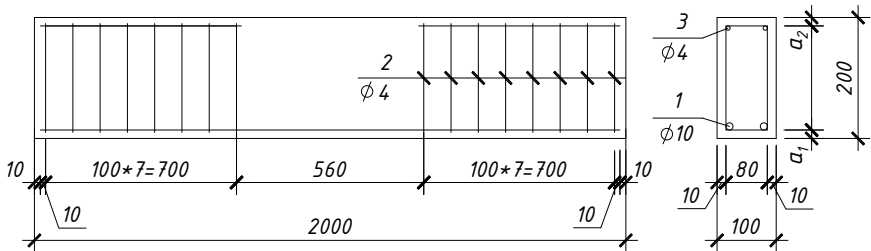


Рисунок 4.2 – Розміри та схема армування дослідних залізобетонних балок Б

Для виготовлення всіх основних залізобетонних і допоміжних бетонних зразків використовувалася бетонна суміш однакового складу (табл. 4.2). Важкий бетон класу С20/25 було отримано за допомогою наступних компонентів: в'язучого – шлакопортландцементу марки 500 Здолбунівського

ПАТ «Волинь-цемент»; крупного заповнювача – щебню фракцій 5...10 мм Вирівського кар'єру Рівненської області; дрібного заповнювача – кварцового піску з модулем крупності 1,6...1,9 Полянського кар'єру Славутського району Хмельницької області.

Таблиця 4.2 – Склад бетону дослідних зразків

Компоненти	Цемент, кг	Пісок, кг	Щебінь, кг	Вода, л
Витрати на м ³	330	700	1180	210

Виготовлення бетонної суміші та бетонування всіх дослідних зразків здійснювалося в лабораторних умовах. Для одночасного формування основних та допоміжних зразків було використано комплект спеціальних металевих форм. Дослідні зразки всіх залізобетонних балок (рис. 4.3) та бетонних призм типу ПС бетонувалися у горизонтальному положенні, а призмові зразки типу ПР, ПАЗ та ПАр формувалися у вертикальному положенні (рис. 4.4). Ущільнення бетонної суміші відбувалося на спеціальному вібромайданчику.

а)



б)



Рисунок 4.3 – До виготовлення залізобетонних балок: а) металеві форми з арматурними каркасами; б) загальний вигляд розпалублених балок



Рисунок 4.4 – До виготовлення довгих призмових зразків (500...600мм)

Твердіння (тужавіння) бетону проходило за нормальних умов у науковій лабораторії кафедри промислового, цивільного будівництва та інженерних споруд НУВГП. Підготовка всіх експериментальних зразків до випробувань розпочиналася лише після досягнення ними 28 денного віку. Найбільш важливі геометричні характеристики всіх основних дослідних зразків наведені в табл. 4.3.

Таблиця 4.3 – Геометричні характеристики основних дослідних зразків

Зразки		L , мм	b , мм	h , мм	a_1 , мм	a_2 , мм	A_s , см ²
тип	шифр						
Призми	ПА-1з	500	102	102	11	12	0,785 (1,13)
	ПА-2з		102	102	13	12	
	ПА-3з		102	101	12	14	
Призми	ПА-1р	500	102	101	–	–	0,785
	ПА-2р		101	103	–	–	
	ПА-3р		102	102	–	–	
Балки	Б-1	2000	101	199	14	13	1,57
	Б-2		104	200	12	14	
	Б-3		102	198	12	12	

4.2. Методика експериментальних досліджень

4.2.1. Силове устаткування і схеми розміщення вимірювальних приладів

Для випробування основних призмових зразків типу ПАз та ПАр була використана універсальна розривна машина УИМ-50 (рис. 4.5). Деформації

розтягнутого бетону контролювали за допомогою 4-х індикаторів ІМІГ з ціною поділки 0,001мм, встановлених на бокових гранях дослідних зразків з базою вимірювань 200 мм.



Рисунок 4.5 – Вигляд призматичного зразка з вимірювальними приладами в розривній машині

Експериментальні дослідження залізобетонних балок прольотом 180 см проводили в спеціальній рамній установці 2 (рис. 4.6 і 4.7). Їх випробовували за розрахунковою схемою однопролітної шарнірно опертій на кінцях балки. Задля влаштування в балках зони чистого згину їх завантажували через розподільну траверсу 4 двома зосередженими силами в середній третині розрахункового прольоту.

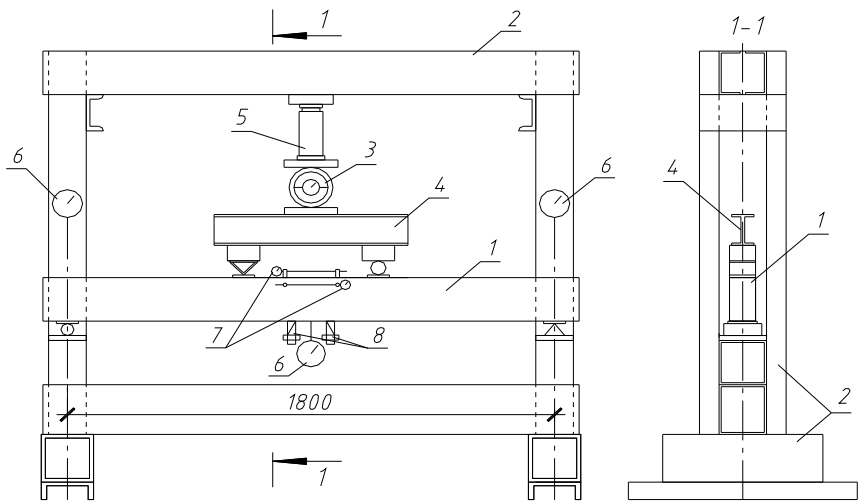


Рисунок 4.6 – Схема дослідної установки та розташування вимірювальних приладів: 1 – балка; 2 – установка; 3 – динамометр; 4 – траверса; 5 – домкрат; 6 – прогиноміри БПАО; 7 – індикатори ІМИГ; 8 – тензометри Гугенбергера



Рисунок 4.7 – Вигляд дослідної установки з встановленими приладами

Гідравлічний прес П-250 використовувався при випробуванні бетонних призм на осьовий стиск. Короткі арматурні стержні та бетонні призми ПР випробовувались на осьовий розтяг за допомогою універсальної розривної машини УИМ-50.

4.2.2. Дослідження механічних характеристик арматури і бетону

Найважливіші фізико-механічні характеристики арматури визначали за результатами випробування трьох стержнів довжиною 50 см в універсальній розривній машині УИМ-50. Осереднені значення досліджуваних характеристик занесені до табл. 4.4.

Випробування бетонних призм, які центрувалися за геометричними осями, проводили у віці 36-ти діб, що відповідало віковій основних зразків на момент їх завантаження. Навантаження на них прикладалося ступенями, рівними приблизно 10 % від очікуваного руйнівного зі швидкістю $(0,6 \pm 0,04)$ МПа/с. Результати цих випробувань наведені в табл. 4.5 та 4.6.

Таблиця 4.4 – Основні механічні характеристики арматури

Клас арматури	Кількість зразків, шт.	Площа перерізу, мм ²	Межа текучості σ_y , МПа	Модуль пружності E_s , МПа	Тимчасовий опір розриву σ_{su} , МПа
A500 C	3	78,5	521	194000	647
A240 C	3	28,3	323	209000	491

Таблиця 4.5 – Основні механічні характеристики бетону за стиску

Шифр зразків	Розміри перерізу, мм	Характеристичне значення міцності бетону, МПа		Значення модуля пружності бетону, МПа	
		по зразках	середнє	по зразках	середнє
ПС-1	100*101	19,6	19,92	24753	24151
ПС-2	100*102	20,29		22741	
ПС-3	102*101	19,87		24960	

Таблиця 4.6 – Міцнісні характеристики бетону за розтягу

Шифр зразків	Розміри перерізу, мм	Характеристичне значення міцності бетону, МПа		Значення модуля пружності бетону, МПа	
		по зразках	середнє	по зразках	середнє
ПР-1	102*102	1,39	1,39	–	–
ПР-2	102*101	1,46		–	
ПР-3	102*101	1,31		–	

Діаграми деформування стиснутого та розтягнутого бетону, побудовані за результатами випробування відповідних бетонних зразків, приведені на рис. 4.8 та 4.9.

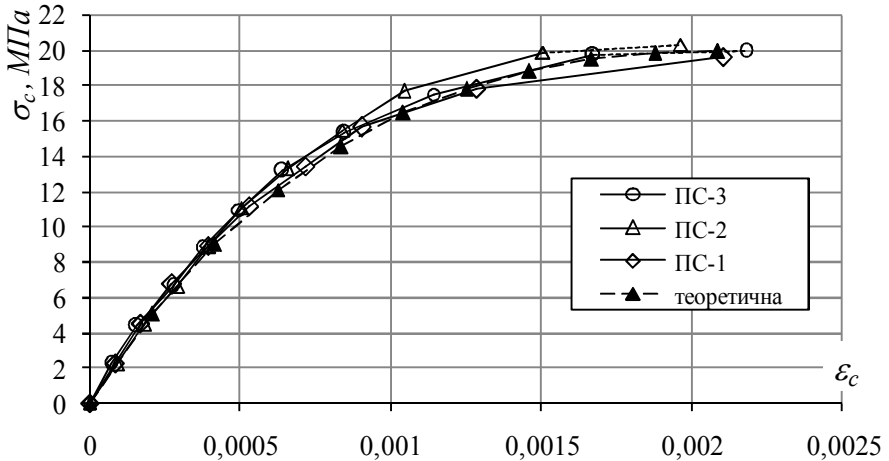


Рисунок 4.8 – Діаграми деформування стиснутого бетону за призмами ПС

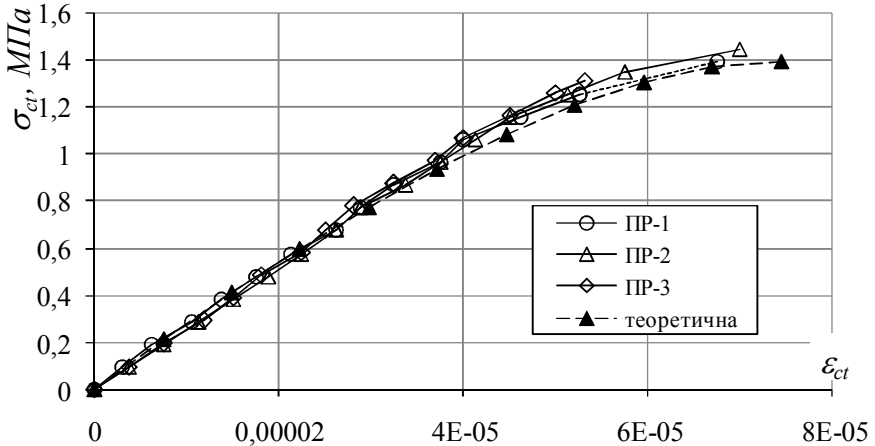


Рисунок 4.9 – Діаграми деформування розтягнутого бетону за призмами ПР

Вони виявилися дуже близькими до теоретичних діаграм $\sigma_c - \varepsilon_c$ та $\sigma_{ct} - \varepsilon_{ct}$, закладених в основу чинних норм [46; 235] та ДСМ [102; 358]:

$$\sigma_c = f_{ck} \cdot \left[\frac{E_{co} \cdot \varepsilon_c}{E_{cu} \cdot \varepsilon_{cu}} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cu}} \right)^2 \right] \sqrt{1 + \left(\frac{E_{co}}{E_{cu}} - 2 \right) \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cu}}}; \quad (4.1)$$

$$\sigma_{ct} = f_{ctk} \cdot \left[\frac{E_{co} \cdot \varepsilon_{ct}}{E_{cu} \cdot \varepsilon_{ctu}} - \left(\frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ctu}} \right)^2 \right] / \left[1 + \left(\frac{E_{co}}{E_{cu}} - 2 \right) \cdot \frac{\varepsilon_{ct}}{\varepsilon_{ctu}} \right]. \quad (4.2)$$

4.3. Випробування призових зразків та аналіз отриманих результатів

Слід зауважити, що в даних дослідженнях призові зразки розглядалися в якості фрагментів центрально розтягнутих залізобетонних елементів. Їх завантаження здійснювалося ступенями, рівними 1/12...1/10 від теоретично розрахованої несучої здатності. 10-ти хвилинні витримки після кожного ступеня навантаження дозволяли знімати покази з встановлених індикаторів та контролювати послідовність утворення і розвитку нормальних тріщин.

При випробуванні призових зразків на осьовий розтяг необхідно було оцінити ефективність отриманої залежності середніх напружень зчеплення арматури з бетоном (3.8) у відображенні взаємодії арматури з бетоном на всьому діапазоні деформування залізобетонних елементів. Також необхідно було з її допомогою:

- визначити ступінь впливу загальних характеристик зчеплення арматури з бетоном на тріщиностійкість залізобетонних елементів;
- дослідити особливості багаторівневого утворення і розкриття нормальних тріщин від моменту їх появи до руйнування самих елементів.

Спочатку були випробувані призові зразки марки ПАЗ (рис.4.1, а), шляхом витягування арматурних стержнів $\varnothing 10\text{мм}$ А500С з тіла бетону, обрамленого просторовим каркасом. Гладкі поздовжні стержні цього каркасу були підібрані так, аби «спровокувати» їх проковзування одночасно з текучістю. Результати експериментальних досліджень засвідчили, що за навантажень в 30кН середні значення відносних зміщень бетону в усіх дослідних зразках зрівнялися з відносними деформаціями «вільної» арматури (рис. 4.10), характеризуючи виключення впливу розтягнутого бетону на деформування гладкої арматури $\varnothing 6\text{мм}$ А240С. Повне проковзування зазначених арматурних стержнів відбулося приблизно при 35кН.

Перша магістральна тріщина 1-го рівня утворювалася за навантажень $N_{w,1} \approx 0,45 N_{tu}$, зазвичай посередині призми, де суміщались кінці розрізаного арматурного стержня $\varnothing 10\text{мм}$ А500С. Загалом же відстані між тріщинами цього рівня коливалися в доволі широких межах – 120...250 мм (рис. 4.11). Утворення ж тріщин другого рівня, відстань між якими зменшилась до 70...120 мм, практично співпало з початком проковзування гладких арматурних стержнів $\varnothing 6\text{мм}$, що призвело до інтенсивного розкриття магістральних тріщин за навантажень $N_{w,2} \approx (0,8...0,9) N_{tu}$. При цьому стало помітним порушення зчеплення центрального арматурного стержня $\varnothing 10\text{мм}$ з бетоном, внаслідок чого появились поздовжні тріщини на прикінцевих ділянках призових зразків (рис. 4.11).

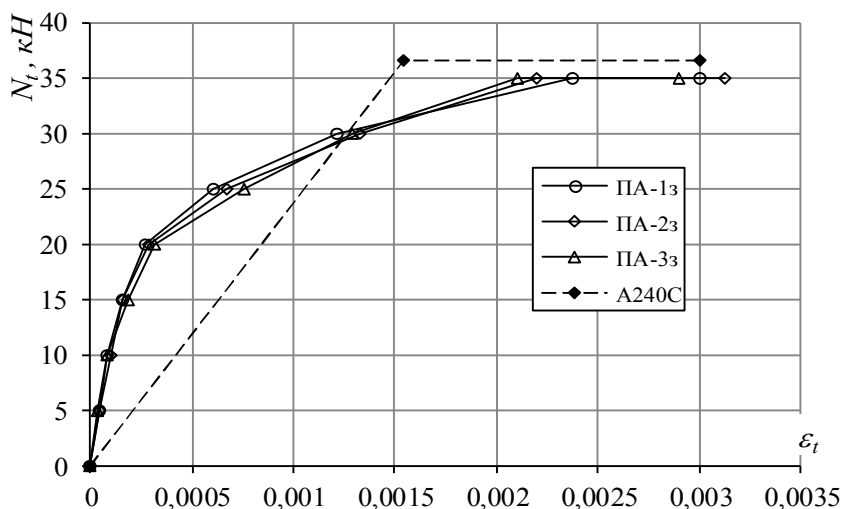


Рисунок 4.10 – Порівняння відносних змінень розтягнутого бетону призм ПАз з відносними деформаціями «вільної» арматури гладкого профілю (◆)

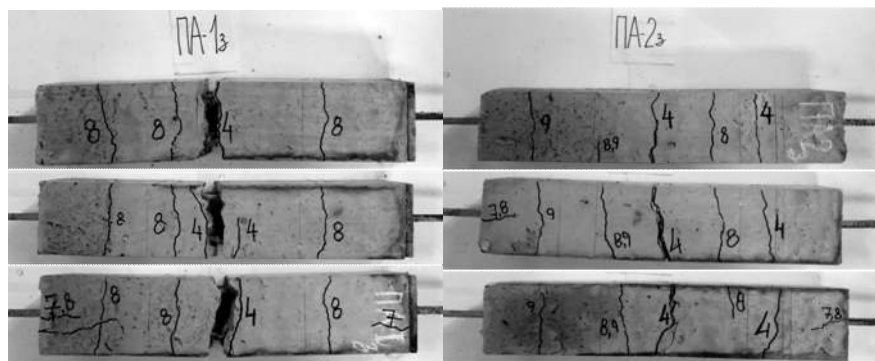


Рисунок 4.11 – Розгортки рівневого утворення тріщин в призмах типу ПАз

Експериментальні значення ширини розкриття тріщин вищезгаданих призм були порівняні з їх теоретичними значеннями, обчисленими за різними методиками. Розрахунки виконувались за загальною і спрощеною методиками [120], наведеними у розділі 3, за методиками чинних норм [46; 235], СП [133] та за деформаційно-силовою моделлю (ДСМ) [102] з використанням лінійної функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном τ_{bm} [71]. На рис. 4.12 показані графіки експериментальних та відповідних теоретичних значень ширини розкриття тріщин, а статистичні характеристики їх порівняння приведені в табл. 4.7.

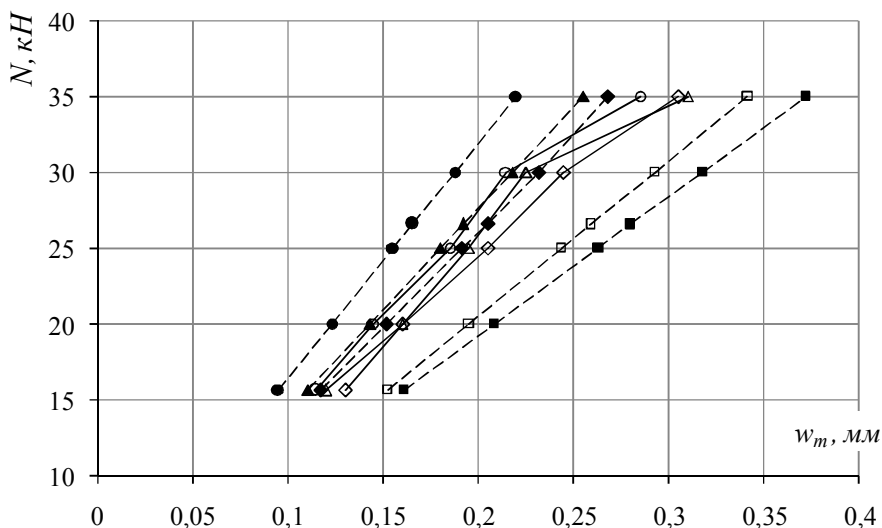


Рисунок 4.12 – Графіки розкриття тріщин: дослідні в призмах о – ПА-1з, ◇ – ПА-2з, △ – ПА-3з; теоретичні за методиками ■ – норм [46; 235], □ – СП [133], ● – ДСМ з лінійними τ_{bm} , ◆ – загальною [120], ▲ – спрощеною [120]

Результати виконаних та наведених в табл. 4.7 порівнянь показують, що у розрахунках тріщиностійкості залізобетонних елементів перевагу слід віддавати тим методикам, в основу яких закладена певна модель зчеплення арматури з бетоном. З практичної точки зору оцінка взаємодії арматури з бетоном за допомогою середніх напружень їх зчеплення дійсно є одною з найпростіших та найефективніших, але залежність цих напружень від напружень в самій арматурі варто приймати нелінійною.

Таблиця 4.7 – Порівняння та параметри статистичної оцінки методик розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин в призмах ПАЗ

Методика розрахунку	Відхилення від дослідних даних		Коефіцієнт варіації $v_w, \%$
	середньо арифметичне $\Delta_w, \%$	середньо квадратичне $\sigma_w, \%$	
норм [46; 235]	33,25	8,29	6,22
СП [133]	17,75	12,79	10,87
ДСМ і лінійних τ_{bm}	21,2	4,9	6,22
загальна [120]	3,05	6,3	6,5
спрощена [120]	9,14	5,69	6,22

Випробування зразків марки ПАр (рис. 4.1, б) було зведено до спостереження за переміщенням «вільного» бетону при розтягуванні арматурного стержня $\varnothing 10\text{мм}$ А500С, розміщеного в центрі бетонної призми. Результати експериментальних досліджень засвідчили, що після появи тріщин першого рівня вплив розтягнутого бетону на деформування вказаного стержня суттєво зменшився (рис. 4.13), а після утворення тріщин другого рівня він послабився ще більш помітно. При досягненні межі текучості відносні деформації арматурного стержня $\varnothing 10\text{мм}$ практично зрівнялися з відносними деформаціями «вільної» арматури, що свідчить про повну відсутність впливу розтягнутого бетону на деформування стержня.

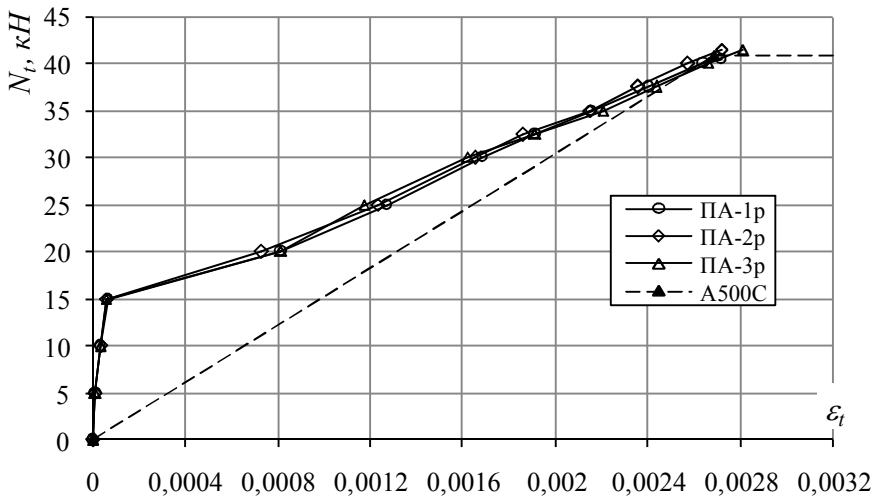


Рисунок 4.13 – Порівняння відносних зміщень бетону призми ПАр з відносними деформаціями «вільної» арматури періодичного профілю (▲)

Тріщини першого рівня в призмах ПАр появилися за навантажень $N_{w,1} \approx 0,36 N_{tu}$, тобто дещо раніше ніж в призмах ПАз (рис. 4.14), ймовірно із-за відсутності обрамлюючого просторового каркасу. Крок між тріщинами цього рівня коливався в межах 170...250 мм (рис. 4.14, 4.15). Тріщини другого рівня, відстань між якими зменшилась до 70...130 мм, появилися за навантажень, трохи більше експлуатаційних $N_{w,2} \approx (0,75...0,85) N_{tu}$. Для тріщин 3-го рівня характерним було те, що вони почали утворюватися з текучістю арматури і відстань між ними складала 40...80 мм. Практично з утворенням цих тріщин на прикінцевих ділянках вказаних призмозразків з'являлись поздовжні тріщини, які свідчили про повне порушення зчеплення арматури з бетоном. При цьому утворення останніх супроводжувалося появою поперечних тріщин поблизу торця призми (рис. 4.15).

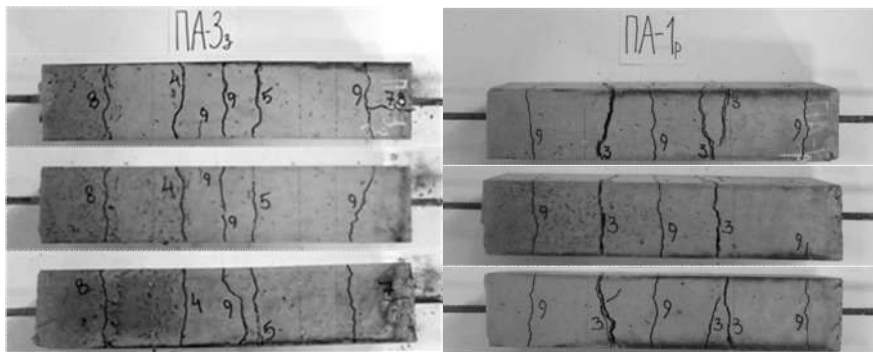


Рисунок 4.14 – Порівняння схем розвитку тріщин в призмах типів ПАз і ПАР

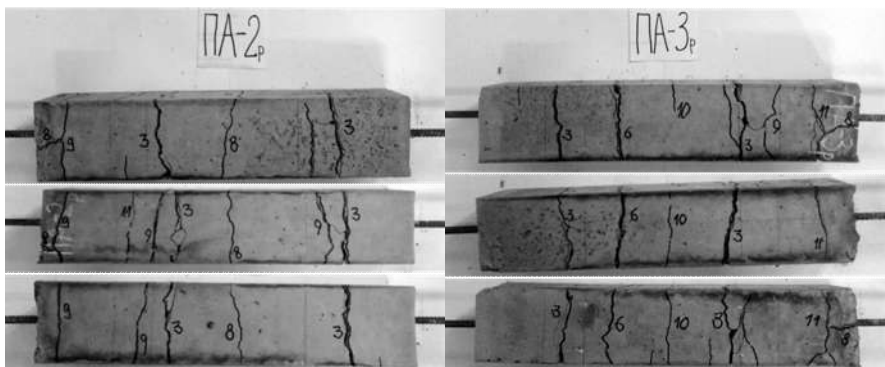


Рисунок 4.15 – Розгортки рівневого утворення тріщин в призмах типу ПАР

Дослідні значення ширини розкриття тріщин в зазначених призмах також були порівняні з їх теоретичними значеннями, розрахованими за загальною і спрощеною методиками [120], наведеними у розділі 3, за методикою чинних нормативних документів [46; 235] і СП [133] та за ДСМ [102] з використанням лінійної функції τ_{bm} [71].

На рис. 4.16 наведені графіки експериментальних та відповідних теоретичних значень ширини розкриття нормальних тріщин, а статистичні характеристики їх порівняння вказані в табл. 4.8.

Результати порівнянь, наведені в табл. 4.8, свідчать, що розрахунок тріщиностійкості центрально розтягнутих залізобетонних елементів доцільно виконувати за методиками, заснованими на ґрунтовних моделях зчеплення арматури з бетоном. Вони також підтвердили, що при відтворенні реальної взаємодії арматури з бетоном за допомогою середніх напружень їхнього зчеплення, залежність останніх від напружень в самій арматурі доцільно приймати нелінійною.

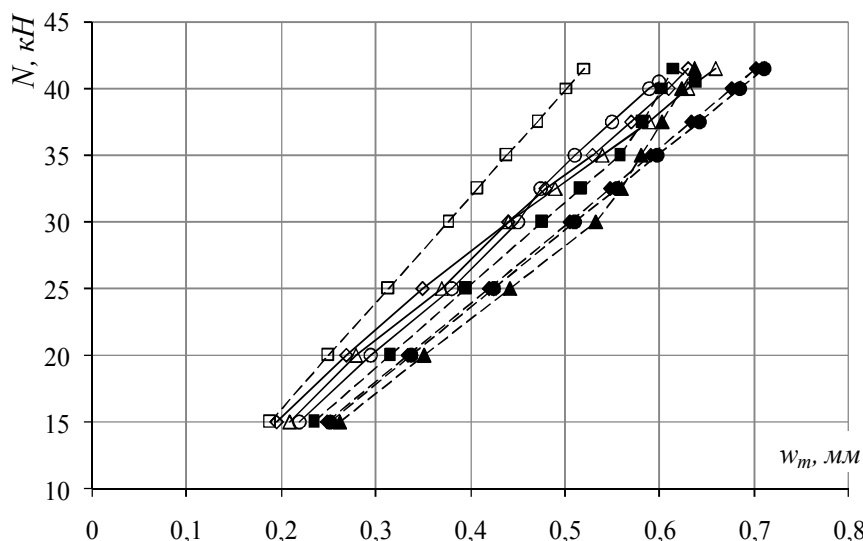


Рисунок 4.16 – Графіки розкриття нормальних тріщин: дослідні в призмах ○ – ПА-1р, △ – ПА-2р, ◇ – ПА-3р; теоретичні за методиками ◆ – норм [46; 235], □ – СП [133], ▲ – ДСМ з лінійними τ_{bm} , ■ – загальною [120], ● – спрощеною [120]

Таблиця 4.8 – Порівняння та параметри статистичної оцінки різних методів розрахунку ширини розкриття тріщин в центрально розтягнутих елементах

Методика розрахунку	Відхилення від дослідних даних		Коефіцієнт варіації $v_w, \%$
	середньо арифметичне $\Delta_w, \%$	середньо квадратичне $\sigma_w, \%$	
норм [46; 235]	13,93	4,69	4,11
СП [133]	14,85	3,98	4,67
ДСМ і лінійних τ_{bm}	14,24	9,92	8,69
загальна [120]	7,32	4,74	4,41
спрощена [120]	15,47	4,78	4,14

4.4. Експериментальні дослідження балкових зразків та аналіз результатів їх деформування

4.4.1. Загальні відомості з деформування залізобетонних балок та аналіз деформування бетону

Загалом всі балки завантажували ступенями, рівними приблизно 1/10 від

теоретично розрахованої несучої здатності M_u . Щоб зафіксувати момент виникнення перших тріщин величина 4-х початкових ступенів навантаження була зменшена до 1/20 від M_u . Такою ж була величина і 2-х останніх ступенів навантаження балок аби зафіксувати момент втрати їх несучої здатності. 13-ти хвилинні витримки після прикладання навантаження кожного ступеня дозволяли зняти початкові та повторні покази з усіх встановлених приладів, зафіксувати появу, крок та ширину розкриття нормальних тріщин. Витримка після 1-го та 3-го ступеня була мінімальною без зняття повторних відліків з приладів. Згідно прийнятої методики, в процесі експериментальних досліджень вимірювали поздовжні деформації стиснутого бетону, розтягнутої арматури та прогини балки в середині прольоту з контролем її осідання на обох опорах.

Індикатори годинникового типу ІМІГ, встановлені на базі 200 мм, дозволяли контролювати величину осереднених деформацій стиснутого бетону на ділянках балки, в межах яких могли розмішуватися 2...3 нормальних тріщини. В процесі випробування балок вимірювали деформації бетону найбільш стиснутих фібр та фібр, розміщених на відстані 20 мм від стиснутої грані, тобто задіяних у перерозподілі зусиль в самому бетоні.

За даними цих вимірювань побудовані графіки розвитку поздовжніх деформацій стиснутого бетону в дослідних балках залежно від зовнішніх зусиль (рис. 4.17 і 4.18). Зазначені графіки хоч і не відображають повною мірою діаграми загального стану залізобетонних балок, але дають певне уявлення про них.

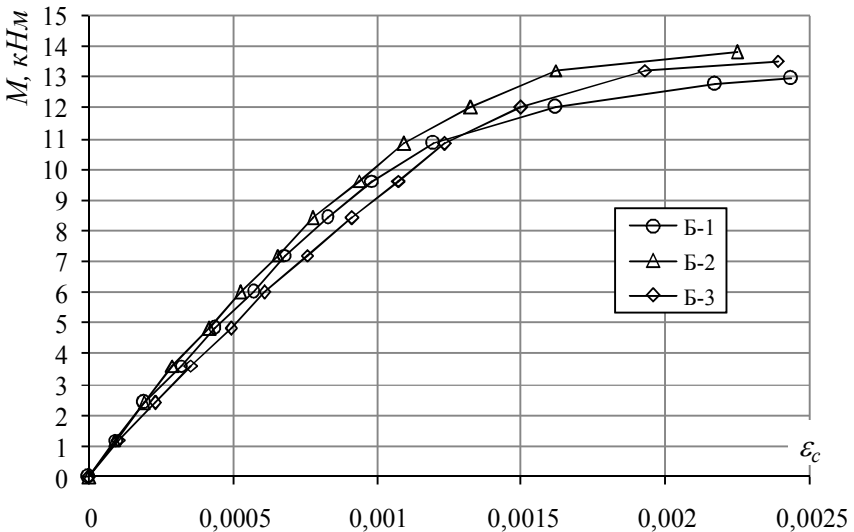


Рисунок 4.17 – Деформації найбільш стиснутих бетонних фібр в найнапруженіших перерізах залізобетонних балок

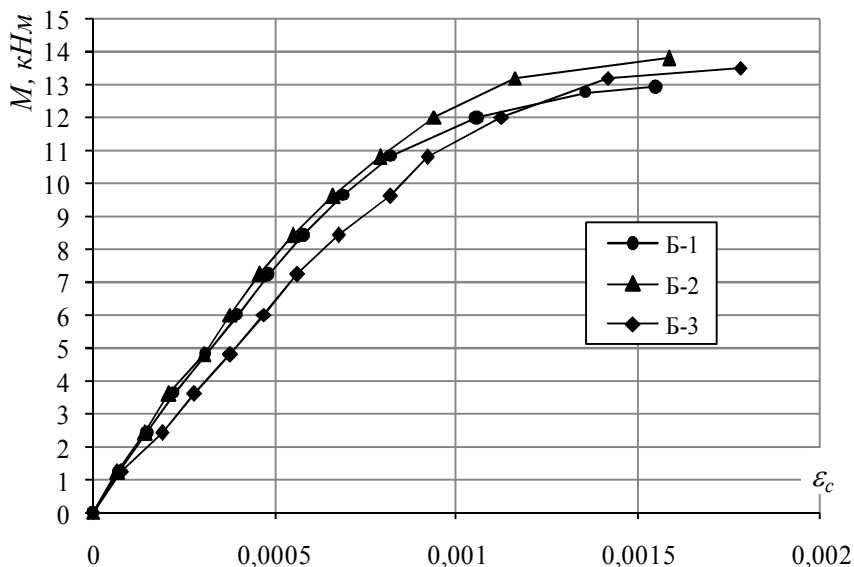


Рисунок 4.18 – Середні деформації бетонних фібр, віддалених від стиснутої грані на 20 мм, у найнапруженіших перерізах залізобетонних балок

З них видно, що пластичні деформації в стиснутому бетоні розвиваються протягом всього процесу деформування балок. При цьому стрибків чи переламів, що характеризували б початок утворення нормальних тріщин, так і не було виявлено. На момент вичерпання несучої здатності деформації крайових фібр стиснутого бетону в усіх балках були близькими до своїх граничних значень $\epsilon_{cu} = 0,00259$.

4.4.2. Деформування арматури

Тензометри Гугенбергера, встановлені на кожному з поздовжніх стержнів, дозволили відслідкувати процес деформування арматури в балках аж до моменту втрати їх несучої здатності (рис. 4.19). Оскільки всі арматурні каркаси були виготовлені за одним шаблоном, то це дозволило забезпечити проектне положення арматурних стержнів близьким до симетричного. Тому в процесі випробувань значних розходжень в показах обох тензометрів на будь-якій з балок не було зафіксовано. З утворенням та розвитком тріщин інтенсивність приросту деформацій розтягнутої арматури збільшувалась, проте це не призводило до появи якихось стрибків чи переламів на діаграмах деформування $M - \epsilon_s$. Інтенсивність зростання деформацій розтягнутої арматури стала особливо помітною в усіх балках при зусиллях $M = 12$ кНм з її наближенням до межі текучості.

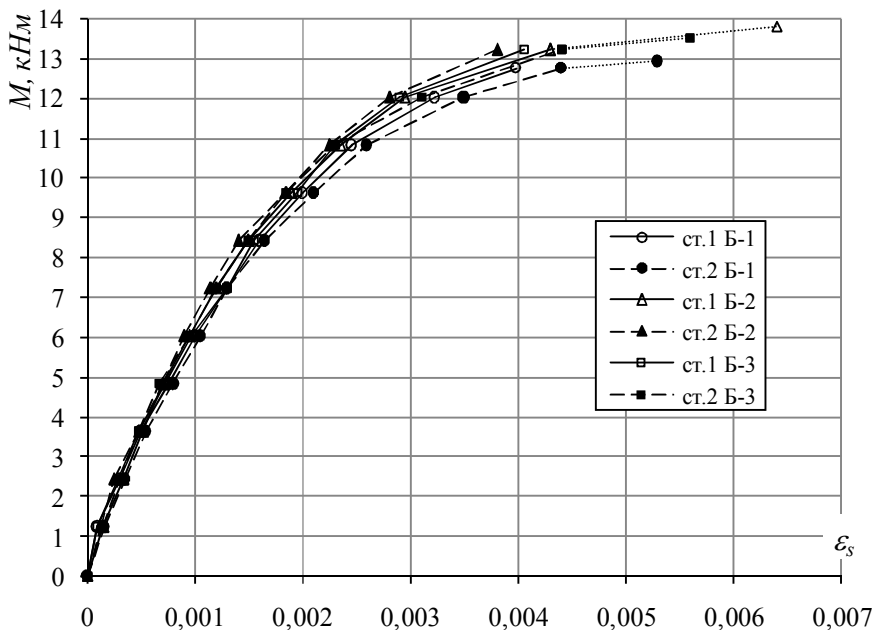


Рисунок 4.19 – Відносні деформації арматурних стержнів в найнапруженіших перерізах залізобетонних балок

4.4.3. Рівневе утворення та характер розвитку нормальних тріщин в балках

Оскільки дана робота була безпосередньо спрямована на дослідження тріщиностійкості залізобетонних елементів, то в процесі поетапного або ступеневого навантаження балок особлива увага, перш за все, приділялася моменту утворення тріщин, їх кроку та ширині розкриття.

Відразу ж слід зауважити, що процеси утворення тріщин в згинальних та центрально розтягнутих елементах принципово різняться між собою. Із-за значної неоднорідності напружено-деформованого стану перші тріщини в балках почали виникати переважно після 3-го ступеня навантаження за зусиль $M_{w,1} \approx (0,125 \dots 0,17)M_u$. А оскільки вони були співрозмірні з ціною поділки мікроскопа, то їх було вкрай складно виявити навіть за допомогою останнього (ширина розкриття тріщин складала лише 0,02...0,05 мм). Крок зазначених тріщин знаходився в межах 80...205 мм (рис. 4.20 та 4.21).

Тріщини другого рівня почали утворюватися і ставати видимими на 6...7 ступенях навантаження за зусиль $M_{w,2} \approx (0,33 \dots 0,5)M_u$. Крок між ними вже коливався в межах 60...105 мм (рис. 4.20 та 4.21). Найбільша ширина розкриття зазначених тріщин на цей момент сягала 0,09...0,13 мм.

Встановлено, що з появою тріщин другого рівня інтенсивність розкриття магистральних тріщин на певний час дещо знижувалась [120].

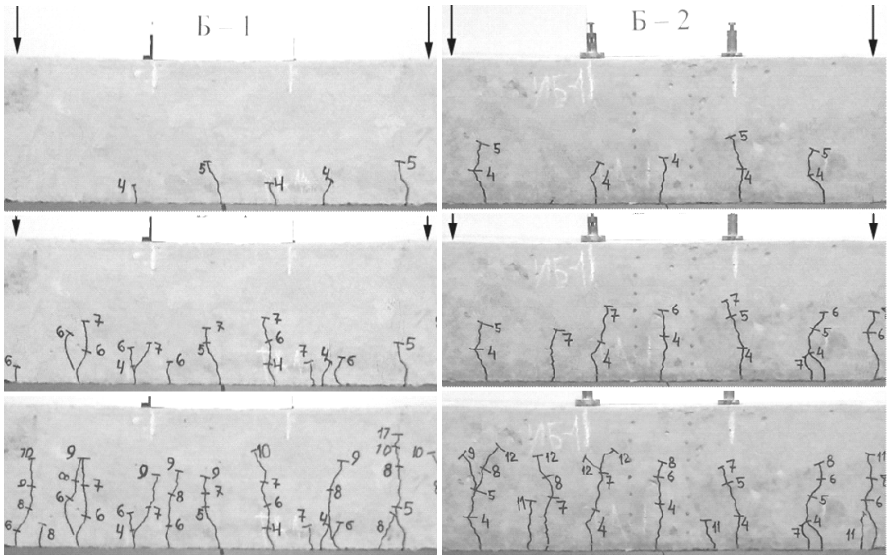


Рисунок 4.20 – Рівневе утворення тріщин в зоні чистого згину балок Б-1 і Б-2

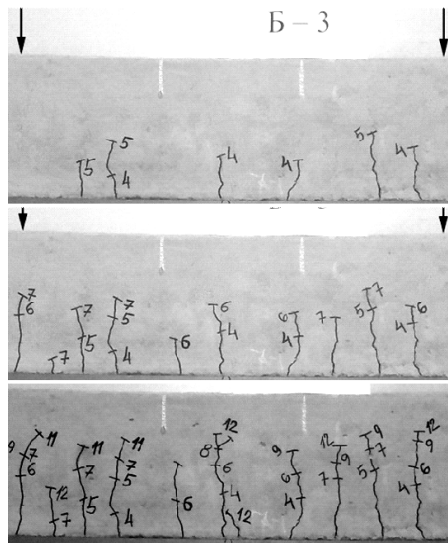


Рисунок 4.21 – Рівневе утворення тріщин в зоні чистого згину залізобетонної балки Б-3

Тріщини третього рівня, крок між якими зменшився до 30...70 мм, почали з'являтися на 8...12 ступенях навантаження за внутрішніх зусиль $M_{w,3} \approx (0,78...0,95)M_u$. Як правило, зазначений момент був близьким до початку текучості арматури. За нього ширина розкриття найбільш небезпечних (магістральних) тріщин зростала до 0,17...0,22 мм. При вичерпанні несучої здатності, із-за текучості арматури, максимальна ширина розкриття нормальних тріщин в дослідних балках сягала 0,7...1,8 мм.

Повні розгортки (схеми) утворення і розвитку тріщин у випробуваних залізобетонних балках наведені на рис. 4.22...4.24.

Експериментальні значення ширини розкриття тріщин в досліджуваних балках були співставлені з їх теоретичними значеннями, розрахованими за загальною і спрощеною методиками [120], описаними у третьому розділі даної роботи. З метою оцінки їх ефективності розрахунки виконували також за методикою чинних норм [46; 235] і СП [133] та за методикою ДСМ [102] з використанням лінійної функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном τ_{bm} [71]. На рис. 4.25...4.27 показані графіки експериментальних та теоретичних значень ширини розкриття нормальних тріщин, розрахованих за згаданими вище методиками, а основні статистичні характеристики їх порівняння наведені в табл. 4.9.

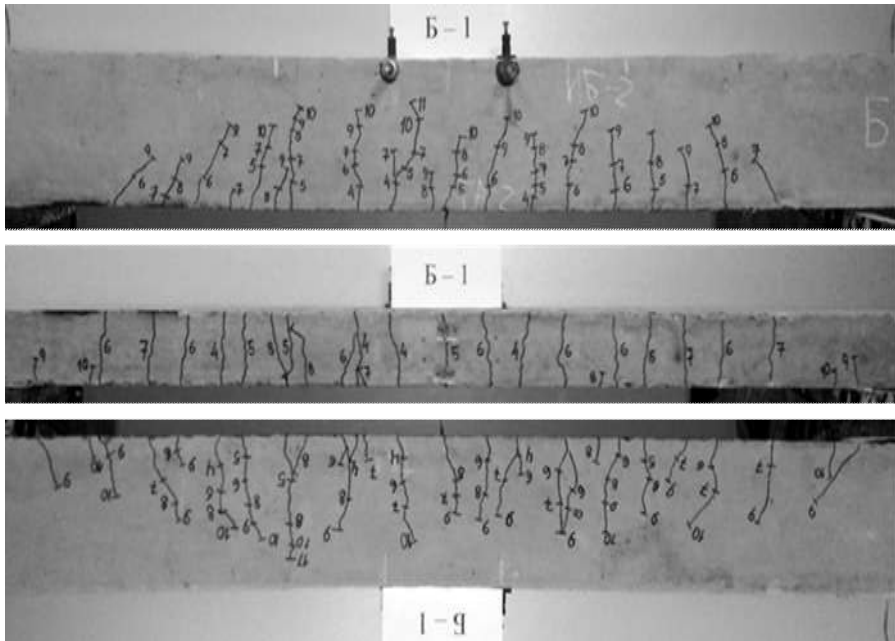


Рисунок 4.22 – Загальна схема (розгортка) утворення та розвитку тріщин у залізобетонній балці Б-1

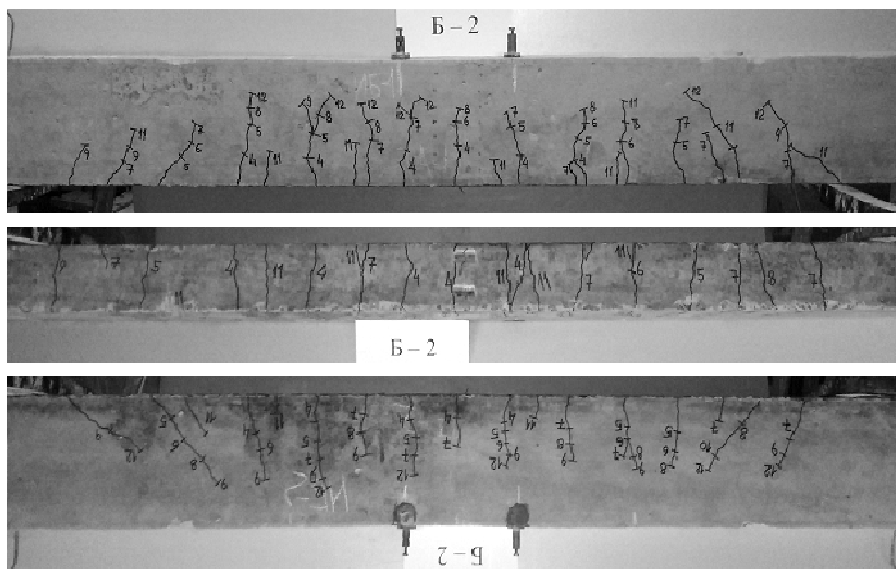


Рисунок 4.23 – Загальна схема (розгортка) утворення та розвитку тріщин у залізобетонній балці Б-2

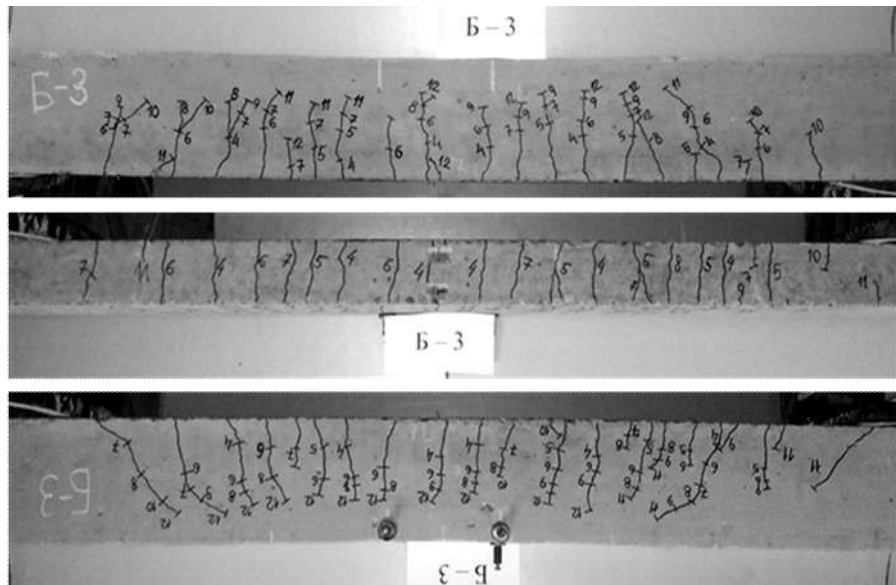


Рисунок 4.24 – Загальна схема (розгортка) утворення та розвитку тріщин у залізобетонній балці Б-3

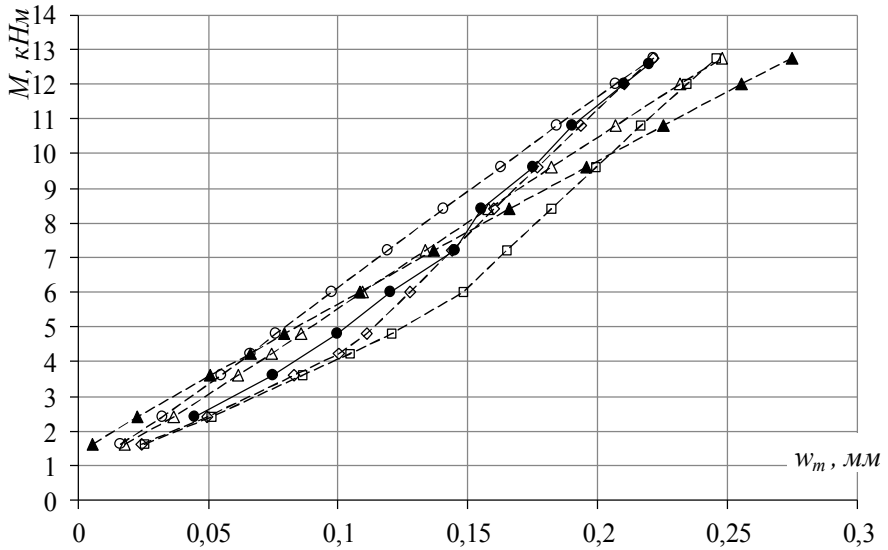


Рисунок 4.25 – Графіки розкриття тріщин в балці Б-1: ● – експериментальні; теоретичні за методиками Δ – норм [46; 235], \blacktriangle – СП [133], \square – ДСМ з лінійними τ_{bm} , \diamond – загальною [120], \circ – спрощеною [120]

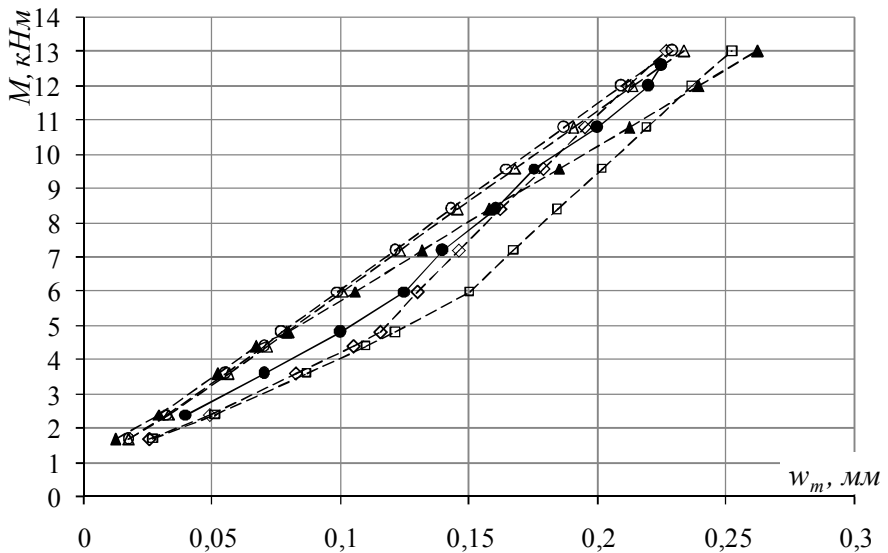


Рисунок 4.26 – Графіки розкриття тріщин в балці Б-2: ● – експериментальні; теоретичні за методиками Δ – норм [46; 235], \blacktriangle – СП [133], \square – ДСМ з лінійними τ_{bm} , \diamond – загальною [120], \circ – спрощеною [120]

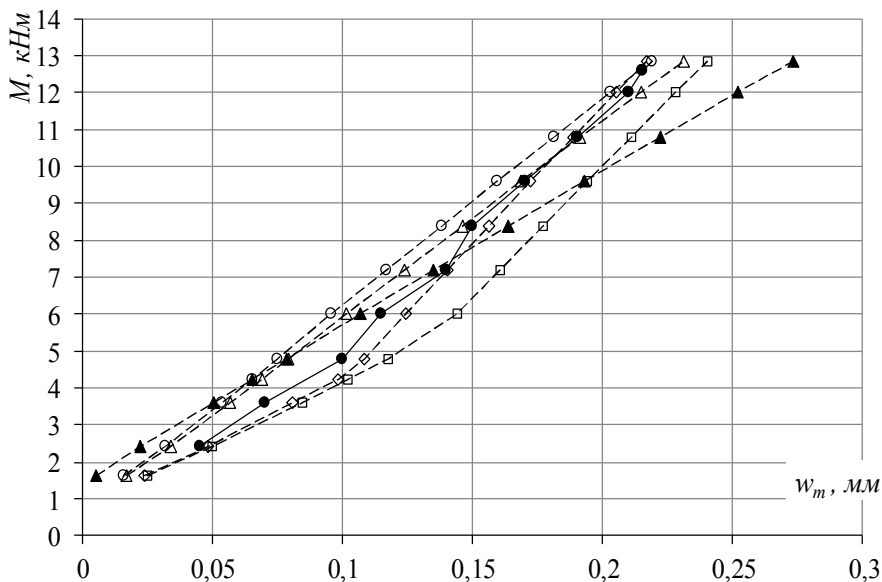


Рисунок 4.27 – Графіки розкриття тріщин в балці Б-3: ● – експериментальні; теоретичні за методиками Δ – норм [46; 235], ▲ – СП [133], □ – ДСМ з лінійними τ_{bm} , ◇ – загальною [120], ○ – спрощеною [120]

Таблиця 4.9 – Порівняння та параметри статистичної оцінки різних методів розрахунку ширини розкриття тріщин в згинальних елементах

Методика розрахунку	Відхилення від дослідних даних		Коефіцієнт варіації $v_w, \%$
	середньо арифметичне $\Delta_w, \%$	середньо квадратичне $\sigma_w, \%$	
норм [46; 235]	7,26	10,74	11,58
СП [133]	3,0	23,14	23,87
ДСМ і лінійних τ_{bm}	16,04	5,17	4,46
загальна [120]	5,0	6,6	6,29
спрощена [120]	12,93	9,57	10,99

Результати порівнянь, наведені в табл. 4.9, показують, що розрахунок тріщиностійкості згинальних залізобетонних елементів доцільно виконувати за методиками, які побудовані на основі певних моделей зчеплення арматури з бетоном та дозволяють моделювати процеси багаторівневого утворення тріщин. Також підтверджено, що відтворення реальної взаємодії арматури з бетоном за допомогою середніх напружень їхнього зчеплення є цілком

виправданим та ефективним, але залежність останніх від напружень в самій арматурі доцільно приймати нелінійною.

З аналізу наведених результатів досліджень випливає ще один дуже важливий висновок: стає очевидним якісний та кількісний зв'язок основних параметрів тріщиностійкості залізобетонних елементів зі зміною поздовжніх деформацій самих матеріалів. Цілком очевидно, що сказане повною мірою стосується і інших параметрів деформативності залізобетонних елементів, зокрема кривини та прогинів.

4.4.4. Зміна кривини, розвиток прогинів та характер руйнування балкових зразків

В деформаційно-силовій моделі (ДСМ) [102] кривина визначена одним із основних параметрів напружено-деформованого стану залізобетонних елементів. З однієї сторони, за допомогою певних гіпотез, вона описує закономірності деформування матеріалів в поперечному перерізі елементів, а з іншої, характеризує пряму залежність таких параметрів деформування залізобетонних елементів і конструкцій, як тріщини і прогини, від силових навантажень. Тому без сумніву можна стверджувати, що ефективність будь-якої методики розрахунку буде залежати від точності визначення дійсної кривини залізобетонних елементів.

На рис. 4.28 наведені графіки зміни експериментальних значень кривини дослідних балок та їх теоретичних значень, визначених за системою рівнянь (3.55), заснованою на співвідношеннях механіки деформованого твердого тіла (МДТТ), та безпосередньо з узагальненої діаграми стану залізобетонного елемента в ДСМ за виразом

$$\frac{1}{r^*} = \left(1 + 3 \cdot \left(1 - \frac{M}{M_u}\right) \cdot \frac{M}{M_u}\right) \cdot \frac{1/r_u}{2M_u} \times \left[\left(1 - \frac{M}{M_u}\right) \cdot \frac{D_o}{r_u} + 2M - \sqrt{\left(\left(1 - \frac{M}{M_u}\right) \cdot \frac{D_o}{r_u} + 2M\right)^2 - 4M \cdot M_u} \right], \quad (4.3)$$

де M – поточне зусилля в елементі від зовнішнього навантаження;

M_u – несуча здатність залізобетонного стержня (максимально можливе зусилля в ньому при настанні граничного стану);

$1/r_u$ – граничне значення кривини елемента при вичерпанні їм несучої здатності;

D_o – значення повної початкової жорсткості залізобетонного елемента.

Спрощення стосується співвідношення $\rho_{lt} / \alpha_s = 3$, яке, як видно з (4.3), прийнято сталим та незалежним від насиченості арматури в поперечному перерізі залізобетонного елемента. Основні характеристики статистичного порівняння експериментальних значень кривини випробуваних балок та їх

теоретичних значень, розрахованих за згаданими способами, наведені в табл. 4.10. Результати порівняння засвідчують, що залежність (4.3) можна вважати одною з пріоритетних у визначенні дійсної кривини залізобетонних елементів.

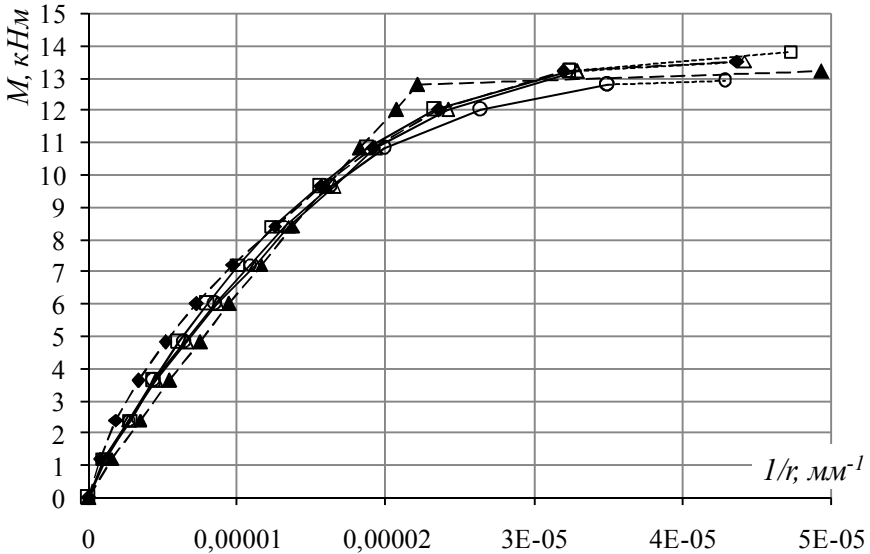


Рисунок 4.28 – Графіки зміни кривини: експериментальні балки о – Б-1, □ – Б-2, Δ – Б-3; теоретичні ▲ – за системою рівнянь МДТТ, ◆ – за діаграмою стану елемента в ДСМ

Таблиця 4.10 – Порівняння та параметри статистичної оцінки різних способів розрахунку кривини згинальних залізобетонних елементах

Спосіб розрахунку	Відхилення від дослідних даних		Коефіцієнт варіації $v_r, \%$
	середньо арифметичне $\Delta_r, \%$	середньо квадратичне $\sigma_r, \%$	
за МДТТ	12,92	21,56	19,09
за ДСМ [102]	13,87	12,14	14,1

В процесі експериментальних досліджень вимірювали переміщення перерізів балки посередині прольоту та на обох опорах. Завдяки отриманим даним були побудовані графіки їх прогинів, що приведені на рис. 4.29. Як і очікувалось, характер розвитку прогинів цілком відповідав характеру зміни як поздовжніх деформацій матеріалів в найбільш напруженому перерізі балки, так і кривини її зігнутої осі.

Загалом ефективність будь-якої методики розрахунку прогинів значною мірою залежить від точності визначення дійсної кривини залізобетонних

елементів. В даних дослідженнях це підтверджено теоретичними значеннями прогинів балок, що обчислювались за загальновідомою формулою

$$f = s \cdot (1/r^*) \cdot l_0^2, \quad (4.4)$$

де s – коефіцієнт, що залежить від схем завантаження і обпирання елемента.

Теоретичні значення прогинів балок, визначені за розв’язком системи рівнянь МДТТ (3.55) та з допомогою діаграм стану залізобетонних елементів в ДСМ [102], відображені відповідними графіками на рис. 4.29.

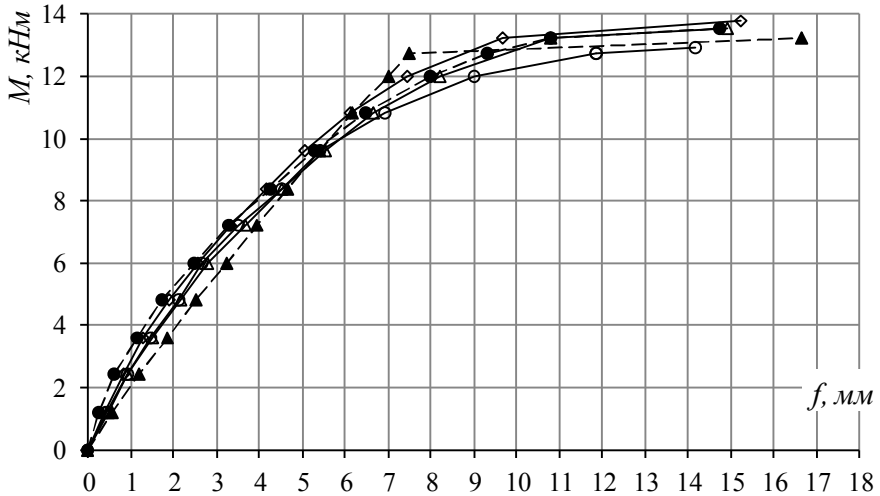


Рисунок 4.29 – Графіки прогинів: експериментальні в балках \circ – Б-1, \diamond – Б-2, \triangle – Б-3; теоретичні \blacktriangle – за системою рівнянь МДТТ, \bullet – за діаграмою стану елемента в ДСМ

Результати порівняння експериментальних та теоретичних значень прогинів дослідних балок, наведені в табл. 4.11, вказують на пріоритетність визначення прогинів залізобетонних елементів за допомогою узагальнених діаграм їх стану в ДСМ.

Таблиця 4.11 – Порівняння та параметри статистичної оцінки способів розрахунку прогинів згинальних залізобетонних елементів

Спосіб розрахунку	Відхилення від дослідних даних		Коефіцієнт варіації v_r , %
	середньо арифметичне Δ_r , %	середньо квадратичне σ_r , %	
за МДТТ	14,82	22,37	19,48
за ДСМ [102]	12,1	14,49	16,47

Всі дослідні балки втратили свою несучу здатність внаслідок текучості розтягнутої арматури. При цьому крайові деформації стиснутого бетону були близькі до своїх граничних значень. Експериментальні значення несучої здатності випробуваних балок наведені в табл. 4.12.

Таблиця 4.12 – Теоретичні та експериментальні значення несучої здатності залізобетонних балок

Шифр балки	Значення несучої здатності, kHm		Відношення M_{th} / M_{exp}
	експериментальні M_{exp}	теоретичні M_{th}	
Б - 1	12,85	13,1	1,020
Б - 2	13,83		0,947
Б - 3	13,54		0,968

4.5. Висновки

Отримані результати експериментальних досліджень та їх ретельний аналіз дозволяють сформулювати низку важливих висновків.

1. Процеси утворення і розвитку тріщин в центральній розтягнутій призматичній зразках та в залізобетонних балках принципово відрізняються між собою. Ця відмінність обумовлена вкрай нерівномірним зчепленням арматури з бетоном уздовж їх контакту та значною неоднорідністю НДС розтягнутого бетону в самих балках.
2. В згинальних залізобетонних елементах рівні утворення нормальних тріщин є дещо нижчими ($M_{w1} / M_u \approx 0,125...0,17$; $M_{w2} / M_u \approx 0,33...0,5$; $M_{w3} / M_u \approx 0,75...0,95$), а їх кількість є більшою ($n_w = 1...3$) ніж в центральній розтягнутій ($N_{w1} / N_{tu} \approx 0,36$; $N_{w2} / N_{tu} \approx 0,75...0,85$; $n_w = 1...2$).
3. Вид профілю арматурних стержнів впливає на величину і практично не впливає на кількість рівнів утворення нормальних тріщин в центральній розтягнутій елементах (при арматурі гладкого профілю $N_{w1} / N_{tu} \approx 0,45$; $N_{w2} / N_{tu} \approx 0,8...0,9$; $n_w = 1...2$; при арматурі періодичного профілю ($N_{w1} / N_{tu} \approx 0,36$; $N_{w2} / N_{tu} \approx 0,75...0,85$; $n_w = 1...2$).
4. Обрамлюючий каркас бетонної обійми навколо арматурного стержня не тільки перешкоджає розколюванню розтягнутого бетону, але й віддаляє момент утворення перших тріщин в центральній розтягнутій призматичній зразках.
5. Результатами експериментальних досліджень підтверджено, що реальний процес утворення та розкриття нормальних тріщин як в згинальних, так і

в центральні розтягнуті залізобетонні елементи є багаторівневим та значною мірою залежить від параметрів взаємного зчеплення арматури з бетоном.

6. В призматичних зразках з утворенням тріщин кожного нового рівня вплив розтягнутого бетону на деформування арматури істотно зменшувався, але вичерпувався повністю лише при її проковзуванні (призми ПАз) або текучості (призми ПАр).
7. Крок та ширина розкриття тріщин в залізобетонних елементах на кожному рівні їх утворення кількісно та якісно пов'язані як з поздовжніми деформаціями бетону і арматури, так і зі ступенем їхнього взаємного зчеплення.
8. Результати проведених експериментальних досліджень підтвердили як ефективність розробленої моделі багаторівневого утворення нормальних тріщин за критерієм локального порушення зчеплення арматури з бетоном загалом, так і доцільність пов'язування кроку утворення нормальних тріщин з нелінійною функцією середніх напружень зчеплення арматури з бетоном зокрема.
9. Результатами експериментальних досліджень підтверджено, що дійсну кривину залізобетонного елемента доцільно визначати за допомогою узагальненої діаграми стану елемента $M - (1/r)$ в рамках деформаційно-силової моделі їх опору.

РОЗДІЛ 5

ПРИКЛАДНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ТА СТАТИСТИЧНА ОЦІНКА РОЗРОБЛЕНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ТРИЩИНІСТІЙКОСТІ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

5.1. Енергетична модель та методика розрахунку ресурсу залізобетонних елементів конструкцій

5.1.1. Загальні положення

До основних задач, які доводиться вирішувати при модернізації та реконструкції будівельних об'єктів, необхідно віднести встановлення дійсного технічного стану та визначення залишкового ресурсу несучої здатності будівельних конструкцій. Для залізобетонних елементів вони набувають особливої ваги, оскільки безпосередньо пов'язуються зі зміною їх жорсткості в умовах тривалої експлуатації. Але подібні зміни повністю ігноруються чинними нормативними документами [39; 46], внаслідок чого технічний стан залізобетонних елементів та конструкцій оцінюється лише за виявленими дефектами і пошкодженнями без виконання формалізованих розрахунків. Такий примітивний підхід до визначення реального технічного стану будівельних об'єктів обумовлений відсутністю науково обґрунтованої методики розрахунку залишкового ресурсу несучої здатності будівельних конструкцій. Створення такої методики варто було б розпочати з формування певної моделі деформування та вироблення чітких критеріїв настання граничного стану залізобетонних елементів в умовах тривалої експлуатації на основі відповідних припущень, гіпотез і передумов. Це дозволило б формалізувати процес оцінювання технічного стану будівельних об'єктів за результатами розрахунку залишкового ресурсу окремих залізобетонних елементів і конструкцій.

Існуючі на сьогодні методи оцінки залишкового ресурсу будівель і споруд різняться між собою, як правило, строгістю постановки вихідної задачі та способом її розв'язку. За строгістю постановки задачі їх можна було б умовно розділити на детерміновані та ймовірнісні.

Детерміновані методи [155] використовують лише за недостатньої інформації про елемент чи конструкцію. Тому многочлени середніх ступенів, якими описують властивості конструктивних елементів, повинні бути достатньо обґрунтованими. В протилежному випадку екстраполяція стану елемента чи конструкції за певним параметром може призвести до суттєвих помилок чи вкрай важких наслідків у майбутньому.

Ймовірнісні методи розрахунку [20] вимагають максимального обсягу детальної інформації як про зовнішні навантаження та впливи, так і про властивості вихідних матеріалів елементів конструкцій. Для останніх вкрай важливою є інформація щодо зміни вихідних механічних характеристик

матеріалів, коефіцієнтів запасу їх міцності і навіть окремих технологічних показників. Зрозуміло, що за таких обставин достовірність розрахунків і висновків про надійність та довговічність будівель і споруд помітно зростає.

Якщо говорити про способи розв'язку задач з оцінки стану елементів конструкцій, то вони можуть бути аналітичними або числовими.

Аналітичні способи реалізуються шляхом розрахунку залишкового ресурсу за критеріями граничних станів [58; 155]. Вони ґрунтуються на екстраполяції параметрів технічного стану конструкцій аж до досягнення граничних значень. Методика розрахунку зводиться до виконання перевірочних розрахунків з урахуванням достовірної інформації про технічний стан конструкції за виявленими дефектами, пошкодженнями та визначеними властивостями матеріалів.

Числові способи [35] зводяться до моделювання напружено-деформованого стану залізобетонних конструкцій за допомогою різних програмних комплексів. Всі дефекти і пошкодження (разом з тріщинами), виявлені при обстеженнях, враховуються в жорсткісних характеристиках за допомогою методу скінченних елементів. На перспективність таких методів вказують результати системних досліджень провідних науково-дослідних інститутів та технічних університетів України [95].

Таким чином, в основу всіх вищезгаданих методів розрахунку залишкового ресурсу залізобетонних конструкцій закладаються зміни лише міцнісних характеристик матеріалів та геометричних параметрів жорсткісних характеристик елементів [35; 58]. Зміну ж деформаційних параметрів взагалі не відображено у розрахунках жодним чином. Тому в основу узагальненої методики розрахунку ресурсу залізобетонних елементів конструкцій, у тому числі і залишкового, пропонується покладати деякий комплексний деформаційно-силовий (енергетичний) критерій [124; 360].

Загалом відомо, що найважливіші силові та деформаційні параметри деформування залізобетонних елементів [103; 106; 107; 110; 112-114] на всіх етапах пов'язуються між собою функцією жорсткості $D = M / (1/r)$ [102]. За таких умов доцільно, щоб методика розрахунку їх залишкового ресурсу базувалася на використанні саме тих параметрів натурних досліджень (обстежень), які дозволяли б безпосередньо чи опосередковано оцінювати жорсткість зазначених елементів. Крім реальних дефектів, пошкоджень та механічних характеристик матеріалів такими параметрами в експлуатаційній стадії можуть слугувати значення кроку $s_{r,l}$ і ширини розкриття $w_{k,l}$ нормальних тріщин, а також прогинів f_l .

5.1.2. Методика розрахунку залишкового ресурсу залізобетонних елементів конструкцій за їх прогинами

Одним із основних параметрів, що дозволяє відносно легко і безперервно

контролювати ресурс залізобетонних елементів в процесі їх деформування, можна вважати кривину. Її початкове значення в розрахунковому перерізі згинального залізобетонного елемента за дії експлуатаційного навантаження можна визначити, виходячи з узагальненої діаграми його стану [102; 363]

$$M = \frac{D_0 \cdot 1/r_f - M_u \cdot ((1/r_f)/(1/r_u))^2}{1 + (D_0/M_u - 2/(1/r_u)) \cdot (1/r_f)}, \quad (5.1)$$

за наступним виразом

$$\frac{1}{r_f} = \frac{1/r_u}{2M_u} \left[\left(1 - \frac{M}{M_u}\right) \frac{D_0}{r_u} + 2M - \sqrt{\left(\left(1 - \frac{M}{M_u}\right) \frac{D_0}{r_u} + 2M\right)^2 - 4M \cdot M_u} \right], \quad (5.2)$$

де $1/r_u$ – граничне значення осередненої кривини залізобетонного елемента при вичерпанні ним несучої здатності;

M_u – несуча здатність цього ж елемента (максимально можливе зусилля в ньому при настанні граничного стану);

M – згинальний момент від короткочасно діючого експлуатаційного навантаження;

D_0 – значення початкової жорсткості залізобетонного елемента.

Визначальні параметри граничного стану залізобетонних елементів M_u та $1/r_u$ розраховують згідно деформаційно-силової моделі їх опору за загально визнаною системою співвідношень МДТТ (3.55) з її доповненням аналітичною залежністю діаграми стану $M - 1/r$ та функцією граничних деформацій стиснутого бетону $\varepsilon_{cu} = f(\varepsilon_{si}, \rho_{li}, x_{si}, m_h, m_b)$ [102; 104].

З іншої сторони, кривина, через кут повороту перерізу елемента φ (рис. 5.1), пов'язана з потенціальною енергією його деформування

$$W = \frac{1}{2} \int_0^\varphi M d\varphi = \frac{1}{2} \int_0^{\Delta l} \left(\int_0^{1/r_u} M d(1/r) \right) dz. \quad (5.3)$$

Для залізобетонних елементів, враховуючи нелінійність процесів їхнього деформування, подвійне інтегрування виразу (5.3) є доволі непростим завданням. Оскільки руйнування залізобетонного елемента відбувається не в перерізі, а на певній ділянці (текучість арматури на ділянці, виколвання бетону на ділянці), то виділимо ділянку довжиною $dz = \Delta l$ в окремий блок, у межах якого момент та кривина є незмінними $M = const$ і $1/r = const$. У такому випадку, напружено-деформований стан залізобетонного елемента доцільно описувати характеристиками осередненого перерізу виділено блоку. Загалом же довжину зазначеного блоку доцільно приймати не менше відстані між нормальними тріщинами s_r та не більше розмірів поперечного перерізу:

h - для плит, тобто $s_r \leq \Delta l \leq h$ та b - для балок, тобто $s_r \leq \Delta l \leq b$.

Тоді потенціальну енергію граничного деформування (руйнування) згинального залізобетонного елемента на певній розрахунковій ділянці взаємного зміщення бетону і арматури Δl за короткочасної дії повного навантаження (рис. 5.2) можна обчислити за наступним виразом

$$W = \frac{1}{2} \int_0^{1/r_u} Md \left(\frac{1}{r}\right) \int_0^{\Delta l} dz = \frac{\Delta l}{2} \cdot \int_0^{1/r_u} \frac{D_0 \cdot \frac{1}{r} - \frac{(1/r)^2}{(1/r_u)^2} M_u}{1 + (K-2) \frac{(1/r)}{(1/r_u)}} d\left(\frac{1}{r}\right), \quad (5.4)$$

який після інтегрування і нескладних перетворень остаточно набуває вигляду

$$W = \frac{\Delta l \cdot M_u \cdot (1/r_u)}{2 \cdot (K-2)} \left[-\frac{1}{2} + \frac{(K-1)^2}{(K-2)} - \frac{(K-1)}{(K-2)} \ln(K-1) \right], \quad (5.5)$$

де $K = D_0 \cdot (1/r)_u / M_u$ – характеристика граничної деформативності елемента.

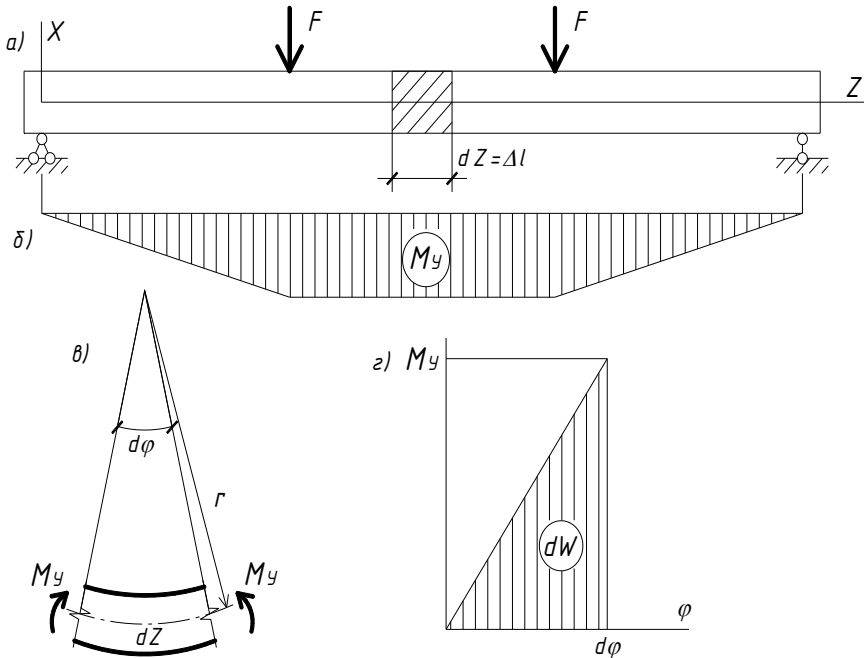


Рисунок 5.1 – До розрахунку потенціальної енергії деформування згинального залізобетонного елемента: а) – схема завантаження; б) – епюра згинаючих моментів ; в) – розрахункова ділянка; г) – епюра потенціальної енергії деформування

Аналогічним чином, використовуючи вираз (5.2), можна визначити і

потенціальну енергію деформування згинального залізобетонного елемента за короткочасної дії експлуатаційного навантаження (рис. 5.2)

$$W_1 = \frac{\Delta l}{2} \cdot \int_0^{1/r_f} M d\left(\frac{1}{r}\right) = \frac{\Delta l}{2} \cdot \int_0^{1/r_f} \frac{\frac{D_0}{r} - \frac{(1/r)^2}{(1/r_u)^2} M_u}{1 + (K-2) \frac{(1/r)}{(1/r_u)}} d\left(\frac{1}{r}\right). \quad (5.6)$$

Після інтегрування та нескладних перетворень отримаємо остаточно

$$W_1 = \frac{\Delta l \cdot M_u}{2 \cdot (K-2)} \left[\frac{(1/r_f)^2}{2 \cdot (1/r_u)} + \frac{(1/r_f) \cdot (K-1)^2}{(K-2)} - \left(\frac{1}{r_u}\right) \cdot \left(\frac{K-1}{K-2}\right)^2 \cdot \ln \left(1 + (K-2) \frac{1/r_f}{1/r_u}\right) \right]. \quad (5.7)$$

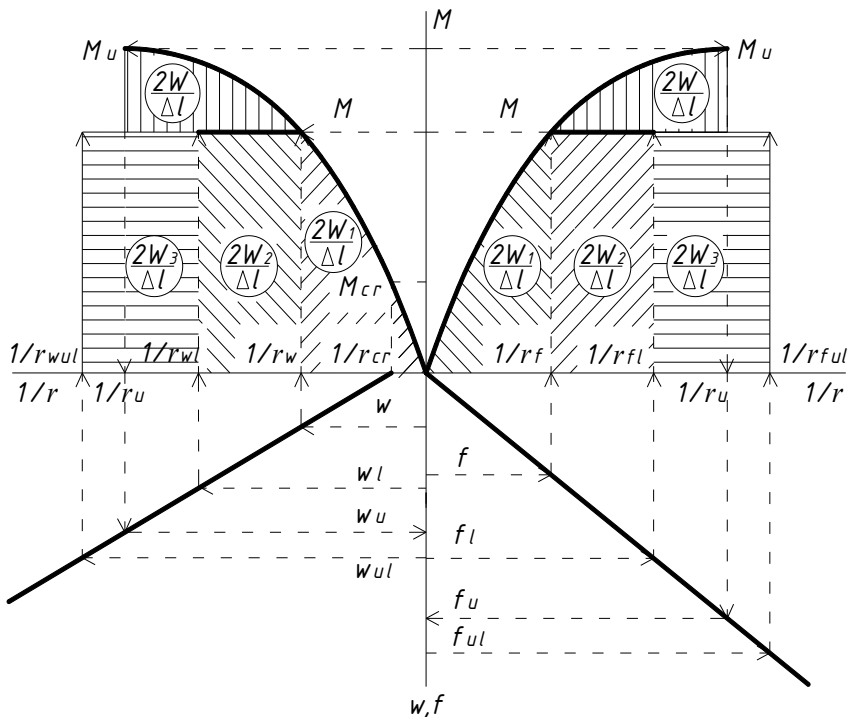


Рисунок 5.2 – До методики розрахунку потенціальної енергії деформування залізобетонного елемента за дії навантажень різної тривалості

Потенціальну енергію деформування згинального залізобетонного елемента за тривалого дії експлуатаційного навантаження (рис. 5.1) можна розрахувати за доволі простим виразом

$$W_2 = \Delta l \cdot M \cdot (1/r_{f1} - 1/r_f)/2, \quad (5.8)$$

а значення осередненої кривини залізобетонного елемента, за дії цього ж навантаження, $1/r_{f_l}$ можна визначити завдяки виміряному при натурних дослідженнях (обстеженнях) прогину f_l за формулою (5.9)

$$1/r_{f_l} = f_l / (s \cdot l_0^2), \quad (5.9)$$

де s – коефіцієнт, що залежить від схеми завантаження та закріплення елемента на опорах;

l_0 – розрахункова довжина залізобетонного елемента.

Тоді з урахуванням залежностей (5.4)...(5.8) потенціальна енергія деформування згинального залізобетонного елемента, що відповідає його залишковому ресурсу (рис. 5.2), може бути обчислена за виразом

$$W_3 = W - W_1 - W_2. \quad (5.10)$$

Граничне значення осередненої кривини елемента при вичерпанні їм несучої здатності за тривалої дії навантажень можна визначити за формулою

$$1/r_{f_{ul}} = 2 \cdot W_3 / (\Delta l \cdot M) + 1/r_{f_l} \quad (5.11)$$

та спрогнозувати відповідний граничний прогин елемента за виразом

$$f_{ul} = 1/r_{f_{ul}} \cdot (s \cdot l_0^2). \quad (5.12)$$

Таким чином, розрахунок залишкового ресурсу залізобетонних елементів за деформаційно-силовою моделлю пропонується виконувати з залученням ще однієї визначальної гіпотези – незмінності в одиниці об'єму та незалежності від режиму завантаження потенціальної енергії деформування залізобетонного елемента, витраченої на його руйнування $W = const$. Інакше кажучи, вищезгадана гіпотеза слугує водночас ще й енергетичним критерієм розрахунку залишкового ресурсу залізобетонних елементів.

5.1.3. Особливості розрахунку залишкового ресурсу залізобетонних елементів за кроком та шириною розкриття тріщин

Використання пропонованого енергетичного критерію у розрахунках залишкового ресурсу залізобетонних елементів конструкцій залишається можливим навіть тоді, коли вихідним параметром натурних досліджень буде слугувати не прогин f_l , а крок $s_{r,l}$ та ширина $w_{k,l}$ розкриття нормальних тріщин (рис. 5.1).

Експлуатаційні значення вищевказаних параметрів тріщин пропонується прогнозувати за допомогою гіпотези плоских перерізів, яка дозволяє пов'язати деформації матеріалів в осередненому перерізі залізобетонного елемента з його жорсткістю через кривину [121; 355]

$$1/r_f = (\varepsilon_c + \varepsilon_s) / d, \quad (5.13)$$

де ε_c – поточні значення деформацій бетону найбільш стиснутої грані;

ε_s – поточні значення деформацій розтягнутої арматури;

d – робоча висота перерізу елемента.

Значення осередненої кривини залізобетонного елемента за тривалої дії експлуатаційного навантаження $1/r_{fl}$ теж варто пов'язати з деформаціями матеріалів в осередненому перерізі залізобетонного елемента та обчислювати згідно гіпотези плоских перерізів за формулою

$$1/r_{fl} = (\varepsilon_{c,l} + \varepsilon_{sm,l}) / d . \quad (5.14)$$

Середні значення деформацій розтягнутої арматури на найбільш напруженій ділянці елемента рекомендується розраховувати за середнім значенням кроку нормальних тріщин в цій зоні $s_{rm,l}$ та максимальною шириною їх розкриття $w_{k,l}$, встановленими за результатами натурних досліджень

$$\varepsilon_{sm,l} = w_{k,l} / s_{rm,l} + \varepsilon_{ctm} . \quad (5.15)$$

Поточні значення відносних деформацій бетону найбільш стиснутої грані $\varepsilon_{c,l}$ можна визначити за загально визнаною системою співвідношень МДТТ (3.38) або (3.55), прийнявши при цьому $\sigma_c = const$ за $\varepsilon_{c,l} \geq \varepsilon_c$ (рис. 5.3), або ж розрахувати за виразом

$$\varepsilon_{c,l} = \varepsilon_c \cdot (1 + \varphi(t, t_0)) , \quad (5.16)$$

де $\varphi(t, t_0)$ – значення коефіцієнта повзучості стиснутого бетону за дії зовнішнього навантаження, тривалістю $(t - t_0)$.

Граничне значення осередненої кривини елемента при вичерпанні ним несучої здатності за тривалої дії навантажень, визначене за формулою (5.11), можна пов'язати з деформаціями матеріалів за гіпотезою плоских перерізів

$$1/r_{ful} = (\varepsilon_{cu,l} + \varepsilon_{smu,l}) / d . \quad (5.17)$$

Граничні значення відносних деформацій бетону найбільш стиснутої грані за тривалої дії навантажень $\varepsilon_{cu,l}$ пропонується обчислювати за виразом

$$\varepsilon_{cu,l} = \varepsilon_c \cdot (1 + \varphi(\infty, t_0)) , \quad (5.18)$$

де $\varphi(\infty, t_0)$ – граничне значення коефіцієнта повзучості стиснутого бетону за тривалої дії зовнішнього навантаження, яке рекомендується приймати згідно чинних норм [46; 235].

Прогнозовані середні значення деформацій розтягнутої арматури можна визначити за формулою (5.19)

$$\varepsilon_{smu,l} = d / r_{ful} - \varepsilon_{cu,l} \quad (5.19)$$

та уточнити їх шляхом розв'язку загально визнаної системи співвідношень МДТТ (3.55). При розв'язку зазначеної системи, у разі потреби, можна уточнити граничні значення відносних деформацій стиснутого бетону $\varepsilon_{cu,l}$ і

спрогнозувати середні значення кроку нормальних тріщин $s_{rm,ul}$ та максимальної ширини їх розкриття $w_{k,ul}$.

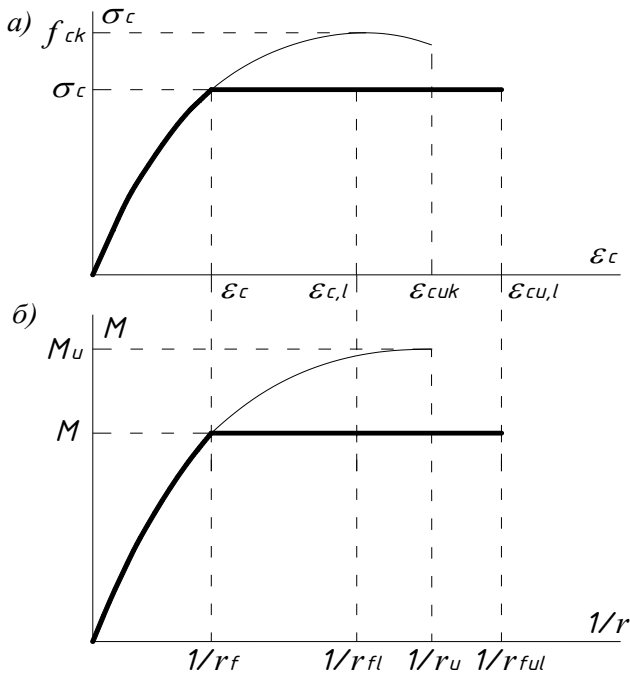


Рисунок 5.3 – Діаграми прогнозування граничних деформацій стиснутого бетону (а) та граничної кривини залізобетонного елемента (б) за тривалої дії експлуатаційного навантаження

Слід зауважити, що точність розрахунку залишкового ресурсу залізобетонних елементів за вимірними кроком $s_{rm,l}$ та шириною розкриття нормальних тріщин $w_{k,l}$ є дещо нижчою, ніж за прогином. Тому, щоб забезпечити не тільки більшу точність, але й вищу надійність результатів розрахунку енергетичного ресурсу залізобетонних елементів та конструкцій, його рекомендується виконувати обома способами одночасно.

5.2. Експериментально-статистична оцінка розроблених методів розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів

На основі запропонованої моделі багаторівневого утворення нормальних тріщин розроблені загальна та спрощена методики розрахунку утворення і розкриття нормальних тріщин, що можуть використовуватися як загальні при

розрахунку тріщиностійкості залізобетонних елементів. Їх можна реалізувати як в програмному, так і в інженерному варіантах. Елементарні програми, написані на їх основі, працюють в середовищі EXCEL та можуть бути відтворені інженером-конструктором за наведеними в дод. А алгоритмами навіть за відсутності спеціальної підготовки з комп'ютерного програмування.

Ефективність розроблених методик розрахунку утворення та розкриття нормальних тріщин оцінена за результатами експериментальних досліджень згинальних залізобетонних елементів, випробуваних безпосередньо автором [120] та зарубіжними вченими (табл. 5.1). Зазначені результати опубліковані у різних наукових виданнях та відкриті для загального доступу. Результати цієї перевірки показані на рис. 5.4...5.7 та наведені в табл. 5.2 і 5.3.

Таблиця 5.1 – Основні характеристики експериментальних зразків

Автори дослідів		Makhlouf H. M., Malhas F.A. [310]	Pundinaitė M. [346]	Ivanchev I.Y. [273]	
Найважливіші характеристики та параметри випробування дослідних зразків	рік	1996	2010	2018	
	розміри, мм	h	400	298-305	275-300
		b	600	275-285	150
		l_o	1900	3000	3000
	бетон, МПа	f_{ck}	40	43,7-49,5	25
		f_{ctk}	2,5	2,9	1,8
		$E_c \cdot 10^{-3}$	33,4	34,1-35,3	23
	арматура, МПа (і мм ²)	f_{yk}	430	578-632	500
		$E_s \cdot 10^{-3}$	200	199,3-223,5	190
		A_s	1249-2822	229,3-776,8	226,2-508,9

Виконано також експериментально-статистичне порівняння розроблених методів розрахунку з іншими методиками. Зокрема, ширина розкриття нормальних тріщин визначалась не тільки за власними авторськими методиками, але й за допомогою:

– чинних ДСТУ [46] та Єврокод-2 [235] за формулою

$$w_k = (k_3 \cdot c + k_1 \cdot k_2 \cdot k_4 \cdot \varnothing \cdot \rho_{p,eff}) \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}), \quad (5.20)$$

де k_1 – коефіцієнт, що враховує профіль поздовжньої арматури;

k_2 – коефіцієнт, що враховує розподіл відносних деформацій;

c – захисний шар бетону;

\varnothing – діаметр стержнів робочої арматури;

$\rho_{p,eff}$ – коефіцієнт армування ефективної розтягнутої зони бетону в зоні активного зчеплення;

k_3 і k_4 – сталі коефіцієнти, що рівні 3,4 та 0,425, відповідно;

- будівельних правил СП [133] за виразом

$$a_{crc} = 0,5 \cdot \varphi_1 \cdot \varphi_2 \cdot \varphi_3 \cdot \psi_s \cdot \varepsilon_s \cdot d_s \cdot A_{bt} / A_s, \quad (5.21)$$

- де $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ – коефіцієнти, що враховують тривалість дії навантаження, профіль поздовжньої арматури та характер навантаження, відповідно;

ψ_s – коефіцієнт, яким враховується нерівномірний розподіл відносних деформацій розтягнутої арматури між тріщинами;

σ_s – поточні напруження в арматурі;

A_{bt} – площа перерізу розтягнутого бетону;

d_s – діаметр стержня робочої арматури;

- деформаційно-силової моделі [102] з лінійною функцією середніх напружень зчеплення арматури з бетоном [71]

$$w_k = \frac{\varnothing}{4 \cdot ((\eta_1 \cdot \eta_2 - 0,4) \cdot \sigma_s / f_{yd} + 0,4) \cdot \rho_{l,t}} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}), \quad (5.22)$$

- де $\rho_{l,t}$ – коефіцієнт армування розтягнутої зони бетону, розміщеного в зоні активного зчеплення з арматурою;

f_{yd} – розрахункове значення міцності арматури на межі її текучості.

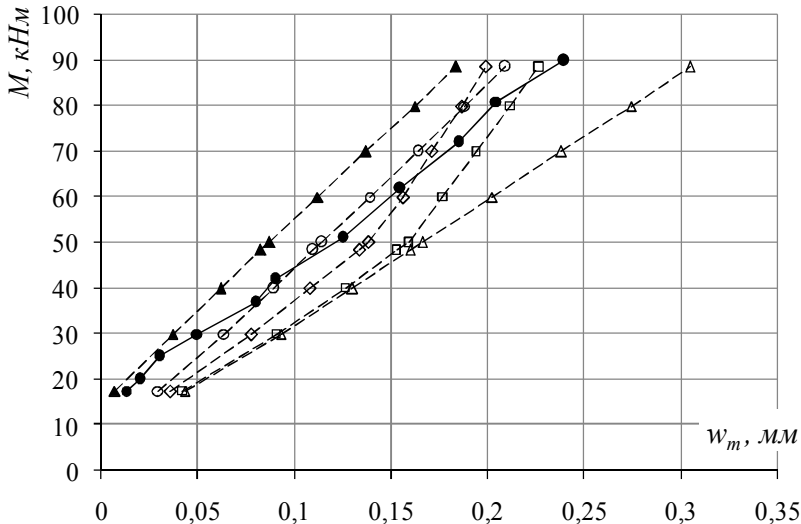


Рисунок 5.4 – Графіки розкриття тріщин в балці S1-1 [346]: ● – дослідні; теоретичні за методиками Δ – норм [46; 235], ▲ – СП [133], □ – ДСМ [102] з лінійними τ_{bm} [71], ◇ – загальною [120], ○ – спрощеною [102, 120]

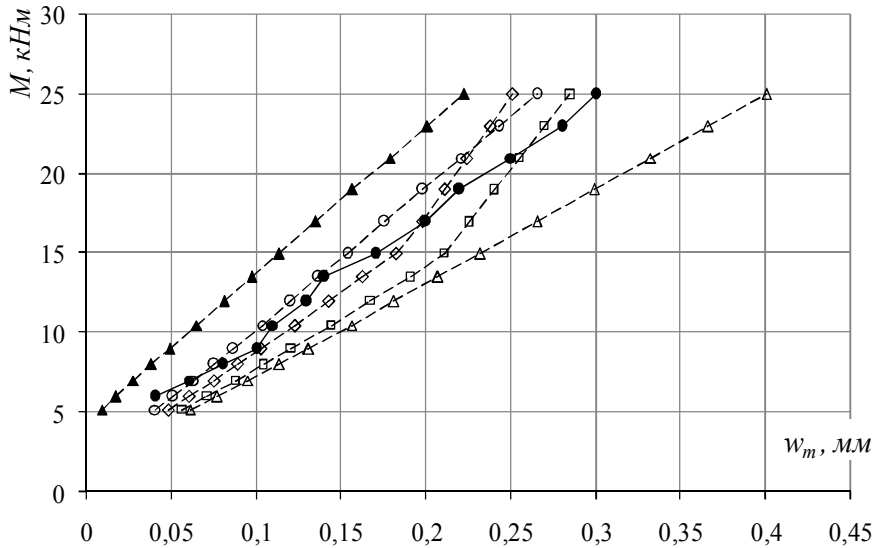


Рисунок 5.5 – Графіки розкриття тріщин в балці А-1 [273]: ● – дослідні; теоретичні за методиками Δ – норм [46; 235], \blacktriangle – СП [133], \square – ДСМ [102] з лінійними τ_{bm} [71], \diamond – загальною [120], \circ – спрощеною [102, 120]

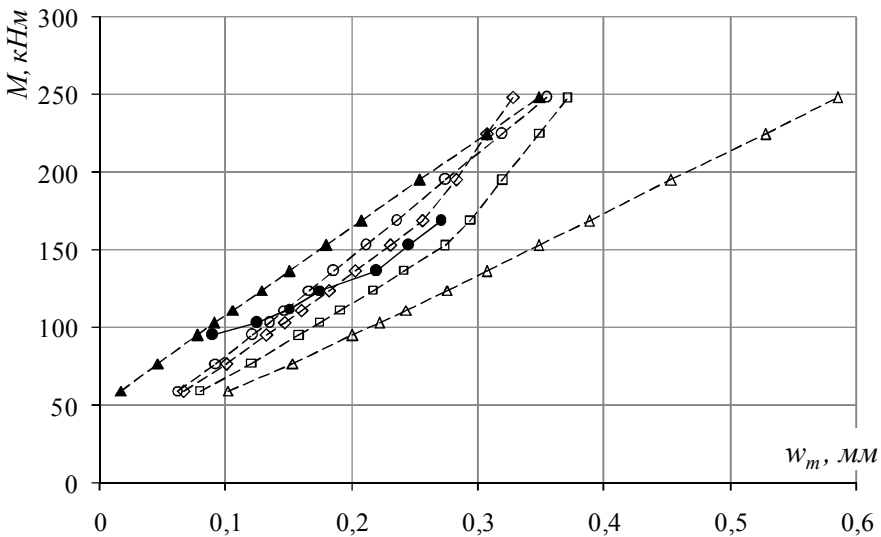


Рисунок 5.6 – Графіки розкриття тріщин в балці G-2 [310]: ● – дослідні; теоретичні за методиками Δ – норм [46; 235], \blacktriangle – СП [133], \square – ДСМ [102] з лінійними τ_{bm} [71], \diamond – загальною [120], \circ – спрощеною [102, 120]

Таблиця 5.2 – Порівняння теоретичних та дослідних значень ширини розкриття нормальних тріщин

Автори дослідів, кількість зразків (вимірювань)		Махлough Н., Malhas F. [310], 3 зр. (21 вимір.)	Pundinaitė M. [346], 10 зр. (66 вимір.)	Ivanchev I.Y. [273], 12 зр. (142 вимір.)	Ромашко-Майструк О.В. [120] 3 зр. (30 вимір.)	Загалом, 28 зр. (259 вимір.)	
Відхилення (%) експериментальних даних від розрахункових за методикою	норм [46, 235]	Δ	59,81	34,98	22,36	7,27	26,86
		σ	29,87	18,99	25,21	10,74	22,33
		ν	18,69	14,07	21,82	11,58	18,41
	норм [133]	Δ	15,26	19,67	40,42	3,0	28,76
		σ	18,77	10,92	14,44	23,14	14,9
		ν	22,15	13,59	24,34	23,87	21,37
	ДСМ [102] з лінійними τ_{bm} [71]	Δ	18,5	28,13	22,2	16,04	22,70
		σ	18,73	20,27	29,39	5,17	23,40
		ν	15,81	15,82	24,05	4,46	19,02
	загальною [120]	Δ	0,0	15,3	3,98	5,0	6,66
		σ	15,97	15,1	16,78	6,6	15,11
		ν	15,97	13,1	16,13	6,3	14,21
спрощеною [102, 120]	Δ	8,42	2,63	18,38	12,93	12,93	
	σ	14,68	11,57	19,39	9,57	15,88	
	ν	16,04	11,88	20,36	10,99	16,76	

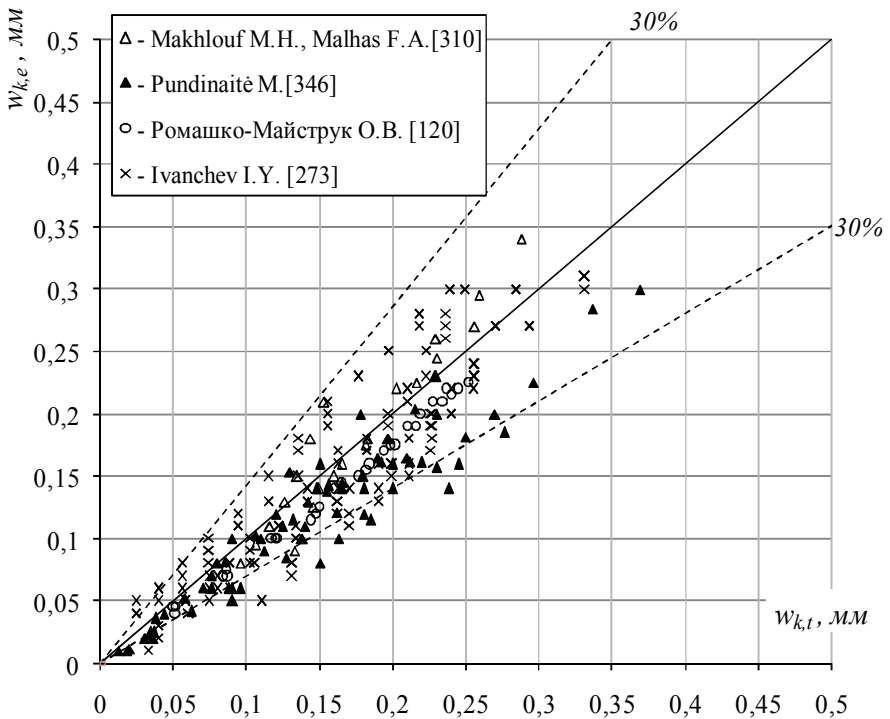


Рисунок 5.7 – Збіжність теоретичних (за автором) та дослідних значень ширини розкриття тріщин в згинальних залізобетонних елементах, випробуваних різними дослідниками

Таблиця 5.3 – Забезпеченість точності розрахунків ширини розкриття тріщин згинальних залізобетонних елементів за різними методиками

Методика	Кількість зразків (дослідів)	Оцінювані параметри	Забезпеченість точності у %				
			± 5	± 10	± 15	± 20	± 25
норм [46; 235]	28 (259)	$\frac{w_{k,th}}{w_{k,ex}}$	17,7	34,3	49,8	63,2	73,7
СП [133]			27,7	52,1	71,1	84,3	92,3
ДСМ [102] з лінійними τ_{bm} [71]			16,9	33,1	47,9	60,8	71,4
загальна [120]			25,9	49,1	67,9	81,5	90,2
спрощена [102, 120]			24,7	47,1	65,5	79,2	88,5

5.3. Приклади розрахунку залізобетонних елементів конструкцій

Приклад 1. Розрахувати ширину розкриття нормальних тріщин в залізобетонній балці Б-3 прямокутного перерізу $b_n \times h_n = 102 \times 198$ мм (табл. 5.3) за дії згинаючого моменту $M_{Ed} = 9,6$ кНм. Балка, довжиною $L = 2$ м (рис. 5.8), була виготовлена з важкого бетону з характеристиками $f_{ck} = 19,92$ МПа, $f_{ctk} = 1,39$ МПа, $E_c = 24,151 \cdot 10^3$ МПа (табл. 5.5) та армована в розтягнутій зоні $2\text{Ø}10$ ($A_{s1} = 157$ мм²), при захисному шарі бетону $a_{s1} = 12$ мм, з наступними характеристиками $f_{yk} = 521$ МПа; $E_s = 1,94 \cdot 10^5$ МПа (табл. 5.4).

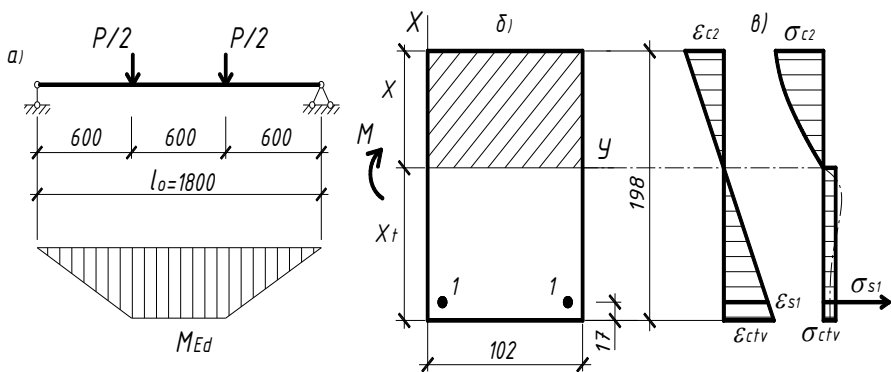


Рисунок 5.8 – До прикладу 1: розрахункова схема (а), переріз (б) та напружено-деформований стан (в) балки Б-3

Розв'язок. 1. Згідно алгоритму додатку А.1 розрахунок несучої здатності балки виконуємо згідно деформаційно-силової моделі опору залізобетонних елементів силовим впливам [102]. Початковий модуль пружності бетону (при $\sigma_c = 0$) рівний $E_{c0} = E_c \cdot k_o = 24,151 \cdot 10^3 \cdot 1,185 = 28,619 \cdot 10^3$ МПа, а його критичні деформації за стиску складатимуть

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c1} &= \frac{f_{ck}}{E_{c0}} + (140 - 0,7 f_{ck}) \cdot 10^{-5} = \left(\frac{19,92}{0,28619} + 140 - 0,7 \cdot 19,92 \right) \cdot 10^{-5} = \\ &= 195,7 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Основні параметри діаграми стану (деформування) стиснутого бетону обчислюємо за виразами

$$a = E_{c0} = 28,619 \cdot 10^3 \text{ МПа}; b = f_{ck} / \varepsilon_{c1}^2 = 19,92 / (195,7 \cdot 10^{-5})^2 = 5203 \cdot 10^5 \text{ МПа};$$

$$c = \frac{E_{co}}{f_{ck}} - \frac{2}{\varepsilon_{cl}} = \frac{28,619 \cdot 10^3}{19,92} - \frac{2}{195,66 \cdot 10^{-5}} = 414,51.$$

Граничні деформації бетону на стиск ε_{cu} сягають

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_{cl} (1 + 0,322 \cdot \sqrt{\ln k} / [1 + ((k-2)/6 \cdot \ln(6/k-0,2))^2]) = 195,7 \cdot 10^{-5} \times \\ \times (1 + 0,322 \sqrt{\ln 2,811} / [1 + ((2,811-2)/6 \cdot \ln(6/2,811-0,2))^2]) = 259,2 \cdot 10^{-5},$$

де параметр $k = E_{c0} \cdot \varepsilon_{cl} / f_{ck} = 28,619 \cdot 195,7 \cdot 10^{-2} / 19,92 = 2,811$.

Коли врахувати, що в неперearмованих елементах напруження у розтягнутій арматурі в граничній стадії зазвичай досягають межі текучості

($\varepsilon_s > \varepsilon_{so} = \frac{521}{1,94 \cdot 10^5} = 268,6 \cdot 10^{-5}$), то її деформації можна знайти за виразом

$$\varepsilon_{s1} = \frac{\delta_c \cdot \alpha_c}{f_{yk} \cdot \rho_{l1}} - \varepsilon_{cu} = \frac{99,32 \cdot 40,71 \cdot 10^{-5}}{521 \cdot 0,0085} - 259,2 \cdot 10^{-5} = 653,52 \cdot 10^{-5}$$

при $\rho_{l1} = A_{s1} / (b_n \cdot d) = 157 / (102 \cdot 181) = 0,0085$ та параметрах δ_c і α_c , рівних відповідно

$$\delta_c = (a + b/c) / c = (28,619 \cdot 10^3 + 52,03 \cdot 10^5 / 414,51) / 414,51 = 99,32 \text{ МПа};$$

$$\alpha_c = -\frac{b \cdot \varepsilon_{cu}^2}{2(a + b/c)} + \varepsilon_{cu} - \frac{\ln(1 + c \cdot \varepsilon_{cu})}{c} = -\frac{52,03 \cdot 10^5 \cdot (259,2 \cdot 10^{-5})^2}{2(28,619 \cdot 10^3 + 52,03 \cdot 10^5 / 414,51)} + \\ + 259,2 \cdot 10^{-5} - \ln(1 + 414,51 \cdot 259,2 \cdot 10^{-5}) / 414,51 = 40,71 \cdot 10^{-5}.$$

Тоді кривина даної балки в стадії граничної рівноваги становитиме

$$1/r_u = \frac{\varepsilon_{cu} + \varepsilon_{s1}}{d} = \frac{(295,2 + 653,52) \cdot 10^{-5}}{181} = \frac{2642,46 \cdot 10^{-5}}{181} = 5,043 \cdot 10^{-5}, \text{ мм}^{-1}$$

а її несуча здатність остаточно складатиме

$$M_u = \frac{b_n}{(1/r_u)^2} \cdot \delta_c \cdot \beta_c + f_{yk} \cdot A_{s1} \cdot x_{s1} = \frac{102 \cdot 10^{10}}{5,043^2} \cdot 99,32 \cdot 6192,64 \cdot 10^{-10} +$$

$$+ 521 \cdot 157 \cdot 129,6 = 13,068 \cdot 10^6 \text{ Нмм}$$

за параметра β_c

$$\beta_c = -\frac{b \cdot \varepsilon_{cu}^3}{3 \cdot (a + b/c)} + \frac{\varepsilon_{cu}^2}{2} - \frac{\varepsilon_{cu}}{c} + \frac{\ln(1 + c \cdot \varepsilon_{cu})}{c^2} = \\ = -\frac{52,03 \cdot 10^5 \cdot (259,2 \cdot 10^{-5})^3}{3 \cdot (28,619 \cdot 10^3 + 52,03 \cdot 10^5 / 414,51)} + \frac{(259,2 \cdot 10^{-5})^2}{2} -$$

$$-\frac{259,2 \cdot 10^{-5}}{414,51} + \frac{\ln(1 + 414,51 \cdot 259,2 \cdot 10^{-5})}{414,51^2} = 0,0619264 \cdot 10^{-5}$$

при основних геометричних параметрах стиснутого бетону і арматурних стержнів

$$x_{cu} = \varepsilon_{cu} / (1 / r_u) = 259,2 \cdot 10^{-5} / (5,043 \cdot 10^{-5}) = 51,39 \text{ мм};$$

$$x_{s1} = d - x_{cu} = 181 - 51,39 = 129,6 \text{ мм}.$$

2. За алгоритмом додатку А.2 в деформаційно-силовій моделі [102] критичні деформації розтягнутого бетону складатимуть

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ct1} &= f_{ctk} / E_{co} + (3 - f_{ctk} / 3) \cdot 10^{-5} = (1,39 / 0,28619 + 3 - 1,39 / 3) \cdot 10^{-5} = \\ &= 7,394 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Основні параметри діаграми деформування розтягнутого бетону рівні
 $a_t = a = 28,619 \cdot 10^3$ МПа; $b_t = f_{ctk} / \varepsilon_{ct1}^2 = 1,39 / (7,394 \cdot 10^{-5})^2 = 25428 \cdot 10^5$ МПа;

$$c_t = E_{co} / f_{ctk} - 2 / \varepsilon_{ct1} = 28,619 \cdot 10^3 / 1,39 - 2 / (7,394 \cdot 10^{-5}) = -6460.$$

Граничні деформації розтягнутого бетону ε_{ctu} сягають

$$\begin{aligned} \varepsilon_{ctu} &= \varepsilon_{ct1} \cdot \left(1 + \frac{0,642 \cdot \sqrt{(\ln k_t)^{1,4}}}{1 + ((k_t - 2) / 6 \cdot \ln(36 / k_t^2 - 0,2))^2} \right) = 7,394 \cdot 10^{-5} \cdot (1 + \\ &+ \frac{0,642 \sqrt{(\ln 1,522)^{1,4}}}{1 + ((1,522 - 2) / 6 \cdot \ln(36 / 1,522^2 - 0,2))^2}) = 9,864 \cdot 10^{-5}, \end{aligned}$$

де параметр деформативності розтягнутого бетону

$$k_t = E_{co} \cdot \varepsilon_{ct1} / f_{ctk} = 28,619 \cdot 7,394 \cdot 10^{-2} / 1,39 = 1,522.$$

Попередні значення відносних деформацій крайніх фібр стиснутого бетону в момент появи нормальних тріщин прийемо за виразом

$$\begin{aligned} \varepsilon_{c2} &= \varepsilon_{c1} \cdot (0,0444 + (0,01 \cdot k^3 - 0,058 \cdot k^2 + 0,204 \cdot k + 0,12) \cdot \rho_l) = 2592 \cdot 10^{-5} \times \\ &\times (0,0444 + (0,01 \cdot 2,811^3 - 0,058 \cdot 2,811^2 + 0,204 \cdot 2,811 + 0,12) \cdot 0,0085) = 9,45 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Тоді кривина балки в момент появи тріщин становитиме

$$1 / r_{cr} = (\varepsilon_{c2} + \varepsilon_{ctu}) / h_n = (9,45 + 9,864) \cdot 10^{-5} / 198 = 0,0975 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^{-1},$$

а геометричні та деформаційні параметри розтягнутої (–) арматури рівні

$$x_{s,cr0} = x_{c,cr0} - d = 96,9 - 181 = -84,1 \text{ мм};$$

$$\varepsilon_{s,cr0} = x_{s,cr0} \cdot (1 / r_{cr}) = -84,1 \cdot 0,0975 \cdot 10^{-5} = -8,2 \cdot 10^{-5}$$

за висоти стиснутої зони бетону в момент появи тріщин

$$x_{c,cr0} = \varepsilon_{c2} / (1 / r_{cr}) = 9,45 / 0,0975 = 96,9 \text{ мм}.$$

Розтягуючі зусилля (-) в найбільш напруженому перерізі балки складатимуть

$$N_{cts,cr} = N_{ct,cr} + N_{st,cr} = b_n \alpha_{\rho t} \beta_{bt} (-\varepsilon_{ctu}^2 \frac{b_t c_t^2}{2 \beta_{bt}} + \varepsilon_{ctu} c_t - \ln \delta_{ct}) - E_s \varepsilon_{s,cr0} \times \\ \times A_{s1} = 102 \cdot (-0,3801) \cdot 693,6 \cdot (-9,864 \cdot 10^{-5})^2 \frac{2542,8 \cdot 10^5 \cdot (-6460)^2}{2 \cdot 693,6 \cdot 10^5} + \\ + 9,864 \cdot 10^{-5} \times (-6460) - \ln 0,36266 + 1,94 \cdot 8,2 \cdot 157 = 9885,3 + 2499,3 = \\ = 12384,6 \text{ H,}$$

де параметри $\alpha_{\rho t}$, β_{bt} та δ_{ct} рівні відповідно

$$\alpha_{\rho t} = 1 / ((1 / r_{cr}) \cdot c_t^3) = 1 / (0,0975 \cdot 10^{-5} \cdot (-6460)^3) = -0,3801 \cdot 10^{-5}; \\ \beta_{bt} = a_t \cdot c_t + b_t = 28,619 \cdot 10^3 \cdot (-6460) + 2542,8 \cdot 10^5 = 693,6 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \\ \delta_{ct} = 1 + c_t \cdot \varepsilon_{ctu} = 1 + (-6460) \cdot 9,864 \cdot 10^{-5} = 0,36266.$$

Аналогічно стискаючі зусилля (+) у цьому перерізі балки становитимуть

$$N_{cs,cr} = b_n \cdot \alpha_{\rho} \cdot \beta_b \cdot (-\varepsilon_{c2}^2 \frac{b \cdot c^2}{2 \cdot \beta_b} + \varepsilon_{c2} \cdot c - \ln \delta_c) = 102 \cdot 1439,5 \cdot 170,66 \times \\ \times (-9,45 \cdot 10^{-5})^2 \frac{52,03 \cdot 10^5 \cdot 414,51^2}{2 \cdot 170,66 \cdot 10^5} + 9,45 \cdot 10^{-5} \cdot 414,51 - \ln 1,03916) = \\ = 12870,9 \text{ H,}$$

за параметрів α_{ρ} , β_b та δ_c рівних відповідно

$$\alpha_{\rho} = 1 / ((1 / r_{cr}) \cdot c^3) = 1 / (0,0975 \cdot 10^{-5} \cdot (414,51)^3) = 1439,5 \cdot 10^{-5}; \\ \beta_b = a \cdot c + b = 28,619 \cdot 10^3 \cdot 414,51 + 52,03 \cdot 10^5 = 170,66 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \\ \delta_c = 1 + c \cdot \varepsilon_{c2} = 1 + 414,51 \cdot 9,45 \cdot 10^{-5} = 1,03916.$$

Момент, що характеризує появу тріщин в балці, становить

$$M_{cr} = \frac{b_n}{1 / r_{cr}} \left(\frac{\alpha_{\rho t} \beta_{bt}}{c_t} \cdot (-\varepsilon_{ctu}^3 \frac{b_t c_t^3}{3 \cdot \beta_{bt}} + \varepsilon_{ctu}^2 \frac{c_t^2}{2} - \varepsilon_{ctu} \cdot c_t + \ln \delta_{ct}) + \frac{\alpha_{\rho} \beta_b}{c} \times \right. \\ \times (-\varepsilon_{c2}^3 \frac{b \cdot c^3}{3 \cdot \beta_b} + \varepsilon_{c2}^2 \frac{c^2}{2} - \varepsilon_{c2} \cdot c + \ln \delta_c) \left. + E_s \cdot A_{s1} \cdot \varepsilon_{s,cr0} \cdot x_{s,cr0} = \frac{102}{0,0975 \cdot 10^{-5}} \times \right. \\ \times \left(\frac{-0,3801 \cdot 693,6}{(-6460)} \times (-9,864 \cdot 10^{-5})^3 \frac{2542,8 \cdot (-6460)^3}{3 \cdot 693,6} + (9,864 \cdot 10^{-5})^2 \times \right.$$

$$\begin{aligned} & \times \frac{(-6460)^2}{2} + 9,864 \cdot 10^{-5} \cdot 6460 + \ln 0,36266 + \frac{1439,5 \cdot 170,66}{414,51} (-9,45 \cdot 10^{-5})^3 \times \\ & \times \frac{52,03 \cdot 414,51^3}{3 \cdot 170,66} + (9,45 \cdot 10^{-5})^2 \cdot \frac{414,51^2}{2} - 9,45 \cdot 10^{-5} \cdot 414,51 + \ln(1,03916) + \\ & + 1,94 \cdot 157 \cdot (-8,2) \cdot (-84,1) = 1,646 \cdot 10^6 \text{ Нмм}. \end{aligned}$$

Розбіжність між розтягуючими та стискуючими зусиллями в балці перевищує 1,0%

$$\Delta N = N_{cts,cr} / N_{cs,cr} = 12384,6 / 12870,9 = 0,962 < 0,99,$$

тому в наступному наближенні значення відносних деформацій крайових фібр стиснутого бетону скорегуємо з урахуванням розходження на величину $(2 + \Delta N) / 3$ до значення $\varepsilon_{c2} = 9,45 \cdot 10^{-5} \cdot (2 + 0,962) / 3 = 9,33 \cdot 10^{-5}$.

Після 3-го наближення з $\varepsilon_{c2} = 9,26 \cdot 10^{-5}$ та $\varepsilon_{s,cr0} = 8,22 \cdot 10^{-5}$ отримуємо: $N_{cts,cr} = N_{ct,cr} + N_{st,cr} = 9,981 + 2,51 = 12,49$ кН, $N_{c,cr} = 12,5$ кН і $M_{cr} = 1,628$ кНм, $\Delta N_{cr} = 0,999$ та $\Delta M_{cr} = M_{cr,2} / M_{cr,3} = 1,004$.

Отже, нормальні тріщини в даній балці появляться за дії згинаючого моменту $M_{cr} = 1,628$ кНм при кривині $1 / r_{cr} = 0,0966 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^{-1}$.

3. Розрахункове значення осередненої кривини балки в її найбільш напруженому перерізі за дії моменту $M_{Ed} = 9,6$ кНм визначаємо за виразом

$$\begin{aligned} \frac{1}{r^*} &= \frac{\psi_\rho / r_u}{2M_u} \left[\left(1 - \frac{M_{Ed}}{M_u}\right) \frac{D_o}{r_u} + 2M_{Ed} - \sqrt{\left(\left(1 - \frac{M_{Ed}}{M_u}\right) \frac{D_o}{r_u} + 2M_{Ed}\right)^2 - 4M_{Ed}M_u} \right] = \\ &= 1,585 \cdot \frac{5,043 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot 13,068 \cdot 10^6} \left[\left(1 - \frac{9,6}{13,068}\right) \cdot 2,0931 \cdot 10^{12} \cdot 5,043 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 9,6 \cdot 10^6 - \right. \\ & \left. - \sqrt{\left(\left(1 - \frac{9,6}{13,068}\right) \cdot 2,0931 \cdot 10^{12} \cdot 5,043 \cdot 10^{-5} + 2 \cdot 9,6 \cdot 10^6\right)^2 - 4 \cdot 9,6 \cdot 10^6 \times} \right. \\ & \left. \times 13,068 \cdot 10^6 \right] = 1,7286 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^{-1}, \end{aligned}$$

з коригуючим параметром розрахункової кривини

$$\psi_\rho = 1 + 3 \cdot \frac{M_{Ed}}{M_u} \cdot \left(1 - \frac{M_{Ed}}{M_u}\right) = 1 + 3 \cdot \frac{9,6}{13,068} \cdot \left(1 - \frac{9,6}{13,068}\right) = 1,585$$

за початкової жорсткості перерізу балки

$$D_o = E_{co} h_n^3 b_n / 12 + E_s A_{s1} \cdot (h_n / 2 - a_{s,1} - \emptyset / 2)^2 = 28619 \cdot 198^3 \cdot 102 / 12 +$$

$$1,94 \cdot 10^5 \cdot 157 \cdot (198/2 - 12 - 5)^2 = 2,0931 \cdot 10^{12} \text{ Нмм}^2.$$

Попередні значення відносних деформацій крайових фібр стиснутого бетону приймемо пропорційно до стадії граничної рівноваги за виразом

$$\varepsilon_{c2} = \varepsilon_{cu} \cdot (1/r^*) / (1/r_u) = 259,2 \cdot 10^{-5} \cdot 1,729 / 5,043 = 88,85 \cdot 10^{-5}.$$

Тоді висота стиснутої та розтягнутої зон бетону в найбільш напруженому перерізі балки і видовження її найбільш розтягнутої грані складатимуть відповідно

$$x_c = \varepsilon_{c2} / (1/r^*) = 88,85 / 1,729 = 51,4 \text{ мм}; \quad x_{ct} = h_n - x_c = 198 - 51,4 = 146,6 \text{ мм};$$

$$\varepsilon_t = x_{ct} \cdot (1/r^*) = 146,6 \cdot 1,729 \cdot 10^{-5} = 253,4 \cdot 10^{-5},$$

а геометричні та деформаційні параметри розтягнутої (-) арматури рівні

$$x_s = x_c - d = 51,4 - 181 = -129,6 \text{ мм};$$

$$\varepsilon_s = x_s \cdot (1/r^*) = -129,6 \cdot 1,729 \cdot 10^{-5} = -224 \cdot 10^{-5}.$$

Розтягуючі зусилля (-) в найбільш напруженому перерізі балки сягають $N_{ct} = N_{ct} + N_{st} = f_{ctk} b_n x_{ct} \cdot (\varepsilon_{ctu} / \varepsilon_t) / 2 - E_s \varepsilon_s A_{s1} = 1,39 \cdot 102 \cdot 146,6 \times (9,864 / 253,4) / 2 + 1,94 \cdot 224 \cdot 157 = 404,5 + 68233,5 = 68638 \text{ Н}$.

Аналогічно стискаючі зусилля (+) в зазначеному перерізі балки рівні

$$N_{cs} = N_c = b_n \cdot \alpha_\rho \cdot \beta_b \cdot (-\varepsilon_{c2}^2 \frac{b \cdot c^2}{2 \cdot \beta_b} + \varepsilon_{c2} \cdot c - \ln \delta_c) = 102 \cdot 82,1 \cdot 170,66 \times \\ \times (-88,85 \cdot 10^{-5})^2 \frac{52,03 \cdot 10^5 \cdot 414,51^2}{2 \cdot 170,66 \cdot 10^5} + 88,85 \cdot 10^{-5} \cdot 414,51 - \ln 1,368 = 48151 \text{ Н},$$

за параметрів α_ρ , β_b та δ_c , рівних відповідно

$$\alpha_\rho = 1 / ((1/r^*) \cdot c^3) = 1 / (1,729 \cdot 10^{-5} \cdot 414,51^3) = 81,2 \cdot 10^{-5};$$

$$\beta_b = 170,66 \cdot 10^5 \text{ МПа}; \quad \delta_c = 1 + c \cdot \varepsilon_{c2} = 1 + 414,51 \cdot 88,85 \cdot 10^{-5} = 1,368.$$

Момент, що виникає від внутрішніх зусиль в балці, складатиме

$$M = \frac{b_n \cdot \alpha_\rho \cdot \beta_b}{(1/r^*) \cdot c} \left(-\varepsilon_{c2}^3 \frac{b \cdot c^3}{3 \cdot \beta_b} + \varepsilon_{c2}^2 \frac{c^2}{2} - \varepsilon_{c2} \cdot c + \ln \delta_c \right) + f_{ctk} \cdot b_n \cdot \frac{x_{ct}^2}{3} \times \\ \times (\varepsilon_{ctu} / \varepsilon_t) + E_s \cdot A_{s1} \cdot \varepsilon_s \cdot x_s = \frac{102 \cdot 82,1 \cdot 170,66}{1,729 \cdot 10^{-5} \cdot 414,51} \cdot (-88,85 \cdot 10^{-5})^3 \times \\ \times \frac{52,03 \cdot 414,51^3}{3 \cdot 170,66} + (88,85 \cdot 10^{-5})^2 \cdot 414,51^2 / 2 - 88,85 \cdot 10^{-5} \cdot 414,51 + \\ + \ln 1,368 + 1,39 \cdot 102 \times 146,6^2 \cdot (7,394 \cdot 1,334 / 221,4) / 3 + 1,94 \cdot 157 \cdot (-224) \times$$

$$\times (-129,6) = 10,46 \cdot 10^6 \text{ Нмм.}$$

Зважаючи, що розбіжність між розтягуючими і стискуючими зусиллями в балці є доволі суттєвою $\Delta N = N_{ct_s} / N_{cs} = 68638 / 48151 = 1,425 > 1,01$, а збіжність між зовнішніми та внутрішніми згинаючими моментами є недостатньою $\Delta M = M_{Ed} / M = 9,6 / 10,46 = 0,917 < 0,99$, то в наступному наближенні попередні значення розрахункової осередненої кривини балки скорегуємо через ΔM до значення $1/r^* = 1,729 \cdot 10^{-5} \cdot 0,917 = 1,586 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^{-1}$, а значення відносних деформацій крайових фібр стиснутого бетону за допомогою $\sqrt{\Delta N}$ до значення $\varepsilon_{c2} = 88,85 \cdot 10^{-5} \sqrt{1,425} = 106,09 \cdot 10^{-5}$.

Після кількох наближень отримуємо – $\varepsilon_s = 197,2 \cdot 10^{-5}$, $\varepsilon_{c2} = 98,1 \cdot 10^{-5}$ ($x_c = 60,13 \text{ мм}$), $N_{ct_s} = 60,48 \text{ кН}$, $N_{cs} = 60,26 \text{ кН}$ та $M = 9,604 \text{ кНм}$ при $\Delta N = 60,48 / 60,26 = 1,004$ та $\Delta M = 9,6 / 9,604 = 0,9996$.

4. Відстані між тріщинами розраховуємо за алгоритмом додатку А.3. У зоні чистого згину балки на ділянці між тріщинами зміна зусиль в розтягнутій арматурі відсутня ($\Delta \sigma_{s,1} = 0$), тому відстань між суміжними тріщинами першого рівня обчислюємо за формулою (3.34)

$$s_{r1} = \frac{\varnothing_s}{4 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot (\sigma_{s,cr1} / \sigma_y)^{1-1/\eta_1}} \cdot \frac{N_{ct,cr}}{A_s} =$$

$$= \frac{10}{4 \cdot 2,25 \cdot 1 \cdot 1,39 \cdot (24 / 268,6)^{1-1/2,25}} \times \frac{6420}{157} = 125,04 \text{ мм,}$$

де різниця зусиль в розтягнутому бетоні до та після утворення першої тріщини, тобто перерозподіленого з бетону на арматуру, рівна

$$N_{ct,cr} = N_{ct,cr0} - N_{ct,cr1} = 9882 - 3462 = 6420 \text{ Н};$$

рівень напружень в арматурі складає $\sigma_{s,cr1} / \sigma_y = \varepsilon_{s,cr1} / \varepsilon_{so} = 24 / 268,6$;

коефіцієнт $\eta_1 = 1 + 29f_R - 120f_R^2 = 1 + 29 \cdot 0,056 - 120 \cdot 0,056^2 = 2,25$, що враховує індекс зчеплення серпоподібної арматури ($f_R = 0,056$) за формулою (3.12) при довірчому інтервалі 2σ .

В зоні чистого згину за сталих моментів тріщини другого рівня будуть виникати посередині між тріщинами першого рівня, тобто $s_{r2} = s_{r1} / 2$. Тоді деформації арматури, за яких будуть утворюватися тріщини другого рівня, можна знайти за допомогою виразу (3.36)

$$\varepsilon_{s,cr2} = \left(\frac{\varnothing_s \cdot N_{ct,cr}}{2 \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot f_{ctk} \cdot s_{r1} \cdot A_s} \right)^{\eta_1} \varepsilon_{so} = \left(\frac{10 \cdot 6420}{2 \cdot 2,25 \cdot 1 \cdot 1,39 \cdot 125,04 \cdot 157} \right)^{2,25} \times$$

$$\times 268,6 \cdot 10^{-5} = 83,52 \cdot 10^{-5}.$$

Оскільки $\varepsilon_{s,cr2} = 83,52 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_s = 197,2 \cdot 10^{-5}$, то тріщини другого рівня в даній балці будуть утворюватися.

Тоді за середніх деформацій розтягнутого бетону на ділянці між суміжними тріщинами $\varepsilon_{ctm} \approx 0,5 \cdot \varepsilon_{ctu} = 0,5 \cdot 9,864 \cdot 10^{-5} = 4,932 \cdot 10^{-5}$, ширина розкриття тріщин на рівні центру ваги розтягнутої арматури за формулою (3.54) сягатиме

$$w_k = \frac{s_{r1}}{2} (\varepsilon_s + \varepsilon_{s,cr2} - \varepsilon_{ctm}) = \frac{125,04}{2} (197,2 + 83,52 - 4,932) \cdot 10^{-5} = 0,172 \text{ мм.}$$

Збіжність результатів розрахунків за різними методиками з результатами експериментальних досліджень наведена в табл. 5.4.

Таблиця 5.4 – До порівняння та оцінки методів розрахунку тріщиностійкості згинальних елементів за результатами експериментальних досліджень балки Б-3

Значення		Параметри	Несуча здатність M_u , кНм	Момент утворення тріщин M_{cr} , кНм	Параметри утворення тріщин при M_{Ed}	
					відстань s_r , мм	ширина w_k , мм
Експериментальні			13,5	1,8	60...90	0,17
Теоретичні за методикою	автора загальною		$\frac{13,07}{0,968}$	$\frac{1,63}{0,906}$	62,5	0,172
	збіжність x_{th} / x_{exp}				1,04...0,69	1,012
	автора спрощеною				83	0,159
	збіжність x_{th} / x_{exp}				1,38...0,92	0,935
	ДСМ з лінійними τ_{bm}				65,5	0,193
	збіжність x_{th} / x_{exp}				1,09...0,73	1,135
	норм [46; 235]				87,7	0,165
	збіжність x_{th} / x_{exp}				1,46...0,97	0,994
	СП [133]				147	0,125
збіжність x_{th} / x_{exp}		2,45...1,63	0,735			

Приклад 2. Визначити залишковий енергетичний ресурс залізобетонної балки В2-а [253] прямокутного перерізу $b_n \times h_n = 250 \times 333$ мм (рис. 5.9)

після 400 діб дії згинаючого моменту $M_{Ed,l} = 24,8$ кНм. Балка, довжиною $l_0 = 3,5$ м, виготовлена з важкого бетону з характеристиками $f_{ck} = 18,3$ МПа, $f_{ctk} = 2,0$ МПа і $E_c = 22,82 \cdot 10^3$ МПа, та армована в розтягнутій зоні $2\text{Ø}16$ ($A_s = 400$ мм², $a_s = 25$ мм) з характеристиками $E_s = 19,4 \cdot 10^5$ МПа і $f_{yk} = 510$ МПа. Основні результати експериментальних досліджень балки наведені в табл. 5.5.

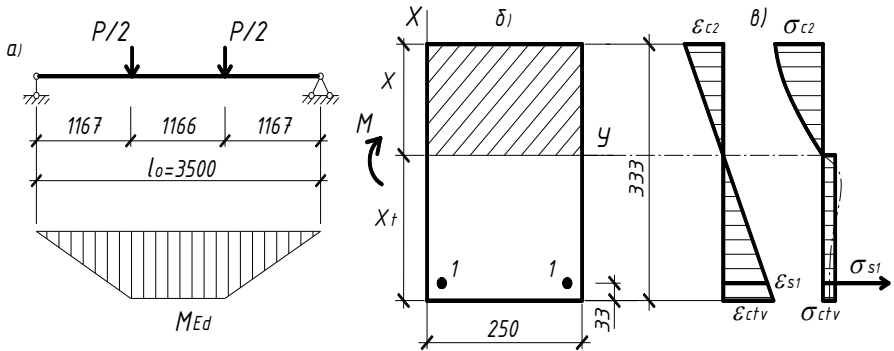


Рисунок 5.9 – До прикладу 2: розрахункова схема (а), переріз (б) та напружено-деформований стан (в) балки В2-а

Таблиця 5.5 – Основні результати експериментальних досліджень залізобетонної балки В2-а [253]

Досліджувані параметри	Значення параметрів на момент часу, дні	
	$t_0 = 14$	$t = 400$
Прогин f , мм	5	12,4
Крок тріщин s_r , мм	225	125*
Ширина w_k , мм	0,10	0,36
Деформації усадки ε_{ch}	0	$82,5 \cdot 10^{-5}$

Розв'язок. Аналогічно до попереднього прикладу за алгоритмом додатку А.1 визначаємо НДС балки в стадії граничної рівноваги. В результаті розрахунку отримуємо значення: несучої здатності $M_u = 56,4$ кНм, граничної кривини $1/r_u = 4,564 \cdot 10^{-5}$ мм⁻¹ та початкової жорсткості перерізу балки $D_0 = 2,225 \cdot 10^{13}$ Нмм².

У подальшому розрахунок виконуємо за алгоритмом додатку А.4.

Довжину розрахункової ділянки приймаємо рівною меншому із розмірів поперечного перерізу балки $\Delta l = b_n = 250 \text{ мм}$. Згідно формули (5.4) знаходимо потенціальну енергію граничного деформування (руйнування) залізобетонної балки за короткочасної дії повного навантаження

$$W = \frac{\Delta l \cdot M_u \cdot (1/r_u)}{2 \cdot (K-2)} \left[-\frac{1}{2} + \frac{(K-1)^2}{(K-2)} - \left(\frac{K-1}{K-2} \right)^2 \ln(K-1) \right] =$$

$$= \frac{250 \cdot 56,4 \cdot 10^6 \cdot 4,564 \cdot 10^{-5}}{2 \cdot (18-2)} \times \left[-\frac{1}{2} + \frac{(18-1)^2}{(18-2)} - \left(\frac{18-1}{18-2} \right)^2 \ln(18-1) \right] =$$

$$= 0,2889 \cdot 10^6 \text{ Нмм} = 288,9 \text{ Нм},$$

де характеристика граничної деформативності балки рівна

$$K = D_0 \cdot (1/r)_u / M_u = 2,225 \cdot 10^{13} \cdot 4,564 \cdot 10^{-5} / (56,4 \cdot 10^6) = 18.$$

НДС балки за короткочасної дії згинаючого моменту $M_{Ed,l} = 24,8 \text{ кНм}$ теж визначаємо аналогічно до попереднього прикладу згідно алгоритмів додатків А.2 та А.3. В результаті розрахунку отримуємо значення: відповідної кривини $1/r_f = 5,025 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-1}$, відносних деформацій бетону найбільш стиснутої грані $\varepsilon_c = 40,014 \cdot 10^{-5}$ та осереднених деформацій розтягнутого бетону на ділянці між тріщинами $\varepsilon_{ctm} = 5,993 \cdot 10^{-5}$.

Тоді потенціальна енергія деформування залізобетонної балки за короткочасної дії експлуатаційного навантаження згідно виразу (5.7) буде дорівнювати

$$W_1 = \frac{\Delta l \cdot M_u}{2 \cdot (K-2)} \left[-\frac{(1/r_f)^2}{2(1/r_u)} + \frac{(1/r_f)(K-1)^2}{(K-2)} - \frac{1}{r_u} \cdot \left(\frac{K-1}{K-2} \right)^2 \ln \left(1 + (K-2) \frac{1/r_f}{1/r_u} \right) \right] =$$

$$= \frac{250 \cdot 56,4 \cdot 10^6}{2 \cdot 16} \left(-\frac{(5,025 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 4,564 \cdot 10^{-5}} + \frac{5,025 \cdot 10^{-6} \cdot 17^2}{16} - 4,564 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{17}{16} \right)^2 \cdot \ln \left(1 + \right. \right.$$

$$\left. \left. 16 \cdot \frac{5,025 \cdot 10^{-6}}{4,564 \cdot 10^{-5}} \right) \right) = 0,1613 \cdot 10^5 \text{ Нмм} = 16,13 \text{ Нм}.$$

В кінці випробувань ширина розкриття тріщин (за середнім значенням їх кроку $s_r^* = (225 + 125) / 2 = 175 \text{ мм}$), без врахування впливу усадки, складає

$$w_k^* = w_k - s_r^* \cdot \varepsilon_{ch} = 0,36 - 175 \cdot 82,5 \cdot 10^{-5} = 0,22 \text{ мм}.$$

Середні значення деформацій розтягнутої арматури знаходимо за

формулою (5.15)

$$\varepsilon_{sm,l} = w_{k,l} / s_{rm,l} + \varepsilon_{ctm} = 0,22 / 175 + 5,991 \cdot 10^{-5} = 132 \cdot 10^{-5},$$

а поточні значення відносних деформацій бетону найбільш стиснутої грані обчислюємо за виразом (5.16)

$$\varepsilon_{c,l} = \varepsilon_c \cdot (1 + \varphi(t, t_0)) = 40,014 \cdot 10^{-5} \cdot (1 + 1,71) = 108,4 \cdot 10^{-5},$$

де значення коефіцієнта повзучості стиснутого бетону за тривалої дії зовнішнього навантаження згідно чинних норм [46; 235] рівне $\varphi(t, t_0) = 1,71$.

Значення осередненої кривини залізобетонного елемента за тривалої дії експлуатаційного навантаження за формулою (5.14) дорівнює

$$1/r_{fl} = (\varepsilon_{c,l} + \varepsilon_{sm,l}) / d = (108,4 + 132) \cdot 10^{-5} / 300 = 10,77 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-1}.$$

Тоді потенціальна енергія деформування згинального залізобетонного елемента за тривалої дії експлуатаційного навантаження (рис. 5.2) складе:

$$W_2 = \Delta l \cdot M \cdot (1/r_{fl} - 1/r_f) / 2 = 250 \cdot 24,8 \cdot 10^6 \cdot (10,77 - 5,025) \cdot 10^{-6} / 2 = 0,1781 \cdot 10^5 \text{ Нмм} = 17,81 \text{ Нм}.$$

Таким чином, залишковий енергетичний ресурс потенціальної енергії силового деформування балки за виразом (5.10) становитиме

$$W_3 = W - W_1 - W_2 = 288,9 - 16,13 - 17,81 = 254,96 \text{ Нм}$$

або 88,3% від початкового ($W_3 / W = 254,96 / 288,9 = 0,8825$).

Для порівняння розрахуємо залишковий ресурс балки, коли вихідним параметром слугуватиме прогин. За відомим значенням прогину обчислюємо осереднену кривина балки в експлуатаційній стадії за короткочасної дії експлуатаційного навантаження

$$1/r_f = f / (s \cdot l_0^2) = 5 / (5/48 \cdot 3500^2) = 3,918 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-1},$$

та потенціальну енергію її деформування

$$W_1 = \frac{\Delta l \cdot M_u}{2 \cdot (K-2)} \left[-\frac{(1/r_f)^2}{2 \cdot (1/r_u)} + \frac{(1/r_f) \cdot (K-1)^2}{(K-2)} - \frac{1}{r_u} \cdot \left(\frac{K-1}{K-2} \right)^2 \ln \left(1 + (K-2) \frac{1/r_f}{1/r_u} \right) \right] =$$

$$= \frac{250 \cdot 56,4 \cdot 10^6}{2 \cdot 16} \left(-\frac{(3,918 \cdot 10^{-6})^2}{2 \cdot 4,564 \cdot 10^{-5}} + \frac{3,918 \cdot 10^{-6} \cdot 17^2}{16} - 4,564 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{17}{16} \right)^2 \cdot \ln \left(1 + \right. \right.$$

$$\left. \left. + 16 \cdot \frac{3,918 \cdot 10^{-6}}{4,564 \cdot 10^{-5}} \right) \right) = 0,11625 \cdot 10^5 \text{ Нмм} = 11,63 \text{ Нм}.$$

Значення осередненої кривини залізобетонного елемента за тривалої дії експлуатаційного навантаження теж визначаємо за відомим прогином

$$1/r_{fl} = f_l / (s \cdot l_0^2) = 12,4 / (5/48 \cdot 3500^2) = 9,718 \cdot 10^{-6} \text{ мм}^{-1}.$$

Тоді потенціальну енергію деформування згинального залізобетонного елемента за тривалої дії експлуатаційного навантаження (рис. 5.2):

$$W_2 = \Delta l \cdot M \cdot (1/r_{f1} - 1/r_f)/2 = 250 \cdot 24,8 \cdot 10^6 \cdot (9,718 - 3,918) \cdot 10^{-6} / 2 = 0,1798 \cdot 10^5 \text{ Нмм} = 17,98 \text{ Нм}.$$

Таким чином, залишковий енергетичний ресурс потенціальної енергії деформування балки за виразом (5.10) складе

$$W_3 = W - W_1 - W_2 = 288,9 - 11,63 - 17,98 = 259,3 \text{ Нм}$$

або 89,8% від початкового ($W_3 / W = 262,5 / 288,9 = 0,8975$).

Та все ж при розв'язку зазначеної задачі особливу увагу необхідно приділяти потенціальній енергії критичного деформування залізобетонної балки, що відповідає досягненню критичних деформацій в стиснутому бетоні

$$\varepsilon_{c1} = 194,9 \cdot 10^{-5} \text{ чи в розтягнутій арматурі } \varepsilon_{s0} = 262,8 \cdot 10^{-5}.$$

При розрахунку НДС даної балки встановлено, що її руйнування фактично розпочинається з текучості арматури за: $\varepsilon_{s0} = 262,8 \cdot 10^{-5}$,

$$\varepsilon_c = 105,4 \cdot 10^{-5}, 1/r_R = 1,2256 \cdot 10^{-5} \text{ мм}^{-1}, M_R = 55,2 \text{ кНм}.$$

Тоді потенціальна енергія критичного деформування даної балки складе

$$W_R = \frac{\Delta l \cdot M_u}{2 \cdot (K-2)} \left[-\frac{(1/r_f)^2}{2 \cdot (1/r_u)} + \frac{(1/r_f) \cdot (K-1)^2}{(K-2)} - \frac{1}{r_u} \cdot \left(\frac{K-1}{K-2}\right)^2 \ln \left(1 + (K-2) \frac{1/r_f}{1/r_u} \right) \right] =$$

$$= \frac{250 \cdot 56,4 \cdot 10^6}{2 \cdot 16} \left(-\frac{(1,2256 \cdot 10^{-5})^2}{2 \cdot 4,564 \cdot 10^{-5}} + \frac{1,2256 \cdot 10^{-5} \cdot 17^2}{16} - 4,564 \cdot 10^{-5} \cdot \left(\frac{17}{16}\right)^2 \cdot \ln \left(1 + \right. \right.$$

$$\left. \left. + 16 \cdot \frac{1,2256 \cdot 10^{-5}}{4,564 \cdot 10^{-5}} \right) \right) = 0,5931 \cdot 10^5 \text{ Нмм} = 59,31 \text{ Нм}$$

За таких обставин залишковий енергетичний ресурс потенціальної енергії деформування балки, коли вихідними параметрами слугуватимуть параметри тріщиностійкості, за виразом (5.10) складе

$$W_3 = W_R - W_1 - W_2 = 59,31 - 16,13 - 17,81 = 25,37 \text{ Нм}$$

або 42,8% від початкового ресурсу ($W_3 / W = 203,5 / 59,31 = 0,428$).

Аналогічно залишковий енергетичний ресурс потенціальної енергії деформування балки, коли вихідним параметром слугуватиме прогин, за виразом (5.10) складе

$$W_3 = W_R - W_1 - W_2 = 59,31 - 11,63 - 17,98 = 29,49 \text{ Нм}$$

або 50% від початкового ресурсу ($W_3 / W = 29,49 / 59,31 = 0,5$).

5.4. Висновки

1. В деформаційно-силовій моделі залишковий ресурс залізобетонних елементів доцільно прогнозувати за вихідними параметрами натурних обстежень, якими є їх прогини, крок та ширина розкриття нормальних тріщин.

2. В основу загальної методики розрахунку ресурсу залізобетонних елементів конструкцій, у тому числі і залишкового, пропонується покласти деякий комплексний деформаційно-силовий (енергетичний) критерій.

3. Енергетичним критерієм вичерпання несучої здатності залізобетонних елементів конструкцій може слугувати гіпотеза незмінності в одиниці об'єму та незалежності від режиму завантаження потенціальної енергії їх деформування.

4. Потенціальну енергію деформування залізобетонних елементів пропонується розраховувати за діаграмами їх стану « $M-(1/r)$ », закладеними в основу деформаційно-силової моделі. Найважливіші параметри натурних досліджень (прогини f , відстань між тріщинами s_r та ширину їх розкриття w_k) пропонується «інтегрувати» в зазначені діаграмами через кривину самих елементів.

5. Точність розрахунку залишкового ресурсу залізобетонних елементів за допомогою прогинів є дещо вищою, ніж за допомогою кроку і ширини розкриття нормальних тріщин. Щоб забезпечити максимальну точність та надійність результатів розрахунку, прогнозування залишкового ресурсу залізобетонних елементів і конструкцій рекомендується вести одночасно за параметрами їх тріщиностійкості та прогинами.

6. Загалом розроблена методика розрахунку ресурсу залізобетонних елементів за енергетичним критерієм дозволяє спрогнозувати його залишкову частину у часовому вимірі за допомогою диференційованих значень коефіцієнта повзучості стиснутого бетону. Вона розвиває та доповнює узагальнену деформаційно-силову модель опору залізобетонних елементів силовим впливам за рахунок енергетичних критеріїв.

7. Експериментально-статистична оцінка розроблених загального та спрощеного методів розрахунку багаторівневого утворення тріщин в залізобетонних елементах конструкцій підтвердила ефективність та доцільність їх «інтегрування» в деформаційно-силову модель опору зазначених елементів силовим впливам.

8. Порівняльна оцінка розроблених методів розрахунку багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин, у співставленні з іншими методами, підтвердила пріоритетність їх використання у вирішенні практичних задач.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Завдяки результатам проведених експериментально-теоретичних досліджень розв'язано важливе науково-прикладне завдання з моделювання та розрахунку багаторівневого утворення і розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах конструкцій з урахуванням локального порушення зчеплення арматури з бетоном. Його вирішення забезпечено тим, що:

1. Узагальнена модель зчеплення арматури з бетоном, що побудована за допомогою нелінійної функції середніх напружень їхнього зчеплення, дозволяє достовірно оцінювати спільну взаємодію арматури з бетоном на будь-якій стадії деформування залізобетонних елементів конструкцій.
2. Отриману нелінійну функції середніх напружень зчеплення арматури з бетоном можна вважати загальною, оскільки вона є багатофакторною та дозволяє розраховувати величину зусилля їхньої механічної взаємодії у найпростіший спосіб на всьому діапазоні деформування залізобетонних елементів без виключення.
3. Розроблена модель багаторівневого утворення нормальних тріщин узгоджена з узагальненою моделлю зчеплення арматури з бетоном за критерієм локального порушення такого зчеплення та дозволяє застосовувати гіпотезу Томаса у спрощеній формі.
4. Отримані нові експериментальні дані засвідчують, що на кількість рівнів утворення нормальних тріщин та на відповідну їм величину рівнів завантаження найбільше впливають вид напружено-деформованого стану залізобетонних елементів та вид профілю арматури.
5. Розроблена загальна методика розрахунку основних параметрів багаторівневого утворення нормальних тріщин розвиває деформаційно-силову модель та загальну теорію деформування залізобетонних елементів в частині їх тріщиностійкості. Вона дозволяє суттєво підвищити точність розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах ($\Delta = 6,67\%$, $\sigma = 15,11\%$) порівняно з нормативною ($\Delta = 26,86\%$, $\sigma = 22,33\%$).
6. Спрощена методика розрахунку основних параметрів багаторівневого утворення нормальних тріщин вирізняється відносною простотою, відносно високою продуктивністю та точністю ($\Delta = 12,93\%$, $\sigma = 15,88\%$), а тому може бути рекомендована до використання в якості експрес-методу оцінки параметрів тріщиностійкості залізобетонних елементів.
7. Пов'язування точної та спрощеної методик розрахунку параметрів тріщиностійкості залізобетонних елементів з узагальненими діаграмами їх стану « $M - 1/r$ » дозволяє суттєво зменшити кількість ітераційних операцій та позбутися використання низки емпіричних параметрів і коефіцієнтів.

8. Запропоновану методику розрахунку енергетичного ресурсу залізобетонних елементів конструкцій можна вважати узагальненою, оскільки вона розроблена в рамках деформаційно-силової моделі опору зазначених елементів силовим впливам та спрямована на її подальший розвиток.
9. Достовірність розроблених методів розрахунку багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин підтверджено експериментально-статистичною оцінкою результатів розрахунку за тріщиностійкістю залізобетонних елементів, випробуваних не тільки автором, але й іншими вітчизняними і закордонними дослідниками.
10. Розроблені методи розрахунку основних параметрів багаторівневого утворення та розкриття нормальних тріщин пройшли апробацію при проектуванні реальних об'єктів та використані в навчальному процесі при підготовці фахівців будівельного профілю.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ЛІТЕРАТУРНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Азізов Т. Н., Мельник О. В., Мельник О. С. Інженерний метод визначення НДС залізобетонних балок порожнистого перерізу з нормальними тріщинами. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць*. 2011. Вип. 22. С. 154-161.
2. Андрійчук О. В., Швець І. В. Методика експериментального дослідження зчеплення арматури з фібробетоном. *Сучасні технології та методи розрахунків у будівництві*. 2019. Вип. 12. С. 13-20.
3. Астрова Т. И. Об оценке прочности сцепления стержневой арматуры с бетоном. *Трещиностойкость и деформативность обычных и предварительно напряженных железобетонных конструкций* / под ред. А. А. Гвоздева. Москва, 1965. С. 223-270.
4. Астрова Т. И., Овчинникова И. Г. Влияние состава высокопрочного бетона на деформативность сцепления с арматурой периодического профиля. *Бетон и железобетон*. 1966. № 9. С. 17-19.
5. Астрова Т. И., Дмитриев С. А., Мулин Н. М. Анкеровка стержневой арматуры периодического профиля в обычном и предварительно напряженном железобетоне. *Расчет железобетонных конструкций: сб. тр. НИИЖБ*. 1961. Т. 23. С. 74-5.
6. Ахвердов И. Н. Влияние усадки, условий твердения и циклических температурных воздействий на сцепление бетона с арматурой. *Бетон и железобетон*. 1968. № 12. С. 4-7.
7. Бабаян А. А. Исследование напряженно-деформированного состояния изгибаемых элементов с учетом сцепления между арматурой и бетоном: автореф. дис. ... канд. тех. наук: 05.23.01. Ленинград, 1952. 22 с.
8. Бабич Є. М., Бабич В. Є., Поляновська О. Є. Зчеплення з бетоном арматури серповидного профілю та її анкерування в згинальних залізобетонних елементах: монографія. Рівне: Волинські обереги, 2017. 160 с.
9. Бабич Є. М., Вавринюк Б. А., Чапюк О. С. Дослідження зчеплення арматурного прокату серповидного профілю з бетоном при одноразовому і повторному витяганні. *Вісник ОДАБА: зб. наук. праць*. 2009. Вип. 35. С. 18-24.
10. Бабич Є. М., Вавринюк Б. А., Чапюк О. С. Напружено-деформований стан контакту з бетоном арматури серповидного профілю. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць*. 2009. Вип. 19. С. 74-82.
11. Байков В. Н. Сцепление арматуры с бетоном в конструкциях. *Бетон и железобетон*. 1968. № 12. С.13-16.
12. Байков В. Н., Сигалов Э. Е. Бетонные и железобетонные конструкции. Общий курс: учебник. 4-е изд., перераб. Москва: Стройиздат, 1985. 728 с.
13. Балатьев П. К. Технологические аспекты проблемы сцепления арматуры

- с бетоном. Москва: Стройиздат, 1969. 135 с.
14. Бамбура А. М. Експериментальні основи прикладної деформаційної теорії залізобетону: дис. ... докт. техн. наук: 05.23.01. Київ, 2005. 379 с.
 15. Баширов Х. З. Железобетонные составные конструкции транспортных зданий и сооружений: автореф. дис. ... докт. техн. наук: 05.23.01. Москва, 2013. 48 с.
 16. Белов В. И. Напряженно-деформированное состояние железобетонных балок как систем, составленных из упругих блоков. *Изв.вузов: Стр-во и арх-ра*. 1971. №4. С. 22-27.
 17. Бенин А. В., Семёнов А. С., Семёнов С. Г., Мельников Б. Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 1. Модели с учетом несплошности соединения. *Инженерно-строительный журнал*. 2013. №5(40). С. 86-99.
 18. Бенин А. В., Семенов А. С., Семенов С. Г., Мельников Б. Е. Математическое моделирование процесса разрушения сцепления арматуры с бетоном. Часть 2. Модели без учета несплошности соединения. *Инженерно-строительный журнал*. 2014. № 1. С. 23-40.
 19. Бенин А. В., Семёнов А. С., Семёнов С. Г., Фёдоров И. В. Конечно-элементное моделирование процессов неупругого деформирования и разрушения элементов железобетонных конструкций. *Морские интеллектуальные технологии*. 2011. № 3. С. 102-105.
 20. Болотин В. В. Методы теории вероятностей и теории надёжности в расчётах сооружений. Москва: Стройиздат, 1982. 352 с.
 21. Бондаренко В. М., Колчунов В. И. Расчётные модели силового сопротивления железобетона. Москва: «АСВ», 2004. 472 с.
 22. Бондаренко В. М., Меркулов С. И. Некоторые вопросы развития теории реконструированного железобетона. *Бетон и железобетон*. 2005. № 1. С. 25-26.
 23. Бровкина М. В. Прикладные методы расчета прочности и деформативности изгибаемых железобетонных элементов блочной структуры: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. СПб., 2003. 194 с.
 24. Васильев П. И., Пересыпкин Е. Н. Об условиях образования продольных трещин в изгибаемых железобетонных элементах. *Изв. вузов: Стр-во и арх-ра*. 1983. № 9. С. 29-33.
 25. Вахненко П. Ф., Клименко Є. В., Носач О. Б. Використання математичної статистики при дослідженні тріщиностійкості залізобетонних конструкцій. *Коммунальное хозяйство городов: науч.-техн. сб.* 2001. Вып. 33. С.94-98.
 26. Верба В. Б., Демчина Б. Г., Чень Р. І. та ін. Анкерування дрютяної сталевий арматури в пінобетонних армованих балках. *Будівельні конструкції: зб. наук. праць НДІБК*. 2011. Вип. 74, кн. 2. С. 734-741.
 27. Верба В. Б. Розрахунок граничних напружень зчеплення арматури з пінобетоном. *Теорія і практика будівництва: вісник НУ "Львівська*

- політехніка*". 2013. № 755. С. 37-40.
28. Веселов А. А. Распределение напряжений в зоне активного сцепления арматуры с бетоном с учетом пластических деформаций в бетоне. *Статика и динамика сложных строительных конструкций*. Межвуз. темат. сб. тр. Ленинград: ЛИСИ, 1982. С. 152-160.
 29. Веселов А. А. Нелинейная теория сцепления арматуры с бетоном и ее приложения: дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. СПб., 2000. 320 с.
 30. Волков Ю. А. Ширина раскрытия наклонных трещин железобетонных изгибаемых элементов в зоне действия наибольших главных растягивающих напряжений: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Киев, 1978. 180 с.
 31. Гараи Т. Исследования анкеровки арматуры в бетоне. *Исследования прочности элементов железобетонных конструкций: сб. тр. НИИЖБ*. 1959. Вып. 5. С.78-109.
 32. Георгиев Г. Д. Сцепление арматуры с бетоном при постоянных и переменных нагрузках: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Киев, 1984. 251 с.
 33. Гвоздев А. А. Состояние и задачи исследования сцепления арматуры с бетоном. *Бетон и железобетон*. 1968. № 12. С. 1-4.
 34. Гвоздев А. А. Сцепление арматуры с бетоном. *Сцепление арматуры с бетоном* / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С.3-5.
 35. Голоднов А. И., Слюсар Ю. Н. Остаточный ресурс железобетонных балок, эксплуатирующихся в условиях агрессивной среды. *Зб. наук. праць Українського ін-ту сталевих кон-цій ім. В. М. Шимановського*. 2013. Вип. 12. С. 110-117.
 36. Гольдфайн Б. С., Ерин Н. Н. Об особенностях сцепления бетона с горизонтально расположенной арматурой. *Анкеровка арматуры в бетоне*. Москва: Стройиздат, 1969. С. 50-63.
 37. Горностаев И. С. Расчетная модель деформирования железобетонных составных конструкций при наличии наклонных трещин: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Курск, 2015. 23 с.
 38. Городецкий А. С., Здоренко В. С. Расчет железобетонных балок-стенок с учетом образования трещин методом конечных элементов. *Сопротивление материалов и теория сооружений*. 1975. Вып. 57. С. 59-66.
 39. ДБН В.1.2-14-2008: Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель, споруд, будівельних конструкцій та основ. Київ: Мінрегіонбуд України, 2009. 43 с. (Національні норми України).
 40. Демчина Б. Г., Верба В. Б., Демчина Х. Б. Експериментальні дослідження зчеплення арматури з пінобетоном. *Теорія і практика будівництва: Вісник НУ «Львівська політехніка»*. 2005. № 545. С. 41-45.
 41. Демчина Б. Г., Верба В. Б., Сухоцький Т. П. Анкерування сталевій арматури за рахунок зчеплення у зразках-балках з пінобетону. *Теорія і*

- практика будівництва: Вісник НУ «Львівська політехніка»*. 2012. № 742. С. 51-55.
42. Диаковский В. Г. Деформационные характеристики и расчет усилий взаимодействия арматурных канатов с бетоном: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Новосибирск, 1988. 20 с.
 43. Диаковский В. Г., Емельянов М. П. О предельной величине смещения канатной арматуры на торцах конструкций при их испытаниях. *Строительные конструкции транспортного и общего назначения: исследование, проектирование и применение*. Новосибирск: НИИЖТ, 1982. С. 57-62.
 44. Дмитриев С. А., Мулин Н. М. Горячекатаная арматура периодического профиля из низколегированной стали 25Г2С. *Бетон и железобетон*. 1955. № 1. С. 22-27.
 45. Дорофеев В. С., Карпюк В. М., Крантковская Е. Н. Прочность, трещиностойкость и деформативность неразрезных железобетонных балок. Одесса: Эвен, 2010. 223 с.
 46. ДСТУ Б В.2.6-156: 2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону. Правила проектування. [Чинний від 01.06.11]. Київ: Мінрегіонбуд України, 2011. 123 с. (Стандарт України).
 47. Железобетонные конструкции. Основы теории, расчета и конструирования: учеб. пособие / Н. П. Блещик и др.; под. ред. проф. Т. М. Пецольда и проф. В. В. Тура. Брест: БГТУ, 2003. 380 с.
 48. Журавський О., Ромашко-Майструк О. Експериментальні дослідження багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах. *Будівельні конструкції: теорія і практика*. 2019. Вип. 4. С. 28-38.
 49. Заславский И. Н., Жук Г. С. Исследование деформаций усадки и ползучести бетона при длительном нагреве. *Строительные конструкции: сб. науч. тр. НИИСК*. 1965. № 2. С. 34-42.
 50. Иваненко А.Н., Иваненко Н.А., Пересыпкин Е.Н. Расстояние между трещинами в изгибаемых железобетонных элементах на основе блочной модели. *Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ»*. 2015. т. 7, № 1. 19 с.
 51. Карпенко Н. И. К построению модели сцепления арматуры с бетоном, учитывающей контактные трещины. *Бетон и железобетон*. 1973. №1. С. 19-23.
 52. Карпенко Н. И., Судаков Г. Н., Лейтес Е. С. Моделирование механического взаимодействия арматурного стержня с бетоном, учитывающее напряженно-деформированное состояние контактной зоны. *Поведение бетона и элементов железобетонных конструкций при воздействиях различной длительности*. Москва: Стройиздат, 1980. С. 133-156.
 53. Карпенко Н. И., Судаков Г. Н. О задаче сцепления арматурного стержня с цилиндрическим образцом. *Сцепление арматуры с бетоном* / под. ред.

- А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 22-30.
54. Карпенко Н. И., Судаков Г. Н. Сцепление арматуры с бетоном с учетом развития контактных трещин. *Бетон и железобетон*. 1984. № 12. С. 42-44.
 55. Карпенко Н. И. Общие модели механики железобетона. Москва: Стройиздат, 1996. 416 с.
 56. Карпюк В. М. Розрахункові моделі силового опору прогінних залізобетонних конструкцій у загальному випадку напруженого стану: монографія. Одеса: ОДАБА, 2014. 352 с.
 57. Кваша В. Г. Анкерующие свойства арматуры периодического профиля класса А-III, выпускаемой по ТУ14-2-636-85. *Пути снижения материалоемкости и стоимости в строительстве и при реконструкции зданий*: тез. докл. зональной конф., 22 – 23 октября 1990 г. Пенза, 1990. С. 50.
 58. Клименко Є. В. Технічна експлуатація і реконструкція будівель та споруд. Полтава: ПолНТУ, 2004. 280 с.
 59. Колчунов В. И., Яковенко И. А., Дмитренко Е. А. Аналитическая модель сцепления и нелинейная податливость арматурных связей при раскрытии дискретных трещин в железобетонных конструкциях. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць*. 2016. Вип. 32. С. 183-196.
 60. Колчунов В. И., Яковенко И. А., Дмитренко Е. А. Конечно-элементное моделирование нелинейной плоской задачи сцепления бетона и арматуры в ПК Лири-САПР. *Промислове будівництво та інженерні споруди*. 2016. № 3. С. 6-15.
 61. Колчунов В. И., Яковенко И. А., Лымарь Я. В. Классификация дискретных трещин плосконапряженных железобетонных конструкций. *Проблеми надійності та довговічності інженерних споруд та будівель на залізничному транспорті*: тези доп. VI міжнар. наук.-техн. конф., 19-21 квітня 2017 р. Харків: УкрДУЗТ, 2017. С. 129-131.
 62. Колчунов В. И., Яковенко И. А., Дмитренко Е. А. Основные результаты экспериментальных исследований сцепления арматуры с бетоном при выдергивании и вдавливания деформационным воздействием с учетом ниспадающей ветви деформирования. *Вісник Кременчуцького національного ун-ту ім. Михайла Остроградського*. 2016. Вип. 5(100). С. 115-124.
 63. Колчунов В. И., Яковенко И. А. Об использовании гипотезы плоских сечений в железобетоне. *Строительство и реконструкция*. 2011. №6(38). С. 16-23.
 64. Колчунов В. И., Яковенко И. А. Разработка двухконсольного элемента механики разрушения для расчета ширины раскрытия трещин железобетонных конструкций. *Вестник гражданских инженеров СПбГАСУ*. 2009. № 4(21). С. 160-163.
 65. Кольнер В. М. Влияние степени уплотнения бетонной смеси на

- сцепление арматуры с бетоном. *Сб. тр. ин-та ВНИИЖелезобетон*. 1978. № 23. С. 126-145.
66. Кольнер В. М., Серова Л. П. Влияние усадочных деформаций на сцепление проволочной арматуры с бетоном. *Сцепление арматуры с бетоном* / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 163-165.
67. Кольнер В. М., Серова Л. П. Исследование сцепления проволочной арматуры с пропаренным бетоном. *Анкеровка арматуры в бетоне: сб. тр.* Москва: Стройиздат, 1969. С. 75-91.
68. Кольнер В. М. Сцепление арматуры с бетоном и прочность заделки стержневой арматуры периодического профиля. *Бетон и железобетон*. 1965. № 11. С. 25-27.
69. Кочкаръов Д. В., Бабич В. І. Передумови розрахунку та розрахунков прогинів залізобетонних елементів, що зазнають згину, з урахуванням нелінійного деформування матеріалів. *Будівельні конструкції: зб. наук. праць НДІБК*. 2011. Вип. 74, ч.1. С.406-413.
70. Кочкаръов, Д.В. Визначення ширини розкриття тріщин у центрально-розтягнутих залізобетонних елементах за багаторівневого процесу утворення тріщин. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. 2014. Вип. 28. С. 228-236.
71. Кочкаръов Д. В. Нелінійний опір залізобетонних елементів і конструкцій силовим впливам: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. Полтава, 2018. 44 с.
72. Кочкаръов, Д. В. Про середні напруги зчеплення арматури з бетоном. *Вісник НУВГП (тех. науки)*. 2014. Вип. 1(65). С. 176-185.
73. Краснощёков Ю. В. Моделирование анкеровки арматуры в бетоне. *Вестник СибАДИ*. 2015. Вып. 4 (44). С. 64-69.
74. Кричевская Э. А., Городницкий Ф. М. Экспериментальное исследование анкеровки трехрядных канатов конструкции 3x19 диаметром 16,5 мм. *Сцепление арматуры с бетоном* / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 137-144.
75. Кузнецов А. Н. Раскрытие трещин в центрально-растянутых железобетонных элементах. *Строительная промышленность*. 1940. № 7. С. 42-48.
76. Курс лекцій по спротивленню железобетона: кандидатский минимум (гл. 3, 4 и 5) / Голышев А. Б. и др.; под ред. А. Б. Голышева. Киев: НИИСК Госстроя СССР, 1987. 193 с.
77. Кучеренко А. А. Влияние термовлажностной обработки на сцепление арматуры с бетоном. *Сцепление арматуры с бетоном* / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 151-155.
78. Лучко Й. Й., Левчик В. В. Некоторые аспекты теории сцепления арматуры с бетоном в изгибаемых элементах: Физико-механический ин-т НАН Украины, 1990. 37 с. (Препринт. НАН Украины, Физ.-мех.

ин-т; № 175.)

79. Мадатян С. А. Арматура железобетонных конструкций. Москва: Воентехлит, 2000. 256 с.
80. Майоров В. И., Кузьмин П. К. От условной к точной модели расчета трещиностойкости железобетонных сечений. *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений*. 2011. № 2. С. 22-28.
81. Мельник І. В., Кваша В. Г. Про експлуатаційну надійність попередньо напружених залізобетонних конструкцій, армованих стержнями серпоподібного профілю. *Будівельні конструкції: зб. наук. праць НДБК*. 1999. Вип. 51. С. 206-211.
82. Милованов А. Ф. Прочность бетона при нагреве. *Работа железобетонных конструкций при высоких температурах* / под ред. А. Ф. Милованова. Москва: Стройиздат, 1972. С. 6-18.
83. Молодченко Г. А. Исследование процесса трещинообразования в железобетоне при растяжении. *Строительные конструкции: сб. науч. тр. НИИСК*. 1972. Вып. XIX. С. 80-84.
84. Мулин Н. М. Об исследовании сцепления арматуры с бетоном. *Методика лабораторных исследований деформаций и прочности бетона, арматуры и железобетонных конструкций*. Москва: Госстройиздат, 1962. С. 124-137.
85. Мулин Н. М. Стержневая арматура железобетонных конструкций. Москва: Стройиздат, 1974. 232 с.
86. Мурашев В. И. Трещиностойчивость, жесткость и прочность железобетона. Москва: Машстройиздат, 1950. 268 с.
87. Назаренко П. П. Контактное взаимодействие арматуры и бетона при кратковременном нагружении. Самара: СамГУПС, 2012. 171 с.
88. Невский В. А., Юдин А. Н. О взаимозависимых изменяемых некоторых свойств бетона в результате попеременного замораживания и оттаивания. *Способы защиты от коррозии неметаллических строительных материалов*. Ростов на Дону: РИСИ, 1967. С. 6-10.
89. Немировский Я. М., Кочетков О. И. Влияние растянутой и сжатой зон бетона на деформации обычных изгибаемых железобетонных элементов после возникновения в них трещин. *Особенности деформаций бетона и железобетона и использование ЭВМ для оценки их влияния на поведение конструкций: сб. науч. трудов* / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Госстройиздат, 1969. С. 106-156.
90. Никитин В. Л. О взаимодействии между арматурой и бетоном. *Исследование работы железобетонных конструкций: сб. науч. тр. НИИЖТ*. 1969. Вып. 88. С. 93-113.
91. Оагул А. А. Миловидов В. И. Расчет напряженно-деформированного состояния заделки арматурного каната 20К3х7 в опорном узле фермы при отпуске натяжения. *Исследования по бетону и железобетону: сб. науч. тр. ЧПИ*. 1977. Вып. 193. С. 10-16.

92. Оатул А. А. Основы теории сцепления арматуры с бетоном. *Исследования по бетону и железобетону: сб. науч. тр. ЧПИ.* 1967. Вып. 46. С. 6-26.
93. Овчинникова И. Г. Влияние косвенного армирования на сцепление стержневой арматуры с бетоном. *Сцепление арматуры с бетоном* / под ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 88-94.
94. Павліков А. М., Федоров Д. Ф. Ширина розкриття нормальних тріщин у залізобетонних балках при косому згинанні. *Галузеве машинобудування, будівництво: зб. наук. праць ПНТУ.* 2012. Вип. 5. С. 116-121.
95. Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд та машин: зб. наук. статей за 2007-2009 рр. / Інститут електрозварювання ім. Є.О. Патона НАН України. Київ : ІЕЗ ім. Є. О. Патона НАН України, 2009. 709 с.
96. Проектирование железобетонных конструкций: справоч. пособие / Гольшев А. Б. и др.; под ред. А. Б. Гольшева. Київ: Будівельник, 1985. 496 с.
97. Прокопович А.А. Сопротивление изгибу железобетонных конструкций с различными условиями сцепления продольной арматуры с бетоном. Самара: НВФ «Сенсоры. Модули. Системы», 2000. 296 с.
98. Рекомендации по дифференцированному назначению передаточной прочности бетона. Москва: НИИЖБ, 1986. 53 с.
99. Рекомендации по применению арматурного проката по ДСТУ 3760-98 при проектировании и изготовлении железобетонных конструкций без предварительного напряжения арматуры. Киев: НИИСК Госстрой Украины, 2002. 39 с.
100. Ржаницын А. Р. Составные стержни и пластинки. Москва: Стройиздат, 1986. 316 с.
101. Рычков С. П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. Москва: ДМК Пресс, 2016. 784 с.
102. Ромашко В. М. Деформаційно-силова модель опору бетону і залізобетону: монографія. Рівне: О. Зень, 2016. 424 с.
103. Ромашко В. М. Деякі особливості діаграми деформування бетону. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць.* 2006. Вип. 14. С. 294-301.
104. Ромашко В. М. До визначення граничних деформацій бетону. *Будівельні конструкції: зб. наук. праць НДІБК.* 2006. Вип. 65. С. 193-198.
105. Ромашко В. М. Загальні основи механіки деформування залізобетонних елементів і конструкцій. *Зб. наук. праць УкрДУЗТ.* 2020. Вип. 191. С. 27-34.
106. Ромашко В. М. Жорсткість та модуль деформацій бетону в деформаційній моделі. *Бетон и железобетон в Украине.* 2007. № 6. С. 2-6.
107. Ромашко В. М. Жорсткість залізобетонних елементів і конструкцій за умов неоднорідного деформування. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць.* 2010. Вип. 20. С. 286-291.

108. Ромашко В. М. Основи теорії тріщиностійкості залізобетонних елементів та конструкцій. *Теорія і практика будівництва: Вісник НУ «Львівська політехніка»*. 2013. № 755. С. 357-363.
109. Ромашко В. М. Особливості деформування залізобетонних елементів з тріщинами. *Галузеве машинобудування, будівництво: зб. наук. праць ПНТУ*. 2009. Вип. 3 (25), т. 3. С. 153-156.
110. Ромашко В. М. Оцінка роботи розтягнутого бетону в блоці між тріщинами. *Вісник ОДАБА: зб. наук. праць*. 2009. Вип. 33. С. 135-139.
111. Ромашко В. М. Щодо екстремального критерію міцності бетонних та залізобетонних елементів і конструкцій. *Вісник ОДАБА: зб. наук. праць*. 2012. Вип. 46. С. 305-310.
112. Ромашко В. М., Ромашко О. В. Величина критичних деформацій розтягнутого бетону. *Ресурсоекономі матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць*. 2009. Вип. 18. С. 304-309.
113. Ромашко В. М., Ромашко О. В. Гранична деформативність бетону в позacentрово розтягнутих бетонних елементах. *Вісник НУВГП: зб. наук. праць*. 2009. Вип. 2 (46), ч.1. С. 200-205.
114. Ромашко В. М., Ромашко О. В. Модуль деформацій бетону за дії тривалих та малоциклових навантажень. *Будівельні конструкції: зб. наук. праць НДІБК*. 2008. Вип. 70. С. 143-150.
115. Ромашко В. М., Ромашко О. В. Основні положення загальної теорії деформування залізобетонних елементів і конструкцій. *Вісник ОДАБА: зб. наук. праць*. 2019. Вип. 75. С. 61-69.
116. Ромашко В. М., Ромашко О. В. Розрахунок тріщиностійкості залізобетонних елементів з урахуванням рівнів утворення нормальних тріщин. *Зб. наук. праць УкрДУЗТ*. 2018. Вип. 181. С. 58-65.
117. Ромашко-Майструк О. В. Дослідження рівневого утворення та розкриття нормальних тріщин в залізобетонних елементах. *Науково-техн. збірник «Комунальне господарство міст»*. 2020. Вип. 4(157). С. 18-24.
118. Ромашко-Майструк О. В. Загальна методика розрахунку багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах. *Ресурсоекономі матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць*. 2020. Вип. 38. С. 339-346.
119. Ромашко-Майструк О. В. Моделювання зчеплення арматури з бетоном в залізобетонних елементах. *Зб. наук. праць УкрДУЗТ*. 2020. Вип. 190. С. 35-41.
120. Ромашко-Майструк О. В. Опір залізобетонних елементів багаторівневному утворенню нормальних тріщин: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Рівне, 2020. 217 с.
121. Ромашко-Майструк О. В. Основи моделювання енергетичного ресурсу залізобетонних елементів і конструкцій. *Зб. наук. праць УкрДУЗТ*. 2020. Вип. 191. С. 46-52.
122. Ромашко О. В., Ромашко В. М., Журавський О. Д. Узагальнена модель

- зчеплення арматури з бетоном. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць*. 2019. Вип. 37. С. 214-221.
123. Ромашко О. В., Ромашко В. М. Основи моделювання багаторівневого утворення нормальних тріщин в залізобетонних елементах і конструкціях. *Зб. наук. праць УкрДУЗТ*. 2019. Вип. 187. С. 6-13.
124. Ромашко О. В., Ромашко В. М. Розрахунок енергетичного ресурсу залізобетонних елементів і конструкцій. *Зб. наук. праць УкрДУЗТ*. 2019. Вип. 186. С. 23-30.
125. Ромашко О. В., Ромашко В. М. Щодо оцінювання зчеплення арматури з бетоном. *Зб. наук. праць УкрДУЗТ*. 2018. Вип. 179. С. 92-99.
126. Самошкин А. С., Тихомиров В. М. Математическая модель деформирования железобетона с учетом контактного взаимодействия его структурных компонентов. *Вычислительные технологии*. 2017. т. 22, спецвып. 1. С. 75-86.
127. Семко А. В. Образование и раскрытие трещин, нормальных к продольной оси косоизгибаемых железобетонных элементов таврового и Г-образного сечения: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Полтава, 1988. 184 с.
128. Семёнов А.С. PANTOCRATOR - конечно-элементный программный комплекс, ориентированный на решение нелинейных задач механики. *Научнотехнические проблемы прогнозирования надежности и долговечности конструкций и методы их решения: труды V-ой междунар. конф., 14-17 октября 2003 р.* СПб: СПбГПУ, 2003. С. 466-480.
129. Семёнов Д. А. Расчетное обоснование длины анкеровки продольного стержня ненапрягаемой арматуры периодического профиля в бетоне. *Вестник гражд. инженеров*. 2015. № 2 (49). С. 53-57.
130. Семченков А. С., Залесов А. С., Мешков В. З., Квасников А. А. Характер сцепления с бетоном стержневой арматуры различных профилей. *Бетон и железобетон*. 2007. № 5. С. 2-7.
131. Скоробогатов С. М., Эдвардс А. Д. Влияние вида периодического профиля стержневой арматуры на сцепление с бетоном. *Бетон и железобетон*. 1979. №9. С. 20-21.
132. СНБ 5.03.01-02. Конструкции бетонные и железобетонные. [Введен 20.06.2002]. Минск: Стройтехнорм, 2003. 144 с. (Стандарт Білорусії).
133. СП 63.13330.2012. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. [Введен 01.01.2013]. Москва: Минрегион России, 2013. 155 с. (Стандарт Росії).
134. Столяров Я. В. Введение в теорию железобетона. Москва-Ленинград: Стройиздат, 1941. 447 с.
135. Тевелев Ю. А. К вопросу расчета на сцепление при переменном законе сцепления по длине заделки. *Сцепление арматуры с бетоном* / под. ред. А. А. Оатула. Челябинск: ЧПИ, 1968. С. 77-92.
136. Тевелев Ю. А. Заделка арматуры в бетоне при переменном сцеплении по

- длине зоны анкеровки. *Сцепление арматуры с бетоном* / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 14-21.
137. Тихомиров В. М., Астахов Ю. В., Самошкин А. С. Моделирование упругопластического сцепления арматуры с бетоном. *Изв. вузов: стр-во*. 2015. № 2. С. 103-109.
 138. Тихомиров В. М., Самошкин А. С. Математическая модель растяжения железобетонных элементов конструкций с учетом разрушения бетона. *Изв. вузов: стр-во*. 2016. № 10-11. С. 13-21.
 139. Трофимов А. В. Анкеровка напрягаемой арматуры. *Совершенствование методов расчета и исследования новых типов железобетонных конструкций*: межвуз. темат. сб. тр. ЛИСИ. Ленинград: ЛИСИ, 1991. С. 101-104.
 140. Трофимов А. В. Расчет железобетонных конструкций с использованием модели составного стержня. СПб.: СПбГАСУ, 2012. 101 с.
 141. Федоров В. С., Баширов Х. З., Колчунов В. И. Элементы теории расчёта железобетонных составных конструкций. *Academia: арх-ра и стр-во*. 2014. № 2. С. 116-119.
 142. Фрайфельд С.Е. Собственные напряжения в железобетоне. Москва-Ленинград: Стройиздат, 1941. 128 с.
 143. Хакимов Ш. А. Особенности трещинообразования в балках с различной толщиной защитного слоя бетона. *Воздействие статических, динамических и многократно повторяющихся нагрузок на бетон и элементы железобетонных конструкций* / под ред. А. А. Гвоздева. Москва, 1972. С. 65-86.
 144. Холмянский М. М. Бетон и железобетон: Деформативность и прочность. Москва: Стройиздат, 1997. 576 с.
 145. Холмянский М. М. Методика экспериментального исследования сцепления арматуры с бетоном. *Методика лабораторных исследований деформаций и прочности бетона, арматуры и железобетонных конструкций*. Москва: Госстройиздат, 1962. С. 138-147.
 146. Холмянский М. М. Контакт арматуры с бетоном. Москва: Стройиздат, 1981. 184 с.
 147. Холмянский М. М. Расчет центрально армированных призматических элементов на сцепление. *Сб. тр. НИИЖБ*. 1961. Вып.4. С. 122-153.
 148. Холмянский М. М., Тевелев Ю. А. Расчет анкеровки прядевой арматуры в бетоне. *Сцепление арматуры с бетоном* / под. ред. А. А. Гвоздева. Москва: Стройиздат, 1971. С. 131-136.
 149. Худик Ю. Т., Рыбалка Е. М., Климов Ю. А. Производство и применение арматурного проката класса А500С. *Будівельні конструкції: зб. наук. праць НДІБК*. 2003. Вип. 59, кн.1. С. 22-25.
 150. Цехмистров В. М. Экспериментальное исследования законов сцепления с бетоном стержней А-IIIв. *Исследования по бетону и железобетону: сб. науч. тр. ЧПИ*. 1974. Вып. 149. С. 142-148.

151. Цыба О. О. Трещиностойкость и деформативность растянутого бетона с ненапрягаемой и напрягаемой стержневой арматурой, имеющей различную относительную площадь смятия поперечных ребер: автореф. дисс. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Москва, 2011. 24 с.
152. Чапук О. С., Гришкова А. В. Порівняльний аналіз зчеплення сталеві арматури серповидного профілю з важким бетоном за призмовим та балковим методами випробувань. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць. 2014. Вип. 29. С. 391-399.
153. Чапук О. С. Зчеплення бетону з арматурним прокатом серповидного профілю при короткочасних одноразових і повторних навантаженнях: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Луцьк, 2009. 169 с.
154. Шамуратов Б. Ш. Ширина раскрытия нормальных трещин в железобетонных элементах: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01. Киев, 1987. 19 с.
155. Шматков С. Б. Расчёта остаточного ресурса строительных конструкций зданий и сооружений. *Вестник ЮУрГУ: стр-во и арх-ра*. 2007. Вып. 5, № 22. С. 56-57.
156. Шмуклер В. С., Климов Ю. А., Буряк Н. П. Каркасные системы облегченного типа. Харьков: Золотые страницы, 2008. 336 с.
157. Яковенко І. А. Експериментальні дослідження міцності і тріщиностійкості у залізобетонних складених конструкціях. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: зб. наук. праць*. 2014. Вип. 28. С. 319-328.
158. Яковенко І. А. Моделі деформування залізобетону на засадах механіки руйнування: автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.01. Полтава, 2018. 46 с.
159. ABAQUS 6.14. Analysis User's Guide. Vol. III: Materials. Dassault Systems, 2014. 703 p.
160. Abrams D. A. Tests of Bond between Concrete and Steel. *Bulletin Engineering Experiment Station*. Urbana: University of Illinois. 1913. No. 71. 238 p.
161. Abrams D. A. Studies of bond between concrete and steel. *Proc. ASTM*. 1925. Vol. 25. P. 2-10.
162. Abrishami H. H., Mitchell D. Simulation of Uniform Bond Stress. *ACI Material Journal*. 1992. Vol.86, No.3. P. 161-168.
163. Achillides Z. Bond behaviour of FRP bars in concrete: PhD Thesis University of Sheffield, 1998. 355 p.
164. ACI 318M-08. Building Code Requirements for Structural Concrete. [June 2008]. Farmington Hills, MI: ACI Committee 318, 2008. 473 p.
165. ACI 408R-03. Bond and development of straight reinforcing bars in tension. [September 2003]. Farmington Hills, MI: ACI Committee 408, 2003. 49 p.
166. Adrouche K. Influence of the constitutive parameters for steel-concrete association on bond strength under slow cyclic loading. *Materials and Structures: RILEM*. 1987. Vol. 20. P. 315-320.

167. Afefy H. M. and El-Tony M. Bond Behavior of Embedded Reinforcing Steel Bars for Varying Levels of Transversal Pressure. *Journal of Performance of Constructed Facilities*. April 2016. Vol. 30, No. 1. 04015023.
168. Alvarez M. Einfluss des Verbundverhaltens auf das Verformungsvermögen von Stahlbeton: Abhandlung zur Erlangung des Titels Doktor der Technischen Wissenschaften. Zürich: Eidgenössischen Technischen Hochschule, 1998. 189 p.
169. Allwood R. J., Bajarwan A. A. A new method for modelling reinforcement and bond in finite element analysis of reinforced concrete. *International Journal of Numerical Methods in Engineering*. 1989. Vol. 26. P. 833-844.
170. Allwood R. J., Parsons S. D., Robins P. J. New bond model for reinforced concrete. *Proc. Int. Conf. on Computer-Aided Analysis and Design of Concrete Structure*. September 1984. Split, Yugoslavia. 1984. P. 215-230.
171. Allwood R. J. Reinforcement stresses in a reinforced concrete beam-column connection. *Magazine of Concrete Research*. 1980. Vol. 32, No. 112. P. 143-146.
172. Amleh L. Bond Deterioration of Reinforcing Steel in Concrete due to Corrosion: PhD thesis ... McGill University, Montreal, Canada. 2000. 377 p.
173. Amstutz, E. Über das Zusammenwirken von Beton und Bewehrung in Stahlbetonbauwerken. *Bauingenieur*. 1955. Vol. 30, Heft 10. P. 353-359.
174. ANSYS Mechanical APDL theory reference. Release 15.0. Canonsburg, Pennsylvania, USA. 2013. 952 p.
175. AS 3600-2001. Australian Standard: Concrete Structures. [5 June 2001]. Sydney: Standards Association of Australia, 2001. 181 p. (Стандарт Австралии).
176. ATENA Program Documentation. Part 2-2: User's Manual for ATENA 3D. Version 5.4.1. Prague, 2017. 132 p.
177. Avak R., Wille F. Bond Behaviour of Steel Wire Ropes Embedded in Concrete. *Proc. Bond in Concrete – from research to standards* / Balázs G. et al. Budapest: University of Technology and Economics, 2002. P. 300-307.
178. Avak R., Wille F., Glaser R. Untersuchungen zum Verbundverhalten von Rundlitzenseilen in Beton. *Beton- und Stahlbetonbau*. 2001. Vol. 96, Heft 9. S. 596-602.
179. Bach C. und Graf O. Versuche mit Eisenbetonbalken. *Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens: Verein deutscher Ingenieure*. Berlin. 1908-1910. Hefte 39. P. 45-47, 72-74, 90-91.
180. Bach C. Versuche über den Gleitwiderstand einbetonierten Eisens. *Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens: Verein Deutscher Ingenieure*. Berlin. 1905. Heft 22. P. 1-41.
181. Balakrishna S., Murray D. W. Prediction of response of concrete beams and panels by nonlinear finite element analysis. *IABSE reports*. 1987. Vol. 54. P. 393-404.
182. Balasz G. L. Bond Model with Non-Linear Bond-Slip Law. *Studi e Ricerche*

- Politecnico di Milano*. Milano: Bergamo Editrice. 1987. Vol. 9. P. 157-180.
183. Balasz G. L. Connecting Reinforcement to Concrete by Bond. *Beton- und Stahlbetonbau*. 2007. Vol. 102, No. S1. P. 46-50.
 184. Balasz G. L. Cracking Analysis Based on Slip and Bond Stresses. *ACI Materials Journal*. 1993. V. 90, No. 4. P. 340-348.
 185. Balasz G. L. Fatigue of Bond. *ACI Materials Journal*. 1991. V. 88, No. 6. P. 621-629.
 186. Bartos P. Bond in concrete. *Proceeding of the International Conference on Bond in Concrete*, 14...16 June 1982 Paisley, Scotland, UK: Applied Science Publ., 1982. 466 p.
 187. Bernander K. G. An investigation of bond by means of strain measurements in high tensile bars embedded in long cylindrical pull-out specimens. *RILEM Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete*: Stockholm, 1957. Vol.1. P. 203-210.
 188. Bernardi S., Mesureur B., Rivillon P. Study of high-strength concretes reinforced with high-strength reinforcement: study of bonding laws and cracking in static system. *ACI Materials Journal*. 1999. Vol. 96, № 4. P. 491-499.
 189. Bichara A. Etude du probleme de l'adherence dans le beton arme. *Cahiere du Centre Scientifique et Technique du Batiment*. Paris: CSTB. 1951. P. 117-127.
 190. Bigaj A. J. Bond Behaviour of Deformed Bars in NSC and HSC: Experimental Study. Stevin Laboratory Report 25.5-95-II. TU Delft, 1995. 132 p.
 191. Bigaj A. I., Den Uijl J.A. & Walraven J.C. A bond model for ribbed bars in HSC and NSC: an experimental study. *Proc. 4th International Symposium on Utilization of High Strength/High Performance Concrete-BHP 96*. 29...31 May 1996. Paris, 1996. P. 1125-1134.
 192. Birkenmaier M. Verbundprobleme bei Spannbett-Vorspannung. *Schweizerische Bauzeitung*. 1977. Vol. 95, Heft 26. S. 426-433.
 193. Borosnyói A. and Balazs G. Bond of Non-Metallic (FRP) Reinforcement in Concrete. *Concrete Structures*. 2003. Vol. 4. P. 76-83.
 194. Borosnyoi A. and Balazs G. L. Models for flexural cracking in concrete: the state of the art. *Structural Concrete*. 2005. Vol.6, No 2. P. 53-62.
 195. Bresler B., Bertero V. V. Influence of load history on cracking in reinforced concrete. Berkeley: University of California, 1966. 20 p.
 196. Brice M.Z.P. Ancorage des barres droites dans le beton. *Annales de l'institut technique du batiment el des travaux Public: Beton, beton arme*. Paris, 1949. V. 72, No.7. P.77-88.
 197. Brice M. Z. P. Theorie de la Fissuration des Pieces en beton arme. *Annales de L'institute Technique du batiment et des Travaux Public*. Paris, 1952. P. 791-814.
 198. Broms B. B. Stress Distribution, Crack Patterns and Failure Mechanisms of

- Reinforced Concrete Members. *ACI Journal*. 1964. V. 61, No. 12. P. 1535-1556.
199. Broms B. B. Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Members. *ACI Journal*. 1965. V. 62, No. 10. P. 1237-1256.
 200. Broms B. B. Stress Distribution in Reinforced Concrete Members with Tension Cracks. *ACI Journal*. 1965. V. 62, No. 9. P. 1095-1108.
 201. Bruggeling A. S. G. The Transmission length of Prätensionen prestressing steel. *Betonwerk + Fertigteiltechnik*. 1986. Heft 5. S. 298-302.
 202. BS-8110-1:1997. British Standard. Structural use of Concrete. Part 1: Code of Practice for design and Construction. London: British Standard Institution, 2005. 159 p. (Британський стандарт).
 203. Cairns J., Jones K. The splitting forces generated by bond. *Magazine of Concrete Research*. 1995. Vol. 47, No. 171. P. 153-165.
 204. Cairns J., Plizzari A. Towards a harmonised bond test. *Materials and Structures*. 2003. Vol. 36. P. 498-506.
 205. Chan Simon H. C. Bond and cracking of reinforced concrete: PhD Thesis Cardiff University, 2012. 171 p.
 206. Cheng, Y. Bond between reinforcing bars and concrete under impact loading: PhD Thesis University of British Columbia, 1992. 374 p.
 207. CEB-FIP Model Code 1990: Design Code. [June 1991]. Lausanne: Comité Euro-International du Béton, 1991. 437 p.
 208. CEB-FIP MC 2010: Model code 2010. Final draft. *Fib bulletin 65*. Lausanne: Switzerland, 2012. Vol. 1. 357 p.
 209. Chi M., Kirstein A. F. Flexural cracks in reinforced concrete beams. *Proc. ACI Journal*. 1958. Vol. 54. P. 865-878.
 210. Ciampi V., Eligehausen R., Bertero V., and Popov E. Analytical model for concrete anchorages of reinforcing bars under generalized excitations: Report No. UCB/EERC 82-83. Berkeley: University of California, 1982. 103 p.
 211. Clark A. P. Highlights of the Development of Reinforced Concrete and the Study of Bond. *ACI Journal*. 1948. V. 44, No. 2. P. 437-440.
 212. Clark A. P. Comparative Bond Efficiency of Deformed Concrete Reinforced Bars. *ACI Journal*. 1946. V. 43, No. 12. P. 381-400.
 213. Clark A. P. Bond of Concrete Reinforcing Bars. *ACI Journal*. 1949. V. 46, No. 11. P. 161-184.
 214. Coccia S., Di Maggio E., Rinaldi Z. Bond slip model in cylindrical reinforced concrete elements confined with stirrups. *International Journal of Advanced Structural Engineering*. 2015. Vol. 7. P. 365-375.
 215. Cosenza E., Manfredi G. and Realfonzo R. Analytical Modeling of Bond between FRP Reinforcing Bars and Concrete. *Non-Metallic (FRP) Reinforcement for Concrete Structures: Proc. of the Second FRP International Symposium (FRPRCS-2)*. August 23...25 1995. Belgium: Gent, 1995. P. 165-171.
 216. COSMOSM User Guide. Vol. 4: Advanced Modules. Part 1. NSTAR - Santa Monica (CA): Structural Research and Analysis Corporation, 2007. 328 p.

217. Cruz J. S., Barros J. Modeling of bond between near-surface mounted CFRP laminate strips and concrete. *Computers & Structures*. 2004. Vol. 82, № 17. P. 1513-1521.
218. Darwin D. and Graham E. K. Effect of deformation height and spacing on bond strength of reinforcing bars. *ACI Structural Journal*. 1993. V. 90. No. 6, P. 646-657.
219. Darwin D., McCabe S. L., Brown C. J., and Tholem M. L. Fracture analysis of steel-concrete bond. *Fracture and Damage of Quasi-brittle Structures* / Ed. by Bazant, Bittnar, Jirasek and Mazars, 1994. P. 549-556.
220. Darwin D., McCabe S. L., Idun E. K., Schoenekase S. P. Development length criteria: bars not confined by transverse reinforcement. *ACI Journal*. 1992. V. 89, No.6. P. 709-720.
221. Dawood N., Marzouk H. An Analytical Model for Crack Spacing of Thick Reinforced Concrete Plates. *Journal Engineering Structures*. 2010. Vol. 32, № 2. P. 472-482.
222. De Groot A. K., Kausters G. M. A., Monnier Th. Numerical modeling of bond-slip behavior. *Heron*. 1981. Vol. 26 (1B). P. 1-90.
223. Desayi P., Kulkarni A. B. Determination of Maximum Crack Width in Two-Way Reinforced Concrete Slabs. *Proc. of the Institution of Civil Engineers (London)*. 1976. Vol. 61, № pt 2. P. 343-349.
224. Diab A. M., Elyamany H. E., Hussein M. A., Al Ashy H. M. Bond behavior and assessment of design ultimate bond stress of normal and high strength concrete. *Alexandria Engineering Journal*. 2014. Vol. 53. P. 355-371.
225. DIN 1045-1: 2008-08. Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion. [Ausgabedatum: August 2008]. Berlin: Beuth Verlag GmbH, 2008. 178 s. (Німецький стандарт).
226. Dörr K. Ein Beitrag zur Berechnung von Stahlbetonscheiben unter besonderer Berücksichtigung des Verbundverhaltens. Technische Hochschule Darmstadt. 1980. 145 p.
227. Drucker D. C., Prager W. Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design. *Quarterly of Applied Mathematics*. 1952. Vol. 10, № 2. P. 157-165.
228. Ehsani M. R., Saadatmanesh H., Tao S. Design recommendations for bond of GFRP rebars to concrete. *Journal of Structural Engineering-ASCE*. 1996. Vol. 122, No. 3. P. 247-254.
229. Eligehausen R. Bond in Tensile Lapped Splices of Ribbed Bars with Straight Anchorages: Publication 301. Berlin: German Institute for Reinforced Concrete, 1979. 118 p.
230. Eligehausen R., Kreller H. und Langer P. Untersuchungen zum Verbundverhalten gerippter Bewehrungsstäbe mit praxisüblicher Betondeckung. Universität Stuttgart: Mitteilungen des Instituts für Werkstoffe im Bauwesen, 1989. 72 p.
231. Eligehausen R., Popov E. P. and Bertero V. V. Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations: Report No. UCB/EERC-83/23. Berkeley: Earthquake Engineering Research Center of

- California University, 1983. 169 p.
232. Elwi A. E., Hrudey T. M. Finite Element Model for Curved Embedded Reinforcement. *Journal of Engineering Mechanics*. 1988. Vol. 115. P. 740-754.
 233. Emperger F.V. Zur Verbundfrage. *Beton und Eisen*. 1912. P. 279-280, 339-340, 386-389, 412-413, 430-431, 455-457.
 234. Emperger F. V. Neuere amerikanische Versuche zur Bestimmung der Haftfestigkeit zwischen Beton und Eisen. *Beton und Eisen*. 1915. P. 73-75, 95-97, 113-115, 134-137.
 235. EN 1992-1-1. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. [Final Draft, December, 2004]. Brussels: CEN. 2004. 225 p. (Європейський стандарт).
 236. Esfahani M. R., Rangan B. V. Bond between normal strength and high-strength concrete (HSC) and reinforcing bars in splices in beams. *ACI Structural Journal*. 1998. V. 95, No. 3. P. 272-280.
 237. Esfahani, M.R. and Rangan, B.V. Local Bond Strength of Reinforcing Bars in Normal Strength and High-Strength Concrete (HSC). *ACI Structural Journal*. 1998. Vol. 95, No.2. P. 96-106.
 238. Evans R. H., and Robinson G. W. Bond Stresses in Prestressed Concrete from X-Ray Photographs. *Proceedings Institution of Civil Engineers*. 1955. Vol. 4, Part 1. P. 212-235.
 239. Evans R. H. and Williams A. Bond Stress and Crack Width in Beams Reinforced With Square Grip Reinforcement. *Proceedings RILEM Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete*. Stockholm: RILEM, 1957. Vol. 1. P. 105-116.
 240. Fehling E. Zur Energiedissipation und Steifigkeit von Stahlbetonbauteilen unter besonderer Berücksichtigung von Rissbildung und verschieblichem Verbund: dissertation... . Technische Hochschule Darmstadt, 1990. 146 s.
 241. Ferguson P. M. and Thompson J. N. Development Length of High Strength Reinforcing Bars in Bond. *ACI Journal*. 1965. Vol. 62, No. 1. P. 71-93.
 242. Ferguson P. M. Bond stress: the state of art. Report by ACI Committee 408. *ACI Journal*. 1996. Vol. 63(11). P. 1-22.
 243. Ferguson P. M., Breen J. E., Jirsa J. O. Reinforced Concrete Fundamentals. 5th edition. New York: John Wiley, 1988. 768 p.
 244. Ferguson P. M., Turpin R. D. and Thompson J.N. Minimum bar spacing as a function of bond and shear strength. *ACI Journal*. 1955. Vol.50, No. 10. P. 869-888.
 245. Ferry-Borges J. Cracking and Deformability of Reinforced Concrete Beams. *International Association for Bridge and Structural Engineering Publications*. Zürich, 1966. Vol. 26. P. 75-95.
 246. Gambarova G. P., Giuriani E. Discussion of "Study of the Transfer of Tensile Forces by Bond" by D. H. Jiang, S. P. Shah and A. T. Andonian. *Proc. ACI Journal*. 1985. Vol. 82, No. 3. P. 381-383.

247. Gambarova P. G., Rossati G. P. Bond and splitting in reinforced concrete: test results on bar pull-out. *Materials and Structures*. 1996. Vol. 29, No. 189. p. 267-276.
248. Gambarova P., Karakoc C. Shear confinement interaction at the bar to concrete interface. *Bond in Concrete: proc. of the International Conf.*, from 14 to 16 June 1982. Scotland: Paisley College of Technology, 1982. P. 82-96.
249. Gambarova P. G., Rossati G. P., Zasso B. Steel-Concrete Bond after Concrete Splitting: Constitutive Laws and Interface Deterioration. *Materials and Structures*. 1989. Vol. 22. p. 347-356.
250. Gambarova P. G., Rossati G. P., Zasso B. Steel-Concrete Bond after Concrete Splitting: Test Results. *Materials and Structures*. 1989. Vol. 22. P. 35-47.
251. Gan Y. Bond stress and slip modeling in nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures: thesis Degree of Master... . University of Toronto, Canada, 2000. 251 p.
252. GB/T 50152-2012. Standard Method for Testing of Concrete Structures. [August 2012]. Beijing: Architectural & Building Press China, 2012. 56 p. (Стандарт КНР).
253. Gilbert R. I., Nejadi S. An Experimental Study of Flexural Cracking in Reinforced Concrete Members under Sustained Loads: UNICIV Report № R-435, School of Civil and Environmental Engineering. Sydney: University of New South Wales, 2004. 59 p.
254. Giuriani E. Experimental investigation on the bond-slip law of deformed bars in concrete. *Advanced Mechanics of Reinforced Concrete: proc. IABSE Colloquium Final Report*, December 1981. Delft, 1981. P. 121-142.
255. Glanville W. H. Studies in Reinforced Concrete. I – Bond Resistance. Building Research Technical Paper No. 10. London: Dept. of Scientific and Industrial Research, 1930. 37 p.
256. Goto Y. Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars. *ACI Journal*. 1971. V. 68, No. 4. P. 244-251.
257. Grassl P. Davies T. Lattice modelling of corrosion induced cracking and bond in reinforced concrete. *Cement and Concrete Composites*. 2011. Vol. 33, No. 9. p. 918-924.
258. Guyon Y. Béton Précontraint: Étude Théorique et Expérimentale. Paris: Editions Eyrolles, 1951. 705 p.
259. Hadi M. N. S. Bond of high strength concrete with high strength reinforcing steel. *Open Civil Engineering Journal*. 2008. Vol. 2. P. 143-147.
260. Harajli M. H. Comparison of bond strength of steel bars in normal and high-strength concrete. *ASCE Journal of Materials in Civil Engineering*. 2004. Vol. 16, No. 4. P. 365-374.
261. Harajli M. H., Hamad B. S. and Rteil A. A. Effect of Confinement on Bond Strength Between Steel Bars and Concrete. *ACI Structural Journal*. 2004. Vol. 101, No. 5. P. 595-603.
262. Harajli M. H., Hout M. A. and Jalkh W. Local bond stress-slip behavior of

- reinforced bars embedded in plain and fiber concrete. *ACI Materials Journal*. 1995. Vol. 92, No. 4. P. 343-353.
263. Hassan T. and Rizkalla S. H. Bond mechanism of near surface mounted fibre reinforced polymer bars for flexural strengthening of concrete structures. *ACI Structural Journal*. 2004. Vol. 101, No. 6. P. 830-839.
264. Hawkes J. M. and Evans R. H. Bond stresses in reinforced concrete columns and beams. *The Structural Engineer*. 1951. Vol. 29, No. 12. P. 323-327.
265. Hawkins N., Lin I. and Jeang F. Local bond strength of concrete for cyclic reversed loadings. *Bond in Concrete* / ed. P. Bartos. London: Applied Science Publishers, 1982. P. 151-161.
266. Hjorth O. Ein Beitrag zur Frage der Festigkeiten und des Verbundverhaltens von Stahl und Beton bei Hohen Beanspruchungsgeschwindigkeiten: Dissertation Technische Universität Braunschweig, 1976. 192 s.
267. Hong S. and Park S. K. Uniaxial bond stress-slip relationship of reinforcing bars in concrete. *Advances in Materials Science and Engineering*. 2012. Vol. 2012. ID 328570. 12 p.
268. Hota S. and Naaman A. E. Bond Stress-Slip Response of Reinforcing Bars Embedded in FRC Matrices under Monotonic and Cyclic Loading. *ACI Structural Journal*. 1997. Vol. 94, No. 5. P. 525-537.
269. Huang Z., Engstrom B., Magnusson J. Experimental and analytical studies of the bond behaviour of deformed bars in high strength concrete. *Proc. 4th International Symposium on Utilization of High Strength/High Performance Concrete-BHP 96*. 29...31 May 1996. Paris, 1996. pp. 1115-1124.
270. Hussein L. Analytical modeling of bond stress at steel-concrete interface due to corrosion: teses and dissertations... . Toronto: Ryerson University, 2011, 120 p.
271. Ikki N. and Kiyomiya O. Effect of axial concrete stress on bond strength of deformed bar. *Proceedings of Japan Concrete Institute*. 1996. Vol. 21, No. 3. P. 373-378.
272. Ikki N., Kiyomiya O. and Yamada M. Experimental study on the effects of numerous factors on bond-slip relationship. *Journal of Materials, Concrete Structures and Pavements*. 1996, Vol. 33, No. 550. p. 73-83.
273. Ivanchev I. Y. Experimental determination of crack widths in reinforced concrete elements, subjected to repeated loads. *New Trends in Statics and Dynamics of Buildings: proc. of the 16th International Conf.*, 18-19 October 2018. Bratislava, 2018. P.71-80.
274. Jankó L. Determination of Crack Widths by Hungarian and European (DIN, CEB-FIP, EC2) Approaches. *Közlekedésépítés- és Mélyépítéstudományi Szemle*. 1994. Vol. XLIV, № 4. P. 106-117.
275. JGCE15. Standard Specifications for Concrete Structures – 2007. Design 1. Tokyo: Concrete Committee JSCE. 2010. 469 p.
276. Jirsa J. O., Breen J. E. Influence of Casting position and shear on Development and Splice Length Design Recommendation: Research Report

- No. 242-3F. Center for Transportation research. Texas: University of Texas at Austin, 1981. 45 p.
277. Jungwirth J. and Muttoni A. Versuche zum Tragverhalten von ultra hochfestem Beton. Teil 1 – Materialversuche: Projekt 00.02, Bericht 00.02.R3. Lausanne: EPFL, 2004. 100 p.
 278. Kemp E. L. and Wilhelm W. J. Investigation of the Parameters Influencing Bond Cracking: *Proc. ACI Journal*. 1979. Vol. 76, No. 1. P. 47-71.
 279. Kemp E. L., Brezney F. S., Unterspan J. A. Effect of Rust and Scale on the Bond Characteristics of Deformed Reinforcing Bars. *Proc. ACI Journal*. 1968. Vol. 65, No. 9. P. 743-756.
 280. Keuser M., Mehlhorn G. Finite element models for bond problems. *Journal of Structural Engineering*. 1987. Vol. 113, № 10. P. 2160-2173.
 281. Khalfallah S. and Ouchenane M. A Numerical Simulation of Bond for Pull-Out Tests: The Direct Problem. *Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)*. 2007. Vol. 8, No. 5. P. 491-505.
 282. Khalfallah S. Tension stiffening bond modelling of cracked flexural reinforced concrete beams. *Journal of Civil Engineering and Management*. 2008. Vol. 14, No. 2. P. 131-137.
 283. Kobarg J. Ein inkrementelles Stahlbetonverbundgesetz unter Berücksichtigung von Stahldehnung und Querdruck: Universität Karlsruhe. Institut für Massivbau und Baustofftechnologie. Fortschrittberichte VDI Reihe 4. Heft Nr. 76. Düsseldorf: VDI Verlag, 1986, 197 p.
 284. Koch R., Balázs G. L. Verbund unter nicht ruhender Beanspruchung. Beton- und Stahl-betonbau. 1998. Vol. 93, Nr. 7 & 8. S. 177-181, 220-223
 285. Koch R., Wohlfahrt R. Einfluss von Betonzusatzstoffen und -mitteln auf das Verbundverhalten feuerverzinkter Betonstähle. *Betonwerk + Fertigteiltechnik*. 1988. Heft 3. S. 64-70.
 286. Kreller H. Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stahlbetonstabtragwerken unter Last- und Zwangeinwirkung: Mitteilungen 1989/4. Universität Stuttgart: Institut für Werkstoffe im Bauwesen, 1989. 214 p.
 287. Krips M. Rissbreitenbeschränkung im Stahlbeton und Spannbeton. Technische Hochschule Darmstadt: Institut für Massivbau, 1984. 155 p.
 288. Krstulovic-Opara N., Watson K. A., LaFave J. M. Effect of increased Tensile Strength and Toughness on Reinforcing Bar Bond Behavior. *Cement & Concrete Composites*. 1994. Vol. 16. P. 129-141.
 289. Kuuskoski V. Über die Haftung zwischen Beton und Stahl: The State Institute for Technical Research. Publication No. 19. Helsinki: Technische Hochschule von Finnland, 1950. 203 p.
 290. Kwak H. G., Filippou F. C. Finite element analysis of reinforced concrete structures under monotonic loads: Report No. UCB/SEMM-90/14. California: Department of Civil Engineering University of California Berkeley, 1990. 120 p.
 291. Kwak H. G., Kim S. P. Bond-slip behavior under monotonic uniaxial loads.

- Engineering Structures*. 2001. Vol. 23, No. 3. P. 298-309.
292. Laurencet P. Prestressing and minimal reinforcement for the control of the residual crack width; Ph.D. ... thesis 2028. Swiss Federal Institute of Technology Lausanne. Lausanne: EPFL, 1999. 258 p.
 293. Lettow S. Ein Verbundelement für nichtlineare Finite Elemente Analysen – Anwendung auf Übergreifungsstöße: Erlangung der Würde eines Dr.-Ing. genehmigte Abhandlung/Institut für Werkstoffe im Bauwesen der Universität Stuttgart, 2006. 196 p.
 294. Lim S. N., Choi Y. C., Oh B. H., Kim J. S., Shin S. and Lee M. K. Bond Characteristics and Transfer Length of Prestressing Strand in Pretensioned Concrete Structures: *8th Inter. Conf. on Fracture Mechanics of Concrete and Concrete Structures*, 10...14 Mar. 2013. Toledo: Framcos, 2013. 8 p.
 295. Lin X., Zhang Y. X. Novel Composite Beam Element with Bond-Slip for Nonlinear Finite-Element Analyses of Steel/FRP-Reinforced Concrete Beams. *Journal of Structural Engineering*. 2013. Vol. 139, No. 12. (06013003).
 296. Lorenzis L., Rizzo A. and La Tegola A. A modified pullout test for bond of near surface mounted FRP rods in concrete. *Composites Part B: Engineering*. 2002. Vol. 33, No. 8. P. 589-603.
 297. Losberg A., Olsson P. Bond Failure of Deformed Reinforcing Bars Based on the Longitudinal Splitting Effect of the Bars. *Proc. ACI Journal*. 1979. Vol. 76, No. 1. P. 5-18.
 298. Lowes L. N., Moehle J. P. and Govindjee S. Concrete-Steel Bond Model for Use in Finite Element Modeling of Reinforced Concrete Structures. *ACI Structural Journal*. 2004. V. 101, No. 4. P. 501-511.
 299. LS-DYNA. Keyword User's Manual. Vol. II: Material Models / LS-DYNA R11. Livermore Software Technology Corporation, 2018. 1619 p.
 300. Lundgren K. Three-dimensional modelling of bond in reinforced concrete theoretical model, experiments and applications: thesis for the degree of doctor of philosophy. Göteborg: Chalmers University of Technology, 1999. 55 p.
 301. Lundgren K. and Gyltoft K. A Model for the Bond between Concrete and Reinforcement. *Magazine of Concrete Research*. 2000. Vol. 52, No. 1. P. 53-63.
 302. Lundgren K. Modeling the Effect of Corrosion on Bond in Reinforced Concrete. *Magazine of Concrete Research*. 2002. Vol. 54, No. 3. P. 165-173.
 303. Lundgren K. Bond Between Ribbed Bar and Concrete. Part 1: Modified Model. *Magazine of Concrete Research*. 2005. Vol. 57, No. 7. P. 371-382.
 304. Lundgren K. Bond Between Ribbed Bar and Concrete. Part 2: The Effect of Corrosion. *Magazine of Concrete Research*. 2005. Vol. 57, No. 7. P. 383-395.
 305. Lutz L. A. and Gergely P. Mechanics of Bond and Slip of Deformed Bars in Concrete. *ACI Journal*. 1967. Vol. 64, No. 11. P. 711-722.
 306. Mahran U. M. Theoretical Study for Bond Between Reinforcement Steel and Concrete. *International Journal of Sciences: Basic and Applied Research (IJSBAR)*. 2013. Vol. 12, No 1. P. 93-102.
 307. Magnusson J. Bond and Anchorage of Ribbed Bars in High-Strength

- Concrete: Ph.D. Thesis Chalmers University of Technology: Division of Concrete Structures, 2000. 299 p.
308. Mains R. M. Measurement of the Distribution of Tensile and Bond Stresses along Reinforcing Bars. *Proc. ACI Journal*. 1951. Vol. 48, No. 11. p. 225-252.
 309. Mainz J. Modellierung des Verbundtragverhaltens von Betonrippenstahl: Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau Nr. 3/93. Technische Universität München: Lehrstuhl für Massivbau, 1993. 157 p.
 310. Makhlouf H. M., Malhas F. A. The effect of thick concrete cover on the maximum flexural crack width under service load. *ACI Structural Journal*. 1996. Vol. 93, № 3. P. 257-265.
 311. Malvar L. J. Tensile and bond properties of GFRP reinforcing bars. *ACI Materials Journal*. 1995. Vol. 92, No. 3. P. 276-285.
 312. Mang C., Jason L., Davenne L. A new bond slip model for reinforced concrete structures. *Engineering Computations*. 2015. Vol. 32, No. 7. P. 1934-1958.
 313. Marti P., Alvarez M., Kaufmann W. and Sigrist V. Tension chord model for structural concrete. *Structural Engineering International, IABSE*. 1998. Vol. 8, No. 4. P. 287-298.
 314. Martin H., Noakowski P. Verbundverhalten von Betonstählen. Untersuchung auf der Grundlage von Ausziehversuchen. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*. 1981. Heft 319. S. 99-175.
 315. Martin H. Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstählen unter Kurzzeitbelastung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*. 1973. Heft 228. 50 s.
 316. Martins P. C., Foure B. Comportement en flexion jusqu'à rupture des poutres à précontrainte extérieure. Modélisation du comportement des poutres à voussoirs préfabriqués et câblage mixte: *La Technique Française du Béton, XI Congrès de la Federation Internationale de la Précontrainte*. Hambourg, 1990. P. 195-216.
 317. Michal M., Keuser M. Bond of steel and concrete under high loading rates: *Proc. of the 9th Inter. Conf. on Structural Dynamics EURODYN 2014*, 30 June - 2 July 2014. Porto, 2014. P. 3491-3496.
 318. Michal M., Keuser M. & Milon O. Verbund von Beton und Bewehrungsstahl bei hoch-dynamischer Belastung. *Beton- und Stahlbetonbau*. 2016. Nr. 111(1). S. 32-40.
 319. Mirza S. A. and Houde J. Study of Bond-Slip Relationships in Reinforced Concrete. *ACI Journal*. January 1979. Vol. 76, No.1. P. 19-46.
 320. Mirza S. A. Bond Strength Statistics of Flexural Reinforcement in Concrete Beams. *ACI Structural Journal*. 1987. Vol. 84, No. 5. P. 383-391.
 321. Morita S. and Kaku T. Local Bond Stress-Slip Relationship under Static and Dynamic Repeated Loadings: *Proc. IABSE Symposium on the Resistance and Ultimate Deformability of Structures*, Lisbon 1973. Zurich: International Association for Bridge and Structural Engineering, 1973. P. 221-226.

322. Morita S., Fujii S. Bond-slip models in finite element analysis. *Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures*: Proc. of the Japan-US Seminar on Tokyo, May 1985. New York: American Society of Civil Engineers, 1985. p. 348-363.
323. Muguruma H. and Morita S. Fundamental study on bond between steel and concrete-part I: basic laws of bond stress distribution I. *Journal of Structural Construction Engineering*. 1967. Vol. 131. P. 1-8.
324. Muguruma H. and Morita S. Fundamental study on bond between steel and concrete-part I: basic laws of bond stress distribution II. *Journal of Structural Construction Engineering*. 1967. Vol. 132. P. 1-6.
325. Munoz M. B. Study of bond behavior between FRP reinforcement and concrete: Ph.D. Thesis Universitat of Girona, 2010. 308 p.
326. Muttoni A., Schwartz J. and Thürlimann B. Design of concrete structures with stress fields. Basel, Boston, Berlin: Birkhäuser, 1996. 146 p.
327. Naaman A. E., Namur G., Najm H. and Alwan J. Bond mechanisms in fiber reinforced cement-based composites: Grant No. F49620-87-C-0063. Report No. UMCE 89-9. Michigan: Department of Civil Engineering University of Michigan, 1989. 233 p.
328. Nagatomo K., Kaku T. Experimental and analytical study on bond characteristics of reinforcing bars with only a single transverse rib. *Transactions of the Japan Concrete Institute*. 1985. Vol. 7. P. 333-340.
329. Ngo D., Scordelis A. C. Finite element analysis of reinforced concrete beams. *Journal Proceedings*. 1967. Vol. 64, № 3. P. 152-163.
330. Nilson A. H. Internal Measurement of Bond Slip. *ACI Journal*. 1972. Vol. 69, No. 7. P. 439-441.
331. Nilson A. H. Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method. *ACI Journal*. 1968. Vol. 65, No. 9. P. 757-766.
332. Noakowski P. Die Bewehrung von Stahlbetonbauteilen bei Zwangsbeanspruchung infolge Temperatur. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*. 1978. Heft 296. 144 s.
333. Noakowski P. Verbundorientierte, kontinuierliche Theorie zur Ermittlung der Rissbreite. *Beton- und Stahlbetonbau*. 1985. Vol. 80, Heft 7. S. 185-190 und Heft 8. S. 215-221.
334. Oh B. H., Kang Y- J. New formulas for maximum crack width and crack spacing in reinforced concrete flexural members. *ACI Structural Journal*. 1987. Vol. 85, № 2. P.103-112.
335. Okamura H. and Maekawa K. Bond-Slip-Strain Model of Deformed Bar. *Nonlinear Analysis and Constitutive Models of Reinforced Concrete*. Tokyo: Giho-do Press, 1991. P. 159-182.
336. Okelo R., Yuan R. Bond strength of fiber reinforced polymer rebar in normal strength concrete. *Journal of Composites for Construction*. 2005. Vol. 9., No. 3 P. 203-213.
337. Orangun C. O., Jirsa J. O. and Breen J. E. Reevaluation of Test Data on

- Development Length and Splices. *Proc. ACI Journal*. 1977. Vol. 74, No. 3. P. 114-122.
338. Ožbolt J., Mayer U., Vocke H., Eligehausen R. Das FE-Programm MASA in Theorie und Anwendung. *Werkstoffe und Werkstoffprüfung im Bauwesen*. Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Dr.-Ing. H.-W. Reinhardt. IWB: Universität Stuttgart, 1999. P. 272-293.
339. Padmarajaiah S. K., Ramaswamy A. Crack Width Predictions for High Strength Concrete Fully. Partially Prestressed Beam Specimens Containing Steel Fibers. *ACI Structural Journal*. 2001. Vol. 98, №6. P. 852-861.
340. Paettie K. R., Pope J. A. Effect of Age of Concrete on Bond Resistance. *ACI Journal*. 1956. Vol. 27, No. 6. P. 661-672.
341. Pan J., Wu Y-F. Analytical modeling of bond behavior between FRP plate and concrete. *Composites: Part B*. 2014. Vol. 61. P. 17-25.
342. Parsons S. D. Representation of bond in finite element analyses of reinforced concrete structures: Doctoral Thesis PhD. Loughborough University of Technology, 1984. 310 p.
343. Perry E. S. and Thompson J. N. Bond stress distribution on reinforcing steel in beams and pull-out specimens. *Proc. Journal ACI*. 1966. Vol. 63, No. 8. P. 865-874.
344. Phillips D. V, Zienkiewicz O. C. Finite element non-linear analysis of concrete structures. *Proc. Institution of Civil Engineers*. 1976. Vol. 61. P. 59-88.
345. Pochanart S. and Harmon T. Bond-slip model for generalized excitations including fatigue. *ACI Material Journal*. 1989. Vol. 86, No. 5. P. 465-474.
346. Pundinaitė M. Lenkiamųjų gelžbetoninių element pleišėjimo eksperimentiniai ir teoriniai tyrimai: Baigiamasis magistro darbas Vilnius: Gedimino Technikos Universitetas, 2010. 103 p.
347. Rashedul Kabir Md. Bond stress behavior between concrete and steel rebar: Critical investigation of pull-out test via Finite Element Modeling. *International Journal of Civil and Structural Engineering*. 2014. Vol. 5, No1. P. 80-90.
348. Rehm G. The fundamental law of bond. *Proc. of the Symposium on Bond and Crack Formation in Reinforced Concrete*. Stockholm: RILEM, 1957. P. 491-498.
349. Rehm G. Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*. 1961. Heft 138. 59 s.
350. Reinhardt H. W., Blaauwendraad J., Vos E. Prediction of bond between steel and concrete by numerical analysis. *Materials and Structures*. 1984. Vol. 17, № 4. P. 311-320.
351. Reinhardt H. W. Bond of steel to strain-softening concrete taking account of loading rate. *Fracture Mechanics of Concrete Structures*. London: Elsevier, 1992. P. 809-820.
352. Reynolds G. C. and Beeby A. W. Bond strength of deformed bars. *Bond in Concrete*. London: Applied Science Publishers, 1982. P. 434-445.

353. RILEM Standard RC5. Bond test for reinforcement steel. 1. Beam test 1982. *RILEM Recommendations for the Testing and Use of Constructions Materials*. New York, USA: E & FN SPON, 1994. P. 213-217.
354. RILEM Standard RC6. Bond test for reinforcement steel. 2. Pull-out test 1983. *RILEM Recommendations for the Testing and Use of Constructions Materials*. New York, USA: E & FN SPON, 1994. P. 218-220.
355. Romashko-Maistruk O. V. Fundamentals of the energy model of deformation of reinforced concrete elements and structures. *Science and education a new dimension. Natural and technical science*. 2020. VIII(29), Iss. 238. P.12-15.
356. Romashko O., Romashko V. Evaluation of bond between reinforcement and concrete. *MATEC Web of Conf*. 2018. Vol. 230. 02027.
357. Romashko O. V. and Romashko V. M. Model of multilevel formation of normal cracks in reinforced concrete elements and structures. *IOP Conf. Ser.: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 708. 012069.
358. Romashko V. and Romashko O. Fundamentals of the General Theory of Resistance of Reinforced Concrete Elements and Structures to Power Influences. *Materials Science Forum*. 2019. Vol. 968. P. 534-540.
359. Romashko V. M. and Romashko-Maistruk O. V. Calculation of reinforcement to concrete adhesion in reinforced concrete elements. *IOP Conf. Ser.: Materials Science and Engineering*. 2021. Vol. 1164. 012065.
360. Romashko V. M. and Romashko O. V. Energy resource of reinforced concrete elements and structures for the deformation-force model of their deformation. *IOP Conf. Ser.: Materials Science and Engineering*. 2019. Vol. 708. 012068.
361. Romashko V. M. General model and the mechanics of concrete elements and structures deformation. *IOP Conf. Ser.: Materials Science and Engineering*. 2021. Vol. 1021. 012026.
362. Romashko V., Romashko O. Calculation of the crack resistance of reinforced concrete elements with allowance for the levels of normal crack formation. *MATEC Web of Conf*. 2018. Vol. 230. 02028.
363. Romashko V., Romashko O. The construction features of the deformation and force model of concrete and reinforced concrete resistance. *MATEC Web of Conf*. 2017. Vol. 116. 02028.
364. Ruiz M. R., Hars E., Muttoni A. Bond mechanics in structural concrete. Theoretical model and experimental results. Lausanne: IS-BETON, EPFL, 2005. 75 p.
365. Saliger R. *Der Eisenbeton in Theorie und Konstruktion*. Stuttgart: Alfred Kröner Verlag, 1906. 227 p.
366. Saliger R. *Die neue Theorie des Stahlbetons auf Grund der Bildsamkeit im Bruchzustand*. Wien: Deuticke, 1947. 106 s.
367. Saliger R. *High Grade Steel in Reinforced Concrete: 2nd Congress International Association Bridge and Structural Engineering*. Berlin-Munich: Preliminary Publication, 1936. P. 293-315.

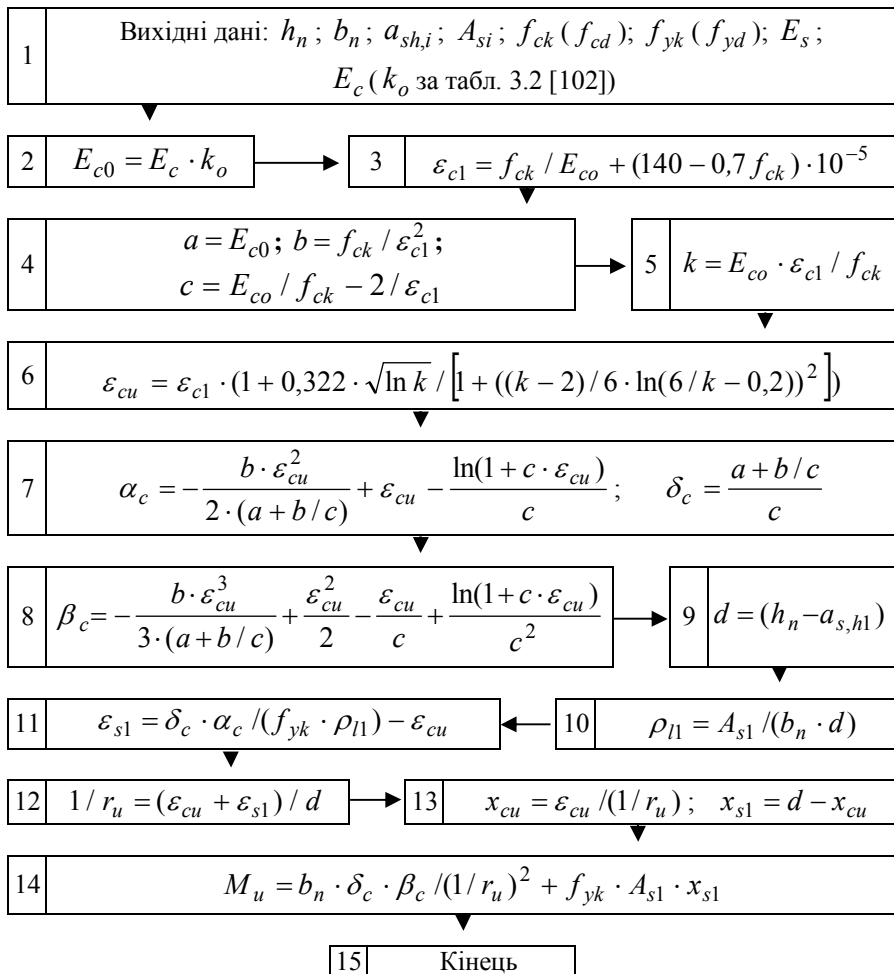
368. Schenkel M. On bond behavior of reinforcing bars with limited cover: ETHZ-Swiss Federal Institute of Technology Zürich, Report No. 237. Basel-Boston-Berlin: Birkhäuser, 1998. 162 p.
369. Schießl A. Verbundverhalten von selbstverdichtendem Beton: Beiträge zum 38. Forschungskolloquium am 2 und 3. März 2000 an der Technische Universität München. Berlin: Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, 2000. S. 177-185.
370. Schober H. Ein Modell zur Berechnung des Verbunds und der Risse im Stahl- und Spannbeton: Dissertation... . Stuttgart: Universität Stuttgart, 1984. 208 p.
371. Scordelis A. C., Ngo D., Franklin H. A. Finite element study of reinforced concrete beams with diagonal tension cracks. *Special Publication*. 1974. Vol. 42. P. 79-102.
372. Shah S. P., Swartz S. E., Quayle C. Fracture Mechanics of Concrete: Applications of Fracture Mechanics to Concrete, Rock and Other Quasi-Brittle Materials. New York: John Wiley & Sons, 1995. 552 p.
373. Shalmani A. Z. Analytical and experimental investigation of cracking in two-way reinforced concrete panels: A Dissertation ... Degree of Doctor of Philosophy of Civil Engineering. Toronto: Ryerson University, 2011. 287 p.
374. Sharaky I. A. A. A study of the bond and flexural behaviour of reinforced concrete elements strengthened with near surface mounted (NSM) FRP reinforcement: PhD Thesis... . Universität de Girona, 2013. 264 p.
375. Shardakov I. N. Process of cracking in reinforced concrete beams: simulation and experiment. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2016. Vol. 10, No. 38. P. 339-350.
376. Shima H., Chou L-L. and Okamura H. Bond-slip-strain relationship of deformed bars embedded in massive concrete. *Concrete Library of JSCE*. 1987. No. 10. P. 79-94.
377. Shima H., Chou L-L. and Okamura H. Bond characteristics in post-yield range of deformed bars. *Concrete Library of JSCE*. 1987. No. 10. P. 113-124.
378. Shima H., Chou L.-L. and Okamura H. Micro and macro models for bond in reinforced concrete. *Journal of the Engineering Faculty of Tokyo University*. 1987. Vol. XXXIX, No. 2. P. 133-194.
379. Sigrist V. Zum Verformungsvermögen von Stahlbetonträgern: IBK Bericht Nr. 210. Zürich: ETH, 1995. 159 p.
380. Soretz S., Holzenbein H. Influence of rib dimensions of reinforcing bars on bond and bendability. *Proc. ACI Journal*. 1979. V. 76, No. 1. P. 111-128.
381. Standish I. G. The effect of lateral pressure on anchorage bond in lightweight aggregate concrete: Doctoral Thesis PhD. Loughborough University of Technology, 1982. 256 p.
382. Tassios T. P. Properties of bond between concrete and steel under load cycles idealizing seismic actions. *CEB Bulletin*. 1979. Vol. 1, No. 131. P. 67-122.

383. Tepfers R. A Theory of Bond Applied to Overlapped Tensile Reinforcement Splices for Deformed Bars: Doctoral thesis.... Goteborg: Chalmers University of Technology, 1973. 328 p.
384. Tepfers R. Cracking of concrete cover along anchored deformed reinforcing bars. *Magazine of Concrete Research*. 1979. V.31, No. 106. P. 3-12.
385. Tepfers R., Olsson P-A. Ring Test for Evaluation of Bond Properties of Reinforcing Bars. *Bond in Concrete: from Research to Practice*: Proc. Inter. Conf., October 1992. Riga: CEB-RTU, 1992. P. 89-99.
386. Thomas F. G. Cracking in Reinforced Concrete. *The Structural Engineer (London)*. 1936. Vol. 14, № 7. P. 298-320.
387. Torre-Casanova A. Prise en compte de la liaison acier-béton pour le calcul de structures industrielles: PhD Thesis École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2012. 179 p.
388. Trost H., Cordes H., Thormahlen U. und Hagen H. Teilweise Vorspannung – Verbundfestigkeit von Spanngliedern und ihre Bedeutung für Rissbildung und Rissbreitenbeschränkung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*. 1980. Heft 310. 140 s.
389. Tue N. Zur Spannungsumlagerung im Spannbeton bei der Rissbildung unter statische rund wiederholter Belastung. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton*. 1993. Heft 435. 57 p.
390. Quayang C., Shah S. P. Fracture energy approach for predicting cracking of reinforced concrete tensile members. *ACI Structural Journal*. 1994. Vol. 91, No. 1. P. 69-78.
391. Viwathanatepa S., Popov E. P., Bertero V. V. Effects of generalized loadings on bond of reinforcing bars embedded in confined concrete blocks: Report No. UCB/EERC-79/22 Earthquake Engineering Research Center. Berkeley: University of California, 1979. 320 p.
392. Vos E., Reinhardt H. W. Bond resistance of deformed bars, plain bars and strands under impact loading: Stevinreport 5-80-6. Delft University of Technology, 1980. 84 p.
393. Wang H. An analytical study of bond strength associated with splitting of concrete cover. *Engineering Structures*. 2009. V. 31, No. 4. P. 968-975.
394. Wang X. and Liu X. A strain-softening model for steel-concrete bond. *Cement and Concrete Research*. 2003. V. 33, No. 10. P. 1669-1673.
395. Watstein D., Bresler B. Bond and Cracking in Reinforced Concrete. *Reinforced Concrete Engineering: Materials, Structural Elements, Safety* / edited by B. Bresler. New York: John Wiley & Sons Inc, 1974. Vol. 1. P. 151-193.
396. Watstein D. Bond Stress in Concrete Pull-Out Specimens. *ACI Journal*. 1941. Vol. 38. P. 37-50.
397. Watstein D., Parsons D. E. Width and spacing of tensile cracks in axially reinforced concrete cylinders. *Journal of Research, National Bureau of Standards*. 1943. Vol. 31, № RP1545. P. 1-24.

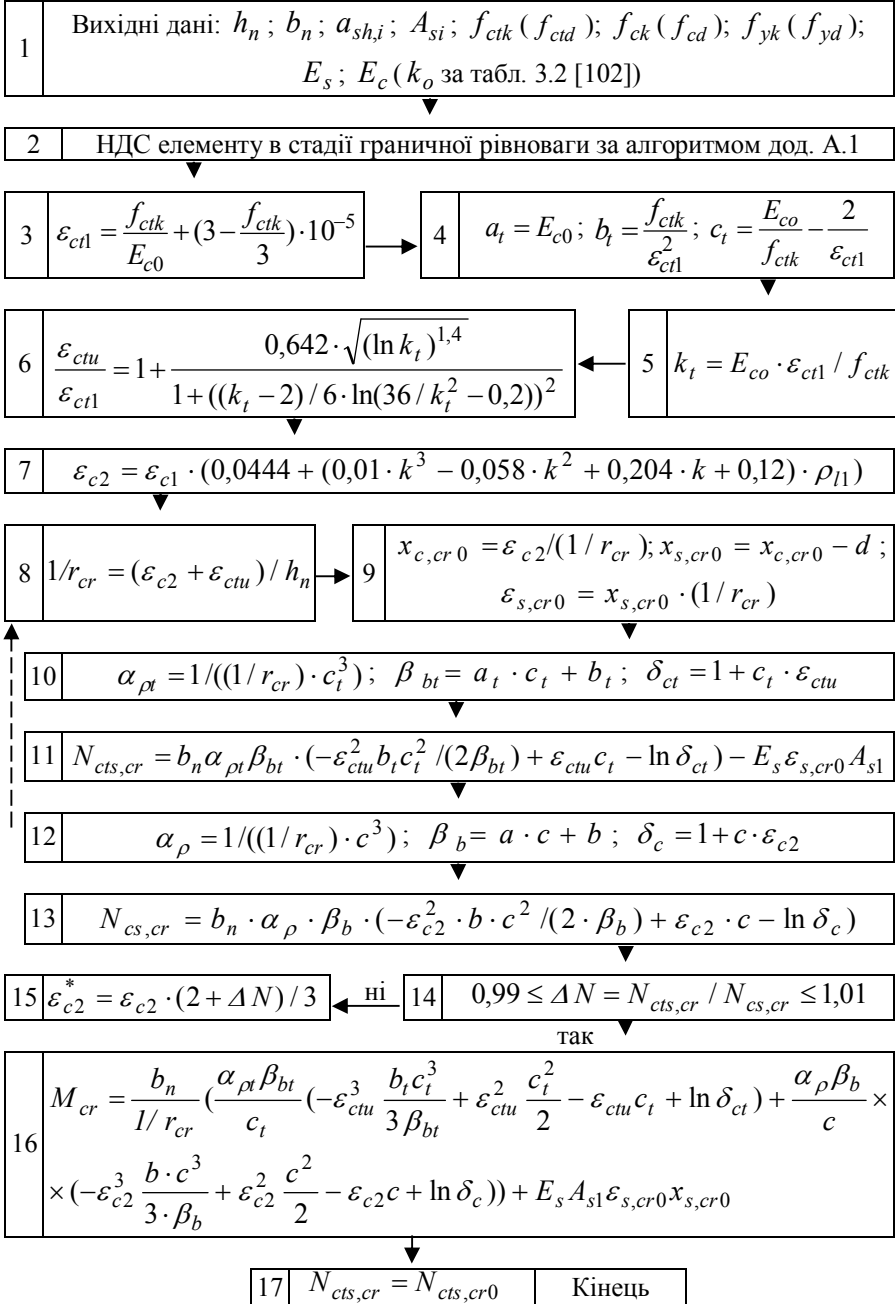
398. Watstein D. Distribution of Bond Stress in Concrete Pull-Out Specimens. *ACI Journal*. 1947. V. 43, No. 5. p. 1041-1052.
399. Weisse D., Holschemacher K. Some aspects about the bond of reinforcement in ultra high strength concrete: Leipzig Annual Civil Engineering Report. University of Leipzig. 2003. p. 251-263.
400. Wille F. Charakteristik und Modellbildung des Verbundtragverhaltens von eintägigen Rundlitzenseilen in Beton: Dissertation... . Cottbus: BTU, 2004, 221 s.
401. Wolenski A. R. V., et al. Experimental and finite element analysis of bond-slip in reinforced concrete. *Revista IBRACON de Estruturas e Materiais*. 2015. Vol. 8, No. 6. P. 787-799.
402. Wu C. A unified bond theory, probabilistic meso-scale modeling, and experimental validation of deformed steel rebar in normal strength concrete: Doctoral Dissertations... . Missouri University of Science and Technology, 2014. 147 p.
403. Wu Y. F. and Zhao X. M. Unified Bond Stress–Slip Model for Reinforced Concrete. *Journal of Structural Engineering*. 2013. Vol. 139, No. 11. P. 1951-1962.
404. Yankelevsky D. Z. Bond Action Between Concrete and Deformed Bar-A New Model. *ACI Journal*. 1985. Vol. 82, No. 2. P. 154-161.
405. Yankelevsky D. Z. New Finite Element for Bond-Slip Analysis. *Journal of Structural Engineering*. 1985. Vol. 111, No. 7. P. 1535-1542.

Додаток А
Алгоритми розрахунку залізобетонних елементів

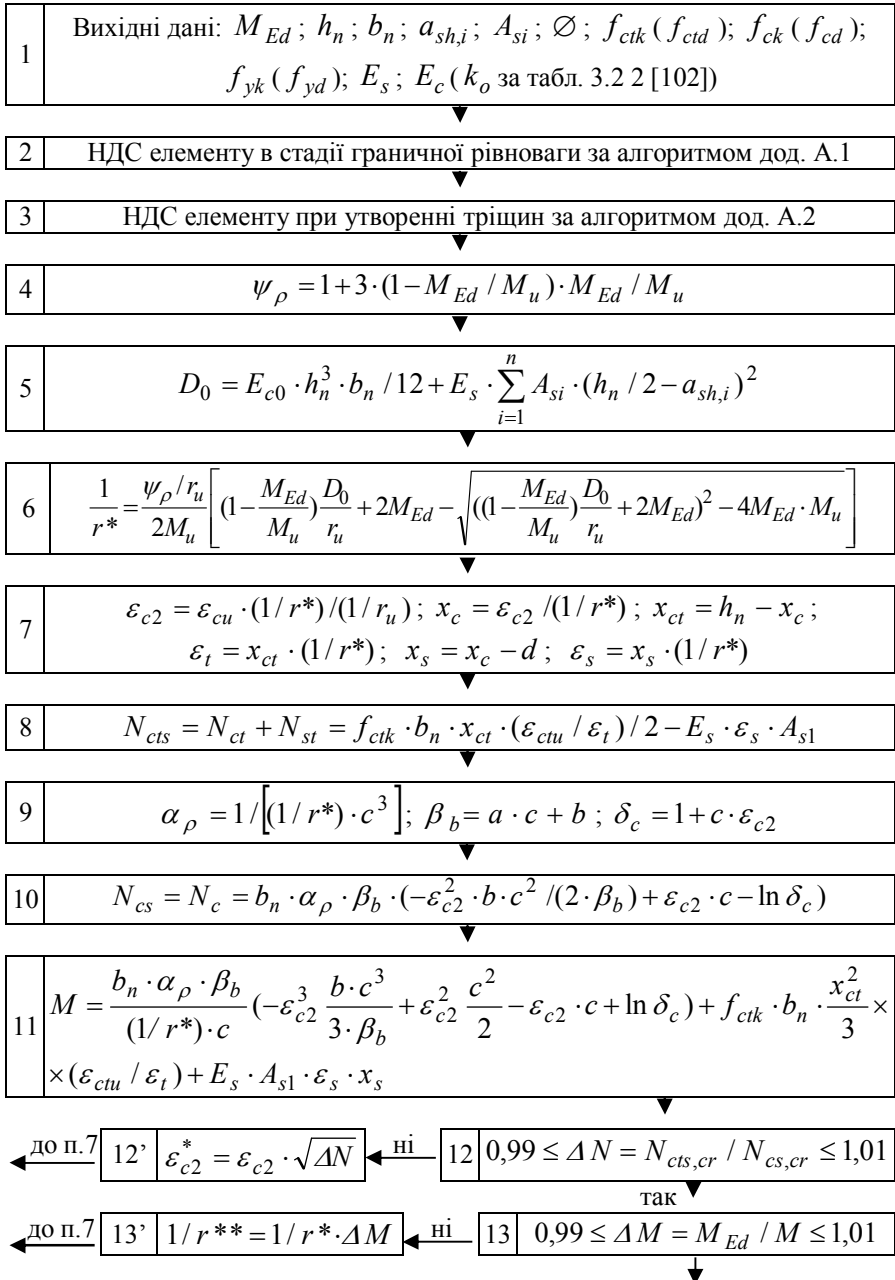
Додаток А.1 – Алгоритм розрахунку несучої здатності згинальних залізобетонних елементів в нормальних перерізах



Додаток А.2 – Алгоритм розрахунку утворення нормальних тріщин



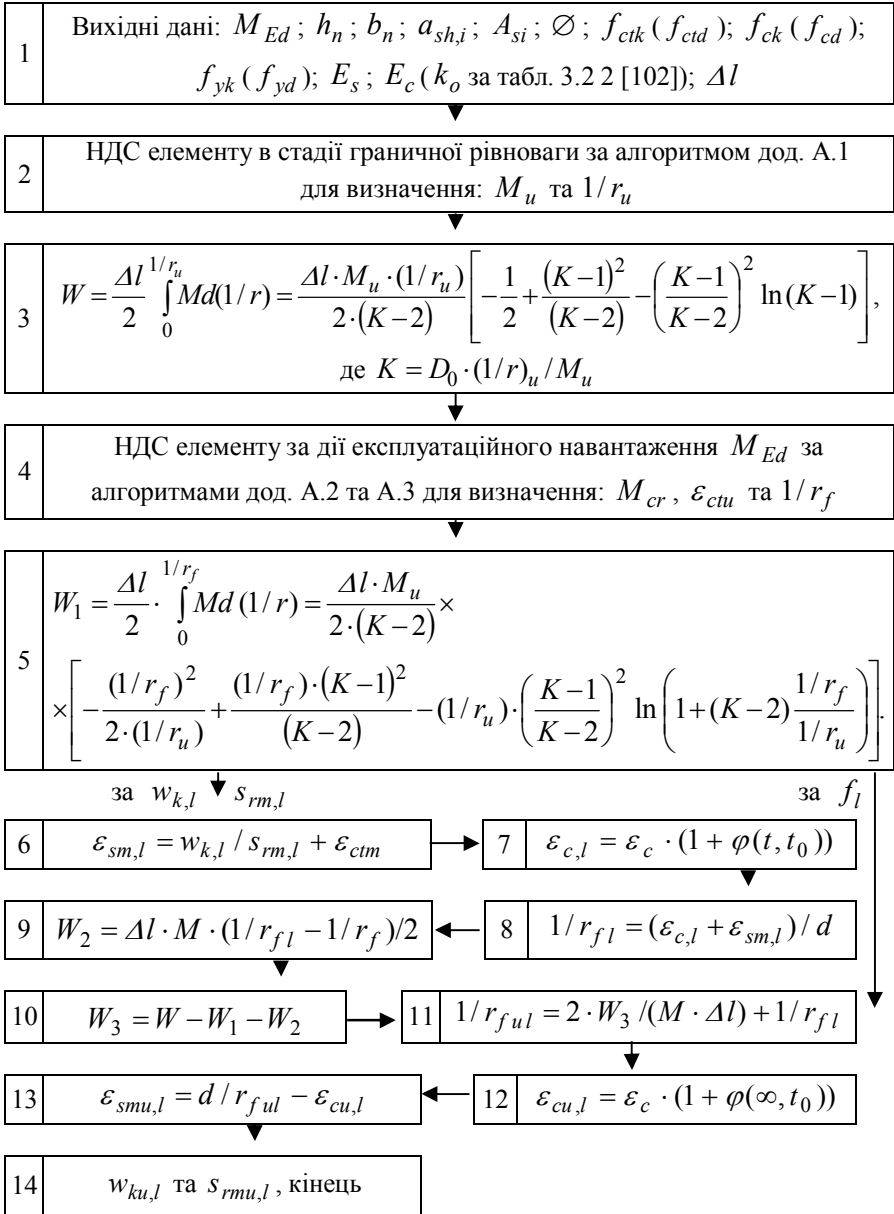
Додаток А.3 – Алгоритм розрахунку ширини розкриття нормальних тріщин в згинальних залізобетонних елементах



так ▼



Додаток А.4 – Алгоритм розрахунку залишкового ресурсу залізобетонних елементів



до 6'

Продовження додатку А.4
від 5 ↓

