Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та природокористування

Кафедра водогосподарської екології, гідрології та природокористування

**075-97**

# Методичні вказівки

до виконання практичних робіт з дисципліни
”***Системний аналіз та інформаційні системи***”
для студентів спеціальності 7.070801 ”Екологія та охорона навколишнього середовища” спеціалізації “Водогосподарська екологія та природокористування” денної та заочної форм навчання



Рекомендовано методичною комісією
зі спеціальності ”Екологія та охорона навколишнього середовища”
Протокол № 4 від 13. 03. 2009 р.

Рівне – 2009

Методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни ”***Системний аналіз та інформаційні системи***” для студентів спеціальності 7.070801 ”Екологія та охорона навколишнього природного середовища” спеціалізації “Водогосподарська екологія та природокористування” денної та заочної форм навчання / А. В. Яцик, Д. С. Косяк – Рівне : НУВГП, 2009. – 31 с.

Укладач: А. В. Яцик, академік УААН, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри водогосподарської екології, гідрології та природокористування
Д. С. Косяк, асистент кафедри водогосподарської екології, гідрології та природокористування



Відповідальний за випуск: А. В. Яцик, академік УААН, доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри водогосподарської екології, гідрології та природокористування

Зміст

стор.

# Вступ

Методичні вказівки призначені для використання при вивченні дисципліни "*Системний аналіз та інформаційні системи*".

Приєднання України до Болонського процесу передбачає впровадження кредитно-модульної системи організації навчального процесу (КМСОНП), яка є українським варіантом ECTS.

Бурхливий розвиток науково-технічного прогресу у XX столітті та зростаюча складність досліджуваних процесів і явищ привели до виникнення таких понять, як складні та великі системи, дослідження та аналіз яких пов'язані зі специфічними труднощами. Необхідність розв'язання цих проблем спричинила появу багатьох прийомів, методів, підходів. Поступове їх накопичення, розвиток, узагальнення дали можливість зформувати певну методологію дослідження складних об'єктів.

Однією з найважливіших об'єктивних причин виникнення системних наук є не тільки складність людини та її мислення, а й ускладнення досліджень навколишнього середовища (екосистем), природи і всього всесвіту.

Завданнями навчальної дисципліни є навчання майбутніх фахівців самостійно вирішувати складні питання системного аналізу, вміти аналізувати та узагальнювати матеріал у певній системі, вивчати інформаційний аспект, який охоплює дослідження усієї сукупності питань організації підсистем, що забезпечує функціонування систем як єдиного цілого. Виявляти проблеми управління, оскільки розвиток природної та економічної систем є цілеспрямованим, а також здійснювати розробку моделей водогосподарських підсистем та вести їх дослідження, які будуть ефективно впливати на загальний екологічний та санітарний стан навколишнього природного середовища, та на галузь економіки країни вцілому.

Студент повинен знати:

- визначення системного аналізу як науки, її завдання та місце серед інших природничих та економічних наук;
- прості та складні системи, основні властивості та класифікація систем;
- основні етапи та якісні методи системного аналізу;

- методи моделювання систем;
- методику дослідження водогосподарських об'єктів, явищ та процесів;
- системний аналіз організацій та застосування системного підходу в управлінні;
- інформаційне забезпечення системного аналізу.

Студент повинен вміти:

- визначати елементи водогосподарської підсистеми та інших складних систем;
- оцінювати стан водогосподарського об'єкту за оцінками окремих підсистем;
- визначати міжгалузевий баланс виробництва і розподілу продукції в природній та економічній системах;
- робити кількісну оцінку антропогенного впливу на об'єкт;
- застосовувати системний підхід при розв'язуванні задач;
- на прикладах розробляти якісні методи управління складними системами на прикладах.

Навчальна програма розрахована на студентів, які навчаються за освітньо-кваліфікаційними програмами підготовки спеціалістів.

Програма побудована відповідно до вимог КМСОНП.



## 1. Розрахунок міжгалузевого балансу

Розглянемо приклад розрахунку основних показників міжгалузевого балансу за умови поділу економіки на три галузі: водогосподарська галузь, сільське господарство та інші галузі.

На плановий період задані матриця коефіцієнтів прямих витрат ***a*** і вектор кінцевої продукції ***y*** (значення умовні).

Необхідно розрахувати планові обсяги валової продукції, величину міжгалузевих потоків, чисту продукцію галузей і представити результати в формі міжгалузевого балансу.

Для того, щоб скласти баланс, розраховуємо міжгалузеві потоки засобів виробництва $x_{ij}$ за формулою $x_{ij} = a_{ij} \times X_j$ де $X_j$ – валова продукція галузей-споживачів; $a_{ij}$ - технологічні зв'язки між галузями, які характеризуються за допомогою коефіцієнтів прямих матеріальних витрат (***a***).

Величину чистої продукції визначають як різницю між валовою продукцією галузі та сумою міжгалузевих потоків у стовпчику.

Результати обчислень подамо у формі міжгалузевого балансу (таблиця 1).

Отже, матимемо повністю збалансований план загального виробництва продукції та її розподілу як між галузями (засобів виробництва), так і для кінцевого споживання.

Таблиця 1

Математична модель міжгалузевого балансу

| Галузь-виробник | Галузь-споживач | | | | | Кінцева продукція | Валова продукція |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | ..... | n | | |
| 1 | $x_{11}$ | $x_{12}$ | $x_{13}$ | ..... | $x_{1n}$ | $y_1$ | $X_1$ |
| 2 | $x_{21}$ | $x_{22}$ | $x_{23}$ | ..... | $x_{2n}$ | $y_2$ | $X_2$ |
| 3 | $x_{31}$ | $x_{32}$ | $x_{33}$ | ..... | $x_{3n}$ | $y_3$ | $X_3$ |
| ………… | ……. | ……. | …… | … 1 | …… | …… 2 | …… |
| n | $x_{n1}$ | $x_{n2}$ | $x_{n3}$ | ... | $x_{nn}$ | $y_n$ | $X_n$ |
| Оплата праці | $v_1$ | $v_2$ | $v_3$ | … | $v_n$ | $v_k$ | – |
| Чистий прибуток | $m_1$ | $m_2$ | $m_3$ | … 3 | $m_n$ | $m_k$ 4 | – |
| Валова продукція | $X_1$ | $X_2$ | $X_3$ | … | $X_n$ | – | X |

У таблиці цифри 1 – міжгалузеві потоки засобів виробництва. Дані його мають вирішальне значення при аналізі структури матеріальних витрат галузі, пропорцій та виробничих зв'язків між галузями, потоків у системі матеріально-технічного забезпечення.

2 – кінцева продукція усіх галузей матеріального виробництва.

3 – характеризує національний доход, як суму оплати праці та чистого доходу всіх галузей матеріального виробництва.

4 – відбиває кінцевий розподіл і використання національного доходу.

$x_{ij}$ – потоки засобів виробництва; $y_1$, $y_2$, …, $y_3$ – кінцева продукця виробництва; $v_1$, $v_2$, …, $v_k$ – оплата праці; $m_1$, $m_2$, …, $m_k$ - чистий прибуток.

*Завдання:* на плановий період задані матриця коефіцієнтів прямих витрат ***а*** і вектор кінцевої продукції ***у*** (значення умовні) видаються студентам за варіантами викладачем.

У висновку студентом даються пояснення розрахованого міжгалузевого балансу, чистої та валової продукції.

## 2. Побудова математичної моделі природних систем. Опис природних систем, структура, входи і виходи

Побудувати математичну модель (формально описати) кругообігу азоту в біосфері.

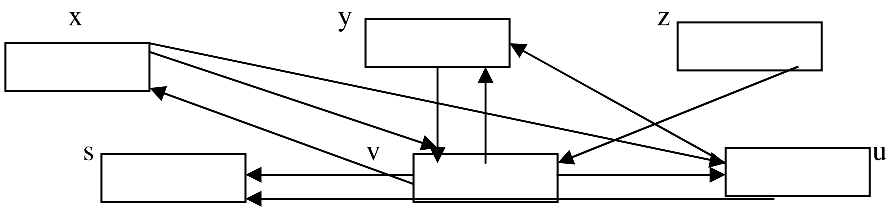



Рис.1. Блокова формалізована модель кругообігу азоту в біосфері де: x, y, z, s, v, u – блоки математичної моделі екосистеми.

Позначимо потоки речовини із одного в інший блок через $q_{ij}$.

Наступним кроком є складання графічної моделі.

На рис. 2 показана графічна модель кругообігу азоту в біосфері, де: 1, 2, 3, 4, 5, 6 – нумерація блоків математичної моделі.

Закінчується дослідження складанням математичної моделі, враховуючи потоки речовин з одного блоку в інший.

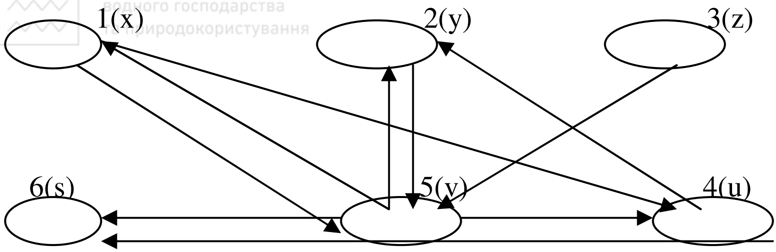



Рис.2. Графічна модель кругообігу азоту в біосфері

*Завдання*: проставити потоки речовин на графічних моделях, враховуючи блоки 1…6. Аналогічно побудувати та описати кругообіг $O_2$, $CO_2$, фосфору в природі. Зробити висновки.

## 3. Застосування лінійної функціональної та показникової залежностей при моделюванні

Лінійна залежність у водогосподарській екології між двома змінними величинами зустрічається дуже рідко, але за певних умов (обмежень) залежність між двома змінними можна описати лінійною функцією. Наприклад, на певному проміжку часу, зокрема на ранній стадії свого розвитку, вага деяких риб лінійно залежить від їх віку.

Розглядається знаходження ваги риби за її довжиною, вагою. Її довжина лінійно залежить від її віку.

Якщо значення змінних величин віку (**t**), ваги (**w**) і довжини (**L**) вимірювати в інших одиницях, той значення параметрів ***a*** **-** (коефіцієнт пропорціональності, який залежить від виду риби і визначається за даними натурних спостережень)**,** ***b*** – період росту і ***k*** - розрахункова довжина дослідженого виду риби - будуть іншими.

У біологічних процесах, в тому числі й процесі розмноження різних популяцій, значення не можуть зростати необмежено. Для опису таких процесів використовується показникова функція

$$y = e^{-kt} \qquad (1)$$

Чисельність більшості популяцій спочатку зростає, а потім ріст припиняється і їх кількість залишається сталою, точніше, не перевищує певної величини $N_{\max}$. Таку динаміку чисельності популяцій можна описати за допомогою функції

$$N = N_0 + (N_{\max} - N_0)(1 - e^{-kt}) , \qquad (2)$$

де $N_0$ - початкова чисельність популяції, $k$ - постійне число (коефіцієнт), що визначається експериментально для кожного виду популяції; $t$ – час росту популяції. Пряма $N = N_{\max}$ є горизонтальною асимптотою графіка цієї функції (рис. 3), де величина $N_{\max}$ називається ємністю середовища.

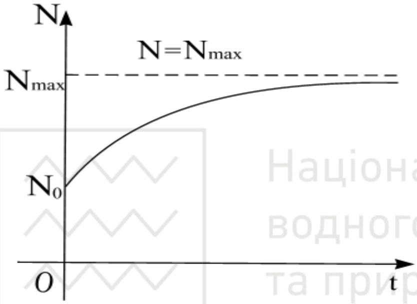



Рис. 3. Динаміка чисельності популяцій

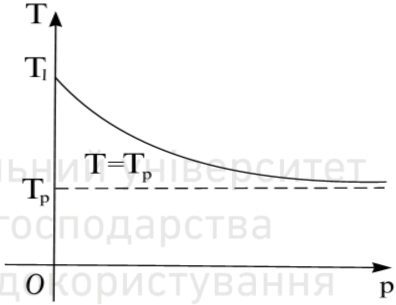



Рис. 4. Дія шкідливих речовин (токсикантів) на організм тварин

Розглянемо приклад, пов’язаний з дією на організм тварин шкідливих речовин (токсикантів), які скорочують тривалість їхнього життя. Якщо дозу речовини, що діє на організм, позначити через $\boldsymbol{p}$, середню тривалість життя контрольних тварин – через $\boldsymbol{T_l}$, і врахувати дію великої кількості токсичних речовин ( $p \to \infty$ ), що скорочує тривалість життя $\boldsymbol{T}$ до величини $\boldsymbol{T_p}$ , то процес дії шкідливої речовини описується такою показниковою функцією (з від’ємним показником):

$$T = T_p + (T_l - T_p)e^{-kp} , \qquad (3)$$

$k$ - дія певної шкідливої речовини.

Графік цієї функції зображений на рис. 4. $T, k$ на практиці визначаються експериментально для кожного виду тварин і для кожної шкідливої речовини.

Вкінці наведемо приклад, де вчені Бевертон і Холт запропонували визначати вагу риби будь-якого віку за допомогою формули Берталанфі:

$$W = W_{\max}\left[1 - e^{-a(t-t_0)}\right]^3, \qquad (4)$$

де $W_{\max}$ – найбільша вага риби, $a, t_o$ – емпіричні коефіцієнти.

*Завдання.* Скласти будь-яку задачу лінійної функціональної або показникової залежностей і розв'язати її.

## 4. Застосування моделі типу "хижак-жертва"

Розглянемо приклади застосування цих функцій в екології. Відомо, що між деякими видами існує залежність типу "хижак-жертва". Зокрема такі взаємовідносини мають популяції зайців і вовків і т.і.

Стосунки з умовною характеристикою "хижак-жертва" є найістотнішими для функціонування екосистем. В основі відповідної моделі покладено такі ідеалізовані уявлення про характер внутрішньо- та міжвидових стосунків у спільноті, що складається з виду "хижак" і виду "жертва". В екосистемі необхідно знайти рівновагу за допомогою різних математичних нерівностей, рівнянь та їхніх перетворень.

Отримані результати аналізу дають змогу сформулювати такі закони:

1. Закон періодичного циклу. Коливання чисельностей обох видів періодичності. Для певної пари значень чисельності стан біологічної спільноти стаціонарний і рівновага стійка.

2. Закон збереження середніх. Середні протягом періоду T чисельності особин обох видів не залежать від початкових умов і дорівнюють числам, що відповідають нетривіальному стаціонарному стану для даних значень параметрів.

3. Закон зміни середніх. Якщо обидва види винищуються рівномірно і пропорційно до кількості особин, то середня кількість жертв зростає, а хижаків – зменшується.

*Завдання.* Скласти будь-яку задачу аналогічного типу і розв’язати її.

## 5. Побудова емпіричних формул, метод найменших квадратів. Постановка задачі, побудова емпіричної формули графічним методом

При вивченні закономірностей, що спостерігаються в різноманітних явищах природи, виникає необхідність за даними натурних спостережень побудувати математичну формулу, тобто представити результати натурного експерименту у вигляді функціональної залежності. Наприклад, у вигляді однієї з елементарних функцій (наприклад, лінійна функція). Як правило, при побудові такої емпіричної формули починають з того, що дані натурних спостережень або дані лабораторного експерименту заносять у таблицю, а потім значення аргументу і функції переносять на міліметровку або інший аркуш паперу (будують графік за даними експерименту). Після цього, виходячи з форми розташування точок, підбирають вид функції (формули), яка б описувала наближено закономірність їх розташування. Інколи не вдається підібрати одну формулу для всього інтервалу зміни аргументу (інтервалу визначення функції), а тому доводиться розбивати цей інтервал на окремі частини і для кожної з них підбирати свою формулу і знаходити рішення.

*Завдання.* Аналогічно виконати розрахунок для будь-яких 15 років розвитку бактеріопланктону у Київському водосховищі. Термін спостережень взяти у межах 25 - 30 років, біомасу бактеріопланктону - від 1 – до 15 г/м$^3$ за всі роки. Представити результати розрахунків у графічному вигляді.

## 6. Побудова емпіричної формули методом найменших квадратів для моделювання лінійних процесів

За відомими експериментальними даними точнішим методом, який називається *способом або методом найменших квадратів* побудуємо лінійну функцію

$$y = kx + b \quad , \tag{5}$$

де $x, y$ - результати будь-якого експерименту; $k, b$ - поправочні коефіцієнти, які задаються задачею; $a$ – поправочний коефіцієнт залежності біомаси бактеріопланктону $\boldsymbol{B}$ від часу $\boldsymbol{t}$ , який описується лінійною функцією (6)

$$B = at + b , \tag{6}$$

де $B$ - біомаса бактеріопланктону; $t$ - вибраний час дослідження.

Доберемо параметри $k$ і $b$ таким чином, щоб похибки були найменшими по абсолютній величині. Метод найменших квадратів полягає в тому, що параметри $k$ і $b$ добираються так, щоб сума квадратів усіх похибок була найменшою.

Знайдемо тепер параметри $a$ і $b$, що входять у рівність (6), методом найменших квадратів. Для зручності обчислень вважатимемо, що відлік часу зроблених спостережень почався з 1958 р.

*Завдання.* Виконати моделювання лінійного процесу методом найменших квадратів за вихідними даними попередньої практичної роботи (див. завдання). За результатами розрахунків зробити порівняння двох методів.

## 7. Побудова емпіричної формули методом найменших квадратів для моделювання нелінійних процесів

При дослідженні природних екосистем, наприклад, річок, процеси розвитку їх живих організмів залежать від багатьох факторів (показників). У більшості ці показники змінюються від антропогенного впливу (господарської діяльності, наприклад, забруднення стічними водами, засмічення і т. і. ), а також природного. Період дослідження у таких екосистемах відіграє важливу роль, тому що він може змінюватися у будь-яку сторону. І як висновок, не можна одразу (на даний час спостережень) зпрогнозувати екологічний стан досліджуваних басейнів. Для цього необхідна кількісна та якісна оцінка показників даного водотоку. А щоб зробити таку комплексну оцінку водної екосистеми необхідно дослідити багато показників, які, в свою чергу, залежать від інших величин тощо.

Для таких досліджень можна застосувати метод найменших квадратів для моделювання нелінійних процесів з великою кількістю змінних (вхідних) параметрів. До них відносяться такі процеси, які розвиваються нелінійно і залежать від багатьох факторів.

Розглянемо загальний випадок методу найменших квадратів (для будь-якого процесу або екосистеми), коли емпірична формула представляється у вигляді многочлена m-го степеня:

$$y = A_0 + A_1 x + A_2 x^2 + ... + A_m x^m, \qquad (7)$$

де $A_0, A_1, A_2, ...A_m$ - коефіцієнти матриці, які визначаються у процесі дослідження; $x, x^2, x^m, y$ - координати точок.

Якщо маємо n (n>m) точок з координатами ($x_1$, $y_1$), ($x_2$, $y_2$), ($x_3$, $y_3$), …, ($x_n$, $y_n$), де значення ординат $y_1$, $y_2$, $y_3$, … , $y_n$ одержані на основі натурного або лабораторного експерименту, то задача полягає в тому, щоб невідомі коефіцієнт $A_0$, $A_1$, $A_2$, …, $A_m$ визначити таким чином, щоб відхилення графіка функції (7) від експериментальних точок були найменшими. Для цього, знайдемо відхилення $\delta_1, \delta_2 \delta_3, ...., \delta_n$ від кожної точки, які називаються нев'язками або похибками:

$$\begin{aligned}
\delta_1 &= A_0 + A_1 x_1 + A_2 x_1^2 + ... + A_m x_1^m - y_1; \\
\delta_2 &= A_0 + A_1 x_2 + A_2 x_2^2 + ... + A_m x_2^m - y_2; \\
\delta_3 &= A_0 + A_1 x_3 + A_{.2} x_3^2 + ... + A_m x_3^m - y_3; \qquad (8) \\
&\text{.................................................................} \\
\delta_n &= A_0 + A_1 x_n + A_2 x_n^2 + ... + A_m x_n^m - y_n;
\end{aligned}$$

Похибки $\delta_1, \delta_2, \delta_3, ...., \delta_n$ будуть найменшими тоді, коли сума їх квадратів буде найменшою, тобто функція

$$S(A_0, A_1, A_2, ..., A_m) = \sum_{k=1}^{n} \delta_k^2 \qquad (9)$$

матиме мінімум.

Найефективніше застосовувати метод найменших квадратів у випадку лінійної залежності, коли задані точки, що одержані внаслідок натурних або лабораторних експериментів, розміщені навколо деякої прямої. Проте і складніші функціональні залежності (нелінійні) часто можна звести до лінійної функції.

Аналогічно можна використовувати і степеневу функцію, дробово-лінійну (яка зводиться до лінійної) та ін.

Вибір того чи іншого рівняння залежить від конкретних умов задачі.

У випадку, коли для одержання емпіричних формул не потрібно добиватися великої точності, крім графічного методу (метод вибраних точок), застосовується так званий метод середніх величин, або просто метод середніх.

Параметри $a, b, c$ (поправочні коефіцієнти) знайдемо з такої системи рівнянь:

$$\sum_{k=1}^{m}(ax_k^2 + bx_k + c - y_k) = 0,$$

$$\sum_{k=m+1}^{m+l}(ax_k^2 + bx_k + c - y_k) = 0. \qquad (10)$$

$$\sum_{k=m+l+1}^{n}(ax_k^2 + bx_k + c - y_k) = 0.$$

*Завдання.* Скласти задачу будь-якого нелінійного процесу та за індивідуальними вихідними даними виконати математичне моделювання даного нелінійного процесу.

## 8. Глобальні еколого-економічні моделі

Повна модель еколого-економічної підсистеми повинна містити математичний опис таких взаємозалежних аспектів:

1. Соціально-економічної системи.
2. Природної підсистеми.
3. Антропогенного впливу на природне середовище та оцінку його наслідків.
4. Впливу природних факторів на життєдіяльність суспільства і здоров'я людини.

За рівнем агрегованості еколого-економічні моделі можна поділити на регіональні і глобальні.

Регіональні, як правило, зосереджують увагу на певній проблемі, що визначається специфікою конкретного регіону (водогосподарські проблеми, проблеми лісокористування, сільського господарства, рекреації і т. і.).

Глобальні моделі описують функціонування світової економіки і її розвитку на біосферу. Як правило, вони мають ієрархічну структуру, охоплюючи блоки моделей великих регіонів світу. До біосферних процесів належать глобальні біогеохімічні цикли, динаміка атмосфери і Світового океану, приріст органічної речовини, рослинності тощо. Економічну підсистему характеризують процеси виробництва і споживання, демографічні процеси, забруднення навколишнього середовища і т. і. Особлива риса підсистем - це їх керованість, тобто наявність вільних екзогенних змінних, значення яких дослідник може задавати на свій розсуд.

Перша модель глобального розвитку сучасного світу була побудована Дж. Форрестером у книзі «Світова динаміка» (1971 р.). Методологічне значення цієї праці для розвитку економіко-екологічного моделювання, яка привернула увагу фахівців, урядів та широкої спільноти до даної проблеми, неможливо переоцінити.

Модель Форрестера містить п'ять змінних у часі параметрів: *P* — чисельність населення Землі, *V*— виробничий капітал (основні фонди), *S*—частка сільськогосподарського капіталу в загальному виробничому капіталі, *R* — невідновлювальні природні ресурси, Z — забруднення навколишнього середовища.

Зменшення природних ресурсів спричиняє спад у промисловості, оскільки зростання цін на ресурси внаслідок виснаження їхніх запасів уповільнює темпи зростання капіталовкладень та веде до скорочення виробництва. Останнє позначається на рівні життя, погіршення якого спочатку веде до зниження темпу його зростання, а згодом — і до зменшення чисельності населення.

Значний внесок Дж. Форрестера в науку полягає в тому, що він спрямував великі зусилля саме на популяризацію методів побудови імітаційних моделей.

*Завдання.* Математично описати будь-яку глобальну еколого-економічну модель та визначити її елементи, взаємозв’язки, структуру. Для кращого дослідження моделі використати схематичне та графічне подання даних. Саме дослідження вибрати з даного переліку: динаміка розвитку природних ресурсів, рівень життя, ріст населення, капіталовкладення, забруднення. Вихідні дані видаються викладачем.

*Приклад.* Розглянемо модель Форрестера, зокрема, складну систему з нелінійними зворотніми зв'язками – зростання населення Землі.

Дану модель можна записати у вигляді математичного диференційного рівняння:

$$\frac{dy}{dt} = y^{+} - y^{-}, \qquad (11)$$

де $y^{+}$ - фактори (елементи), які збільшують значення $y$; $y^{-}$ - фактори (елементи), що зменшують значення $y$.

Кожен з факторів має ще свої додаткові фактори (елементи), тобто:

$$y^{+-} = f_1 \times f_2 \times \ldots f_k\,, \qquad (12)$$

де $f_1, f_2, \ldots, f_k$ - додаткові фактори, впливу щодо збільшення чи зменшення населення Землі.

До них можна віднести приріст населення, промисловий приріст, дефіцит продуктів харчування, нестача ресурсів (наприклад, чистої води), ріст відходів виробництва і т. і. – це і є елементи системи (моделі). Дані елементи (фактори, показники) тісно взаємозалежать один від одного. Структурні елементи системи (моделі) мають зворотній зв'язок між всіма іншими компонентами глобальної системи. Цей взаємозв'язок можна показати графічно. Графічний аналіз покаже тісноту між показниками, тобто наскільки один показник (його збільшення, або зменшення) впливає на результат (розвиток) всього дослідження.

По осі $OX$ відкладаються роки спостережень, по осі $OY$ динаміка досліджень ( $y$ ).

## 9. Поняття динамічного програмування та загальна постановка задачі

В задачах лінійного та нелінійного програмування розглядаються статичні процеси, і оптимальний розв'язок знаходиться лише на один етап планування, одномоментно. Такі задачі називаються однокроковими.

В задачах динамічного програмування процес залежить від часу, і тому розв'язування зводиться до багатоетапного або багатостадійного процесу прийняття рішень. Розв'язання задач динамічного програмування дозволяє виробити оптимальну стратегію дій, в той час як статичні задачі дозволяють отримати розв'язок, оптимальний з точки зору умов, що склалися, тобто фактичний. Однак, ця межа не є чітко визначеною, тому що широкі класи динамічних задач в принципі можна звести до однокрокових, але цей факт має скоріше теоретичний інтерес, тому що розв'язати такі зведені задачі внаслідок надзвичайно великого зростання розмірності просто неможливо. З іншого боку, деякі статичні задачі можна зобразити у вигляді багатокрокових і розв'язувати методом динамічного програмування. Таким чином, *динамічне програмування (ДП) є математичним апаратом, що дозволяє здійснити оптимальне планування багатокрокових керованих процесів та процесів, які залежать від часу.*

*Процес називається керованим,* якщо є можливість впливу на перебіг його розвитку. *Керуванням* називатимемо сукупність розв'язків, що приймаються на кожному з етапів з метою впливу на хід процесу.

Випуск продукції підприємством - це керований процес, що визначається змінами попиту ринку, складу обладнання, величиною попереднього прибутку, тенденціями розвитку, відсотком коштів, що спрямовуються у виробництво та наукову діяльність і ін.

Сукупність рішень, що приймаються на початку кожного з певного періоду (тижнів місяця, місяців року та ін.) з питань забезпечення сировиною, обладнанням, розмірами фінансування, є керуванням. Планування на місяць здійснюється з врахуванням того, що на кінець року повинні бути досягнуті певні цілі.

*Багатоетапні керовані процеси мають наступні спільні риси:*

1. *Процес може бути підданий декомпозиції,* тобто розбитий на складові елементи - кроки або етапи. Якщо процес розглядається в часі, то природним є розбиття за періодами часу. Виробничі процеси можуть бути розбиті за стадіями відповідно до їх технологічних особливостей, ресурси можуть бути розподілені між споживачами і т. ін.
2. *Кожний етап характеризується станом,* який визначається значеннями факторів, або змінних, кількість яких для кожного з

етапів може бути різною.

3. *З загального числа змінних виділяються керовані,* тобто ті, значення яких можна спрямовано змінювати і цими змінами впливати на стан процесу, *та змінні стану.*
4. *На кожному кроці існує залежність між керованими змінними, змінними стану та функцією мети,* яка і визначається за допомогою рівняння, системи рівнянь або таблично. За допомогою динамічного програмування для кожного кроку встановлюються такі значення керованих змінних, які забезпечують екстремальне значення функції мети для процесу загалом.
5. *Критерій оптимальності повинен бути адитивним* (або мультиплікативним), тобто значення функції мети для всього керованого процесу повинно складатися з елементарних значень цієї функції, отриманих для кожного окремого етапу.

Таким чином, *за допомогою методу динамічного програмування здійснюється оптимізація багатоетапних процесів, виходячи з інтересів системи загалом, а не кожної її стадії як окремого елементу, тому розв'язок на кожному кроці повинен відповідати вимогам оптимізації процесу загалом.*

В загальному вигляді постановка задачі динамічного програмування формулюється наступним чином.

Нехай деяка фізично керована система $S$ знаходиться в початковому стані $S_0$. Під дією керування $u_i$ на кожному $i$ -му кроці вона переходить через послідовність проміжних станів в остаточний стан $S_n$:

$$S_1 \longrightarrow S_2 \longrightarrow .......S_n$$

$$S_0 \xrightarrow{X_1} S_1 \xrightarrow{X_2} \ldots \xrightarrow{X_{k-1}} S_{k-1} \xrightarrow{X_k} S_k \xrightarrow{X_{k+1}} \ldots \xrightarrow{X_{n-1}} S_{n-1} \xrightarrow{X_n} S_n$$

При відомому керуванні на $i$-му кроці стан $S_i$ визначається як

$$S_i = v(S_{i-1}, u_i)\,, \tag{13}$$

де $S_{i-1}$ - значення попереднього стану системи; $u_i$ - будь-яка дія керування (управління) системою; $v$ - функція стану досліджуваної системи.

Критерій якості

$$Q(S_0, u_1, u_2, ..., u_n) \Rightarrow Max\,, \tag{14}$$

де $S_0$ - початковий стан системи; $u_1, u_2, ..., u_n$ - керування (управління) системою на певних кроках (етапах) дослідження; $\Rightarrow Max$ - певний виграш, значення функції мети на етапі.

Позначимо $u=(u_1, u_2, ..., u_n)$, Q($S_o$, $u$) $\Rightarrow$ *Max*. Якщо в результаті здійснення $i$ - го кроку на етапі забезпечується певний виграш (значення функції мети на етапі) $W_I$ ( $S_{I-1,}$ $U_I$ ), що залежить від початкового стану системи на цьому кроці $S_{I-1}$ та обраного управління з числа можливих на цьому кроці $u$ .Є $U_i$ то загальний виграш (значення функції мети для процесу загалом), згідно з вимогою адитивності, становитиме:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} W_i (S_{i-n}, u_i) , \qquad (15)$$

де $\sum_{i=1}^{n} W_i$ - сумарна функція мети для певного процесу; $S_{i-n}$ - значення всіх станів системи; $u_i$ - будь-яка дія керування (управління) системою.

Метод динамічного програмування при розв'язуванні задач використовують тільки у тому випадку, коли задача відповідає наступним вимогам:

- функція мети повинна бути адитивною (мультипликативною);
- в процесі руху системи повинна бути відсутня післядія: стан $S_i$ , в який перейшла система, залежить лише від значення попереднього стану $S_{i-1}$ та від управління $u_i$ і не залежить від того, яким шляхом система потрапила в стан $S_{i-1}$.

*Оптимальною називається така стратегія* $u^* = (u_1,^*, u_2^*, ..., u_n\ ^*)$ (послідовність управлінь на кожному кроці процесу), що переводить систему з стану $S_o$ в стан $S_n$ за $n$ кроків, і для якої

$$u^* = \arg \underset{u \in U}{Max}\ Q(S_0, u) , \qquad (16)$$

де $\underset{u \in U}{Max}$ - оптимальна (максимальна) стратегія управління системою; $Q(S_0, u)$ - функція переводу системи з стану $S_0$ в стан $S_n$ за $n$ кроків при певному керуванні (управлінні) нею.

Метод динамічного програмування грунтується на принципі оптимальності Р. Белмана, що визначає порядок покрокового розв'язування задачі, яка може бути піддана декомпозиції, за допомогою рекурентних обчислювальних процедур.

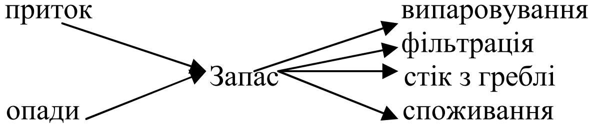
*Принцип оптимальності формулюється наступним чином. Оптимальне керування має таку основоположну властивість: яким не були би початковий стан та прийняте початкове рішення, наступні рішення повинні утворювати оптимальне керування відносно стану, що виник в результаті попереднього рішення.* Іншими словами процес $(S_0, S_1, S_2, \ldots S_n)$ оптимальний тоді і лише тоді, коли оптимальний кожен з процесів $(S_i, S_{i+1}, S_{i+2}, \ldots S_n)$, $i$ = 1, 2, ..., n - 1.

*Завдання.* Скласти задачу динамічного програмування (за принципом досягнення оптимальності певної системи) та визначити її етапи оптимальності.

*Приклад.* Нехай для регулювання річного стоку необхідно побудувати водосховище, об'єм його $W$ повинен бути не дуже малим (бо не буде регулюватися повінь) і не дуже великим (великі будуть затрати). Для визначення оптимального об'єму необхідно змоделювати річну динаміку стоку води через водосховище.

Введемо позначення (етапи оптимальності): $y$ - запас води у водосховищі; $p$ - приток по річці; $o$ - опади; $v$ - випаровування; $f$ - фільтрація у нижньому створі; $s$ - господарські витрати; $h$ - стік через греблю.

Схема процесів, які відбуваються у водосховищі буде такою:




Математична модель процесу водонаповнення буде мати вигляд різницевого балансового рівняння:

$$y_{i+1} = y_i + p_i + o_i - v_i - f_i - s_i - h_i, \qquad (17)$$

де $p, o, v$ - параметри, які мають річну періодичність, яка детально вивчається у гідрометеорології. Тому необхідно врахувати випадковість процесів у гідрології та метеорології. Тоді, функції, які використовуються для комп'ютерного програмування будуть мати вигляд:

$$\begin{aligned} p &= p_p + p_s \\ o &= o_p + o_s \quad , \\ v &= v_p + v_s \end{aligned} \tag{18}$$

де $p$ - періодичні процеси (відхилення); $s$ - стохастичні.

Максимальне значення стохастичного відхилення визначається середнім квадратичним відхиленням кожної величини.

Змодельована річна динаміка стоку води через водосховище набуде свого оптимального значення, у випадку, коли її складові етапи (визначені величини, показники) набудуть оптимальних значень (найкращих значень). Для одних величини – це можуть бути максимальні значення, для інших – мінімальні, але у комплексі вони дають оптимальний варіант розв'язку даної задачі.

## 10. Розв'язання задач математичного програмування

### *Задачі на суміш*

Можна розв'язувати задачі та визначати параметри, на які накладаються обмеження. Область математики, яка вивчає методи оптимізації таких задач називається математичним програмуванням.

У ролі параметрів, як правило, можуть виступати земельні ділянки та площі, трудові та фінансові ресурси, різноманітні екологічні обмеження.

Мета задачі - скласти оптимальний раціон харчування певного виду риб з мінімальною його вартістю.

Умови задачі доцільно навести у вигляді таблиці 2

У таблиці: J – певний раціон харчування риб; i – певний вид риб; a – поправочні коефіцієнти задачі; $c_j$ – вартість раціону для риб; i = 1, 2, …, m; j = 1, 2,…, n; $b_1$, $b_2$, …, $b_m$ – варіанти рішень.

Побудуємо математичну модель задачі.

Якщо кількість кожного кінцевого j-го продукту раціону харчування риб позначити $x_j$ , то математична модель задачі матиме такий вигляд:

Таблиця 2

Вихідні дані для побудови математичної моделі задачі на суміш

| i | J | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | … | n | $b_i$ |
| 1 | $a_{11}$ | $a_{12}$ | … | $a_{1n}$ | $b_1$ |
| 2 | $a_{21}$ | $a_{22}$ | … | $a_{2n}$ | $b_2$ |
| … | … | … | … | … | … |
| m | $a_{m1}$ | $a_{m2}$ | … | $a_{mn}$ | $b_m$ |
| $c_j$ | $c_1$ | $c_2$ | … | $c_n$ | |



- цільова функція: $F = \sum_{j=1}^{n} C_j x_j \rightarrow extr$, (19)

де $x_j$ - певний вид риб при обраній мінімальній вартості.

- обмеження: $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \quad \{\leq, \geq, = \} \, b_i \ (i = \overline{1,m})$ (20)

- умови невід'ємності:

$$x_j \geq 0 \ (j, = \overline{1,n}) \qquad (21)$$

Зауважимо, що іноді в задачі на суміш задають діапазони витрат тієї чи іншої початкової компоненти. Такі умови в математичній моделі можна передбачити двома типами обмежень:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq b_i^{(1)} \text{ та } \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i^{(2)} , \qquad (22)$$

де $b_i^{(1)}, b_i^{(2)}$ - відповідно верхня та нижня межа витрат $i$- ої компоненти.

*Приклад.* Для приготування раціону харчування деякого виду риб, який складається з трьох продуктів, треба витратити не менше 6 одиниць компоненти *A*, не менше 8 одиниць компоненти

*B* та не більше 12 одиниць компоненти *C*. Для приготування одиниці кожного продукту потрібні такі кількості компонент *A, B* та С. Вихідні дані зведені у таблиці 3.

Таблиця 3

Вихідні дані для задачі

| Компонента | Кількість продукту | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 |
| A | 2 | 1 | 3 |
| B | 1 | 2 | 1,5 |
| C | 3 | 4 | 2 |

Відома також вартість одиниці кожного продукту: першого - 2 грн., другого - 3 грн., третього – 2,5 грн.



Треба скласти математичну модель задачі, яка відповідає варіанту з мінімальною вартістю раціону харчування риб.

Кількість кінцевих продуктів, які є складовими: частинами раціону харчування, зобразимо відповідно через $x_1$, $x_2$ та $x_3$.

Тоді маємо таку математичну модель:

- цільова функція: $F = 2x_1 + 3x_2 + 2{,}5x_3$ -> rnin. (23)

- обмеження:

$$2x_1+x_2+3x_3 \geq 6,$$
$$x_1 + 2x_2 + 1{,}5x_3 \geq 8, \qquad (24)$$
$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \leq 12,$$

- умови невід'ємності: $x_j \geq 0 \; (j = \overline{1,n})$. (25)

Цільова функція може виражати очікуваний прибуток (максимальний, або мінімальний).

*Приклад.* Нехай підприємство випускає два види продукції: виріб – 1; виріб – 2, використовуючи при цьому два види сировини. Затрати сировини на кожен виріб, екологічні нормативи, прибуток від реалізації задані в наступній таблиці 4.

Враховуючи, обмеження сировини і екологічні нормативи, треба скласти такий план випуску продукції, при якому буде максимальний прибуток.

Запишемо обмеження ресурсів у вигляді нерівностей (26):

Таблиця 4

Затрати сировини на кожен виріб, екологічні нормативи, прибуток від реалізації

| Ресурси | Виріб 1, ($x_1$) | Виріб 2, ($x_2$) | Затрати сировини |
|---|---|---|---|
| $C_1$ | 2 | 5 | 20 |
| $C_2$ | 5 | 3 | 30 |
| Забруднення | 5 | 6 | 33 |
| Прибуток (тис. грн.) | 2 | 1 | |

$$\begin{cases} 2x_1 + 5x_2 \le 20 \\ 5x_1 + 3x_2 \le 30 \\ 5x_1 + 6x_2 \le 33 \end{cases}, \quad x_1, x_2 \ge 0 \qquad (26)$$

Тоді цільовий прибуток буде дорівнювати:

$$F = 2x_1 + x_2 \to \max, \qquad (27)$$

тобто, цільова функція досягає свого максимуму у вигляді (27).

Формули (26), (27) визначають математичну модель задачі лінійного програмування.

Розв'язавши, систему з двома невідомими, знайдемо значення, при якому план випуску продукції буде досягати свого максимального прибуток.

*Завдання.* Скласти будь-яку задачу математичного програмування на суміш, її оптимальний план, математичну модель та розв'язати її.

***Транспортна задача.***

Транспортні задачі часто трапляються на практиці і характерні для класу розподільних задач, наприклад, оптимальне розміщення вантажу, складання оптимальних маршрутів, доставка продуктів, які швидко псуються, тощо. Іноді транспортну задачу називають 7-задачею.

Мета задачі має вигляд: $F = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij} x_{ij} \to \min$ за умови

$x_{ij} \geq 0$, де $C_{ij}$ - вартість перевезень одиниці вантажу; $x_{ij}$ - оптимальний маршрут.

*Завдання:* існує три пункти цільового водопостачання населення з відповідними запасами ресурсів (чистої, придатної води) $a_1$ = 20 тис. м$^3$/рік, $a_2$ = 40 тис. м$^3$/рік, $a_3$ = 30 тис. м$^3$/рік та два споживача ресурсів з відповідним попитом: $b_1$= 70 тис. м$^3$/рік, $b_2$ = 80 тис. м$^3$/рік.

Вартість перевезень одиниці вантажу задано у вигляді матриці:

$$C = \left\| C_{ij} \right\| = \begin{Vmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 3 \\ 8 & 2 \end{Vmatrix}.$$

Задачу розв’язати аналогічно попередній, тільки з іншими обмеженнями. Скласти математичну модель, оптимальний план задачі, яка передбачає мінімальні транспортні витрати перевезень водних ресурсів та знайти її розв’язок.

## 11. Розв’язання задачі планування розвитку та розміщення водогосподарського виробництва з оптимальним розподілом інвестиційних ресурсів

Розглянемо конкретний числовий приклад. Припустимо, що деяка однорідна продукція виготовляється на двох водогосподарських підприємствах П-1 та П-2. Окрім цього, у разі необхідності, може бути збудоване і третє підприємство - П-3. Потенційними альтернативними варіантами розвитку цих підприємств є такі (таблиця 5).

Таблиця 5

Варіанти розвитку водогосподарського підприємства

| | |
|---|---|
| П -1 | Залишити виробничу потужність на поточному рівні |
| | Збільшити виробничу потужність за рахунок модернізації обладнання на 30 % |
| | Збільшити виробничу потужність за рахунок розширення виробництва на 50 % |
| П -2 | Залишити виробничу потужність на поточному рівні |
| | Збільшити виробничу потужність за рахунок модернізації обладнання на 15 % |
| П -3 | Організувати виробництво за проектом А |
| | Організувати виробництво у більшому розмірі – за проектом Б |

Більш докладна інформація щодо кожного з варіантів розвитку водогосподарських підприємств наведена у таблиці 6.

Прогнозне значення перспективного попиту на продукцію дорівнює 400 тис.од. продукції на рік з подальшим розподілом між трьома споживачами- С-I – 160 тис.од. пр./рік, С-2 – 130 тис.од.пр./рік, С-3 – 110 тис.од.пр./рік.

Транспортні витрати на перевезення одиниці продукції від виробників споживачам, за прогнозами експертів, складатимуть (таблиця 7).

Максимально можливий обсяг залучення інвестицій на розвиток усіх водогосподарських підприємств - 95 млн. грн. Нормативний коефіцієнт економічної ефективності інвестицій – 0,2. Який слід обрати план розвитку водогосподарських підприємств?

*Завдання.* Скласти і розв’язати аналогічну задачу, використовуючи електронну таблицю Excel.

Таблиця 6

Основні техніко-економічні показники потенційних варіантів розвитку водогосподарських підприємств

| Показник, одиниця виміру | П-1 | | | П-2 | | П-3 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | В-1 | В-2 | В-3 | В-1 | В-2 | В-1 | В-2 |
| Виробнича потужність, тис. од. продукції на рік | 100 | 130 | 150 | 200 | 230 | 100 | 150 |
| Необхідні інвестиційні витрати, млн. грн. | 1,0 | 12,0 | 20,0 | 3,0 | 15,0 | 75,0 | 90,0 |
| Вартість виробництва одиниці продукції, грн. | 200 | 200 | 190 | 180 | 170 | 170 | 160 |



Таблиця 7

Транспортні тарифи (гривень за одиницю продукції)

| Підприємство | Споживач | | |
|---|---|---|---|
| | С - 1 | С - 2 | С - 3 |
| П - 1 | 5 | 15 | 25 |
| П – 2 | 10 | 10 | 5 |
| П -3 | 5 | 20 | 15 |

## 12. Структурно-математична модель класифікації (оцінки) стану басейну річки

Визначити структурну схему системної логіко-математичної моделі класифікації (оцінки) стану басейну малої річки та провести оцінку її підсистем: підсистеми “Радіоактивного забруднення”, підсистеми “Використання земельних ресурсів”, підсистеми “Використання річкового стоку”, підсистеми “Якість води”. Виконати загальну оцінку стану басейну річки за оцінками окремих підсистем та розрахувати індукційний коефіцієнт антропогенного навантаження на басейн річки (ІКАН), зробити висновки.

Басейни річок вибираємо у природних зонах Карпат, Криму, Полісся, Лісостепу (Західного), Степу (Правобережного): 1, 2 варіанти – Карпати; 3, 4 – Крим; 5, 6 – Полісся; 7, 8 – Лісостеп (Західний); 9, 10 – Степ (Правобережний); 11 – Полісся; 12 – Крим; 13 – Полісся; 14 – Лісостеп (Західний); 15 – Степ (Правобережний). Варіанти та вихідні дані для розрахунку структурно-математичної моделі стану басейну річки видаються викладачем.

Результати зводимо у загальну таблицю (див. табл. 5.47 [6]). У висновках зазначаємо, наприклад, що за станом хімічного забруднення, вода має обмежену сферу застосування і потребує значних засобів (коштів) для її підготовки. За станом бактеріального забруднення, вода придатна для рибогосподарських цілей, а після хлорування – для технічних і господарських потреб. За станом радіоактивного забруднення – басейн розташований у зоні жорсткого радіаційного контролю.

## Питання гарантованого рівня знань

1. Системний аналіз як наука.
2. Система та елементи системи.
3. Функціональні зв'язки системи.
4. Природні системи.
5. Штучні системи.
6. Прості системи.
7. Складні системи.
8. Мета системного аналізу.
9. Причини виникнення системного аналізу.
10. Економічна система.
11. Підсистеми та їх роль.
12. Системний підхід та його роль.
13. Відкриті та закриті системи.
14. Входи та виходи систем.
15. Імітаційне моделювання.

16. Моделювання систем.
17. Математична модель.
18. Класифікація систем.
19. Ігрове та машинне імітування.
20. Планування та прогнозування систем.
21. Ефективність прийняття рішень.
22. Якісні методи системного аналізу.
23. Алгоритми проведення системного аналізу.
24. Міжгалузевий балансовий метод.
25. Управління складними системами.

## Рекомендована література
## Базова література

1. Згуровський М. З., Панкратова Н. Д. Основи системного аналізу. – К.: Видавнича група BHV, 2007. – 544 с.: іл.

2. Ляшенко І. М., Коробова М. В., Столяр А.М. Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів: Навч. пос. – Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2006. – 304 с.

3. Старіш О.Г. Системологія. Підручник. – Київ: Центр навчальної літератури, 2005. – 232 с.

4. Шарапов О.Д., Дербенцев В.Д., Семьонов Д.Є. Системний аналіз: Навч. – метод. Посібник для самостійного вивчення дисципліни. – К.: КНЕУ, 2003. – 154 с.

5. Сурмин Ю.П. Теория систем и системный анализ: Учеб. пособ. – К.: МАУП, 2003. – 368 с.

## Допоміжна література

1. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології: Навч. посіб. для студ. екол. і біол. спец. вищ. навч. закл. – К.: Вид. дім «КМ Академія», 2002. – 203 с.

2. Ладанюк А. П. Основи системного аналізу. Навчальний посібник. – Вінниця: Нова книга, 2004. – 176 с.

3. Основи інформаційних систем: Навчальний посібник. – Вид. 2-ге, перероб. і доповн. / В.Ф. Ситник, Г.А. Писаревська, Н.В. Єрьоміна, О. С. Краєва; За ред. В.Ф. Ситника. – К.: КНЕУ, 2001. – 420 с.

4. Анфилатов В.С. и др. Системный анализ в управлении: Учебное пособие / В.С. Анфилатов, А.А. Емельянов, А.А. Кукушкин; Под ред. А.А. Емельянова. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 368 с.

5. В.А. Карташев. Система систем / очерки общей теории и методологи /. М., 1995.

6. Яцик А.В. Водогосподарська екологія. – К.: Генеза, 2003-2004. – 1960 с. У чотирьох томах, семи книгах. Том 3. Книга п'ята. Екологія водокористування.

7. О.Д. Шарапов, Л.Л. Перехов, С.П. Сиднев. Системний аналіз / навчальний посібник /. - К.: Вища школа, 1993.

8. Петрова В. И. Системный анализ себестоимости. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 175 с.

9. Системный подход к управлению водными ресурсами / [ А.К. Бисвас, Р. К. Линслей, Н.К. Матейлис и др.]: Под ред. А. Бисваса; Перевод. С англ. С. Б. Огнивцева и др.; Под. ред. Н.Н. Моисеева. – М.: Наука, 1985. – 392 с.

10. Системные исследования. Ежегодник. [Ред. коллегия: И.В. Блауберг и др. ] М.: Наука, 1972. – 238 с., 1970. – 206 с.

11. Системные исследования природы: [ Сборник статей ] / ств. ред. К.В. Зворыкин, А. Ю. Ретеюм. – М.: Мысль, 1977. – 232 с.

12. Системы управления базами данных и знаний: Справ. изд. / [ А.Н. Наумов и др.]; Под ред. А.Н. Наумова. – М.: Финансы и статистика, 1991. – 348 с.

13. Система. Симметрия. Гармония / Под ред. Тюхклина; Ю.А. Урманцева. – М.: Мысль, 1988. – 317 с.

14. Системные исследования: Методологические проблемы: Ежегодник 1987 / Ред. коллегия: Д.М. Гвишиани / глав. ред. / и др. – М.: Наука, 1988. – 495 с.

15. В.П. Кузьмин. Принцип системности в теории и методологии К. Маркса. - М., 1986.

16. Д.М. Гвишиане. Диалектика и системный анализ. - М.: Наука, 1986.

17. О.С. Разумовский. Бихевиоральные системы. - Новосибирск.: Наука, 1993.

18. И.В. Блауберг и другие. Проблемы методологии системного исследования. - М.: Мысль, 1970.

19. Кастли Джон. Большие системы: связность, сложность,

катастрофы. - М.: Мир, 1962.

20. С.С. Шварц. Экологические закономерности эволюции. - М: Наука, 1980.

21. М.А. Северцев и другие. Основные вопросы эксплуатации сложных систем. - М.: Высшая школа, 1976.

22. О.М. Харафос. Системы и моделирование. - М.: Мир.

23. П. Хили. Наука и искусство проэктирования. - М.: Мир, 1975.

24. В.И. Садовский. Общая теория систем. Критический обзор / исследования по общей теории систем /. - М.: Прогрес, 1969.

25. С.А. Валуева, В.Н. Волкова. Системный анализ в экономике и организации производства. - Ленинград.: Политехника, 1991.

26. А.А. Денисов, Д.Н. Колесников. Теория больших систем управления. - Ленинград.: Энергоиздат, 1982.

27. М. Месарович, Л.Такахара. Общая теория систем: математические основы. - М.: Мир, 1978.



## Методичні вказівки

1. Методичні вказівки для написання контрольних робіт з дисципліни ”Основи теорій систем і системний аналіз” для студентів спеціальностей 7.050106, 7.060101 заочної форми навчання (Д.С. Косяк, старший викладач – Рівне: Західна філія МІПО, 2000) – 13 с.

2. Методичні вказівки до вивчення дисципліни ”Основи системного аналізу” та виконання контрольної роботи студентами напряму підготовки 6.092600 ”Водні ресурси” денної та заочної форми навчання. – О.М. Новачок. – Рівне: УДУВГП, 2003. – 32 с.

3. Інформаційні системи і технології підприємств. Конспект лекцій для студентів спеціальності 7.050107 ”Економіка підприємства” / О.Ю. Тимейчук. – Рівне: РДТУ, 2001. – 60 с.