

## ПРИКЛАДНА МАТЕМАТИКА, ІНФОРМАТИКА ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНА ТЕХНІКА

УДК 517.95

<https://doi.org/10.31713/vt1202220>

**Климюк Ю. Є., к.т.н., доцент, Бомба А. Я., д.т.н., професор**  
(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, yu.ye.klymiuk@nuwm.edu.ua, a.ya.bomba@nuwm.edu.ua)

### КОМП'ЮТЕРНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ РЕЖИМІВ ШВИДКИХ КОНУСОПОДІБНИХ АДСОРБЦІЙНИХ ФІЛЬТРІВ З АВТОМАТИЗОВАНИМ ВІДВЕДЕННЯМ ЧАСТИНИ ТЕПЛА З ПОВЕРХОНЬ РОЗДІЛУ

Узагальнено математичні моделі, що описують технологічні режими фільтрування, зворотної промивки, хімічної регенерації та прямої промивки при дотриманні сталих швидкостей швидких конусоподібних адсорбційних фільтрів з хімічною регенерацією кусково-однорідних пористих завантажень, на випадок урахування автоматизованого відведення частини тепла з поверхонь розділу у режимі фільтрування при перевищенні деяких критичних значень температури. Запропоновані моделі призначені для дослідження змін концентрацій компонент багатоконпонентних домішок у фільтраційному потоці та на поверхні адсорбенту завантаження, утримуваних як за рахунок фізичної, так і хімічної адсорбції, температури фільтраційного потоку, коефіцієнтів фільтрації, активної пористості та напору вздовж висот швидких конусоподібних адсорбційних фільтрів. Проведення комп'ютерних експериментів з використанням отриманих числово-асимптотичних розв'язків відповідних модельних просторових крайових задач у комплексі дає змогу спрогнозувати більш оптимальні варіанти використання адсорбентів кожного шару завантаження, дослідити часові інтервали технологічних режимів, досягти збільшення часу захисної дії та покращення енергоефективності швидких конусоподібних адсорбційних фільтрів. Запропонований підхід допускає можливість прогнозування таких процесів у випадках багатофазних фільтрацій, а також корекції значень коефіцієнта фільтрації від значень напорів.

**Ключові слова:** математична модель; прогнозування; швидкий конусоподібний фільтр; адсорбція; багатокомпонентна домішка; кусково-однорідне пористе середовище.

**Вступ.** Постійно зростаючі потреби у господарстві в очищеній воді від багатокомпонентних домішок та зростання вартості фільтрувальних матеріалів вимагають проведення досліджень з одного боку їх більш оптимального використання і збільшення тривалості роботи швидких адсорбційних фільтрів у режимі фільтрування за рахунок вибору їх форми, висоти шарів, зокрема з урахуванням впливу температурних ефектів на внутрішню кінетику масопереносу, а з іншого – регенерації пористих завантажень для їх повторного використання.

Фільтрування води через пористі завантаження швидких адсорбційних фільтрів є окремим випадком руху рідин через пористі матеріали і закономірності цього руху досить повно висвітлені в працях [3; 5; 7; 9; 12]. У якості математичних моделей для прогнозування процесів доочистки води від багатокомпонентних домішок шляхом її фільтрування через пористі завантаження частина дослідників використовує певні модифікації моделі Д. М. Мінца при дотриманні сталих швидкостей відповідних процесів та температури [5; 7]. У [1; 6; 10] запропоновано ряд просторових узагальнень моделі Д. М. Мінца для прогнозування технологічних режимів фільтрування, зворотної промивки, хімічної регенерації та прямої промивки швидких конусоподібних адсорбційних фільтрів з кусково-однорідними пористими завантаженнями з урахуванням впливу температурних ефектів на внутрішню кінетику масопереносу. Ці моделі у комплексі за рахунок урахування впливу зміни температури та швидкості фільтраційного потоку вздовж висоти фільтру на коефіцієнти, які характеризують швидкості масообміну при фізичній і хімічній адсорбції та десорбції, коефіцієнт фільтрації, дали змогу шляхом проведення комп'ютерних експериментів спрогнозувати більш оптимальні варіанти використання адсорбентів кожного шару завантаження, дослідити часові інтервали роботи технологічних режимів фільтрів відповідно у режимах фільтрування, зворотної промивки, хімічної регенерації та прямої промивки при дотриманні сталих швидкостей відповідних режимів, досягти збільшення часу захисної дії фільтрів за рахунок автоматизованого відведення частини тепла з поверхонь розділу у режимі фільтрування. Для проведення подальших досліджень з покращення

доочистки води від багатоконпонентних домішок актуальною задачею постало узагальнення відповідних моделей на випадок комп'ютерного прогнозування технологічних режимів швидких конусоподібних адсорбційних фільтрів з автоматизованим відведенням частини тепла з поверхонь розділу у режимі фільтрування при перевищенні деяких критичних значень температури.

**Постановка задачі.** Для прогнозування основних технологічних режимів швидких конусоподібних адсорбційних фільтрів з хімічною регенерацією кусково-однорідних пористих завантажень з урахуванням автоматизованого відведення частини тепла з поверхонь розділу в режимі фільтрування при перевищенні деяких критичних значень температури сформуємо просторові крайові задачі для модельної області  $G = G_z \times (0, \infty)$ ,  $G_z$  – просторова однозв'язна область ( $z = (x, y, z)$ ), обмежена заданими гладкими, ортогональними між собою по ребрах, двома екіпотенціальними поверхнями  $S_*$ ,  $S^*$  і однією поверхнею течії  $S^{**}$  та розділена на  $p$  підобластей  $G_z^r$  ( $r = \overline{1, p}$ ) деякими заданими  $p-1$  екіпотенціальними поверхнями  $S_{*r}^*$  ( $r = \overline{1, p-1}$ ), що представлена на рис. 1.

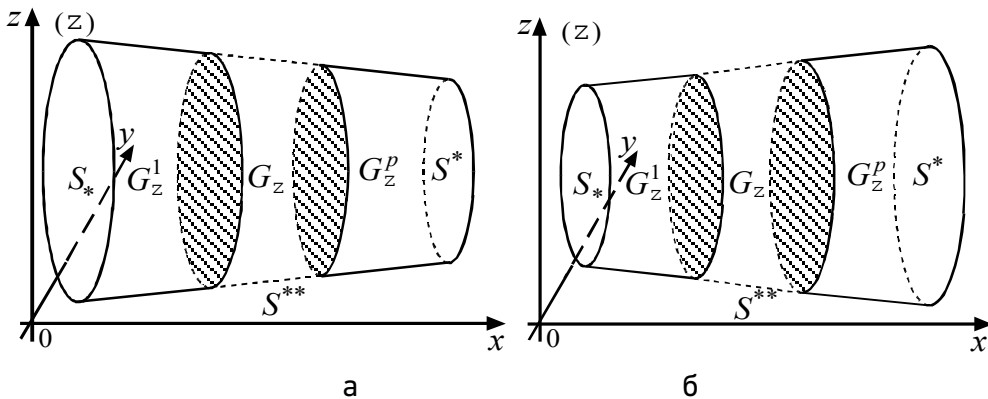


Рис. 1. Просторові області фільтрації  $G_z$   
для модельних задач прогнозування технологічних режимів:  
а – фільтрування та прямої промивки;  
б – зворотної промивки та хімічної регенерації

Вважаючи, що у режимі фільтрування з автоматизованим відведенням частини тепла з поверхонь розділу конвективні складові

тепло- і масоперенесення та фізична і хімічна адсорбція домішок переважають над вкладом дифузії й фізичної десорбції, у режимі хімічної регенерації конвективні складові тепло- і масоперенесення та фізична і хімічна десорбція переважають над вкладом дифузії й фізичної адсорбції, а у режимах зворотної та прямої промивок конвективні складові тепло- і масоперенесення та фізична десорбція і хімічна адсорбція переважають над вкладом дифузії й фізичної адсорбції, просторові модельні задачі для прогнозування технологічних режимів роботи швидкого конусоподібного адсорбційного фільтру при дотриманні сталих швидкостей відповідних режимів з урахуванням зворотного впливу характеристик процесу (концентрацій компонент багатоконцентної домішки відповідно у фільтраційному потоці і на поверхні адсорбенту завантаження, температури фільтраційного потоку) на характеристики завантаження (коефіцієнти фільтрації, активної пористості, коефіцієнти, які характеризують швидкості масообміну при фізичній і хімічній адсорбції та десорбції компонент багатоконцентної домішки) складаються з рівнянь руху фільтраційного потоку згідно із законом Дарсі, рівнянь для визначення зміни концентрацій компонент багатоконцентної домішки у фільтраційному потоці і на поверхні адсорбенту завантаження, утримуваних за рахунок фізичної та хімічної адсорбції, температури фільтраційного потоку, коефіцієнта фільтрації, активної пористості та напору вздовж висоти фільтру відповідно для режимів фільтрування:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\sigma \cdot C)'_t = \operatorname{div} (D \cdot \operatorname{grad} C) - \bar{v} \cdot \operatorname{grad} C - \\ - \alpha \cdot C + \beta \cdot U - \alpha^* \cdot C, \\ (\sigma \cdot U)'_t = \operatorname{div} (D^* \cdot \operatorname{grad} U) + \alpha \cdot C - \beta \cdot U, \\ (\sigma \cdot W)'_t = \operatorname{div} (D^{**} \cdot \operatorname{grad} W) + \alpha^* \cdot C, \\ (\sigma \cdot T)'_t = \operatorname{div} (D^{***} \cdot \operatorname{grad} T) - \bar{v} \cdot \operatorname{grad} T + \\ + \gamma \cdot (\alpha \cdot C - \beta \cdot U) + \gamma^* \cdot \alpha^* \cdot C, \\ \kappa'_t = -\mu \cdot U - \mu^* \cdot W, \\ \sigma'_t = -\lambda \cdot U - \lambda^* \cdot W, \\ \bar{v} = -\kappa \cdot \operatorname{grad} h, (x, y, z) \in G_2^r, r = \overline{1, p}, \end{array} \right. \quad (1)$$

хімічної регенерації:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\sigma \cdot C)'_t = \operatorname{div} (D \cdot \operatorname{grad} C) - \bar{v} \cdot \operatorname{grad} C + \\ + \beta \cdot U - \alpha \cdot C + \beta^* \cdot W, \\ (\sigma \cdot U)'_t = \operatorname{div} (D^* \cdot \operatorname{grad} U) - \beta \cdot U + \alpha \cdot C, \\ (\sigma \cdot W)'_t = \operatorname{div} (D^{**} \cdot \operatorname{grad} W) - \beta^* \cdot W, \\ (\sigma \cdot T)'_t = \operatorname{div} (D^{***} \cdot \operatorname{grad} T) - \bar{v} \cdot \operatorname{grad} T + \\ + \gamma \cdot (\beta \cdot U - \alpha \cdot C) + \gamma^* \cdot \beta^* \cdot W, \\ \kappa'_t = \mu \cdot U + \mu^* \cdot W, \\ \sigma'_t = \lambda \cdot U + \lambda^* \cdot W, \\ \bar{v} = -\kappa \cdot \operatorname{grad} h, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}, \end{array} \right. \quad (2)$$

зворотної та прямої промивок:

$$\left\{ \begin{array}{l} (\sigma \cdot C)'_t = \operatorname{div} (D \cdot \operatorname{grad} C) - \bar{v} \cdot \operatorname{grad} C + \\ + \beta \cdot U - \alpha \cdot C - \alpha^* \cdot C, \\ (\sigma \cdot U)'_t = \operatorname{div} (D^* \cdot \operatorname{grad} U) - \beta \cdot U + \alpha \cdot C, \\ (\sigma \cdot W)'_t = \operatorname{div} (D^{**} \cdot \operatorname{grad} W) + \alpha^* \cdot C, \\ (\sigma \cdot T)'_t = \operatorname{div} (D^{***} \cdot \operatorname{grad} T) - \bar{v} \cdot \operatorname{grad} T + \\ + \gamma \cdot (\beta \cdot U - \alpha \cdot C) + \gamma^* \cdot \alpha^* \cdot C, \\ \kappa'_t = \mu \cdot U - \mu^* \cdot W, \\ \sigma'_t = \lambda \cdot U - \lambda^* \cdot W, \\ \bar{v} = -\kappa \cdot \operatorname{grad} h, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}, \end{array} \right. \quad (3)$$

які доповнюються наступними крайовими умовами:

$$\left\{ \begin{array}{l} C|_{S_*} = c_*^*, C'_{\bar{n}}|_{S^*} = 0, C'_{\bar{n}}|_{S^{**}} = 0, \\ U|_{S_*} = u_*^*, U'_{\bar{n}}|_{S^*} = 0, U'_{\bar{n}}|_{S^{**}} = 0, \\ W|_{S_*} = u_*^*, W'_{\bar{n}}|_{S^*} = 0, W'_{\bar{n}}|_{S^{**}} = 0, \\ T|_{S_*} = T_*^*, T'_{\bar{n}}|_{S^*} = 0, T'_{\bar{n}}|_{S^{**}} = 0, \end{array} \right. \quad (4)$$

початковими умовами:

$$\left\{ \begin{array}{l} C|_{t=0} = c_0^0, U|_{t=0} = u_0^0, W|_{t=0} = w_0^0, T|_{t=0} = T_0^0, \\ \kappa|_{t=0} = \kappa_0^0, \sigma|_{t=0} = \sigma_0^0, h|_{t=0} = h_0^0, \end{array} \right. \quad (5)$$

та умовами узгодженості на поверхнях розділу  $S_{*r}^*$  ( $r = \overline{1, p-1}$ ):

$$\left\{ \begin{array}{l} C|_{S_{r-}} = C|_{S_{r+}}, D_r \cdot C'_n - v_{rn}^0 \cdot C|_{S_{r-}} = D_{r+1} \cdot C'_n - v_{rn}^0 \cdot C|_{S_{r+}}, \\ U|_{S_{r-}} = U|_{S_{r+}}, D_r^* \cdot U'_n|_{S_{r-}} = D_{r+1}^* \cdot U'_n|_{S_{r+}}, \\ W|_{S_{r-}} = W|_{S_{r+}}, D_r^{**} \cdot W'_n|_{S_{r-}} = D_{r+1}^{**} \cdot W'_n|_{S_{r+}}, \\ T|_{S_{r-}} = T - \theta \cdot T|_{S_{r+}}, D_r^{***} \cdot T'_n - v_{rn}^0 \cdot T|_{S_{r-}} = D_{r+1}^{***} \cdot T'_n - v_{rn}^0 \cdot T - \theta \cdot T|_{S_{r+}}, \\ D_r \cdot C'_n - v_{rn} \cdot C + D_r^* \cdot U' + D_r^{**} \cdot W'_n|_{S_{r-}} = \\ = D_{r+1} \cdot C'_n - v_{rn} \cdot C + D_{r+1}^* \cdot U'_n + D_{r+1}^{**} \cdot W'_n|_{S_{r+}}, \\ (\sigma \cdot (C + U + W))'_t|_{S_{r-}} = (\sigma \cdot (C + U + W))'_t|_{S_{r+}}, \\ h|_{S_{r-}} = h|_{S_{r+}}, \kappa_r \cdot h'_n|_{S_{r-}} = \kappa_r \cdot h'_n|_{S_{r+}}, r = \overline{1, p-1}, \end{array} \right. \quad (6)$$

де  $C = C(x, y, z, t)$ ,  $U = U(x, y, z, t)$  і  $W = W(x, y, z, t)$  – концентрації домішок відповідно у фільтраційному потоці та на поверхні адсорбенту завантаження, утримуваних за рахунок фізичної і хімічної адсорбції,  $T = T(x, y, z, t)$  – температура фільтраційного потоку,  $\kappa = \kappa(x, y, z, t)$  – коефіцієнт фільтрації,  $\sigma = \sigma(x, y, z, t)$  – активна пористість,  $h = h(x, y, z, t)$  – напір,  $\vec{v} = \vec{v}(v_x, v_y, v_z)$  – вектор швидкості фільтрації,

$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2(x, y, z) + v_y^2(x, y, z) + v_z^2(x, y, z)} \gg 0$ ,  $\vec{n}$  – зовнішня нормаль

до відповідної поверхні,  $D$ ,  $D^*$  і  $D^{**}$  – коефіцієнти дифузії домішок відповідно у фільтраційному потоці та на поверхні адсорбенту завантаження, утримуваних за рахунок фізичної і хімічної адсорбції,

$D = \{D_r, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $D_r = \varepsilon \cdot d_{r,0}$ ,  $d_{r,0} > 0$  ( $r = \overline{1, p}$ ),  $D^* = \{D_r^*,$

$(x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $D_r^* = \varepsilon \cdot d_{r,0}^*$ ,  $d_{r,0}^* > 0$  ( $r = \overline{1, p}$ ),  $D^{**} = \{D_r^{**},$

$(x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $D_r^{**} = \varepsilon \cdot d_{r,0}^{**}$ ,  $d_{r,0}^{**} > 0$  ( $r = \overline{1, p}$ ),  $D^{***}$  – коефіцієнт

температуропровідності,  $D^{***} = \{D_r^{***}, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,

$D_r^{***} = \varepsilon \cdot d_{r,0}^{***}$ ,  $d_{r,0}^{***} > 0$  ( $r = \overline{1, p}$ ),  $\alpha$  і  $\beta$  – коефіцієнти, що характеризують швидкість масообміну відповідно при фізичній адсорбції та десорбції домішок, для модельної задачі прогнозування режиму фільтрування

$\alpha = \{\alpha_r, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\alpha_r = \sum_{s_1=0}^2 \sum_{s_2=0}^{2-s_1} \varepsilon^{s_1+s_2} \cdot \alpha_{r,s_1,s_2} \cdot v^{s_1} \cdot T^{s_2}$ ,

$\alpha_{r,s_1,s_2} \in \mathbb{R}$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $s_1, s_2 = \overline{0, 2}$ ),  $\beta = \{\beta_r, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,

$\beta_r = \varepsilon \cdot \sum_{s_1=0}^2 \sum_{s_2=0}^{2-s_1} \varepsilon^{s_1+s_2} \cdot \beta_{r,s_1,s_2} \cdot v^{s_1} \cdot T^{s_2}$ ,  $\beta_{r,s_1,s_2} \in \mathbb{R}$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $s_1, s_2 = \overline{0, 2}$ ), а моде-

льних задач прогнозування режимів хімічної регенерації, зворотної та прямої промивок  $\alpha = \{\alpha_r, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,

$\alpha_r = \varepsilon \cdot \sum_{s_1=0}^2 \sum_{s_2=0}^{2-s_1} \varepsilon^{s_1+s_2} \cdot \alpha_{r,s_1,s_2} \cdot v^{s_1} \cdot T^{s_2}$ ,  $\alpha_{r,s_1,s_2} \in \mathbb{R}$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $s_1, s_2 = \overline{0, 2}$ ),

$\beta = \{\beta_r, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\beta_r = \sum_{s_1=0}^2 \sum_{s_2=0}^{2-s_1} \varepsilon^{s_1+s_2} \cdot \beta_{r,s_1,s_2} \cdot v^{s_1} \cdot T^{s_2}$ ,  $\beta_{r,s_1,s_2} \in \mathbb{R}$

( $r = \overline{1, p}$ ,  $s_1, s_2 = \overline{0, 2}$ ),  $\alpha^*$  – коефіцієнт, який характеризує швидкість масообміну при хімічній адсорбції домішок, для модельних задач прогнозування режимів фільтрування, зворотної та прямої промивок

$\alpha^* = \{\alpha_r^*, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\alpha_r^* = \sum_{s_1=0}^2 \sum_{s_2=0}^{2-s_1} \varepsilon^{s_1+s_2} \cdot \alpha_{r,s_1,s_2}^* \cdot v^{s_1} \cdot T^{s_2}$ ,

$\alpha_{r,s_1,s_2}^* \in \mathbb{R}$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $s_1, s_2 = \overline{0, 2}$ ),  $\beta^*$  – коефіцієнт, який характеризує швидкість масообміну при хімічній десорбції домішок, для модельної задачі прогнозування режиму хімічної регенерації,  $\beta^* = \{\beta_r^*,$

$(x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\beta_r^* = \sum_{s_1=0}^2 \sum_{s_2=0}^{2-s_1} \varepsilon^{s_1+s_2} \cdot \beta_{r,s_1,s_2}^* \cdot v^{s_1} \cdot T^{s_2}$ ,  $\beta_{r,s_1,s_2}^* \in \mathbb{R}$  ( $j = \overline{1, m}$ ,

$r = \overline{1, p}$ ,  $s_1, s_2 = \overline{0, 2}$ ),  $\gamma$  – коефіцієнт, що характеризує швидкість зміни

температури фільтраційного потоку при фізичній адсорбції та десорбції домішок,  $\gamma = \{\gamma_r, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\gamma_r \in \mathbb{R}$  ( $r = \overline{1, p}$ ),  $\gamma^*$  – кое-

фіцієнт, що характеризує швидкість зміни температури фільтраційного потоку при хімічній адсорбції та десорбції домішок,  $\gamma^* = \{\gamma_r^*,$

$(x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\gamma_r^* \in \mathbb{R}$  ( $r = \overline{1, p}$ ),  $\mu$  і  $\lambda$  – коефіцієнти, що харак-

теризують швидкість зміни відповідно коефіцієнта фільтрації й активної пористості завантаження при фізичній адсорбції та десорбції

домішок,  $\mu = \{\mu_r, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\mu_r = \varepsilon \cdot \sum_{s=0}^2 \varepsilon^s \cdot \mu_{r,s} \cdot T^s$ ,  $\mu_{r,s} \in \mathbb{R}$

( $r = \overline{1, p}$ ,  $s = \overline{0, 2}$ ),  $\lambda = \{\lambda_r, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\lambda_r = \varepsilon \cdot \bar{\lambda}_r$  ( $r = \overline{1, p}$ ),  $\mu^*$  і  $\lambda^*$

– коефіцієнти, що характеризують швидкість зміни відповідно коефіцієнта фільтрації й активної пористості завантаження при хімічній адсорбції і десорбції домішок,  $\mu^* = \{\mu_r^*, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,

$\mu_r^* = \varepsilon \cdot \sum_{s=0}^2 \varepsilon^s \cdot \mu_{r,s}^* \cdot T^s$ ,  $\mu_{r,s}^* \in \mathbb{R}$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $s = \overline{0, 2}$ ),  $\lambda^* = \{\lambda_r^*, (x, y, z) \in G_z^r,$

$r = \overline{1, p}\}$ ,  $\lambda_r^* = \varepsilon \cdot \bar{\lambda}_r^*$  ( $r = \overline{1, p}$ ),  $\theta_r$  – коефіцієнт, що для модельної задачі прогнозування режиму фільтрування характеризує швидкість зміни температури на поверхні розділу  $S_{*r}^*$  за рахунок автоматизованого

відведення частини тепла,  $\theta_r = \begin{cases} 0, & T \leq T_r^*, \\ \theta_r^*, & T \geq T_r^*, \end{cases} \quad \theta_r^* \in \mathbb{R}, \quad T_r^*, T_r^{**} \in \mathbb{R}$

( $r = \overline{1, p-1}$ ),  $\alpha_r = \alpha_r(x, y, z, t)$ ,  $\beta_r = \beta_r(x, y, z, t)$ ,  $\alpha_r^* = \alpha_r^*(x, y, z, t)$ ,  $\beta_r^* = \beta_r^*(x, y, z, t)$ ,  $\mu_r = \mu_r(x, y, z, t)$ ,  $\bar{\lambda}_r = \bar{\lambda}_r(x, y, z, t)$ ,  $\mu_r^* = \mu_r^*(x, y, z, t)$ ,  $\bar{\lambda}_r^* = \bar{\lambda}_r^*(x, y, z, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ) – неперервні обмежені функції,  $\varepsilon$  – малий параметр ( $\varepsilon > 0$ ),  $c_0^0 = \{c_r^0, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $u_0^0 = \{u_r^0, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $w_0^0 = \{w_r^0, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $T_0^0 = \{T_r^0, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\kappa_0^0 = \{\kappa_r^0, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\sigma_0^0 = \{\sigma_r^0, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $h_0^0 = \{h_r^0, (x, y, z) \in G_z^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $c_r^* = c_r^*(M, t)$ ,  $c_r^0 = c_r^0(x, y, z)$ ,  $u_r^* = u_r^*(M, t)$ ,  $u_r^0 = u_r^0(x, y, z)$ ,  $w_r^* = w_r^*(M, t)$ ,  $w_r^0 = w_r^0(x, y, z)$ ,  $T_r^* = T_r^*(M, t)$ ,  $T_r^0 = T_r^0(x, y, z)$ ,  $\kappa_r^0 = \kappa_r^0(x, y, z)$ ,  $\sigma_r^0 = \sigma_r^0(x, y, z)$ ,  $h_r^0 = h_r^0(x, y, z)$  ( $r = \overline{1, p}$ ) – достатньо гладкі функції, узгоджені між собою на ребрах області  $G$  [2],  $M \in S_*$ ,  $v_{rn}^0$  і  $v_{rn}$  ( $r = \overline{1, p-1}$ ) – відповідно початкові і поточні нормальні складові швидкості на поверхнях розділу  $S_{*r}^*$  ( $r = \overline{1, p-1}$ ).

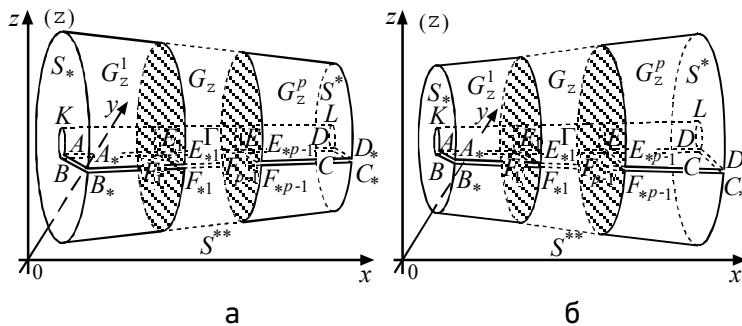


Рис. 2. Просторові області фільтрації  $G_z$  з умовним розрізом  $\Gamma$  для модельних задач прогнозування технологічних режимів:  
а – фільтрування та прямої промивки;  
б – зворотної промивки та хімічної регенерації

Аналогічно [1; 6; 10] шляхом виконання умовного розрізу  $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$ , де  $\Gamma_1 = AKLDBKLC$  і  $\Gamma_2 = ADD_*A_*BCC_*B_*$  розрізи вздовж відповідних поверхонь течії, модельні задачі для прогнозування ре-



жимів фільтрування (1), (4)–(6), хімічної регенерації (2), (4)–(6), зворотної та прямої промивок (3)–(6) швидких конусоподібних фільтрів з кусково-однорідними пористими завантаженнями зводяться до розв'язання в однозв'язній кусково-однорідній області  $G_z \setminus \Gamma$  – криволінійному паралелепіпеді  $ABCD A_* B_* C_* D_*$ , обмеженому гладкими, ортогональними між собою в кутових точках та вздовж ребер, двома екіпотенціальними поверхнями  $ABB_* A_*$ ,  $CDD_* C_*$  і чотирма поверхнями течії  $ABCD = AKLD \cup BKLC$ ,  $A_* B_* C_* D_*$ ,  $ADD_* A_* = BCC_* B_*$  та розділеному на  $p$  підобластей  $G_z^1 \setminus \Gamma^1 = ABF_1 E_1 A_* B_* F_{*1} E_{*1}$ , ...,  $G_z^p \setminus \Gamma^p = E_{p-1} F_{p-1} CDE_{*(p-1)} F_{*(p-1)} C_* D_*$  ( $\Gamma^1 = AE_1 E_{*1} A_* BF_1 F_{*1} B_*$ , ...,  $\Gamma^p = E_{p-1} DD_* E_{*(p-1)} F_{p-1} CC_* F_{*(p-1)}$ ) екіпотенціальними поверхнями  $E_r F_r F_{*r} E_{*r}$  ( $r = 1, p-1$ ) (рис. 2), з додаванням умови непроникності  $h'_n|_{\Gamma} = 0$  вздовж умовного розрізу  $\Gamma$  задач, що описуються відповідно системами рівнянь (1), (2) і (3) з крайовими умовами:

$$\begin{cases} C|_{ABB_* A_*} = c_*^*, C'_n|_{CDD_* C_*} = 0, C'_n|_{ADD_* A_* \cup BCC_* B_* \cup ABCD \cup A_* B_* C_* D_*} = 0, \\ U|_{ABB_* A_*} = u_*^*, U'_n|_{CDD_* C_*} = 0, U'_n|_{ADD_* A_* \cup BCC_* B_* \cup ABCD \cup A_* B_* C_* D_*} = 0, \\ W|_{ABB_* A_*} = w_*^*, W'_n|_{CDD_* C_*} = 0, W'_n|_{ADD_* A_* \cup BCC_* B_* \cup ABCD \cup A_* B_* C_* D_*} = 0, \\ T|_{ABB_* A_*} = t_*^*, T'_n|_{CDD_* C_*} = 0, T'_n|_{ADD_* A_* \cup BCC_* B_* \cup ABCD \cup A_* B_* C_* D_*} = 0, \end{cases} \quad (7)$$

початковими умовами (6), умовами узгодженості на екіпотенціальних поверхнях розділу  $E_r F_r F_{*r} E_{*r}$  ( $r = 1, p-1$ ):

$$\begin{cases} C|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}} = C|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}}, \\ D_r \cdot C'_n - \nu_{rn}^0 \cdot C|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}} = D_{r+1} \cdot C'_n - \nu_{rn}^0 \cdot C|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}}, \\ U|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}} = U|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}}, \\ D_r \cdot U'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}} = D_{r+1} \cdot U'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}}, \\ W|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}} = W|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}}, \\ D_r^{**} \cdot W'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}} = D_{r+1}^{**} \cdot W'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}}, \\ T|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}} = T - \theta_r \cdot T|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}}, \\ D_r^{***} \cdot T'_n - \nu_{rn}^0 \cdot T|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}} = D_{r+1}^{***} \cdot T'_n - \nu_{rn}^0 \cdot T - \theta_r \cdot T|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}}, \\ D_r \cdot C'_n - \nu_{rn} \cdot C + D_r^* \cdot U'_n + D_r^{**} \cdot W'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}} = \\ = D_{r+1} \cdot C'_n - \nu_{rn} \cdot C + D_{r+1}^* \cdot U'_n + D_{r+1}^{**} \cdot W'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}}; \\ \kappa_r \cdot h'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}} = \kappa_{r+1} \cdot h'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}}, \\ (\sigma \cdot (C + U + W))'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}} = (\sigma \cdot (C + U + W))'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}}, \\ h|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}} = h|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r}}, \quad r = \overline{1, p-1} \end{cases} \quad (8)$$

і подальшого «склеювання» берегів умовного розрізу  $\Gamma$  із використанням умов:

$$\begin{cases} h|_{AKLD} = h|_{BKLC}, h|_{ADD_*A_*} = h|_{BCC_*B_*}, \\ h'_n|_{AKLD} = h'_n|_{BKLC}, h'_n|_{ADD_*A_*} = h'_n|_{BCC_*B_*} \end{cases} \quad (9)$$

та узгодженості величин концентрацій домішок у фільтраційному потоці і на поверхні адсорбенту завантаження, утримуваних за рахунок фізичної і хімічної адсорбції, значень температури фільтраційного потоку на умовних поверхнях розрізу  $\Gamma$  із використанням умов:

$$\begin{cases} C|_{ALMD} = C|_{BLMC}, C'_n|_{ALMD} = C'_n|_{BLMC}, \\ C|_{ADD_*A_*} = C|_{BCC_*B_*}, C'_n|_{ADD_*A_*} = C'_n|_{BCC_*B_*}, \\ U|_{ALMD} = U|_{BLMC}, U'_n|_{ALMD} = U'_n|_{BLMC}, \\ U|_{ADD_*A_*} = U|_{BCC_*B_*}, U'_n|_{ADD_*A_*} = U'_n|_{BCC_*B_*}, \\ W|_{ALMD} = W|_{BLMC}, W'_n|_{ALMD} = W'_n|_{BLMC}, \\ W|_{ADD_*A_*} = W|_{BCC_*B_*}, W'_n|_{ADD_*A_*} = W'_n|_{BCC_*B_*}, \\ T|_{ALMD} = T|_{BLMC}, T'_n|_{ALMD} = T'_n|_{BLMC}, \\ T|_{ADD_*A_*} = T|_{BCC_*B_*}, T'_n|_{ADD_*A_*} = T'_n|_{BCC_*B_*}. \end{cases} \quad (10)$$

Шляхом введення функції  $\varphi = \varphi(x, y, z) = h(x, y, z, t)|_{t=0}$ , функцій  $\psi = \psi(x, y, z)$ ,  $\eta = \eta(x, y, z)$  (просторово комплексно спряжених із функцією  $\varphi = \varphi(x, y, z)$ ) таких, що  $\kappa_0^0 \cdot \text{grad } \varphi = \text{grad } \psi \times \text{grad } \eta$  [8], врахувавши рівняння нерозривності  $\text{div } \vec{v} = 0$ , крайові умови:  $\varphi|_{ABB_*A_*} = \varphi_* = 0$ ,  $\varphi|_{CDD_*C_*} = \varphi_* = h_0^0$ ,  $\varphi'_n|_{ADD_*A_* \cup BCC_*B_* \cup ABCD \cup A_*B_*C_*D_*} = 0$ , умови узгодженості на поверхнях розділу  $\varphi|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} = \varphi|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r+}} = \varphi_{*r}^*$ ,  $\kappa_r^0 \cdot \varphi'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r-}} = \kappa_{r+1}^0 \cdot \varphi'_n|_{E_r F_r F_{*r} E_{*r+}}$  ( $r = \overline{1, p-1}$ ),  $\varphi_{*1}^*$ ,  $\varphi_{*2}^*$ , ...,  $\varphi_{*(p-1)}^*$  – невідомі значення, та замінивши останні чотири з крайових умов наступними:  $\psi|_{ADD_*A_*} = 0$ ,  $\psi|_{BCC_*B_*} = Q_*$ ,  $\eta|_{ABCD} = 0$ ,  $\eta|_{A_*B_*C_*D_*} = Q^*$ , аналогічно до [13] замінюємо отриману фільтраційну задачу більш загальною прямою задачею на знаходження просторового аналогу кусково-конформного відображення однозв'язної області  $G_z \setminus \Gamma$  на відповідну область комплексного потенціалу – прямокутний паралелепіпед

$G_w = A'B'C'D'A'_*B'_*C'_*D'_*$  , який розділений деякими поверхнями  $E'_r F'_r E'_* F'_*$  ( $r = \overline{1, p}$ ) на  $p$  підобластей  $G_w^1 = A'B'E'_1 F'_1 A'_* B'_* E'_* F'_*$  ,  $G_w^r = E'_r F'_r F'_{r+1} E'_{r+1} E'_* F'_* F'_{*r+1} E'_{*r+1}$  ( $r = \overline{2, p-2}$ ) ,  $G_w^p = E'_{p-1} F'_{p-1} C'D'E'_{*p-1} F'_{*p-1} C'_* D'_*$  (рис. 3), де  $G_w^r = \{w = (\varphi, \psi, \eta) : \varphi_{*(r-1)}^* < \varphi < \varphi_{*r}^* , 0 < \psi < Q_* , 0 < \eta < Q_*^*\}$  ( $r = \overline{1, p}$ ) ,  $\varphi_{*r}^*$  ( $r = \overline{1, p-1}$ ) ,  $Q_*$  ,  $Q_*^*$  – невідомі параметри,  $Q = Q_* \cdot Q_*^*$  – повна фільтраційна витрата, і наступного «склеювання» берегів умовного розрізу  $\Gamma$  . Алгоритм розв'язання цієї задачі отримано в [13], зокрема знайдено початковий розподіл напорів  $h(x, y, z, t)|_{t=0} = h_0^0(x, y, z) = \varphi(x, y, z)$  , поле швидкостей  $\vec{v}$  , параметри  $Q_*$  ,  $Q_*^*$  ,  $Q$  та ряд інших величин.

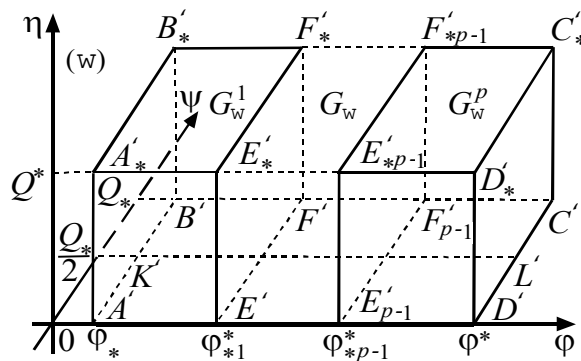


Рис. 3. Просторова область комплексного потенціалу  $G_w$

Здійснивши заміну змінних  $x = x(\varphi, \psi, \eta)$  ,  $y = y(\varphi, \psi, \eta)$  ,  $z = z(\varphi, \psi, \eta)$  у рівняннях (1), (2) і (3) та умовах (7), (6), (8)–(10), отримуємо просторові модельні задачі для прогнозування технологічних режимів роботи швидких конусоподібних адсорбційних фільтрів з кусково-однорідними пористими завантаженнями для області  $G_w \times (0, \infty)$  відповідно для режимів фільтрування, хімічної регенерації, зворотної та прямої промивок:

$$\left\{ \begin{aligned}
 (\tilde{\sigma} \cdot c_j)'_t &= D_j \cdot (b_1 \cdot c''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot c''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot c''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot c'_{j\psi} + b_5 \cdot c'_{j\eta}) - \\
 &- \frac{\tilde{\nu}^2}{\kappa_0^0} \cdot c'_{j\varphi} - \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{j,k} \cdot c_j + \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{k,j} \cdot c_k - \tilde{\alpha}_j \cdot c_j + \tilde{\beta}_j \cdot u_j - \tilde{\alpha}_j^* \cdot c_j \quad (j = \overline{1, m}), \\
 (\tilde{\sigma} \cdot u_j)'_t &= D_j^* \cdot (b_1 \cdot u''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot u''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot u''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot u'_{j\psi} + b_5 \cdot u'_{j\eta}) - \\
 &- \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{j,k}^* \cdot u_j + \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{k,j}^* \cdot u_k + \tilde{\alpha}_j \cdot c_j - \tilde{\beta}_j \cdot u_j \quad (j = \overline{1, m}), \\
 (\tilde{\sigma} \cdot w_j)'_t &= D_j^{**} \cdot (b_1 \cdot w''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot w''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot w''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot w'_{j\psi} + b_5 \cdot w'_{j\eta}) + \\
 &- \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{j,k}^{**} \cdot w_j + \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{k,j}^{**} \cdot w_k + \tilde{\alpha}_j^* \cdot c_j \quad (j = \overline{1, m}), \\
 (\tilde{\sigma} \cdot \tilde{T})'_t &= D_j^{***} \cdot (b_1 \cdot \tilde{T}''_{\varphi\varphi} + b_2 \cdot \tilde{T}''_{\psi\psi} + b_3 \cdot \tilde{T}''_{\eta\eta} + b_4 \cdot \tilde{T}'_{\psi} + b_5 \cdot \tilde{T}'_{\eta}) - \\
 &- \frac{\tilde{\nu}^2}{\kappa_0^0} \cdot \tilde{T}'_{\varphi} + \sum_{j=1}^m \tilde{\gamma}_j \cdot (\tilde{\alpha}_j \cdot c_j - \tilde{\beta}_j \cdot u_j) + \sum_{j=1}^m \tilde{\gamma}_j^* \cdot \tilde{\alpha}_j^* \cdot c_j, \\
 \tilde{\kappa}'_t &= - \sum_{j=1}^m \tilde{\mu}_j \cdot u_j + \sum_{j=1}^m \tilde{\mu}_j^* \cdot w_j, \quad \tilde{\sigma}'_t = - \sum_{j=1}^m \tilde{\lambda}_j \cdot u_j - \sum_{j=1}^m \tilde{\lambda}_j^* \cdot w_j, \\
 h'_\varphi &= - \frac{\nu}{\kappa} \cdot \sqrt{x_\varphi'^2 + y_\varphi'^2 + z_\varphi'^2}, \quad (\varphi, \psi, \eta) \in G'_w, \quad r = \overline{1, p},
 \end{aligned} \right. \quad (11)$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 (\tilde{\sigma} \cdot c_j)'_t &= D_j \cdot (b_1 \cdot c''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot c''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot c''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot c'_{j\psi} + b_5 \cdot c'_{j\eta}) - \\
 &- \frac{\tilde{\nu}^2}{\kappa_0^0} \cdot c'_{j\varphi} - \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{j,k} \cdot c_j + \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{k,j} \cdot c_k + \tilde{\beta}_j \cdot u_j - \tilde{\alpha}_j \cdot c_j + \tilde{\beta}_j^* \cdot w_j \quad (j = \overline{1, m}), \\
 (\tilde{\sigma} \cdot u_j)'_t &= D_j^* \cdot (b_1 \cdot u''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot u''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot u''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot u'_{j\psi} + b_5 \cdot u'_{j\eta}) - \\
 &- \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{j,k}^* \cdot u_j + \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{k,j}^* \cdot u_k - \tilde{\beta}_j \cdot u_j + \tilde{\alpha}_j \cdot c_j \quad (j = \overline{1, m}), \\
 (\tilde{\sigma} \cdot w_j)'_t &= D_j^{**} \cdot (b_1 \cdot w''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot w''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot w''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot w'_{j\psi} + b_5 \cdot w'_{j\eta}) + \\
 &- \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{j,k}^{**} \cdot w_j + \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{k,j}^{**} \cdot w_k - \tilde{\beta}_j^* \cdot w_j \quad (j = \overline{1, m}), \\
 (\tilde{\sigma} \cdot \tilde{T})'_t &= D_j^{***} \cdot (b_1 \cdot \tilde{T}''_{\varphi\varphi} + b_2 \cdot \tilde{T}''_{\psi\psi} + b_3 \cdot \tilde{T}''_{\eta\eta} + b_4 \cdot \tilde{T}'_{\psi} + b_5 \cdot \tilde{T}'_{\eta}) - \\
 &- \frac{\tilde{\nu}^2}{\kappa_0^0} \cdot \tilde{T}'_{\varphi} + \tilde{\gamma}_j \cdot (\tilde{\beta}_j \cdot u_j - \tilde{\alpha}_j \cdot c_j) + \tilde{\gamma}_j^* \cdot \tilde{\beta}_j^* \cdot w_j, \\
 \tilde{\kappa}'_t &= \sum_{j=1}^m \tilde{\mu}_j \cdot u_j + \sum_{j=1}^m \tilde{\mu}_j^* \cdot w_j, \quad \tilde{\sigma}'_t = \sum_{j=1}^m \tilde{\lambda}_j \cdot u_j + \sum_{j=1}^m \tilde{\lambda}_j^* \cdot w_j, \\
 h'_\varphi &= - \frac{\nu}{\kappa} \cdot \sqrt{x_\varphi'^2 + y_\varphi'^2 + z_\varphi'^2}, \quad (\varphi, \psi, \eta) \in G'_w, \quad r = \overline{1, p},
 \end{aligned} \right. \quad (12)$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 (\tilde{\sigma} \cdot c_j)'_t &= D_j \cdot (b_1 \cdot c''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot c''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot c''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot c'_{j\psi} + b_5 \cdot c'_{j\eta}) - \\
 &- \frac{\tilde{v}^2}{\kappa_0} \cdot c'_{j\varphi} - \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{j,k} \cdot c_j + \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{k,j} \cdot c_k + \tilde{\beta}_j \cdot u_j - \tilde{\alpha}_j \cdot c_j - \tilde{\alpha}_j^* \cdot c_j \quad (j = \overline{1, m}), \\
 (\tilde{\sigma} \cdot u_j)'_t &= D_j^* \cdot (b_1 \cdot u''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot u''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot u''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot u'_{j\psi} + b_5 \cdot u'_{j\eta}) - \\
 &- \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{j,k}^* \cdot u_j + \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{k,j}^* \cdot u_k - \tilde{\beta}_j \cdot u_j + \tilde{\alpha}_j \cdot c_j \quad (j = \overline{1, m}), \\
 (\tilde{\sigma} \cdot w_j)'_t &= D_j^{**} \cdot (b_1 \cdot w''_{j\varphi\varphi} + b_2 \cdot w''_{j\psi\psi} + b_3 \cdot w''_{j\eta\eta} + b_4 \cdot w'_{j\psi} + b_5 \cdot w'_{j\eta}) + \\
 &- \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{j,k}^{**} \cdot w_j + \sum_{k=1}^m \tilde{a}_{k,j}^{**} \cdot w_k + \tilde{\alpha}_j^* \cdot c_j \quad (j = \overline{1, m}), \\
 (\tilde{\sigma} \cdot \tilde{T})'_t &= D^{***} \cdot (b_1 \cdot \tilde{T}''_{\varphi\varphi} + b_2 \cdot \tilde{T}''_{\psi\psi} + b_3 \cdot \tilde{T}''_{\eta\eta} + b_4 \cdot \tilde{T}'_{\psi} + b_5 \cdot \tilde{T}'_{\eta}) - \\
 &- \frac{\tilde{v}^2}{\kappa_0} \cdot \tilde{T}'_{\varphi} + \sum_{j=1}^m \tilde{\gamma}_j \cdot (\tilde{\beta}_j \cdot u_j - \tilde{\alpha}_j \cdot c_j) + \sum_{j=1}^m \tilde{\gamma}_j^* \cdot \tilde{\alpha}_j^* \cdot c_j, \\
 \tilde{\kappa}'_t &= \sum_{j=1}^m \tilde{\mu}_j \cdot u_j - \sum_{j=1}^m \tilde{\mu}_j^* \cdot w_j, \quad \tilde{\sigma}'_t = \sum_{j=1}^m \tilde{\lambda}_j \cdot u_j - \sum_{j=1}^m \tilde{\lambda}_j^* \cdot w_j, \\
 h'_{\varphi} &= -\frac{v}{\kappa} \cdot \sqrt{x_{\varphi}^{\prime 2} + y_{\varphi}^{\prime 2} + z_{\varphi}^{\prime 2}}, \quad (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, \quad r = \overline{1, p},
 \end{aligned} \right. \tag{13}$$

з крайовими, початковими умовами, умовами узгодженості на поверхнях розділу та на умовних поверхнях розрізу:

$$\left\{ \begin{aligned}
 c_j \Big|_{\varphi=\varphi_*} &= \tilde{c}_j^*, \quad c'_{j\varphi} \Big|_{\varphi=\varphi_*} = 0, \\
 c_{j\psi} \Big|_{\psi=0} &= c'_{j\psi} \Big|_{\psi=Q_*} = c'_{j\eta} \Big|_{\eta=0} = c'_{j\eta} \Big|_{\eta=Q_*} = 0 \quad (j = \overline{1, m}), \\
 u_j \Big|_{\varphi=\varphi_*} &= \tilde{u}_j^*, \quad u'_{j\varphi} \Big|_{\varphi=\varphi_*} = 0, \\
 u'_{j\psi} \Big|_{\psi=0} &= u'_{j\psi} \Big|_{\psi=Q_*} = u'_{j\eta} \Big|_{\eta=0} = u'_{j\eta} \Big|_{\eta=Q_*} = 0 \quad (j = \overline{1, m}), \\
 w_j \Big|_{\varphi=\varphi_*} &= \tilde{w}_j^*, \quad w'_{j\varphi} \Big|_{\varphi=\varphi_*} = 0, \\
 w'_{j\psi} \Big|_{\psi=0} &= w'_{j\psi} \Big|_{\psi=Q_*} = w'_{j\eta} \Big|_{\eta=0} = w'_{j\eta} \Big|_{\eta=Q_*} = 0 \quad (j = \overline{1, m}), \\
 \tilde{T} \Big|_{\varphi=\varphi_*} &= \tilde{T}_*^*, \quad \tilde{T}'_{\varphi} \Big|_{\varphi=\varphi_*} = 0, \\
 \tilde{T}'_{\psi} \Big|_{\psi=0} &= \tilde{T}'_{\psi} \Big|_{\psi=Q_*} = \tilde{T}'_{\eta} \Big|_{\eta=0} = \tilde{T}'_{\eta} \Big|_{\eta=Q_*} = 0,
 \end{aligned} \right. \tag{14}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c_j|_{t=0} = \tilde{c}_j^0 (j = \overline{1, m}), u_j|_{t=0} = \tilde{u}_j^0 (j = \overline{1, m}), \\ w_j|_{t=0} = \tilde{w}_j^0 (j = \overline{1, m}), \tilde{T}|_{t=0} = \tilde{T}_0^0, \\ \tilde{\kappa}|_{t=0} = \tilde{\kappa}_0^0, \tilde{\sigma}|_{t=0} = \tilde{\sigma}_0^0, \tilde{h}|_{t=0} = \tilde{h}_0^0, \end{array} \right. \quad (15)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r-0}^*} c_j = \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r+0}^*} c_j, \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r-0}^*} (D_{j,r} \cdot c'_{j\varphi} - \kappa_r^* \cdot c_j) = \\ = \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r+0}^*} (D_{j,r+1} \cdot c'_{j\varphi} - \kappa_{r+1}^* \cdot c_j) (j = \overline{1, m}), \\ \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r-0}^*} u_j = \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r+0}^*} u_j, \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r-0}^*} D_{j,r}^* \cdot u'_{j\varphi} = \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r+0}^*} D_{j,r+1}^* \cdot u'_{j\varphi} (j = \overline{1, m}), \\ \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r-0}^*} w_j = \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r+0}^*} w_j, \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r-0}^*} D_{j,r}^{**} \cdot w'_{j\varphi} = \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r+0}^*} D_{j,r+1}^{**} \cdot w'_{j\varphi} (j = \overline{1, m}), \\ \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r-0}^*} \tilde{T} = \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r+0}^*} (\tilde{T} - \tilde{\theta}_r \cdot \tilde{T}), \\ \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r-0}^*} (D_r^{***} \cdot \tilde{T}'_{\varphi} - \kappa_r^* \cdot \tilde{T}) = \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r+0}^*} (D_{r+1}^{***} \cdot \tilde{T}'_{\varphi} - \kappa_{r+1}^* \cdot \tilde{T} - \tilde{\theta}_r \cdot \tilde{T}), \\ \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r-0}^*} \sum_{j=1}^m (D_{j,r} \cdot c'_{j\varphi} - \tilde{\kappa} \cdot c_j + D_{j,r}^* \cdot u'_{j\varphi} + D_{j,r}^{**} \cdot w'_{j\varphi}) = \\ = \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r+0}^*} \sum_{j=1}^m (D_{j,r+1} \cdot c'_{j\varphi} - \tilde{\kappa} \cdot c_j + D_{j,r+1}^* \cdot u'_{j\varphi} + D_{j,r+1}^{**} \cdot w'_{j\varphi}), \\ \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r-0}^*} (\tilde{\sigma} \cdot \sum_{j=1}^m (c_j + u_j + w_j))'_t = \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r+0}^*} (\tilde{\sigma} \cdot \sum_{j=1}^m (c_j + u_j + w_j))'_t, \\ \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r-0}^*} \tilde{h} = \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r+0}^*} \tilde{h}, \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r-0}^*} \tilde{\kappa} \cdot \tilde{h}'_{\varphi} = \lim_{\varphi \rightarrow \Phi_{s,r+0}^*} \tilde{\kappa} \cdot \tilde{h}'_{\varphi}, r = \overline{1, p-1}, \end{array} \right. \quad (16)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} c_j|_{\eta=0, \psi=\tilde{\psi}} = c_j|_{\eta=0, \psi=Q_s-\tilde{\psi}}, c_j|_{\psi=0} = c_j|_{\psi=Q_s}, \\ c'_{j\tilde{n}}|_{\eta=0, \psi=\tilde{\psi}} = c'_{j\tilde{n}}|_{\eta=0, \psi=Q_s-\tilde{\psi}}, c'_{j\tilde{n}}|_{\psi=0} = c'_{j\tilde{n}}|_{\psi=Q_s} (j = \overline{1, m}), \\ u_j|_{\eta=0, \psi=\tilde{\psi}} = u_j|_{\eta=0, \psi=Q_s-\tilde{\psi}}, u_j|_{\psi=0} = u_j|_{\psi=Q_s}, \\ u'_{j\tilde{n}}|_{\eta=0, \psi=\tilde{\psi}} = u'_{j\tilde{n}}|_{\eta=0, \psi=Q_s-\tilde{\psi}}, u'_{j\tilde{n}}|_{\psi=0} = u'_{j\tilde{n}}|_{\psi=Q_s} (j = \overline{1, m}), \\ w_j|_{\eta=0, \psi=\tilde{\psi}} = w_j|_{\eta=0, \psi=Q_s-\tilde{\psi}}, w_j|_{\psi=0} = w_j|_{\psi=Q_s}, \\ w'_{j\tilde{n}}|_{\eta=0, \psi=\tilde{\psi}} = w'_{j\tilde{n}}|_{\eta=0, \psi=Q_s-\tilde{\psi}}, w'_{j\tilde{n}}|_{\psi=0} = w'_{j\tilde{n}}|_{\psi=Q_s} (j = \overline{1, m}), \\ \tilde{T}'|_{\eta=0, \psi=\tilde{\psi}} = \tilde{T}'|_{\eta=0, \psi=Q_s-\tilde{\psi}}, \tilde{T}'|_{\psi=0} = \tilde{T}'|_{\psi=Q_s}, \\ \tilde{T}'_{\tilde{n}}|_{\eta=0, \psi=\tilde{\psi}} = \tilde{T}'_{\tilde{n}}|_{\eta=0, \psi=Q_s-\tilde{\psi}}, \tilde{T}'_{\tilde{n}}|_{\psi=0} = \tilde{T}'_{\tilde{n}}|_{\psi=Q_s}, \end{array} \right. \quad (17)$$

де  $c_j = c_j(\varphi, \psi, \eta, t) = C_j(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t)$  ( $j = \overline{1, m}$ ), ...,  
 $\tilde{v}_r = \tilde{v}_r(\varphi, \psi, \eta)$  ( $r = \overline{1, p}$ ),  $b_{r,s} = b_{r,s}(\varphi, \psi, \eta)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $s = \overline{1, 5}$ ),  $b_{r,1} =$   
 $= \varphi_x'^2 + \varphi_y'^2 + \varphi_z'^2 = \frac{\tilde{v}_r^2}{(\kappa_r^0)^2}$ ,  $b_{r,2} = \psi_x'^2 + \psi_y'^2 + \psi_z'^2$ ,  $b_{r,3} = \eta_x'^2 + \eta_y'^2 + \eta_z'^2$ ,  
 $b_{r,4} = \psi_{xx}'' + \psi_{yy}'' + \psi_{zz}''$ ,  $b_{r,5} = \eta_{xx}'' + \eta_{yy}'' + \eta_{zz}''$ ,  $\tilde{\psi} \in [0, \frac{Q_*}{2}]$ .

**Алгоритм розв'язання.** Аналогічно до [1; 6; 10] для області  $G_w \times (0, \infty)$  знайдено числово-асимптотичні наближення  $c_j = \{c_{j,r}, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$  ( $j = \overline{1, m}$ ),  $u_j = \{u_{j,r}, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$  ( $j = \overline{1, m}$ ),  $w_j = \{w_{j,r}, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$  ( $j = \overline{1, m}$ ),  $\tilde{T} = \{\tilde{T}_r, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\tilde{\kappa} = \{\tilde{\kappa}_r, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\tilde{\sigma} = \{\tilde{\sigma}_r, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$ ,  $\tilde{h} = \{\tilde{h}_r, (\varphi, \psi, \eta) \in G_w^r, r = \overline{1, p}\}$  розв'язків модельних задач прогнозування відповідно режимів фільтрування (11), (14)–(17), хімічної регенерації (12), (14)–(17), зворотної та прямої промивок (13)–(17) з точністю  $O(\varepsilon^{n+1})$  у вигляді таких рядів:

$$c_{j,r} = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot c_{j,r,i} + P_{j,1,r} \quad (j = \overline{1, m}), \quad u_{j,r} = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot u_{j,r,i} + P_{j,2,r} \quad (j = \overline{1, m}),$$

$$w_{j,r} = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot w_{j,r,i} + P_{j,3,r} \quad (j = \overline{1, m}), \quad \tilde{T}_r = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot \tilde{T}_{r,i} + P_{4,r},$$

$$\tilde{\kappa}_r = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot \tilde{\kappa}_{r,i} + P_{5,r}, \quad \tilde{\sigma}_r = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot \tilde{\sigma}_{r,i} + P_{6,r}, \quad \tilde{h}_r = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot \tilde{h}_{r,i} + P_{7,r},$$

де

$$P_{j,s,r} = \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot (\tilde{P}_{j,s,r,i} + \tilde{\tilde{P}}_{j,s,r,i}) +$$

$$+ \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot (\hat{P}_{j,s,r,i} + \hat{\hat{P}}_{j,s,r,i} + \check{P}_{j,s,r,i} + \check{\check{P}}_{j,s,r,i}) + R_{j,s,r,n+1} \quad (s = \overline{1, 3}),$$

$$P_{s,r} = \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot (\tilde{P}_{s,r,i} + \tilde{\tilde{P}}_{s,r,i}) +$$

$$+ \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot (\hat{P}_{s,r,i} + \hat{\hat{P}}_{s,r,i} + \check{P}_{s,r,i} + \check{\check{P}}_{s,r,i}) + R_{s,r,n+1} \quad (s = \overline{4, 7}),$$

$c_{j,r,i} = c_{j,r,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ,  $u_{j,r,i} = u_{j,r,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ,  $w_{j,r,i} = w_{j,r,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$  ( $j = \overline{1, m}$ ,  $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, n}$ ),  $\tilde{T}_{r,i} = \tilde{T}_{r,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ,  $\tilde{\kappa}_{r,i} = \tilde{\kappa}_{r,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ,  $\tilde{\sigma}_{r,i} = \tilde{\sigma}_{r,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$ ,  $\tilde{h}_{r,i} = \tilde{h}_{r,i}(\varphi, \psi, \eta, t)$  ( $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, n}$ ) – члени регулярних частин асимптотик,  $\tilde{P}_{j,s,r,i} = \tilde{P}_{j,s,r,i}(\tilde{\varphi}_{r-1}, \psi, \eta, t)$ ,  $\tilde{P}_{j,s,r,i} = \tilde{P}_{j,s,r,i}(\tilde{\varphi}_r, \psi, \eta, t)$  ( $j = \overline{1, m}$ ,  $s = \overline{1, 3}$ ,  $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, n+1}$ ),  $\tilde{P}_{s,r,i} = \tilde{P}_{s,r,i}(\tilde{\varphi}_{r-1}, \psi, \eta, t)$ ,  $\tilde{P}_{s,r,i} = \tilde{P}_{s,r,i}(\tilde{\varphi}_r, \psi, \eta, t)$  ( $s = \overline{4, 7}$ ,  $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, n+1}$ ) – функції типу примежового шару відповідно в околах  $\varphi = \varphi_{*r}^*$  ( $r = \overline{0, p}$ ) (поправки на вході, виході і в околі поверхонь розділу шарів фільтру),  $\hat{P}_{j,s,r,i} = \hat{P}_{j,s,r,i}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$ ,  $\hat{P}_{j,s,r,i} = \hat{P}_{j,s,r,i}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$ ,  $\check{P}_{j,s,r,i} = \check{P}_{j,s,r,i}(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$ ,  $\check{P}_{j,s,r,i} = \check{P}_{j,s,r,i}(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$  ( $j = \overline{1, m}$ ,  $s = \overline{1, 3}$ ,  $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ )  $\hat{P}_{s,r,i} = \hat{P}_{s,r,i}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$ ,  $\hat{P}_{s,r,i} = \hat{P}_{s,r,i}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t)$ ,  $\check{P}_{s,r,i} = \check{P}_{s,r,i}(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$ ,  $\check{P}_{s,r,i} = \check{P}_{s,r,i}(\varphi, \psi, \tilde{\eta}, t)$  ( $s = \overline{4, 7}$ ,  $r = \overline{1, p}$ ,  $i = \overline{0, 2n+1}$ ) – функції типу примежового шару відповідно в околах  $\psi = 0$ ,  $\psi = Q_*$ ,  $\eta = 0$ ,  $\eta = Q^*$  (поправки на бічній стінці фільтру і берегах умовного розрізу  $\Gamma$ ),  $\tilde{\varphi}_r = (\varphi - \varphi_{*r}^*)/\varepsilon$  ( $r = \overline{0, p-1}$ ),  $\tilde{\varphi}_r = (\varphi_{*r}^* - \varphi)/\varepsilon$  ( $r = \overline{1, p}$ ),  $\tilde{\psi} = \psi/\sqrt{\varepsilon}$ ,  $\tilde{\psi} = (Q_* - \psi)/\sqrt{\varepsilon}$ ,  $\tilde{\eta} = \eta/\sqrt{\varepsilon}$ ,  $\tilde{\eta} = Q^* - \eta/\sqrt{\varepsilon}$  – відповідні їм регуляризуючі перетворення (розтяги),  $R_{j,s,r,n+1}(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$  ( $j = \overline{1, m}$ ,  $s = \overline{1, 3}$ ,  $r = \overline{1, p}$ ),  $R_{s,r,n+1}(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$  ( $s = \overline{4, 7}$ ,  $r = \overline{1, p}$ ) – залишкові члени.

**Результати числових розрахунків.** У ході комп'ютерного експерименту проведено прогнозування технологічних режимів фільтрування, зворотної промивки, хімічної регенерації та прямої промивки швидкого конусоподібного адсорбційного фільтру довжиною 1 м з двома однорідними шарами пористого завантаження. Форму модельного фільтру та поверхню розділу  $EFF_*E_*$  описано поверхнями:

$$f_*(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 4, \quad f^*(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 1,$$

$$f^{**}(x, y, z) = 7,54863 \cdot x^2 - y^2 - z^2, \quad f_*^*(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2,25.$$

Функції  $f_*(x, y, z)$ ,  $f^*(x, y, z)$  та  $f^{**}(x, y, z)$  підібрані так, щоб у режимі фільтрування забезпечити «монотонне звуження» в напрямку від його входу до виходу та взаємну ортогональність граней уз-



довж ребер. При цьому кожен шар фільтру характеризується різними початковими значеннями коефіцієнтів фільтрації  $\kappa_1^* = 8,5$  м/добу,  $\kappa_2^* = 5,6$  м/добу, активної пористості  $\tilde{\sigma}_1^* = 0,41$ ,  $\tilde{\sigma}_2^* = 0,38$ , дифузії  $D_{1,1} = 0,0003$  м<sup>2</sup>/добу,  $D_{1,2} = 0,0002$  м<sup>2</sup>/добу,  $D_{2,1} = 0,000005$  м<sup>2</sup>/добу,  $D_{2,2} = 0,000002$  м<sup>2</sup>/добу,  $D_{3,1} = 0,0000007$  м<sup>2</sup>/добу,  $D_{3,2} = 0,0000003$  м<sup>2</sup>/добу і температуропровідності  $D_1^* = 0,0005$  м<sup>2</sup>/добу,  $D_2^* = 0,0003$  м<sup>2</sup>/добу. У результаті побудовано розрахункову сіткову область  $G_z$  (рис. 4, а) при  $n = n_1 + n_2 = 33$ ,  $n_1 = 22$ ,  $n_2 = 11$ ,  $m = 17$ ,  $l = 9$ ,  $\varphi_* = \varphi_0 = 0$ ,  $\varphi^* = \varphi_{33} = 14,5$ . Значення  $\varphi^*$  вибиралося так, щоб середня швидкість фільтрації  $v_{\text{сер}}$  вздовж модельного фільтра становила 5 м/год. Для області  $G_z$  знайдено фільтраційну витрату  $Q = 84,1$  м<sup>3</sup>/год і значення потенціалу на поверхні розділу  $\varphi_*^* = \varphi_{22} = 8,2$  та обчислено величини швидкостей фільтрації (рис. 4, б) і функції  $b_i(\varphi, \psi, \eta)$  ( $i = \overline{1,5}$ ).

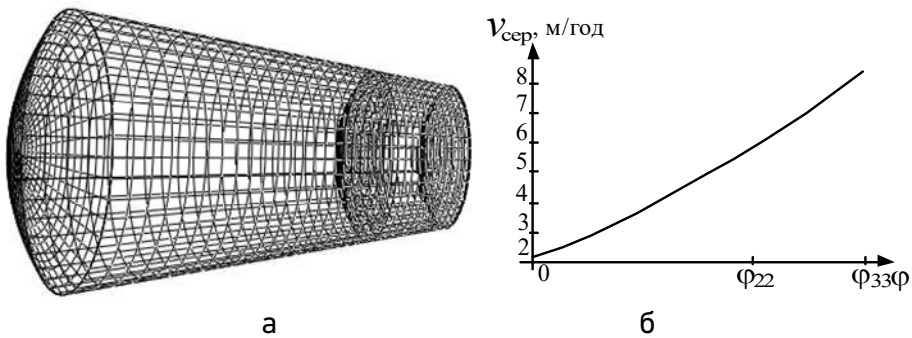


Рис. 4. Результати побудови фільтраційного поля конусоподібного фільтру для модельної задачі прогнозування технологічного режиму фільтрування двохшарового швидкого конусоподібного фільтру:  
а – розрахована сіткова область; б – розподіл середніх величин швидкості фільтрації вздовж висоти фільтру

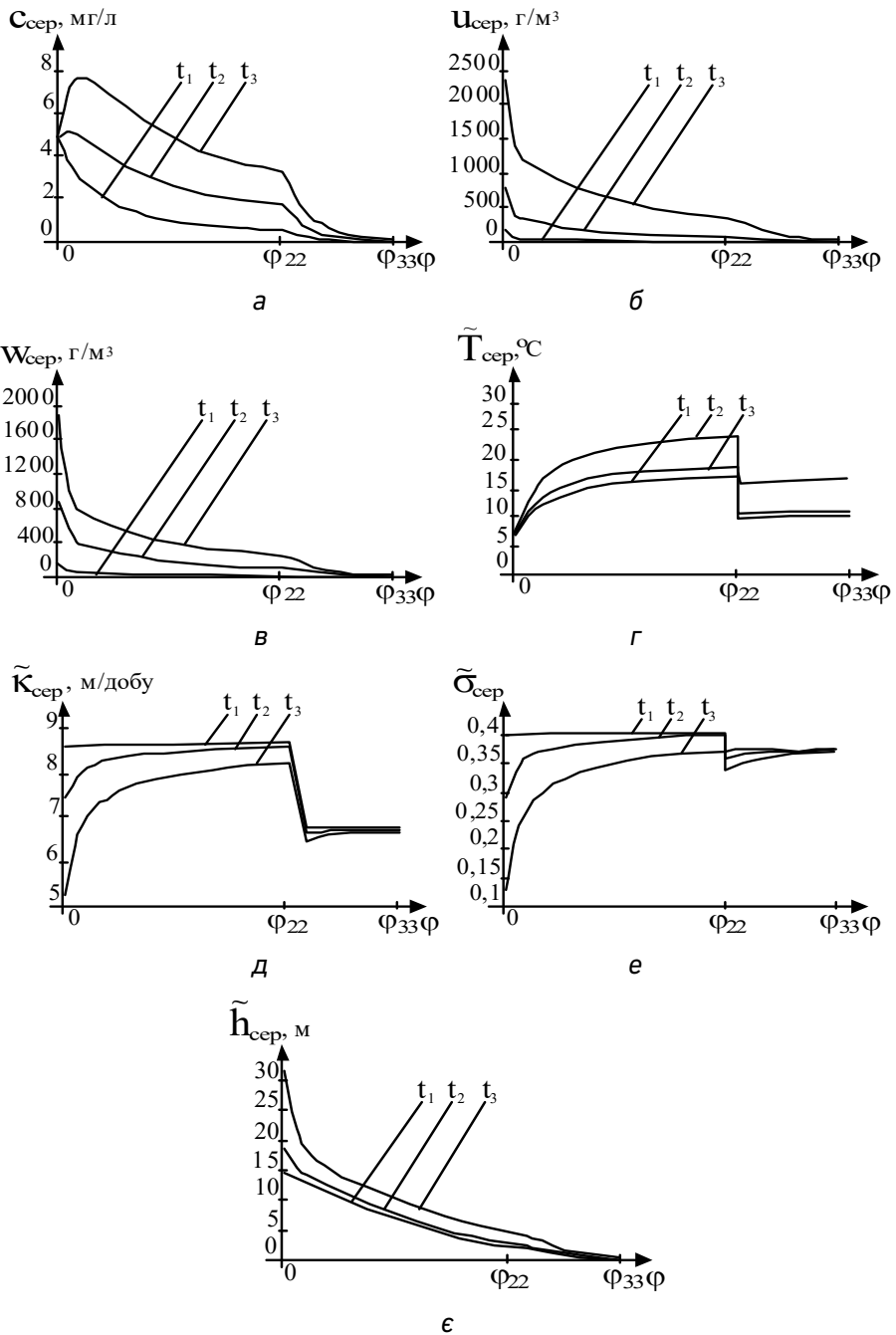


Рис. 5. Результати розрахунку для модельної задачі прогнозування режиму фільтрування середніх величин вздовж висоти фільтру у моменти часу  $t_1 = 9$  год,  $t_2 = 44$  год і  $t_3 = 67$  год: а, б, в – концентрації домішок

відповідно у фільтраційній течії, адсорбованої на поверхні адсорбенту завантаження при фізичній та хімічній адсорбції;  $\tau$  – температура фільтраційного потоку;  $d$  – коефіцієнт фільтрації;  $e$  – активна пористість;  $\epsilon$  – напір

На рис. 5 представлено розподіли середніх величин  $c_{сер}(\varphi, t)$ ,  $u_{сер}(\varphi, t)$ ,  $w_{сер}(\varphi, t)$ ,  $\tilde{T}_{сер}(\varphi, t)$ ,  $\tilde{\kappa}_{сер}(\varphi, t)$ ,  $\tilde{\sigma}_{сер}(\varphi, t)$  і  $\tilde{h}_{сер}(\varphi, t)$  вздовж висоти завантаження фільтру у моменти часу  $t_1 = 9$  год,  $t_2 = 44$  год і  $t_3 = 67$  год для модельної задачі прогнозування режиму фільтрування двошарового швидкого конусоподібного фільтру при  $c_{кр} = 0,0001$  г/л,  $c_*^* = 0,001 + 0,004 \cdot \cos^2(t)$ ,  $u_*^* = 0$ ,  $w_*^* = 0$ ,  $\tilde{T}_*^* = 20$  °С,  $c_0^0 = 0$ ,  $u_0^0 = 0$ ,  $w_0^0 = 0$ ,  $\tilde{T}_0^0 = 20$  °С,  $h_0^0 = \varphi^*$ ,  $\kappa_0^0 = \kappa_*^*$ ,  $\sigma_0^0 = \sigma_*^*$ ,  $\tilde{\alpha}_1 = 0,3 - 0,01 \cdot \tilde{v} - -0,008 \cdot \tilde{T}$  с<sup>-1</sup>,  $\tilde{\alpha}_2 = 0,38 - 0,01 \cdot \tilde{v} - 0,011 \cdot \tilde{T}$  с<sup>-1</sup>,  $\tilde{\alpha}_1^* = 0,25 - 0,002 \cdot \tilde{v} - -0,01 \cdot \tilde{T}$  с<sup>-1</sup>,  $\tilde{\alpha}_2^* = 0,35 - 0,001 \cdot \tilde{v} - 0,011 \cdot \tilde{T}$  с<sup>-1</sup>,  $\tilde{\beta}_s = 0,00001 \cdot \tilde{\alpha}_s$  с<sup>-1</sup> ( $s = 1, 2$ ),  $\tilde{\gamma}_1 = 1200$  °С·л/г,  $\tilde{\gamma}_2 = 1500$  °С·л/г,  $\tilde{\gamma}_1^* = 60000$  °С·л/г,  $\tilde{\gamma}_2^* = 80000$  °С·л/г  $\tilde{\mu}_1 = 0,000025$  л/(г·с),  $\tilde{\mu}_2 = 0,000023$  л/(г·с),  $\tilde{\mu}_1^* = 0,000025$  л/(г·с),  $\tilde{\mu}_2^* = 0,000023$  л/(г·с),  $\tilde{\lambda}_1 = 0,000031$  л/(г·с),  $\tilde{\lambda}_2 = 0,000028$  л/(г·с),  $\tilde{\lambda}_1^* = 0,000021$  л/(г·с),  $\tilde{\lambda}_2^* = 0,00002$  л/(г·с),  $T^* = 18$  °С,  $T^{**} = 24$  °С,  $\theta^* = 0,1$ .

Отримані у ході комп'ютерних експериментів результати свідчать про покращення енергоефективності на 20% при збереженні часу захисної дії фільтра.

**Зауваження 1.** Запропонований підхід забезпечує можливість прогнозування таких процесів у випадках багатозафазної фільтрації, коли при фільтрації використовується узагальнений закон Дарсі та рівняння нерозривності течії у вигляді [4]:

$$\bar{v}_1 = \frac{k\tilde{k}_1}{\mu_1} grad \varphi, \bar{v}_2 = \frac{k\tilde{k}_2}{\mu_2} grad \varphi, \sigma \frac{\partial(1-s)}{\partial t} + div \bar{v}_1 = 0, \sigma \frac{\partial s}{\partial t} + div \bar{v}_2 = 0,$$

де  $\bar{v}_1$ ,  $\bar{v}_2$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  – вектори швидкості та коефіцієнти в'язкості відповідних фаз,  $\tilde{k}_1 = \tilde{k}_1(s)$ ,  $\tilde{k}_2 = \tilde{k}_2(s)$  – відносні фазові проникності,  $\sigma$ ,  $k$  – коефіцієнти пористості та абсолютної проникності ґрунту,  $\varphi = \varphi(x, y, t)$  – відповідний напір квазіпотенціал швидкості фільтрації,  $s = s(x, y, t)$  – насиченість пористого середовища витісняючою

фазою. При цьому зазначимо, що у випадку не повного витіснення задача двофазної фільтрації є нелінійною оскільки параметри рівнянь, що описують процес, залежать як від координат і часу, так і від шуканих функції насиченості та квазіпотенціалу.

**Зауваження 2.** Запропонований підхід також допускає можливість корекції значень коефіцієнта фільтрації від значень градієнтів напорів або їх  $I$  квазіпотенціалів  $\varphi = \varphi(x, y)$ :

$$k(x, y, \varphi_x, \varphi_y) = \begin{cases} k_* = k_0 + \varepsilon\beta(I_{кр}^* - I_{кр}^e)(I_{кр}^* - I_{кр}^z), I > I_{кр}^*, I_\varphi < 0, \\ k_0 + \varepsilon\beta(I - I_{кр}^e)(I - I_{кр}^z), I_{кр}^z \leq I \leq I_{кр}^*, I_\varphi < 0, \\ k_0, I < I_{кр}^z, I_\varphi < 0 \text{ або } I < I_{кр}^0, I_\varphi > 0 \\ k_0 + \varepsilon\alpha(I - I_{кр}^0), I_{кр}^0 \leq I \leq I_{кр}^*, I_\varphi > 0, \\ k^* = k_0 + \varepsilon\alpha(I_{кр}^* - I_{кр}^0), I > I_{кр}^*, I_\varphi > 0, \end{cases}$$

де  $k_0$  – коефіцієнт фільтрації у незбуреній зоні фільтра,  $I = \sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}$ , а  $I_{кр}^e, I_{кр}^0, I_{кр}^*, I_{кр}^z$  – критичні його значення, при переході через які відбувається «вимив» та переорієнтація частинок. Параметри  $\varepsilon, \alpha$  підбираються виходячи з фізичного експерименту, а  $\beta$  – із умови:

$$k_* = k^* \left( \text{звідки } \beta = \alpha \frac{I_{кр}^* - I_{кр}^0}{(I_{кр}^* - I_{кр}^e)(I_{кр}^* - I_{кр}^z)} \right). \text{ У результаті використання}$$

квазіконформного відображення рівняння, що описує розподіл насиченості у завантаженні фільтра представлено у вигляді:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = - \frac{v^2}{\sigma k} \frac{\partial f}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial \varphi}$$

і апроксимовано однією із різницевих схем «проти потоку»:

$$\hat{s}_{i,j} = s_{i,j} - \frac{\tau v_{i,j}^2}{\sigma \bar{k}_{i,j} \Delta \varphi_l} f'(s_{i-1/2,j})(s_{i,j} - s_{i-1,j})$$

або

$$\hat{s}_{i,j} = s_{i,j} - \frac{\tau v_{i,j}^2}{\sigma \bar{k}_{i,j} \Delta \varphi_l} (f(s_{i,j}) - f(s_{i-1,j})),$$

де  $s_{i-1/2,j} = 0.5(s_{i-1,j} + s_{i,j})$ ,  $\tau$  – крок по часу,  $s_{i,j}, \hat{s}_{i,j}$  – насиченості у відповідні моменти часу,  $v_{i,j}$  – швидкість.

**Висновки.** Запропоновані моделі для прогнозування технологічних режимів фільтрування, зворотної промивки, хімічної регенерації та прямої промивки при дотриманні сталих швидкостей швидких конусоподібних адсорбційних фільтрів з хімічною регенерацією кусково-однорідних пористих завантажень у комплексі з урахуванням впливу температурних ефектів на внутрішню кінетику масопереносу та автоматизованого відведення частини тепла з поверхонь розділу у режимі фільтрування при перевищенні деяких критичних значень температури аналогічно [1; 6; 10] дають змогу шляхом проведення комп'ютерних експериментів більш якісно дослідити зміну концентрацій компонент багатоконпонентної домішки у фільтраційному потоці і на поверхні адсорбенту завантаження, утримуваних за рахунок фізичної і хімічної адсорбції, температури фільтраційного потоку, коефіцієнта фільтрації, активної пористості та напору вздовж висоти фільтру та на їх основі спрогнозувати більш оптимальні варіанти використання адсорбентів кожного шару завантаження, дослідити часові інтервали технологічних режимів, досягти збільшення часу їх захисної дії та покращення енергоефективності.

Запропонований підхід допускає можливість прогнозування таких процесів у випадках багатофазних фільтрацій, а також корекції значень коефіцієнта фільтрації від значень напорів.

**1.** Бомба А. Я., Климюк Ю. Є. Комп'ютерне прогнозування підвищення ефективності роботи швидких багат шарових фільтрів для адсорбційної доочистки води. *Журнал обчислювальної та прикладної математики* : наук. журн. / Київ. нац. ун-т ім. Тараса Шевченка. Вип. 2 (134). Київ : ТВіМС, 2020. С. 10–21. **2.** Бомба А. Я., Климюк Ю. Є. Математичне моделювання просторових сингулярно-збурених процесів типу фільтрація-конвекція-дифузія : монографія. Рівне : ТзОВ фірма «Ассоль», 2014. 273 с. **3.** Бомба А. Я., Сафоник А. П. Моделювання нелінійно-збурених процесів очищення рідин від багатоконпонентних забруднень : монографія. Рівне : НУВГП, 2017. 296 с. **4.** Бомба А. Я., Ярошак С. В. Числовий метод квазіконформних відображень моделювання процесів двофазної фільтрації. *Обчислювальна та прикладна математика*. 2010. № 2. С. 3–13. **5.** Минц Д. М. Теоретические основы технологии очистки воды. М. : Стройиздат, 1964. 156 с. **6.** Климюк Ю. Є., Бомба А. Я. Комп'ютерне прогнозування процесів «фільтрування–регенерація» швидких конусоподібних адсорбційних фільтрів з кусково-однорідними пористими завантаженнями. *Математичне та комп'ютерне моделювання. Сер. Технічні науки*. Кам'янець-Подільськ : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2020. Вип. 21.

С. 83–101. **7.** Орлов В. О., Мартинов С. Ю., Зошук А. М. Проектування станцій прояснення та знебарвлення води. Рівне : НУВГП, 2007. 252 с. **8.** Рауз Х. Механика жидкости. М. : Стройиздат, 1967. 390 с. **9.** Сакалова Г. В., Василінич Т. М. Дослідження ефективності очищення стічних вод від іонів важких металів з використанням природних адсорбентів : монографія. Вінниця : ТОВ «Твори», 2019. 92 с. **10.** Bomba A., Klymyuk Yu., Prysiazhniuk I. Computer prediction of adsorption water purification process in rapid cone-shaped filters. *Informatyka, Automatyka, Pomiar w Gospodarce i Ochronie Środowiska*. Warsaw : IAPGOŚ, 2020. № 4. P. 19–24. **11.** Edzwald J. Water Quality & Treatment. A Handbook on Drinking Water. McGraw-Hill Professional, 2010. **12.** Hendricks D. W. Fundamentals of water treatment unit processes: physical, chemical, and biological. Boca Raton : CRC Press, 2011. 883 p. **13.** Klimjuk Ju. Je. Modelling of spatial filtration fields for one class of rapid multilayer filters of cone-shaped form with piecewise-homogeneous porous loads. *Science: new goals* : proceedings of III International scientific conference. London : SI Universum, 2017. P. 4–10.

## REFERENCES:

**1.** Bomba A. Ya., Klymiuk Yu. Ye. Kompiuterne prohnozuvannya pidvyshchennia efektyvnosti roboty shvydkykh bahatosharovykh filtriv dlia adsorbtsiinoi doochystky vody. *Zhurnal obchysliuvalnoi ta prykladnoi matematyky* : nauk. zhurn. / Kyiv. nats. un-t im. Tarasa Shevchenka. Vyp. 2 (134). Kyiv : TViMS, 2020. S. 10–21. **2.** Bomba A. Ya., Klymiuk Yu. Ye. Matematyчне modeliuвання просторовыkh synhuliarno-zburenykh protsesiv typu filtratsiia-konveksiia-dyfuziia : monohrafiia. Rivne : TzOV firma «Assol», 2014. 273 s. **3.** Bomba A. Ya., Safonyk A. P. Modeliuвання nelineino-zburenykh protsesiv ochyshchennia ridyn vid bahatokomponentnykh zabrudnen : monohrafiia. Rivne : NUVHP, 2017. 296 s. **4.** Bomba A. Ya., Yaroshchak S. V. Chyslovyi metod kvazi-konformnykh vidobrazhen modeliuвання protsesiv dvofaznoi filtratsii. *Obchysliuvalna ta prykladna matematyka*. 2010. № 2. S. 3–13. **5.** Mints D. M. Teoreticheskie osnovy tehnologii ochistki vodyi. M. : Stroyizdat, 1964. 156 s. **6.** Klymiuk Yu. Ye., Bomba A. Ya. Kompiuterne prohnozuvannya protsesiv «filtruvannya–reheneratsiia» shvydkykh konusopodibnykh adsorbtsiinykh filtriv z kuskovo-odnorodnymy porystymy zavantazhenniamy. *Matematyчне ta kompiuterne modeliuвання. Ser. Tekhnichni nauky*. Kamianets-Podilsk : Kamianets-Podilskyi natsionalnyi universytet imeni Ivana Ohienka, 2020. Vyp. 21. S. 83–101. **7.** Орлов В. О., Мартынов С. Ю., Зошук А. М. Проектування станції прояснення та знебарвлення води. Рівне : НУВГП, 2007. 252 с. **8.** Рауз Х. Механика жидкости. М. : Стройиздат, 1967. 390 с. **9.** Сакалова Г. В., Василінич Т. М. Дослідження ефективності очищення стічних вод від іонів важких металів з використанням природних

adsorbentiv : monohrafiia. Vinnytsia : TOV «Tvory», 2019. 92 s. **10.** Bomba A., Klymyuk Yu., Prysiazhniuk I. Computer prediction of adsorption water purification process in rapid cone-shaped filters. *Informatyka, Automatyka, Pomiarы w Gospodarce i Ochronie Środowiska*. Warsaw : IAPGOŚ, 2020. № 4. P. 19–24. **11.** Edzwald J. Water Quality & Treatment. A Handbook on Drinking Water. McGraw-Hill Professional, 2010. **12.** Hendricks D. W. Fundamentals of water treatment unit processes: physical, chemical, and biological. Boca Raton : CRC Press, 2011. 883 p. **13.** Klimjuk Ju. Je. Modelling of spatial filtration fields for one class of rapid multilayer filters of cone-shaped form with piecewise-homogeneous porous loads. *Science: new goals : proceedings of III International scientific conference*. London : SI Universum, 2017. P. 4–10.

---

**Klymiuk Yu. Ye., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor, Bomba A. Ya., Doctor of Engineering, Professor** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

### **COMPUTER PREDICTION OF THE TECHNOLOGICAL MODES OF THE RAPID CONE-SHAPED ADSORPTION FILTERS WITH AUTOMATED HEAT REMOVAL FROM THE COMPARTMENT SURFACES**

**Mathematical models describing the technological regimes of filtration, backwashing, chemical regeneration and direct washing while maintaining constant velocities of the rapid cone-shaped adsorption filters with chemical regeneration of piecewise homogeneous porous loadings are generalized, in the case of taking into account the automated removal of part of the heat from the interface surfaces in the filtration mode when exceeding some critical temperature values. The proposed models are designed to study changes in the concentrations of components of multicomponent impurities in the filtration stream and on the surface of the loading adsorbent, retained due to both physical and chemical adsorption, temperature of the filtration stream, filtration coefficients, active porosity, and pressure along the heights of the rapid cone-shaped adsorption filters. Conducting computer experiments using the obtained numerical asymptotic solutions of the relevant model spatial boundary value problems in a complex makes it possible to predict more optimal options for using adsorbents of each loading layer, to investigate the time intervals of technological regimes, to achieve an increase in the time of protective action and an improvement in the energy efficiency of the rapid cone-shaped**

**adsorption filters. The proposed approach makes it possible to predict such processes in the case of multiphase filtration, as well as to correct the values of the filtration coefficient from the pressure values.**

***Keywords:* mathematical model; prediction; rapid cone-shaped adsorption filter; adsorption; multicomponent impurities; piecewise homogeneous porous media.**

---