

26. ДОСЛІДЖЕННЯ ПОДОВЖНЬОГО ПРОФІЛЮ ПОВЕРХНІ ВОДИ ПРИ НЕРІВНОМІРНОМУ РУСІ В КОРИТАХ ПРЯМОКУТНОГО ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕКРОЮ СТАЛОЇ Й ВЕЛИКОЇ (ПОРІВНЯНО З ГЛИБИНОЮ) ШИРИНИ

Якщо ширина B прямокутного перекрою стала, маємо $F = Bt$. Підставимо цей вираз до рівняння (49-b):

$$\frac{dt}{ds} = I_0 \frac{1 - \frac{Q^2}{B^2 t^2 C^2 R I_0}}{1 - \frac{Q^2}{B^2 g t^3}}$$

Змочений периметр прямокутного перекрою $U = B + 2t$, але на умовою t мале, якщо порівняти його з B ; через це $U \approx B$.

Позначимо ще далі витрату на одиницю ширини (1 м) водотоки $\frac{Q}{B}$

через $q \frac{m^3}{m \cdot сек}$. Тепер диференціальному рівнянню можемо надати такого вигляду:

$$\frac{dt}{ds} = I_0 \frac{1 - \frac{q^2}{I_0 C^2 t^3}}{1 - \frac{q^2}{g t^3}} = I_0 \frac{t^3 - \frac{q^2}{C^2 I_0}}{t^3 - \frac{q^2}{g}}$$

*Куди це
Звідси не
слід виходити
випадки.*

Позначимо далі: $\frac{q^2}{I_0 C^2}$ через t_0^3 *, а $\frac{q^2}{g}$ через t_k^3 ; тоді:

$$\frac{dt}{ds} = I_0 \frac{t^3 - t_0^3}{t^3 - t_k^3} \dots \dots \dots (50)$$

За допомогою цього рівняння спочатку дослідимо подовжній профіль водотоки в деяких окремих випадках:

1. $t = t_0$. Тут $\frac{dt}{ds} = \operatorname{tg} \varphi = 0$, тобто профіль поверхні паралельний профілю дна, або ще інакше — спад поверхні I дорівнює спаду дна I_0 ; отож при такій умові матимемо рівномірний рух.

Звідси робимо такий висновок: у кожному кориті рух може бути рівномірний тільки тоді, коли $t = t_0 = \sqrt[3]{\frac{q^2}{C^2 I_0}}$.

2. Якщо змінна глибина t під час змін переходить через вартість t_k , то в місці, де $t = t_k$,

$$\frac{dt}{ds} = \operatorname{tg} \varphi = \infty \text{ і } \varphi = 90^\circ,$$

профіль швидко підіймається вгору (або знижується) і утворює так званий стрибок води. Через те, що при цьому різко

* Вважаючи, що C величина стала, допускаємося неточности, бо при нерівномірному русі змінюється R , а разом і C . Обчислюючи t_0 , беруть C_0 , що відповідає рівномірному руху.

змінюється площа поперечного перекрою, то рівняння (50) до таких місць застосовувати не можна, і тому стрибок води доведеться досліджувати окремо. Глибину $t_k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$ називають критичною глибиною водотоки.

3. $t_0 = t_k$. Тут $\frac{dt}{ds}$ якраз дорівнює I_0 , тобто кут φ дорівнює спаду дна I_0 (рис. 117). Через це профіль річки буде горизонтальний і не залежатиме від вартості t .

Щоб дослідити взагалі вигляд подовжнього профілю поверхні водотоки, що нерівномірно рухається, виразимо кривину цього профілю у функції величин t , t_0 і t_k . Як знаємо, кривина

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\frac{d^2t}{ds^2}}{\left[1 + \left(\frac{dt}{ds}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}}}$$

(в даному разі в координатних осях s і t). Через те, що $\frac{dt}{ds}$ для профілю річки є мала величина (проти одиниці), то можна припустити: $\frac{1}{\rho} = \frac{d^2t}{ds^2}$ або, продиференціювавши по s рівняння (50) і підставивши:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{3t^2 I_0^2 (t_0^3 - t_k^3)}{(t^3 - t_k^3)^2} \cdot \frac{t^3 - t_0^3}{t^3 - t_k^3} \dots \dots \dots (51)$$

Загальні дослідження профілю водотоки поділимо на дві частини. Спочатку розглянемо той випадок, коли глибина рівномірного руху у водотокі t_0 більша за „критичну“ глибину в ній t_k ; припускаючи це, треба розв'язати завдання для таких трьох співвідношень глибин.

4. $t > t_0 > t_k$. При такій умові кривина $\frac{1}{\rho} > 0$; а тоді, як знаємо з вищої математики, профіль AB_1B вигнутий донизу (рис. 109).

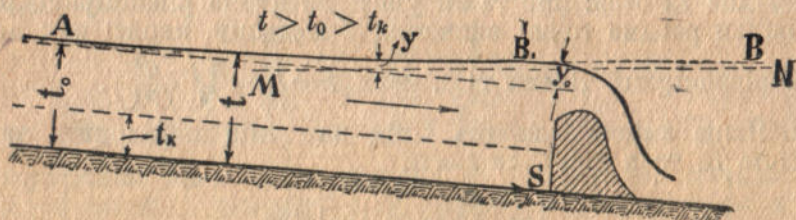
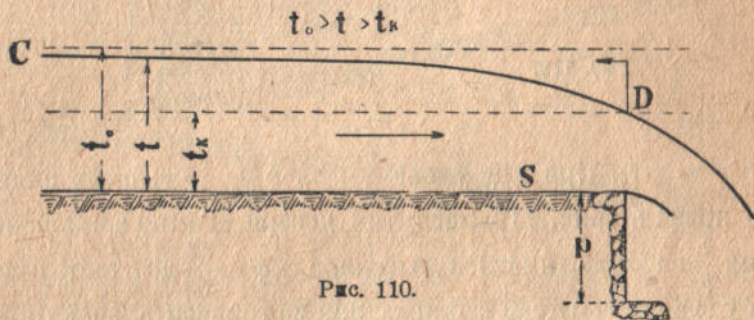


Рис. 109.

Похідна $\frac{dt}{ds} > 0$; отож глибина водотоки t вниз за водою зростає до ∞ , $\frac{1}{\rho}$ наближається до 0, а $\frac{dt}{ds}$ наближається до I_0 , тобто профіль асимптотично наближається до горизонтальної лінії MN

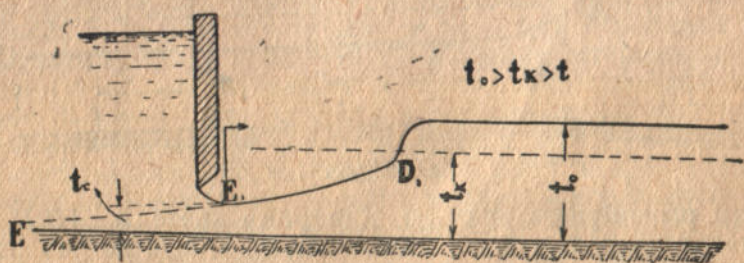
(справді ж, коли вода переливається, наприклад, через загату то, починаючи з якоїсь точки B_1 , рівень трошки спадає навіть ще до загати). Вгору проти води t зменшується й наближається до t_0 , а $\frac{1}{\rho}$ та $\frac{dt}{ds}$ — до нуля; отож проти води профіль нерівномірного руху асимптотично наближається до профілю рівномірного руху в кориті річки. Розглянутий випадок на практиці буває тоді, коли річку підперто загатою або іншою спорудою.

5. $t_0 > t > t_k$. При цій умові $\frac{1}{\rho} < 0$ і $\frac{dt}{ds} < 0$, тобто профіль (рис. 110) вигнутий догори; глибина t проти води збільшується, наближаючись до глибини рівномірного руху t_0 ; кривина $\frac{1}{\rho}$ залишається від'ємна й наближається до нуля, так само як і $\frac{dt}{ds}$; отож проти води профіль CD асимптотично наближається до



профілю рівномірного руху. Криву CD називають кривою спадання; вона зустрічається, наприклад, на перепадах у кориті річок або каналів (рис. 110). Глибина річки або каналу на перепаді переходить через t_k . Це доведемо далі — в § 30.

6. $t_0 > t_k > t$. Тут $\frac{1}{\rho} > 0$ і $\frac{dt}{ds} > 0$, профіль вигнутий донизу й змінна глибина t зростає за водою та наближається до критичної.



Такий випадок може трапитися тоді, коли біля дна є отвір із щитом і коли через нього витікає вода (рис. 111).

Від щита до точки E_1 маємо обрис стиснутої під час витікання з отвору струмни; крива E_1D_1 — профіль, що його досліджуємо при умові $t_k > t$. Тут утворюється тільки частина теоретичного профілю D_1E , починаючи з глибина t_c у стиснутому перекрої струмни.

Коли глибина t наближається до критичної глибини t_k , то матимемо умови, потрібні для того, щоб утворився стрибок води, який досліджуватимемо окремо.

Перейдемо тепер до дослідження річок, для яких критична глибина t_k більша за глибину рівномірного руху t_0 . Тут матимемо знову три завдання.

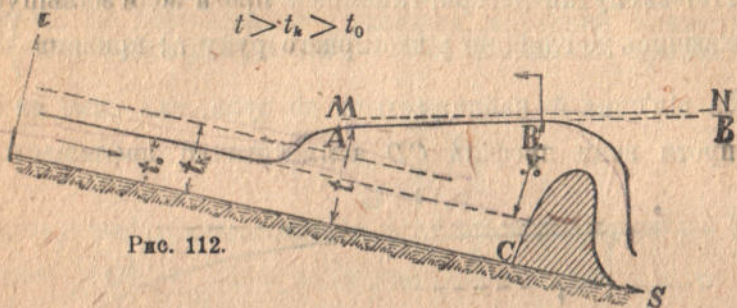


Рис. 112.

7. $t > t_k > t_0$. При цій умові $\frac{1}{\rho} < 0$, а $\frac{dt}{ds} > 0$; отож виявилось, що профіль (рис. 112) вигнутий догори. В міру збільшення s , кривина $\frac{1}{\rho}$ наближатиметься до нуля, а $\text{tg } \varphi = \frac{dt}{ds}$ до I , тобто профіль AB_1B буде асимптотично наближатися до горизонтальної лінії MN .

Проти течії, коли глибина наближається до критичної глибини t_k , знову постають умови, потрібні для того, щоб утворився стрибок води.

Тільки по досліджений профіль утворюється, коли будувати загати на швидких потоках, що в них $t_k > t_0$. Коли перегатити такий потік, то він у певному місці стрибком переходить від

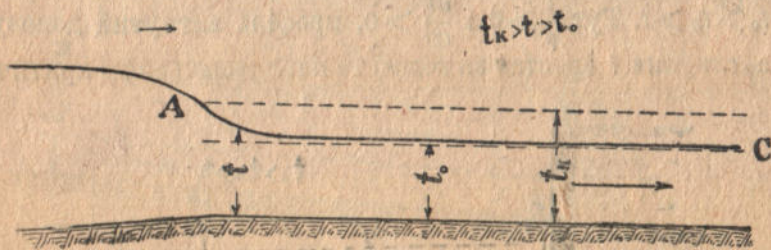


Рис. 113.

профілю рівномірного руху до підпертого профілю AB_1B , що і тут утворюється тільки на ділянці AB_1 . Місце, де утвориться стрибок, визначимо тоді, коли вивчатимемо стрибок води.

8. $t_k > t > t_0$. Тут $\frac{1}{\rho} > 0$, а $\frac{dt}{ds} < 0$. Профіль AC вигнутий донизу й t вниз за водою зменшується (рис. 113), асимптотично

наближаючись до профілю рівномірного руху. Такий профіль може утворитися, коли збільшується спад потоку або коли вода витікає з водойми по кориту з чималим спадом.

В міру наближення до точки A (вищий рівень у кориті з меншим спадом), $\frac{dt}{ds}$ зростає до ∞ , тобто профіль при переході через цю точку мав би набути положення, нормальне до дна, бо t переходить тут через t_k .

9. $t_k > t_0 > t$. У цьому випадку $\frac{1}{\rho} < 0$, а $\frac{dt}{ds} > 0$; профіль буде вигнутий догори; глибина поступово збільшується вниз за водою, асимптотично наближаючись до глибини рівномірного руху. Цей профіль може утворитися, коли вода витікає з отвору біля дна в кориті з великим спадом.

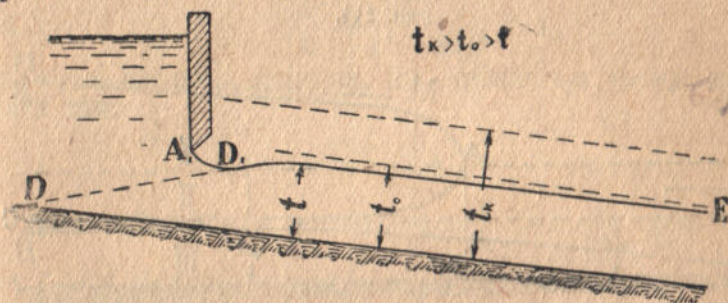


Рис. 114.

При умовах, що їх подано на рис. 114, досліджуваний профіль утворює крива D_1E , яка складає частину теоретичного профілю DD_1E . Крива A_1D_1 є обрис стиснутої струмнини.

§ 27. КЛАСИФІКАЦІЯ ВОДОТОК ІЗ ПРЯМИМ СПАДОМ. ВОДОТОКИ З ГОРИЗОНТАЛЬНИМ ДНОМ І З ПРОТИСПАДОМ

На підставі попереднього дослідження можна поділити водотоки у відкритих коритах (каналах, річках) на дві класи:

1. спокійні водотоки (Flüsse), що для них $t_0 > t_k$;
2. бурхливі водотоки (Wildbächer), що для них $t_k > t_0$.

Щоб легше було порівнювати їх, на рис. 115 подано всі три відміни профілів, що теоретично можуть бути у водотоках першої класи, а на рис. 116 подано те саме для бурхливих водоток; тут кожному криву позначено тими самими літерами, що й на рис. 109—114. І в спокійних, і в бурхливих водотоках маємо три зони. В I зоні (рис. 115—116) є так звані криві підпору AB , що утворюються, як збудувати в коритах загати чи інші споруди; спокійні водотоки від рівномірного руху до кривої підпору переходять на безконечній віддалі від споруди вгору, проти течії і відбувається цей процес у них плавко; у бурхливих потоків цей перехід відбувається бурхливо, „стрибком“ води недалеко від споруди. Для кривих підпору характерно те, що глибина їх уздовж водотоки зростає за водою. У II зоні маємо криві спадання; глибина за водою зменшується; для спокійних річок

крива спадання CD (рис. 115) починається плавко, як і крива підпору AB ; для бурхливих потоків крива спадання AC починається різким зломом (рис. 113). За цією різницею її поділено водотоки на класи. Але в III зоні спокійні річки до рівномірної течії переходять бурхливо, стрибком води, тоді як у бурхливих

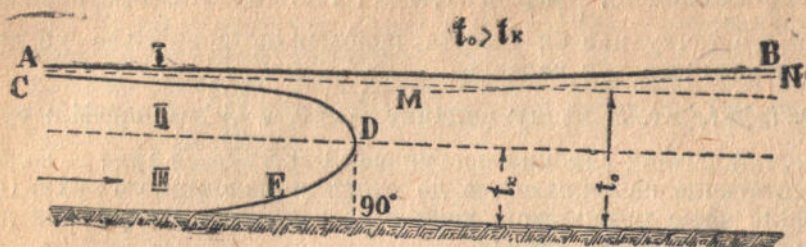


Рис. 115.

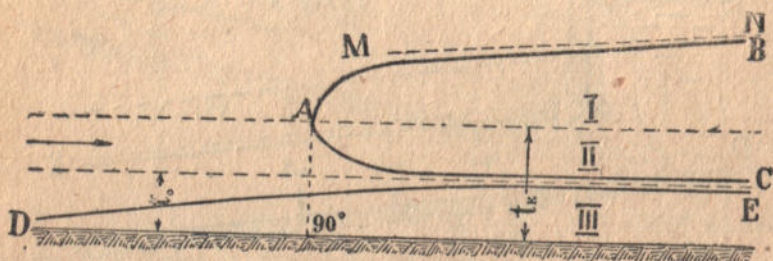


Рис. 116.

потоків цей перехід відбувається плавко. У III зоні глибина вздовж водотоки збільшується за водою, тобто тут маємо своєрідні криві підпору.

Як бачимо, в спокійній водотоці можуть бути ділянки з глибинами, меншими за критичну, тобто в спокійній водотоці можуть бути ділянки з бурхливою течією (у III зоні); навпаки, в бурхливих водотоках можуть бути ділянки з спокійною течією (в I зоні). Вони бувають порівняно короткі.

Коли $t_0 = t_k$, то можна вважати, що це є перехід від спокійних річок до бурхливих потоків; тут є тільки I та III зони (рис. 117); горизонтальна пряма AB є крива підпору, а пряма

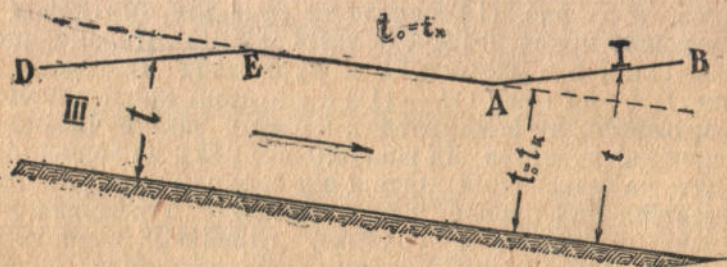


Рис. 117.

DE —перехід до рівномірного руху, коли вода дуже швидко

витікає з отвору біля дна або з корита з більшим спадом до корита з меншим спадом.

Відношенню $\frac{t_0}{t_k}$, що за його величиною можна дізнатися, до якої класи належить та або та водотока, можна надати форму, яка в деяких випадках буде зручніша; для цього підставимо замість t_0 і t_k їхні вирази:

$$t_0 = \sqrt[3]{\frac{q^2}{I_0 C_0^2}} \quad \text{і} \quad t_k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

тоді матимемо:

$$\frac{t_0}{t_k} = \sqrt[3]{\frac{g}{I_0 C_0^2}}$$

Якщо
$$\frac{t_0}{t_k} = \sqrt[3]{\frac{g}{I_0 C_0^2}} > 1,$$

то це буде спокійна водотока; ще інакше цю умову можна написати так:

$$I_0 < \frac{g}{C_0^2}$$

Бурхливий потік маємо тоді, коли $\frac{t_0}{t_k} > 1$ або коли $I_0 > \frac{g}{C_0^2}$.

Спад $I = \frac{g}{C_0^2}$ називають критичним (I_k).

Вартості I_k , що залежать від C_0 , подано в таблиці:

C_0	25	30	35	40	45	50	55
I_k	0,01570	0,0109	0,00801	0,00613	0,00484	0,00392	0,00324

Розглянемо ще форми подовжніх профілів у водотоках з горизонтальним дном (спад дна $I_0 = 0$) і з протиспадом (дно має спад проти напрямку руху, тобто спад цей від'ємний).

Дільниці з горизонтальним дном або з протиспадом є елементи деяких гідротехнічних споруд і бувають порівняно короткі.

Диференціальне рівняння подовжнього профілю поверхні води у водоточі з горизонтальним дном легко дістати з рівняння:

$$\frac{dt}{ds} = \frac{I_0 - \frac{q^2}{C^2 t^3}}{1 - \frac{q^2}{g t^3}},$$

якщо підставити до нього $I_0 = 0$:

$$\frac{dt}{ds} = \frac{-\frac{q^2}{C^2 t^3}}{1 - \frac{q^2}{g t^3}}$$

або ще трохи інакше:

$$\frac{dt}{ds} = \frac{-\frac{q^2}{C^2}}{t^3 - t_k^3}$$

Для водоток з горизонтальним дном нормальної глибини немає (математично $t_0 = \frac{q^2}{C_0^2 I_0} = \infty$), тому тут маємо тільки дві зони.

У II зоні (рис. 118 — крива NK) $t > t_k$ і $\frac{dt}{ds} < 0$; отож тут маємо криву спадання, бо глибина вниз за водою зменшується. Об-

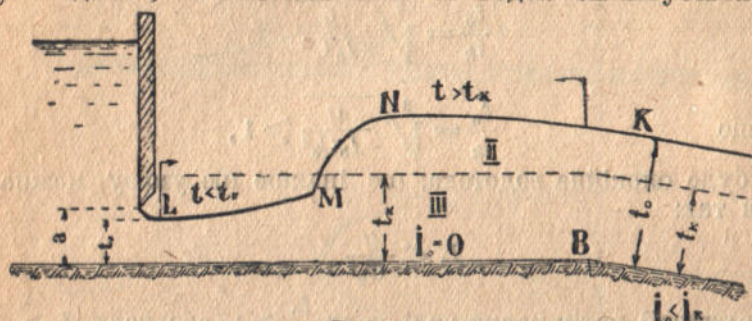


Рис. 118.

числивши кривину, можна було б перекопатися, що ця крива вигнута догори. У III зоні $t < t_k$ і $\frac{dt}{ds} > 0$ — маємо зростання глибин за водою, отож криву підпору (рис. 118 — крива LM); крива вигнута донизу.

Цілком аналогічно для водотоки з протиспадом маємо диференціальне рівняння:

$$\frac{dt}{ds} = \frac{-I_0 - \frac{q^2}{C^2 t^3}}{1 - \frac{q^2}{gt^3}}$$

І тут (рис. 119) маємо тільки дві зони: в II зоні криву спадання NK і в III зоні криву підпору LM .

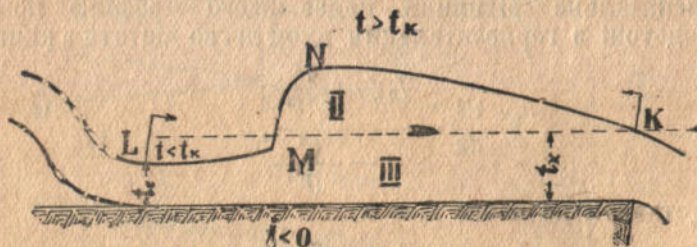


Рис. 119.

Цілком зрозуміло, що в коритах (потоках) з горизонтальним дном або з протиспадом рівномірного руху не може бути; тут

бувають лише криві підпору або спадання. До цього треба ще зауважити, що коли корито з горизонтальним дном або з протиспадом порівняно коротке, то крива підпору LM у III зоні може дійти аж до кінця його, не переходячи стрибком у криву спадання NK ; коли ж рівень води за горизонтальним коритом (t_0 на рис. 118) досить високий, то кривої підпору зовсім не буде, а матимемо тільки криву спадання — отвір під щитом, як кажуть, затопить. Докладніші відомості про це наведемо далі — в § 37.

§ 28. ПОБУДОВА КРИВИХ ПІДПОРУ Й СПАДАННЯ

а) ФОРМУЛИ БРЕСОВА, ДЮПЮІ-РЮЛЬМАНОВА, ТОЛЬКМІТОВА Й БАХ-МЕТЕВА

Для широких корит прямокутного перекрою рівняння кривих підпору й спадання в остаточному вигляді можна мати тоді, коли проінтегрувати рівняння (50); для цього заздалегідь краще переписати його так:

$$I_0 ds = \frac{t^3 - t_k^3}{t^3 - t_0^3} dt$$

або

$$I_0 ds = \frac{\left(\frac{t}{t_0}\right)^3 - \left(\frac{t_k}{t_0}\right)^3}{\left(\frac{t}{t_0}\right)^3 - 1} dt$$

Запровадимо сюди позначення: $\frac{t}{t_0} = \eta$ та $\left(\frac{t}{t_0}\right)^3 = j$; тоді

$$dt = t_0 d\eta$$

Відношення $\frac{t}{t_0} = \eta$ іноді називають відносною глибиною водотоки.

Щоб полегшити обчислення, не визначатимемо довільної сталої, бо це досить загайна робота; проінтегруємо це рівняння між двома певними перекроями 1—2* (рис. 120); віддаль

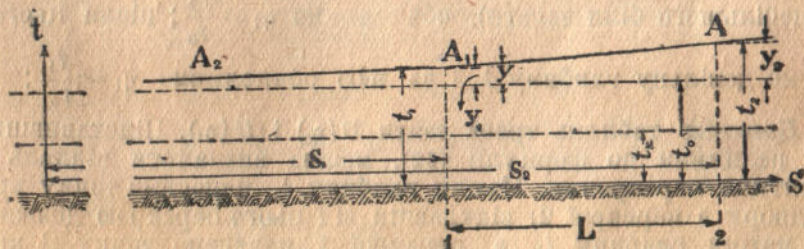


Рис. 120.

між ними хай буде $L = s_2 - s_1$, а вартість η для перекрою 1 $\eta_1 = \frac{t_1}{t_0}$ і для перекрою 2 відповідно $\eta_2 = \frac{t_2}{t_0}$.

* Цілком зрозуміло, що наслідком такого інтегрування ми вже не можемо одержати рівняння профілю нерівномірного руху в звичайному вигляді, а тільки таке рівняння, що з'єднає окремі елементи на певній ділянці; проте, цього цілком досить для практичних обчислень.

Наслідком цього матимемо:

$$\begin{aligned} \frac{I_0(s_2 - s_1)}{t_0} &= \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{\eta^3 - j}{\eta^3 - 1} d\eta = \int_{\eta_1}^{\eta_2} d\eta + (1 - j) \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{d\eta}{\eta^3 - 1} = \\ &= \eta_2 - \eta_1 - (1 - j) \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{d\eta}{1 - \eta^3} \end{aligned}$$

Підставивши замість $s_2 - s_1$ довжину L , а також визначивши вартість інтеграла, відшукаємо:

$$\frac{I_0 L}{t_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j) \left[\frac{1}{6} \ln \frac{\eta^2 + \eta + 1}{(\eta - 1)^2} - \frac{\sqrt{3}}{3} \operatorname{arc} \operatorname{ctg} \frac{2\eta + 1}{\sqrt{3}} \right]_{\eta_1}^{\eta_2}$$

Позначимо функцію від η , що її взято в квадратіві дужки, через $B(\eta)$; тоді остаточно:

$$\frac{I_0 L}{t_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j)[B(\eta_2) - B(\eta_1)] \dots \dots (52)$$

Щоб легше було обчислювати, Брес (Bresse) склав таблиці для функції $B(\eta)$; ними й слід користуватися, визначаючи криві підпору та спадання за формулою (52).

Коли будують криві підпору в спокійних водотоках, то Бресову формулу (52) треба застосовувати так: насамперед обчислюємо для річки величину j — або за формулою $j = \frac{t_k^3}{t_0^3}$, або,

підставивши сюди вирази для t_k та t_0 , за формулою $j = \frac{I_0 C_0^2}{g}$;

вважаючи, що знаємо вже перекрій 2 і глибину в ньому t_2 (здебільшого біля загати), обчислюємо $\eta_2 = \frac{t_2}{t_0}$; після цього беремо довільну глибину t_1 і за нею обчислюємо $\eta_1 = \frac{t_1}{t_0}$; далі

з Бресових таблиць треба взяти $B(\eta_2)$ і $B(\eta_1)$. Підставивши всі ці величини до формули (52), можна визначити віддаль між узятими перекроями. Маючи глибину t_2 , наносимо точку кривої підпору в перекрої 2; відклавши від цього перекрою довжину L і маючи глибину t_1 , в перекрої 1 нанесемо точку A кривої підпору.

Так само можна відшукати точки $A_2 \dots A_n$ і по них уже накреслити криву підпору. Крива підпору в спокійних річках проти течії наближається до профілю рівномірного руху асимптотично й тому, власне, цілковита довжина кривої підпору $L_0 = \infty$; але на практиці можна вважати, що крива підпору закінчується там, де підпір $y = t - t_0$ має вже такі малі вартості (наприклад кілька сантиметрів), що на них можна не зважати. Зваживши на цю умову, можна за формулою (52) визначити довжину L_0 кривої

підпору; приблизно ж, для якихось попередніх міркувань, її можна обчислити за формулою:

$$L_0 = \frac{t_2}{I_0};$$

t_2 є глибина перекою, від якого виміряємо довжину L_0 (проти води).

Як уже казали, *Бресовою* формулою можна користуватися не тільки для того, щоб будувати криві підпору в спокійних водотоках, а й взагалі, коли будують профілі в усіх зонах для нерівномірного руху спокійних та бурхливих водоток. Непридатна вона тільки для тих місць, де утворюються стрибки води. Але, який би профіль не будувати, завжди треба мати задану глибину в певному перекої, від якого й доводиться починати обчислювати чи проти води, чи за водою.

Проте, треба пам'ятати, що наслідки будуть неточні, особливо тоді, коли глибина значно відрізняється від нормальної, бо в *Бресовій* формулі вважаємо, що коефіцієнт *Шезі* сталій, а насправді це не так. Будуючи криві спадання та підпору в III зоні й користуючись при цьому з *Бресовою* формули, треба вартості функції $B(\eta)$ брати з таблиць, що їх склав *Брес* для цих кривих; очевидно, тоді $\eta < 1$.

Докладні *Бресові* таблиці є в книжці проф. *Павловського* — „Гидравлический справочник“ (Ленінград, 1924). Наприкінці цієї книжки подаємо дещо скорочені таблиці (XI та XII).

Коли швидкість у річці невелика, то на диференціал висоти швидкості $d\left(\frac{v^2}{2g}\right)$ можна не зважати й рівняння нерівномірного руху брати в такій формі:

$$dy = \frac{v^2}{C^2 R} ds$$

Це рівняння беремо замість рівняння (49).

Тоді для широкого перекою замість рівняння (50) дістанемо:

$$\frac{dt}{ds} = I_0 \frac{t^3 - t_0^3}{t^3}$$

Інтеграл його можна подати в такій формі:

$$\frac{I_0(s_2 - s_1)}{t_0} = D\left(\frac{t_2 - t_0}{t_0}\right) - D\left(\frac{t_1 - t_0}{t_0}\right)$$

або (рис. 120) ще так:

$$\frac{I_0 L}{t_0} = D\left(\frac{y_2}{t_0}\right) - D\left(\frac{y_1}{t_0}\right) \dots \dots \dots (53)$$

Тут літеру D позначено функцію, що її одержуємо наслідком інтегрування. За цією формулою можна обчислювати тільки криві підпору в I зоні спокійних водоток, що в них критична глибина дуже мала (порівняно з t_0).

Таблиці числових вартостей функції $D\left(\frac{y}{t_0}\right)$, що їх склали *Дюпюї* й *Рюльман* (Rühlmann), подано наприкінці цієї книжки

(таблиця X). Довжину кривої підпору L_0 за *Дюпюї-Рюльманом* можна обчислювати за формулою:

$$\frac{I_0 L_0}{t_0} = D \left(\frac{y_2}{t_0} \right)$$

За формулою *Дюпюї-Рюльмана* можна обчислювати й криві спадання для річок з малою критичною глибиною; але для цього треба користуватися з таблиць, обчислених саме для кривих спадання*; проте, при обчисленні кривих спадання краще користуватися з *Бресового* способу.

Крім формул *Бреса* та *Дюпюї-Рюльмана*, досить поширені ще формули та таблиці до них, що їх склав *Толькміт* (Tolkmit) для корит параболічного перекрою. Загальна формула має такий вигляд:

$$\frac{I_0 L}{t_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j) [T(\eta_2) - T(\eta_1)] \dots \dots \dots (54)$$

Тут літерою T позначено функцію, що її одержав *Толькміт*, проінтегрувавши диференціальне рівняння нерівномірного руху в коритах параболічного перекрою, а решта літер мають ті самі значення, що й у *Бресовій* формулі. Для кривих підпору в спокійних річках замість рівняння (54) за *Толькмітом* можна брати таке простіше:

$$\frac{I_0 L}{t_0} = T'(\eta_2) - T'(\eta_1) \dots \dots \dots (54-a)$$

Числові вартості функцій *Толькміта* T і T' подано в „Гидравлическом справочнике“ проф. *Павловського*. Таблиці для T' подано наприкінці цієї книжки (табл. XIII).

Останніх років у гідравлічних обчисленнях в СРСР, будуючи криві підпору й спадання, все ширше застосовують новий спосіб проф. *Базметева*. Проти способів *Бресова* й *Толькмітова* він має ту перевагу, що придатний для різних регулярних призматичних корит, зокрема трапезуватих.

Щоб вивести формулу проф. *Базметева*, знову перетворимо загальне диференціальне рівняння нерівномірного руху (49-b) на:

$$\frac{dt}{ds} = I_0 \frac{1 - \frac{Q^2}{I_0 F^2 C^2 R}}{1 - \frac{Q^2 B}{g F^3}} = I_0 \frac{1 - \frac{Q^2}{I_0 F^2 C^2 R}}{1 - \frac{Q^2 I_0 C^2 R B}{I_0 F^2 C^2 R F g}}$$

Пригадаймо тепер, що $\frac{Q^2}{I_0} = K_0^2$, де K_0 є модуль витрати корита при рівномірному русі, тобто з нормальною глибиною t_0 і $F^2 C^2 R = K^2$, де K є модуль витрати для того самого корита,

* Ці таблиці є в книжці проф. *Ф. Е. Максименка* — Курс гидравлики. Москва, 1921.

але із змінною глибиною нерівномірного руху. Підставимо ці модулі витрати до тільки що написаного диференціального рівняння:

$$\frac{dt}{ds} = I_0 \frac{1 - \left(\frac{K_0}{K}\right)^2}{1 - \frac{I_0 C^2 R B}{Fg} \left(\frac{K_0}{K}\right)^2}$$

Позначимо вираз $\frac{I_0 C^2 R B}{Fg} = \frac{I_0 C^3 B}{gU}$ через j ; тоді

$$\frac{dt}{ds} = I_0 \frac{1 - \left(\frac{K_0}{K}\right)^2}{1 - j \left(\frac{K_0}{K}\right)^2} \dots \dots \dots (49-c)$$

Проф. *Бахметев* помітив, що коли K' та K'' є модулі витрати, які відповідають глибинам t' та t'' , то для правильних поперечних перекроїв є така залежність:

$$\left(\frac{K'}{K''}\right)^2 = \left(\frac{t'}{t''}\right)^x, \dots \dots \dots (55)$$

де x — так званий „гідравлічний показник корита“. Він для кожної форми поперечного перекрою корита є величина більш-менш стала і не залежить від глибини. Проф. *Бахметев* запропонував використати цю залежність тоді, коли інтегрують диференціальне рівняння нерівномірного руху для довільного правильного перекрою корита. Підставивши так, матимемо:

$$\frac{dt}{ds} = I_0 \frac{1 - \left(\frac{t_0}{t}\right)^x}{1 - j \left(\frac{t_0}{t}\right)^x} \dots \dots \dots (a)$$

Перепишемо його інакше:

$$I_0 ds = \frac{\left(\frac{t}{t_0}\right)^x - j}{\left(\frac{t}{t_0}\right)^x - 1} dt$$

Запровадимо сюди ще відносну глибину $\eta = \frac{t}{t_0}$, а замість dt підставимо $t_0 d\eta$; тоді

$$\frac{I_0 ds}{t_0} = \frac{\eta^x - j}{\eta^x - 1} d\eta = \frac{\eta^x - 1 + 1 - j}{\eta^x - 1} d\eta = d\eta - (1 - j) \frac{d\eta}{1 - \eta^x}$$

Знову, проінтегрувавши це рівняння для ділянки між 1 та 2

перекроями (рис. 120) аналогічно до *Бресового* способу, матимемо*:

$$\frac{I_0 L}{t_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1-j) \int_{\eta_1}^{\eta_2} \frac{d\eta}{1-\eta^2}$$

Позначивши $\int \frac{d\eta}{1-\eta^2}$ через $B(\eta)$ і підставивши, остаточно дістанемо формулу проф. *Бахметева*:

$$\frac{I_0 L}{t_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1-j) [B(\eta_2) - B(\eta_1)] \dots (55-a)$$

Коли порівняємо диференціальне рівняння для широкого прямокутного перекрою:

$$\frac{I_0 ds}{t_0} = \frac{\eta^3 - 1}{\eta^3 - j} d\eta$$

із диференціальним рівнянням для довільної форми перекрою:

$$\frac{I_0 ds}{t_0} = \frac{\eta^x - j}{\eta^x - 1} d\eta,$$

то можемо поширити наші висновки щодо подовжніх профілів поверхні води, яких ми дійшли для окремого простішого випадку широкого прямокутного перекрою, на профілі в коритах довільного правильного перекрою, тобто і тут матимемо три зони з відповідними кривими підпору та спадання. Цілком зрозуміло також, що *Бресова* формула (52) — це окремий випадок формули *Бахметева*, коли гідравлічний показник корита $x = 3$ ** . За допомогою простих міркувань легко можна перекопатися, що для параболічних перекроїв (*Толькмітова* формула 54) $x = 4$.

Щоб збудувати для довільної форми перекрою криві підпору й спадання, за *Бахметевим* треба насамперед обчислити для даної водотоки t_k і t_0 . Для довільної форми перекрою глибина буде критична, якщо знаменник у формулі (49-b) дорівнюватиме нулю; відповідні площу перекрою та ширину називатимемо критичними й позначимо F_k і B_k ; озож маємо:

$$1 - \frac{Q^2 B_k}{g F_k^3} = 0$$

звідси

$$\frac{F_k^3}{B_k} = \frac{Q^2}{g}$$

* Тут j треба взяти середнє для розглядуваної кривої, тому $(1-j)$ можна винести з-під знака інтеграла. Фактично ж $j = \frac{I_0 C^2 B}{g U}$ є функція глибини t , бо від неї залежить U , B і C .

** Підкреслюємо, що і *Брес* і *Толькміт*, виводячи свої формули, вважали, що C для змінних глибин є величина стала й дорівнює C_0 для нормальної глибини.

Для нормальної ж глибини t_0 модуль витрати $K = FC\sqrt{B}$ має дорівнювати $K_0 = \frac{Q}{\sqrt{I_0}}$.

Якщо для даного корита легко аналітично виразити частку $\frac{F^3}{B}$ у функції глибини t , то, дорівнявши її до виразу $\frac{Q^2}{g} = \frac{F_k^3}{B_k}$, дістанемо рівняння, з якого можна визначити t_k ; аналогічно, коли виразити K у функції глибини t і потім дорівняти його $\frac{Q}{\sqrt{I_0}}$; то звідси можна визначити t_0 . Але ж аналітичні вирази для $\frac{F^3}{B}$ і K через глибину t звичайно дуже складні; тому віддають перевагу такому способу: обчислюють $\frac{F^3}{B}$ для кількох вартостей t , будують криву залежності $\frac{F^3}{B}$ від t і відкладають по осі $\frac{F^3}{B}$ величину $\frac{Q^2}{g}$ (рис. 127); тоді абсциса точки кривої, що має ординату $\frac{Q^2}{g}$, і дасть нам критичну глибину.

Цілком аналогічно визначають нормальну глибину t_0 (рис. 98). Маючи завдання й глибини t_k і t_0 , можемо визначити зону, в якій міститься профіль поверхні, та межі, в яких змінюється глибина. Для цих меж і треба обчислити гідравлічний показник корита x і середню вартість величини j . Цю вимогу доводиться ставити, бо залежність проф. Бахметева $\left(\frac{K'}{K''}\right)^2 = \left(\frac{t'}{t''}\right)^x$ тільки емпірична й приблизна; показник x залежить від меж глибин, для яких його обчислювали; навіть і в певних межах глибин середню вартість x можна відшукати тільки так: візьмемо логаритми від обох частин рівності проф. Бахметева й розв'яжемо одержане рівняння щодо x :

$$x = 2 \frac{\lg \frac{K'}{K''}}{\lg \frac{t'}{t''}};$$

обчисливши для кількох t відповідні K , накреслимо вартості $\lg t$ на осі абсцис, а $\lg K$ — на осі ординат; відповідні точки розташувалися б на прямій, коли б залежність проф. Бахметева була цілком точна; насправді ж точки утворюють криву, розташовану досить близько до прямої; повівши пряму якнайближче до всіх точок, зауважимо, що подвоєний тангенс кута, який утворює пряма з віссю абсцис ($\lg t$), і є гідравлічний показник корита x (це видно з виразу $x = 2 \frac{\lg K' - \lg K''}{\lg t' - \lg t''}$). Величину j теж

треба обчислити середню для крайніх вартостей t відшукуваної кривої.

Тепер уже можемо обчислювати за формулою проф. *Бахметєва* (55-а). Таблиці для неї опублікував Державний науково-меліоративний інститут „Таблицы для построения кривых подпора и спада в руслах с прямым уклоном ($I > 0$) по способу проф. *Б. А. Бахметьева*“, Ленінград, 1929. Таблиці функцій $B(\eta)$ складено для вартостей x від 3 до 4 з інтервалами 0,25, від 2 до 3 та від 4 до 5 з інтервалами 0,50. Тому при обчисленні можуть бути такі два випадки: 1) x для розглядуваної кривої має якусь вартість, що для неї є таблиця функцій $B(\eta)$; тоді далі обчислювати можна так само, як і за способами *Бресовим* чи *Толькмітовим*; 2) x має вартість, для якої таблиці функцій $B(\eta)$ нема; тоді треба відшукати вартості функцій $B(\eta)$ для суміжних вартостей x (більшої і меншої) і проінтерполювати між ними.

Навіть для широких прямокутніх і параболічних корит способ *Бахметєва* дає точніші наслідки, ніж способи *Бресів* та *Толькмітів*, бо в ньому зважено на те, що коефіцієнт C змінюється залежно від глибини.

Найточніші наслідки за способом *Бахметєва* можна одержати тоді, коли величини x і j обчислювати для кожної окремої ділянки, на які поділяємо водотоку, коли будуємо криву підпору чи спадання.

За способом проф. *Бахметєва* обчислювати досить складно. Можна сподіватися, що цей процес набагато спроститься, коли складуть відповідні допоміжні таблиці та номограми. Навіть і тепер уже далеко легше обчислювати цим способом, якщо користуватися з номограм і таблиць (для трапезуватих перекроїв) вартостей F , U , C , K тощо (див. *Б. К. Бжеський* — Номограммы для расчета каналов. Київ, 1931, та інші).

Всі наведені способи побудови кривих підпору й спадання складено на підставі того, що спад корита вздовж розглядуваної ділянки сталий, а перекрій його призматичний, тому всіх їх можна без застережень застосовувати тільки до штучних каналів. Криві підпору в природних водотоках дуже важко обчислювати, бо спад dna, а так само й форми та розміри чинних перекроїв дуже змінюються вздовж річок. Тому корито річки доводиться поділяти на окремі ділянки, при чому на кожній з них спад dna й перекрій мають змінюватися мало. Далі, спад dna замінюють на середній для розглядуваної ділянки; до того ж на річці здебільшого замість спаду dna виміряють спад поверхні води (звичайно в природному, неперегаченому стані).

Поперечні перекрої річок взагалі мають неправильну форму. Ось чому, щоб скористуватися, наприклад, з *Бресової* або *Дюпюї-Рюльманової* формул, слід спочатку замінити неправильний пересічний перекрій розглядуваної ділянки на „ідеальний прямокутній“. За *Tolmann*'ом це можна зробити так: коли ширина (рис. 121) річки в природному стані B_0 , глибина t_0' і витрата Q , а після того, як її перегатили, середня ширина ділянки стала B , то за ширину „ідеального прямокутного перекрою“ треба зва-

жати B ; відповідну ж глибину t_0 рівномірного руху обчислимо в такого рівняння:

$$Q = F_0 C_0 \sqrt{R_0 I_0} = B t_0 C_0 \sqrt{t_0 I_0} = B C_0 \sqrt{I_0} t_0^{\frac{3}{2}},$$

тобто глибину добираємо так, щоб ідеальний перекрій з шириною B пропуская якраз витрату Q . C тут треба брати відповідно до шерехатости корита річки та визначуваної глибини t_0 ; тому рівняння можна розв'язувати тільки спробами. Визначивши середній спад I_0 і елементи „ідеального прямокутного перекрою“, можемо для розглядуваної ділянки скористуватися в формули й таблиць Дюпюї-Гюльмана або Вресових.

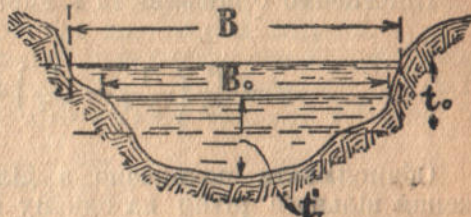


Рис. 121.

Щоб скористуватися з формули Толькміта, так само треба спочатку замінити дійсний перекрій на „ідеальний параболічний“* і вже до нього застосувати формулу Толькміта.

б) НАБЛИЖЕНІ СПОСОБИ ПОВУДОВИ КРИВИХ ПІДПОРУ Й СПАДАННЯ

Коли на ділянці з нерівномірним рухом дуже змінюється ширина або спад, то можна користуватися з так званого наближеного способу будувати криві підпору та спадання. Поділимо

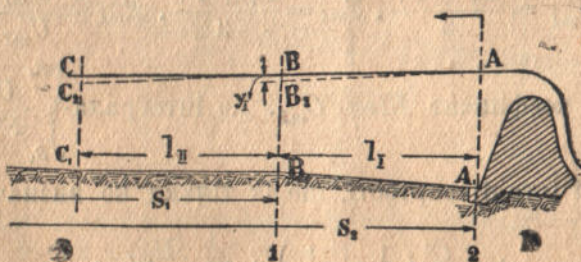


Рис. 122.

пововжній профіль річки на порівняно короткі ділянки (рис. 122), при чому на кожній з них спад має залишатися приблизно сталій.

Застосовуючи тепер до такої ділянки диференціальне рівняння (49), пригадаємо, що воно придатне й для непрямокутних корит, які ми зараз і розглядатимемо. Проінтегруємо рівняння (49) між перекроями 1 та 2 (рис. 122), віддалі яких (абсциси) від певного початкового перекрою відповідно дорівнюють S_1 і S_2 , площі перекроїв F_1 і F_2 , змочені периметри U_1 і U_2 , а швид-

* Див. Проф. Павловський — Гидравлический справочник. Стор. 134.

кості v_1 та v_2 ; замість R підставимо його вираз $\frac{F}{U}$; тоді

$$y = \frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_1^2}{2g} + \int_{s_1}^{s_2} \frac{Uv^2}{FC^2} ds$$

Підставимо сюди замість v вираз $\frac{Q}{F}$; одержимо:

$$y = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2} \right) + Q^2 \int_{s_1}^{s_2} \frac{U}{F^3 C^2} ds \dots \dots (56)$$

Обчислювати починаємо з ділянки, на якій знаємо положення вільного рівня на одному з кінців (звичайно в перекрої коло загати; на рис. 122 точка A в перекрої 2).

У цьому перекрої ми знаємо U_2 та F_2 , бо тут задано глибину $A_1 A$ і поперечний профіль корита. Через точку A проведемо горизонтальну лінію AB_2 . Далі, щоб обчислити з рівняння (56) приблизну вартість y_L , треба знати U_1 та F_1 у перекрої 1. Але ж обидві ці величини можна визначити тільки після того, як обчислимо y_L , а разом з тим і глибину BB в перекрої 1; ось чому задачу можна розв'язувати тільки способом ступневих наближень і для першого наближення можна взяти в перекрої 2 глибину $B_1 B_2$; визначивши відповідні їй U_1' і F_1' з поперечного профілю 1, обчислимо середні для всієї ділянки

$$U'_{mI} = \frac{U_2 + U_1'}{2}, F'_{mI} = \frac{F_2 + F_1'}{2}, R'_{mI} = \frac{F'_{mI}}{U'_{mI}}$$

та середній коефіцієнт Шезі C'_{mI} . До інтеграла $\int_{s_1}^{s_2} \frac{U ds}{F^3 C^2}$ підста-

вимо середні (сталі) вартості, що їх тільки не визначили, тоді:

$$y_I' = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1'^2} \right) + Q^2 \frac{U'_{mI}}{F_{mI}^3 C_{mI}^2} l_I \dots \dots (56-a)$$

Відклавши y_I' на рисунку, відшукаємо положення точки B в першому наближенні. Тепер можна точніше відшукати величини U_1'' , F_1'' тощо в перекрої 1, точніше обчислити середні вартості на ділянці U''_{mI} , F''_{mI} тощо та y_I у другому наближенні:

$$y_I'' = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1''^2} \right) + Q^2 \frac{U''_{mI}}{F_{mI}^3 C_{mI}^2} l_I$$

Обчислювати так треба кілька разів, доки різниця між двома послідовними вартостями y_I не дійде досить малої вартості. Тоді останню з цих вартостей вважатимемо за дійсну вартість y_I .

і фіксуємо положення точки B на кривій підпору. Після цього можна взятися до ділянки між перекроями BB_1 і CC_1 . Застосовуючи до неї рівняння (56-а), вважатимемо перекрій BB_1 за другий, а CC_1 за перший і визначимо знову різницю рівнів CC_2 і т. д.

За точками $A, B, C \dots$ будемо криву підпору.

Користуючись із цього способу, легко зважити на різні зміни витрати, що можуть статися вздовж кривої підпору (допливи, зменшення води в каналі тощо). Тоді перекрій між двома ділянками слід умістити саме там, де змінюється витрата.

Коли маємо річку з невеликою швидкістю, що на неї можна не зважати, то замість рівняння (56-а) користуємося з такого простішого рівняння (якщо будемо криву підпору в I зоні):

$$y = Q^2 \frac{U_m}{F_m^3 C_m^2} l;$$

тут, як і раніш, U_m, F_m, C_m в середні вартості мокрого периметру, площі поперечного перекрою й коефіцієнта Шезі на розглядуваній ділянці.

Якщо корито річки або канала довільного перекрою, але призматичне або складається з призматичних частин, то рів-

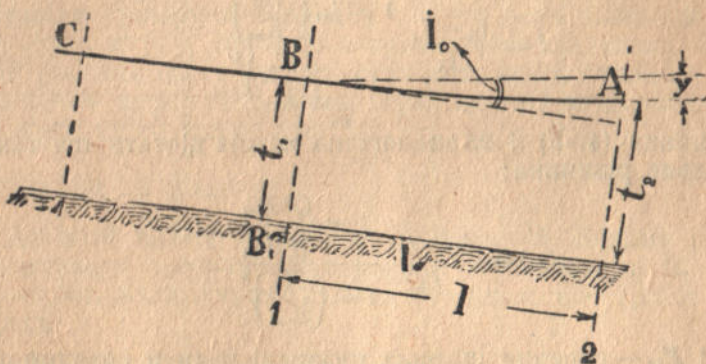


Рис. 123.

няння (56-а) краще перетворити, підставивши до нього замість y (рис. 123) такий вираз: $I_0 l - (t_2 - t_1)$:

$$I_0 l - (t_2 - t_1) = \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2} \right) + Q \frac{U_m}{F_m^3 C_m^2} l,$$

звідси

$$l = \frac{t_2 - t_1 + \frac{Q^2}{2g} \left(\frac{1}{F_2^2} - \frac{1}{F_1^2} \right)}{I_0 - \frac{Q^2}{F_m^3} \frac{U_m}{C_m^2}} \dots \dots \dots (56-b)$$

У цій формулі глибина t_2 відома (іноді, навпаки, відома глибина t_1), а другу глибину добираємо; після того обчислюємо $\frac{1}{F_2^2}, \frac{1}{F_1^2}, F_m^3, C_m^2, U_m$; підставивши ці величини до формули (56-б), визначимо довжину l , а разом і точку B . Після

того можна взятися до суміжної дільниці. Цей спосіб має перед попереднім ту чималу перевагу, що тут для кожної дільниці не треба обчислювати по кілька разів.

Наближені способи мають ще одну перевагу, а саме: за ними можна обчислювати криві підпору й спадання не тільки для корит з прямим спадом дна, а й для тих, що мають горизонтальне дно або протиспад*.

Зауважимо, що до побудови кривих підпору й спадання в призматичних коритах із $I_0 \neq 0$ можна застосувати й рівняння (49-с) § 28, інтегруючи його наближено; для цього замість диференціалів dt і ds підставимо хоч і невеликі, але конечні величини $\Delta t = t_2 - t_1$ і $\Delta S = l$; крім того, обчислимо для розглядуваної дільниці l середні вартості K_m і j_m ; тоді можемо написати:

$$\frac{t_2 - t_1}{l} = I_0 \frac{1 - \left(\frac{K_0}{K_m}\right)^2}{1 - j_m \left(\frac{K_0}{K_m}\right)^2},$$

а звідси

$$l = \frac{t_2 - t_1}{I_0} \frac{1 - j_m \left(\frac{K_0}{K_m}\right)^2}{1 - \left(\frac{K_0}{K_m}\right)^2}$$

З рівняння (49-b) § 28 аналогічно можна дістати ще таке обчислювальне рівняння:

$$l = \frac{t_2 - t_1}{I_0} \frac{1 - \frac{Q^2 B_m}{g F_m^3}}{1 - \left(\frac{K_0}{K_m}\right)^2}$$

Тут B_m і F_m — середня ширина поверхні води й середня площа чинного перекрою на розглядуваній дільниці.

Трапезувати перекрої обчислювати далеко легше, якщо замість того, щоб обчислювати величини F , U , K і C , візьмемо їх з відповідних номограм** та таблиць. Найкраще для певного завдання обчислювати за певною формою; наприклад, користуючися з формули (56-b), треба спочатку скласти таку табличку:

t	F	$\frac{1}{F^2}$	F_m	F_m^3	U	U_m	U_m^2	R_m	C_m	C_m^2

* Проф. Павловський подав формули й таблиці, щоб обчислювати криві підпору й спадання в коритах з горизонтальним дном і з протиспадом (див. його „Учебный гидравлический справочник“. II вид., 1931 р. та статті в XX і XXIII вип. „Известий Научно-мелиорационного інститута“.

** Наприклад, див. Б. К. Бажський — Номограммы для расчета каналов. Киев, 1931.

З цієї таблиці для кожної ділянки обчислені величини треба підставляти до формули (56-б). Звичайно, таблицю треба складати тільки в певних межах вартостей глибини, що їх визначають заздалегідь у кожному конкретному завданні (для кривих підпору в першій зоні — глибину біля греблі та нормальну глибину, для кривих спадання — глибину на перепаді та нормальну глибину тощо).

Закінчуючи розділ про нерівномірний рух води у відкритих водотоках, ще раз треба підкреслити, що криві підпору й спадання не можна розглядати ізольовано від руху води в тих спорудах, через які виникає нерівномірний рух. Саме, розглядаючи рух води в спорудах, визначаємо глибину в певному перекрої, наприклад підперта глибина коло греблі, глибина на перепаді тощо; тільки маючи глибину в якомусь перекрої, можемо збудувати криві підпору та спадання в кориті перед або за спорудою.

Щоправда рух води в спорудах ще мало вивчено; через це іноді дуже важко визначити глибину в певному, вихідному для побудови кривих підпору й спадання, перекрої. Проте, деякі важливі для практики вказівки вже подано, зокрема на рисунках кривих підпору й спадання*, а ще деякі наведемо в дальшій частині курсу, особливо в практичних завданнях. Систематичний розгляд цього питання становить найважливішу частину спеціального курсу гідравліки; через це його не подаємо в цьому загальному курсі гідравліки**.

ЗАВДАННЯ ДО §§ 26 — 28

1. До якої класи належить водотока (в каналі) широкого прямокутного поперечного перекрою із спадами: а) $I_{01} = 0,0009$, б) $I_{02} = 0,007$, коли ширина каналу $b = 6,0$ м, $t_0 = 1,60$ м ($m = 0$), $n = 0,025$.

Розв'язання. Для спокійної водотоки:

$$\frac{t_0}{t_k} = \sqrt[3]{\frac{g}{I_0 C_0^2}} > 1$$

або

$$\frac{g}{C_0^2} > I_0 \dots \dots \dots (A)$$

* На рисунках з кривими підпору й спадання над вихідними перекроями поставлено стрілки; ними показано напрям будівництва профілів.

** Література з висвітлених тут питань:

1. Бахметьев Б. А. — О неравномерном движении жидкости в открытых руслах. Ленинград, 1928.
2. Böss P. — Berechnungen der Wasserspiegellage. Berlin, 1927.
3. Koch Al. — Carstanjen M. — Von der Bewegung des Wassers. Berlin, 1927.
4. Павловский Н. Н. — О новых работах по гидравлике. Ленинград, 1925.
5. Сухомей Г. Й. — Нерівномірний рух течива в одкритих водотоках. Вісті Науково-дослідчого інституту водяного господарства України. Т. IV, част. 1, 1931.

і для бурхливої:

$$\frac{t_0}{t_k} = \sqrt[3]{\frac{g^2}{I_0 C_0^2}} < 1$$

або

$$\frac{g}{C_0^2} < I_0 \dots \dots \dots (B)$$

Критичний спад:

$$I_k = \frac{g}{C_0^2}$$

Визначимо C_0 для нашого випадку:

$$F = bt_0 = 6,0 \cdot 1,6 = 9,6 \text{ м}^2$$

$$U = b + 2t_0 = 6 + 3,2 = 9,20 \text{ м}$$

$$R = \frac{F}{U} = \frac{9,6}{9,20} = 1,043 \text{ м}$$

$$C_0 = 40,2$$

(за Манінгом)

$$I = \frac{g}{C_0^2} = \frac{9,81}{40,2^2} = 0,00607$$

Критичний спад для даного каналу $I_k = 0,00607 > I_{01} = 0,0009$. Отож при I_{01} це буде спокійна водотока.

Для другого випадку: $I_k < I_{02} = 0,007$ буде бурхлива водотока. Приблизно I_k можна взяти з таблички § 27, спочатку обчисливши C_0 .

З наведених обчислень видно, що часто лише за ознакою спаду можна визначити, до якої класи належить водотока.

2. Побудувати криву вільного рівня води (рис. 124) при нерівномірному русі для широкого прямокутного каналу, коли



Рис. 124.

ширина його $B = 14,0 \text{ м}$, витрата $Q = 15,25 \text{ м}^3/\text{сек}$, спад $I_0 = 0,0005$ і висота підпору біля споруди $y_2 = 2,80 \text{ м}$ над нормальним рівнем.

Розв'язання. За ознакою спаду це буде спокійна водотока і крива вільного рівня при нерівномірному русі буде крива підпору, обернута вигнутістю донизу. Криву будемо за точками, ординати яких t^* беремо довільні, а L визначаємо з Бресового рівняння. Змінна глибина $t = t_0 + y$; приймаємо величини y : $2,80 \text{ м}$, $1,80 \text{ м}$, $0,80 \text{ м}$, а закінчення кривої там, де $y = 0,02 \text{ м}$.

* Крім перекрою біля споруди, де задано таку глибину: $t_0 + y_2$.

Способом добору визначаємо t_0 , зводячи наслідки обчислень у таку таблицю:

t	b	F	U	R	\sqrt{B}	C	$\sqrt{I_0}$	Q
1,0	14,0	14,0	16,0	0,875	0,935	39,1	0,0224	11,465
1,10	14,0	15,40	16,20	0,951	0,975	39,7	0,0224	13,353
1,20	14,0	16,80	16,40	1,024	1,010	40,1	0,0224	15,241

$$t_0 = 1,20 \text{ м}$$

$$t_k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1,089^2}{9,81}} = 0,493 \text{ м};$$

тут

$$q = \frac{Q}{B} = \frac{15,25}{14,00} = 1,089 \frac{\text{м}^3}{\text{м. сек}}$$

Із співвідношення t_k і t_0 теж видно, що це спокійна водотока ($t_0 > t_k$).

Щоб відшукати точки, визначаємо тепер координати L .

1 дільниця. Величини, що є в загальному рівнянні Бреса:

$$\frac{I_0 L}{t_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1-j)[B(\eta_2) - B(\eta_1)] \dots \dots (A)$$

$$\eta_2 = \frac{t_2}{t_0} = \frac{t_0 + y_2}{t_0} = \frac{1,20 + 2,80}{1,20} = 3,3333$$

$$\eta_1 = \frac{t_1}{t_0} = \frac{1,20 + 1,80}{1,20} = 2,5000$$

$$j = \frac{\alpha I_0 C_0^2}{g} = \frac{0,0005 \cdot 40,1^2}{9,81} = 0,082;$$

вважаємо, що α дорівнює 1.

За визначеними η_2 і η_1 відшукуємо функції $B(\eta)$, користуючись при цьому з Бресових таблиць для побудови кривих при нерівномірному русі (при $\eta > 1$).

Безпосередньо з таблиці відшукуємо:

$$\eta_2 = 3,3333; B(\eta_2) = 0,0455$$

$$\eta_1 = 2,5000; B(\eta_1) = 0,0821$$

Відшукані величини підставимо до рівняння (A):

$$L_1 = \frac{t_0}{I_0} \{ \eta_2 - \eta_1 - (1-j)[B(\eta_2) - B(\eta_1)] \} = \frac{1,20}{0,0005} \{ 3,3333 - 2,5000 - (1-0,082)[0,0455 - 0,0821] \} = 2400 (0,8333 + 0,0336) = 2080,56 \text{ м}$$

2 дільниця. Для другої дільниці підпір на початку $y_2' = 1,80 \text{ м}$, на кінці $y_1' = 0,80 \text{ м}$:

$$\eta_2 = \frac{t_2}{t_0} = \frac{t_0 + y_2'}{t_0} = \frac{1,20 + 1,80}{1,20} = 2,5000$$

$$\eta_1 = \frac{t_1}{t_0} = \frac{t_0 + y_1'}{t_0} = \frac{1,20 + 0,80}{1,20} = 1,667$$

$$j = 0,082; 1 - j = 0,918$$

Безпосередньо з таблиць відшукуємо функції:

$$\eta_2 = 2,5000; B(\eta_2) = 0,0821$$

$$\eta_1 = 1,6667; B(\eta_1) = 0,1980$$

Підставивши до рівняння (А), матимемо:

$$L_2 = 2400 [2,500 - 1,6667 - 0,918 (0,0821 - 0,1980)] = 2255,28 \text{ м}$$

З дільниці. Для третьої дільниці підпір на початку $y_2'' = 0,80 \text{ м}$ і на кінці $y_1'' = 0,02 \text{ м}$:

$$\eta_2 = \frac{t_0 + y_2''}{t_0} = \frac{1,20 + 0,80}{1,20} = 1,6667$$

$$\eta_1 = \frac{t_0 + y_1''}{t_0} = \frac{1,20 + 0,02}{1,20} = 1,0167$$

$$1 - j = 0,918$$

Вартість $B(\eta_2)$ відшукуємо безпосередньо з таблиці:

$$\eta_2 = 1,6667; B(\eta_2) = 0,1980$$

Величини $\eta = \eta_1$ у таблиці немає; тому функцію $B(\eta_1)$ треба відшукувати інтерполяцією. Інтерполюємо між вартостями:

η	$B(\eta)$
0,0163	1,2592
0,0167	x
0,0173	1,2390
0,0010	0,0202
0,0004	x_1

звідки

$$x_1 = \frac{0,0004 \cdot 0,0202}{0,0010} = 0,0081$$

$$x = B(\eta_1) = 1,2592 - x_1 = 1,2592 - 0,0081 = 1,2511$$

Як для першої й другої дільниці, так і тут:

$$L_3 = 2400 [1,6667 - 1,0167 - 0,918 (0,1980 - 1,2511)] = 3880,08 \text{ м}$$

За даними величинами й визначеними будуємо криву, як показано на рис. 123.

Загальна довжина кривої підпору:

$$L_0 = L_1 + L_2 + L_3 = 2080,56 + 2255,28 + 3880,08 = 8215,92 \text{ м}$$

Визначимо ще загальну довжину безпосередньо з рівняння, користуючись такими величинами:

$$y_2 = 2,80 \text{ м}$$

$$y_1 = 0,02 \text{ м}$$

$$\eta_2 = \frac{t_0 + y_2}{t_0} = \frac{1,20 + 2,82}{1,20} = 3,3333$$

$$\eta_1 = \frac{t_0 + y_1}{t_0} = \frac{1,20 + 0,02}{1,20} = 1,0167$$

$$1 - j = 0,918$$

$$B(\eta_2) = 0,0455$$

$$B(\eta_1) = 1,2511$$

(див. 1 дільниця)

(див. 3 дільниця)

$$L_0 = 2400 [3,3333 - 1,0167 - 0,918 (0,0455 - 1,2511)] = 8215,92 \text{ м}$$

Розв'яжемо ще для 1-ої ділянки завдання за *Дютой-Рюльманом*:

Загальне рівняння:

$$\frac{I_0 L_1}{t_0} = D\left(\frac{y_2}{t_0}\right) - D\left(\frac{y_1}{t_0}\right), \dots \dots \dots (B)$$

звідки

$$L_1 = \frac{t_0}{I_0} \left[D\left(\frac{y_2}{t_0}\right) - D\left(\frac{y_1}{t_0}\right) \right]$$

Величини, що є у рівнянні (B), t_0 , I_0 та y_2 відомі.

$$\frac{y_2}{t_0} = \frac{2,80}{1,20} = 2,3333$$

$$\frac{y_1}{t_0} = \frac{1,80}{1,20} = 1,5000$$

За визначеними аргументами відшукуємо функції з таблиць *Дютой-Рюльмана*.

Безпосередньо з таблиць:

$$\frac{y_1}{t_0} = 1,500; \quad D\left(\frac{y_1}{t_0}\right) = 2,8337$$

Аргумента $\frac{y_1}{t_0} = 2,3333$ у таблицях немає; відшукуємо функцію його інтерполяцією:

$\frac{y}{t_0}$	$D\left(\frac{y}{t_0}\right)$
2,300	3,6694
2,3333	x
2,400	3,7720
0,100	0,1026
0,0333	x_1

звідки

$$x_1 = \frac{0,0333 \cdot 0,1026}{0,100} = 0,0342$$

$$x = D\left(\frac{y_2}{t_0}\right) = 3,6694 + x_1 = 3,6694 + 0,0342 = 3,7036$$

Підставляємо до рівняння (B):

$$L_1 = \frac{1,20}{0,0005} (3,7036 - 2,8337) = 2087,76 \text{ м}$$

Отож бачимо, що наслідки за *Бресом* і за *Дютой-Рюльманом* дуже близькі; через це криві підпору в I зоні для спокійних водоток легше і краще будувати за *Дютой-Рюльманом*.

Відшукати за *Дюпюї-Рюльмановим* способом довжини 2 і 3 діляниць. Визначити загальну довжину кривої.

3. Визначити, яка буде глибина води в каналі на віддалі $L = 700,0$ м від споруди, коли нормальна глибина $t_0 = 1,25$ м і підпір коло споруди $y_2 = 2,75$ м. Канал широкий, прямокутного поперечного перекрою, $I_0 = 0,0006$, $\gamma = 1,30$.

Спад тут такий малий, що, очевидно, маємо спокійну водоток. Крива вільного рівня при нерівномірному русі буде крива підпору в I зоні, обернута вигнутістю донизу (рис. 120).

Розв'язання. Завдання розв'язуємо за *Дюпюї-Рюльманом* і *Бресом*.

ДЮПЮІ-РЮЛЬМАНІВ СПОСІБ

$$\frac{I_0 L}{t_0} = D \left(\frac{y_2}{t_0} \right) - D \left(\frac{y_1}{t_0} \right) \dots \dots \dots (A)$$

Визначаємо величини, що є у формулі (A):

$$\frac{y_2}{t_0} = \frac{2,75}{1,25} = 2,20$$

Користуючись з таблиць, відшукуємо функцію від $\frac{y_2}{t_0}$:

$$D \left(\frac{y_2}{t_0} \right) = D(2,20) = 3,5564$$

Підставивши, дістанемо:

$$\frac{0,0006 \cdot 700}{60} = 3,5564 - D \left(\frac{y_1}{t_0} \right); 3,2204 = D \left(\frac{y_1}{t_0} \right)$$

У таблицях функції 3,2204 немає.

Інтерполяцією відшукаємо величину $\frac{y_1}{t_0}$, що для неї $D \left(\frac{y_1}{t_0} \right)$ становитиме 3,2204:

3,1508	1,80
3,2204	x
3,2553	1,90
0,1045	0,10
0,0696	x_1

звідки

$$x_1 = 0,067$$

$$x = \frac{y_1}{t_0} = 1,80 + 0,067 = 1,867 \approx 1,87$$

$$y_1 = t_0 \cdot 1,87 = 1,25 \cdot 1,87 = 2,34 \text{ м,}$$

а повна глибина $= t_0 + y_1 = 1,25 + 2,34 = 3,59 \text{ м}$

БРЕСІВ СПОСІБ

$$\frac{I_0 L}{t_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j)[B(\eta_2) - B(\eta_1)] \dots \dots \dots (B)$$

Визначаємо величини, що є у рівнянні (B):

$$\eta_2 = \frac{t_2}{t_0} = \frac{y_2 + t_0}{t_0} = \frac{2,75 + 1,25}{1,25} = 3,20$$

$$j = \frac{I_0 C_0^2}{g} = \frac{0,0006 \cdot 40,2^2}{9,81} = 0,0988$$

Величину коефіцієнта C взято з таблиць при $\gamma = 1,30$ і $R = t_0 = 1,25$ м за *Базеновою* формулою.

$\eta_2 = 3,20$ у *Бресових* таблицях немає, а тому функцію $B(\eta_2)$ відшукаємо інтерполяцією:

η	$B(\eta)$
3,1250	0,0519
3,2000	x
3,2258	0,0486
0,1008	0,0033
0,0750	x_1

звідки

$$x_1 = 0,00247$$

$$x = B(\eta_2) = 0,0519 - 0,00247 = 0,0494$$

Відшукані величини підставляємо до формули (B):

$$\frac{0,0006 \cdot 700}{1,25} = 3,20 - \eta_1 - (1 - 0,0988)[0,0494 - B(\eta_1)]$$

$$0,336 = 3,20 - 0,0445 - \eta_1 + 0,9012 B(\eta_1)$$

$$2,8195 = \eta_1 + 0,9012 B(\eta_1) \dots \dots \dots (C)$$

Рівняння (C) розв'язуємо способом добору. Назвемо різницю $\eta_1 - 0,9012 B(\eta_1)$ через A :

$$\eta_1 - 0,9012 B(\eta_1) = A$$

$$2,8571 - 0,9012 \cdot 0,0623 = 2,8010$$

x	2,8195
$2,9412 - 0,9012 \cdot 0,0587 =$	2,8883

0,0941	0,0873
--------	--------

x_1	0,0185
-------	--------

звідки

$$x_1 = 0,0199$$

$$x = \eta_1 = 2,8571 + 0,0199 = 2,877$$

$$t_1 = \eta_1 t_0 = 2,877 \cdot 1,25 = 3,596 = 3,60 \text{ м}$$

4. На широкому каналі прямокутного поперечного перекрою з нормальною глибиною $t_0 = 1,50$ м побудовано перепад заввишки

$p = 3,0$ м (рис. 125). Побудувати криву вільного рівня поверхні води й визначити довжину кривої L_0 . Спад каналу $I_0 = 0,0005$, $\gamma = 1,30$.

Розв'язання. З величини спаду I_0 видно, що це спокійна водотока, для якої $t_0 > t_k$. Вище перепаду утвориться так звана

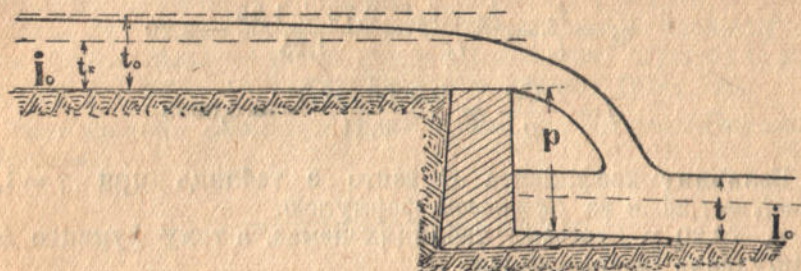


Рис. 125.

крива спадання, обернута вигнутістю догори. На перепаді змінна глибина t набуде вартості:

$$t_k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad (\text{при } \alpha = 1)$$

$$q = FC_0 \sqrt{R_0 I_0} = t_0 \cdot C_0 \sqrt{t_0 I_0} = 1,50 \cdot 42,2 \cdot 1,22 \cdot 0,0224 = 1,73 \frac{\text{м}^3}{\text{м} \cdot \text{сек}}$$

$$t_k = \sqrt[3]{\frac{1,73^2}{9,81}} = 0,673 \text{ м}$$

Щоб обчислити довжину кривої, застосовуємо *Бресову* формулу:

$$\frac{I_0 L_0}{t_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j)[B(\eta_2) - B(\eta_1)] \dots \dots \dots (A)$$

Визначимо величини, що є у рівнянні (A):

$$\eta_2 = \frac{t_2}{t_0} = \frac{t_k}{t_0} = \frac{0,673}{1,50} = 0,4487$$

На практиці вважають, що крива спадання закінчується в перекрої, де зниження проти нормальної глибини становить 0,01 — 0,02 м; звідси

$$t_1 = t_0 - 0,02 = 1,50 - 0,02 = 1,48 \text{ м}$$

$$\eta_1 = \frac{t_1}{t_0} = \frac{1,48}{1,50} = 0,9867$$

$$j = \frac{t_k^3}{t_0^3} = \frac{I_0 C_0^2}{g} = \frac{0,0005 \cdot 42,2^2}{9,81} = 0,0908$$

$$1 - j = 1 - 0,0908 = 0,9092$$

$B(\eta_2)$ і $B(\eta_1)$ відшукаємо інтерполяцією, користуючися *Бресовими* таблицями для $\eta < 1$:

$$B(\eta_2) = B(0,4487) = -0,1452$$

$$B(\eta_1) = B(0,9867) = 1,3166$$

Відшукані величини підставимо у рівняння (А):

$$L_0 = \frac{1,50}{0,0005} (0,4487 - 0,9867 + 0,9092 \cdot 0,1452 + 0,9092 \cdot 1,3166) = 3000 \cdot 0,7911 = 2373,3 \text{ м}$$

5. Витрата в широкому, як порівняти з глибиною, каналі $Q = 25,7 \text{ м}^3/\text{сек}$. До точки А (рис. 126) канал запроєктовано із спадом $I_0' = 0,0008$, а від точки А вниз із спадом $I_0'' = 0,009$.

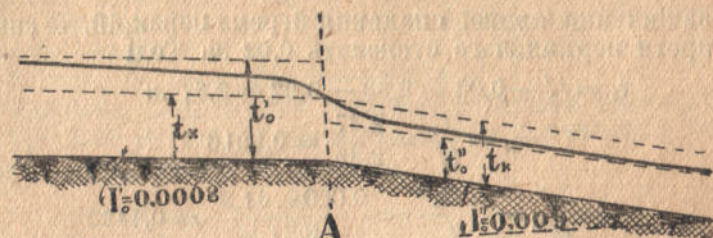


Рис. 126.

Побудувати криві вільного рівня води вздовж водотоки і визначити довжини кривих, коли ширина каналу стала і дорівнює 7,5 м. Для ділянки з спадом I_0' задано $\gamma = 1,30$ і для ділянки з спадом I_0'' маємо $\gamma = 0,85$ (канал забруковано).

Розв'язання. За ознакою величин спадів I_0' і I_0'' , а також із співвідношення глибин (див. далі) t_0' , t_0'' і t_k видно, що водотока вгору від точки А спокійна, а вниз — бурхлива. У точці А встановиться критична глибина (див. § 30) $t_k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$ (при $\alpha = 1$).

Вгору від точки А матимемо криву спадання, обернуту вигнутістю догори, а вниз від точки А — криву спадання для бурхливої водотоки, вигнуту донизу.

Нормальну глибину t_0' для ділянки вище точки А визначимо способом добору (див. завдання 2, стор. 147).

Наслідком такого обчислення відшукуємо:

$$\begin{aligned} t_0' &= 2,39 \text{ м} & F_0' &= 17,93 \text{ м}^2, & R_0' &= 1,46 \text{ м} \\ C_0' &= 41,9 & Q_0' &= 25,69 \text{ м}^3/\text{сек} \end{aligned}$$

Аналогічно відшукуємо вартість нормальної глибини та інших потрібних величин для ділянки нижче точки А:

$$\begin{aligned} t_0'' &= 0,95 \text{ м} & F_0'' &= 7,13 \text{ м}^2, & R_0'' &= 0,76 \text{ м} \\ C_0'' &= 44,0 & Q_0'' &= 25,91 \text{ м}^3/\text{сек} \end{aligned}$$

Критична глибина

$$t_k = \sqrt[3]{\frac{3,427^2}{9,81}} = 1,062 \approx 1,06 \text{ м}$$

Тут

$$q = \frac{Q}{B} = \frac{25,7}{7,5} = 3,427 \frac{\text{м}^3}{\text{м} \cdot \text{сек}}$$

Криву спадання вгору від точки A і вниз від неї будуюмо *Бресовим* способом:

$$\frac{I_0 L}{t_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1-j)[B(\eta_2) - B(\eta_1)] \dots \dots (A)$$

Для ділянки вгору від точки A :

$$\eta_2 = \frac{t_2}{t_0} = \frac{t_k}{t_0} = \frac{1,06}{2,39} = 0,4444$$

За закінчення кривої спадання беремо перекрій, де зниження рівня проти нормального становить $0,02$ м. Тоді

$$t_1 = t_0' - 0,02 = 2,39 - 0,02 = 2,37 \text{ м}$$

$$\eta_1 = \frac{t_1}{t_0'} = \frac{2,37}{2,39} = 0,9916$$

$$j = \frac{t_k^3}{t_0'^3} = \frac{I_0' C_0'^2}{g} = \frac{0,0008 \cdot 41,9^2}{9,81} = 0,1432$$

$$1 - j = 0,8568$$

Інтерполяцією відшукуємо:

$$B(\eta_2) = -0,1503$$

$$B(\eta_1) = 1,4798$$

$$L_0' = \frac{2,39}{0,0008} [0,4444 - 0,9916 - 0,8568(-0,1503 - 1,4798)] = \\ = 2987,5 \cdot 0,8495 = 2537,88 \text{ м}$$

Для ділянки вниз від точки A :

$$\eta_2 = \frac{t_2}{t_0''} = \frac{0,97}{0,95} = 1,0211$$

(вважаємо, що крива спадання закінчується в перекрої, де змінна глибина відрізняється від нормальної t_0'' на малу величину: $t_2 = t_0'' + 0,02 = 0,97$ м).

$$\eta_1 = \frac{t_1}{t_0''} = \frac{t_k}{t_0''} = \frac{1,06}{0,95} = 1,1158$$

$$j = \frac{t_k^3}{t_0''^3} = \frac{I_0'' C_0''^2}{g} = \frac{0,009 \cdot 44,0^2}{9,81} = 1,776$$

$$1 - j = -0,776$$

$$B(\eta_2) = 1,1745$$

$$B(\eta_1) = 0,6366$$

Підставивши до рівняння (A), дістанемо:

$$L_0'' = \frac{0,95}{0,009} [1,0211 - 1,1158 + 0,776(1,1745 - 0,6366)] = \\ = 105,55 \cdot 0,3227 = 34,06 \text{ м}$$

6. Побудувати за точками (рис. 120) криву вільного рівня поверхні води при нерівномірному русі для трапезуватого каналу із споховинами $1:m = 1:1,5$.

Нормальна глибина $t_0 = 1,30$ м, ширина в дні $b = 9,0$ м, спад $I_0 = 0,0003$, коефіцієнт шерехатости $n = 0,025$. Висота підпору коло споруди над нормальним рівнем $y_2 = 3,45$ м.

Розв'язання. Криву вільного рівня при нерівномірному русі будувемо способом *Бахметева*. За величиною спаду це буде спокійна водотока, а крива вільного рівня буде крива підпору в I зоні, обернута вигнутістю донизу. Щоб визначити положення точок, які міститимуться на кривій, ординати t добираємо довільні*, а відповідні вартості L визначаємо з рівняння *Бахметева*. Змінна глибина $t = t_0 + y$. Вважаємо, що вартості змінної y становлять 3,45 м, 2,45 м, 1,45 м, 0,45 м, а крива закінчується там, де величина $y = 0,02$ м.

1 дільниця. Для першої дільниці величина підпору біля споруди $y_2 = 3,45$ м і в кінці $y_1 = 2,45$ м над нормальною глибиною.

Загальне рівняння *Бахметева*:

$$\frac{I_0 L_1}{t_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j)[B(\eta_2) - B(\eta_1)], \dots (A)$$

звідки

$$L_1 = \frac{t_0}{I_0} \left\{ \eta_2 - \eta_1 - (1 - j)[B(\eta_2) - B(\eta_1)] \right\} \dots (B)$$

Відшукуємо величини, що є у рівнянні (A):

$$\eta_2 = \frac{t_2}{t_0} = \frac{t_0 + y_2}{t_0} = \frac{1,30 + 3,45}{1,30} = 3,6538$$

$$\eta_1 = \frac{t_1}{t_0} = \frac{t_0 + y_1}{t_0} = \frac{1,30 + 2,45}{1,30} = 2,8846$$

Щоб відшукати $j = \frac{\alpha I_0 C^2 B}{gU}$, треба взяти середні вартості

C , B і U для даної дільниці, а щоб визначити функцію $B(\eta)$, треба відшукати гідравлічний показник корита; щоб точно обчислити, визначатимемо і його для даної дільниці, а тому треба обчислити модулі витрати K . Обчислення потрібних величин зводимо у такій таблиці:

t	b	F	U	R	\sqrt{R}	C	K	B	$C_{\text{сер}}$	$B_{\text{сер}}$	$U_{\text{сер}}$
4,75	9,0	76,594	26,129	2,931	1,712	47,9	6281,08	23,25	47,2	21,75	24,326
3,75	9,0	54,845	22,523	2,435	1,561	46,4	3972,42	20,25			

C взято за *Манінгом*.

$$j = \frac{\alpha I_0 C_{\text{сер}}^2 B_{\text{сер}}}{gU_{\text{сер}}} = \frac{1,0 \cdot 0,0003 \cdot 47,2^2 \cdot 21,75}{9,81 \cdot 24,326} = 0,061$$

* З винятком глибини біля споруди: $t_2 = t_0 + y_2$.

Гідравлічний показник корита:

$$x = \frac{2 \lg \frac{K'}{K''}}{\lg \frac{t_2}{t_1}} = \frac{2 \lg \frac{6281,08}{3972,42}}{\lg \frac{4,75}{3,75}} = 3,88$$

Функції при $x = 3,88$ для $\eta_2 = 3,6538$ та $\eta_1 = 2,8846$ у таблицях нема, а тому шукані функції визначаємо інтерполяцією спочатку за η , потім за x .

Визначимо $B(\eta)$ для табличних вартостей x — меншої (3,75) та більшої (4,00) за визначену (3,88).

При $x = 3,75$

η	$B(\eta)$
3,50	0,0125
3,6538	z
4,00	0,0085
<hr/>	
0,50	0,0040
0,1538	z_1

звідки

$$z_1 = 0,00123;$$

$$z = B(\eta_2)_{x=3,75} = 0,0125 - 0,0012 = 0,0113$$

При $x = 4,00$

η	$B(\eta)$
3,50	0,008
3,6538	z
4,00	0,005
<hr/>	
0,50	0,003
0,1538	z_1

звідки

$$z_1 = 0,00092;$$

$$z = B(\eta_2)_{x=4,0} = 0,008 - 0,0009 = 0,0071$$

Інтерполюємо на визначене $x = 3,88$

x	$B(\eta)$
3,75	0,0113
3,88	z
4,00	0,0071
<hr/>	
0,25	0,0042
0,12	z_1

звідки

$$z_1 = 0,0020;$$

$$z = B(\eta_2)_{x=3,88} = 0,0071 + 0,0020 = 0,0091$$

Аналогічно для 1-ої дільниці відшукуємо $B(\eta_1)_{x=3,88} = 0,0167$.

Підставимо до рівняння (B):

$$L_1 = \frac{1,30}{0,0003} [3,6538 - 2,8846 - (1 - 0,061)(0,0091 - 0,0167)] =$$

$$= 4333,33(0,7692 + 0,939 \cdot 0,0076) = 4333,33 \cdot 0,7763 = 3363,96 \text{ м}$$

2 дільниця. Для другої дільниці підпір на початку $y_2 = 2,45$ м, а в кінці $y_1 = 1,45$ м понад нормальним рівнем.

$$\eta_2 = \frac{t_0 + y_2}{t_0} = \frac{1,30 + 2,45}{1,30} = 2,8846$$

$$\eta_1 = \frac{t_0 + y_1}{t_0} = \frac{1,30 + 1,45}{1,30} = 2,1153$$

Щоб визначити величини x і j , обчислюємо як і для 1-ї дільниці:

t	b	F	U	R	\sqrt{R}	C	K	B	$C_{\text{сер}}$	$B_{\text{сер}}$	$U_{\text{сер}}$
3,75	9,0	54,845	22,523	2,435	1,561	46,4	3972,42	20,25	45,5	18,75	20,720
2,75	9,0	36,094	18,917	1,908	1,381	44,5	2218,14	17,25			

$$j = \frac{\alpha I_0 C_{\text{сер}}^2 B_{\text{сер}}}{g U_{\text{сер}}} = \frac{1,0 \cdot 0,0003 \cdot 45,5^2 \cdot 18,75}{9,81 \cdot 20,720} = 0,057$$

$$1 - j = 0,943$$

$$x = \frac{2 \lg \frac{K''}{K'}}{\lg \frac{t_2}{t_1}} = \frac{2 \lg \frac{3972,42}{2218,14}}{\lg \frac{3,75}{2,75}} = 3,76 \approx 3,75$$

З таблиць інтерполяцією відшукаємо $B(\eta_2) = 0,0203$; $B(\eta_1) = 0,0499$. Підставляємо до рівняння (B):

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_2 &= 4333,33 [2,8846 - 2,1153 - 0,943 (0,0203 - 0,0499)] = \\ &= 4333,33 \cdot 0,7972 = 3454,53 \text{ м} \end{aligned}$$

3 дільниця. Величина підпору для третьої дільниці на початку $y_2 = 1,45$ м і в кінці $y_1 = 0,45$ м.

$$\eta_2 = \frac{t_0 + y_2}{t_0} = \frac{1,30 + 1,45}{1,30} = 2,1153$$

$$\eta_1 = \frac{t_0 + y_1}{t_0} = \frac{1,30 + 0,45}{1,30} = 1,3462$$

Обчисливши допоміжні величини для того, щоб визначити x і j , наслідки ці зводимо у таблиці:

t	b	F	U	R	\sqrt{R}	C	K	B	$C_{\text{сер}}$	$B_{\text{сер}}$	$U_{\text{сер}}$
2,75	9,0	36,094	18,917	1,908	1,381	44,5	2218,14	17,25	43,2	15,75	17,013
1,75	9,0	20,344	15,311	1,329	1,153	41,9	928,84	14,25			

$$j = \frac{\alpha I_0 C_{\text{сер}}^2 B_{\text{сер}}}{g U_{\text{сер}}} = \frac{1,0 \cdot 0,0003 \cdot 43,2^2 \cdot 15,75}{9,81 \cdot 17,013} = 0,053$$

$$1 - j = 0,947$$

$$x = \frac{2 \lg \frac{K''}{K'}}{\lg \frac{t_2}{t_1}} = \frac{2 \lg \frac{2218,14}{928,84}}{\lg \frac{2,75}{1,75}} = 3,85$$

З таблиць Бахметева відшукуємо:

$$B(\eta_2) = 0,0444$$

$$B(\eta_1) = 0,177$$

$$L_3 = 4333,33 [2,1153 - 1,3462 - 0,947 (0,0444 - 0,1770)] = 4333,33 \cdot 0,8947 = 3877,03 \text{ м}$$

4 дільниця. Підпір для четвертої дільниці на початку $y_2 = 0,45 \text{ м}$ і в кінці $y_1 = 0,02 \text{ м}$ над нормальним рівнем.

$$\eta_2 = \frac{t_0 + y_2}{t_0} = \frac{1,30 + 0,45}{1,30} = 1,3462$$

$$\eta_1 = \frac{t_0 + y_1}{t_0} = \frac{1,30 + 0,02}{1,30} = 1,0154$$

Відповідно для x і j вихідні величини:

t	b	F	U	R	\sqrt{R}	C	K	B	$C_{\text{сер}}$	$B_{\text{сер}}$	$U_{\text{сер}}$
1,75	9,0	20,344	15,311	1,329	1,153	41,9	928,84	14,25	41,1	13,605	14,536
1,32	9,0	14,494	13,760	1,053	1,025	40,3	598,71	12,96			

$$j = \frac{\alpha I_0 C_{\text{сер}}^2 B_{\text{сер}}}{g U_{\text{сер}}} = \frac{1,0 \cdot 0,0003 \cdot 41,1^2 \cdot 13,605}{9,81 \cdot 14,536} = 0,048$$

$$1 - j = 0,952$$

$$x = \frac{2 \lg \frac{K''}{K'}}{\lg \frac{t_2}{t_1}} = \frac{2 \lg \frac{928,89}{598,71}}{\lg \frac{1,75}{1,32}} = 3,11$$

Інтерполюючи, відшукуємо:

$$B(\eta_2) = 0,3071$$

$$B(\eta_1) = 1,2172$$

$$L_4 = 4333,33 [1,3462 - 1,0154 - 0,952 (0,3071 - 1,2172)] = 4333,33 \cdot 1,1972 = 5187,86 \text{ м}$$

Побудову кривої за визначеними L і добраними t див. на рис. 124. Загальна довжина кривої підпору:

$$L_0 = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 = 3363,96 + 3454,53 + 3877,03 + 5187,86 = 15883,38 \text{ м} \approx 15,88 \text{ км}$$

Щоб порівняти, відшукуємо ще загальну довжину безпосередньо з рівняння проф. Бахметева; для цього візьмемо перекрої біля споруди з підпором $y_2 = 3,45 \text{ м}$ та в кінці з підпором $y_1 = 0,02 \text{ м}$ над нормальним рівнем.

$$\eta_2 = \frac{t_0 + y_2}{t_0} = \frac{1,30 + 3,45}{1,30} = 3,6538$$

$$\eta_1 = \frac{t_0 + y_1}{t_0} = \frac{1,30 + 0,02}{1,30} = 1,0154$$

Для поданих перекроїв:

t	C	B	U	$C_{\text{сер}}$	$B_{\text{сер}}$	$U_{\text{сер}}$
4,75	47,9	23,25	26,129	44,1	18,105	19,945
6,32	40,3	12,96	13,760			

$$j = \frac{\alpha I_0 C_{\text{сер}}^2 B_{\text{сер}}}{g U_{\text{сер}}} = \frac{1,0 \cdot 0,0003 \cdot 44,1^2 \cdot 18,105}{9,81 \cdot 19,945} = 0,0539$$

$$1 - j = 0,946$$

Користуючись з обчислених модулів витрати K для різних глибин, будемо графік, відкладаючи на осі абсцис $\lg t$, а $\lg K$ на осі

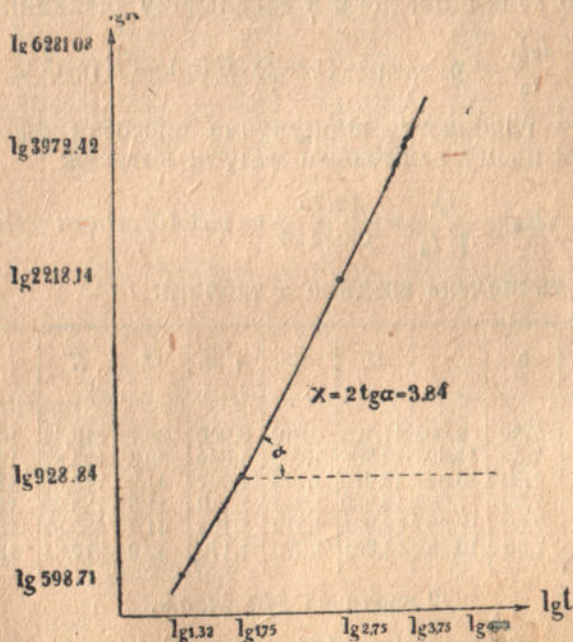


Рис. 127.

ординат (рис. 127); подвоєний $\text{tg } \alpha$ дасть величину x (гідравлічний показник корита).

З рисунка

$$\text{tg } \alpha = 1,922$$

$$2 \text{tg } \alpha = 3,844 = x$$

Інтерполяцією за $x = 3,84$ відшукуємо:

$$B(\eta_2) = 0,0098$$

$$B(\eta_1) = 0,8852$$

Підставимо до рівняння (В):

$$L = 4333,33 [3,6538 - 1,0154 - 0,946 (0,0098 - 0,8852)] = \\ = 4333,33 \cdot 3,4665 = 15021,49 \text{ м} = 15,02 \text{ км}$$

Розходження становить 5,42% (коли вважати, що 15,88 км дорівнюють 100%).

7. На каналі трапезуватого поперечного перерізу запроєктовано перепад заввишки $p=4,2$ м. Витрата $Q=12,75$ м³/сек, $I_0=0,0002$, $m=1,5$, $n=0,025$, $b=7,5$ м.

Відшукати глибину води в каналі на віддалі $L=300$ м від перепаду. Відшукати повну довжину кривої вільного рівня води вище перепаду.

Розв'язання. За величиною спаду — це спокійна водотока. На перепаді встановиться критична глибина $t_k < t_0$. Крива вільного рівня при нерівномірному русі буде крива спаду в II зоні для спокійної водотоки. Завдання розв'язуємо за проф. *Бахметевим*.

Визначимо величини, що є в загальному рівнянні:

$$\frac{I_0 L}{t_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1 - j) [B(\eta_2) - B(\eta_1)] \dots \dots \dots (A)$$

Нормальну глибину t_0 відшукуємо способом добору, користуючись при цьому величиною модуля витрати:

$$K_0 = \frac{Q}{\sqrt{I_0}} = \frac{12,75}{0,01414} = 901,70 \text{ м}^3/\text{сек}$$

Наслідки обчислень зводимо в таблиці:

t	b		U	R	\sqrt{R}	C	K	B
1,00	7,50	9,000	11,106	0,810	0,900	38,7	313,47	10,50
1,50	7,50	14,625	12,909	1,133	1,064	40,8	634,89	12,00
1,60	7,50	15,840	13,270	1,194	1,097	41,2	713,30	12,30
1,70	7,50	17,085	13,630	1,253	1,119	41,5	793,40	12,60
1,80	7,50	18,360	13,991	1,312	1,145	41,9	880,82	12,90
1,90	7,50	19,665	14,351	1,370	1,170	42,2	970,94	13,20

C взято за *Манінгом*.

Графічною інтерполяцією (§ 21 — рис. 98) відшукуємо $t_0=1,82$ м. Критичну глибину визначимо з умови, що знаменник правої частини рівняння

$$\frac{dt}{ds} = I_0 \frac{1 - \frac{K_0^2}{K^2}}{1 - \frac{Q^2 B}{g F^3}}$$

дорівнює нулю:

$$1 - \frac{Q^2}{g} \frac{B}{F^3} = 0;$$

звідси

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{F_k^3}{B_k}$$

Критичній глибині відповідатимуть F_k і B_k . Взагалі F і B є функції від t ; тому і величина $\frac{F^3}{B} = f(t)$.

Добираючи, відшукуємо таку глибину t , щоб $\frac{F^3}{B}$ дорівнювало $\frac{Q^2}{g} = \frac{12,75^2}{9,81} = 16,571 \text{ м}^3$; це й буде критична глибина.

Обчислення зводимо в таблиці:

t	b	F	F^3	B	$\frac{F^3}{B}$
0,40	7,50	3,240	34,012	8,70	3,909
0,45	7,50	3,679	49,795	8,85	5,627
0,50	7,50	4,125	70,189	9,00	7,799
0,55	7,50	4,579	96,009	9,15	10,493
0,60	7,50	5,040	128,024	9,30	13,766
0,65	7,50	5,509	167,193	9,45	17,692
0,70	7,50	5,985	214,384	9,60	22,332

Відклавши на осі абсцис t , а на осі ординат відповідні $\frac{F^3}{B}$ і з'єднавши точки плавкою кривою, матимемо криву залежності $\frac{F^3}{B}$ від t .

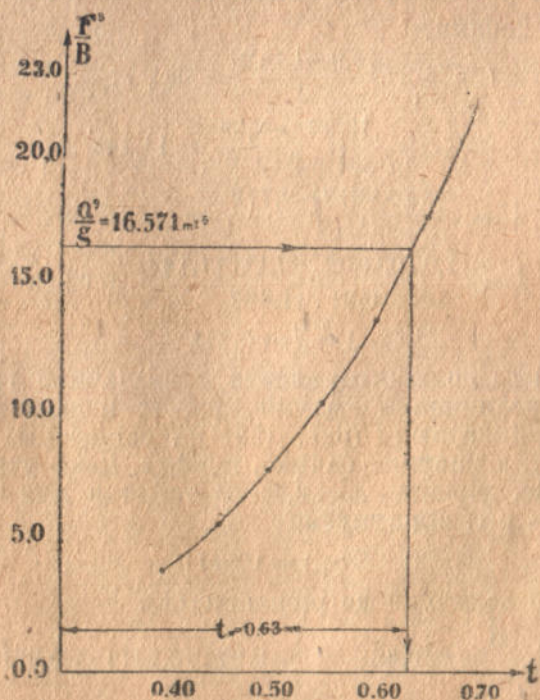


Рис. 127-а.

Графічною інтерполяцією відшукуємо (рис. 127-а), що величини $\frac{F_k^3}{B_k} = 16,571 \text{ м}^5$ відповідає $t_k = 0,63 \text{ м}$. Це і є критична глибина. Відповідно:

F_k	U_k	R_k	$\sqrt{R_k}$	C_k	K_k	B_k
5,320	9,772	0,544	0,738	36,2	142,13	9,390

Із співвідношення глибин t_k і t_0 , як і з величини спаду I_0 , бачимо, що це є спокійна водотока ($t_0 > t_k$).

$$\eta_{12} = \frac{t_2}{t_0} = \frac{0,63}{1,82} = 0,3462$$

η_1 як відношення $\frac{t_1}{t_0}$ визначити не можна, бо t_1 якраз шукана величина.

$$j = \frac{\alpha I_0 C^2 B}{gU} \dots \dots \dots (B)$$

Змінні C , B і U треба вважати за середні величини між розглядуваними перекроями з глибинами $t_2 = t_k$ і t_1 (невідомим). Замість перекрою з глибиною t_1 запроваджуємо покищо перекрій, де закінчується крива спадання ($t = 1,80 \text{ м}$).

Тоді (див. таблиці)

$$C_{\text{сер}} = \frac{41,9 + 36,2}{2} = 39,1$$

$$B_{\text{сер}} = \frac{12,90 + 9,39}{2} = 11,145 \text{ м}$$

$$U_{\text{сер}} = \frac{13,991 + 9,772}{2} = 11,882 \text{ м}$$

$$j = \frac{1,0 \cdot 0,0002 \cdot 39,1^2 \cdot 11,145}{9,81 \cdot 11,882} = 0,029$$

$$1 - j = 0,971$$

Гідравлічного показника корита x визначимо графічно, користуючись величинами модулів, що їх подано на стор. 160 в таблиці, і відкладаючи (рис. 128) на осі абсцис $\lg t$ і на осі ординат $2 \lg K$; з рисунка бачимо, що $\operatorname{tg} \alpha$, який утворює пряма з віссю абсцис, дорівнює $x = 3,60$. З таблиць для $\eta < 1$, інтерполюючи за η і x , відшукуємо

$$B(\eta_2) = 0,3471$$

Підставимо величини до рівняння (А):

$$\frac{0,0002 \cdot 300}{1,82} = 0,3462 - \eta_1 - 0,971 \cdot 0,3471 + 0,971 B(\eta_1),$$

звідки

$$0,02477 = 0,971 \cdot B(\eta_1) - \eta_1 \dots \dots \dots (C)$$

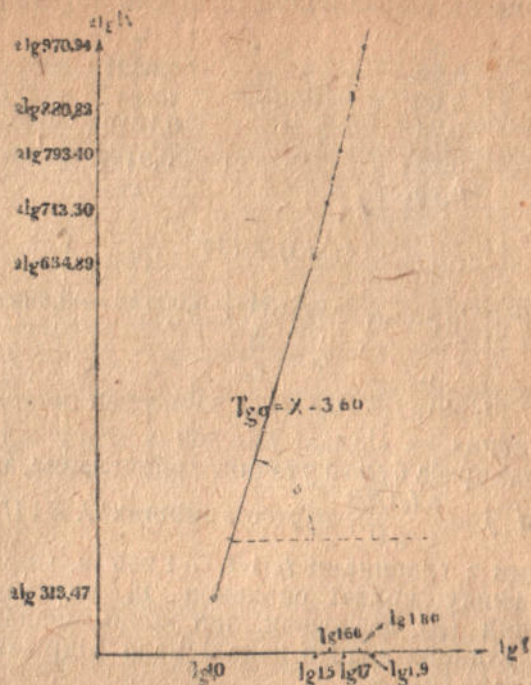


Рис. 128.

Рівняння (С) розв'язуємо способом добору. Позначимо вираз $0,971 B(\eta_1) - \eta_1$ через A .

При $x = 3,50$

$$\begin{array}{r}
 -\eta_1 + 0,971 B(\eta_1) = A \\
 -0,68 + 0,971 \cdot 0,725 = 0,0240 \\
 \quad \quad \quad z = 0,02477 \\
 -0,69 + 0,971 \cdot 0,739 = 0,0276 \\
 \hline
 0,01 \\
 z_1 = 0,00077
 \end{array}$$

звідки

$$z_1 = 0,0021$$

$$z = \eta_1_{x=3,50} = 0,68 + 0,0021 = 0,6821$$

При $x = 3,75$

$$\begin{array}{r}
 -\eta_1 + 0,971 B(\eta_1) = A \\
 -0,70 + 0,971 \cdot 0,746 = 0,02440 \\
 \quad \quad \quad z = 0,02477 \\
 -0,71 + 0,971 \cdot 0,760 = 0,02796 \\
 \hline
 0,01 \\
 z_1 = 0,00037
 \end{array}$$

звідки

$$z_1 = 0,0010$$

$$z = \eta_1_{x=3,75} = 0,70 + 0,001 = 0,7010$$

Інтерполюємо на гідравлічний показник корита x :

x	η
3,50	0,6821
3,60	z
3,75	0,7010
0,25	0,0189
0,10	z_1

звідки

$$z_1 = 0,00756$$

і далі

$$z = \eta_{x=3,60} = 0,6821 + 0,00756 = 0,6897$$

$$\eta_1 = \frac{t_1}{t_0}$$

$$t_1 = \eta_1 t_0 = 0,6897 \cdot 1,82 = 1,255 \text{ м}$$

Це й буде глибина на віддалі $L = 300 \text{ м}$ вгору від перепаду.

Тепер власне треба було б уточнити обчислення, запровадивши

для величини $j = \frac{\alpha I_0 C^2 B}{gU}$ вартості змінних C , B і U для ділянки

між перекроями з глибинами t_k і $t_1 = 1,255 \text{ м}$. Опрацювати.

Повну довжину кривої спадання L_0 визначаємо з того самого рівняння (А), вважаючи, що крива спадання закінчується там, де глибина води в каналі мало відрізняється від t ; вважаємо, що $t_1 = 1,80 \text{ м}$.

$$\eta_2 = \frac{t_2}{t_0} = \frac{t_k}{t_0} = \frac{0,63}{1,82} = 0,3462$$

$$\eta_1 = \frac{t_1}{t_0} = \frac{1,80}{1,82} = 0,9890$$

$$j = 0,029; \quad 1 - j = 0,971 \quad (\text{див. попереду})$$

$$D(\eta_2)_{x=3,60} = 0,3471$$

$$B(\eta_1)_{x=3,60} = 1,7945$$

$$L_0 = \frac{1,82}{0,0002} [0,3462 - 0,9890 - 0,971 (0,3471 - 1,7945)] =$$

$$= 9100 \cdot 0,7626 = 6939,66 \text{ м}$$

§ 29. СТРИБОК ВОДИ

У попередніх §§ 26 і 27 ми розглянули різноманітні подовжні профілі води, але не досліджували ті місця, де утворюються стрибки води.

Стрибок підвищення води утворюється тоді, коли глибина, збільшуючись, має перейти від глибини меншої за критичну до більшої.

Як казали вже в § 26, до цих випадків не можна застосувати рівняння (50), бо тут різко збільшується перекрій потоку води, а рівняння виведено з припущенням, що перекрій змінюється поволі. Досліджуючи стрибок, обмежимося призматичними коритами.

Відокремимо об'єм води на дільниці, де відбувається стрибок, перекроями A і B , що містяться якнайближче один до одного, але так, що через них вода тече паралельними струмками (рис. 129).

Не зважатимемо на спад дна та на опір тертя на дільниці AB . Застосуємо до маси води на дільниці потоку AB теорему кількості руху. Хай за час dT об'єм води на дільниці AB переміститься в нове положення A_1B_1 . Кількості руху та імпульси сил

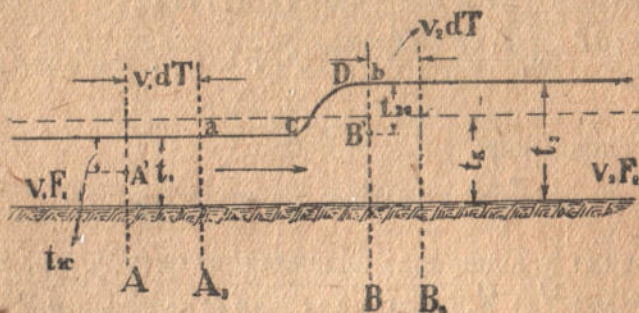


Рис. 129.

за час dT проєктуватимемо на вісь, паралельну дну й спрямовану за водою. Це те саме, що проєктувати на горизонтальну лінію, бо на спад за умовою не зважаємо. Очевидячки, проєкція приросту кількості руху об'єму, що його розглядаємо, за час dT на горизонтальний напрям дорівнює кількості руху об'єму A_1B_1 * мінус кількість руху об'єму AB , або докладніше: (кількість руху об'єму A_1B + кількість руху об'єму BB_1) — (кількість руху об'єму AA_1 + кількість руху об'єму A_1B). Памятаючи, що рух усталений, можна дійти такого висновку: кількість руху об'єму A_1B у зменшеннику і у від'ємнику однакова; тому приріст кількості руху всього об'єму дорівнює кількості руху об'єму BB_1 мінус кількість руху об'єму AA_1 .

Позначатимемо швидкості й площі чинних перекроїв так, як це подано на рисунку. Тоді об'єм води на дільниці BB_1 дорівнюватиме $F_2 v_2 dT$, маса його $\frac{F_2 v_2 \gamma dT}{g}$, а кількість

руху $\frac{F_2 v_2^2 \gamma dT}{g}$; аналогічно кількість руху об'єму води на дільниці AA_1 буде $F_1 v_1^2 \gamma dT$ і приріст кількості руху визначиться так:

$$\frac{F_2 v_2^2 \gamma dT}{g} - \frac{F_1 v_1^2 \gamma dT}{g}$$

Одиничний тиск у центрі ваги площі перекрою A буде $p_0 + t_{1c} \gamma$, де p_0 — тиск атмосфери, а t_{1c} — глибина центра ваги перекрою F_1 ; імпульс тиску води на площу F_1 за час dT

* Замість писати „об'єму води на дільниці AB “ пишемо „об'єму AB “: так само й далі.

в горизонтальному напрямі $F_1(p_0 + t_{1c}\gamma) dT$; його треба взяти із знаком плюс. Імпульс тиску на перекрій B за той самий час відповідно дорівнює $-F_2(p_0 + t_{2c}\gamma) dT$; його треба взяти із знаком мінус. Крім того, на площу $F_2 - F_1$ діятиме тиск атмосфери; його імпульс $(F_2 - F_1)p_0 dT$ із знаком плюс. Силу тяжіння та силу тиску стінок на воду спрямовано нормально до осі проєкцій і через це імпульси їх за добраним напрямом дорівнюють нулю. Тепер можна написати рівняння кількості руху, дорівнявши проєкцію на горизонтальну лінію приросту кількості руху імпульсам сил у тому самому напрямі:

$$\frac{F_2 v_2^2 \gamma dT}{g} - \frac{F_1 v_1^2 \gamma dT}{g} = F_1(p_0 + t_{1c}\gamma) dT + (F_2 - F_1)p_0 dT - F_2(p_0 + t_{2c}\gamma) dT$$

Після спрощення:

$$\frac{F_2 v_2^2}{g} - \frac{F_1 v_1^2}{g} = F_1 t_{1c} - F_2 t_{2c}$$

Підставимо у відшукане рівняння замість v_1 і v_2 їх вирази через витрату $\frac{Q}{F_1}$ і $\frac{Q}{F_2}$; тоді, після деяких перетворень, дістанемо:

$$\frac{Q^2}{F_2 g} + F_2 t_{2c} = \frac{Q^2}{F_1 g} + F_1 t_{1c} \dots \dots \dots (57)$$

Площі перекрою та глибини центрів ваги їх є функції глибин води у водотоці; ось чому, позначивши вираз $\frac{Q^2}{Fg} + Ft_c$ через $\theta(t)$, можемо рівняння (57) написати так:

$$\theta(t_2) = \theta(t_1)$$

Функцію глибини $\theta(t)$ називають стрибковою функцією. Отож можна сказати, що стрибок води може утворитися тільки там, де стрибкові функції глибин перед і за стрибком рівні; відповідні глибини t_1 і t_2 звать взаємними.

Для прямокутного перекрою рівняння (57) можна перетворити, підставивши до нього замість t_{1c} і t_{2c} відповідно $\frac{t_1}{2}$ і $\frac{t_2}{2}$, а замість F_1 і F_2 відповідно Bt_1 і Bt_2 :

$$\frac{Q^2}{Bt_2 g} + \frac{Bt_2^2}{2} = \frac{Q^2}{Bt_1 g} + \frac{Bt_1^2}{2}$$

Поділимо всі члени на B і замість $\frac{Q}{B}$ знову запровадимо позначення q :

$$\frac{q^2}{t_2 g} + \frac{t_2^2}{2} = \frac{q^2}{t_1 g} + \frac{t_1^2}{2}$$

або трохи інакше:

$$\frac{q^2}{g} \frac{t_1 - t_2}{t_1 t_2} = \frac{t_1^2 - t_2^2}{2}$$

Алеж $\frac{q^2}{g}$ дорівнює кубу критичної глибини t_k ; ось чому, спростивши ще на $t_1 - t_2$, матимемо:

$$\frac{t_k^3}{t_1 t_2} = \frac{t_1 + t_2}{2} \dots \dots \dots (57-a)$$

За допомогою досить простих математичних міркувань можна переконатися, що співвідношення (57) можна вдовольнити тільки при умові $t_1 < t_k < t_2$. Інакше це можна сказати й так: стрибок утворюється тільки тоді, коли глибина, збільшуючись, переходить від вартості меншої за критичну до вартості більшої.

Якщо задано вартість t_1 , з умови (57-а) можна відшукати t_2 :

$$t_2 = -\frac{t_1}{2} + \sqrt{\frac{t_1^2}{4} + \frac{2t_k^3}{t_1}} \dots \dots \dots (57-b)$$

(знак мінус перед радикалом відкидаємо, бо $t_2 > 0$).

Звідси висота стрибка:

$$t_2 - t_1 = -\frac{t_1}{2} + \sqrt{\frac{t_1^2}{4} + \frac{2t_k^3}{t_1}} - t_1 = \sqrt{\frac{t_1^2}{4} + \frac{2t_k^3}{t_1}} - \frac{3}{2} t_1$$

Якщо задано t_2 , то так само можемо визначити t_1 і висоту стрибка.

Обчислимо ще висоту H_w втрати енергії в стрибку для прямокутного перекрою. Застосуємо для цього рівняння Д. Бернуллі до точок a і b , взявши за порівняльну площу рівень води до стрибка:

$$\frac{v_1^2}{2g} = t_2 - t_1 + \frac{v_2^2}{2g} + H_w,$$

звідси

$$H_w = \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} - (t_2 - t_1) = \frac{q^2}{2g} \left(\frac{1}{t_1^2} - \frac{1}{t_2^2} \right) - (t_2 - t_1);$$

підставивши замість $\frac{q^2}{g}$ величину t_k^3 , матимемо:

$$H_w = \frac{t_k^3}{2} \left(\frac{1}{t_1^2} - \frac{1}{t_2^2} \right) - (t_2 - t_1)$$

Підставивши сюди замість t_k^3 вираз його через t_1 і t_2 із рівняння (52-а), матимемо остаточно:

$$H_w = \frac{(t_2 - t_1)^3}{4t_1 t_2}$$

Обчислена таким способом висота втрат у стрибку менша, ніж коли б ми її обчислили за теоремою Борда; проте здавалося б, що цю теорему можна застосувати до стрибка, бо тут є раптове розширення струмину. Справді, за теоремою Борда, висоту втрат можна визначити так:

$$H_w' = \frac{(v_1 - v_2)^2}{2g} = \frac{Q^2}{2B^2 g} \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right)^2$$

або після перетворень, аналогічних до тих, що ми їх зробили, обчислюючи H_w :

$$H_w' = \frac{(t_2 + t_1)(t_2 - t_1)}{4t_1t_2}$$

Відношення $\frac{H_w'}{H_w} = \frac{t_2 - t_1}{t_2 + t_1}$ менше за одиницю, а це й доводить, що теорему *Борда* не можна застосовувати до стрибка.

Виводячи основне рівняння (52) для стрибка, ми припускали, що швидкості в перекроях A і B розподілено рівномірно; іноді, щоб зважити на вплив нерівномірного розподілу швидкостей по перекрою, виводячи основне рівняння стрибка, замість v_1^2 і v_2^2 беруть відповідно $\alpha_1 v_1^2$ і $\alpha_2 v_2^2$ (α_1 — коефіцієнт, аналогічний до коефіцієнта α — див. § 14).

Тоді замість рівняння (52-а) одержимо:

$$\frac{\alpha_1 t_k^3}{t_1 t_2} = \frac{t_1 + t_2}{2} \dots \dots \dots (57-а)$$

З цього рівняння дістаємо наслідки, що трохи краще відповідають дослідом, ніж наслідки з рівняння (57). Коефіцієнт $\alpha_1 = 1,04$ або трохи більше.

Вже давно знають дві форми стрибка підвищення: або на поверхні CD (рис. 129) стрибка утворюється вир, у якому вода перемішана з повітрям і обертається навколо горизонтальної осі, перпендикулярної до напрямку водотоки, або виру нема, алеж поверхня води за стрибком хвиляста. За новішими дослідями* першу форму матимемо, коли глибина за стрибком $t_2 > \frac{4}{3} t_k$; якщо ж $t_k < t_2 < \frac{4}{3} t_k$, то утворюється хвиляста поверхня. У першій формі стрибка втрати енергії великі, у другій же вони такі малі, що на них можна не зважати.

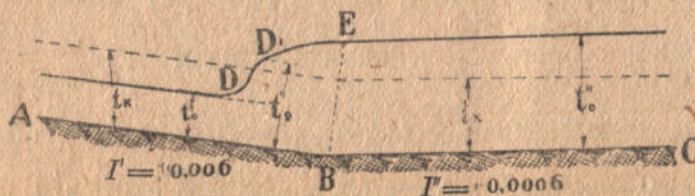


Рис. 130.

Щодо стрибків зниження, то в них перехід від глибини більшої за критичну до меншої відбувається досить плавко (якщо порівняти їх із стрибками підвищення); ось чому поверхні води в них будують за звичайними формулами проф. *Бахметева*, *Бреса* тощо. Стрибки зниження називають ще водоспадами.

ЗАВДАННЯ ДО § 29

I. Запроектовано широкий прямокутного поперечного перекрою канал, що на ділянці AB (рис. 130) буде бетонний ($n = 0,014$)

* Einwachter, I. — Wehre und Schlenabstürze. 1930.

і матиме спад $I = 0,006$, а на ділянці BC — брукований ($n = 0,020$) і матиме спад $I' = 0,0006$. Чи може утворитися стрибок води нижче точки B ? Відшукати його висоту.

Дано $Q = 17,75 \text{ м}^3/\text{сек}$; $B = 6,0 \text{ м}$.

Розв'язання. Відшукаємо (добором) нормальну глибину в каналі на ділянці AB (коефіцієнт C за *Манінгом*):

t	b	F	U	R	\sqrt{R}	C	\sqrt{I}	Q
0,75	6,0	4,5	7,5	0,6	0,775	65,6	0,0775	17,73

Нормальна глибина на ділянці AB буде $t_0' = 0,75 \text{ м}$.

Аналогічно для ділянці BC :

t	b	F	U	R	\sqrt{R}	C	\sqrt{I}	Q
2,0	6,00	12,00	10,00	1,200	1,095	51,9	0,0245	16,71
2,5	6,00	15,00	11,00	1,364	1,168	53,2	0,0245	22,84

Інтерполюючи (графічно), відшукуємо нормальну глибину для ділянці BC : $t_0'' = 2,08 \text{ м}$.

Критична глибина:

$$t_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^3}{g}} = \sqrt[3]{\frac{1,0 \cdot 2,958^3}{9,81}} = 0,963 \text{ м}$$

Тут

$$q = \frac{Q}{B} = \frac{17,75}{6,0} = 2,958 \frac{\text{м}^3}{\text{м} \cdot \text{сек}}$$

Співвідношення глибин дає: $t_0'' > t_k > t_0'$.

Глибина при переході з ділянці AB до ділянці BC маєдесь перейти через вартість t_k , а при наблизненні змінної глибини до t_k постають умови для утворення стрибка.

Взаємна з t_0' глибина буде:

$$t_2 = -\frac{t_0'}{2} + \sqrt{\frac{t_0'^2}{4} + \frac{2t_k^3}{t_1}} = -0,375 + \sqrt{0,141 + 2,378} = 1,212 \text{ м},$$

тобто нормальна глибина t_0' каналу AB не може підтримати глибини t_0'' для каналу BC і стрибок утвориться вище точки B . Щоб визначити місце стрибка, треба побудувати криву підпору між точками D_1 і E . Стрибок утвориться в перекрої D_1 , де змінна глибина дорівнює t_2 .

Висота стрибка $h = t_2 - t_0' = 1,212 - 0,75 = 0,462 \text{ м}$.

2. На широкому прямокутного поперечного перекрою бетонваному каналі для витрати $Q = 35,5 \text{ м}^3/\text{сек}$ запроєктовано водопереливну греблю заввишки $p = 2,5 \text{ м}$ (рис. 131). Побудувати криву вільного рівня поверхні води вище споруди (відшукати довжину кривої), коли ширина каналу $b = 10,0 \text{ м}$, спад $I_0 = 0,008$

і висота переливного шару води над нормальним підпертим рівнем $H = 1,55 \text{ м}$ ($\gamma = 0,46$).

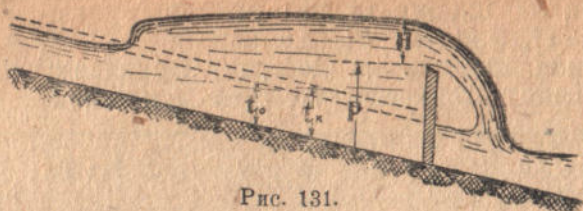


Рис. 131.

Розв'язання. За величиною спаду $I_0 = 0,008 > I_k \approx 0,004$ (при $C \approx 50$) водотока бурхлива ($t_k > t_0$).

Якщо глибина перед греблею

$$H + p > t_k > t_0, \dots \dots \dots (A)$$

то матимемо криву підпору, обернуту вигнутістю догори ($\frac{1}{\rho} < 0$)

і глибина зменшуватиметься вгору проти води ($\frac{dt}{ds} > 0$). Коли вартість змінної глибини t наближається до t_k , то постають умови, потрібні для утворення стрибка.

Для співвідношення (A) визначимо t_0 . Завдання розв'язуємо добром, зводячи наслідки обчислень у наступній таблиці:

t	F	U	R	\sqrt{R}	C	\sqrt{I}	Q
0,50	5,0	11,00	0,455	0,675	51,7	0,0894	15,600
0,60	6,0	11,20	0,536	0,733	53,4	0,0894	20,996
0,70	7,0	11,40	0,614	0,783	54,8	0,0894	26,852
0,80	8,0	11,60	0,690	0,831	55,8	0,0894	33,164
0,90	9,0	11,80	0,763	0,873	57,0	0,0894	40,038

Побудувавши графік залежності Q від t , відшукаємо $t_0 = 0,83 \text{ м}$ а також $C_0 = 56,3$.

Критичну глибину t_k відшукуємо з формули: $t_k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$ (при $\alpha = 1$):

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{35,5}{10,0} = 3,55 \frac{\text{м}^3}{\text{м.сек}}$$

$$t_k = \sqrt[3]{\frac{3,55^2}{9,81}} = 1,088 \text{ м} \approx 1,09 \text{ м}$$

Взаємну з нормальною глибиною t_0 глибину за стрибком t_2 можна визначити з формули:

$$t_2 = -\frac{t_0}{2} + \sqrt{\frac{t_0^2}{4} + \frac{2t_k^3}{t_0}} \quad (\text{при } \alpha = 1)$$

$$t_2 = -0,415 + \sqrt{0,172 + 3,096} = 1,393 \approx 1,39 \text{ м}$$

Отже нормальна глибина може підтримати в стрибку глибину $t_2 = 1,39 \text{ м}$, і підпір буде від t_2 до $t_2' = H + p = 1,55 + 2,50 = 4,05 \text{ м}$.

Довжину кривої підпору L (а разом і місце стрибка) визначимо з формули *Бреса*:

$$\frac{I_0 L}{t_0} = \eta_2 - \eta_1 - (1-j)[B(\eta_2) - B(\eta_1)],$$

звідки

$$L = \frac{t_0}{I_0} \{ \eta_2 - \eta_1 - (1-j)[B(\eta_2) - B(\eta_1)] \} \dots \dots \dots (Б)$$

Відшукаємо величини, що є у формулі *Бреса*:

$$\eta_2 = \frac{t_2'}{t_0} = \frac{4,05}{0,83} = 4,8795$$

$$\eta_1 = \frac{t_2}{t_0} = \frac{1,39}{0,83} = 1,6783$$

$$j = \frac{t_k^3}{t_0^3} = \frac{I_0 C_0^2}{g} = \frac{0,008 \cdot 56,3^2}{9,81} = 2,585$$

Користуючися таблицями *Бресовими* при $\eta > 1$, відшукаємо інтерполяцією:

$$B(\eta_2) = B(4,8795) = 0,0211$$

$$B(\eta_1) = B(1,6783) = 0,1948$$

Відшукані величини підставимо у рівняння (Б):

$$L = \frac{0,83}{0,008} [4,8795 - 1,6783 - (1 - 2,585)(0,0211 - 0,1948)] = 103,75 \cdot 2,2259 = 303,56 \text{ м від споруди.}$$

§ 30. ВЛАСТИВА ЕНЕРГІЯ ПЕРЕКРОЮ ВОДОТОКИ У ВІДКРИТОМУ КОРИТІ

Останнього часу дуже часто починають користуватися з поняття „власивої (питомої) енергії перекрою потоку“, що його запровадив у гідравліку проф. *Бахметев*.

Власивою енергією перекрою звемо величину:

$$\mathcal{E} = t + \alpha \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (58)$$

Цю енергію обчислюємо відносно порівняльної площі NN (рис. 132), яка проходить через найнижчу точку перекрою; тиск беремо манометричний. Тоді для часток на поверхні формула (58) очевидна. Її можна застосувати й для всіх часток даного перекрою, бо в довільній точці A висота положення y , висота тиску $\frac{z\gamma}{\gamma}$, висота

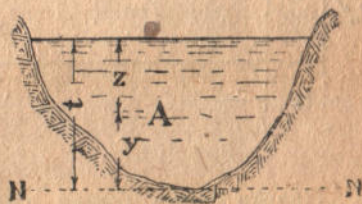


Рис. 132.

швидкості $\alpha \frac{v^2}{2g}$ (щодо коефіцієнта α — див. § 14); сума цих висот:

$$\mathcal{E} = y + \frac{z\gamma}{\gamma} + \alpha \frac{v^2}{2g} = t + \alpha \frac{v^2}{2g}$$

Підставимо тепер до формули (56) замість v частку $\frac{Q}{F}$, матимемо:

$$\mathcal{E} = t + \alpha \frac{Q^2}{2gF^2}$$

У прямокутніх перекроях $F = Bt$; тому

$$\mathcal{E} = t + \alpha \frac{Q^2}{B^2} \frac{1}{2gt^2}$$

або

$$\mathcal{E} = t + \alpha \frac{q^2}{2gt^2} \dots \dots \dots (58-a)$$

\mathcal{E} є функція глибини t . Вона набирає мінімальної вартості, коли $\frac{d\mathcal{E}}{dt} = 0$; інакше

$$\frac{d\mathcal{E}}{dt} = -\alpha \frac{q^2}{gt^3} + 1 = 0;$$

звідси

$$t = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}} \approx \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = t_k,$$

тобто питома енергія перекрою досягає мінімуму, коли глибина дорівнює критичній.

Подамо рівняння (58-a) графічно (рис. 133) кривою FCF_1 . З цього графіка видно, що під час нерівномірного руху вздовж водотоку разом із глибиною змінюється й питома енергія перекрою.

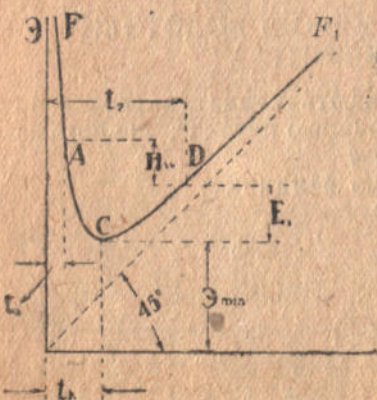


Рис. 133.

Застосуємо тепер поняття властивої енергії перекрою до стрибка. Припустимо, що t_1 і t_2 взаємні для того потоку, що для нього накреслено криву FCF_1 . Потік стрибком переходить від глибини t_1 до глибини t_2 , зберігаючи енергію E_1 , яку б він витратив, коли б глибина його, збільшуючись поволі, дійшла до t_k ; H_w є висота втрати енергії в стрибку. Отож бачимо, що стрибок підвищення зберігає до певної міри властиву енергію перекрою.

Зовсім інше буває тоді, коли глибина поволі зменшується й досягає так критичної глибини (як це маємо в стрибках зниження); тут і питома енергія перекрою досягає своєї мінімальної можливої вартості \mathcal{E}_{\min} . Через те, що під час руху властива енергія перекрою (порівняно з \mathcal{E}_{\min}) не може далі зменшуватися, стрибки зниження утворюються тільки в таких місцях, за якими питома енергія перекрою може знову збільшуватися, як от на перепаді (рис. 110) або там, де наслідком збільшення спаду дна спокійна течія перетворюється на бурхливу (рис. 125).

Докладніше про те, як користуватися з „властивої енергії перекрою“ при дослідженнях нерівномірного руху, зокрема в спорудах, можна прочитати в книжках, поданих наприкінці § 28.

РОЗДІЛ VI

ВИТІКАННЯ ЧЕРЕЗ ОТВОРИ, НАСАДИ (НАКОНЕЧНИКИ) ТА ПЕРЕЛИВИ. ГІДРАВЛІЧНІ ОБЧИСЛЕННЯ СПОРУД

§ 31. ВИТІКАННЯ В ПОВІТРЯ З МАЛИХ ОТВОРІВ У ТОНКИХ СТІНКАХ І ДНІ

У звичайних стінках, що мають хоч і невелику, але скінчену товщину, можна зробити такий самий отвір, як і в дуже тонкій стінці, зрізавши край отвору (рис. 134). Струмина, витікаючи з отвору, стискується; до стискування цього спричинюється те, що частки притікають до отвору по кривих траєкторіях. Перекрій стиснутої струмини буде менший за площу отвору; щоб обчислити площу перекрою струмини, треба площу отвору помножити на коефіцієнт стиску струмини α , що завжди буває менший проти одиниці і що його визначають відповідними лабораторними дослідями. Стиснутий перекрій струмини, що витікає з отвору в дні, міститься трохи нижче за площу самого отвору. Вільний рівень у посудині вважатимемо за незмінний; цього можна досягти, підливаючи, наприклад, до посудини воду. Щоб визначити швидкість v в стиснутому перекрої струмини, що витікає з отвору в дні, застосуємо до цього перекрою й до вільного рівня рівняння Д. Бернуллі для ідеальної рідини, що втрати на тертя тут невеликі. За нульову площу вважатимемо горизонтальну площу Π , що проходить через стиснутий перекрій:

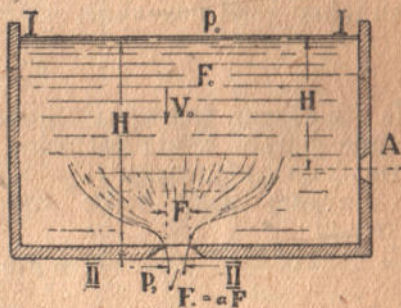


Рис. 134.

$$H + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_2}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$

Позначивши висоту швидкості $\frac{v_0^2}{2g}$ через k_0 , можна написати:

$$v = \sqrt{2g \left(H + k_0 + \frac{p_0 - p_2}{\gamma} \right)}$$

З рівняння нерозривності $F_0 v_0 = F_1 v$ маємо:

$$v_0 = \frac{F_1 v}{F_0}$$

Підставивши це до рівняння *Д. Бернуллі* й знову розв'язавши його щодо v , одержимо ще такий вираз для швидкості:

$$v = \sqrt{\frac{2g \left(H + \frac{p_0 - p_2}{\gamma} \right)}{1 - \left(\frac{F_1}{F_0} \right)^2}}$$

Дійсна швидкість витікання з отвору буде менша, бо втрати енергії і тут хоч і невеликі, але все ж таки є; щоб обчислити дійсну швидкість, треба відшукані вирази помножити на коефіцієнт швидкості φ ; величина цього коефіцієнта, як це показали відповідні досліди, коливається від 0,95 до 0,98; пересічно $\varphi = 0,97$.

Звичайно буває, що тиски p_0 і p_2 дорівнюють атмосферному тиску; крім того, якщо порівняти з одиницею, то відношення $\frac{F_1}{F_0}$ звичайно таке невелике, що квадрат його можна відкинути. Тоді

$$v = \varphi \sqrt{2gH} \dots \dots \dots (59)$$

Це і є відома формула *Торічеллі* (Torricelli). На практиці звичайно беруть H від дзеркала рідини до площі отвору, а не до стиснутого перекрою.

Витрату води через отвір можна тепер подати в такому вигляді:

$$Q = F_1 v = \alpha F \varphi \sqrt{2gH}$$

Добуток $\mu = \alpha \varphi$ називають коефіцієнтом витрати. З цим коефіцієнтом матимемо:

$$Q = \mu F \sqrt{2gH} \dots \dots \dots (60)$$

Всі наведені міркування й формули можна застосувати й до отвору A в бічній вертикальній або похилій стінці, якщо розміри цього отвору малі порівняно до натиску H , тобто якщо натиск в усіх точках отвору можна вважати за однаковий. Коефіцієнт стискання струмینی α визначають з дослідів і залежить він від натиску H , форми та розмірів отвору; величина його дуже залежить від того, як розташовано отвір щодо стінок. Найменшої вартости коефіцієнт α досягає тоді, коли рідина може цілком вільно притікати до отвору з усіх боків; тобто коли отвір міститься далеко від бічних стінок і дна, а розміри його малі порівняно до площі стінки, в якій він міститься. При таких умовах траєкторії часток будуть найкривіші; ось чому відосередкові сили будуть якнайбільші, а стискання струмینی цілковите й досконале. Для круглих отворів при поданих тількино умовах коефіцієнт α пересічно дорівнюватиме 0,63 — 0,64. Коефіцієнт витрати $\mu = \alpha \varphi$, очевидно, залежить від тих самих умов, що й коефіцієнт стискання струмینی. Коефіцієнт витрати μ має велике практичне значення й тому було переведено багато лабораторних дослідів, щоб визначити його. Наслідки цих

дослідів подано в таблицях, вміщених у „Гидравлическом справочнике“ проф. Павловського. Для круглих отворів, коли стискання цілковите й досконале, $\mu \approx 0,61 - 0,62$ (пересічно).

Коли усунути притікання з боку по стінці до частини периметра отвору, то матимемо нецілковите стискання струмини. На рис. 135 є 4 квадратних отвори з однаковою площею. До отвору 1 вода притікає з усіх боків і струмина в ньому стискається найбільше. До отвору 2 вода притікає по кривих траєкторіях з трьох боків, з боку ж *ab* в напрямі, перпендикулярному до площі отвору; через це з цього боку струмину не стиснуто й коефіцієнт стискання її відповідно більший. В отворі 3 струмину стиснуто тільки з двох боків, а в отворі 4 тільки з одного боку, бо тут до одного з боків припасовано стінку *cd*, що сягає до вільного рівня води. Відповідно до того, як збільшується коефіцієнт α , збільшуватиметься і коефіцієнт витрати. Позначимо літерою *U* весь периметр отвору, U_1 ту частину його, де струмину не стиснуто; тоді коефіцієнт витрати μ_1 для нецілковиного стискання можна обчислити за такою формулою, складеною на підставі наслідків дослідів Вайсбаха й Відона:

$$\mu_1 = \mu \left(1 + 0,14 \frac{U_1}{U} \right)$$

Тут μ є коефіцієнт витрати того самого отвору, але при умові, що струмину стиснуто цілком.

Розглянемо тепер витікання з отвору, що має площу досить значну, як порівняти її з площею тої стінки (плоскої), в якій міститься отвір.

Тут частки рідини притікають до отвору (рис. 136) траєкторіями з меншою кривиною, ніж тоді, коли площа отвору мала (порівняно з площею стінки); через це й коефіцієнт стискання струмини α , а разом і коефіцієнт витрати μ більші проти малих отворів. Стискання струмини в цьому випадку звуть недосконалим.

Позначимо відношення площі отвору до площі стінки літерою *n*. На підставі дослідів Вайсбаха, коефіцієнт витрати μ_2 отвору з

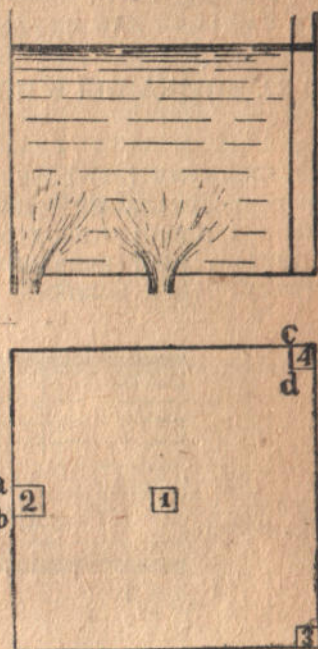


Рис. 135.



Рис. 136.

недосконалим стисканням можна так виразити через коефіцієнт витрати μ того самого отвору з досконалим стисканням струмини:

$$\mu_2 = \mu [1 + a(b^n - 1)]$$

Тут $a = 0,076$ та $b = 9$ для прямокутного отвору і $a = 0,04564$ та $b = 14,82$ для круглого отвору.

§ 32. ВИТІКАННЯ В ПОВІТРЯ З ВЕЛИКИХ ОТВОРІВ У ТОНКИХ СТІНКАХ

Формули (59) і (60) можна застосовувати й до великих отворів у горизонтальних стінках (звичайно в дні), бо й тут напір в усіх точках площі отвору однаковий, а це й була головна умова, на підставі якої виведено згадані формули. Щоб обчислити витрату через великий отвір у похилій (як окремий випадок —

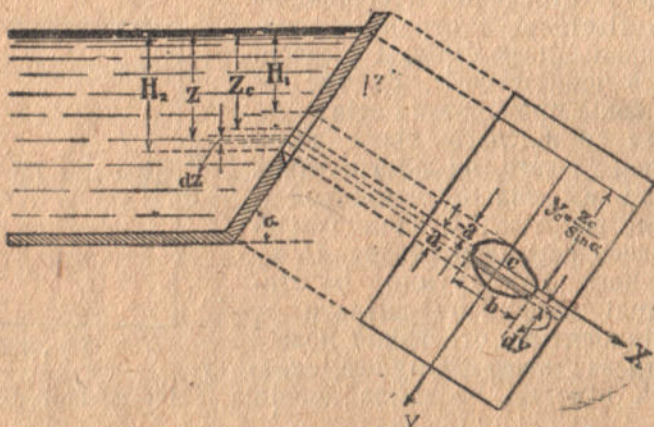


Рис. 137.

у вертикальній) стінці, треба (рис. 137) площу отвору так поділити горизонтальними лініями на малі площі $b dy$, щоб у всіх точках кожної маленької площі напір можна було вважати за однаковий; тоді витрата через одну таку маленьку площу:

$$dQ = \mu b dy \sqrt{2gz}$$

Вважаючи, що коефіцієнт μ для всіх елементарних маленьких площ (отворів) однаковий, можемо витрату через увесь отвір виразити так:

$$Q = \mu \int_{H_1}^{H_2} b dy \sqrt{2gz};$$

алеж $dy = \frac{dz}{\sin \alpha}$; тому

$$Q = \frac{\mu \sqrt{2g}}{\sin \alpha} \int_{H_1}^{H_2} b \sqrt{z} dz \dots \dots \dots (61)$$

Застосуємо це рівняння до одного важливого випадку — прямокутного отвору у вертикальній стінці; пам'ятаючи, що тут кут $\alpha = 90^\circ$, а ширина отвору b стала, відшукаємо:

$$Q = \mu b \sqrt{2g} \int_{H_1}^{H_2} z^{\frac{1}{2}} dz$$

або остаточно

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} \left(H_2^{\frac{3}{2}} - H_1^{\frac{3}{2}} \right) \dots \dots \dots (62)$$

Застосуємо рівняння (61) ще до отвору довільної форми у вертикальній стінці. Для цього насамперед перетворимо його до осей xCy з початком у центрі ваги отвору C ; тут доведеться підставити $z = z_c + y$ і $dz = dy$; після цього маємо:

$$Q = \mu \sqrt{2g} \int_{-a}^{a_1} b \sqrt{z_c + y} dy = \mu \sqrt{2gz_c} \int_{-a}^{a_1} b \left(1 + \frac{y}{z_c} \right)^{\frac{1}{2}} dy$$

Розвинемо вираз $\left(1 + \frac{y}{z_c} \right)^{\frac{1}{2}}$ в *Тейлорів* ряд, залишаючи тільки три члени; тоді:

$$Q = \mu \sqrt{2gz_c} \left(\int_{-a}^{a_1} b dy + \int_{-a}^{a_1} \frac{1}{2z_c} by dy - \int_{-a}^{a_1} \frac{1}{8z_c} by^2 dy \right) = \\ = \mu \sqrt{2gz_c} \left(\int_{-a}^{a_1} b dy + \frac{1}{2z_c} \int_{-a}^{a_1} by dy - \frac{1}{8z_c} \int_{-a}^{a_1} by^2 dy \right)$$

Перший інтеграл є площа отвору F . Другий — статичний момент S_x площі отвору відносно осі x ; $S_x = 0$, бо вісь x за умовою проходить через центр ваги площі отвору. Третій інтеграл є не що інше, як момент інерції I_x площі отвору відносно осі x ; коли замість I_x запровадимо вираз Fr_x^2 , де r_x є радіус інерції площі отвору, то матимемо:

$$Q = \mu \sqrt{2gz_c} F \left(1 - \frac{r_x^2}{8z_c^2} \right) \dots \dots \dots (63)$$

Величина $\frac{r_x^2}{8z_c^2}$ звичайно мала. Ось чому, обчислюючи навіть витрату через великі отвори, можна користуватися з формули: $Q = \mu F \sqrt{2gz_c}$. Невелику помилку, що трапиться тут, можна виправити, відповідно добравши на підставі дослідних даних коефіцієнт витрати μ . Коли швидкість v_0 притікання води до отвору чимала, слід додати до напору z_c (або відповідно до H_1 і H_2) висоту швидкості $h_0 = \frac{v_0^2}{2g}$.

Розв'язуючи будь-яке завдання про великі отвори, треба зважати на умови притікання води до них, бо від цього залежить — чи стискатиметься струмина цілковито й досконало, чи ні, отож і величина коефіцієнта витрати μ .

1. Струмина води витікає з круглого отвору в тонкій стінці (рис. 138) діаметром $d = 15$ мм. Під час досліду виміряно: $H = 0,6$ м, $a = 2$ м, $c = 2,15$ м. За час досліду $T = 300$ сек. води витікло 111 л. На підставі даних досліду обчислити коефіцієнти φ , α , μ .

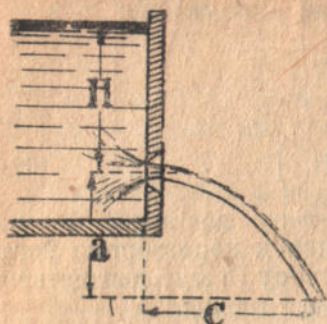


Рис. 138.

Розв'язання. Витрата:

$$Q = \frac{111}{300} = 0,37 \text{ л/сек} = 0,00037 \text{ м}^3/\text{сек}$$

площа отвору:

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = 0,000176 \text{ м}^2$$

$$\mu = \frac{Q}{FV\sqrt{2gH}} \approx 0,61; \quad c = vt; \quad a = \frac{gt^2}{2}$$

Тут t є час, за який частинка проходить путь від отвору до точки c , а v — швидкість витікання з отвору.

$$a = \frac{gc^2}{2v^2}; \quad v = c \sqrt{\frac{g}{2a}} = 2,15 \sqrt{\frac{9,81}{2,2}} = 3,34 \text{ м/сек}$$

$$\varphi = \frac{v}{\sqrt{2gH}} \approx 0,98; \quad \alpha = \frac{\mu}{\varphi} = 0,623$$

2. Вода витікає з отвору $d = 20$ мм в тонкій стінці в дні резервуара. За час досліду $t = 3$ хв. 25 сек. виміряно витрату $Q_t = 160,8$ л. Визначити коефіцієнти α , φ і μ , коли напір $H = 837$ мм над дном резервуара ($H = \text{const}$), а діаметр стиснутої струмини $d_c = 15,9$ мм. Відшукати швидкість v .

Розв'язання.

$$Q = \frac{Q_t}{t} = \frac{0,1608}{205} = 0,0007844 \text{ м}^3/\text{сек}$$

Коефіцієнт стисання струмини:

$$\alpha = \frac{F_c}{F} = \frac{\pi d_c^2}{\pi d^2} = \frac{0,0159^2}{0,020^2} = 0,632$$

З рівняння $Q = \mu F V \sqrt{2gH}$ знайдемо:

$$\mu = \frac{Q}{FV\sqrt{2gH}} = \frac{0,0007844}{0,0003142 \cdot 4,429 \cdot 0,915} = 0,616$$

$$\varphi = \frac{\mu}{\alpha} = \frac{0,616}{0,632} = 0,975$$

$$v = \varphi \sqrt{2gH} = 0,975 \cdot 4,429 \cdot 0,915 = 3,951 \text{ м/сек}$$

3. Кількість води, що вливається до данаїди, витікає через отвір у тонкій стінці $d = 300$ мм при сталому напорі $H = 0,60$ м. Коефіцієнт витрати визначено таруванням отвору $\mu = 0,62$. Визначити витрату.

Розв'язання.

$$Q = \mu F \sqrt{2gH} = \mu \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH} = 0,62 \cdot 0,07069 \cdot 4,429 \cdot 0,7746 = 0,1503 \text{ м}^3/\text{сек} = 150,3 \text{ л/сек}$$

4. Визначити витрату через прямокутний отвір у тонкій стінці при напорі над центром отвору $H = 2,50$ м; розміри отвору $b = a = 200$ мм.

Розв'язання. За дослідями *Понселе і Лебро* (Poncelet і Lesbros) $\mu = 0,601$ при напорі над верхнім краєм отвору від 2,0 м до 3,0 м і розмірах отвору 200×200 мм.

Для даного випадку напір над верхнім краєм:

$$H_1 = H - \frac{a}{2} = 2,50 - 0,10 = 2,40 \text{ м}$$

$$Q = \mu F \sqrt{2gH} = 0,601 \cdot 0,2 \cdot 0,2 \cdot 4,429 \cdot 1,581 = 0,168 \text{ м}^3/\text{сек} = 168 \text{ л/сек}$$

5. Прямокутний отвір у тонкій стінці має розміри (рис. 139): $b = 0,4$ м, $a = 0,2$ м; крім того $H = 2$ м. На скільки треба збільшити висоту отвору, щоб витрата через новий отвір збільшилася вдвоє. $\mu = 0,61$. Визначити також і витрату Q через збільшений отвір.

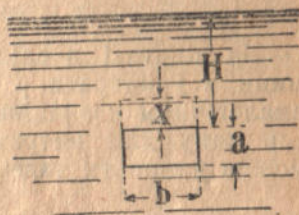


Рис. 139.

Відповідь: $x = 0,215$ м; $Q = 0,63$ м³/сек

§ 33. ВИТІКАННЯ ЧЕРЕЗ ЗАТОПЛЕНІ ОТВОРИ В ТОНКИХ СТІНКАХ

Часто трапляється, що рідина через отвір витікає не в атмосферу, а в іншу посудину з такою самою рідиною.

Вважатимемо, що рівні в обох посудинах A і B (рис. 140) незмінні. Витікаючи, струминка і в цьому випадку стискується. Швидкість у стиснутому перекрої можна визначити, коли застосувати до перекроїв I і II (стиснутий перекрій) якоїсь струминки CD рівняння *Д. Бернуллі*; на опори покищо не зважаємо:

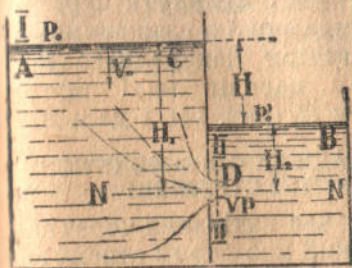


Рис. 140.

$$H_1 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g}$$

Тут p тиск у посудині B на глибині H_2 . Тиск у середині струминки в стиснутому Π перекрої буде такий самий; обчислити його можна за формулою $p = p_0' + H_2 \gamma$; коли підставимо його до рівняння D . Бернуллі, то матимемо:

$$H_1 + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = H_2 + \frac{p_0'}{\gamma} + \frac{v_2}{2g},$$

звідси

$$v = \sqrt{2g \left(H_1 - H_2 + \frac{v_0^2}{2g} + \frac{p_0 - p_0'}{\gamma} \right)};$$

$H_1 - H_2 = H$ є величина, однакова для всіх точок отвору, і через те швидкість у всіх точках отвору не тільки малого, але й кінцевих розмірів теж однакова. Звичайно буває так, що тиск $p_0 = p_0' = 1$ атм., а на швидкість v_0 можна не зважати, бо вона буває мала.

Зважаючи на втрату енергії, треба й тут запровадити коефіцієнт швидкості φ , який приблизно дорівнює цьому самому коефіцієнту при витіканні в повітря. Отож

$$v = \varphi \sqrt{2gH}$$

На підставі дослідних даних, коефіцієнти стискання струмини α і витрати μ при витіканні в рідину теж дорівнюють аналогічним коефіцієнтам для струмини, що витікає в повітря; ось чому для витрати отвору і малого, і кінцевого розмірів можна написати таке:

$$Q = \mu F \sqrt{2gH} \dots \dots \dots (64)$$

Іноколи трапляється, що затоплено тільки частину отвору, тоді витрату для затопленої частини визначають за формулою (64), а для частини незатопленої — за правилом для отворів, з яких вода витікає в повітря.

§ 34. ВИТІКАННЯ ЧЕРЕЗ НАСАДИ

Насадми називатимемо короткі трубочки циліндричної, конічної та інших форм. Витікання через насади можна розглядати, як витікання через отвори в товстих стінках; воно дуже відрізняється від витікання з отворів у тонких стінках. Тому витікання через них треба розглянути окремо. Розглядаючи їх, вважатимемо, що розміри поперечного перекрою насадів малі проти напору H (рис. 141 і дальші).

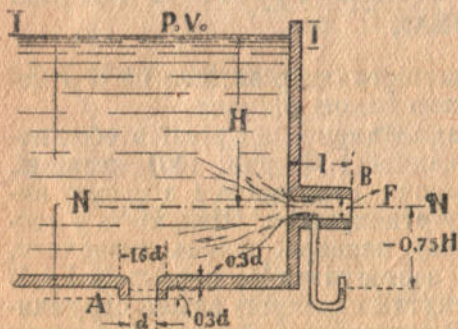


Рис. 141.

а) НАСАДИ ЗА ФОРМОЮ СТИСНУТОЇ СТРУМИНИ

Під час витікання через насад, який має форму стиснутої струмини (A на рис. 141), можна вважати, що коефіцієнт швидкості становить 0,95 — 0,97. Тому що з вихідного перекрою

такого насаду вода витікає без стискання ($\alpha = 1$), коефіцієнт витрати $\mu = \varphi = 0,95 - 0,97$.

Якщо краї насаду добре закруглено, хоч би і не за формою стиснутої струминки, то $\mu = \varphi = 0,95$.

6) НАСАД ВЕНТУРИ

Це циліндричний насад (B на рис. 141). Входячи до нього, струминка стискується (коефіцієнт стискання $\alpha \approx 0,63$); далі вона раптово розширюється й заповнює весь перекрій насад, якщо довжина його l дорівнює приблизно 3—4 діаметрам його d . При меншій довжині насад струминка не може прилигнути до стінок його і заповнити весь перекрій, а витікатиме, як із отвору в тонкій стінці; коли $l > 4d$, то вже почувається опір тертя. Позначимо швидкість у вихідному перекрої v , а швидкість у стиснутому перекрої v_1 , площу вихідного перекрою F , а стиснутого F_1 , манометричний тиск на вільній поверхні і при виході з насад $p_0 = 0$ (атмосферний), а тиск у стиснутому перекрої p_1 . Застосуємо рівняння *Д. Бернуллі* до вільного рівня води в посудині й до вихідного перекрою; складаючи рівняння, зважати- мемо тільки на втрату енергії від раптового розширення стру- минки за теоремою *Борда*:

$$H = \frac{v^2}{2g} + \frac{(v_1 - v)^2}{2g}$$

За рівнянням нерозривності:

$$v_1 F_1 = v F$$

Розв'язуючи обидва рівняння щодо v , відшукаємо:

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \left(\frac{F}{F_1} - 1\right)^2}}$$

Припустивши, що коефіцієнт стискання струминки при вході в насад $\alpha = \frac{F_1}{F} = 0,63$, відшукаємо $v \approx 0,86 \sqrt{2gH}$, тобто коефі- цієнт швидкості $\varphi = 0,86$.

Але з дослідів знаємо, що цей коефіцієнт дещо менший; це через те, що в попередньому виводі не зважали на втрату на тертя. Приблизно можна вважати, що

$$v = 0,82 \sqrt{2gH} \dots \dots \dots (65)$$

Згадавши, що при виході з вихідного перекрою струминка буває нестиснута, витрата насад *Вентури* матиме такий вигляд:

$$Q = 0,82 F \sqrt{2gH} \dots \dots \dots (66)$$

Отож коефіцієнт витрати:

$$\mu = \varphi \approx 0,82$$

Обчислимо ще тиск (манометричний) у стиснутому перекрої, для цього застосуємо до вільного рівня в посудині й до стиснутого перекрою рівняння *Д. Бернуллі*:

$$H = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{\gamma},$$

де p_1 — манометричний тиск.

Звідси

$$\frac{p_1}{\gamma} = H - \frac{v_1^2}{2g},$$

але

$$v_1 = v \frac{F}{F_1} = 0,82 \sqrt{2gH} \cdot \frac{1}{0,63} = 1,3 \sqrt{2gH}$$

Підставивши цю вартість v_1 , матимемо:

$$\frac{p_1}{\gamma} = H - \frac{(1,3 \sqrt{2gH})^2}{2g} = -0,69H$$

Тиск p_1 від'ємний, тобто в стиснутому перекрої вакуум. Із дослідів маємо приблизно $\frac{p_1}{\gamma} = -0,75H$.

Розбіжність між відпуканою попереду вартістю $\frac{p_1}{\gamma}$ і дослідженою сталася через те, що до рівняння *Д. Бернуллі* не запроваджено опорів від вільного рівня до стиснутого перекрою, які становлять приблизно $\xi \frac{v_1^2}{2g} = 0,05 \frac{v_1^2}{2g}$.

Розрідження в стиснутому перекрої можна дослідити за допомогою вакууметра (рис. 141).

Згадавши, що тиск p_1 не може бути менший за -1 атм., отож і висота $\frac{p_1}{\gamma}$ не може стати менша, ніж -10 м (див. примітки

до § 13), виведемо ще з рівняння $\frac{p_1}{\gamma} = -0,75H$, що в насаді *Вентурі* напір H не може бути більший приблизно за 13 м. Інакше бо струминка відірветься від стінок насаду й витікатиме так само, як і з отвору в тонкій стінці.

в) НАСАД БОРДА

Циліндричний насад, спрямований усередину посудини (B на рис. 142), називається насад *Борда*. Цей насад цікавий тим, що коефіцієнт стискання α досягає в ньому мінімальної теоретично можливої вартості $\alpha = 0,5$. Коли довжина насаду не більша за найменший розмір отвору, то струминка витікає вільно, не прилипаючи до стінок (B на рис. 142). Якщо ж довжина його в кілька разів більша, то струминка, перейшовши через стиснутий перекрій, розширюється (A на рис. 142) і заповнює весь перекрій, як у насаді *Вентурі*. Коефіцієнти швидкості й витрати тоді будуть $\varphi = \mu = 0,71$.

г) НАСАДИ КОНІЧНІ

Щодо конічних насадів (*A* на рис. 143.), які звужуються, то в них коефіцієнт витрати залежить від кута конусоватості δ ; максимальної вартості він досягає, коли $\delta \approx 13^\circ$. Наводимо таб-

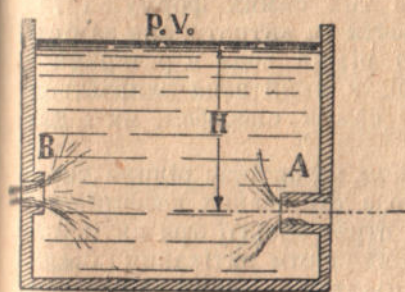


Рис. 142.

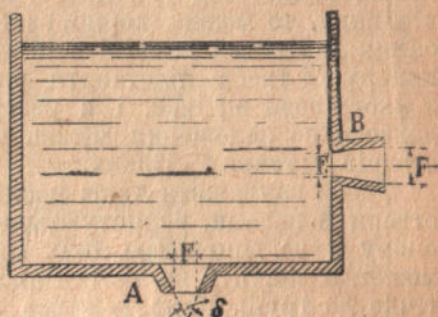


Рис. 143.

лицю коефіцієнтів швидкостей і витрат для різних кутів конусоватості:

δ	1°	5°	10°	13°	16°	20°	30°	45°
φ	0,852	0,92	0,949	0,961	0,969	0,971	0,975	0,981
μ	0,852	0,92	0,987	0,945	0,988	0,922	0,896	0,857

Розглянемо ще конічний насад, який поволі розширюється і при вході окреслений за формою стиснутої струмини (*B* на рис. 143). Позначивши знову швидкість у вихідному перекрої v , а в найвужчому v_1 і пам'ятаючи, що вода заповнить увесь насад, можемо написати:

$$v = \varphi \sqrt{2gH} \dots \dots \dots (a)$$

$$Q = \alpha \varphi F \sqrt{2gH} = \mu F \sqrt{2gH}$$

Із рівняння для витрати не можна робити висновку, що збільшуючи вихідний перекрій F , безконечно збільшуватимемо й витрату. Щоб дослідити це питання, застосуємо рівняння Д. Бернуллі до перекроїв F і F_1 , позначивши через p_1 тиск у перекрої F_1 :

$$\frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} \dots \dots \dots (b)$$

Тут на втрати на тертя не зважаємо, а тиск беремо манометричний. З рівняння нерозривності бачимо, що v_1 більше за v , отож тиск p_1 буде від'ємний; межею для нього (якщо не зважати на тиск водяної пари) буде атмосферний тиск із знаком мінус;

з цієї умови можна визначити найбільшу теоретично можливу площу вихідного перекрою й відповідну до неї витрату. Якщо цю площу збільшувати ще далі, то струминка за перекроєм F_2 відірветься від стінок насаду.

Досліджуючи, як витікає вода через насади, ми припускали, що витікання відбувається в повітря. Якщо ж вода витікатиме в рідину, то можна користуватися з тих самих формул і тих самих вартостей коефіцієнтів швидкості та витрати, але замість напору H треба підставити різницю рівнів води в резервуарі, з якого вода витікає, і в резервуарі, в який вона вливається; довести це положення можна таким самим способом, як і для отворів у тонких стінках.

Треба зауважити таке: досліджуючи, як витікає рідина через отвори й насади, користуються часто з так званих коефіцієнтів опору ξ , за допомогою яких висоту втрат енергії при витіканні можна визначити на частки висоти швидкості витікання (аналогічно до труб). Користуючись коефіцієнтом ξ , можна написати:

$$H = \frac{v^2}{2g} + \xi \frac{v^2}{2g} \quad \text{або} \quad v = \sqrt{\frac{2gH}{1+\xi}}$$

Разом з тим $v = \varphi \sqrt{2gH}$; звідси одержуємо залежність між коефіцієнтом швидкості φ та коефіцієнтом опору ξ для отворів насадів:

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{1+\xi}} \quad \text{або} \quad \xi = \frac{1-\varphi^2}{\varphi^2}$$

ЗАВДАННЯ ДО §§ 33 і 34

1. Два резервуари A і B злучено насадом за формою стиснутої струмини (рис. 144), з площею $F_2 = 0,0012 \text{ м}^2$. Рівень у ре-

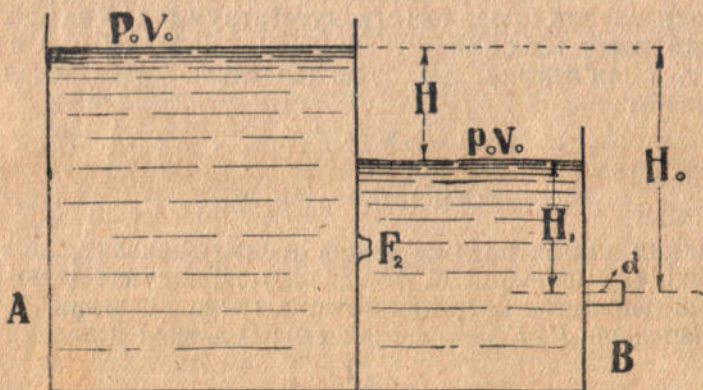


Рис. 144.

зервуарі A незмінний; з резервуара B вода витікає через насад *Вентурі* з $d = 20 \text{ мм}$; $H_0 = 6 \text{ м}$. Визначити різницю рівнів H після того, як рух усталиться.

Розв'язання. Витрата через насад за формою стиснутої струмини:

$$Q_2 = \mu_2 F_2 \sqrt{2gH};$$

тут $\mu_2 = 0,97$.

Витрата через насад *Вентури*:

$$Q_1 = \mu_1 \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH_1};$$

тут $\mu_1 = 0,82$.

Коли рух усталиться, то $Q_2 = Q_1$, або інакше

$$\mu_2 F_2 \sqrt{2gH} = \mu_1 \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gH_1}$$

Підставивши числа та скоротивши на $2g$:

$$0,97 \cdot 0,0012 \sqrt{H} = 0,82 \frac{3,14 \cdot 0,02^2}{4} \sqrt{H_1}$$

Друге рівняння:

$$H + H_1 = H_0 \text{ або } H + H_1 = 6$$

З цих двох рівнянь маємо:

$$H \approx 0,28 \text{ м}; \quad H_1 = 5,72 \text{ м}$$

2. До резервуара (рис. 145) вода вливається трубою *B*, а виливається через насад *Вентури* *A*, так що рівень *aa* незмінний; тиск повітря над водою $p = 0,75$ атм. (манометричний).

а) Визначити швидкість, з якою вода витікає з насаду *Вентури*, та витрату через нього. $H = 2,5$ м.

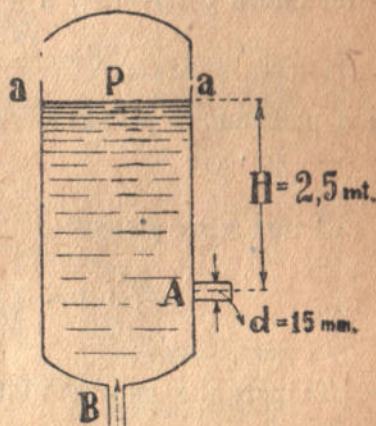


Рис. 145.

Розв'язання.

$$v = \varphi \sqrt{2g \left(H + \frac{p}{\gamma} \right)} = 0,82 \sqrt{2g (2,5 + 7,5)} = 11,5 \text{ м/сек}$$

$$Q \approx 0,002 \text{ м}^3/\text{сек} = 2 \text{ л/сек}$$

б) Як зміниться явище, коли тиск повітря p збільшити до 2 атм. (манометричних)? Визначити тут теж витрату.

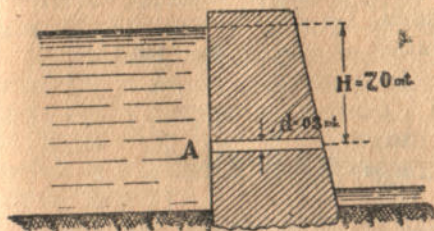


Рис. 146.

3. Коротку трубу *A*, прокладену через греблю (рис. 146), можна розглядати, як насад *Вентури*. Визначити витрату через цю трубу й тиск при вході до неї (в перекрої, де стискується струмина).

Відповідь:

$$Q = 0,68 \text{ м}^3/\text{сек}$$

$$p = -0,75 H = -5,25 \text{ м}$$

4. На кінці труби (рис. 146-а), завдовжки $L = 75$ м і діаметром $D = 75$ мм, припасовано циліндричний насад із закругленим входом діаметром $d = 20$ мм. Коефіцієнт швидкості насаду $\varphi = 0,95$; визначити швидкість витікання з насаду v , висоту підймання струмینی водограю h і витрату води. $H = 18$ м.

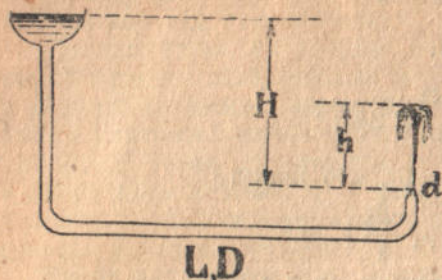


Рис. 146-а.

Розв'язання. Знаючи коефіцієнт швидкості φ , визначимо коефіцієнт опору насаду:

$$\xi = \frac{1 - \varphi^2}{\varphi^2} = \frac{1 - 0,95^2}{0,95^2} = 0,108.$$

Місцеві витрати в трубі малі, тому на них не зважатимемо. Швидкість у трубі v_0 , а в насаді v ; рівняння Д. Бернуллі дає:

$$H = \frac{v^2}{2g} + \xi \frac{v^2}{2g} + \lambda \frac{v_0^2 L}{2g D},$$

а з рівняння нерозривності:

$$\frac{v_0}{v} = \frac{d^2}{D^2}$$

З цих двох рівнянь:

$$v = \sqrt{\frac{2gH}{1 + \xi + \lambda \frac{Ld^4}{D^5}}}$$

Теоретично висота підймання струмینی $h = \frac{v^2}{2g}$, але насправді вона менша: $h \approx 0,8 \frac{v^2}{2g}$.

Витрата через насад: $Q = \frac{\pi d^2}{4} v$.

Опрацювати завдання з числами.

5. До циліндра (рис. 146-б) діаметром $D = 90$ мм втискується толок силою $P = 160$ кг. У толоку в циліндричний отвір діаметром $d = 3$ мм. Визначити швидкість v_0 руху толока, не зважаючи на тертя його в циліндрі та вплив ваги рідини.

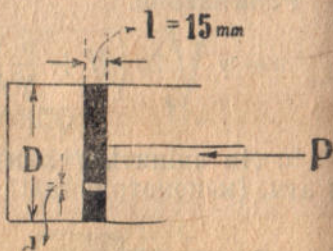


Рис. 146-б.

Розв'язання. Тиск у циліндрі

$$p = \frac{4P}{\pi(D^2 - d^2)} = \frac{4 \cdot 160}{\pi(9^2 - 0,3^2)} = 2,49 \text{ кг/см}^2$$

Висота тиску

$$H = \frac{p}{\gamma} = \frac{24900}{1000} = 24,9 \text{ м}$$

Через отвір вода тут витікає так само, як і через отвір у тонкій стінці (а не через насад *Вентурі* — чом у?); швидкість у стиснутому перекофі:

$$v = \varphi \sqrt{2gH} = 0,97 \sqrt{2g \cdot 24,9} = 21,2 \text{ м/сек}$$

Витрата

$$Q = \alpha \frac{\pi d^2}{4} v = 0,6 \cdot 0,00000707 \cdot 21,2 = 0,00009 \text{ м}^3/\text{сек}$$

Швидкість толока

$$v_0 = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{0,00009}{0,00636} = 0,0141 \text{ м/сек} = 1,41 \text{ см/сек}$$

Увага. З цього завдання можна побачити принцип роботи так званих катарактів, а також компресорів до гармат (у гарматах сила P зменшується під час руху).

Водосил

§ 35. ПЕРЕЛИВИ

Переливом зватимемо виріз у верхній частині стінки (водойми, резервуара тощо), через який переливається вода (рис. 147).

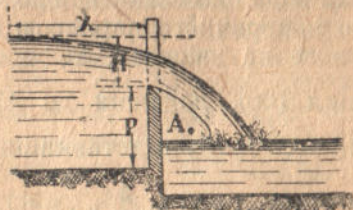
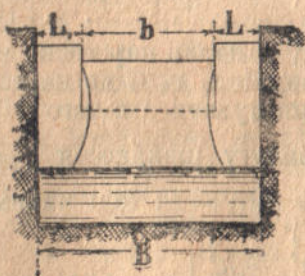


Рис. 147.

від інших отворів він відрізняється тим, що не має верхнього рубя. Переливи бувають прямокутної, трикутної, параболічної, трапезуватої та інших форм, але переважно вживають прямокутні переливи.

Нижній горизонтальний руб прямокутного переливу називатимемо порогом або гребенем.

Поріг може бути з гострим рубом, як на рис. 147, і тоді маємо перелив у тонкій стінці; якщо ж він досить широкий і рідина тече по ньому на певній ділянці паралельними струминами, то маємо перелив у товстій стінці (рис. 150), або інакше перелив з широким порогом.

Крім цих двох, ще буває дуже багато переливів проміжних типів, з надзвичайно різноманітними формами поперечних перекроїв порогу.

Звичайно рівень води за порогом буває нижче порогу переливу; якщо ж рівень води за порогом вище порогу, то маємо затоплений перелив (рис. 155).

а) ПРЯМОКУТНІЙ ПЕРЕЛИВ У ТОНКІЙ СТІНЦІ

В міру наближення до переливу рівень води поволі знижується (рис. 147), бо зростає швидкість; тому напір на переливі H треба виміряти на деякій віддалі від порогу (для малих переливів $x = 1 м$, для великих $x = 2 м$; іноді беруть $x = 3 H$ до $4 H$). Щоб легше було визначати витрати переливу, не зважатимемо на зниження рівня води перед ним; тоді можна буде застосувати до переливу рівняння (62), виведене для прямокутного отвору у вертикальній стінці; треба тільки H_1 дорівняти нулю, а замість H_2 підставити напір на порозі переливу H ; тоді

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3} \mu b H \sqrt{2gH} \dots \dots \dots (67)$$

або, позначивши $\frac{2}{3} \mu$ через m :

$$Q = mb \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}} \dots \dots \dots (67-a)$$

Коефіцієнт m називають коефіцієнтом витрати переливу.

Досить часто добуток $m \sqrt{2g}$ позначають одною літерою M , а формулу для витрати через перелив пишуть так:

$$Q = MbH^{\frac{3}{2}} \dots \dots \dots (67-b)$$

Коли вода наближається до переливу каналом порівняно невеликого поперечного перекрою і на швидкість v_0 її до переливу не можна не зважати, то треба скористуватися з того самого рівняння (60), додавши до H_2 і H_1 висоту швидкості $k = \frac{v_0^2}{2g}$ і після того знову підставивши: $H_1 = 0$ і $H_2 = H$; тоді матимемо:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} [(H+k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}}]$$

Це формула *Вайсбаха*.

Дуже часто на величину $k^{\frac{3}{2}}$ порівняно з $(H+k)^{\frac{3}{2}}$ можна не зважати. Тоді дістанемо таку формулу для витрати:

$$Q = \frac{2}{3} \mu b \sqrt{2g} (H+k)^{\frac{3}{2}} \dots \dots \dots (67-c)$$

або

$$Q = mb \sqrt{2g} (H+k)^{\frac{3}{2}}$$

Це формула *Дюбуа* (Dubuat).

Проте, дуже часто на швидкість підходу v_0 зважають, збільшуючи коефіцієнт m у формулі (67-а) і не додаючи вже тоді до напору H висоти швидкості $\frac{v_0}{2g}$. Коефіцієнт $m = \frac{2}{3} \mu$ залежить від відношення $\frac{b}{B}$, від напору й від відношення його до висоти стінки p (рис. 147). Якщо $b = B$, то тоді бічного сти-

скання струмнини не буде; коли $H \leq 0,7 \text{ м}^*$, то коефіцієнт m можна обчислювати за *Базеном*:

$$m = \left(0,405 + \frac{0,003}{H} \right) \left[1 + 0,55 \frac{H^2}{(H+p)^2} \right],$$

а коли $H < 0,3 \text{ м}$, то за його ж спрощеною формулою:

$$m = 0,425 + 0,212 \frac{H^2}{(H+p)^2}$$

У *Базенових* формулах швидкість підходу враховано в самому коефіцієнті m .

Базенів співробітник інж. *Хеглі* (Hégly) дещо змінив *Базенову* формулу й пристосував її до переливів з бічним стисканням струмнини; за *Хеглі* маємо:

$$m = \left(0,405 + 0,030 \frac{B-b}{B} + \frac{0,0027}{H} \right) \left[1 + 0,55 \frac{b^2 H^2}{B^2 (H+p)^2} \right]$$

За *Френсісом* (Francis) коефіцієнт m можна обчислити для переливів з бічним стисканням струмнини і без нього, при $b > 2H$, $p > 2H$ і $0,15 < H < 0,6 \text{ м}$, за такою формулою:

$$m = 0,418 \left(1 - \alpha \frac{H}{b} \right),$$

де $\alpha = 0$ для переливу без бічного стискання, $\alpha = 0,2$ при стисканні з обох боків ($B > b + 4H$), $\alpha = 0,1$ — при стисканні тільки з одного боку. Користуючись із *Френсісової* формули, висоту швидкості треба додавати до напору H переливу.

Як наведені, так і інші формули, що за ними можна обчислювати коефіцієнт m для переливів без бічного стискання, вживають тоді, коли вода переливається через поріг вільною струминою, тобто тільки при умові, що повітря вільно допливає в простір A_0 під струминою (влаштовано, наприклад, отвір у бічних стінках каналу для переливу без бічного стискання). Інакше вода захоплює з собою повітря з простору A_0 і там утворюється розрідження; через це швидкість води, що переливається через поріг, збільшується, а разом збільшується й коефіцієнт m ; він дуже коливається, коли збільшувати напір H ; струмину при цьому атмосферний тиск наближає або й зовсім притискує до стінки переливу**.

З прямокутних переливів у тонкій стінці з бічним стисканням струмнини і без нього часто користуються, щоб виміряти витрати води в річках та каналах, а також у лабораторіях.

б) ТРИКУТНИЙ ПЕРЕЛИВ У ТОНКІЙ СТІНЦІ ТОМСОНА (THOMSON)

Коли треба виміряти невеликі кількості води, прямокутні переливи незручні, бо важко точно виміряти малий напір H . Тут зручніше користуватися з трикутного переливу. Він

* За новішими дослідями навіть коли $H \leq 1,5 \text{ м}$.

** Емпіричних даних про коефіцієнт m для таких випадків, а також і про форми струмнини тут не даємо, бо ці відомості не мають великого значення для практичних обчислень; докладно це питання вивчав *Базен* (див. *Б. А. Базенетес* — Гидравлика. Ч. II. Петербург, 1913).

цікавий ще й тому, що для нього коефіцієнт витрати m не залежить від величини H (рис. 148). Формулу витрати для цього випадку



Рис. 148.

легко одержати з формули (61); підставивши ще числову wartość коефіцієнта μ , одержимо:

$$Q = 0,316 \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} \sqrt{2g} H^{\frac{5}{2}} \dots \dots \dots (68)$$

Якщо $\varphi = 90^\circ$, то матимемо:

$$Q = 1,40 H^{\frac{5}{2}} \dots \dots \dots (68-a)$$

в) ПЕРЕЛИВ ЧІПОЛЕТІ (В ТОНКІЙ СТІНЦІ)

У прямокутних переливах з бічним стисканням ($B > b$ — рис. 147) стискання струмини то більше впливає на коефіцієнт витрати переливу, що більше відношення $\frac{H}{b}$. Це виразно видно хоча б з Френсісової формули для m .

Чіполеті (Cipolletti) запропонував замість прямокутного брати трапезуватий перелив (рис. 149), збільшуючи ширину його вгору так, щоб це компенсувало стискання струмини. Тоді у формулі переливу

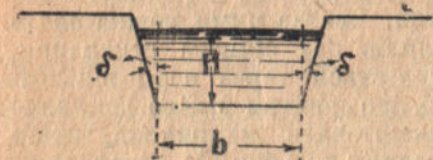


Рис. 149.

$Q = mb \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}$ величина m буде стала. Її можна обчислити для прямокутного переливу без

бічного стискання хоча б за Базеном. Деякі теоретичні міркування, а головне досліди показали, що в переливі Чіполеті кут δ треба брати такий, щоб

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{4}$$

Щоб витрату через перелив Чіполеті можна було обчислити так, як це тільки но сказано, треба додержувати таких умов:

1. $0,10 b < H < 0,33 b$;
2. перед переливом має бути угамівний резервуар таких розмірів, щоб вода наближалася до переливу без помітних швидкостей;
3. стискання струмини має бути досконале.

Інші умови ті самі, що й для прямокутного переливу в тонкій стінці.

* Докладніше див. А. Н. Gibson — Hydraulics and its applications. London, 1925.

г) ПЕРЕЛИВ З ШИРОКИМ ПОРОГОМ

Перелив у товстій стінці (рис. 150) характеризується тим, що над порогом, який становить горизонтальну площу, вода тече паралельними струминками. Через це треба додержувати умови: $\delta \geq 2H$.

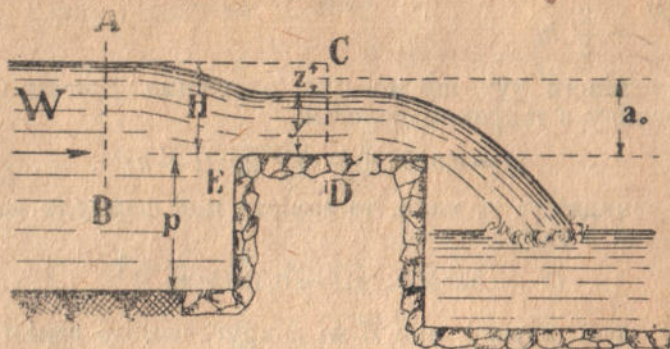


Рис. 150.

Рівень води над порогом стає нижчий за рівень води в каналі або в резервуарі W перед переливом на величину z , що її треба визначити. Можна припустити, що в перекрої AB і CD швидкості v_0 та v залишаються сталі для всіх струминок. Зваживши на те, що ці швидкості паралельні в цих перекроях, можна застосувати до струминки, що проходить через точки A і C , рівняння D . *Бернуллі*:

$$z + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v^2}{2g};$$

звідси

$$v = \sqrt{2g \left(z + \frac{v_0^2}{2g} \right)}$$

або позначивши $\frac{v_0^2}{2g}$ через k :

$$v = \sqrt{2g(z + k)}$$

Насправді швидкість v буде менша, бо не зважили на опори на порозі. Знову запроваджуючи коефіцієнт швидкості, одержимо:

$$v = \varphi \sqrt{2g(z + k)}$$

Позначивши ширину (перпендикулярно до площі рисунка) переливу літерою b , відшукаємо площу перекрою CD :

$$F = b(H - z)$$

Витрату переливу тепер можна визначити в функції z :

$$Q = \varphi b (H - z) \sqrt{2g(z + k)} \dots \dots \dots (a)$$

За постулятом *Белянже* величина z набуде такої вартости, при якій через перелив за одиницю часу протікає максимальна

кількість води, тобто при якій вираз (а) для витрати буде максимум. Легко переконатися, що максимальна вартість витрати така:

$$Q = \frac{2}{3\sqrt{3}} \varphi b (H+k) \sqrt{2g(H+k)} = 0,385 \varphi (H+k) \sqrt{2g(H+k)}$$

при $z = \frac{H}{3} - \frac{2}{3} k$.

Припустивши тут, що $\varphi = 0,91$, одержимо *Бресову* формулу для переливу з широким порогом:

$$Q = 0,35b (H+k) \sqrt{2g(H+k)} \dots \dots \dots (69)$$

Коли швидкість v_0 мала, то замість цієї формули можна користуватися з такої:

$$Q = 0,35bH \sqrt{2gH} = 0,35b \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}} \dots \dots \dots (69-a)$$

Якщо край порогу при E не закруглено, то замість коефіцієнта 0,35 треба брати 0,32 або й ще менше.

Природніше основне рівняння теорії переливу з широким порогом виводити під кутом зору „властивої енергії перекрою“.

Завдання тут краще поставити так: із резервуара W за секунду має перелитися через одиницю ширини переливу q м³; треба визначити висоту H над порогом, яка встановиться в резервуарі W . Покищо вважатимемо так: резервуар такий великий, що на швидкість у ньому можна не зважати; так само не зважатимемо покищо на втрати енергії на переливі.

Властива енергія перекрою над порогом $\mathcal{E} = y + \frac{v^2}{2g}$; алеж ця енергія, очевидно, має дорівнювати висоті H . З теоретичної механіки знаємо, що система матеріальних точок може бути в стані стійкої рівноваги тоді, коли потенціальна енергія її мінімум*. Застосовуючи цю теорему до рівноваги води в резервуарі W , робимо висновок, що H має встановитися якнайменше, але це означає, що й питома енергія перекрою над переливом буде мінімум. З цієї умови вже легко відшукати товщину шару води над порогом, взявши похідну від \mathcal{E} по y та дорівнявши її нулю; попереду вираз $y + \frac{v^2}{2g}$ трохи перетворимо, підставивши до нього знову замість v частку $\frac{q}{y}$:

$$\mathcal{E} = y + \frac{q^2}{2gy^2}$$

Тоді

$$\frac{d\mathcal{E}}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} = 0; \quad y = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

* Потенціальна енергія кожного кілограма рідини в резервуарі дорівнює сумі енергій положення й тиску, а сума ця дорівнює H (над порогом).

Звідси бачимо, що на переливі встановиться критична глибина t_k . Підставимо до виразу для \mathcal{E} критичну глибину:

$$\mathcal{E}_{\min} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} + \frac{q^2}{2g \sqrt[3]{\frac{q^4}{g^2}}} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \frac{3}{2} t_k;$$

алеж \mathcal{E}_{\min} якраз і дорівнює H , тому

$$z = H - t_k = \frac{1}{2} t_k = \frac{1}{3} H, \text{ а } y = \frac{2}{3} H,$$

звідси

$$\sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \frac{2}{3} H,$$

або

$$q^2 = \frac{8}{27} g H^3, \text{ а } q = \frac{2}{3\sqrt{3}} \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}$$

Якщо ширина переливу b , то витрата через нього:

$$Q = \frac{2}{3\sqrt{3}} b \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}$$

Коли зважити ще на втрати енергії на порозі переливу, то одержимо ту саму *Бресову* формулу (66-а). Фактично критична глибина, а разом з нею й мінімальна питома енергія перекрою \mathcal{E}_{\min} , можуть встановитися тільки в кінці переливу, як про це говорили вже в § 30; при вході ж на перелив питома енергія перекрою має бути більша за \mathcal{E}_{\min} на висоту втрат на переливі. Звідси робимо висновок, що й H буде більше за $\frac{3}{2} t_k$ на ту саму висоту втрат.

Якщо на швидкість v_0 в резервуарі треба зважати, то, звичайно, її висоту k треба додати до H^* .

д) ПЕРЕЛИВИ ПРАКТИЧНИХ ПРОФІЛІВ

Крім переливів у тонких і товстих стінках, що ми їх тільки не розглянули, на практиці вживають ще переливи проміжних типів з різноманітними формами поперечних перекроїв стінок і оголовків. Один з таких профілів подано на рис. 151. Витрату через ці переливи обчислюють за формулою:

$$Q = mb \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}$$

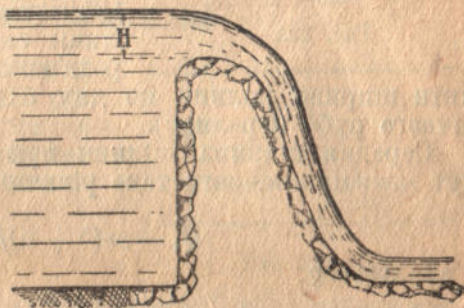


Рис. 151.

* Наведену теорію переливу можна застосовувати у всіх випадках, крім одного — коли сума $\frac{3}{2} t_k + p$ менша (на втрати енергії не вважаємо) за питому енергію перекрою \mathcal{E}_0 рівномірного руху.

Обчислюючи, як і попередю, можна брати для криволінійних плавких профілів $m = 0,45$, а для неплавких (трапезуватих, прямокутних тощо) $m = 0,40$. Точніші вартості m для кожної форми переливу можна брати з дослідних даних у довідниках*, а коли їх для добраної форми нема, то визначати дослідами в лабораторії над моделями споруд.

е) ЩІЛИННІ ПЕРЕЛИВИ

Якщо на спокійній водоточі маємо в певному місці перепад (рис. 110), то перед ним утворюється крива спадання, тобто глибина коло перепаду зменшується, а швидкість зростає. У гідротехніці іноді ставлять вимогу, щоб рух до самого перепаду був рівномірний, і то не тільки при певному заповненні каналу, а навіть при різних заповненнях (звичайно, в заданих межах). Щоб

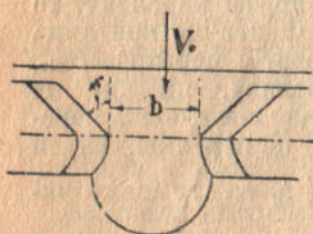
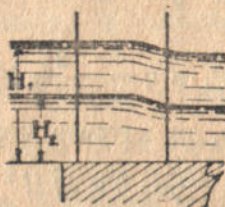
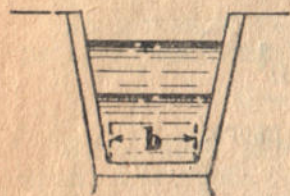


Рис. 152.

досягти цього, користуються з так званого щілинного переливу. Це виріз трапезуватої форми у водонідірній стінці на перепаді (рис. 152). Нехай двом витратам Q_1 і Q_2 відповідають у каналі заповнення t_{01} і t_{02} і поставлено вимогу, щоб перед переливом глибини H_1 і H_2 дорівнювали відповідно t_{01} і t_{02} . Обмежимося випадком, коли виріз щілини сягає аж до дна каналу. Щоб розв'язати це питання, треба визна-

чити ширину щілини по дну b і котангенс n (кута δ нахилу бічного рубу переливу).

Середня ширина щілини при напорі H_1 дорівнює $b + nH_1$; тут можемо написати таке рівняння:

$$Q_1 = m(b + nH_1) \sqrt{2g} H_1^{\frac{3}{2}}$$

і аналогічно:

$$Q_2 = m(b + nH_2) \sqrt{2g} H_2^{\frac{3}{2}}$$

З цих двох рівнянь можна визначити b і n , якщо інші величини відомі. Щоб урахувати нерівномірний розподіл швидкостей у щілині тощо, у написаних рівняннях замість nH беруть $0,8 nH$; тоді

$$n = \frac{C_1 - C_2}{0,8(H_1 - H_2)}, \quad \text{а} \quad b = \frac{C_2 H_1 - C_1 H_2}{H_1 - H_2}$$

* Докладні відомості про коефіцієнти витрати переливів практичних профілів можна знайти в книжці проф. Павловського - Гидравлический справочник.

$$\text{Тут } C_1 = \frac{Q_1}{m\sqrt{2g}H_1^{\frac{3}{2}}}, \quad C_2 = \frac{Q_2}{m\sqrt{2g}H_2^{\frac{3}{2}}}$$

Для коефіцієнта витрати m можна брати за *Рейдом* (Індія) 0,47 для переливів на подільних іригаційних каналах і 0,52 — на головних каналах. *Гарвей* для глибоких щілин ($H=0,9-2,7$ м) дає для m вартості 0,57 — 0,60. Їх можна брати тільки для незагнаних переливів з такою формою, як подано на рис. 152*; у цих переливах бічні стінки закруглено в площі отвору та зрізано під кутом 45° до верхнього б'єфа і під кутом 22° — до нижнього. Дно щілини має виступ уб'єк нижнього б'єфа, окреслений дугою кола. Цей виступ примушує струмину розподілятися по більшій довжині; від того вона стає тонша, а тому легше боротися з шкідливим впливом її в нижньому б'єфі. Основну вимогу, що її ставлять до щілинного переливу, він задовольняє досить точно тільки для таких глибин H_1 та H_2 , що для них обчислено b та n ; для інших H щілинний перелив розв'язує завдання тільки приблизно. Тому, щоб як слід розв'язати питання і для проміжних заповнень, часто b і n обчислюють не для найбільшого й найменшого з поданих заповнень H_1 і H_2 , а для:

$$H_1' = H_c - \frac{1}{4}(H_c - H_n)$$

$$H_2' = H_n + \frac{1}{4}(H_c - H_n)$$

Тут H_c і H_n відповідно найвищий і найнижчий рівні води. Якщо швидкість води v_0 в каналі значна, то до H_1 та H_2 треба додавати її висоту k .

ж) КОСИЙ ТА БІЧНИЙ ПЕРЕЛИВ

Переливну стінку доводиться іноді ставити не перпендикулярно до осі водотоки, а під якимось кутом α (рис. 153). Витрату через такий перелив можна обчислити за такою формулою:

$$Q = \delta mb \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}$$

Тут m беруть, як і для звичайних ($\alpha = 90^\circ$) переливів, а коефіцієнт δ з такої таблички:

α°	0	15	30	45	60	90
δ	0,80	0,86	0,91	0,94	0,96	1

Цей коефіцієнт δ залежить не тільки від кута, а й від ширини каналу, як це довів своїми дослідженнями *Айхель* (Aichel).

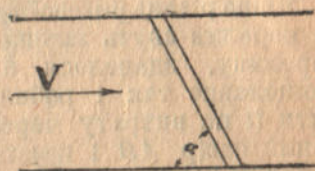


Рис. 153.

* Таку форму винайшли в Пенджабі (Індія) для іригаційних каналів.

Якщо кут α дорівнює нулю, то матимемо бічний перелив (рис. 154); його досліджував проф. Х. *Енгельс* (H. Engels) у Дрезденській гідротехнічній лабораторії. Коли стінку переливу добре закруглено, то на підставі *Енгельсових* дослідів витрати через нього можна обчислити за такою формулою:



$$Q = 2,5 \sqrt[3]{b^{2,5} H^5}$$

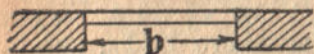


Рис. 154.

Тут особливу увагу треба звернути на визначення величини H . Нехай витрата в каналі за переливом Q і їй відповідає певна глибина рівномірного руху t_{02} , що її легко обчислити; якщо висота стінки переливу p , то $H = t_{02} - p$.

Енгельсову формулу можна перетворити так:

$$Q = 2,5 \sqrt[3]{b^{2,5} H^5} = 2 \cdot 1,25 \left(\frac{H}{b} \right)^{\frac{1}{6}} b H^{\frac{3}{2}}$$

Коефіцієнт M (формула 67-б) для переливу практичного профілю з добре закругленим оголовком дорівнює:

$$M = m \sqrt{2g} = 0,45 \sqrt{2g} \approx 2$$

Порівнявши з нормальним переливом, бачимо, що для бічного переливу *Енгельс* дає для коефіцієнта δ вираз $1,25 \left(\frac{H}{b} \right)^{\frac{1}{6}}$. Треба зауважити, що для косих і бічних переливів досі ще не маємо задовільної теорії.

з) ЗАТОПЛЕНІ ПЕРЕЛИВИ

Якщо рівень низової води вищий від порогу переливу (рис. 155), то перелив звуть затоплений. Щоб визначити витрату такого переливу, здавалося б можна (нещодавно так і робили) поділити її на витрату через затоплений отвір AB і незатоплений перелив BC . Витрата через затоплений отвір, якщо зважено на висоту швидкості підходу $k = \frac{v_0^2}{2g}$:

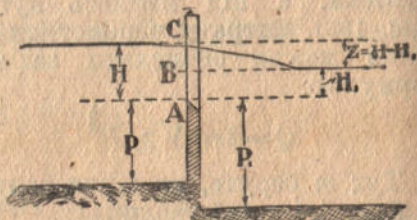


Рис. 155.

$$Q_1 = \mu_1 b H_1 \sqrt{2g} (z + k)^{\frac{1}{2}}$$

Витрата через незатоплений перелив за *Дюбуа*:

$$Q_2 = \frac{2}{3} \mu_2 b \sqrt{2g} (z + k)^{\frac{3}{2}}$$

Вся витрата через затоплений перелив за *Дюбуа* буде така:

$$Q = Q_1 + Q_2 = b \sqrt{2g} \left[\mu_1 H_1 (z + k)^{\frac{1}{2}} + \frac{2}{3} \mu_2 (z + k)^{\frac{3}{2}} \right];$$

за *Вайсбахом*:

$$Q = b\sqrt{2g} \left\{ \mu_1 H_1 (z+k)^{\frac{3}{2}} + \frac{2}{3} \mu_2 \left[(z+k)^{\frac{3}{2}} - k^{\frac{3}{2}} \right] \right\}$$

Якщо v_0 мале, то на величину k не зважаємо; припускаємо, крім того, що $\mu_1 = \mu_2 = \mu$; тоді виведені формули матимуть вигляд:

$$Q = \mu b \sqrt{2gz} \left(H_1 + \frac{2}{3} z \right) \dots \dots \dots (70)$$

У цих формулах можна брати $\mu_1 = \mu_2 = \mu = 0,60$, хоча досить часто, пристосовуючи їх до загат, беруть і більші вартості. З формул *Дрюбоа* та *Вайсбаха* користуються не тільки для затоплених переливів у тонкій стінці, а й для переливів практичних профілів; алеж, зважаючи на деяку невизначеність коефіцієнтів μ_1 та μ_2 , вони дають непевні наслідки. Доцільніше було б розглядати витрату через один тільки затоплений отвір *AB*; тоді одержимо формулу *Марі*:

$$Q = \mu b H_1 \sqrt{2g(z+k)} \dots \dots \dots (71)$$

Пристосовуючи цю формулу до переливів різних профілів, можна припускати, що в ній $\mu = 0,80$. Формулу *Марі* можна вживати, якщо перепад z значно менший за H .

Базен на підставі своїх дослідів пропонує для затоплених переливів у тонкій стінці користуватися тою самою формулою, що й для незатоплених, а вплив затоплення урахувувати окремим „коефіцієнтом затоплення“:

$$\sigma_n = 1,05 \left(1 + 0,2 \frac{H_1}{p_1} \right) \sqrt[3]{\frac{z}{H}}$$

Тоді

$$Q = \sigma_n m b \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}$$

Коефіцієнт m обчислюємо так само, як і для незатопленого переливу. *Базенів* спосіб треба визнати за найточніший.

Проф. *Базметев* рекомендує ту саму *Базенову* формулу для затоплених переливів практичних плавких профілів, припускаючи, що $m = 0,45$, а $\sigma_n = \left(1 + 0,2 \frac{H_1}{p_1} \right) \sqrt[3]{\frac{z}{H}}$; але тут краще брати σ_n з такої таблички, складеної на підставі американських дослідів:

$\frac{H_1}{H}$	σ_n	$\frac{H_1}{H}$	σ_n	$\frac{H_1}{H}$	σ_n
0	1	0,4	0,956	0,8	0,778
0,1	0,991	0,5	0,937	0,9	0,621
0,2	0,981	0,6	0,907	1,0	0,000
0,3	0,970	0,7	0,856		

Коли відношення $\frac{z}{p} > 0,75$ (приблизно)*, то струмина за переливом утворює стрібок (рис. 156), як це показали *Базенові* досліді.

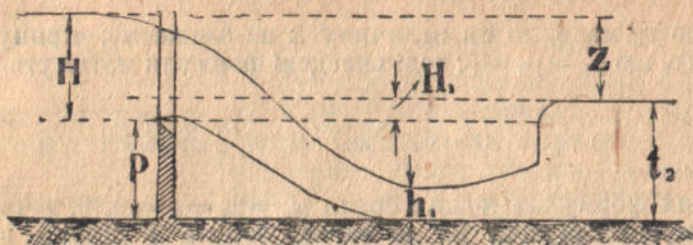


Рис. 156.

Тоді до переливів у тонких стінках і переливів практичних профілів треба застосовувати ті самі формули, що й до незатоплених, хоч $t_2 > p$.

Інакше доводиться підходити до затоплених переливів з широким порогом. Коли перелив затоплено на величину a_0 (рис. 157),

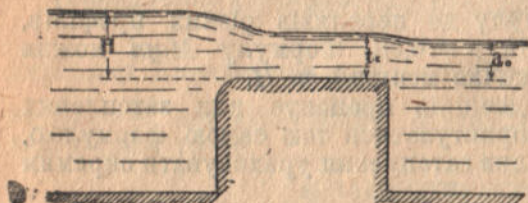


Рис. 157.

що менша за критичну глибину на переливі, то затоплення не впливає на паралельний рух води на самому переливі; ось чому тут можна користуватися з формули для незатопленого переливу з широким порогом. Коли ж $a_0 > t_k$, то над порогом переливу вже матимемо приблизно гли-

бину a_0 , а не t_k ; тому витрату переливу для такого затоплення треба обчислювати за формулою:

$$Q = \varphi b a_0 \sqrt{2g(H + k - a_0)}, \dots \dots \dots (72)$$

що її легко одержати з формули (а) цього самого параграфу.

і) ЗАГАЛЬНЕ ЗАУВАЖЕННЯ ДО ТЕОРІЇ ПЕРЕЛИВІВ

Форми переливів, вживаних на практиці, надзвичайно різноманітні, зокрема переливів практичних профілів. Дослідний матеріал, який маємо в літературі щодо витрати через переливи, великий, але неупорядкований. Проф. *Павловський* зробив дуже вдалу спробу систематизувати цей матеріал; він запропонував для переливів таку загальну формулу:

$$Q = m_r \sigma_r \sigma_H \sigma_n b c \sqrt{2gH^{\frac{3}{2}}}$$

* Докладніше це питання розглянемо в теорії перенадів.

Тут:

σ_f — коефіцієнт форми, де зважено на вплив форми переливу на витрату;

σ_H — коефіцієнт повноти напору, де зважено на вплив відносної висоти рівня води над порогом;

σ_n — коефіцієнт затоплення;

m_r — зведений коефіцієнт витрати (коли $\sigma_f = \sigma_H = \sigma_n = 1$);

b_c — ширина стиснутої струмини (рис. 158); її можна обчислити за такою формулою: $b_c = b - 0,1nH$.

Тут n число окремих стискань струмини з боків.

Детальний розгляд цього питання виходить за межі нашого курсу (див. проф. Павловський — Гидравлический справочник. 1924).

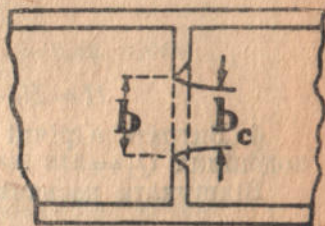


Рис. 158.

ЗАВДАННЯ ДО § 35

1. Визначити ширину b переливу практичного профілю (рис. 151), через який має протікати $Q = 10 \text{ м}^3/\text{сек}$; напір на порозі не повинен перевищувати $H = 0,4 \text{ м}$.

Розв'язання. $Q = mb\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}}$; підставивши сюди $m = 0,45$ і решту даних, матимемо:

$$b = \frac{10}{0,45 \cdot 0,4 \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,4}} \approx 19,83 \text{ м}$$

2. Визначити витрату через перелив (рис. 147) з бічним стисканням струмини; розміри його: $H = 0,5 \text{ м}$, $p = 1,1 \text{ м}$, $b = 1,5 \text{ м}$ і $B = 4 \text{ м}$.

Розв'язання. Скористуємося з Френсісової формули:

$$m = 0,418 \left(1 - \alpha \frac{H}{b} \right);$$

тут це можна зробити, бо $b > 2H$, $H < 0,8 \text{ м}$, $p > 2H$, $B > b + 4H$;

$$m = 0,418 \left(1 - 0,2 \frac{0,5}{1,5} \right) \approx 0,39$$

$$Q = mb\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}} = 0,39 \cdot 1,5 \cdot 4,43 \cdot 0,5^{\frac{3}{2}} \approx 0,92 \text{ м}^3/\text{сек}$$

3. Зважаючи на швидкість підходу, визначити потрібний напір над порогом переливу практичного профілю, якщо він завширшки $b = 80,0 \text{ м}$, а $Q = 209,30 \text{ м}^3/\text{сек}$. Площа поперечного перекрою річки до позначки порогу переливу $F_p = 150 \text{ м}^2$; $m = 0,45$.

Розв'язання. З рівняння $Q = mb\sqrt{2g}(H+k)^{\frac{3}{2}}$ знайдемо:

$$(H+k)^{\frac{3}{2}} = H_0^{\frac{3}{2}} = \frac{Q}{mb\sqrt{2g}} = \frac{209,30}{0,45 \cdot 80,4 \cdot 4,429} = 1,313 \text{ м}^{\frac{3}{2}},$$

звідки $H_0 = 1,20 \text{ м}$.

$$v_0 = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{F_p + bH_0} = \frac{209,30}{150 + 80 \cdot 1,20} = 0,851 \text{ м/сек}$$

$$k = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{0,851^2}{2g} = 0,037 \text{ м}$$

$$H = H_0 - k = 1,20 - 0,037 = 1,163 \text{ м}$$

Через те, що висота напору над порогом переливу зменшиться, то коштом швидкості підходу зменшиться й перекий, а разом зміниться v_0 до v_0' .

$$v_0' = \frac{Q}{F_1} = \frac{Q}{F_p + bH} = \frac{209,30}{150 + 1,163 \cdot 80} = 0,861 \text{ м/сек}$$

$$k' = \frac{v_0'^2}{2g} = 0,038 \text{ м}$$

$$H = H_0 - k' = 1,20 - 0,038 = 1,162 \text{ м}$$

4. Витрата в річці під час поводи $Q_n = 248 \text{ м}^3/\text{сек}$ і під час водопілля $Q = 346 \text{ м}^3/\text{сек}$.

Відшукати позначку порогу переливу (рис. 159) практичного профілю, якщо він завширшки $b = 75 \text{ м}$; під час водопілля вода не повинна підійматися перед загатою вище позначки 7,40 м (\blacktriangle ПРВ $\leq 7,40 \text{ м}$), а під час поводи вище позначки 6,80 м (\blacktriangledown ПРП $\leq 6,80 \text{ м}$).

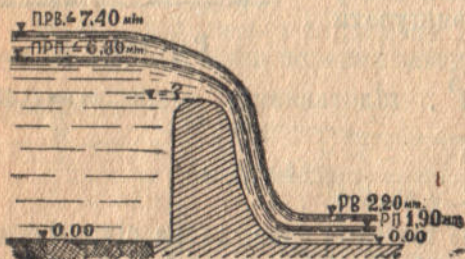


Рис. 159.

Позначки рівнів у низовому б'єфі під час водопілля 2,20 м і під час поводи 1,90 м. Позначка дна річки 0,00 м. $m = 0,45$.

Розв'язання. Висоту переливного шару води під час поводи визначимо з рівняння:

$$H_n^{\frac{3}{2}} = \frac{Q_n}{mb\sqrt{2g}} = \frac{248}{0,45 \cdot 75 \cdot 4,429} = 1,659 \text{ м}^{\frac{3}{2}}$$

звідки $H_n = 1,40 \text{ м}$.

Висота переливного шару води під час водопілля:

$$H_0^{\frac{3}{2}} = \frac{Q_0}{mb\sqrt{2g}} = \frac{346}{0,45 \cdot 75 \cdot 4,429} = 2,315 \text{ м}^{\frac{3}{2}}; H_0 = 1,75 \text{ м}$$

Підпертий рівень поводи не перевищуватиме позначки 6,80 м, якщо позначка порогу дорівнюватиме: ПРП — $H_n = 6,80 - 1,40 = 5,40 \text{ м}$. Щоб підпертий рівень водопілля не перевищував позначки 7,40 м, позначка порогу має бути: ПРВ — $H_0 = 7,40 - 1,75 = 5,65 \text{ м}$. З двох позначок (5,40 м і 5,65 м) треба взяти меншу, а саме 5,40 м; тоді рівень води біля загати у водопілля підійматиметься лише до позначки $5,40 + 1,75 = 7,15 \text{ м}$. Як бачимо, перелив у всіх випадках залишається незатоплений.

5. Обчислити витрату через затоплений перелив (рис. 155) без бічного стискання; розміри переливу: $H = 0,7 \text{ м}$, $H_1 = 0,5 \text{ м}$, $p_1 = 1 \text{ м}$, $p = 0,8 \text{ м}$, $b = 7 \text{ м}$.

Розв'язання. За *Базеном*:

$$Q = c_n m b \sqrt{2gH^3}$$

$$c_n = 1,05 \left(1 + 0,2 \frac{H_1}{p_1} \right) \sqrt[3]{\frac{z}{H}} = 1,05 \left(1 + 0,2 \frac{0,5}{1} \right) \sqrt[3]{\frac{0,2}{0,7}} = 0,79$$

$$m = \left(0,405 + \frac{0,003}{H} \right) \left[1 + 0,55 \frac{H^2}{(H+p)^2} \right] \approx 0,46$$

$$Q = 0,79 \cdot 0,46 \cdot 7 \cdot 0,7^{\frac{3}{2}} \cdot 4,43 \approx 6,6 \text{ м}^3/\text{сек}$$

Швидкість підходу води до переливу:

$$v_0 = \frac{Q}{b(H+p)} = \frac{6,6}{7(0,7+0,8)} = 0,63 \text{ м/сек}$$

За *Мари*:

$$Q = \mu b H_1 \sqrt{2g(z+k)}; \mu = 0,8; k = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{0,63^2}{2 \cdot 9,81} = 0,02 \text{ м}$$

$$Q = 0,8 \cdot 7 \cdot 0,5 \sqrt{2 \cdot 9,81(0,2+0,02)} = 5,82 \text{ м}^3/\text{сек}$$

6. Відшукати розміри щільного перепаду (рис. 152) на каналі трапезуватого поперечного перекрою, завширшки в дні 6 м, при споховинах 1: $m = 1:1,5$ і спаді $I_0 = 0,0008$; мінімальна витрата $Q_m = Q_2 = 6,20 \text{ м}^3/\text{сек}$, а максимальна $Q_\sigma = Q_1 = 16,20 \text{ м}^3/\text{сек}$; коефіцієнт шерехатости $n = 0,025$.

Розв'язання. Способом добору відшукуємо побутові глибини: t_m для $Q_m = 6,20 \text{ м}^3/\text{сек}$ і t_σ для $Q_\sigma = 16,20 \text{ м}^3/\text{сек}$.

t	b	F	U	R	\sqrt{R}	C	v	Q
0,90	6,0	6,615	9,245	0,716	0,846	37,4	0,792	5,24
1,00	6,0	7,50	9,606	0,781	0,884	38,1	0,825	6,19
1,50	6,0	12,375	11,409	1,085	1,042	40,3	1,029	12,73
1,70	6,0	14,535	12,130	1,198	1,095	41,5	1,113	16,18

C визначено за *Форггаймером*.

Остаточоно: $t_m = 1,0 \text{ м}$, $t_\sigma = 1,70 \text{ м}$.

Щоб не було кривої спадання вище споруди, напір $H_2 = H_m$ при Q_m і $H_1 = H_\sigma$ при Q_σ має відповідно дорівнювати t_m і t_σ .

Споховини відшукуємо з рівняння:

$$n = \frac{C_\sigma - C_m}{0,8(H_\sigma - H_m)} \dots \dots \dots (A)$$

Тут:

$$C_\sigma = \frac{Q_\sigma}{m\sqrt{2g(H_\sigma + k_1)}^{\frac{2}{3}}} = \frac{16,20}{0,47 \cdot 4,429 \left(1,70 + \frac{1,113^2}{19,62} \right)^{\frac{2}{3}}} = 3,293$$

$$C_m = \frac{Q_m}{m\sqrt{2g(H_m + k_2)}^{\frac{2}{3}}} = \frac{6,20}{0,47 \cdot 4,429 \left(1 + \frac{0,825^2}{19,62} \right)^{\frac{2}{3}}} = 2,829$$

Коефіцієнт витрати $m = 0,47$ взято за Рейдом. Підставивши до рівняння (А), відшукуємо $\operatorname{ctg} \delta$ (кута нахилу бічного рубя):

$$n = \frac{3,293 - 2,829}{0,8(1,70 - 1,0)} = 0,8275$$

Ширина в дні:

$$b = \frac{C_b H_m - C_m H}{H_m - H_b} = \frac{3,293 \cdot 1,0 - 2,829 \cdot 1,70}{1,0 - 1,70} = 2,167 \text{ м}$$

Обчислити b і n для $H_2' = H_m + \frac{1}{4}(H_b - H_m)$ та $H_1' = H_b - \frac{1}{4}(H_b - H_m)$

7. Визначити ширину b переливу для греблі на нижньому Дніпрі, якщо $m \approx 0,45$, максимальна витрата $Q_{\max} = 20000 \text{ м}^3/\text{сек}$, відповідна позначка найвищого підпертого рівня верхнього б'єфу $15,70 \text{ м}$, а найвищого горизонту нижнього б'єфу $13,70 \text{ м}$; позначка порогу переливу $9,70 \text{ м}$, а дна перед ним $2,50 \text{ м}$. (Див.: „Нижний Днепр. Рабочая гипотеза“. Москва, 1931).

Розв'язання. Перелив затоплений, і це легко перевірити.

$$Q_{\max} = \sigma_n m \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}; \quad b = \frac{Q_{\max}}{\sigma_n m \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}}}$$

Тут σ_n коефіцієнт затоплення. За способом американських інженерів для даного випадку

$$\sigma_n = 0,876 \left(\text{відносно затоплення } \frac{13,70 - 9,70}{15,70 - 9,70} = 0,67 \right)$$

$$H = 15,70 - 9,70 = 6 \text{ м}$$

$$b = \frac{20000}{0,876 \cdot 0,45 \cdot 4,43 \cdot 6} \approx 776 \text{ м}$$

$$0,876 \cdot 0,45 \cdot 4,43 \cdot 6$$

Зваживши на швидкість підходу, можна було б ще трохи уточнити обчислення.

§ 36. ВИТІКАННЯ РІДИНИ З ОТВОРІВ ПРИ ЗМІННОМУ НАПОРІ ТА ПІД ЗМІННИЙ РІВЕНЬ

У всіх попередніх питаннях, які стосувалися витікання з отворів, ми припускали, що рівень води в посудині не змінюється, тобто ми розглядали рух усталений. Цей рух буває тоді, коли в посудину додають стільки води, скільки її витікає. Якщо води в посудину не доливають, або доливають менше чи більше, ніж її витікає, то рівень її знижуватиметься або підійматиметься (рис. 160); водночас зменшуватиметься або зростатиме напір і швидкість в отворі. Відшукаємо час t , потрібний для того, щоб вільна поверхня спустилася з якогось початкового положення $A_1 B_1$ до положення $A_2 B_2$, коли за одиницю часу в посудину надходить кількість води q (взагалі нестала), а витікає рідина через отвір з площею F_0 в атмосферу; тиск на поверхні води в посудині теж атмосферний. Розглянемо якийсь момент,

коли рівень води на висоті z над отвором, а площа вільної поверхні в посудині F_z . Звичайно, площа F_z дуже велика порівняно до площі F_0 і тому на швидкість води в посудині можна не зважати. При таких умовах можна вважати, що на протязі безконечно малого інтервалу часу dt швидкість буде $v = \varphi \sqrt{2gz}$, а витрата за цей самий інтервал часу $dQ = \mu F_0 \sqrt{2gz} dt$.

Через те, що за час dt до посудини надходить об'єм води $q dt$, то зменшення об'єму води в посудині за елемент часу можна визначити так: $\mu F_0 \sqrt{2gz} dt - q dt$. Інакше це зменшення можна визначити ще так: $-F_z dz$ (подано на рис. 160).

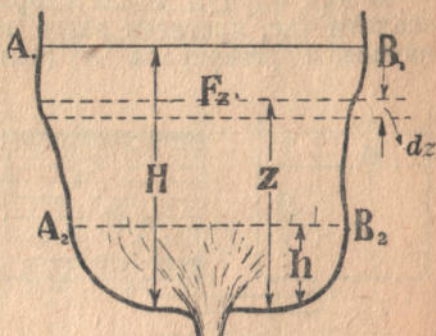


Рис. 160.

Порівнявши між собою ці вирази, дістанемо:

$$(\mu F_0 \sqrt{2gz} - q) dt = -F_z dz$$

або

$$dt = \frac{F_z dz}{q - \mu F_0 \sqrt{2gz}}$$

Підставивши сюди F_z у вигляді функції z , а q — у вигляді функції t (а іноді й z), матимемо диференціальне рівняння, що з нього можна скористуватися, визначаючи час, потрібний для того, щоб z змінилося в заданих межах. Застосуємо це рівняння до окремого випадку — спорожнення призматичної посудини, в яку зовсім не притікає вода; тоді $F_z = F = \text{const}$, а $q = 0$ і диференціальне рівняння можна переписати так:

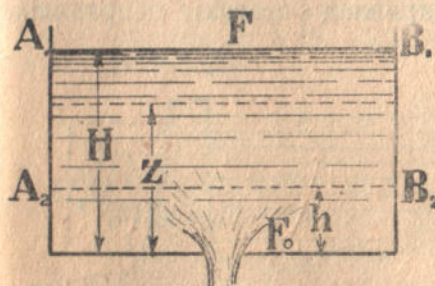


Рис. 161.

$$dt = - \frac{F dz}{\mu F_0 \sqrt{2gz}}$$

Час t , потрібний на те, щоб вільна поверхня знизилася від рівня $A_1 B_1$ до рівня $A_2 B_2$ (рис. 161), визначаємо так:

$$t = - \int_H^h \frac{F dz}{\mu F_0 \sqrt{2gz}} = - \frac{F}{\mu F_0 \sqrt{2g}} \int_H^h z^{-\frac{1}{2}} dz$$

або

$$t = \frac{2F}{\mu F_0 \sqrt{2g}} (\sqrt{H} - \sqrt{h}) \dots \dots \dots (73)$$

Щоб посудина цілком спорожнїлася, потрібний час:

$$T = \frac{2F\sqrt{H}}{\mu F_0 \sqrt{2g}} \dots \dots \dots (73-a)$$

Із цих формул можна скористуватися й тоді, коли треба визначити час, протягом якого посудина *A* (рис. 162) може наповнитися з резервуара *B* (положення дзеркала в резервуарі *B* не змінюється); але насамперед треба було б визначити коефіцієнт витрати μ для системи посудин *A* і *B* та труби, що їх злучає.

Коли б напір *H* (рис. 161) був сталий, то з посудини *A* витекло б за 1 сек.:

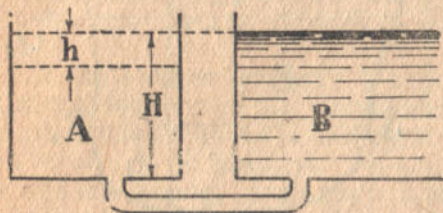


Рис. 162.

$$Q = \mu F_0 \sqrt{2gH};$$

об'єм води FH , що вміщується в посудині, витік би при цій умові за час:

$$T_0 = \frac{FH}{\mu F_0 \sqrt{2gH}} = \frac{F\sqrt{H}}{\mu F_0 \sqrt{2g}}$$

З цієї формули видно, що час *T* спорожнення або наповнення призматичної посудини вдвоє більший за час витікання T_0 тієї самої кількості води при сталому початковому напорі.

Іноді буває, що треба обчислити час, за який може спорожнитися та чи та водойма (наприклад ставок) неправильної форми (рис. 163).

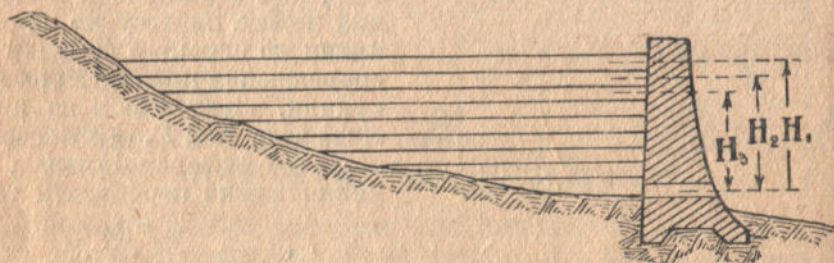


Рис. 163.

Це можна зробити так: поділяємо водойму горизонтальними площами на тонкі верстви й визначаємо площі цих перекроїв, а далі й об'єм кожної верстви Q_1, Q_2, Q_3 і т. д. Хай площа отвору *A* буде F_0 , коефіцієнт витрати його μ , а середні напори для кожної верстви відповідно $H_1, H_2, H_3 \dots$ Тоді час витікання якоїсь верстви:

$$t_n \approx \frac{Q_n}{\mu F_0 \sqrt{2gH_n}}$$

А час, за який водойма цілком спорожниться:

$$T = \frac{1}{\rho F_0 \sqrt{2g}} \sum \frac{Q_n}{\sqrt{H_n}}$$

Розглянемо ще випадок, коли вода витікає не тільки при змінному напорі, а й під змінний рівень; припустимо, що обидві посудини призматичні. Хай на початку різниця рівнів у посу-

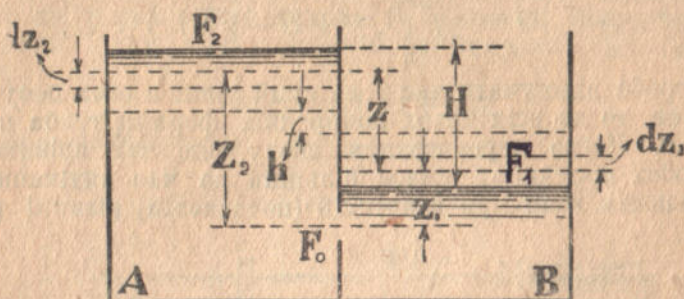


Рис. 164.

динах H (рис. 164). Визначимо час, потрібний на те, щоб різниця ця зменшилася до h .

Візьмемо якийсь момент, коли різниця рівнів буде z ; швидкість в отворі саме на цей момент $v = \varphi \sqrt{2gz}$, а витрата за безконечно малий інтервал часу dt :

$$dQ = \rho F_0 \sqrt{2gz} dt$$

Інакше цю витрату можна визначити ще так: $dQ = F_1 dz_1$, або $dQ = -F_2 dz_2$; але $dz = dz_2 - dz_1$; виключивши з останніх рівнянь dz_1 і dz_2 , дістанемо:

$$dQ = -\frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2} dz$$

Порівнявши між собою ці два вирази для dQ , одержимо рівняння, з якого можна визначити dt :

$$\rho F_0 \sqrt{2gz} dt = -\frac{F_1 F_2}{F_1 + F_2} dz;$$

звідси

$$dt = -\frac{F_1 F_2}{\rho F_0 (F_1 + F_2) \sqrt{2g}} \frac{dz}{\sqrt{z}}$$

Проінтегрувавши ліву частину цього рівняння в межах $z = H$ до $z = h$, визначимо час t , протягом якого різниця рівнів зменшується від вартості H до h :

$$t = \frac{2F_1 F_2}{\rho F_0 (F_1 + F_2) \sqrt{2g}} (\sqrt{H} - \sqrt{h}) \dots \dots (74)$$

Якщо посудина A безконечно велика проти B ($F_2 = \infty$), то попередня формула набуває такого вигляду:

$$t = \frac{2F_1}{\mu F_0 \sqrt{2g}} (\sqrt{H} - \sqrt{h}) \dots \dots \dots (74-a)$$

Якщо навпаки посудина B безконечно велика проти A , то

$$t = \frac{2F_2}{\mu F_0 \sqrt{2g}} (\sqrt{H} - \sqrt{h}) \dots \dots \dots (74-b)$$

Коли треба відшукати час T , за який рівні в обох посудинах зрівняються, то до всіх трьох попередніх формул треба підставити $h=0$. Легко переконатися знову, що час зрівнювання рівнів у обох посудинах удвоє більший за час витікання тієї самої кількості води при незмінній (початковій) різниці рівнів.

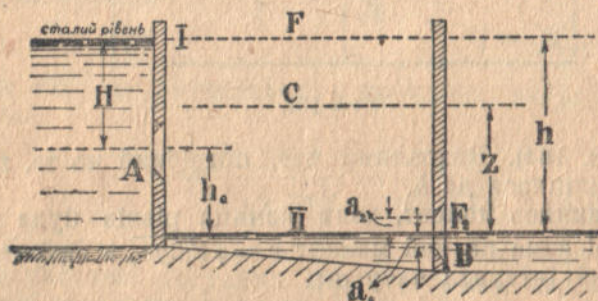


Рис. 165.

За допомогою формул цього параграфу розв'язують, між іншим, задачі щодо спорожнення й наповнення шлюзових камер (C на рис. 165).

Щоб перевести судно з верхнього плеса в нижнє, треба закрити отвір B і відкрити отвір A . Коли рівень у камері C дійде положення I , то відкривають ворота в стінці, де міститься отвір A , і судно заводять до камери; після того закривають ці ворота й отвір A , а відкривають отвір B . Рівень води в камері, а разом і судно, спускаються до рівня II ; після того через ворота в стінці, де міститься отвір B , випускають судно в нижнє плесо. Коли треба перевести судно з нижнього плеса у верхнє, то всі операції треба виконати зворотним порядком. Коли різниця рівнів h дуже велика, тоді будують багатокамерні шлюзи, і судна поступово проходять з одної камери до другої, підіймаючись або спускаючись.

Замість отворів у воротах шлюзових камер часто роблять короткі труби в стінках чи дні камери. Способи обчислення від цього не змінюються, тільки треба буде спочатку обчислити для труби коефіцієнт витрати μ .

Розглянемо ще витікання з водойми при змінному рівні через перелив.

Змінну висоту води в водоймі над порогом переливу позначимо через z . Тоді за безконечно малий час через перелив переливатиметься стільки води:

$$dQ = mb \sqrt{2g} z^{\frac{3}{2}} dt$$

Тут ми розглянемо тільки прямокутній перелив. За час dt рівень води знизиться на $-dz$; якщо площу дзеркала води у водоймі в цей момент позначимо F , а кількість води, що надходить до неї в цей самий момент за одиницю часу, через q , то об'єм води, який виливається через перелив, можна подати ще так:

$$dQ = -F dz + q dt$$

Тепер можемо написати:

$$mb \sqrt{2g} z^{\frac{3}{2}} dt = -F dz + q dt,$$

звідси

$$dt = - \frac{F dz}{mb \sqrt{2g} z^{\frac{3}{2}} - q} \dots \dots \dots (75)$$

Інтегрувати це рівняння в загальному випадку, коли F і q залежать від z та t , дуже важко; тут обмежимося найпростішим випадком: $F = \text{const}$ і $q = 0$. Коефіцієнт витрати m теж залежить від z , але, щоб легше було обчислювати, припустимо, що й $m = \text{const}$. Тоді

$$dt = - \frac{F dz}{mb \sqrt{2g} z^{\frac{3}{2}}}$$

і час, за який дзеркало води у водоймі знизиться з рівня $z = H$ до рівня порогу переливу:

$$T = - \frac{F}{mb \sqrt{2g}} \int_H^0 z^{-\frac{3}{2}} dz = \frac{2F}{mb \sqrt{2g}} \left(\frac{1}{0} - \frac{1}{\sqrt{H}} \right) = \infty$$

Виявляється, що для такого зниження потрібний безконечно довгий час. Фактично ж за певний час вода перестане витікати через перелив, хоча рівень її буде на кілька міліметрів вищий від гребеня переливу. Цю верству води вище порогу в стані рівноваги підтримують сили капілярності; через це рівень води не може знизитися до порогу переливу (ми тут говоримо тільки про витікання через перелив, а не про випаровування води тощо).

Отож, щоб визначити час витікання через перелив, треба верхню межу в інтегралі взяти не $z = 0$, а $z = h$, де h якась мала велчина, наприклад 0,005 м.

ЗАВДАННЯ ДО § 36

1. Обчислити час, потрібний на те, щоб виповнити шлюзову камеру C до рівня I (рис. 165). Отвір B під час виповнення камери, звичайно, закрито.

Розв'язання. Задачу спрощуємо таким способом: вважаємо, що доки рівень досягне середини отвору A , маємо витікання через увесь отвір в атмосферу; після того вважаємо, що доки рівень води в камері досягне рівня I , матимемо витікання при сталому напорі H під змінний рівень.

На перший період витрачається час:

$$t_1 = \frac{Fh_0}{\mu F_0 \sqrt{2gH}}$$

На другий період:

$$t_2 = \frac{2FH}{\mu F_0 \sqrt{2gH}}$$

Всього витрачається часу:

$$T = t_1 + t_2 = \frac{F(h_0 + 2H)}{\mu F_0 \sqrt{2gH}}$$

2. Припустивши, що камеру C (рис. 165) виповнено водою до рівня I і отвір A закрито, обчислити час, потрібний на спорожнення камери через отвір B до рівня II .

Розв'язання. Через нижню частину отвору, з площею $a_1 b$, вода витікає при змінному напорі під сталий рівень (тут b — ширина прямокутного отвору B). Через верхню частину отвору, з площею $a_2 b$, вода спочатку витікає, як через звичайний прямокутний отвір, а під кінець — як через перелив (на висоті b_2); щоб спростити задачу, вважатимемо, що через площу $a_2 b$ весь час вода витікає, як через звичайний отвір при змінному напорі $z = \frac{a_2}{2}$. Коли б напір був сталий, то об'єм Fh витік би за час:

$$t_1 = \frac{Fh}{\mu b a_1 \sqrt{2gh} + \mu b a_2 \sqrt{h - \frac{a_2}{2}}}$$

Але ж напір змінний, через це час спорожнення буде вдвоє більший:

$$T_1 = \frac{2Fh}{\mu b \sqrt{2g} \left[a_1 h^{\frac{1}{2}} + a_2 \left(h - \frac{a_2}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}$$

§ 37. ПЕРЕПАДИ ТА ВИТІКАННЯ З-ПІД ЩИТА; ФОРМИ СУПРЯГАННЯ ПОВЕРХОНЬ ВОДИ В НИЖНЬОМУ Б'ЄФІ

У гідротехніці багато важать форми супрягання поверхонь води, коли в двох близьких один до одного перекроях вільна поверхня потоку має різне висотне положення. Назвемо різницю рівнів вище споруди i за нею через z . З гідралічного погляду це власне й буде перепад. Різниця рівнів може створитися:

І коли збудувати греблю, при чому вода може переливатися:

а) вільно через гребінь загати (рис. 166),

б) через гребінь загати з-під щита (рис. 171);

II наслідком різкого зламу подовжнього профілю дна водотоку у вигляді приступки (рис. 172);

III витікання з отвору з-під щита (рис. 173), що його можна вважати, до деякої міри, за випадок I-b, якщо поріг переливу збудовано на рівні дна водотоку (канала). Розглянемо форму супрягання поверхонь води для кожного з наведених випадків, обмеживши дослідження прямокутними широкими перекроями однакової ширини як у верхньому, так і в нижньому б'єфах. Розглядаючи ці явища, користуватимемося з поняття властивої енергії перекрою.

Випадок I-a. Різниця б'єфів утворилася через те, що річку перегачено і вода вільно переливається через гребінь загати

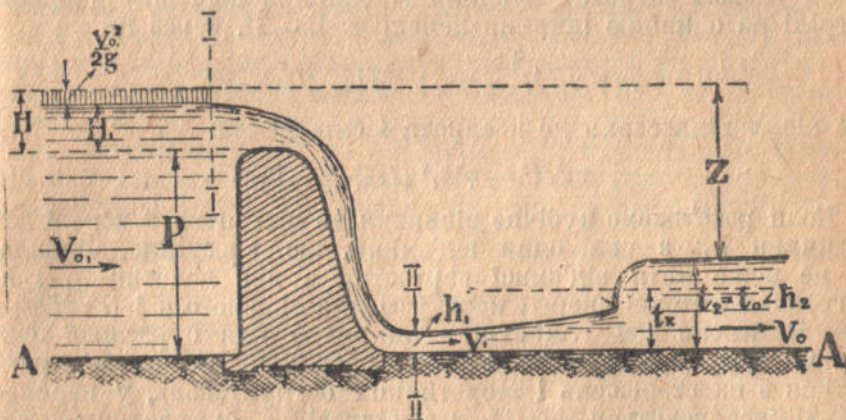


Рис. 166.

(рис. 166). Питома енергія для перекрою I—I вище загати відносно площі дна A—A:

$$\mathcal{E} = H_1 + p + \frac{v_{01}^2}{2g} = H_1 + k + p = H + p, \dots (a)$$

де H_1 — напір над порогом переливу, v_{01} — швидкість підходу і $H = H_1 + \frac{v_{01}^2}{2g} = H_1 + k$ — напір, виправлений на швидкість підходу. Коли v_{01} — дуже мала величина, що на II висоту можна не зважати, то $H = H_1$.

Витрата на 1 м ширини порогу переливу:

$$q = \frac{Q}{b} = \frac{mb\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}}}{b} = m\sqrt{2g}H^{\frac{3}{2}} \dots (b)$$

При переході від перекрою I—I до II—II змінюється лише напрям струмини і нема раптового розширення, а тому нема й великих втрат енергії. Отже питома енергія перекрою II—II:

$$\mathcal{E}_1 = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \approx \mathcal{E} = H + p,$$

звідки

$$v_1 = \sqrt{2g(H + p - h_1)};$$

а що практично деяка втрата енергії є, то швидкість дещо менша за теоретичну; це зменшення враховуємо коефіцієнтом швидкості φ і остаточно вираз для швидкості подамо так:

$$v_1 = \varphi \sqrt{2g(H + p - h_1)} \dots \dots \dots (c)$$

Витрата на одиницю ширини в перекрої П—П:

$$q_1 = h_1 v_1 = \varphi h_1 \sqrt{2g(H + p - h_1)} \dots \dots \dots (d)$$

За умовою витрата на одиницю ширини переливу дорівнює витраті на одиницю ширини перекрою П—П, через це

$$m \sqrt{2g} H^{\frac{3}{2}} = \varphi h_1 \sqrt{2g(H + p - h_1)}$$

або після піднесення до квадрата і спрощення:

$$m^2 H^3 = \varphi^2 h_1^2 (H + p - h_1) \dots \dots \dots (e)$$

Коли розв'яжемо кубічне рівняння, то дістанемо 3 корені для величини h_1 ; з них один від'ємний, що, зрозуміло, відповідає (h_1 не може мати від'ємної вартості), а два додатні: h_1 і h_2 . З графіка питомої енергії перекрою для заданого q і $\mathcal{E} = H + p$ теж матимемо дві глибини; з них одна для бурхливої течії, а саме $h_1 < t_k$, а друга $h_2 > t_k$ для спокійної. Як можна переко-нати з спостережень і теоретичних обґрунтовань, у перекрої П—П встановиться $h_1 < t_k$, що відповідає бурхливому стану водотоки.

Справді, через те, що збудовано греблю й рівень води підви-щився, властива енергія перекрою збільшилася: $\mathcal{E} > \mathcal{E}_0$, де \mathcal{E}_0 —нормальна питома енергія перекрою водотоки:

$$\mathcal{E}_0 = t_2 + \frac{v_0^2}{2g}$$

Тому що водотока має тенденцію текти з властивою їй енер-гією \mathcal{E}_0 , то зайвину її вона мусить витратити відразу ж за спорудою. При бурхливій течії втрати енергії більші, аніж при спокійній; ось чому за спорудою спокійна взагалі водотока (рис. 166) на короткій ділянці перейде до стану бурхливої течії й витратить енергію $\mathcal{E} - \mathcal{E}_0$; через це в перекрої П—П вста-новиться глибина h_1 , що відповідає за графіком $\mathcal{E}t$ (рис. 133) лівій його частині, де $t < t_k$.

У бурхливій водотоці ($I_0 > I_k$) більшій енергії відповідає менша глибина; тим то в перекрої (рис. 168) П—П, для якого $\mathcal{E} > \mathcal{E}_0$, встановиться глибина h_1 , менша проти нормальної для даної водотоки; а що при меншій глибині швидкість більша, а з нею й втрати енергії, то й бурхлива водотока витратить зайвину енергії.

Перекрій, що в ньому встановиться глибина h_1 , називають стиснутим.

На практиці, визначаючи глибину стиснутого перекрою, здебільшого користуються не графіком \mathcal{E} , бо тоді б довелося його будувати для кожного q , а графічним розв'язанням рівняння (е).

Перетворимо його, запровадивши позначення: $\frac{H}{p} = x, \frac{h_1}{p} = y$.

Поділивши обидві частини рівняння (е) на p^3 , дістанемо:

$$m^2 x^3 = \varphi y^2 (x + 1 - y) \dots \dots \dots (i)$$

Коли величини H і p задано (запроектовано), то легко визначити x ; з рівняння (i) бачимо, що y є функція від x : $y = f(x)$, при чому величина y залежить не тільки від змінної x , а й від сталих m і φ , що для кожного випадку мають свої вартості.

На графіку III подано розв'язання рівняння (i) для різних вартостей m і φ , що здебільшого трапляються на практиці. На графіку на осі абсцис відкладено величини x , а на осі ординат (праворуч) y . За заданим x відшукаємо точку, де перетинається перпендикуляр до осі абсцис із кривою для заданих m і φ (нижня громада кривих, що їх позначено пунктиром) і, спроектуювши точку перетину на вісь ординат праворуч, обчислюємо вартість y . З рівняння $\frac{h_1}{p} = y$ відшукуємо $h_1 = yp$.

Треба зауважити, що на початку координат криві залежності y від x дуже пологі і обчислення не дуже точні. Через це визначене h_1 треба перевірити, підставивши до рівняння (е).

Розглянемо тепер, який може бути профіль вільного рівня води вниз від стиснутого перекрою. Досліджуватимемо покищо тільки ті випадки, де за спорудою дно водотоки з прямим спадом ($I_0 > 0$).

Спокійна водотока. У спокійній водотоці глибина в стиснутому перекрої $h_1 < t_k < t_2$, де t_2 — нормальна глибина даної водотоки. На дільниці за стиснутим перекрозом при бурхливій течії втрачається більше енергії, аніж при спокійній. Наслідком цього від стиснутого перекрою глибина зростає, а крива вільного рівня буде кривою підпору в III зоні для спокійної водотоки; коли ж змінна глибина t наближається до t_k , то постають умови для утворення стрибка.

Глибину h_2 , взаємну в стрибку з глибиною в стиснутому перекрої h_1 , відшукуємо з рівняння (57-b):

$$h_2 = -\frac{h_1}{2} + \sqrt{\frac{h_1^2}{4} + \frac{2t_k^3}{h_1}} \dots \dots \dots (k)$$

Між глибинами h_2 і t_2 можуть бути такі співвідношення:

1) $t_2 > h_2$. Енергії в стиснутому перекрої не вистачить, щоб підтримати нормальну побутову глибину t_2 . Через це стрибок затопиться відразу біля споруди, як показано на рис. 167. У нижньому б'єфі буде лише вир; це, власне, найбажаніша форма супрягання б'єфів.

2) $h_2 > t_2$, тобто взаємна глибина до h_1 є більша проти побутової t_2 . Водотока має тенденцію текти з побутовою глибиною,

для чого потрібне зменшення енергії стиснутого перекрою до певної величини \mathcal{E}_0' , якій відповідатиме глибина t_1' , взаємна до t_2 . З графіка $\mathcal{E}t$ видно, що $t_1' > h_1$; отож стрибок утвориться там, де змінна глибина t зростає до t_1' . Як уже згадували, на ділянці між h_1 і t_1' утвориться крива підпору в III зоні для спокійної водотоки.

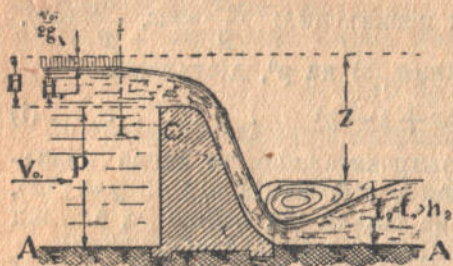


Рис. 167.

тут стрибок утворитися не може. Крива вільного рівня між перекроями з глибинами h_1 і t_2 буде кривою підпору в III зоні для бурхливої водотоки (рис. 168).

Під час проєктування споруд найбільше практичне значення має випадок 2 форми супрягання б'єфів на спокійних водото-

Бурхлива водотока. Для бурхливої водотоки матимемо співвідношення глибин $t_k > t_2 > h_1$. Глибина від стиснутого перекрою, зростаючи через витрачання енергії, наближається до побутової і не переходить через t_k ; ось чому

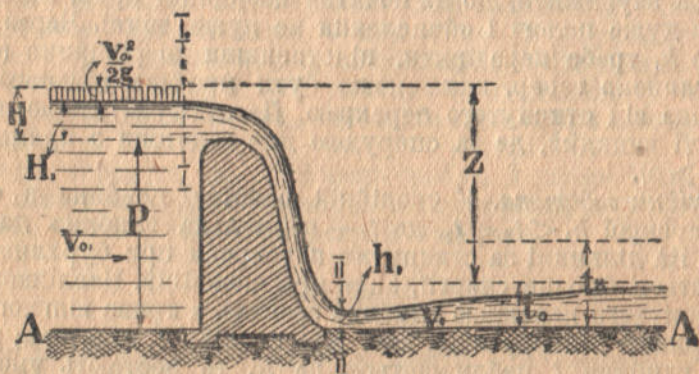


Рис. 168.

ках, бо він є найнебезпечніший (великі швидкості на ділянці від стиснутого перекрою до стрибка, що часом бувають на чималій довжині, можуть розмити дно й підмити споруду). Порівняно менш небезпечне супрягання б'єфів за формою, поданою на рис. 168 (у бурхливих водотоках дно міцніше і його не так легко розмити).

Щоб перейти в спокійних водотоках від форми супрягання б'єфів за типом 2 до типу 1, як найбажанішого, треба збільшити глибину в нижньому б'єфі до величини $t_2' > h_2$. Зробити це можна так: або заглибити дно відразу за спорудою, для чого влаштувати так званий водобійний колодязь (рис. 169), або

підперти річку на короткій ділянці відразу за стиснутим перерозом, для чого влаштувати так звану водобійну стінку (рис. 170).

Розглянемо способи визначати глибини водобійного колодезя d і висоти стінки C .

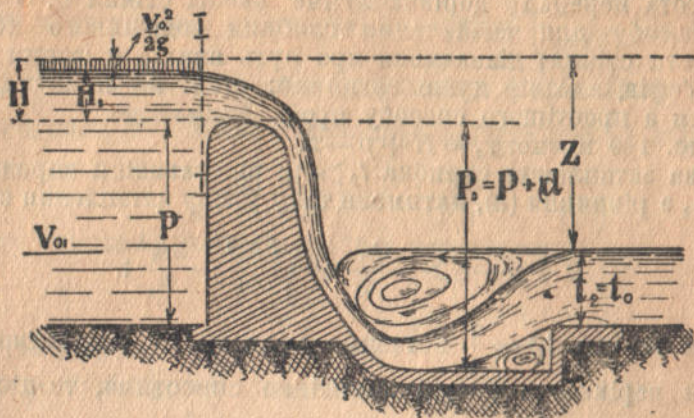


Рис. 169.

Як величину d , так і C можна визначати способом поступового наближення.

У першому наближенні умова затоплення стрибка $t_2 + d > h_2$, але через те, що збільшиться висота p до $p_1 = p + d$, зміниться

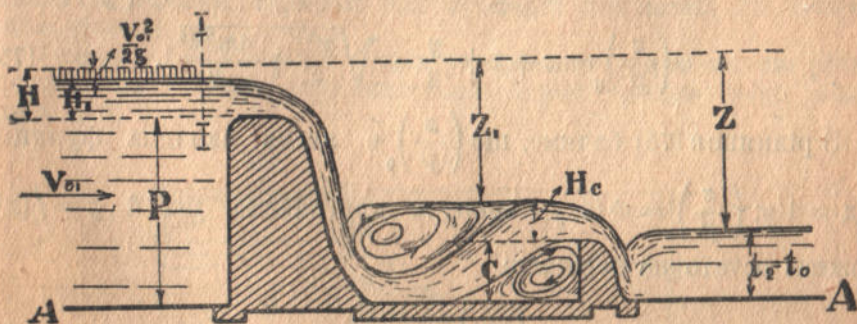


Рис. 170.

й величина h_1 до h_1' ($h_1' < h_1$), а разом і глибина h_2' , взаємна до h_1' ($h_2' > h_2$). Якщо $t_2 + d > h_2'$, то стрибок буде затоплено; при співвідношенні $t_2 + d < h_2'$ стрибок буде відігнуто. У другому наближенні беремо глибину колодезя d_1 з нерівності $t_2 + d_1 > h_2'$ і обчислюємо так само, як і для першого наближення.

Якщо стрибок затоплює водобійна стінка, то висоту C її відшукуємо з нерівності $C + H_c > h_2$, де H_c — висота верстви води, що переливається через гребінь стінки; стінку цю розглядаємо як перелив. Дальший перебіг обчислень такий самий, як і при доборі

глибини водобійного колодязя. Слід пам'ятати, що при затопленні стрибка водобійною стінкою, особливо коли висота її чимала, може за самою стінкою утворитися відігнаний стрибок, а тому треба визначити форму супрягання б'єфів за стінкою. Тут висота перепаду дорівнюватиме висоті стінки C . З наведеного способу для визначення глибини водобійного колодязя (чи висоти стінки) дізнаємося про суть явища й форми супрягання б'єфів, але він дуже загайний; отож на практиці користуються з простішого способу проф. *Бахметева*.

З рис. 169 маємо: $t_2 = H + p - z$.

Умова затоплення стрибка $t_2 > h_2$; підставивши вирази для t_2 і для h_2 з рівняння (к), матимемо таку умову затоплення стрибка:

$$H + p - z > -\frac{h_1}{2} + \sqrt{\frac{h_1^2}{4} + \frac{2t_k^3}{h_1}};$$

якщо ж замість $t_k^3 = \frac{q^2}{g}$ вставимо сюди $2m^2H^3$, поділимо обидві частини нерівності на p і відповідно спростимо, то дістанемо:

$$\frac{z}{p} < x + 1 + \frac{y}{2} - \sqrt{\frac{y^2}{4} + \frac{4m^2x^3}{y}} \dots \dots \dots (1)$$

Критичний стан, при якому щойно починає відганятися стрибок, буде тоді, коли права частина формули (1) дорівнюватиме лівій. Позначимо критичне співвідношення так: $\left(\frac{z}{p}\right)_0$; тоді

$$\left(\frac{z}{p}\right)_0 = x + 1 + \frac{y}{2} - \sqrt{\frac{y^2}{4} + \frac{4m^2x^3}{y}} \dots \dots \dots (75)$$

З рівняння (75) бачимо, що $\left(\frac{z}{p}\right)_0$ є якась складна функція від x і y ; $\left(\frac{z}{p}\right)_0 = \Phi(x, y)$; коли ж пригадаємо, що й $y = f(x)$, можемо остаточно написати:

$$\left(\frac{z}{p}\right)_0 = F(x);$$

тоді умова затоплення стрибка:

$$\frac{z}{p} < \left(\frac{z}{p}\right)_0 = F(x) \dots \dots \dots (75-a)$$

Розв'язуючи рівняння (75) аналітично або графічно, можна визначити критичне відношення $\left(\frac{z}{p}\right)_0$; користуючися ж співвідношенням (75-а), можна визначити й форму супрягання об'єфів.

Графічне розв'язання рівняння (75) подано в кінці книжки для різних величин m і φ . На осі абсцис відкладено вартості x ,

а (ліворуч) на осі ординат $\left(\frac{z}{p}\right)_0$. За заданими m , φ і x відшукуємо точку, де перетинається перпендикуляр до осі абсцис із кривою відповідних m і φ . Точку перетину проєктуємо на вісь ординат і за шкалою прочитуємо вартість $\left(\frac{z}{p}\right)_0$. Порівнявши $\left(\frac{z}{p}\right)_0$ і $\frac{z}{p}$, визначимо форму супрягання б'єфів. Якщо стрибок буде відігнано, то глибину колодязя відшукуємо з нерівності:

$$\frac{z}{p_1} = \frac{z}{p+d} < \left(\frac{z}{p}\right)_0,$$

а висоту стінки за рисунком 170 з нерівності:

$$\frac{z-C}{p} < \left(\frac{z}{p}\right)_0$$

якщо $H = H_c$.

Коли ж $H \neq H_c$, то з співвідношення:

$$\frac{H+z-C-H_c}{p} < \left(\frac{z}{p}\right)_0$$

Докладніше спосіб добору d і C розглянемо на прикладах (див. далі).

Зауважимо, що за формулою (75-а) і графіком III можна розв'язувати питання про те, чи перелив затоплено, чи за ним маємо відігнаний стрибок; цей критерій точніший, як *Базенів* (див. § 35 п. 3).

Випадок I-b. Різниця б'єфів утворилася через те, що річку перегатили і вода переливається через гребінь з-під щита (рис. 171).

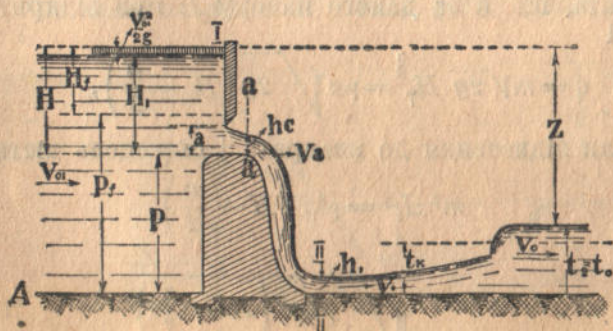


Рис. 171.

Коли тут вода переходить від перекрою I—I до II—II, то частина енергії витрачається при протіканні під щитом, а частина, при спаданні з переливу. За найближчий до перекрою II—II треба вважати стиснутий по виході з-під щита перекрій $a-a$, що в ньому струминки майже паралельні.

Питома енергія в перекрої $a-a$ відносно площі дна $A-A$
 $\mathcal{E}_a = p + h_c + \frac{v_a^2}{2g}$ дорівнює приблизно енергії \mathcal{E} в перекрої $I-I$:

$$\mathcal{E} = p + H_1 + \frac{v_{01}^2}{2g} = H + p, \dots \dots \dots (a)$$

звідси

$$H = h_c + \frac{v_a^2}{2g} \text{ і } v_a = \sqrt{2g(H - h_c)}$$

Ураховуючи втрати енергії коефіцієнтом φ_a , дістанемо:

$$v_a = \varphi_a \sqrt{2g(H - h_c)}, \dots \dots \dots (b)$$

а витрату на одиницю ширини переливу:

$$q = v_a h_c = h_c \varphi_a \sqrt{2g(H - h_c)} \dots \dots \dots (b')$$

Цілком зрозуміло, що маючи величини \mathcal{E} і q для перекрою $a-a$, можемо дорівнювати їх до аналогічних величин для перекрою $\Pi-\Pi$ і таким способом визначити глибину h_1 , а далі з'ясувати й форму супрягання б'єфів.

Через те, що вирази для \mathcal{E} та q в перекрої $\Pi-\Pi$ дуже складні, обчислювати цим способом важко, то більше, що на практиці витрату q обчислюють не за формулою (b'), а за формулою для самого отвору по висоті відкриття щита, а саме:

$$q = \mu a \sqrt{2g \left(H - \frac{a}{2} \right)} = \varphi_a h_c \sqrt{2g(H - h_c)}$$

Щоб спростити дальші міркування, запровадимо поняття фіктивного напору * H_f , тобто такого, що при ньому через перелив за вільного переливання води через гребінь пройде та сама витрата, що й за даного напору H при відкритті a з-під щита; тоді

$$q = m \sqrt{2g} H_f^{\frac{3}{2}} = \mu a \sqrt{2g \left(H - \frac{a}{2} \right)},$$

звідки після піднесення до квадрата і спрощень дістанемо:

$$m^2 H_f^3 = \mu^2 a^2 \left(H - \frac{a}{2} \right)$$

або

$$H_f = \sqrt[3]{\frac{\mu^2 a^2 \left(H - \frac{a}{2} \right)}{m^2}}$$

Добравши для даної форми переливу коефіцієнт m , а для отвору μ , відшукуємо H_f .

Величини коефіцієнта μ наводимо, за даними англійської та американської практики, в наступній таблиці.

* Такий спосіб обчислення запропонував інж. І. В. Журавель.

№№ пор.	Типи отворів	μ
1	Малі отвори з цілковитим стиском	0,60
2	Середні отвори, де струмину стиснуто з усіх боків і немає напрямних стінок перед отвором .	0,65
3	Великі отвори з недосконалим, але всебічним стиском; умови підходу до отвору визначено неточно — пересічно	0,70
4	Отвори з помірним бічним стиском, якщо немає стиску знизу	0,80
5	Середні отвори (завширшки до 2,0 м), немає стиску знизу, дуже малий бічний стиск (тип отворів у мостах-регуляторах)	0,90
6	Великі отвори, завширшки 5 м і більше, в загатах та опустах, немає стиску знизу і дуже малий бічний стиск	до 0,95

Тоді $H_2 + p_f = H + p$ буде величина енергії для перекрою I—I, що її можна дорівняти до енергії в перекрою II—II. Знаючи H_f , H і p , легко відшукати й величину p_f , що її зватимемо фіктивною висотою стінки. Після перетворень, аналогічних до наведених для випадку I-a, остаточно дістанемо:

$$m^2 H_f^3 = \varphi^2 h_1^2 (H_f + p_f - h_1)$$

або

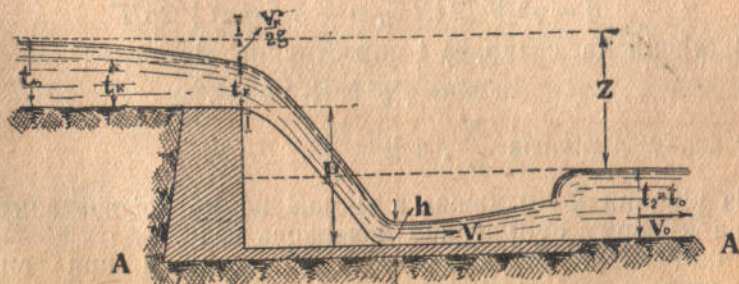
$$m^2 x^3 = \varphi^2 y^2 (x + 1 - y), \dots \dots \dots (c)$$

де знову

$$x = \frac{H_f}{p_f}, \text{ а } y = \frac{h_1}{p_f}$$

З рівняння (c) легко визначити h_1 , а далі з'ясувати й форму супрягання б'єфів при таких самих обмеженнях, що й для випадку I-a.

Випадок II. Різниця рівнів утворилася через те, що подовжній профіль dna спокійної водотоки різко зламався й набрав



II
Рис. 172.

форми приступки (рис. 172). За найближчий перекрій, що в ньому питома енергія перекрою дорівнюватиме енергії перекрою II—II, буде I—I; в цьому перекрої відносно площі dna A—A:

$$\mathcal{E} = p + t_k + \frac{v_k^2}{2g} = H + p,$$

де

$$H = t_k + \frac{v_k^2}{2g} = \frac{3}{2} t_k$$

У перекрої II—II:

$$\mathcal{E}_1 = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \approx \mathcal{E}$$

Звідси, враховуючи втрати енергії від перекрою I—I до II—II коефіцієнтом φ , дістанемо:

$$v_1 = \varphi \sqrt{2g(H + p - h_1)}$$

і

$$q = \varphi h_1 \sqrt{2g(H + p - h_1)}$$

Знаючи q , H і p , звідси способом добору можна визначити h_1 , і з'ясувати характер супрягання поверхонь води.

Щоб скористатись при визначенні h_1 з кривих графіка III для $y = f(x)$, запровадимо фіктивний напір H_f , при якому задана витрата пройде через перелив, що його ширина дорівнює ширині перепаду.

Для переливу

$$q = m \sqrt{2g} H_f^{\frac{3}{2}} = t_k v_k$$

Як уже згадували, на перепаді маємо глибину t_k .

$$H = \sqrt[3]{\frac{t_k^2 v_k^2}{m^2 2g}} = t_k \sqrt[3]{\frac{1}{2m^2}}$$

що при $m = 0,385$ дає:

$$H_f = H = 1,5 t_k$$

Крім того,

$$p_f = p$$

Відповідно для стиснутого перекрою матимемо:

$$q = \varphi h_1 \sqrt{2g(H + p - h_1)} = m \sqrt{2g} H_f^{\frac{3}{2}}$$

Піднісши до квадрата і спростивши, дістанемо:

$$m^2 x^3 = \varphi^2 y^2 (x + 1 - y), \dots \dots \dots (d)$$

де x знову дорівнює $\frac{H}{p}$, а $y = \frac{h_1}{p}$.

За рівнянням (d) можна з відповідної кривої визначити h_1 , а звідси й форму супрягання поверхонь води.

Випадок III. Різниця б'єфів утворюється при витіканні з-під щита з отвору біля дна (рис. 173).

Енергія в перекрої I—I відносно площі дна A—A:

$$\mathcal{E} = H_1 + \frac{v_{01}^2}{2g} = H$$

Відповідно для перекрою II—II:

$$\mathcal{E}_1 = h_1 + \frac{v_1^2}{2g} \approx H$$

Звідси швидкість у перекрої II—II, з поправкою коефіцієнтом φ на витрачену енергію:

$$v_1 = \varphi \sqrt{2g(H - h_1)}$$

Витрата на одиницю ширини отвору:

$$q = \varphi h_1 \sqrt{2g(H - h_1)} \dots \dots \dots (e)$$

Величина h_1 залежить від того, як високо підійнято шит a .
 $h_1 = \alpha a$, де α — коефіцієнт стиску струмини, що його визначають з досліду й що дорівнює приблизно 0,75.

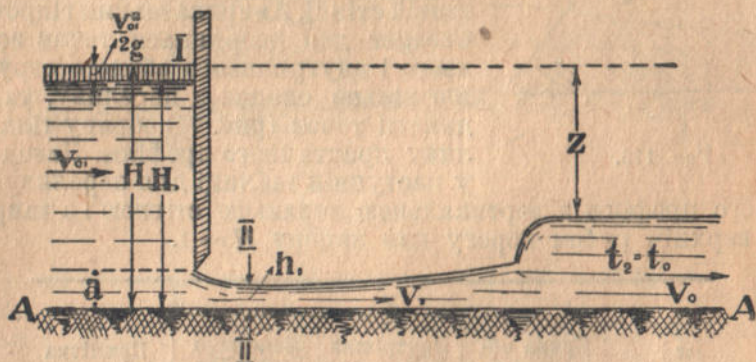


Рис. 173.

На практиці q обчислюють не з рівняння (e), а з формули для витікання з отвору:

$$q = \mu a \sqrt{2g \left(H - \frac{a}{2} \right)},$$

де коефіцієнт μ має вартості, наведені попередю. Коли задано q , то способом добору можна визначити a , а звідси й $h_1 = \alpha a$. За співвідношенням h_1 , t_k і t_2 можна визначити форму супрягання

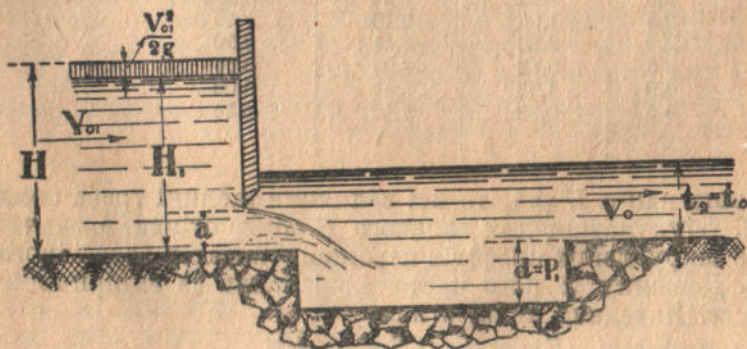


Рис. 174.

поверхонь води. Коли стрибка відігнуто, то, очевидно, затоплювати його доведеться водобійним колодязем (рис. 174); отож матимемо випадок, аналогічний до I-b.

Щоб надати супряганню б'єсів бажаної форми (із затопленим стрибком), у розглянутих випадках треба визначити не тільки

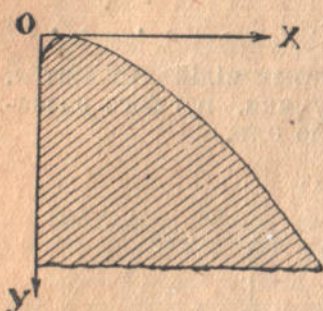


Рис. 175.

глибину водобійного колодязя (чи висоту стінки), а й довжину його l . Розглянемо визначення довжини колодязя для випадку I-a, якщо обрису переливу надати форми, що досить близько відповідає формі нижньої поверхні струмин, яка вільно спадає з переливу в тонкій стінці. Американський гідротехнік Steager дав координати точок зовнішнього і внутрішнього обрисів струмини, що вільно спадає з переливу, та координати точок (рис. 75) обрису тіла переливу практичного профілю. Наводимо їх у наступній таблиці для переливу практичного профілю з вертикальною верхньою стінкою і з закругленим верхнім рубом порогу для напору $H = 1$.

тичного профілю з вертикальною верхньою стінкою і з закругленим верхнім рубом порогу для напору $H = 1$.

x	y			Примітка
	Крива обрису тіла переливу	Внутрішня поверхня струмини	Зовнішня поверхня струмини	
0,0	0,126	0,126	— 0,831	Координати розташовано так, як і на рис. 175
0,1	0,036	0,036	— 0,803	
0,2	0,007	0,007	— 0,772	
0,3	0,000	0,000	— 0,740	
0,4	0,007	0,007	— 0,702	
0,6	0,006	0,063	— 0,620	
0,8	0,142	0,153	— 0,511	
1,0	0,257	0,267	— 0,380	
1,2	0,397	0,410	— 0,219	
1,4	0,565	0,599	— 0,030	
1,7	0,870	0,920	0,305	
2,0	1,22	1,31	0,693	
2,5	1,96	2,10	1,50	
3,0	2,82	3,11	2,50	
3,5	3,82	4,26	3,66	
4,0	4,93	5,61	5,00	
4,5	6,22	7,15	6,54	

Якщо напір $H \neq 1$, то всі величини таблиці треба помножити на H . Збудувавши для заданого H обрис стінки, визначимо для добре закруглених профілів переливів початок водобійного колодязя. Довжину ж його часто визначають за емпіричними формулами. Наведемо деякі з них:

За *Етчвері* (Etchevery) $l = 3\sqrt{Hz}$.

За *Дейшем* $l = \sqrt{Hr_1}$.

Інж. Мацман визначає довжину водобійного колодезя, досліджуючи в ньому утворення вирування (докладніше див. Б. А. Мацман — Гидравлический расчет нижнего бьефа сооружений. „Вестник Ирригации“, 1928, № 2).

Розглянемо ще коротенько супрягання поверхонь води в нижньому б'єфі, якщо відразу за спорудою маємо дільницю корита з горизонтальним дном. Нехай за цією дільницею спад дна $I_0 < I_k$ (рис. 176). Будемо від точки N криву спадання MN ,

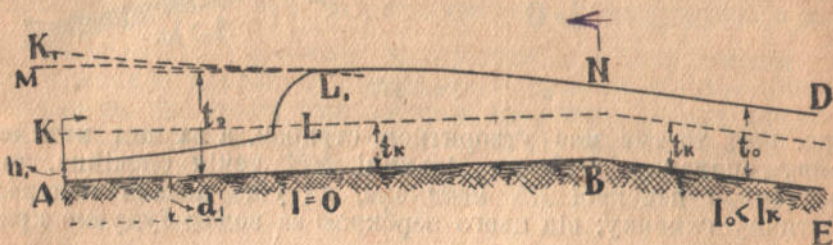


Рис. 176.

а назустріч від стиснутого перекрою — криву підпору KL . Місце стрибка можна визначити так: вздовж кривої KL обчислюємо в кількох довільних перекроях глибини, взаємні з глибинами t в цих перекроях; відклавши ці взаємні глибини від дна по вертикалях у відповідних перекроях, будемо „криву взаємних глибин“ K_1L_1 *, де вона перетнеться з кривою MN , там, очевидно, і утвориться стрибок. Якщо крива K_1L_1 уся розміститься нижче кривої MN і не перетнеться з нею, то стрибок не утвориться: його затопить. Якщо крива K_1L_1 на дільниці з горизонтальним дном розміститься вище кривої спадання MN , то тут матимемо тільки криву підпору KL ; добудувавши криву KL до перекрою B і визначивши в ньому глибину, будемо звідси криву підпору в III зоні (у водотоках з прямим спадом) на дільниці BE і легко визначаємо місце стрибка. Часто трапляється, що на дільницях AB , BE маємо різні шерехатості (бетон, брукняк тощо); і на цю обставину дуже легко зважити; треба тільки, будуючи криві підпору й спадання, відповідно обчислити коефіцієнт Шезі C для окремих частин дільниці AB (та, коли треба, BE). Якщо стрибок треба затопити, то глибини водобійного колодезя (чи висоту водобійної стінки) треба обчислювати так само, як говорили попередю, а глибину t_2 брати від горизонтального дна AB до кривої MN (у кінці водобійного колодезя).

Тепер роздивимося ще той випадок, коли за горизонтальною дільницею AB корита має спад $I_0 > I_k$ (рис. 177). Припустімо спочатку, що будуючи криву підпору KL на дільниці AB , не доходимо до критичної глибини, тобто глибина в перекрою B на зламі дна корита t_B менша, як t_k ; якщо $t^B > t_0$, то від

* Порів. з цит. в § 28 ст. автора.

перекрою B будемо на ділянці BE криву спадання, починаючи з глибини t_B ; якщо ж $t_B < t_0$, то будемо тут криву підпору в III зоні бурхливих водоток. Коли крива KL наблизиться до критичної глибини на ділянці з горизонтальним дном

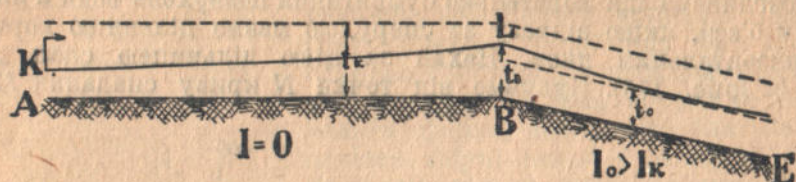


Рис. 177.

(рис. 178), то тут має утворитися стрибок, а за ним матимемо криву спадання MN ; на ділянці MN течія спокійна, тому на зламі в перекрої BN матимемо, як уже казали попередню, критичну глибину; від цього перекрою за водою будемо криву

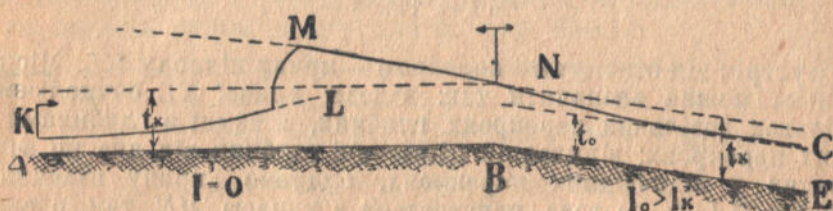


Рис. 178.

спадання NC (II зона бурхливих водоток), а проти води — криву спадання MN . Місце, де утвориться стрибок, визначимо знову за допомогою кривої взаємних глибин. Звичайно й тут може трапитися, що й крива взаємних глибин розміститься нижче кривої підпору MN ; тоді стрибок затопить.

Треба ще зауважити, що для супрягання б'єфів, замість споруд, які ми розглянули в цьому параграфі, іноді вживають так звані прудководи. Це або закриті труби, що їх прокладено між обома б'єфами (їх звичайно й обчислюють як труби), або, здебільшого, відкриті лотоки з чималим спадом. Гідравлічно обчислювати їх можна за формулами нерівномірного руху; треба тільки пам'ятати, що для великих швидкостей у цих лотоках вода захоплює багато повітря (відсотків до 30 або й більше) і тому глибини в прудководях фактично дещо більші, ніж маємо за теоретичними обчисленнями.

ЗАВДАННЯ ДО § 37.

1. Висота порогу переливу $p = 5,0$ м, напір над порогом $H = H_1 + \frac{v_{01}^2}{2g} = 2,0$ м, побутова глибина в кориті за переливом $t_2 = 2,60$ м. Відшукати форму супрягання поверхонь води. Дано: $m = 0,45$, $\varphi = 0,95$ ($\varphi^2 = 0,90$).

Розв'язання. Глибину в стиснутому перекрої h_1 відшукаємо з рівняння:

$$m^2 H^3 = \varphi^2 h_1^2 (H + p - h_1) \dots \dots \dots (A)$$

Розв'язуємо рівняння (A) за допомогою кривих $y = f(x)$ на графіку III:

$$x = \frac{H}{p} = \frac{2,0}{5,0} = 0,40$$

Пригадавши, що $\frac{h_1}{p} = y$, за визначенням x (користуючись з кривою для $m = 0,45$ і $\varphi = 0,95$) відшукуємо $y = 0,105$ (нижня грамада кривих на графіку III), звідки $h_1 = py = 5,0 \cdot 0,105 = 0,525$ м.

Через те, що криві при початку координат пологі, прочити на шкалі праворуч не дуже точно; отож перевіряємо h_1 , що його тільки що визначено способом підставлення до рівняння (A).

З підставлення маємо, що $h_1 = 0,525$ м вдовольняє рівнянню (A).
Критична глибина:

$$t_k = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{g}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha m^2 2g H^3}{g}} = H \sqrt[3]{2m^2} = 0,740 \cdot 2 = 1,48 \text{ м};$$

тут $\alpha = 1$.

За співвідношенням глибин $t_2 > t_k > h_1$ крива вільного рівня в нижньому б'єфі утворить криву підпору в III зоні для спокійної водотоки. Коли змінна t наблизатиметься до t_k , то стануть умови, потрібні для утворення стрибка. Щоб з'ясувати, чи буде стрибок відігнаний чи затоплений, треба визначити глибину h_2 , взаємну з h_1 :

$$h_2 = -\frac{h_1}{2} + \sqrt{\frac{h_1^3}{4} + \frac{2\alpha t_k^3}{h_1}} = -\frac{0,525}{2} + \sqrt{\frac{0,525^2}{4} + \frac{2 \cdot 3,24}{0,525}} = 3,26 \text{ м}$$

Глибина h_2 більша за побутову, але через те, що річка має тенденцію текти з властивою їй нормальною енергією, а разом і нормальною глибиною, то частину енергії водотока повинна витратити. В міру витрачання збільшуватиметься глибина до якоїсь t_1' , взаємної з побутовою t_2 :

$$t_1' = -\frac{t_2}{2} + \sqrt{\frac{t_2^2}{4} + \frac{2t_k^3}{t_2}} = -\frac{2,60}{2} + \sqrt{\frac{2,60^2}{4} + \frac{6,48}{2,60}} = 0,745 \text{ м}$$

Стрибок утвориться в перекрої, де змінна глибина збільшиться до $t_1' = 0,745$ м. На ділянці між h_1 та t_1' і буде крива підпору. Коли знають спад, то її можна визначити одним із способів для побудови кривих вільного рівня.

Щоб стрибок не відігнало, треба в нижньому б'єфі збільшити глибину до $t_2' > h_2$, спорудивши для цього, наприклад, водобійний колодезь.

Відшукуємо глибину колодязя d способом поступового наближення:

$$t_2' = t_2 + d > h_2;$$

звідки

$$d > h_2 - t_2 = 3,26 - 2,60 = 0,66 \text{ м}$$

Візьмемо з запасом $d = 0,75 \text{ м}$. Коли в нижньому б'єфі змінюється глибина, то водночас змінюються p , x і y до якихось величин p_1 , x_1 і y_1 :

$$p_1 = p + d = 5,0 + 0,75 = 5,75 \text{ м}$$

$$x_1 = \frac{H}{p_1} = \frac{2,0}{5,75} = 0,348$$

Звідси за кривою на графіку III: $y_1 = 0,087$

$$h_1' = y_1 p_1 = 0,087 \cdot 5,75 = 0,50 \text{ м}$$

$$h_2' = -\frac{h_1'}{2} + \sqrt{\frac{h_1'^2}{4} + \frac{2t_k^3}{h_1'}} = -\frac{0,500}{2} +$$

$$+ \sqrt{\frac{0,500^2}{4} + \frac{2 \cdot 3,24}{0,50}} = 3,356 \text{ м}$$

$$t_2' = t_2 + d = 2,60 + 0,75 = 3,35 < 3,356,$$

тобто стрибок ще буде відігнаний, бо $h_2' > t_2'$, але на практиці цього майже не буде помітно.

Визначаємо глибину d в другому наближенні:

$$t_2'' = t_2 + d > h_2'; \quad d > 3,356 - 2,60, \quad d > 0,756 \text{ м}$$

Округло $d = 0,80 \text{ м}$

$$p_1 = p + d = 5,0 + 0,80 = 5,80 \text{ м}$$

$$x_1 = \frac{H}{p_1} = \frac{2,0}{5,80} = 0,345$$

За кривою $y_1 = 0,086$

$$h_1'' = y_1 p_1 = 0,086 \cdot 5,80 = 0,499 \text{ м}$$

$$h_2'' = -\frac{h_1''}{2} + \sqrt{\frac{h_1''^2}{4} + \frac{2t_k^3}{h_1''}} = -\frac{0,499}{2} +$$

$$+ \sqrt{\frac{0,499^2}{4} + \frac{2 \cdot 3,24}{0,499}} = 3,364 \text{ м}$$

$$t_2'' = t_2 + d = 2,60 + 0,80 = 3,40 \text{ м} > 3,364 \text{ м}$$

Стрибок буде затоплений.

Розв'яжемо це завдання іншим способом.

Критичний перепад $\left(\frac{z}{p}\right)_0$, при якому стрибок щойно починає відганяти, є функція від x :

$$\left(\frac{z}{p}\right)_0 = F(x)$$

Тут
$$x = \frac{H}{p} = \frac{2,0}{5,0} = 0,40$$

З кривих (верхня група на графіку III) для $x = 0,40$ при $m = 0,45$ і $\varphi = 0,95$ відшукуємо: $\left(\frac{z}{p}\right)_0 = 0,76$ (на скалі ліворуч).

Умова затоплення стрибка:

$$\left(\frac{z}{p}\right)_0 > \frac{z}{p}$$

Для наших умов $z = H + p - t_2 = 2,0 + 5,0 - 2,60 = 4,40$ м;
 $\frac{z}{p} = \frac{4,40}{5,0} = 0,88$; отож, при даних умовах $\frac{z}{p} > \left(\frac{z}{p}\right)_0$, через це стрибок буде відігнано.

Щоб стрибок затоплювало, проектуємо водобійний колодязь завглибшки d . Висота стінки переливу збільшиться до $p_1 = p + d$, а щоб затопило стрибок, потрібно:

$$\frac{z}{p_1} < \left(\frac{z}{p}\right)'_0$$

$\left(\frac{z}{p}\right)'_0$ якийсь новий відносний перепад. А що його ще не знаємо то вважатимемо покищо

$$\left(\frac{z}{p}\right)'_0 \cong \left(\frac{z}{p}\right)_0$$

З нерівности

$$\frac{z}{p_1} < \left(\frac{z}{p}\right)_0$$

відшукуємо глибину колодязя, а саме:

$$\frac{z}{p_1} = \frac{4,40}{5,0 + d} < 0,76$$

$$4,40 - 0,76 \cdot 5,0 < 0,76 d; d > 0,789 \text{ м}$$

Візьмемо $d = 0,80$ м

Перевіряємо:

$$x_1 = \frac{H}{p_1} = \frac{2,00}{5,80} = 0,345$$

При $x_1 = 0,345$ з кривої $\left(\frac{z}{p}\right)_0 = F(x)$ відшукуємо:

$$\left(\frac{z}{p}\right)'_0 = 0,77$$

Відповідно
$$\frac{z}{p_1} = \frac{4,40}{5,80} = 0,759$$

Отже
$$\left(\frac{z}{p}\right)' > \frac{z}{p_1},$$
 тому стрибок буде затоплений.

2. Висота порогу переливу практичного профілю $p = 6,50$ м. Напір, виправлений на швидкість підходу, $H = 2,50$ м. Глибина води за переливом у водовідвідному каналі $t_2 = 3,20$ м. Відшукати форму супрягання б'єфів. $m = 0,42$; $\varphi = 0,95$.

Розв'язання 1.

$$x = \frac{H}{p} = \frac{2,50}{6,50} = 0,385$$

За кривою $y = f(x)$ при $m = 0,42$ і $\varphi^2 = 0,9$ матимемо $y = 0,093$. Глибина в стиснутому перекопі:

$$h_1 = yp = 0,093 \cdot 6,50 = 0,604 \text{ м}$$

$$t_k = \sqrt[3]{2m^2 H} = \sqrt[3]{2 \cdot 0,42^2 \cdot 2,50} = 1,767 \text{ м}$$

Отже
$$t_k^3 = 5,513 \text{ м}^3 \text{ і } t_2 > t_k > h_1$$

Крива вільного рівня за спорудою буде кривою підпору, якщо h_2 , взаємна з h_1 , буде більша за t_2 (тобто коли стрибок буде відігнано):

$$h_2 = -\frac{h_1}{2} + \sqrt{\frac{h_1^2}{4} + \frac{2t_k^3}{h_1}} = -\frac{0,604}{2} + \sqrt{\frac{0,604^2}{4} + \frac{2 \cdot 5,513}{0,604}} = 3,981 \text{ м}$$

$h_2 > t_2$ — стрибок відігнано.

Щоб затопити стрибок, проектуємо водобійну стінку, висоту C якої визначимо з нерівності:

$$H_C + C > h_2$$

Тут H_C — висота верстви води, що переливатиметься через стінку. Надавши стінці форму переливу практичного профілю, вважаємо, що $m_C = m$, а тому і $H_C = H$ (не зважаючи на збільшення швидкості підходу й підтоплення з низової сторони); отже

$$C > 3,981 - 2,50 = 1,489 \text{ м}$$

Візьмемо
$$C = 1,50 \text{ м}$$

Тому що не змінився жоден з чинників (H і p), які впливають на h_1 , то далі не перевірятимемо, бо, очевидно, h_1 не зміниться. Водобійна стінка правитиме за перелив, ось чому треба відшукати форму супрягання поверхонь за переливом. Вважаємо, що

$$m_C = 0,42 \text{ і } \varphi = 1,0$$

$$x_C = \frac{H_C}{C} = \frac{2,50}{1,50} = 1,667$$

$$y_C = 0,636 \quad [\text{за кривою } y = f(x)]$$

$$h_{1C} = y_C \cdot C = 0,636 \cdot 1,5 = 0,954 \text{ м}$$

Взаємна глибина:

$$h_{2C} = -\frac{h_{1C}}{2} + \sqrt{\frac{h_{1C}^2}{4} + \frac{2t_k^3}{h_{1C}}} = -\frac{0,954}{2} +$$

$$+ \sqrt{\frac{0,954^2}{4} + \frac{2 \cdot 5,513}{0,954}} = 2,956 \text{ м}$$

За стінкою $h_{2C} < t_2$ — стрибок буде затоплено.

Розв'язання 2. Розв'язуємо завдання за допомогою кривих $\left(\frac{z}{p}\right)_0 = F(x)$.

$$x = \frac{H}{p} = \frac{2,50}{6,50} = 0,385$$

За кривою при $m = 0,42$ і $\varphi^2 = 0,90$

$$\left(\frac{z}{p}\right)_0 = 0,77$$

$$z = H + p - t_2 = 2,50 + 6,50 - 3,20 = 5,80 \text{ м}$$

$$\frac{z}{p} = \frac{5,80}{6,50} = 0,893$$

$\frac{z}{p} > \left(\frac{z}{p}\right)_0$ — стрибок відігнано.

Висоту стінки відшукуємо з нерівності:

$$\frac{z_1}{p} < \left(\frac{z}{p}\right)_0; \quad z_1 = H + p - C - H_C = p - C;$$

$$\frac{6,50 - C}{6,50} < 0,77; \quad C > 6,50 - 0,77 \cdot 6,50 = 1,49 \text{ м}$$

Візьмемо $C = 1,50 \text{ м}$

При такій висоті стінки стрибок буде затоплено.

Форма супрягання поверхонь за стінкою:

$$x = \frac{H_C}{C} = \frac{2,50}{1,50} = 1,667$$

$$\left(\frac{z}{p}\right)_0 = 0,70 \quad (\text{при } \varphi^2 = 1,0)$$

$$z = H_C + C - t_2 = 2,50 + 1,50 - 3,20 = 0,80 \text{ м}$$

$$\frac{z}{C} = \frac{0,80}{1,50} = 0,533$$

$\frac{z}{C} < \left(\frac{z}{p}\right)_0$ — стрибок за стінкою затоплено.

3. Визначити форму супрягання б'єфів при витіканні з-під піта, коли висота порогу переливу $p = 6,50$ м над дном (рис. 171), $H = 2,50$ м, $a = 0,50$ м, $m = 0,42$, $\varphi = 0,95$, $\mu = 0,70$, $t_2 = 2,40$ м.

Розв'язання. Відшукуємо фіктивну висоту напору

$$m\sqrt{2g}H_f^{\frac{3}{2}} = \mu a \sqrt{2g\left(H - \frac{a}{2}\right)},$$

звідси

$$H_f = \sqrt[3]{\frac{\mu^2 a^2 \left(H - \frac{a}{2}\right)}{m^2}} = \sqrt[3]{\frac{0,70^2 \cdot 0,50^2 \left(H - \frac{a}{2}\right)}{0,42^2}} = 1,160 \text{ м}$$

$$p_f = H + p - H_f = 2,50 + 6,50 - 1,16 = 7,84 \text{ м}$$

$$x = \frac{H_f}{p_f} = \frac{1,16}{7,84} = 0,148$$

За кривою $\left(\frac{z}{p}\right)_0 = F(x)$ при $m = 0,42$ і $\varphi = 0,95$ відшукуємо:

$$\left(\frac{z}{p}\right)_0 = 0,89$$

Для даного випадку $z = H + p - t_2 = 2,50 + 6,50 - 2,40 = 6,60$ м

$$\frac{z}{p_f} = 0,842$$

Отже $\frac{z}{p_f} < \left(\frac{z}{p}\right)_0$, тому стрибок буде затоплено.

4. Висота перепаду на каналі (рис. 172) прямокутного поперечного перекрою $p = 4,0$ м, $q = 3,0$ $\frac{\text{м}^3}{\text{м} \cdot \text{сек}}$ $m = 0,385$, $\varphi = 1,0$. Відшукати форму супрягання б'єфів, коли глибина в каналі нижче за перепад $t_2 = 1,80$ м.

Розв'язання.

$$H_f = H = \frac{3}{2} t_k = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{\frac{3,0^2}{9,81}} = 1,458 \text{ м}$$

$$x = \frac{H}{p} = \frac{1,458}{4,00} = 0,365$$

За кривою $\left(\frac{z}{p}\right)_0 = F(x)$ при $m = 0,385$ і $\varphi = 1,0$ матимемо:

$$\left(\frac{z}{p}\right)_0 = 0,78$$

При даних умовах $z = H + p - t_2 = 1,458 + 4,0 - 1,80 = 3,658$ м

$$\frac{z}{p} = \frac{3,658}{4,00} = 0,915$$

Із співвідношення $\frac{z}{p} > \left(\frac{z}{p}\right)_0$ бачимо, що стрибок відігнано нижче перепаду. Щоб його затопити, проєктуємо водобійний

колодязь. Глибину його визначимо з нерівності:

$$\frac{z}{p_1} = \frac{z}{p+d} < \left(\frac{z}{p}\right)_0$$

$$\frac{3,658}{4,0+d} < 0,78,$$

звідки

$$d' < 0,690 \text{ м}$$

Округлюємо d до 0,70 м.

Перевіримо, чи достатня глибина d :

$$x' = \frac{H}{p'} = \frac{1,458}{4,70} = 0,310$$

$$\left(\frac{z}{p}\right)' = 0,80$$

$$\frac{z}{p'} = \frac{3,658}{4,70} = 0,778 < 0,80$$

Глибина колодязя достатня — стрибок буде затоплено.

5. Визначити форми поверхонь води в нижніх б'єфах за даними завдань 4 і 7 до §§ 26—28 і 4 до § 35.

§ 38. ЯК ОБЧИСЛЮВАТИ ОТВОРИ МАЛИХ ВІДКРИТИХ МОСТІВ І ІНШИХ БЕЗНАПІРНИХ СПОРУД НА ВІДКРИТИХ ВОДОТОКАХ, ЯКЩО ВОНИ ЗВУЖУЮТЬ ЦІ ВОДОТОКИ

Припустимо, що якась споруда (стояни моста тощо) сильно стискає з боків водотоку (рис. 179), яка має нормальну глибину t_0 і витрату Q . Щоб пройти через споруду, водотока перед нею

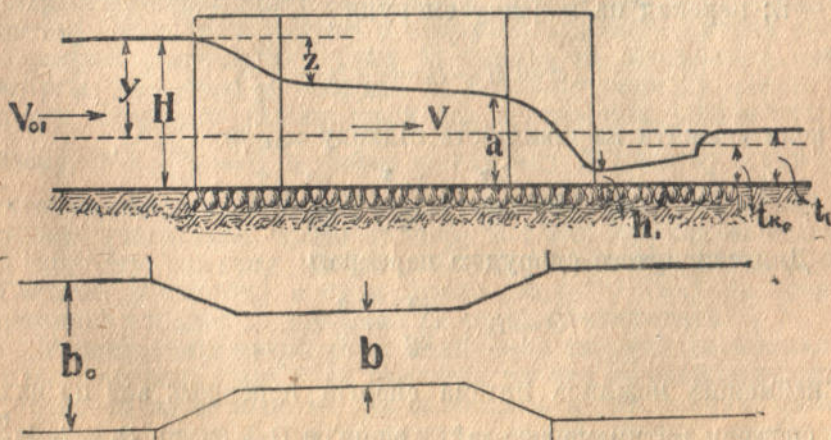


Рис. 179.

збільшить свою глибину до H . Цю глибину треба обчислити насамперед. Нехай швидкість перед спорудою в підпертій річці v_{01} така мала, що на неї можна не зважати, тобто можемо вважати, що рідина перед спорудою в стані рівноваги. Рівновага ж

системи матеріальних точок може бути стійка тільки при умові, що потенціальна енергія її мінімум, отож і потенціальна енергія H і ж її теж мінімум. Алеж властива енергія перекрою на звуженій дільниці споруди $\mathcal{E} = a + \frac{v^2}{2g} = H$, якщо не зважати на втрати енергії в споруді та на спад водотоки I_0 ; звідси бачимо, що вираз $a + \frac{v^2}{2g}$ у споруді має мінімальну можливу вартість. Як бачимо, основи теорії руху через споруди цілком аналогічні до теорії переливу з широким порогом, тому можемо написати:

$$a = t_k = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \frac{v^2}{g} \text{ та } H = \frac{3}{2} t_k \dots \dots \dots (a)$$

Тут, звичайно, $q = \frac{Q}{ab}$ є витрата на одиницю ширини водотоку в споруді, a — коефіцієнт стиску струмнини в споруді, а t_k — критична глибина в тому самому місці. Якщо на швидкість v_{01} треба зважати, то замість H треба брати $H + \frac{v_{01}^2}{2g}$; тоді

$$H + \frac{v_{01}^2}{2g} = \frac{3}{2} t_k$$

або

$$H = \frac{3}{2} t_k - \frac{v_{01}^2}{2g}$$

Підвищення перед спорудою рівня y дорівнює, очевидно, $H - t_0$; перепад на початку споруди

$$z = H - t_k = \frac{1}{2} t_k = \frac{v^2}{2g},$$

а коли зважити на швидкість підходу v_{01} , то

$$z = \frac{v^2}{2g} - \frac{v_{01}^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} - k \dots \dots \dots (b)$$

Для стиснутого спорудою перекрою

$$\mathcal{E} = t_k + \frac{v^2}{2g} = \frac{3}{2} t_k$$

є найменша можлива питома енергія перекрою; але по виході із споруди матимемо вже зайву енергію $\mathcal{E} - \mathcal{E}_0$, де $\mathcal{E}_0 = t_0 + \frac{v_0^2}{2g}$; через це можна сказати (аналогічно до перепадів), що за спорудою або утвориться відігнаний стрибок (рис. 179), або струмину затопить.

Наведені міркування можна застосувати тільки тоді, коли $a > t_0$; якщо ж $t_0 > a$, то в споруді встановиться (аналогічно до

затопленого переливу з широким порогом) глибина t_0^* (рис. 180); швидкість у споруді в цьому випадку: $v = \frac{Q}{abt_0}$; глибину H легко відшукати, треба тільки написати рівняння Д. Бернуллі

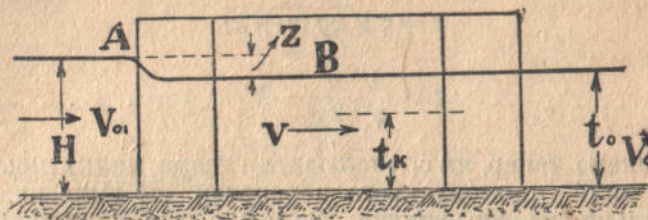


Рис. 180.

для струмини на поверхні між точками А і В:

$$H + \frac{v_{01}^2}{2g} = t_0 + \frac{v^2}{2g},$$

звідси

$$H = t_0 + \frac{v^2}{2g} - \frac{v_{01}^2}{2g}$$

або

$$z = H - t_0 = \frac{v^2}{2g} - \frac{v_{01}^2}{2g} = \frac{v^2}{2g} - k \dots \dots \dots (b)$$

Розглядаючи, як протікають бурхливі водотоки через споруди, знову треба розрізняти два випадки: перший — питома енергія перекрою при рівномірному русі \mathcal{E}_0 менша за мінімальну питому енергію перекрою в споруді і другий — питома енергія перекрою рівномірного руху \mathcal{E}_0 більша за мінімальну питому енергію перекрою в споруді. У першому випадку рівень води перед спорудою підіймається над нормальним рівнем так, щоб знову $H + \frac{v_{01}^2}{2g} = \frac{3}{2} t_k$; через це глибину H і підпір z тут треба обчислювати так само, як і для спокійної водотоки; перед спорудою утвориться крива підпору в I зоні бурхливої водотоки. У другому випадку ніякого підпору перед спорудою не буде. Глибина у споруді a буде більша за t_0^{**} . Тому на практиці останній випадок гідравлічно не треба обчислювати.

У попередній теорії руху води через споруди не зважали на втрати енергії; іноді й на практиці на них не зважають; якщо ж хочемо зважити й на те, як впливають втрати енергії на перепад z , разом і на підпір y , то це можна зробити за

* Приблизно; фактична глибина буде дещо менша за t_0 . Докладно це питання розглянуто в цитованій вже в § 28 статті автора.

** Протікання бурхливих потоків через споруди автор розглянув у цитованій в § 28 статті. Тут не доводиться обмежитися тільки коротенькими зауваженнями.

допомогою коефіцієнта швидкості φ . Справді, коли б втрат енергії не було, то швидкість v пов'язана з перепадом z , як це видно з формули (b), таким співвідношенням:

$$v = \sqrt{2g(z+k)}$$

Насправді ж

$$v = \varphi \sqrt{2g(z+k)}$$

і звідси

$$z = \frac{1}{\varphi^2} \frac{v^2}{2g} - k \dots \dots \dots (c)$$

Розглянемо тепер, як обчислювати отвори малих мостів і безнапірних труб (прямокутного перекрою), що відрізняються від мостів тільки конструктивно. Залежно від ґрунту чи закріплення дна, середню швидкість в отворі можна брати з такої таблички:

Ґрунт чи закріплення дна в отворі	Допуска середня швидкість в отворі
Щільний глинястий ґрунт	1,9 м/сек
Одношаровий мостинець	2,5 "
Двошаровий "	3,5 "
Кам'яний лоток	4,75 "
Дерев'яний лоток	6,60 "

Добравши швидкість, обчислюють критичну глибину в отворі за такою формулою:

$$t_k = \frac{v^2}{g} \cong 0,1 v^2 \dots \dots \dots (76)$$

і порівнюють цю глибину з нормальною глибиною водотоки t_0 .

1) Якщо $t_k > t_0$, то глибина в отворі буде $a = t_k$. Далі безпосередньо обчислюємо глибину перед мостом H або перепад z при вході в отвір:

$$z = \frac{1}{\varphi^2} \frac{v^2}{2g} - k, \dots \dots \dots (77)$$

а тоді вже $H = a + z$; підпір $y = H - t_0$. Ширину отвору b обчислюємо за формулою:

$$b = \frac{Q}{\alpha a v} \dots \dots \dots (78)$$

2) Якщо $t_k < t_0$, то глибина в отворі буде $a \cong t_0$; перепад z і ширину b обчислюємо за тими самими формулами (77) і (78). Глибина перед спорудою $H = t_0 + z$, а підпір $y = z$.

Коефіцієнт стиску струмнини в отворі можна брати з таблички:

Мости з конусами й труби з споховими крилами	0,9
Мости без конусів і труби без спохових крил, а також труби, що їх зрівано у площі споховини	0,8
Труби, що кінці їх виступають із споховини	0,75

Коефіцієнт $\varphi \approx 0,95$.

Часто, обчисливши ширину b отвору за наведеними формулами, закруглюють її вартість до якоїсь величини b' . Тоді доводиться знову обчислювати.

1) У першому випадку ($t_k > t_0$) обчислюють витрату на одиницю ширини:

$$q' = \frac{Q}{ab'}$$

Далі

$$v' = \sqrt[3]{gq'} \dots \dots \dots (79)$$

Цю формулу легко дістати з формули (а).

Після того вже можна обчислювати нове t_k , перепад z і підпір y .

2) У другому випадку ($t_k < t_0$) безпосередньо обчислюємо нову швидкість v' :

$$v' = \frac{Q}{ab't_0} = \frac{vb}{b'} \dots \dots \dots (80)$$

Перепад z і тут знову обчислюємо за формулою (77), а підпір $y = z$.

Завдання до § 38

1. Визначити ширину b отвору моста на водотоці з витратою $Q = 14 \text{ м}^3/\text{сек}$ і нормальною глибиною $t_0 = 1,1 \text{ м}$. Дно в отворі моста — двошаровий брук; $v = 3,5 \text{ м/сек}$; $\alpha = 0,9$. Визначити також перепад z і підпір y перед мостом.

Розв'язання.

$$t_k = \frac{v^2}{g} = \frac{3,5^2}{9,81} \approx 1,25 \text{ м};$$

отож $t_k > t_0$ і глибина під мостом .

$$a = t_k = 1,25 \text{ м}; b = \frac{Q}{\alpha av} = \frac{14}{0,9 \cdot 1,25 \cdot 3,5} = 3,56 \text{ м};$$

закруглюємо до $b' = 4 \text{ м}$. Тоді

$$q' = \frac{Q}{\alpha b'} = \frac{14}{0,9 \cdot 4} = 3,9 \text{ м}^3/\text{сек}; v' = \sqrt[3]{gq'} = \sqrt[3]{3,9 \cdot 9,81} = 3,36 \text{ м/сек}$$

Не зважаючи покищо на швидкість v_{01} , обчислюємо z :

$$z = \frac{1}{\varphi^2} \frac{v'^2}{2g} = 0,71 \text{ м}; t_k = \frac{3,36^2}{9,81} = 1,16 \text{ м} = a$$

$$H = a + z = 1,16 + 0,71 = 1,87 \text{ м}$$

Тепер можна було б обчислити v_{01} і підставити поправку k в обчислення z ; для цього треба мати перекрій корита водотоки перед мостом. Не зважаючи на цю поправку, обчислюємо підпір:

$$y = H - t_0 = 1,87 - 1,1 = 0,77 \text{ м}$$

2. Як зміниться обчислення моста для попереднього завдання, якщо нормальна глибина річки $t_0 = 1,3 \text{ м}$.

Розв'язання.

$$t_k < t_0; a = t_0 = 1,3 \text{ м}; b = \frac{Q}{aav} = \frac{14}{0,9 \cdot 1,3 \cdot 3,5} = 3,42 \text{ м}$$

$$z = \frac{1}{\varphi^2} \frac{v^2}{2g} = 0,765 \text{ м}; H = a + z = 1,3 + 0,765 = 2,065 \text{ м}$$

підпір

$$y = z = 0,765 \text{ м}$$

РОЗДІЛ VII

РУХ ГРУНТОВИХ ВОД

§ 39. ОСНОВНИЙ ЗАКОН ДАРСІ. РІВНОМІРНИЙ РУХ ГРУНТОВИХ ВОД. ФІЛЬТР

Коли трубу CD , що злучає дві посудини A і B (рис. 181), виповнити водопроникливим ґрунтом (піском) і підтримувати різницю рівнів H води в посудинах незмінною, то (як це довів

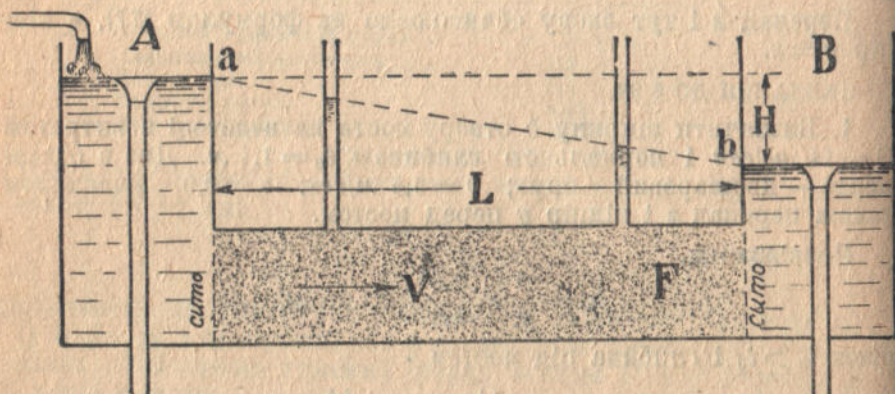


Рис. 181.

на дослідах Дарсі) кількість Q води, що просочується за одиницю часу крізь трубу, зворотно пропорційна довжині труби L , прямо пропорційна різниці рівнів H і площі F перерізу труби та залежить від властивостей ґрунту:

$$Q = k \frac{H}{L} F = kIF \dots \dots \dots (81)$$

Тут k — коефіцієнт фільтрування; він залежить від властивостей ґрунту, а також температури, і визначають його з дослідів.

$I = \frac{H}{L}$ — відносний спад. Частку $\frac{Q}{F}$ звуть „швидкістю фільтрування“. Користуючися з цих визначень, можна попереднє рівняння написати так:

$$v = kI, \dots \dots \dots (81-a)$$

тобто швидкість фільтрування пропорційна відносному спаду I .

Із цієї самої формули видно, що коефіцієнт фільтрації k має склад (розмірність) швидкості.

Якщо k визначено на $см/сек$, то й швидкість v одержимо на ті самі міри.

Дійсна швидкість руху v' води в порах ґрунту буде більша, ніж швидкість фільтрування; якщо позначимо відношення об'єму порожняк у ґрунті до всього об'єму, що його займає водовмісний ґрунт, літерою m (коефіцієнт порозности), то можна написати таке: $v = mv'$ або $v' = \frac{v}{m}$. Тому на підставі рівняння (81-а)

можна для дійсної швидкості написати:

$$v' = \frac{k}{m} I (81-b)$$

Отож дійсна швидкість води в порах ґрунту пропорціональна першому ступеню спаду I ; на це й треба було сподіватися, бо вода в порах ґрунту рухається з малою швидкістю і тому рух цей ламінарний, а не турбулентний*.

Порівнюючи формули (81-b) і (18-b), дізнаємося, чому при ламінарному русі коефіцієнт k залежить від температури та властивостей ґрунту; коефіцієнт k має відбивати вплив в'язкості води та величини й форми пор у ґрунті; у формулі (18-b) вплив в'язкості й діаметра трубочки відбивають коефіцієнт η і r ; проте, коефіцієнт в'язкості η залежить від температури; тому й k залежить від неї. Щоб обчислити k , досить часто користуються з емпіричних формул А. Hazen'a, Slichter'a, O. Smreker'a тощо. Проте, у важливих випадках краще визначати k безпосередньо з досліду.

Наведемо тут найпоширенішу формулу А. Hazen'a для пісків:

$$k = ACd_e^2\tau (81-c)$$

Тут A — числовий коефіцієнт, що залежить від мір, на які вимірюємо швидкість фільтрування, як і коефіцієнт k ; для швидкості на метри на добу $A = 1$; C — стала для даного ґрунту, що залежить переважно від „забруднення“ піску глиною тощо, — для чистого піску $C = 1000 - 700$, для забрудненого $C = 700 - 500$; τ — коефіцієнт, що характеризує вплив температури; за Hazen'ом $\tau = 0,70 + 0,03 T$; T — температура за Цельсієм; d_e — дієва, чи ефективна величина зерна; це є розмір на міліметри такого зерна, що 10% даного ґрунту мають менший розмір зерна. Hazen'ову формулу можна застосувати до пісків, що мають 1) $d_e = 0,1 - 3 мм$

і 2) коефіцієнт неоднорідности $\frac{d_o}{d_e} < 5$; d_o є розмір на міліметри такого зерна, що 60% даного ґрунту мають менший розмір зерна. Якщо Hazen'ову формулу перерахувати на A на $см/сек$, взяти $T = 10^\circ$ і $C = 850$, то матимемо:

$$k = d_e^2$$

* Для ґрунтів з великими зернами лінійна залежність між v і I порушується, бо у великих порах буде турбулентний рух. Тут розглядатимемо тільки ламінарний рух.

Нагадаємо, що тут k на $см/сек$, а d_0 на міліметри.

За Фоггаймером для чистого піску $k=36-50 d^2$; тут k на $см/сек$, а d — середній розмір зерна в сантиметрах.

подаємо ще вартості k для деяких інших ґрунтів:

Піскуваті ґрунти з домішкою глини	0,006 — 0,007	$см/сек$
Піскувато-глинясті ґрунти	0,003 — 0,004	"
Глинясто-водопроникливі ґрунти	0,001	"

Алеж часто k для подібних ґрунтів буває значно менше.

Формули (81) і (81-а) можна безпосередньо застосовувати до фільтрів, у яких вода просочується крізь шар піску у вертикальному напрямі (рис. 182).

За допомогою рівнянь Дарсі (81) і (81-а) можна визначити швидкість і витрату водовмісних верств землі при усталеному рівномірному або близькому до рівномірного руху води в них. Тут можна розрізнити два випадки: 1) водовмісна верства не

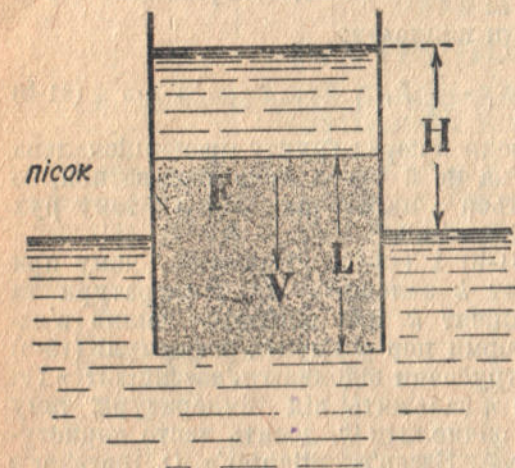


Рис. 182.

доходить до верхньої поверхні водопроникливої верстви (рис. 183) і ґрунтові води мають „вільний“ рівень; 2) водовмісна верства міститься між двома водопроникливими верствами і вода рухається між ними під напором (рис. 184).

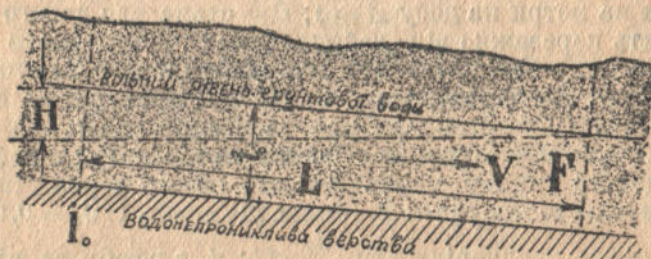


Рис. 183.

В останньому випадку вода підіймається в бурових свердловинах (артезійських колодязях), що являють з погляду гідраліки начебто п'єзометричні трубочки. На рис. 183 і 184 виразно видно, як у різних випадках визначають різницю рівнів H для дільниці, що її розглядаємо.

Для рівномірного руху ґрунтових потоків з вільним рівнем.

прямокутного перерізу, сталої ширини B і глибини t_0), рівняння (81) можна переписати так:

$$Q = kI_0 B t_0$$

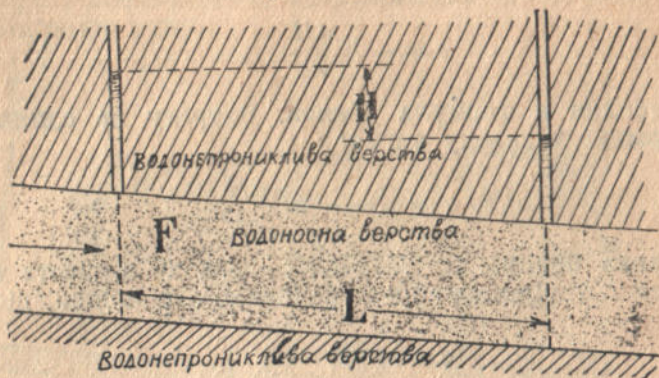


Рис. 184.

Тут I_0 — спад водонепроницливої верстви, що дорівнює спаду I вільної поверхні.

Позначивши витрату на одиницю ширини $\frac{Q}{B}$ через q , матимемо:

$$q = kI_0 t_0 \dots \dots \dots (81-d)$$

§ 40. ФОРМУЛА ДЮПЮІ. КРИВА ДЕПРЕСІЇ. УСТАЛЕНИЙ НЕРІВНОМІРНИЙ РУХ ҐРУНТОВИХ ПОТОКІВ ПРЯМОКУТНОГО ПЕРЕКРОЮ СТАЛОЇ ШИРИНИ З ВІЛЬНИМ РІВНЕМ

Розглянемо тільки ті випадки нерівномірного руху, коли лінії течії залишаються приблизно паралельні. При нерівномірному русі вільна поверхня буде криволінійна. Криві вільних поверхонь для ґрунтових вод називають кривими депресії (наприклад лінія CD на рис. 185). Відносний спад I поверхні нерівномір-

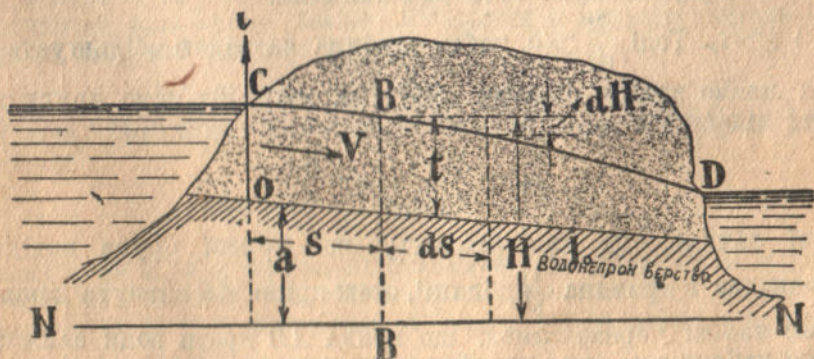


Рис. 185.

ного руху вздовж потоку буде величина змінна. Для безконечно малої ділянки ds з позначеннями рис. 185 матимемо $I = -\frac{dH}{ds}$, а тому

$$v = -k \frac{dH}{ds} \dots \dots \dots (82)$$

Це рівняння є формула Дюпюї. Витрату на одиницю ширини одержимо в такому вигляді:

$$q = vt = -kt \frac{dH}{ds}$$

З рисунка бачимо, що $H = a + t - I_0 s$, де a висота точки O над площею NN ; підставивши до написаного рівняння, дістанемо:

$$q = kt \left(I_0 - \frac{dt}{ds} \right) \dots \dots \dots (83)$$

Це є диференціальне рівняння кривих депресії. Якщо до нього запровадити глибину t_0 рівномірного руху, при якому в потоці протікала б та сама кількість води (рівн. 81-d), то матимемо:

$$kI_0 t_0 = kt \left(I_0 - \frac{dt}{ds} \right)$$

або

$$I_0 t_0 = t \left(I_0 - \frac{dt}{ds} \right)$$

Розв'яжемо це рівняння щодо $\frac{dt}{ds}$:

$$\frac{dt}{ds} = I_0 \left(1 - \frac{t_0}{t} \right) \dots \dots \dots (84)$$

Проаналізуємо рівняння (84) аналогічно до того, як це ми зробили для кривих поверхонь нерівномірного руху в одкритих водотоках. Тут можуть бути два випадки.

1) $t > t_0$. Тоді $\frac{dt}{ds} > 0$, тобто глибина за водою збільшується; отож маємо криву підпору AB (рис. 186). Візьмемо другу похідну від t по s :

$$\frac{d^2 t}{ds^2} = \frac{I_0^2 t_0}{t^2} \left(1 - \frac{t_0}{t} \right);$$

з неї бачимо, що для розглядуваної кривої друга похідна, а водночас і кривина $\frac{1}{\rho}$ додатні, отож крива AB вигнута донизу. Легко також переконатися, що крива AB проти води асимптотично наближається до профілю рівномірного руху, а за водою — до горизонтальної прямої.

2) $t < t_0$. Тут $\frac{dt}{ds} < 0$ і $\frac{d^2t}{ds^2} < 0$; отож глибина за водою зменшується і маємо криву спадання CD (рис. 186); крива ця вигнута догори і асимптотично наближається проти води до профілю рівномірного руху.

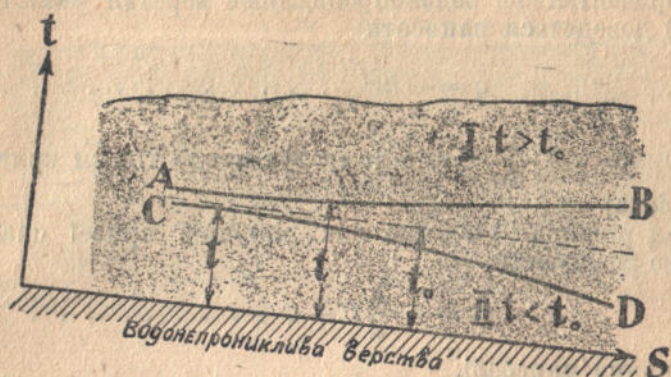


Рис. 186.

Критична глибина для ґрунтових потоків дорівнює нулю, бо швидкість руху дуже мала; тому в ґрунтових потоках бувають або тільки I, або тільки II зона. III зони тут не може бути.

Проінтегрувавши рівняння (84) для $t > t_0$, дістанемо рівняння кривої підпору AB :

$$I_0 s = t + t_0 \ln(t - t_0) + C \dots \dots \dots (85)$$

і аналогічно для кривої спадання:

$$I_0 s = t + t_0 \ln(t_0 - t) + C \dots \dots \dots (85-a)$$

Щоб збудувати, наприклад, криву спадання за рівнянням (85-a), треба насамперед визначити довільну сталу C і глибину рівномірного руху t_0 (якщо її наперед не знаємо); це можна зробити тільки на підставі початкових умов, знаючи, наприклад, глибини в певних перерозах (рис. 185 — глибини в точках C і D). Визначивши t_0 , можемо також обчислити й витрату потоку на одиницю ширини з такого рівняння:

$$q = kt_0 I_0$$

Можна, звичайно, розшукати безпосередньо інтеграл рівняння (83):

$$I_0 s = t + \frac{q}{kI_0} \ln(kI_0 t - q) + C,$$

в якому є не t_0 , а q ; проте, підставляти t_0 до диференціального рівняння тим вигідно, що тоді можемо, аналогічно до нерівномірного руху води у відкритих коритах, запровадити, за пропозицією проф. Павловського, „відносну глибину“ $\eta = \frac{t}{t_0}$ і скласти

відповідні таблиці; з цими таблицями багато легше будувати криві депресії*.

Розглянемо ще нерівномірний рух води для випадків, коли водонепрониклива верства горизонтальна ($I_0 = 0$) і коли вона має протиспад.

Для горизонтальної водонепроникливої верстви замість рівняння (83) доведеться написати:

$$q = -kt \frac{dt}{ds}, \dots \dots \dots (86)$$

звідки бачимо, що $\frac{dt}{ds} < 0$, а тому тут маємо тільки криву спадання (II зона).

Інтеграл рівняння (86), що дає рівняння кривої спадання, дуже легко розшукати:

$$qs = -\frac{k}{2} t^2 + C \dots \dots \dots (87)$$

Це рівняння параболі.

Для водонепроникливої верстви з протиспадом, очевиднож, матимемо:

$$q = kt \left(-I_0 - \frac{dt}{sd} \right) = -kt \left(I_0 + \frac{dt}{ds} \right) \dots \dots \dots (86-a)$$

З рівняння (86-a) видно, що й для цього випадку можемо мати тільки криву спадання. Інтеграл його:

$$I_0 ds = -t - \ln(q + I_0 kt) + C \dots \dots \dots (87-a)$$

Але й цю криву легше будувати, скористувавшись з формул і таблиць проф. Павловського, поданих у згаданій його книжці.

§ 41. ВОДОЗБІРНА ГАЛЕРІЯ; ВОДОЗБІРНИЙ ЧИ ВИСУШНИЙ КАНАЛ

Розглянемо рух води в горизонтальній водовмісній верстві з горизонтальним вільним рівнем води, що в ній збудовано водозбірну галерію A (рис. 187), яка сягає до горизонтальної водонепроникливої верстви. Якщо з галерії воду випускати, то через деякий час там встановиться певна глибина h і певна витрата q води (за одиницю часу), що притікає з ґрунту до галерії на одиниці довжини Π з одного боку. Замість горизонтального природного рівня ґрунтової води матимемо тоді з кожного боку криву депресії CD . До неї можна застосувати рівняння (87), відповідно змінивши позначення:

$$-qx = -\frac{k}{2} z^2 + C$$

* Див. проф. Павловський — Неравномерное движение грунтовых вод. Москва. 1930. Сообщение 19 Государственного института сооружений. У цій книжці проф. Павловський докладно подає теорію нерівномірного руху ґрунтових вод, таблиці для побудови кривих депресії та багато прикладів.

Абсцису x узято з мінусом, бо вісь абсцис тут спрямовано проти напрямку руху; вважаючи на те, що знак довільної стало

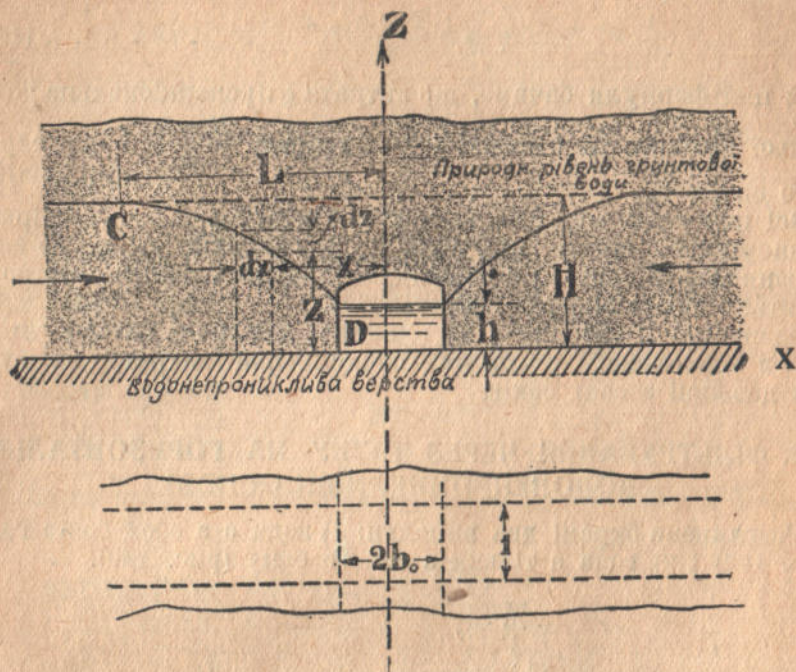


Рис. 187.

не має значення, можемо це рівняння переписати так:

$$qx' = \frac{k}{2} z^2 + C$$

Довільну стало C визначаємо з умови: коли $x = b_0$, то $z = h$;
 $C = qb_0 - \frac{k}{2} h^2$; підставивши й спростивши, дістанемо:

$$z^2 - h^2 = \frac{2q}{k} (x - b_0) \dots \dots \dots (88)$$

Якщо для певного x виміряємо відповідне z , а також визначимо k , то з рівняння (88) можна обчислити витрату:

$$q = \frac{k}{2} \frac{z^2 - h^2}{x - b_0} \dots \dots \dots (88-a)$$

Віддаль L , на якій почувається вплив галерії, називають межею впливу Π . Підставивши L , а також H до рівняння (88), дістанемо:

$$q = \frac{k}{2} \frac{H^2 - h^2}{L - b_0} = k \frac{H + h}{2} \frac{H - h}{L - b_0}$$

Позначивши через I_0 середній спад кривої депресії, що дорівнює, як видно, $\frac{H-h}{L-b_0}$, можна написати:

$$q = k \frac{H+h}{2} I_0 \dots \dots \dots (88-b)$$

Із цієї формули бачимо, що витрата q пропорційна до середньої глибини на довжині кривої депресії $\frac{H+h}{2}$ і до середнього спаду її.

Всі попередні міркування можна застосувати до водозбірного чи висушного каналу, що доходять до поверхні землі і до водонепроникливої верстви з погляду гідравліки нічим істотно не візняться від водозбірної галерії.

Визначивши витрату q на одиницю довжини галерії чи каналу з одного боку, легко вже обчислити й витрату на будь-якій довжині з обох боків.

§ 42. ФІЛЬТРУВАННЯ ЧЕРЕЗ ГАТКУ НА ГОРИЗОНТАЛЬНІЙ ВОДОНЕПРОНИКЛИВІЙ ОСНОВІ

Розглянемо окремі два випадки: 1) вода є з обох боків гатки (рис. 188) і 2) вода є тільки з одного боку (рис. 189).

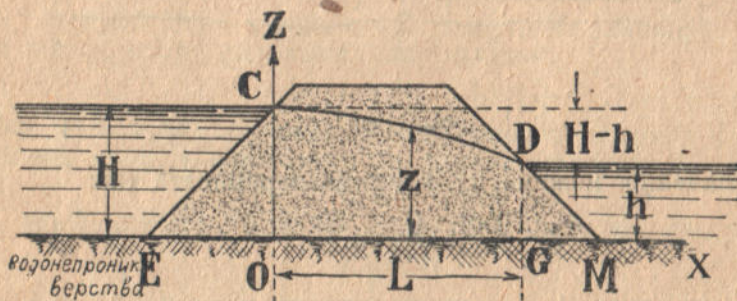


Рис. 188.

1. До першого випадку за Н. Lorenz'ом застосовують рівняння (87), не зважаючи при цьому на вплив ґрунту в об'ємах CEO і DGM*:

$$qx = -\frac{k}{2} z^2 + C$$

Довільну сталу C визначають з умови: $z = H$, коли $x = 0$;

$$C = \frac{k}{2} H^2$$

Тоді

$$qx = \frac{k}{2} (H^2 - z^2)$$

* Див. Н. Lorenz — Technische Hydromechanik, 1910, стор. 438.

Це і є рівняння кривої депресії CD . Проте, щоб з нього скористуватися, треба ще визначити q ; для цього зауважимо, що $z = h$, коли $x = L$. Звідси

$$qL = \frac{k}{2} (H^2 - h^2) = k \frac{H+h}{2} (H-h)$$

або

$$q = \frac{k}{2L} (H^2 - h^2) \dots \dots \dots (89)$$

Ще інакше:

$$q = k \frac{H+h}{2} \frac{H-h}{L} = k \frac{H+h}{2} I_0$$

Тут знову через I_0 позначено середній відносний спад на довжині кривої депресії.

Тепер рівняння кривої депресії можемо написати в такому остаточному вигляді:

$$x = \frac{H^2 - z^2}{I_0(H+h)} \dots \dots \dots (90)$$

2. Якщо вода є тільки з одного боку (рис. 189) гатки, то

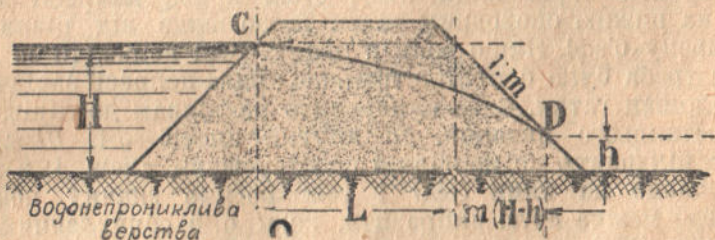


Рис. 189.

витрату на одиницю довжини її й тут можна визначити з формули (89), підставивши до неї замість L вираз $L + m(H-h)$:

$$q = \frac{k}{2} \frac{H^2 - h^2}{L + m(H-h)}$$

Але в цьому рівнянні тепер h невідоме. Визначити його можна, припустивши (аналогічно до постулату *Белянже* для переливу з широким порогом), що h установиться таке, щоб витрата q набула максимальної вартості*; звідси маємо умову:

$$\frac{dq}{dh} = 0$$

або

$$-2h[L + m(H-h)] + m(H^2 - h^2) = 0$$

* Див. А. Schoklitsch — Wasserbau. I Band, 1930, стор. 184 і далі.

$$h = H + \frac{L}{m} \pm \sqrt{\left(H + \frac{L}{m}\right)^2 - H^2}$$

Але ж $h < H$, тому можна взяти тільки корінь:

$$h_2 = H + \frac{L}{m} - \sqrt{\left(H + \frac{L}{m}\right)^2 - H^2}$$

Взявши другу похідну від q по h і підставивши туди h_2 , можна переконатися, що h_2 відповідає максимуму витрати q_{\max} .

Підставивши q_{\max} замість q до рівняння

$$qx = \frac{k}{2} (H^2 - z^2),$$

можемо збудувати криву депресії CD .

Обидва способи обчислювати криву депресії, що їх тут подано, неточні, особливо перший із них — спосіб *Г. Лоренца*. Коли обчислювати звичайні гатки й не зважати на опори в клинах CEO і DGM (рис. 188), то будуть чималі помилки; зокрема, крива депресії не може закінчуватися на рівні води в нижньому б'єфі, бо тоді не залишалось б напору на те, щоб вода могла пройти через клин CEO ; отож крива депресії мусить вийти на нижню споховину гатки дещо вище від рівня води в нижньому б'єфі. Якщо води в цьому б'єфі немає, то за *Г. Лоренцом* треба було б припустити, що крива депресії закінчиться біля підосви гатки, а це суперечить наслідкам дослідів. Щодо цього останнього питання, то другий спосіб — *А. Шокліча* — ближче підходить до наслідків спостережень, але ж і в ньому не зважаємо на клин CEO і теж робимо значну помилку; її начебто можна було виправити, коли б в обчисленнях замінити клин CEO (рис. 188 та 189) прямокутнім паралелепіпедом, довжина якого приблизно дорівнює $\frac{EO}{2}$, тобто перенести площу у CO на середину віддалі між точками E і O .

Багато точніше за *Г. Лоренца*, *А. Шокліча* та інших розв'язав розглядуване питання проф. *Павловський* у своїй праці „О фильтрации воды через земляные плотины“ (Ленинград, 1931).

§ 43. КРУГЛИЙ КОЛОДЯЗЬ; АРТЕЗІЙСЬКІ КРИНИЦІ

Хай круглий колодязь радіусом r_0 прорізує водовмісну верству на всю її глибину H (рис. 190). Якщо з колодязя забирати воду рівномірно, то рівень ґрунтової води навколо нього знижується порівняно з природним її рівнем, а після того, як рух усталиться, ця поверхня навколо колодязя набуває форми лійки $ACDB$. Меридіян цієї лійкуватої поверхні називають кривою депресії колодязя. Відшукаємо рівняння цієї кривої, а також витрату колодязя Q за секунду (дебет), якщо поверхня водонепроникливої верстви та природний рівень ґрунтової води — горизонтальні. Візьмемо навколо колодязя циліндричну поверхню

довільного радіуса r ; відносний спад вільного рівня води на довжині dr буде, очевидно, $I = \frac{dz}{dr}$; швидкість за Дюпюї:

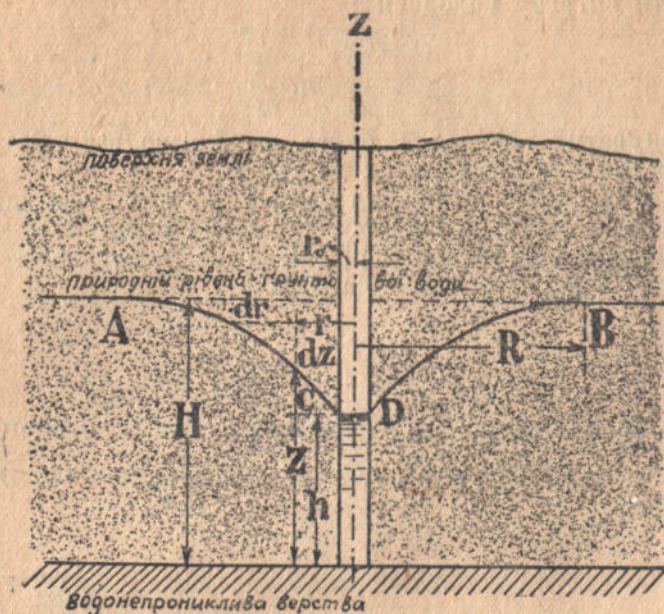


Рис. 190.

$v = k \frac{dz}{dr}$; поверхня циліндра, через яку протікає вода, дорівнює $2\pi rz$. Кількість води, що протікає за 1 секунду через цю поверхню і дорівнює витраті колодязя:

$$Q = k \frac{dz}{dr} 2\pi rz$$

або

$$2\pi kz dz = Q \frac{dr}{r}$$

Після інтегрування:

$$\frac{2\pi kz^2}{2} = Q \ln r + C$$

Довільну сталу можна визначити з такої умови: коли $r = r_0$, то $z = h$. Підставивши дістанемо:

$$z^2 - h^2 = \frac{Q}{\pi k} \ln \frac{r}{r_0} \dots \dots \dots (91)$$

Це і є рівняння кривої депресії. Підставивши до нього замість z товщину водовмісної верстви H , легко відшукати „радіус впливу“ колодязя R , тобто радіус того кола, по якому

перетинаються лікувата поверхня з природним рівнем ґрунтової води. Навпаки, якщо знаємо радіус впливу колодезя, то, підставивши його, а також величину H до рівняння (91), можна відшукати витрату колодезя*:

$$Q = \pi k \frac{H^2 - h^2}{\ln \frac{R}{r_0}} \dots \dots \dots (91-a)$$

У піскуватих ґрунтах R буває, приблизно, від 250 до 500 м, у грубозернястих же ґрунтах до 700 м.

Взагалі ж краще визначити радіус впливу дослідами, причому треба зважати на витрату, зниження рівня води в колодезі порівняно з природним рівнем і на властивості ґрунту. Якщо рівняння (91-a) переписати так:

$$Q = \frac{2\pi k^2}{\ln \frac{R}{r_0}} (H-h) \frac{H+h}{2},$$

то можна дійти такого висновку: витрата колодезя пропорційна до спаду $H-h$ поверхні й до середньої товщини верстви $\frac{H+h}{2}$

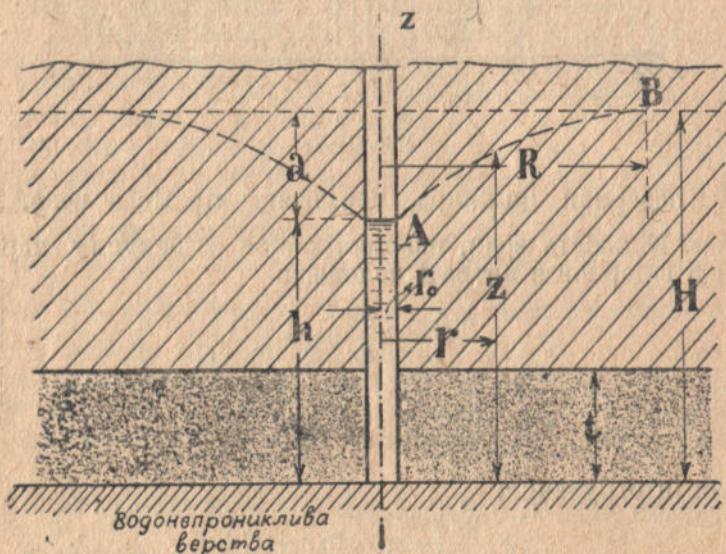


Рис. 191.

вздовж радіуса впливу та зворотно пропорційна $\ln \frac{R}{r_0}$.

Розглядаючи артезійський колодезь (рис. 191), маємо цілком аналогічно, як і для звичайного:

$$Q = k \frac{dz}{dr} 2\pi r t$$

* Так само можна відшукати витрату якщо знаємо z для певного r .

Тут замість z підставлено товщину водовмісної верстви t . Рівняння кривої депресії AB , що її тут краще було б звати кривою напору, матимемо в такій формі:

$$z - \bar{h} = -\frac{Q}{2\pi kt} \ln \frac{r}{r_0} \dots \dots \dots (92)$$

Витрата ж артезійського колодязя:

$$Q = 2\pi kt \frac{H - h}{\ln \frac{R}{r_0}} \dots \dots \dots (92-a)$$

ЗАВДАННЯ ДО §§ 40 — 43

1. Частину C посудини (рис. 192) виповнено піском, а частини A і B водою до вказаних рівнів, при чому ці рівні

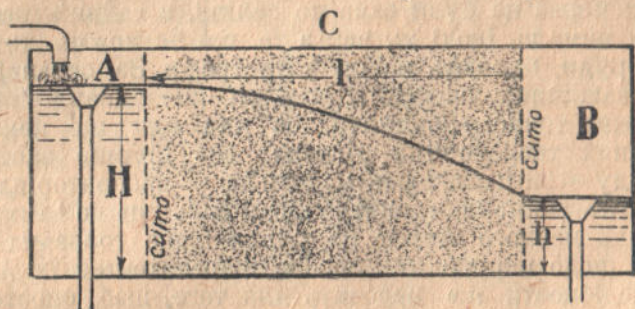


Рис. 192.

незмінні. За час T просочилося крізь пісок Q_0 води. Відшукати коефіцієнт фільтрування k цього піску. Ширина посудини b .

Розв'язання. Витрата на одиницю ширини посудини $q = \frac{Q_0}{b}$.

Підставимо до формули $q = \frac{k}{2} \frac{H^2 - h^2}{L - b_0}$ замість $L - b_0$ розмір l ; тоді

$$k = \frac{2ql}{H^2 - h^2}$$

2. Різниця рівнів (рис. 184) $H = 0,625$ м на довжині $L = 500$ м водовмісної верстви з середньою площею поперечного перекрою $F = 500$ м². Обчислити витрату води через цю водовмісну верству, коли коефіцієнт фільтрування ґрунту цієї верстви $k = 4$ см/сек = = 0,04 м/сек.

Розв'язання.

$$I = \frac{H}{L} = \frac{0,625}{500} = 0,00125$$

$$Q = kIF = 0,04 \cdot 500 \cdot 0,00125 = 0,025 \text{ м}^3/\text{сек} = 25 \text{ л/сек}$$

ДОДАТОК

§ 44. ПРО ДИНАМІЧНУ ПОДІБНІСТЬ У ГІДРАВЛІЦІ

У різних галузях техніки, зокрема гідротехніки, в її щодня виникає багато важливих для практики питань щодо руху рідин, яких теоретичними способами сучасної гідравліки та теоретичної гідротехніки як слід розв'язати ще не можна. У таких випадках давніше доводилося (часто це трапляється й тепер) будувати ті чи ті споруди за неточними емпіричними даними; розміри їх через це були занадто великі, а зайвих коштів витрачалося чимало. Іноді ж, через те, що не можна точно обчислити споруди, бувають навіть катастрофи. За останні десятиріччя до важливих споруд і взагалі до гідравлічних явищ, які не можна точно обчислити, бо для них ще немає добре опрацьованих теоретичних підстав, все ширше застосовують нову методу — випробовують моделі їх у лабораторіях. Моделі виготовляють звичайно геометрично подібними до самих споруд, додержуючи певного мірила не тільки щодо головних розмірів, а навіть і щодо нерівностей стінок, шерехатостей їх. Але геометричної подібності ще недосить для того, щоб спостереження та висновки з цих спостережень над рухом води в моделі споруди, в трубі тощо можна було переносити й на саму споруду. Треба ще, щоб рухи води в споруді та в її моделі були й динамічно подібні.

Розглядатимемо далі два випадки руху:

1. головна роль в досліджуваному русі рідини належить силам тертя (а не силі тяжіння), як от рух у досить довгих горизонтальних водотоках, трубах;

2. головну роль в досліджуваному русі відіграє сила тяжіння, на сили ж тертя можна не зважати; наприклад, рух води через перелив, отвір, хвилі, дослідження величини підпору перед спорудою тощо.

1. Якщо головна роль належить силам тертя, а на силу тяжіння можна не зважати, то динамічну подібність рухів рідини в самій споруді та в її моделі матимемо тільки тоді, коли відношення сил інерції й сил тертя і в споруді, і в моделі однакові. Розглянемо тільки рух у напрямі осі x . Сили інерції на одиницю маси (див. *Ейлерові* диференціальні рівняння руху) дають члени такого вигляду: $\frac{\partial v_x}{\partial t}$ і $v_x \frac{\partial v_x}{\partial x}$; розмірність їх $\left[\frac{v^2}{L} \right]^*$; тут v — швидкість, а L — якийсь важли-

* Розмірність тут виражена умовно через швидкість та довжину, а не через основні одиниці сили, часу та довжини.

вий лінійний розмір, — у трубах, наприклад, діаметр або гідравлічний радіус.

Щоб визначити форму членів, що визначають силу тертя в реальній рідині, виділимо в ній безконечно малий паралелепіпед (рис. 193) з рубами, паралельними до осей координат. Нехай швидкість у напрямі осі x становить функцію координати z і для точок з більшим z вона теж більша. Якщо τ позначає силу тертя на квадратну одиницю площі, то на нижню стінку паралелепіпеда діє сила тертя — $\tau dx dy$, а на верхню $(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz) dx dy$.

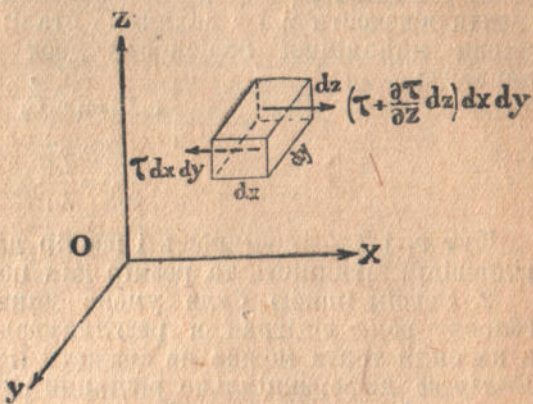


Рис. 193.

Вислідна сила тертя в напрямі осі x дорівнюватиме $\frac{\partial \tau}{\partial z} dx dy dz$. Алеж замість τ сюди можна підставити

(див. § 15) такий вираз: $\eta \cdot 1 \cdot \frac{\partial v}{\partial z}$; тоді матимемо: $\eta \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} dx dy dz$.

Ця сила діє на масу в об'ємі паралелепіпеда $\rho dx dy dz$. На одиницю ж маси припадає така сила тертя:

$$\frac{\eta \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} dx dy dz}{\rho dx dy dz} = \frac{\eta}{\rho} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$$

Частку $\frac{\eta}{\rho}$ називають кінематичним коефіцієнтом в'язкості рідини і позначають літерою ν ; отож сила тертя в напрямі осі x дорівнює $\nu \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}$. Розмірність її умовно можна виразити: $\left[\frac{\nu v^2}{L^2} \right]$.

Тепер визначимо відношення сил інерції й сил тертя: $\left[\frac{v^2}{L} \right] : \left[\frac{\nu v^2}{L^2} \right]$.

Позначимо це відношення літерою \Re ; тоді можемо написати:

$$\Re = \frac{vL}{\nu} \dots \dots \dots (93)$$

Відношення $\Re = \frac{vL}{\nu}$ називають *Рейнольдсовим* числом. Отож рухи рідин, наприклад, у двох трубах, будуть динамічно подібні, якщо *Рейнольдсові* числа для обох них однакові. Треба підкре-

слити, що хоч лінійні розміри L , які є у *Рейнольдсовому* числі, можна добирати довільно, але для розглядування рухів це мають бути подібні розміри (для труб, як уже згадували, діаметри або гідравлічні радіуси). Якщо досліджуємо динамічно подібні рухи тої самої рідини (при однакових температурах), то коефіцієнти в'язкості η і ν величини сталі; тому для цього випадку умови динамічної подібності двох рухів набувають такого вигляду:

$$v_1 L_1 = v_2 L_2$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{L_2}{L_1} \dots \dots \dots (93-a)$$

Тут v_1 і L_1 — швидкість і розмір для одного руху, а v_2 і L_2 — відповідні швидкість та розмір для подібного руху.

2. Зовсім іншою буде умова динамічної подібності, якщо головну роль відіграє в розглядуваному русі сила тяжіння, а на сили тертя можна не зважати (ідеальна рідина). Візьмемо *Ейлерове* диференціальне рівняння руху для осі z , спрямованої, як звичайно, донизу:

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}$$

Замість складової масової сили Z сюди треба для важкої рідини підставити прискорення сили тяжіння g ; тоді

$$g - \frac{\partial v_z}{\partial t} - v_x \frac{\partial v_z}{\partial x} - v_y \frac{\partial v_z}{\partial y} - v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}$$

Рухи рідини, які відповідають цьому рівнянню, в споруді в моделі будуть динамічно подібні, якщо відношення сили тяжіння g і сил інерції $\frac{\partial v_z}{\partial t}$, $v_x \frac{\partial v_z}{\partial x}$ тощо і в споруді, і в моделі будуть однакові. Але ж розмірність сил інерції знову така: $\left[\frac{v^2}{L} \right]$, як про це вже говорили попередю. Тому відношення сили інерції до сили тяжіння, що його називатимемо *Фрудовим* (Froude) числом і позначимо літерою \mathfrak{F} , буде таке:

$$\mathfrak{F} = \frac{v^2}{gL} \dots \dots \dots (94)$$

Сила тяжіння чи прискорення її g на землі приблизно стала, тому для динамічної подібності рухів у споруді та в моделі треба, щоб вираз $\frac{v^2}{L}$ для обох них був однаковий.

Позначивши знову через v_1 і L_1 швидкість та певний важливий розмір у споруді, а через v_2 і L_2 — швидкість та відповідний розмір у моделі, можемо умову подібності рухів написати так:

$$\frac{v_1^2}{L_1} = \frac{v_2^2}{L_2} \dots \dots \dots (94-a)$$

Багато важче досліджувати моделі таких споруд, що для руху в них відіграють значну роль одночасно і сила тяжіння, і тертя, бо ледве чи можна виготовити модель, яка б задовольняла водночас умову (93-а) і умову (94-а).

Тоді доводиться від котроїсь умови або цілковитої геометричної подібності моделі відступитися і вже шляхом теоретичних міркувань робити висновки для споруд з наслідків лабораторних дослідів; звичайно, ці такі висновки не можуть бути цілком певні*; часто вони дають тільки якісні, а не кількісні вказівки для проектування споруд.

* Докладно про випробування моделей див.: „Die Wasserbaulaboratorien Europas“, Berlin, 1926, або американський доповнений переклад цієї книжки: „Hydraulic Laboratory Practice“, New-York, 1930.

Величины: $h = \frac{v^2}{2g}$ и $v = \sqrt{2gh}$

v	$h = \frac{v^2}{2g}$	v	$h = \frac{v^2}{2g}$	v	$h = \frac{v^2}{2g}$	h	$v = \sqrt{2gh}$	h	$v = \sqrt{2gh}$	h	$v = \sqrt{2gh}$
0,05	0,0001	2,10	0,225	5,10	1,326	0,005	0,313	0,30	2,426	1,00	4,429
0,10	0,0005	2,20	0,247	5,20	1,378	0,01	0,443	0,31	2,466	1,10	4,646
0,15	0,001	2,30	0,270	5,30	1,432	0,02	0,626	0,32	2,506	1,20	4,852
0,20	0,002	2,40	0,294	5,40	1,486	0,03	0,767	0,33	2,545	1,30	5,050
0,25	0,003	2,50	0,319	5,50	1,542	0,04	0,886	0,34	2,583	1,40	5,241
0,30	0,005	2,60	0,345	5,60	1,598	0,05	0,990	0,35	2,621	1,50	5,425
0,35	0,006	2,70	0,372	5,70	1,656	0,06	1,085	0,36	2,658	1,60	5,603
0,40	0,008	2,80	0,400	5,80	1,715	0,07	1,172	0,37	2,694	1,70	5,775
0,45	0,010	2,90	0,429	5,90	1,774	0,08	1,253	0,38	2,730	1,80	5,943
0,50	0,013	3,00	0,459	6,00	1,835	0,09	1,329	0,39	2,766	1,90	6,106
0,55	0,015	3,10	0,490	6,10	1,897	0,10	1,401	0,40	2,801	2,00	6,264
0,60	0,018	3,20	0,522	6,20	1,959	0,11	1,468	0,41	2,836	2,10	6,570
0,65	0,022	3,30	0,555	6,30	2,023	0,12	1,534	0,42	2,871	2,20	6,862
0,70	0,025	3,40	0,589	6,40	2,088	0,13	1,597	0,43	2,905	2,30	7,142
0,75	0,029	3,50	0,624	6,50	2,153	0,14	1,657	0,44	2,938	2,40	7,412
0,80	0,033	3,60	0,661	6,60	2,220	0,15	1,715	0,45	2,971	2,50	7,672
0,85	0,037	3,70	0,698	6,70	2,288	0,16	1,772	0,46	3,004	2,60	7,924
0,90	0,041	3,80	0,736	6,80	2,357	0,17	1,826	0,47	3,037	2,70	8,168
0,95	0,046	3,90	0,775	6,90	2,427	0,18	1,879	0,48	3,069	2,80	8,404
1,00	0,051	4,00	0,816	7,00	2,497	0,19	1,931	0,49	3,101	2,90	8,635
1,10	0,062	4,10	0,857	7,10	2,569	0,20	1,981	0,50	3,132	3,00	8,859
1,20	0,073	4,20	0,899	7,20	2,642	0,21	2,030	0,55	3,255	3,20	9,078
1,30	0,086	4,30	0,942	7,30	2,716	0,22	2,076	0,60	3,381	3,40	9,291
1,40	0,100	4,40	0,987	7,40	2,791	0,23	2,124	0,65	3,511	3,60	9,500
1,50	0,115	4,50	1,032	7,50	2,867	0,24	2,170	0,70	3,706	3,80	9,701
1,60	0,130	4,60	1,078	7,60	2,944	0,25	2,215	0,75	3,836	4,00	9,905
1,70	0,147	4,70	1,126	7,70	3,022	0,26	2,259	0,80	3,962	4,20	10,101
1,80	0,165	4,80	1,173	7,80	3,101	0,27	2,302	0,85	4,084	4,40	10,293
1,90	0,184	4,90	1,224	7,90	3,181	0,28	2,344	0,90	4,202	4,60	10,482
2,00	0,204	5,00	1,274	8,00	3,262	0,29	2,385	0,95	4,317	4,80	10,668
										6,00	10,850

ТАБЛИЦЯ II

Величини модулів швидкості $S = C\sqrt{R}$ і модулів витрати $K = FC\sqrt{R}$ для чавунних труб нормального сортаменту, що їх вже використовували. Вар-
тість коефіцієнта C взято за старою Куттровою формулою $C = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}}$
при $m = 0,25$.

d мм	K м ³ /сек	K^2 (м ³ /сек) ²	S м/сек	S^2 (м/сек) ²
40	0,00359	0,00001289	2,857	8,162
50	0,00678	0,00004599	3,455	11,93
75	0,02143	0,0004593	4,851	23,53
100	0,04810	0,002314	6,125	37,51
125	0,08984	0,008072	7,321	53,60
150	0,1494	0,02231	8,453	71,45
175	0,2292	0,05253	9,529	90,80
200	0,3317	0,1100	10,56	111,48
225	0,4590	0,2107	11,54	133,27
250	0,6136	0,3765	12,50	156,25
300	1,012	1,024	14,31	204,89
350	1,540	2,379	16,03	257,04
400	2,220	4,926	17,66	311,97
450	3,057	9,343	19,22	369,35
500	4,067	16,540	20,71	428,94
600	6,655	44,290	23,54	553,95

ТАБЛИЦЯ III

Величини коренів з гідравлічного радіуса R

R	\sqrt{R}	$\sqrt[5]{R}$	$\sqrt[6]{R}$	R	\sqrt{R}	$\sqrt[5]{R}$	$\sqrt[6]{R}$
0,05	0,224	0,549	0,607	0,60	0,775	0,903	0,919
0,06	0,245	0,570	0,626	0,65	0,806	0,917	0,931
0,07	0,265	0,588	0,642	0,70	0,837	0,931	0,943
0,08	0,283	0,603	0,657	0,75	0,866	0,944	0,954
0,09	0,300	0,618	0,670	0,80	0,894	0,956	0,964
0,10	0,316	0,631	0,682	0,85	0,922	0,968	0,974
0,11	0,332	0,643	0,692	0,90	0,949	0,979	0,983
0,12	0,346	0,654	0,703	0,95	0,975	0,990	0,992
0,13	0,361	0,665	0,712	1,00	1,000	1,000	1,000
0,14	0,374	0,675	0,721	1,10	1,049	1,019	1,016
0,15	0,387	0,684	0,729	1,20	1,095	1,037	1,031
0,16	0,400	0,693	0,737	1,30	1,140	1,054	1,045
0,17	0,412	0,702	0,745	1,40	1,183	1,070	1,058
0,18	0,424	0,710	0,752	1,50	1,225	1,084	1,070
0,19	0,436	0,717	0,759	1,60	1,265	1,099	1,082
0,20	0,447	0,725	0,765	1,70	1,304	1,112	1,093
0,21	0,458	0,732	0,771	1,80	1,342	1,125	1,102
0,22	0,469	0,739	0,777	1,90	1,378	1,137	1,113
0,23	0,480	0,745	0,783	2,00	1,414	1,148	1,122
0,24	0,490	0,753	0,789	2,10	1,449	1,160	1,132
0,25	0,500	0,758	0,794	2,20	1,483	1,171	1,140
0,26	0,510	0,764	0,799	2,30	1,517	1,181	1,149
0,27	0,520	0,770	0,804	2,40	1,549	1,191	1,157
0,28	0,529	0,775	0,809	2,50	1,581	1,201	1,165
0,29	0,539	0,781	0,814	2,60	1,612	1,211	1,173
0,30	0,548	0,786	0,819	2,70	1,643	1,220	1,180
0,31	0,557	0,791	0,823	2,80	1,673	1,229	1,187
0,32	0,566	0,796	0,827	2,90	1,703	1,237	1,194
0,33	0,574	0,801	0,832	3,00	1,732	1,246	1,201
0,34	0,583	0,806	0,836	3,20	1,789	1,262	1,214
0,35	0,592	0,811	0,840	3,40	1,844	1,277	1,226
0,36	0,600	0,815	0,844	3,50	1,871	1,285	1,232
0,37	0,608	0,820	0,848	3,60	1,897	1,292	1,237
0,38	0,616	0,824	0,851	3,80	1,949	1,306	1,249
0,39	0,625	0,828	0,855	4,00	2,000	1,320	1,260
0,40	0,632	0,833	0,859	4,50	2,121	1,350	1,285
0,41	0,640	0,837	0,862	5,00	2,236	1,380	1,308
0,42	0,648	0,841	0,866	5,50	2,345	1,406	1,329
0,43	0,656	0,845	0,869	6,00	2,449	1,431	1,348
0,44	0,663	0,849	0,872	6,50	2,550	1,454	1,366
0,45	0,671	0,852	0,876	7,00	2,646	1,476	1,383
0,46	0,678	0,856	0,879	7,50	2,739	1,496	1,399
0,47	0,686	0,860	0,882	8,00	2,828	1,516	1,414
0,48	0,693	0,864	0,885	8,50	2,915	1,534	1,429
0,49	0,700	0,867	0,888	9,00	3,000	1,552	1,442
0,50	0,707	0,871	0,891	9,50	3,082	1,569	1,455
0,55	0,742	0,887	0,906	10,00	3,162	1,585	1,468

ТАБЛИЦЯ IV

Величини коефіцієнта C за новою Базеновою формулою: $C = \frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$

(на метричні міри)

$R \backslash \gamma$	0,06	0,16	0,46	0,85	1,30	1,75
0,05	68,5	50,7	28,4	18,1	12,8	9,9
0,10	73,1	57,7	35,5	23,6	17,0	13,3
0,15	75,3	61,5	39,7	27,2	19,9	15,8
0,20	76,7	64,1	42,9	30,0	22,3	17,7
0,25	77,6	65,9	45,3	32,2	24,2	19,3
0,30	78,4	67,3	47,3	34,1	25,8	20,7
0,40	79,4	69,4	50,4	37,1	28,5	23,1
0,50	80,2	70,9	52,7	39,5	30,6	25,0
0,60	80,7	72,1	54,6	41,4	32,5	26,7
0,70	81,1	73,0	56,1	43,1	34,1	28,1
0,75	81,3	73,4	56,8	43,9	34,8	28,8
0,80	81,5	73,8	57,4	44,6	35,5	29,4
0,90	81,8	74,4	58,6	45,9	36,7	30,6
1,00	82,0	75,0	59,6	47,0	37,8	31,6
1,10	82,2	75,4	60,5	48,0	38,8	32,6
1,20	82,4	75,9	61,3	48,9	39,7	33,5
1,30	82,6	76,3	62,0	49,8	40,6	34,3
1,40	82,8	76,6	62,6	50,6	41,4	35,1
1,50	82,9	76,9	63,2	51,3	42,2	35,8
1,60	83,0	77,2	63,8	52,0	42,9	36,5
1,70	83,1	77,5	64,3	52,6	43,6	37,1
1,80	83,2	77,7	64,8	53,2	44,2	37,7
1,90	83,3	77,9	65,2	53,8	44,8	38,3
2,00	83,4	78,2	65,6	54,2	45,3	38,9
2,50	83,8	79,0	67,4	56,6	47,7	41,3
3,00	84,0	79,6	68,7	58,3	49,7	43,3
3,50	84,3	80,1	69,8	59,8	51,3	44,9
4,00	84,4	80,5	70,7	61,0	52,7	46,4
4,50	84,6	80,9	71,5	62,1	53,9	47,6
5,00	84,7	81,2	72,1	63,0	55,0	48,8

Величини коефіцієнта C за Манінговою формулою $C = \frac{1}{n} R^k$ (на метричні міри), де n — коефіцієнт шерхагости за Ган-Гілье-Куттером

n	0,010	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
	R	R	R	R	R	R	R	R
	100	76,92	58,82	50,00	40,00	33,33	28,57	25,00
0,05	60,7	46,7	35,7	30,4	24,8	20,2	17,3	15,2
0,10	68,2	52,4	40,1	34,1	27,3	22,7	19,5	17,0
0,15	72,9	56,1	42,9	36,5	29,2	24,3	20,8	18,2
0,20	76,5	57,8	45,0	38,3	30,6	25,5	21,9	19,1
0,25	79,4	61,1	46,7	39,7	31,8	26,5	22,7	19,9
0,30	81,9	63,0	48,1	40,9	32,7	27,3	23,4	20,5
0,35	84,0	64,6	49,4	42,0	33,6	28,0	24,0	21,0
0,40	85,9	66,1	50,5	42,9	34,3	28,6	24,5	21,5
0,45	87,6	67,4	51,5	43,8	35,0	29,2	25,0	21,9
0,50	89,1	68,6	52,4	44,6	35,7	29,7	25,5	22,3
0,55	90,6	69,7	53,3	45,3	36,2	30,2	25,9	22,6
0,60	91,9	70,7	54,0	45,9	36,8	30,6	26,3	23,0
0,65	93,1	71,6	54,8	46,6	37,2	31,0	26,6	23,3
0,70	94,3	72,5	55,4	47,1	37,7	31,4	26,9	23,6
0,75	95,4	73,4	56,1	47,7	38,1	31,8	27,2	23,8
0,80	96,4	74,1	56,7	48,2	38,6	32,1	27,5	24,1
0,85	97,4	74,9	57,3	48,7	38,9	32,5	27,8	24,3
0,90	98,3	75,6	57,8	49,2	39,3	32,8	28,1	24,6
0,95	99,2	76,3	58,3	49,6	39,7	33,1	28,3	24,8
1,00	100,0	76,9	58,8	50,0	40,0	33,3	28,6	25,0
1,10	101,6	78,2	59,8	50,8	40,6	33,9	29,0	25,4
1,20	103,1	79,3	60,6	51,5	41,2	34,4	29,4	25,8
1,30	104,5	80,4	61,4	52,2	41,8	34,8	29,8	26,1
1,40	105,8	81,4	62,2	52,9	42,3	35,3	30,2	26,4
1,50	107,0	82,3	62,9	53,5	42,8	35,7	30,6	26,7
1,60	108,2	83,2	63,6	54,1	43,3	36,0	30,9	27,0
1,70	109,3	84,0	64,3	54,6	43,7	36,4	31,2	27,3

n	$\frac{1}{n}$	0,010	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
		100	76,92	58,82	50,00	40,00	33,33	28,57	25,00
1,80		110,2	84,8	64,8	55,1	44,1	36,7	31,5	27,6
1,90		111,3	85,6	65,5	55,7	44,5	37,1	31,8	27,8
2,00		112,2	86,3	66,0	56,1	44,9	37,4	32,1	28,1
2,10		113,2	87,0	66,6	56,6	45,3	37,7	32,3	28,3
2,20		114,0	87,7	67,1	57,0	45,6	38,0	32,6	28,5
2,30		114,9	88,4	67,6	57,5	46,0	38,3	32,8	28,7
2,40		115,7	89,0	68,1	57,9	46,3	38,6	33,1	28,9
2,50		116,5	89,6	68,5	58,3	46,6	38,8	33,3	29,1
2,60		117,3	90,2	69,0	58,6	46,9	39,1	33,5	29,3
2,70		118,0	90,8	69,4	59,0	47,2	39,3	33,7	29,5
2,80		118,7	91,3	69,8	59,4	47,5	39,6	33,9	29,7
2,90		119,4	91,9	70,2	59,7	47,8	39,8	34,1	29,9
3,00		120,1	92,4	70,6	60,1	48,0	40,0	34,3	30,0
3,20		121,4	93,4	71,4	60,7	48,6	40,5	34,7	30,4
3,40		122,6	94,3	72,1	61,3	49,1	40,9	35,0	30,7
3,50		123,2	94,8	72,5	61,6	49,3	41,1	35,2	30,8
3,60		123,7	95,2	72,8	61,9	49,5	41,2	35,3	30,9
3,80		124,9	96,1	73,5	62,5	50,0	41,6	35,7	31,2
4,00		126,0	96,9	74,1	63,0	50,4	42,0	36,0	31,5
4,50		128,5	98,8	75,6	64,3	51,4	42,8	36,7	32,1
5,00		130,8	100,6	76,9	65,4	52,3	43,6	37,4	32,7
5,50		132,9	102,2	78,2	66,4	53,1	44,3	38,0	33,2
6,00		134,8	103,7	79,3	67,4	53,9	44,9	38,5	33,7
6,50		136,6	105,1	80,4	68,3	54,6	45,5	39,0	34,2
7,00		138,3	106,4	81,4	69,2	55,3	46,1	39,5	34,6
7,50		139,9	107,6	82,3	70,0	56,0	46,6	40,0	35,0
8,00		141,4	108,8	83,2	70,7	56,6	47,1	40,4	35,4
8,50		142,9	109,9	84,0	71,4	57,1	47,6	40,8	35,7
9,00		144,2	110,9	84,8	72,1	57,7	48,1	41,2	36,1
9,50		145,5	111,9	85,6	72,8	58,2	48,5	41,6	36,4
10,00		146,8	112,9	86,3	73,4	58,7	48,9	41,9	36,7

Величини коефіцієнта C за Форхгаймером $C = \frac{1}{n} R^{0,3}$, де n — коефіцієнт шерхатости за Гангільє-Куттером

Увага. Форхгаймер рекомендує вживати його формулу при $R \leq 3,0$ м.

n	0,010	0,013	• 0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$	$\frac{1}{n}$
R	100,00	76,92	58,82	50,00	40,00	33,33	28,57	25,00
0,05	54,9	42,3	32,3	27,5	22,0	18,3	15,7	13,7
0,10	63,1	48,5	37,1	31,6	25,2	21,0	18,0	15,8
0,15	68,4	52,6	40,3	34,2	27,4	22,8	19,6	17,1
0,20	72,5	55,8	42,6	36,2	29,0	24,2	20,7	18,1
0,25	75,8	58,3	44,6	37,9	30,3	25,3	21,7	18,9
0,30	78,6	60,5	46,2	39,3	31,4	26,2	22,5	19,7
0,35	81,1	62,4	47,7	40,5	32,4	27,0	23,2	20,3
0,40	83,3	64,0	49,0	41,6	33,3	27,8	23,8	20,8
0,45	85,2	65,6	50,1	42,6	34,1	28,4	24,4	21,3
0,50	87,1	67,0	51,2	43,5	34,8	29,0	24,9	21,8
0,55	88,7	68,3	52,2	44,4	35,5	29,6	25,4	22,2
0,60	90,3	69,5	53,1	45,1	36,1	30,1	25,8	22,6
0,65	91,7	70,6	54,0	45,9	36,7	30,6	26,2	22,9
0,70	93,1	71,6	54,8	46,6	37,2	31,0	26,6	23,3
0,75	94,4	72,6	55,5	47,2	37,8	31,5	27,0	23,6
0,80	95,6	73,6	56,3	47,8	38,3	31,9	27,3	23,9
0,85	96,8	74,5	56,9	48,4	38,7	32,3	27,7	24,2
0,90	97,9	75,3	57,6	49,0	39,2	32,6	28,0	24,5
0,95	99,0	76,1	58,2	49,5	39,6	33,0	28,3	24,7
1,00	100,0	76,9	58,8	50,0	40,0	33,3	28,6	25,0
1,10	101,9	78,4	60,0	51,0	40,8	34,0	29,1	25,5
1,20	103,7	79,8	61,0	51,9	41,5	34,6	29,6	25,9
1,30	105,4	81,1	62,0	52,7	42,2	35,1	30,1	26,3
1,40	107,0	82,3	62,9	53,5	42,8	35,6	30,6	26,7
1,50	108,4	83,4	63,3	54,2	43,4	36,1	31,0	27,1
1,60	109,9	84,5	64,6	54,9	43,9	36,6	31,4	27,5

n	0,010	0,013	0,017	0,020	0,025	0,030	0,035	0,040
	$\frac{1}{n}$							
R	100,00	76,92	58,82	50,00	40,00	33,33	28,57	25,00
1,70	111,2	85,5	65,4	55,6	44,5	37,1	31,8	27,8
1,80	112,5	86,5	66,2	56,2	45,0	37,5	32,1	28,1
1,90	113,7	87,5	66,9	56,9	45,5	37,9	32,5	28,4
2,00	114,9	88,4	67,6	57,4	45,9	38,3	32,8	28,7
2,20	116,0	89,2	68,2	58,0	46,4	38,7	33,1	29,0
2,30	117,1	90,1	68,9	58,5	46,8	39,0	33,4	29,3
2,40	118,1	90,9	69,5	59,1	47,3	39,4	33,7	29,5
2,50	119,1	91,6	70,1	59,6	47,7	39,7	34,0	29,8
2,60	120,1	92,4	70,6	60,1	48,0	40,0	34,3	30,0
2,70	121,1	93,1	71,2	60,5	48,4	40,3	34,6	30,3
2,80	122,0	93,8	71,7	61,0	48,8	40,7	34,8	30,5
2,90	122,9	94,5	72,3	61,4	49,1	41,0	35,1	30,7
3,00	123,7	95,2	72,8	61,9	49,5	41,2	35,3	30,9
3,20	124,6	95,8	73,2	62,3	49,8	41,5	35,6	31,1
3,40	126,2	97,1	74,2	63,1	50,5	42,1	36,1	31,5
3,60	127,7	98,2	75,0	63,9	51,1	42,6	36,5	31,9
3,80	129,2	99,4	76,1	64,6	51,7	43,1	36,9	32,3
4,00	130,6	100,5	76,8	65,3	52,2	43,5	37,3	32,7
4,50	132,0	101,5	77,6	66,0	52,8	44,0	37,7	33,0
5,00	135,0	103,8	79,4	67,5	54,0	45,0	38,5	33,8
5,50	138,0	106,1	81,2	69,0	55,2	46,0	39,4	34,5
6,00	140,6	108,2	82,7	70,3	56,2	46,9	40,2	35,2
6,50	143,1	110,1	84,2	71,6	57,2	47,7	40,9	35,8
7,00	145,4	111,8	85,5	72,7	58,2	48,5	41,5	36,4
7,50	147,6	113,5	86,8	73,8	59,0	49,2	42,2	36,9
8,00	149,6	115,1	88,0	74,8	59,9	49,9	42,7	37,4
8,50	151,6	116,6	89,2	75,8	60,6	50,5	43,3	37,9
9,00	153,4	118,0	90,2	76,7	61,4	51,1	43,8	38,4
9,50	155,2	119,4	91,3	77,6	62,1	51,7	44,3	38,8
10,00	156,9	120,7	92,3	78,4	62,7	52,3	44,8	39,2
	158,9	121,9	93,2	79,2	63,4	52,8	45,3	39,6

ТАБЛИЦЯ VII

Величини модулів витрати $K_0 = FC \sqrt{R}$ і модулів швидкості $S_0 = C \sqrt{R}$ для каналізаційних труб при C за скороченою формулою Гангільє-Куттера.

Коефіцієнт шерхатости $n = 0,013$

Круглі труби			Овоїдальні труби		
d мм	S_0 м/сек	K_0 м ³ /сек	Розмір H/B мм	S_0 м/сек	K_0 м ³ /сек
200	9,64	0,3028	300/200	10,82	0,4974
250	11,26	0,5517	375/250	12,66	0,9088
300	12,86	0,9082	450/300	14,43	1,523
350	14,48	1,393	525/350	16,22	2,327
400	16,12	2,028	600/400	18,03	3,314
450	17,76	2,825	675/450	19,48	4,427
500	19,09	3,718	750/500	21,31	6,119
550	20,38	4,838	825/550	22,73	7,898
600	21,70	6,132	900/600	24,19	10,000
650	22,97	7,913	975/650	25,59	12,420
700	24,27	9,340	1050/700	27,03	15,210
750	25,52	11,270	1125/750	28,41	18,300
800	26,81	13,490	1200/800	29,34	21,550
900	28,94	18,410	1350/900	32,17	29,930
1000	30,99	24,350	1500/1000	34,43	42,690

ТАБЛИЦЯ VIII

Величини коефіцієнтів $\alpha = \frac{K}{K_0}$ і $\beta = \frac{S}{S_0}$ для круглих та овоїдальних $\frac{3}{2}$

каналізаційних труб при різних ступенях заповнення $a = \frac{h}{H}$

a	Круглі труби		Овоїдальні труби $\frac{3}{2}$	
	α	β	α	β
0,05	0,004	0,184	0,014	0,260
0,10	0,017	0,333	0,018	0,424
0,15	0,043	0,457	0,040	0,536
0,20	0,080	0,565	0,072	0,628
0,25	0,129	0,661	0,111	0,702
0,30	0,188	0,748	0,159	0,769
0,35	0,256	0,821	0,216	0,829
0,40	0,332	0,889	0,278	0,883
0,45	0,414	0,948	0,348	0,930
0,50	0,500	1,000	0,423	0,975
0,55	0,589	1,045	0,501	1,000
0,60	0,678	1,083	0,585	1,043
0,65	0,766	1,113	0,672	1,075
0,70	0,850	1,137	0,755	1,098
0,75	0,927	1,152	0,839	1,118
0,80	0,994	1,159	0,917	1,130
0,85	1,048	1,157	0,983	1,135
0,90	1,082	1,142	1,037	1,130
0,95	1,087	1,108	1,062	1,109
1,00	1,000	1,000	1,000	1,000

ТАБЛИЦЯ ІХ

Величини модулів швидкості $S = C\sqrt{R}$ і модулів витрати $K = FC\sqrt{R}$ для дренажних труб. Вартості коефіцієнта C взято за старою Куттеровою формулою $C = \frac{100\sqrt{R}}{m + \sqrt{R}}$ при $m = 0,27$

d мм	$K \cdot 10^{-3}$ м ³ /сек	$K^2 \cdot 10^{-6}$ (м ³ /сек) ²	S м/сек	S^2 (м ² /сек) ²	d мм	$K \cdot 10^{-3}$ м ³ /сек	$K^2 \cdot 10^{-6}$ (м ³ /сек) ²	S м/сек	S^2 (м ² /сек) ²
40	3,398	11,546	2,703	7,306	150	142,87	20412	8,085	65,367
50	6,480	41,345	3,274	10,719	160	171,12	29282	8,511	72,437
60	10,81	116,86	3,823	14,615	170	202,67	41075	8,929	79,727
70	16,74	280,23	4,351	18,931	180	237,45	56383	9,331	87,068
80	24,43	596,82	4,860	23,620	190	275,93	76137	9,732	94,712
90	34,08	1161,4	5,357	28,697	200	318,21	101258	10,129	102,60
100	45,86	2103,1	5,839	34,094	210	364,23	132663	10,516	110,59
110	59,94	3592,8	6,308	39,791	220	414,34	171678	10,900	118,81
120	76,55	5859,9	6,768	45,806	230	468,66	219642	11,280	127,24
130	95,82	9181,5	7,219	52,114	240	526,94	277666	11,648	135,68
140	117,89	13898	7,658	58,645	250	589,98	348076	12,019	144,46

ТАБЛИЦЯ X

для побудови кривих підлору за Дюпюї-Рюльманом

$\frac{y}{t_0}$	$D\left(\frac{y}{t_0}\right)$	$\frac{y}{t_0}$	$D\left(\frac{y}{t_0}\right)$	$\frac{y}{t_0}$	$D\left(\frac{y}{t_0}\right)$	$\frac{y}{t_0}$	$D\left(\frac{y}{t_0}\right)$
0,010	0,0067	0,150	1,0051	0,290	1,3243	0,430	1,5583
0,015	0,1452	0,155	1,0195	0,295	1,3336	0,435	1,5659
0,020	0,2444	0,160	1,0335	0,300	1,3428	0,440	1,5734
0,025	0,3222	0,165	1,0473	0,305	1,3519	0,445	1,5809
0,030	0,3863	0,170	1,0608	0,310	1,3610	0,450	1,5884
0,035	0,4411	0,175	1,0740	0,315	1,3700	0,455	1,5958
0,040	0,4889	0,180	1,0869	0,320	1,3789	0,460	1,6032
0,045	0,5316	0,185	1,0995	0,325	1,3877	0,465	1,6106
0,050	0,5701	0,190	1,1119	0,330	1,3964	0,470	1,6179
0,055	0,6053	0,195	1,1241	0,335	1,4050	0,475	1,6252
0,060	0,6376	0,200	1,1361	0,340	1,4136	0,480	1,6324
0,065	0,6677	0,205	1,1479	0,345	1,4221	0,485	1,6396
0,070	0,6958	0,210	1,1595	0,350	1,4306	0,490	1,6468
0,075	0,7222	0,215	1,1709	0,355	1,4390	0,495	1,6540
0,080	0,7472	0,220	1,1821	0,360	1,4473	0,500	1,6611
0,085	0,7708	0,225	1,1931	0,365	1,4556	0,505	1,6682
0,090	0,7933	0,230	1,2040	0,370	1,4638	0,510	1,6753
0,095	0,8148	0,235	1,2148	0,375	1,4720	0,515	1,6823
0,100	0,8353	0,240	1,2254	0,380	1,4801	0,520	1,6893
0,105	0,8550	0,245	1,2358	0,385	1,4882	0,525	1,6963
0,110	0,8739	0,250	1,2461	0,390	1,4962	0,530	1,7032
0,115	0,8922	0,255	1,2563	0,395	1,5041	0,535	1,7101
0,120	0,9098	0,260	1,2664	0,400	1,5119	0,540	1,7170
0,125	0,9269	0,265	1,2763	0,405	1,5197	0,545	1,7239
0,130	0,9434	0,270	1,2861	0,410	1,5275	0,550	1,7308
0,135	0,9595	0,275	1,2958	0,415	1,5353	0,555	1,7376
0,140	0,9751	0,280	1,3054	0,420	1,5430	0,560	1,7444
0,145	0,9903	0,285	1,3149	0,425	1,5507	0,565	1,7512

$\frac{y}{t_0}$	$D\left(\frac{y}{t_0}\right)$	$\frac{y}{t_0}$	$D\left(\frac{y}{t_0}\right)$	$\frac{y}{t_0}$	$D\left(\frac{y}{t_0}\right)$	$\frac{y}{t_0}$	$D\left(\frac{y}{t_0}\right)$
0,570	1,7589	0,710	1,9892	0,850	2,1095	0,990	2,2725
0,575	1,7647	0,715	1,9455	0,855	2,1154	0,995	2,2782
0,580	1,7714	0,720	1,9517	0,860	2,1213	1,000	2,2839
0,585	1,7781	0,725	1,9579	0,865	2,1272	1,100	2,3971
0,590	1,7848	0,730	1,9641	0,870	2,1331	1,200	2,5083
0,595	1,7914	0,735	1,9703	0,875	2,1390	1,300	2,6179
0,600	1,7980	0,740	1,9765	0,880	2,1449	1,400	2,7264
0,605	1,8046	0,745	1,9827	0,885	2,1508	1,500	2,8337
0,610	1,8112	0,750	1,9888	0,890	2,1567	1,600	2,9401
0,615	1,8178	0,755	1,9949	0,895	2,1625	1,700	3,0458
0,620	1,8208	0,760	2,0010	0,900	2,1683	1,800	3,1508
0,625	1,8348	0,765	2,0071	0,905	2,1742	1,900	3,2553
0,630	1,8378	0,770	2,0132	0,910	2,1800	2,000	3,3594
0,635	1,8438	0,775	2,0193	0,915	2,1858	2,100	3,4631
0,640	1,8503	0,780	2,0254	0,920	2,1916	2,200	3,5564
0,645	1,8567	0,785	2,0315	0,925	2,1974	2,300	3,6594
0,650	1,8631	0,790	2,0375	0,930	2,2032	2,400	3,7720
0,655	1,8695	0,795	2,0435	0,935	2,2090	2,500	3,8745
0,660	1,8759	0,800	2,0495	0,940	2,2148	2,600	3,9768
0,665	1,8823	0,805	2,0555	0,945	2,2206	2,700	4,0789
0,670	1,8887	0,810	2,0615	0,950	2,2264	2,800	4,1808
0,675	1,8951	0,815	2,0675	0,955	2,2322	2,900	4,2826
0,680	1,9014	0,820	2,0735	0,960	2,2380	3,000	4,3843
0,685	1,9077	0,825	2,0795	0,965	2,2438	3,500	4,8891
0,690	1,9140	0,830	2,0855	0,970	2,2496	4,000	5,3958
0,695	1,9203	0,835	2,0915	0,975	2,2554	4,500	5,8993
0,700	1,9266	0,840	2,0975	0,980	2,2611	5,000	6,4120
0,705	1,9329	0,845	2,1035	0,985	2,2668		

ТАБЛИЦЯ XI

для побудови кривих вільної поверхні при нерівномірному русі за Бресом
(при $\eta > 1$)

η	$B(\eta)$	η	$B(\eta)$	η	$B(\eta)$
1,0000	∞	1,0288	1,0727	1,0893	0,7149
1,0010	2,1834	1,0299	1,0610	1,0917	0,7069
1,0020	1,9523	1,0309	1,0497	1,0941	0,6990
1,0030	1,8172	1,0331	1,0282	1,0965	0,6914
1,0040	1,7213	1,0352	1,0080	1,0989	0,6839
1,0050	1,6489	1,0373	0,9890	1,1013	0,6766
1,0060	1,5861	1,0395	0,9709	1,1038	0,6695
1,0070	1,5348	1,0417	0,9539	-1,1062	0,6625
1,0081	1,4902	1,0438	0,9376	1,1086	0,6556
1,0091	1,4510	1,0460	0,9221	1,1111	0,6489
1,0101	1,4159	1,0482	0,9073	1,1173	0,6327
1,0111	1,3841	1,0504	0,8931	1,1236	0,6173
1,0121	1,3551	1,0526	0,8795	1,1299	0,6025
1,0132	1,3284	1,0549	0,8665	1,1364	0,5884
1,0142	1,3037	1,0571	0,8539	1,1429	0,5749
1,0152	1,2807	1,0593	0,8418	1,1494	0,5619
1,0163	1,2592	1,0616	0,8301	1,1561	0,5494
1,0173	1,2390	1,0638	0,8188	1,1628	0,5374
1,0183	1,2199	1,0661	0,8079	1,1696	0,5258
1,0194	1,2019	1,0684	0,7973	1,1765	0,5146
1,0204	1,1848	1,0707	0,7871	1,1834	0,5037
1,0215	1,1686	1,0730	0,7772	1,1905	0,4932
1,0225	1,1531	1,0753	0,7675	1,1976	0,4831
1,0235	1,1383	1,0776	0,7581	1,2048	0,4733
1,0246	1,1241	0,0799	0,7490	1,2121	0,4637
1,0256	1,1105	1,0823	0,7401	1,2195	0,4544
1,0267	1,0974	1,0846	0,7315	1,2270	0,4454
1,0277	1,0848	1,0870	0,7231	1,2346	0,4367

η	$B(\eta)$	η	$B(\eta)$	η	$B(\eta)$
1,2422	0,4281	1,5873	0,2221	2,8571	0,0623
1,2500	0,4198	1,6129	0,2138	2,9412	0,0587
1,2579	0,4117	1,6393	0,2058	3,0303	0,0553
1,2658	0,4039	1,6667	0,1980	3,1250	0,0519
1,2739	0,3962	1,6949	0,1905	3,2258	0,0486
1,2821	0,3886	1,7241	0,1832	3,3333	0,0455
1,2903	0,3813	1,7544	0,1761	3,4483	0,0425
1,2987	0,3741	1,7857	0,1692	3,5714	0,0395
1,3072	0,3671	1,8182	0,1625	3,7037	0,0367
1,3158	0,3603	1,8519	0,1560	3,8462	0,0340
1,3245	0,3536	1,8868	0,1497	4,0000	0,0314
1,3333	0,3470	1,9231	0,1435	4,1667	0,0290
1,3423	0,3406	1,9608	0,1376	4,3478	0,0266
1,3514	0,3343	2,0000	0,1318	4,5455	0,0243
1,3605	0,3282	2,0408	0,1262	4,7619	0,0221
1,3699	0,3221	2,0833	0,1207	5,0000	0,0201
1,3793	0,3162	2,1277	0,1154	5,2632	0,0181
1,3889	0,3104	2,1739	0,1102	5,5556	0,0162
1,3986	0,3047	2,2222	0,1052	5,8824	0,0145
1,4085	0,2991	2,2727	0,1003	6,2500	0,0128
1,4184	0,2937	2,3256	0,0955	6,6667	0,0113
1,4286	0,2883	2,3810	0,0909	7,1429	0,0098
1,4493	0,2778	2,4390	0,0865	7,6923	0,0085
1,4706	0,2677	2,5000	0,0821	8,3333	0,0072
1,4925	0,2580	2,5641	0,0779	9,0909	0,0061
1,5152	0,2486	2,6316	0,0738	10,0000	0,0050
1,5385	0,2395	2,7027	0,0699		
1,5625	0,2306	2,7778	0,0660		

ТАБЛИЦЯ XII

для побудови кривих вільної поверхні при нерівномірному русі за Бресом
(при $\eta < 1$)

η	$B(\eta)$	η	$B(\eta)$	η	$B(\eta)$	η	$B(\eta)$
0,00	-0,6046	0,28	-0,3230	0,56	-0,0172	0,770	0,2877
0,01	-0,5946	0,29	-0,3128	0,57	-0,0050	0,775	0,2970
0,02	-0,5846	0,30	-0,3025	0,58	+0,0074	0,780	0,3064
0,03	-0,5746	0,31	-0,2923	0,59	0,0199	0,785	0,3160
0,04	-0,5646	0,32	-0,2819	0,60	0,0325	0,790	0,3258
0,05	-0,5546	0,33	-0,2716	0,61	0,0454	0,795	0,3357
0,06	-0,5446	0,34	-0,2612	0,62	[0,0584	0,800	0,3459
0,07	-0,5346	0,35	-0,2508	0,63	0,0716	0,805	0,3562
0,08	-0,5246	0,36	-0,2403	0,64	0,0851	0,810	0,3668
0,09	-0,5146	0,37	-0,2298	0,65	0,0987	0,815	0,3776
0,10	-0,5046	0,38	-0,2192	0,66	0,1127	0,820	0,3886
0,11	-0,4946	0,39	-0,2086	0,67	0,1268	0,825	0,3998
0,12	-0,4845	0,40	-0,1980	0,68	0,1413	0,830	0,4114
0,13	-0,4745	0,41	-0,1872	0,69	0,1560	0,835	0,4232
0,14	-0,4645	0,42	-0,1765	0,700	0,1711	0,840	0,4353
0,15	-0,4545	0,43	-0,1656	0,705	0,1787	0,845	0,4478
0,16	-0,4444	0,44	-0,1547	0,710	0,1864	0,850	0,4605
0,17	-0,4344	0,45	-0,1438	0,715	0,1943	0,855	0,4737
0,18	-0,4243	0,46	-0,1327	0,720	0,2022	0,860	0,4872
0,19	-0,4143	0,47	-0,1216	0,725	0,2102	0,865	0,5 12
0,20	-0,4042	0,48	-0,1104	0,730	0,2184	0,870	0,5156
0,21	-0,3941	0,49	-0,0991	0,735	0,2266	0,875	0,5305
0,22	-0,3840	0,50	-0,0878	0,740	0,2350	0,880	0,5459
0,23	-0,3739	0,51	-0,0763	0,745	0,2434	0,885	0,5619
0,24	-0,3638	0,52	-0,0647	0,750	0,2520	0,890	0,578 5
0,25	-0,3536	0,53	-0,0530	0,755	0,2607	0,895	0,595
0,26	-0,3434	0,54	-0,0412	0,760	0,2696	0,900	0,6138
0,27	-0,3333	0,55	-0,0293	0,765	0,2785	0,902	0,6213

η	$B(\eta)$	η	$B(\eta)$	η	$B(\eta)$	η	$B(\eta)$
0,904	0,6289	0,936	0,7753	0,968	1,0174	0,985	1,2757
0,906	0,6366	0,938	0,7866	0,970	1,0396	0,986	1,2990
0,908	0,6445	0,940	0,7982	0,971	1,0512	0,987	1,3241
0,910	0,6525	0,942	0,8102	0,972	1,0632	0,988	1,3511
0,912	0,6607	0,944	0,8226	0,973	1,0757	0,989	1,3804
0,914	0,6691	0,946	0,8354	0,974	1,0886	0,990	1,4125
0,916	0,6776	0,948	0,8487	0,975	1,1020	0,991	1,4480
0,918	0,6884	0,950	0,8624	0,976	1,1160	0,992	1,4876
0,920	0,6953	0,952	0,8767	0,977	1,1305	0,993	1,5324
0,922	0,7045	0,954	0,8916	0,978	1,1457	0,994	1,5841
0,924	0,7138	0,956	0,9071	0,979	1,1615	0,995	1,6452
0,926	0,7234	0,958	0,9233	0,980	1,1781	0,996	1,7200
0,928	0,7332	0,960	0,9402	0,981	1,1955	0,997	1,8162
0,930	0,7433	0,962	0,9580	0,982	1,2139	0,998	1,9517
0,932	0,7537	0,964	0,9767	0,983	1,2333	0,999	2,1831
0,934	0,7643	0,966	0,9965	0,984	1,2538	1,000	∞

ТАБЛИЦЯ XIII

для побудови кривих підпору за Толькмітом

η	$T'(\eta)$	η	$T'(\eta)$	η	$T'(\eta)$	η	$T'(\eta)$
1,00	$-\infty$	1,16	0,865	1,37	1,221	1,90	1,850
1,005	-0,102	1,17	0,887	1,38	1,235	1,95	1,904
1,01	0,074	1,18	0,908	1,39	1,249	2,00	1,957
1,015	0,179	1,19	0,928	1,40	1,262	2,1	2,063
1,02	0,254	1,20	0,948	1,41	1,276	2,2	2,168
1,025	0,313	1,21	0,967	1,42	1,289	2,3	2,272
1,03	0,362	1,22	0,985	1,43	1,302	2,4	2,376
1,035	0,403	1,23	1,003	1,44	1,315	2,5	2,478
1,04	0,440	1,24	1,021	1,45	1,328	2,6	2,581
1,045	0,473	1,25	1,038	1,46	1,341	2,7	2,683
1,05	0,502	1,26	1,055	1,47	1,354	2,8	2,785
1,06	0,554	1,27	1,071	1,48	1,367	2,9	2,886
1,07	0,599	1,28	1,087	1,49	1,379	3,0	2,988
1,08	0,639	1,29	1,103	1,50	1,392	3,5	3,492
1,09	0,675	1,30	1,119	1,55	1,453	4,0	3,995
1,10	0,708	1,31	1,134	1,60	1,513	4,5	4,496
1,11	0,738	1,32	1,149	1,65	1,571	5,0	4,997
1,12	0,766	1,33	1,164	1,70	1,628	6,0	5,998
1,13	0,793	1,34	1,178	1,75	1,685	8,0	7,999
1,14	0,818	1,35	1,193	1,80	1,740	10,0	10,000
1,15	0,842	1,36	1,207	1,85	1,795		

ТАБЛИЦА XIV

Величины $N^{\frac{2}{3}}$ и $N^{\frac{3}{2}}$

N	$N^{\frac{2}{3}}$																			
	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,40	0,45	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75	0,80	0,85	0,90	0,95
0	0,000	0,0111	0,0316	0,0580	0,0632	0,1250	0,1643	0,2070	0,2530	0,3018	0,3535	0,4079	0,4647	0,5240	0,5856	0,6495	0,7155	0,7836	0,8538	0,9259
1	1,000	1,076	1,153	1,232	1,313	1,397	1,482	1,568	1,656	1,746	1,837	1,930	2,024	2,120	2,217	2,315	2,414	2,516	2,619	2,723
2	2,828	2,935	3,043	3,152	3,263	3,375	3,488	3,602	3,718	3,834	3,953	4,072	4,192	4,314	4,436	4,560	4,685	4,811	4,939	5,067
3	5,196	5,327	5,458	5,591	5,725	5,859	5,994	6,131	6,269	6,408	6,548	6,689	6,831	6,974	7,117	7,261	7,407	7,554	7,702	7,851
4	8,000	8,150	8,301	8,454	8,607	8,761	8,916	9,072	9,229	9,387	9,546	9,706	9,867	10,03	10,19	10,35	10,51	10,68	10,84	11,01
5	11,18	11,34	11,51	11,68	11,85	12,03	12,22	12,37	12,54	12,72	12,89	13,06	13,24	13,42	13,60	13,78	13,96	14,14	14,32	14,51
N	$N^{\frac{3}{2}}$																			
	0,000	0,136	0,215	0,282	0,342	0,397	0,448	0,497	0,543	0,587	0,630	0,671	0,711	0,75	0,788	0,825	0,862	0,897	0,932	0,966
1	1,000	1,033	1,065	1,097	1,129	1,160	1,191	1,221	1,251	1,281	1,310	1,339	1,368	1,396	1,424	1,452	1,480	1,507	1,534	1,561
2	1,587	1,613	1,639	1,665	1,691	1,717	1,742	1,767	1,792	1,817	1,842	1,867	1,891	1,915	1,939	1,963	1,987	2,010	2,034	2,057
3	2,080	2,103	2,126	2,149	2,172	2,194	2,217	2,239	2,261	2,283	2,305	2,327	2,349	2,371	2,393	2,414	2,435	2,456	2,477	2,498
4	2,519	2,540	2,561	2,582	2,603	2,624	2,645	2,666	2,686	2,706	2,726	2,746	2,766	2,786	2,806	2,826	2,846	2,866	2,886	2,905
5	2,924	2,944	2,964	2,983	3,002	3,021	3,040	3,059	3,078	3,097	3,116	3,135	3,154	3,173	3,192	3,210	3,229	3,248	3,266	3,284

ТАБЛИЦЯ XV

Квадратові корені з відносних спадів \sqrt{I}

I		\sqrt{I}	I		\sqrt{I}
В десяткових дробах	В звичайних дробах		В десяткових дробах	В звичайних дробах	
0,0002	1: 5000	0,0141	—	—	—
0,0003	1: 3333,3	0,0173	0,025	1: 40	0,1581
0,0004	1: 2500	0,0200	0,026	1: 38,5	0,1612
0,0005	1: 2000	0,0224	0,027	1: 37	0,1643
0,0006	1: 1666,7	0,0245	0,028	1: 35,7	0,1673
0,0007	1: 1428,6	0,0265	0,029	1: 34,5	0,1703
0,0008	1: 1250	0,0283	0,03	1: 33,3	0,1732
0,0009	1: 1111,1	0,0300	0,035	1: 28,6	0,1871
0,001	1: 1000	0,0316	0,04	1: 25	0,2000
0,0015	1: 666,7	0,0387	0,045	1: 22,2	0,2121
0,002	1: 500	0,0447	0,05	1: 20	0,2236
0,0025	1: 400	0,0500	0,055	1: 18,2	0,2345
0,003	1: 333,3	0,0548	0,06	1: 16,7	0,2450
0,0035	1: 285,7	0,0592	0,065	1: 15,4	0,2550
0,004	1: 250	0,0632	0,07	1: 14,3	0,2646
0,0045	1: 222,2	0,0671	0,075	1: 13,3	0,2739
0,005	1: 200	0,0707	0,08	1: 12,5	0,2828
0,0055	1: 181,8	0,0742	0,085	1: 11,8	0,2915
0,006	1: 166,7	0,0775	0,09	1: 11,1	0,3000
0,0065	1: 153,8	0,0806	0,095	1: 10,5	0,3082
0,007	1: 142,9	0,0837	0,10	1: 10	0,3162
0,0075	1: 133,3	0,0866	0,105	1: 9,5	0,3240
0,008	1: 125	0,0894	0,11	1: 9	0,3317
0,0085	1: 117,6	0,0922	0,115	1: 8,7	0,3391
0,009	1: 111,1	0,0949	0,12	1: 8,3	0,3464
0,0095	1: 105,3	0,0975	0,125	1: 8	0,3536
0,01	1: 100	0,1000	0,13	1: 7,7	0,3606
0,011	1: 90,9	0,1049	0,135	1: 7,4	0,3674
0,012	1: 83,3	0,1095	0,14	1: 7,1	0,3742
0,013	1: 76,9	0,1140	0,145	1: 6,9	0,3808
0,014	1: 71,4	0,1183	0,15	1: 6,7	0,3873
0,015	1: 66,7	0,1225	0,155	1: 6,5	0,3937
0,016	1: 62,5	0,1265	0,16	1: 6,3	0,4000
0,017	1: 58,8	0,1304	0,165	1: 6,1	0,4062
0,018	1: 55,6	0,1342	0,17	1: 5,9	0,4123
0,019	1: 52,6	0,1378	0,175	1: 5,7	0,4172
0,02	1: 50	0,1414	0,18	1: 5,6	0,4243
0,021	1: 47,6	0,1449	0,185	1: 5,4	0,4301
0,022	1: 45,5	0,1483	0,19	1: 5,3	0,4359
0,023	1: 43,5	0,1517	0,195	1: 5,1	0,4416
0,024	1: 41,7	0,1549	0,20	1: 5	0,4472

ТАБЛИЦА XVI
Логаритми

Числа	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529
18	2553	2577	2601	2625	2608	2672	2695	2718	2742	2765
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3929	3945	3962
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Логаритмы

Продолжения

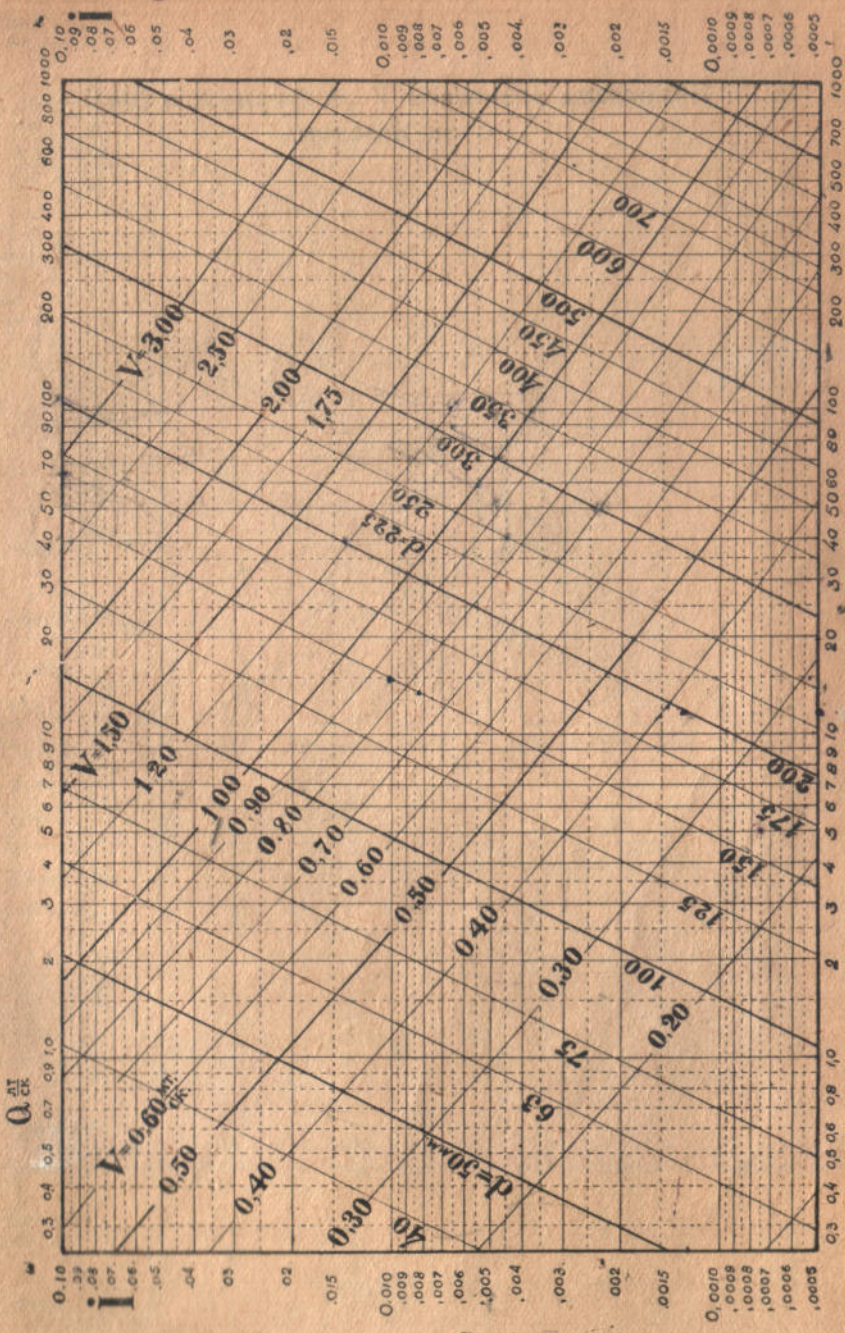
Числа	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Логаритмы

Продолжения

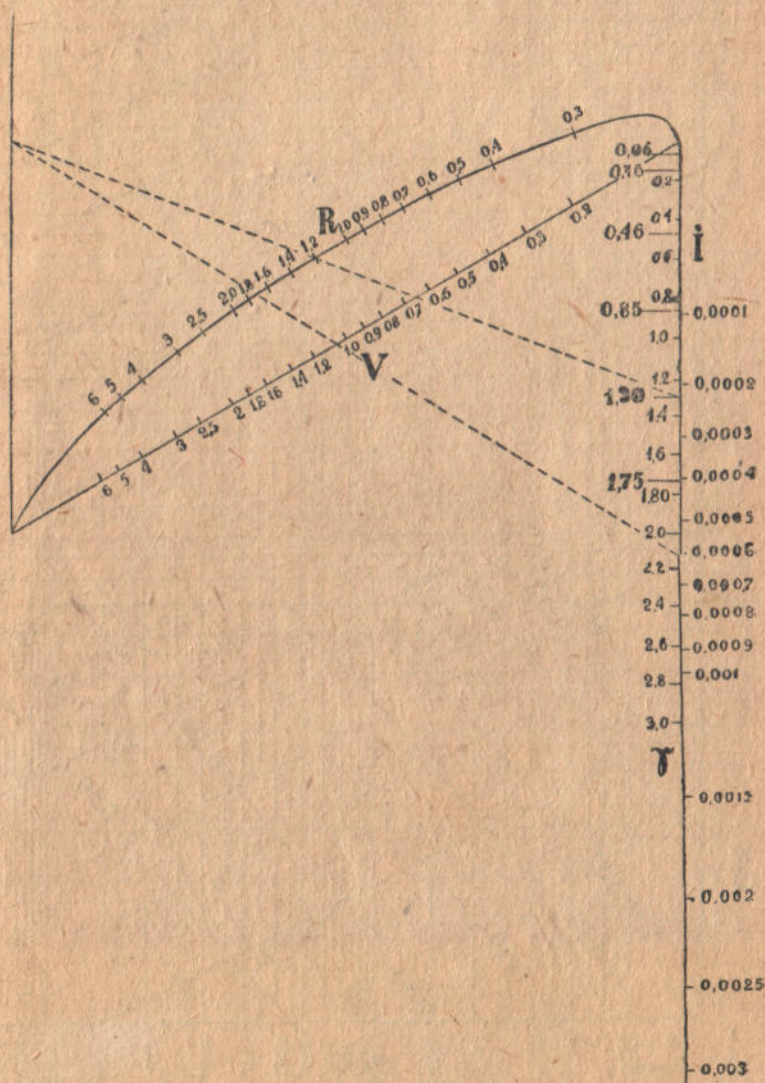
Числа	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Номограма розрахувати труби за формулою Шезі. C за Куттером. $m = 0,25$.

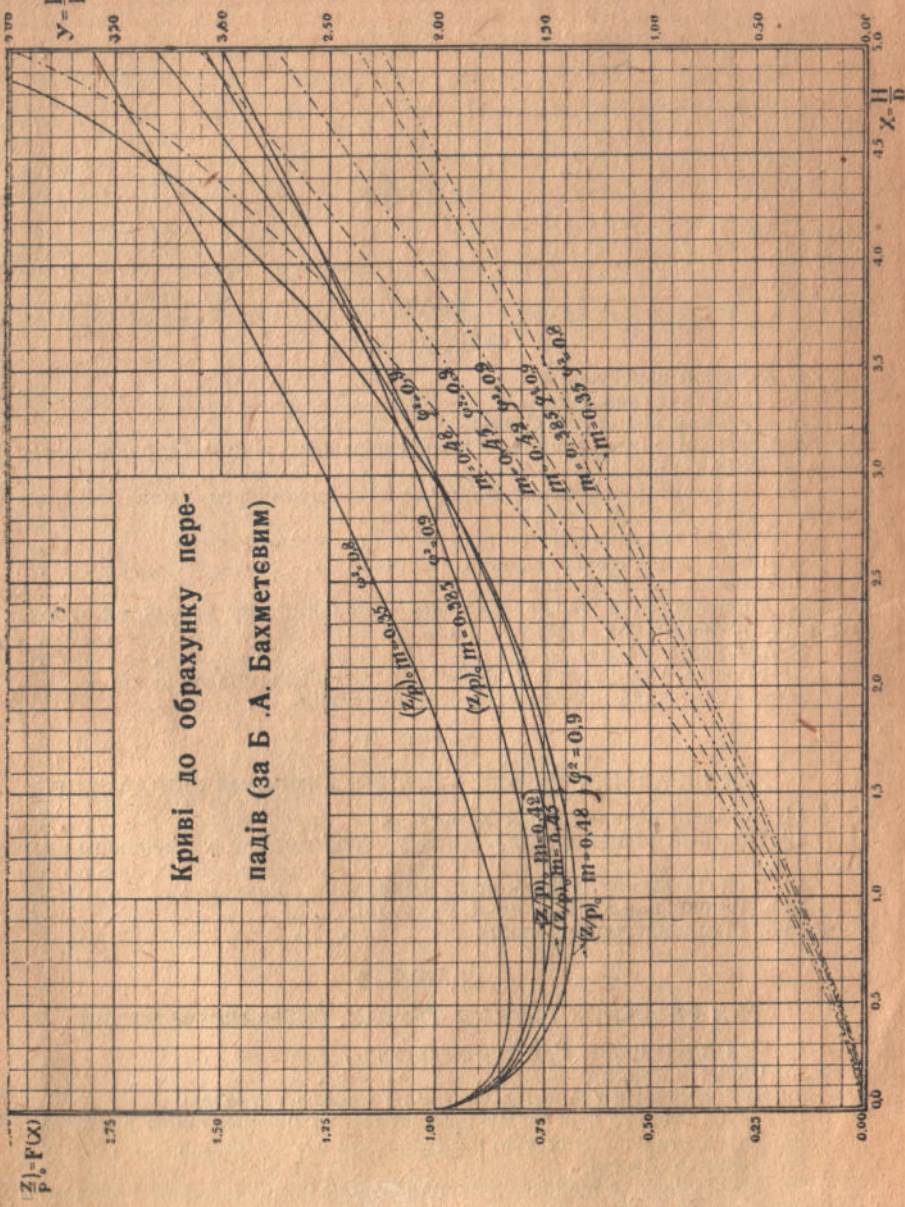


0.25

Номограма визначати V за формулою Шезі.
 C за Базеном



$$y = \frac{h_1}{P} - f(x)$$



Криві до обрахунку переходів (за Б. А. Бахметевим)

$\frac{Z}{P} = f(x)$

1.75

1.50

1.25

1.00

0.75

0.50

0.25

0.00

0.00

0.50

1.00

1.50

2.00

2.50

3.00

3.50

4.00

4.50

5.00

5.50

6.00

6.50

7.00

7.50

8.00

ЗМІСТ

Передмова	3
Вступ	7

РОЗДІЛ I

ГІДРОСТАТИКА

1. Загальні зауваження	9
2. Гідростатичний тиск	10
3. Рівняння рівноваги рідини	11
4. Поверхні рівня рідини. Рівноваги важких рідин. Гідростатичний тиск у важкій рідині	13
4-а. Елементарний вивід формули гідростатичного тиску. Паскалів закон	14
5. Злучені посудини. Рідинні манометри та вакууметри	15
6. Відносна рівновага важких рідин	18
7. Тиск на плоскі стінки	22
8. Горизонтальна та вертикальна складові тиску рідини на стінки. Тиск на криволінійну стінку	29
9. Архімедів закон	32
10. Рівновага занурених у рідину тіл. Стійкість плавання тіл	33
10-а. Аналітична ознака стійкості плавання.	35

РОЗДІЛ II

РУХ ІДЕАЛЬНОЇ РІДИНИ. ОСНОВНІ РІВНЯННЯ ГІДРАВЛІКИ

11. Загальні зауваження й визначення	38
12. Ейлерові рівняння руху. Тиск у рідині під час рівнобіжного руху та падання її	39
13. Енергія рідини. Рівняння Д. Бернуллі	42
13-а. Інший вивід рівняння Д. Бернуллі	46
13-б. Рівняння нерозривності	48

РОЗДІЛ III

РУХ РЕАЛЬНИХ РІДИН У ТРУБАХ. ГІДРАВЛІЧНІ ОПОРИ

14. Рух ламінарний. Рух турбулентний. Пульсація	54
15. Опори в трубах	62
16. Рух у трубі з сталим діаметром і сталою витратою	71
17. Труба сталого перекрою з транзитною та непереривною витратою	86
18. Труба сталого діаметра, що живиться з обох кінців	89
19. Правило Дюпюї	90
20. Деякі вказівки щодо обчислення водопровідних мереж і економічного обчислення труб	92

РОЗДІЛ IV

РІВНОМІРНИЙ (ОДНОМАНІТНИЙ) РУХ У КАНАЛАХ І РІЧКАХ

21. Основні відомості й формули	99
22. Задача про найменший спад	107

§ 23. Розподіл швидкостей у перекрої каналу. Задача про сталу швидкість у каналі. Каналізаційні та дренажні труби	112
§ 24. Деякі відомості про економічне обчислення каналів	120

РОЗДІЛ V

НЕРІВНОМІРНИЙ УСТАЛЕНИЙ РУХ ВОДИ В РІЧКАХ І КАНАЛАХ

§ 25. Загальні зауваження. Диференціальне рівняння нерівномірного руху	122
§ 26. Дослідження подовжнього профіля поверхні води при нерівномірному русі в коритах прямокутного поперечного перекрою сталої й великої (порівняно з глибиною) ширини	125
§ 27. Класифікація водотоків із прямим спадом. Водотоки з горизонтальним дном і з протіспадом	129
§ 28. Побудова кривих підпору й спадання	133
§ 29. Стрибок води	164
§ 30. Властива енергія перекрою водотоку у відкритому кориті	171

РОЗДІЛ VI

ВИТІКАННЯ ЧЕРЕЗ ОТВОРИ, НАСАДИ (НАКОНЕЧНИКИ) ТА ПЕРЕЛИВИ. ГІДРАВЛІЧНІ ОБЧИСЛЕННЯ СПОРУД

§ 31. Витікання в повітря з малих отворів у тонких стінках і дні	173
§ 32. Витікання в повітря з великих отворів у тонких стінках	176
§ 33. Витікання через затоплені отвори в тонких стінках	179
§ 34. Витікання через насади	180
§ 35. Переливи	187
§ 36. Витікання рідини з отворів при змінному напорі та під змінний рівень	202
§ 37. Перепади та витікання з-під щита; форми супрягання поверхонь води в нижньому б'єфі	208
§ 38. Як обчислювати отвори малих відкритих мостів і інших безнапірних споруд на відкритих водотоках, якщо вони звужують ці водотоки	229

РОЗДІЛ VII

РУХ ГРУНТОВИХ ВОД

§ 39. Основний закон Дарсі. Рівномірний рух ґрунтових вод. Фільтр	234
§ 40. Формула Дююї. Крива депресії. Усталений нерівномірний рух ґрунтових потоків прямокутного перекрою сталої ширини з вільним рівнем	237
§ 41. Водозбірна галерія, водозбірний чи висушний канал	240
§ 42. Фільтрування через гатку на горизонтальній водонепроникливій основі	242
§ 43. Круглий колодязь. Артезійські криниці	244

ДОДАТОК

§ 44. Про динамічну подібність у гідравліці	248
---	-----

ТАБЛИЦІ

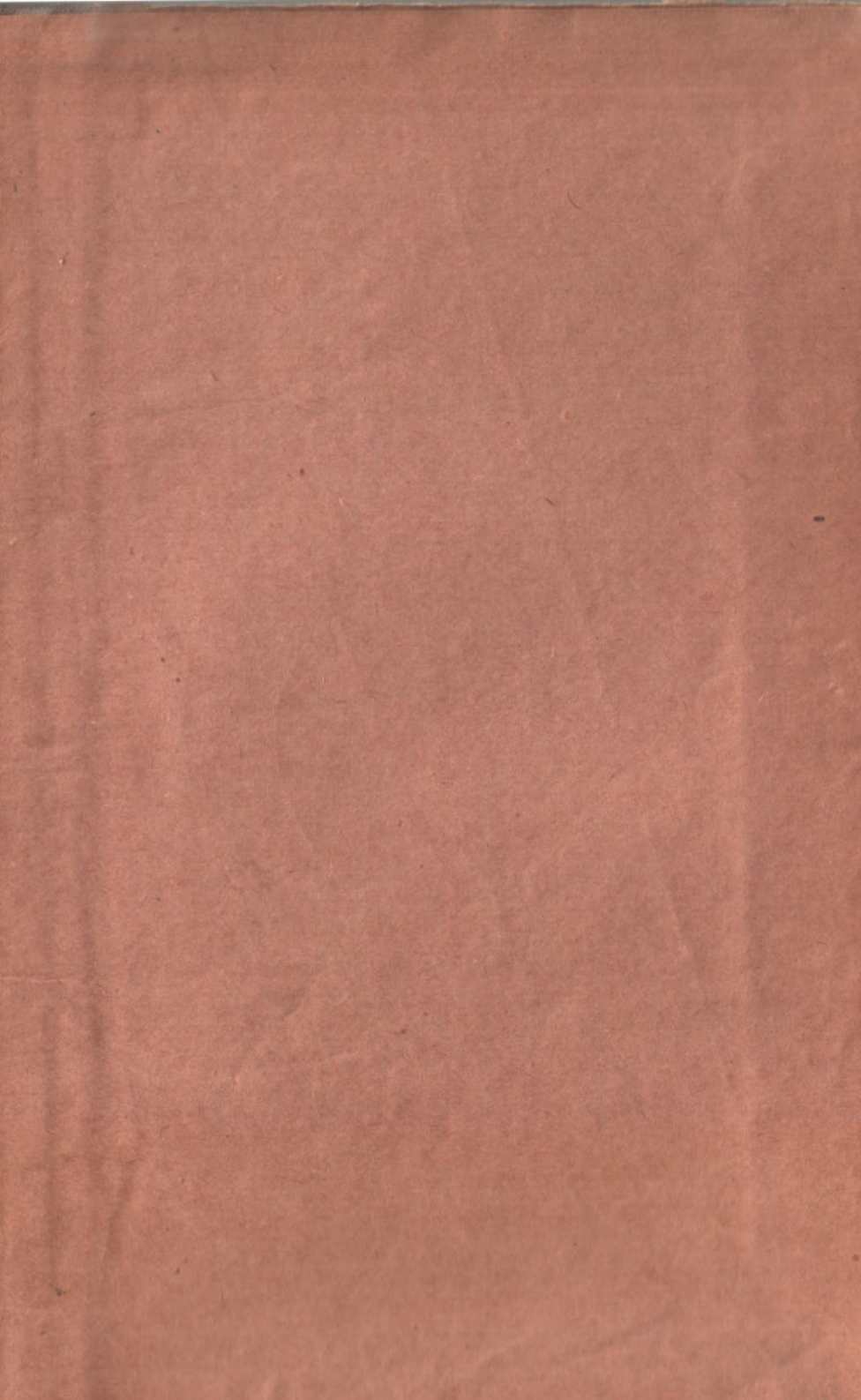
Таблиці I — величини $h = \frac{v^2}{2g}$ і $v = \sqrt{2gh}$	252
„ II — величини модулів швидкості $S = C\sqrt{R}$ і модулів витрати $K = FC\sqrt{R}$ для чавунних зварених труб нормального сортаменту	253
„ III — величини коефіцієнтів C за новою Базеновою формулою	254
„ IV — величини коефіцієнтів C за новою Базеновою формулою	255
„ V — величини коефіцієнтів C за Манінговою формулою	256
„ VI — величини коефіцієнтів C за ван Форхгаймером	258
„ VII — величини модулів витрати $K_0 = FC\sqrt{R}$ і модулів швидкості $S_0 = C\sqrt{R}$ для каналізаційних труб	260

Таблиці VIII — величини коефіцієнтів $\alpha = \frac{K}{K_0}$ і $\beta = \frac{S}{S_0}$ для круглих та овоїдальних (3/2) каналізаційних труб при різних заповненнях	261
„ IX — величини модулів швидкості $S = C\sqrt{R}$ і модулів витрати $K = FC\sqrt{R}$ для дренажних труб	222
„ X — для побудови кривих підпору за Дюпюї-Рюльманом	263
„ XI — для побудови кривих вільної поверхні при нерівномірному русі за Бресом (при $\eta > 1$)	265
„ XII — для побудови кривих вільної поверхні при нерівномірному русі за Бресом (при $\eta < 1$)	267
„ XIII — для побудови кривих підпору за Толькмітом	269
„ XIV — величини $N_{10}^{\frac{3}{2}}$ та $N^{\frac{3}{2}}$	270
„ XV — квадратні корені з відносних спадів \sqrt{I}	271
„ XVI — логаритми	272

ГРАФІКИ

Графік I — номограма розраховувати труби за формулою Шезі. C за Куттером. $m = 0,25$	275
Графік II — номограма визначати V за формулою Шезі. C за Базеном	276
Графік III — криві до обрахунку перепадів (за Б. А. Бахметєвим)	277





III 47 - 48

IV 48 - 49

V 49 - 50

47 - 48

1

49 - 50

6

24

26

