

**Міністерство освіти і науки України**  
**Національний університет водного господарства та**  
**природокористування**  
**Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та**  
**обчислювальної техніки**  
**Кафедра прикладної математики**

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Проректор з науково-педагогічної,  
методичної та виховної роботи

\_\_\_\_\_ О.А. Лагоднюк  
“\_\_\_” \_\_\_\_\_ 2019 р.

**04-01-23**

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**Program of the Discipline**

**Функціональний аналіз**  
**Functional analysis**

*спеціальність 113 „Прикладна математика”*  
*specialty 113 „Applied mathematics”*

**Рівне – 2019**

Робоча програма „Функціональний аналіз” для студентів, які навчаються за спеціальністю 113 „Прикладна математика”. – Рівне: НУВГП, 2019. – 12 с.

Розробник:

Гладун Любомир Володимирович, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики.

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики

Протокол від «28» серпня 2019 року № 16

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ П.М.Мартинюк

Схвалено науково-методичною комісією за спеціальністю 113 „Прикладна математика”

Протокол від «30» серпня 2019 року № 8

Голова науково-методичної комісії

\_\_\_\_\_ П.М.Мартинюк

## ВСТУП

Програма нормативної навчальної дисципліни „Функціональний аналіз” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності „Прикладна математика”.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є метричні, нормовані, евклідові простори, а також лінійні неперервні функціонали та оператори, які визначені на них.

Міждисциплінарні зв'язки: дисципліна „Функціональний аналіз” є складовою блоку нормативних навчальних дисциплін (природничо-математичної підготовки) для підготовки студентів за спеціальністю „Прикладна математика”. Вивчення курсу передбачає наявність систематичних та ґрунтовних знань із суміжних курсів – „Математичний аналіз”, „Алгебра та геометрія”, „Дискретна математика”.

Програма передбачає цілеспрямовану роботу над вивченням спеціальної літератури, активну участь на лекціях та під час практичних занять, самостійну роботу.

### Анотація

Узагальнення основних понять і методів математичного аналізу, алгебри та геометрії на об'єкти більш загальної природи розглядаються в даному курсі. Це дає змогу застосувати отримані результати для розв'язання різноманітних прикладних задач з різних галузей знань та при вивченні таких дисциплін: „Комп'ютерна математика”, „Математичне моделювання”, „Методи оптимізації та дослідження операцій”, „Методи обчислень”.

**Ключові слова:** лінійні оператори, лінійні функціонали, метричні простори, нормовані простори, скалярний добуток.

### Abstract

The course deals with generalization of basic concepts and methods of mathematical analysis, algebra and geometry on objects of a more general nature. This enables to apply the results obtained for solving various application tasks in various fields of knowledge

and in the study of such disciplines as "Computer mathematics", "Mathematical modelling", "Optimization and operations research methods", "Computing methods".

**Key words:** linear operators, linear functionals, metric spaces, normed spaces, scalar product.

### 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів - <b>4</b>	Галузь знань: 11 „Математика та статистика”	Нормативна
Модулів - <b>2</b>	Спеціальність: 113 „Прикладна математика”	<b>Рік підготовки:</b>
Змістових модулів - <b>3</b>		3-й
Загальна кількість годин – <b>120</b>		<b>Семестр</b>
		5-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних - <b>4</b> самостійної роботи студента - <b>6</b>	Рівень вищої освіти: <b>бакалавр</b>	<b>Лекції</b>
		24 год.
		<b>Практичні</b>
		24 год.
		<b>Самостійна робота</b>
		72 год.
		<b>Індивідуальні завдання:</b>
–		
		Форма контролю: <b>іспит</b>

Примітка.

Співвідношення кількості аудиторних занять, самостійної та індивідуальної роботи студентів в процентах до загальної кількості годин складає 40% до 60%.

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета:** вивчити основні типи задач, що розглядаються в функціональному аналізі, та методи знаходження їх розв'язків.

**Завдання:** засвоїти алгоритми знаходження розв'язків задач функціонального аналізу.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

**знати** основні нескінченно вимірні простори, способи знаходження норм лінійних неперервних функціоналів та операторів;

**вміти** використовувати методи функціонального аналізу для розв'язання задач прикладного характеру.

## 3. Програма навчальної дисципліни

### Модуль 1

#### Змістовий модуль 1. Метричні простори

**Вступ.** Предмет та методи функціонального аналізу. Узагальнений підхід до основних математичних понять.

#### **Тема 1. Метричні простори.**

Означення метричного простору. Приклади. Кулі в метричних просторах. Точки дотику. Замикання множини. Відкриті та замкнені множини. Щільні підмножини. Збіжність в метричних просторах. Повні метричні простори. Відображення метричних просторів.

#### **Тема 2. Принцип стискуючих відображень.**

Означення стискуючого відображення. Приклади. Поняття нерухомої точки. Теорема Банаха про нерухому точку.

Розв'язування інтегральних рівнянь за допомогою принципу стискуючих відображень.

## **Змістовий модуль 2. Лінійні простори**

### **Тема 3. Лінійні простори.**

Означення лінійного простору. Лінійна незалежність та залежність елементів. Вимірність лінійного простору. Підпростори. Ізоморфізм лінійних просторів. Фактор-простори.

### **Тема 4. Нормовані простори.**

Означення і приклади нормованих просторів. Збіжність у нормованих просторах. Підпростори нормованого простору. Фактор-простори нормованого простору

### **Тема 5. Евклідові простори.**

Означення і приклади евклідових просторів. Ортогональність. Ортогональні підпростори. Пряма сума. Ортогональні базиси. Замкнені ортогональні системи. Теорема Рісса-Фішера. Теорема про ізоморфізм гільбертових просторів. Характеристична властивість евклідових просторів.

## **Модуль 2**

### **Змістовий модуль 3. Лінійні функціонали та оператори**

#### **Тема 6. Лінійні функціонали.**

Лінійні функціонали на нормованих просторах. Неперервність і обмеженість. Теорема Хана-Банаха в нормованому просторі. Норма лінійного неперервного функціоналу. Приклади. Спряжені простори.

#### **Тема 7. Лінійні оператори.**

Означення і приклади лінійних операторів. Неперервність і обмеженість. Норма лінійного неперервного оператора. Простір лінійних неперервних операторів. Обернений оператор. Теорема Банаха про обернений оператор. Спектр оператора.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Усього	денна форма				
		у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
<b>Модуль 1</b>						
<b>Змістовий модуль 1. Метричні простори</b>						
<i>Вступ</i>	2	1				1
<b>Тема 1.</b> Метричні простори	16	3	4			9
<b>Тема 2.</b> Принцип стискуючих відображень	12	2	2			8
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>30</b>	<b>6</b>	<b>6</b>			<b>18</b>
<b>Змістовий модуль 2. Лінійні простори</b>						
<b>Тема 3.</b> Лінійні простори	10	2	2			6
<b>Тема 4.</b> Нормовані простори	15	2	4			9
<b>Тема 5.</b> Евклідові простори	15	4	2			9
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>40</b>	<b>8</b>	<b>8</b>			<b>24</b>
<b>Модуль 2</b>						
<b>Змістовий модуль 3. Лінійні функціонали та оператори</b>						
<b>Тема 6.</b> Лінійні функціонали	17	4	4			13
<b>Тема 7.</b> Лінійні оператори	27	6	6			17
<b>Разом за змістовим модулем 3</b>	<b>50</b>	<b>10</b>	<b>10</b>			<b>30</b>
<b>Усього</b>	<b>120</b>	<b>24</b>	<b>24</b>			<b>72</b>

## 5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	2	3
1.	Метричні простори	4
2.	Принцип стискуючих відображень	2
3.	Лінійні простори	2
4.	Нормовані простори	4
5.	Евклідові простори	2
6.	Лінійні функціонали	4
7.	Лінійні оператори	6
<b>Разом</b>		<b>24</b>

## 6. Самостійна робота

Підготовка до аудиторних занять (0,5 год. на 1 год. аудиторних занять) – 24 год.

Підготовка до контрольних заходів (6 год. на 1 кредит) – 24 год.

Опрацювання окремих тем програми або їх частин, які не викладаються на лекціях – 24 год.

Усього – 72 год.

### 6.1. Завдання для самостійної роботи

№з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Метричні простори	2
2.	Принцип стискуючих відображень	2
3.	Лінійні простори	2
4.	Нормовані простори	4
5.	Евклідові простори.	4
6.	Лінійні функціонали	4
7.	Лінійні оператори	6
<b>Разом</b>		<b>24</b>



Звіт про самостійну роботу не надається. Вивчення відповідного матеріалу перевіряється під час поточного та підсумкового контролів знань.

## **7. Методи навчання**

Лекції проводяться з використанням технічних засобів навчання і супроводжуються демонстрацією за допомогою кодоскопа лекційного матеріалу та прикладів на прозорих плівках.

Практичні роботи проводяться в аудиторії з виконанням завдань біля дошки та завдань для самостійної роботи.

Проведення контрольних тестувань.

## **8. Методи контролю**

Оцінювання навчальних досягнень студентів за усіма видами навчальних робіт проводиться за *поточним* та *підсумковим* контролями. Поточний контроль знань студентів з навчальної дисципліни проводиться у письмовій формі.

Контроль самостійної роботи проводиться:

з лекційного матеріалу – шляхом перевірки конспектів;  
з практичних робіт – з допомогою перевірки виконаних завдань та шляхом проведення тестувань.

Усі контрольні заходи включено до 100-бальної шкали оцінювання.

Підсумковий семестровий контроль знань відбувається на екзамені у письмовій формі. Екзаменаційний білет включає два теоретичні питання та дві задачі.

Основними критеріями, що характеризують рівень компетентності студента при оцінюванні результатів поточного та підсумкового контролів з навчальної дисципліни „Функціональний аналіз”, є:

- виконання всіх видів навчальної роботи, що передбачені робочою програмою навчальної дисципліни;
- глибина і характер знань навчального матеріалу за змістом навчальної дисципліни.

### 9. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне тестування та самостійна робота							Підсумковий контроль (екзамен)	Сума
Змістовий модуль 1		Змістовий модуль 2			Змістовий модуль 3		40	100
14		22			24			
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7		
6	8	6	8	8	11	13		

T1, T2, ..., T7 – теми змістових модулів.

Результати навчання в екзаменаційній відомості проставляються за двома шкалами – 100-бальною та національною. Позитивні оцінки виставляються тільки тим студентам, які виконали всі види навчальної роботи, передбачені робочою програмою навчальної дисципліни, і набрали за результатами поточного та підсумкового контролів не менше 60 балів.

Конвертація 100-бальної шкали у 4-бальну здійснюється за наступною таблицею.

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для екзамену
90 – 100	відмінно
82-89	добре
74-81	
64-73	
60-63	задовільно
35-59	незадовільно з можливістю повторного складання
0-34	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

## 10. Методичне забезпечення

1. Опорний конспект лекцій (в електронному і паперовому носіях) по всіх темах курсу, у тому числі і для самостійного вивчення.

2. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни „Функціональний аналіз” для студентів напряму 6.040301 „Прикладна математика” денної форми навчання. Частина 1. / Гладун Л.В. – Рівне: НУВГП, 2010. - 28 с.

3. Гладун Л.В.. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни „Функціональний аналіз” для студентів напряму 6.040301 „Прикладна математика” денної форми навчання. Частина 2. / Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://ep3.nuwm.edu.ua/799/>.

4. Гладун Л.В. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни „Функціональний аналіз” для студентів напряму 6.040301 „Прикладна математика” денної форми навчання. Частина 3. / Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://ep3.nuwm.edu.ua/1070/>.

## 11. Рекомендована література

### Базова

1. Банах С.С. Курс функціонального аналізу. – Київ : Радянська школа, 1948. – 216 с.

2. Слюсарчук В.Ю. Збірник задач із функціонального аналізу. – Рівне: НУВГП, 2011. – 124 с.

3. Колмогоров А.М., Фомін С.В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. — К.: Вища школа, 1974. — 456 с.

### Допоміжна

5. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. – М.: Наука, 1977. -744 с.

6. Городецкий В.В., Нагнибида Н.И., Настасиев П.П. Методы решения задач по функциональному анализу. – К.: Вища школа, 1990.- 479 с.

7. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. М.: Наука, 1984. – 256 с.384 с.

## 12. Інформаційні ресурси

1. Боярищева Т.В., Гудивок Т.В., Погоріляк. О.О. Функціональний аналіз. / [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://uzhnu.edu.ua/uk/infocentre/get/3964/>.

2. Константинов О. Ю., Мішура Ю. С., Нестеренко О. Н., Чайковський А. В. Збірник задач з функціонального аналізу. Частина I. / [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://mechmat.univ.kiev.ua/ua/study/library/funk\\_zad\\_1.pdf/](http://mechmat.univ.kiev.ua/ua/study/library/funk_zad_1.pdf/).

3. Ус С.А.. Функціональний аналіз. / [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://ir.nmu.org.ua/bitstream/handle/123456789/3496/CD266.pdf?sequence=1&isAllowed=y/>.