

**Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та
природокористування
Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та
обчислювальної техніки
Кафедра прикладної математики**

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної,
методичної та виховної роботи

_____ О.А. Лагоднюк
“___” _____ 2019 р.

04-01-38

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
Program of the Discipline**

**Диференціальні рівняння
Differential equations**

*спеціальність 113 „Прикладна математика”
specialty 113 „Applied mathematics”*

Рівне – 2019

Робоча програма „Диференціальні рівняння” для студентів, які навчаються за спеціальністю 113 „Прикладна математика”. – Рівне: НУВГП, 2019. – 16 с.

Розробник:

Гладун Любомир Володимирович, к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри прикладної математики.

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики

Протокол від «28» серпня 2019 року № 16

Завідувач кафедри _____ П.М.Мартинюк

Схвалено науково-методичною комісією за спеціальністю 113 „Прикладна математика”

Протокол від «30» серпня 2019 року № 8

Голова науково-методичної комісії _____ П.М.Мартинюк

ВСТУП

Програма нормативної навчальної дисципліни „Диференціальні рівняння” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності „Прикладна математика”.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є явні та неявні звичайні диференціальні рівняння першого та вищих порядків, а також лінійні системи диференціальних рівнянь.

Міждисциплінарні зв'язки: дисципліна „ Диференціальні рівняння” є складовою блоку нормативних навчальних дисциплін (фундаментальної підготовки) для підготовки студентів за спеціальністю „Прикладна математика”. Вивчення курсу передбачає наявність систематичних та ґрунтовних знань із суміжних курсів – „Математичний аналіз”, „Алгебра та геометрія”, „Дискретна математика”.

Програма передбачає цілеспрямовану роботу над вивченням спеціальної літератури, активну участь на лекціях та під час практичних занять, самостійну роботу.

Анотація

Математичні моделі різноманітних процесів та явищ, в яких присутні елементи руху (відбуваються зміни з часом), майже завжди містять рівняння відносно невідомої функції та її похідних, тобто диференціальні рівняння. Останні можуть використовуватись для розв'язання різноманітних прикладних задач з різних галузей знань та при вивченні таких дисциплін: „Математичне моделювання”, „Методи оптимізації та дослідження операцій”, „Методи обчислень”, „Рівняння математичної фізики”, „Теорія керування”.

Ключові слова: диференціальне рівняння, лінійні рівняння, рівняння Бернуллі, рівняння Клеро, , системи диференціальних рівнянь.

Abstract

Mathematical models of various processes and phenomena in which there are elements of motion (changes occur in the course of

time) almost always contain equations concerning unknown function and its derivatives, that is, differential equations. The latter can be used to solve various applied problems relative to different fields of knowledge and in the study of the following disciplines: "Mathematical modelling", "Optimization and operations research methods", "Computing methods", "Equations of mathematical physics", "Control theory".

Key words: differential equation, linear equations, Bernoulli's equation, Clairaut equation, differential equations systems.

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів – 5,5	Галузь знань: 11 „Математика та статистика”	Нормативна
Модулів – 3	Спеціальність: 113 „Прикладна математика”	Рік підготовки:
Змістових модулів – 4		2-й
Загальна кількість годин – 165		Семестри
		4-й
		Лекції
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3 самостійної роботи студента – 5	Рівень вищої освіти: бакалавр	28 год.
		Практичні
		38 год.
		Самостійна робота
		99 год.
		Індивідуальні завдання: –
		Форми контролю: іспит (4-й семестр)

Примітка.

Співвідношення кількості аудиторних занять, самостійної та індивідуальної роботи студентів в процентах до загальної кількості годин складає 40% до 60%.

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: Вивчити основні типи звичайних диференціальних рівнянь.

Завдання: Засвоїти основні методи розв'язування звичайних диференціальних рівнянь.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

знати методи розв'язування явних та неявних диференціальних рівнянь першого та вищих порядків, лінійних однорідних та неоднорідних систем диференціальних рівнянь;

вміти встановити тип диференціального рівняння.

3. Програма навчальної дисципліни

Модуль 1

Змістовий модуль 1. Диференціальні рівняння першого порядку

Вступ. Предмет та методи теорії диференціальних рівнянь. Основні поняття та означення.

Тема 1. Найпростіші диференціальні рівняння.

Неповні рівняння першого порядку. Рівняння з відокремленими змінними. Рівняння з відокремлюваними змінними. Метод відокремлення змінних. Рівняння вигляду $y' = f(ax + by + d)$.

Тема 2. Однорідні диференціальні рівняння.

Поняття однорідної функції. Однорідні диференціальні рівняння. Рівняння, що зводяться до однорідних. Узагальнено-однорідні диференціальні рівняння.

Тема 3. Лінійні рівняння першого порядку.

Лінійні однорідні рівняння. Лінійні неоднорідні рівняння. Метод варіації сталої. Рівняння Бернуллі та Ріккаті.

Тема 4. Рівняння в повних диференціалах.

Повний диференціал функції. Рівняння в повних диференціалах. Інтегрувальний множник.

Тема 5. Неявні рівняння першого порядку.

Неявні рівняння $F(y') = 0$, $F(x, y') = 0$ та $F(x, y, y') = 0$. Загальний метод параметризації неявних диференціальних рівнянь. Рівняння Клеро та Лагранжа.

Тема 6. Асимптотичні методи розв'язування диференціальних рівнянь.

Регулярний метод степеневих рядів. Сингулярний метод степеневих рядів. Метод тригонометричних рядів.

Модуль 2

Змістовий модуль 2. Диференціальні рівняння вищих порядків

Тема 7. Нормальні рівняння вищих порядків.

Рівняння вигляду $y^{(m)} = f(x)$. Рівняння вигляду $y^{(m)} = f(y^{(m-1)})$. Рівняння вигляду $y^{(m)} = f(y^{(m-2)})$.

Тема 8. Пониження порядку рівнянь.

Рівняння вигляду $y^{(m)} = f(x, y^{(k)}, \dots, y^{(m-1)})$. Рівняння вигляду $y^{(m)} = f(y, y', \dots, y^{(m-1)})$. Автономні рівняння. Рівняння, які однорідні відносно функції та її диференціалів.

Тема 9. Неявні рівняння вищих порядків.

Неявні рівняння, що залежать лише від $y^{(m)}$ та $y^{(m-1)}$. Неявні рівняння, що залежать лише від $y^{(m)}$ та $y^{(m-2)}$.

Змістовий модуль 3. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків

Тема 10. Задача Коші для диференціальних рівнянь.

Постановка задачі Коші. Ламані Ейлера. Теорема існування та єдності розв'язку задачі Коші.

Тема 11. Лінійні однорідні диференціальні рівняння вищих порядків зі сталими коефіцієнтами.

Лінійні однорідні рівняння та властивості їх розв'язків. Теорема про загальний розв'язок. Характеристичне рівняння. Розв'язування лінійних однорідних рівнянь.

Тема 12. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків зі сталими коефіцієнтами.

Лінійні неоднорідні рівняння та властивості їх розв'язків. Теорема про загальний розв'язок. Розв'язування лінійних неоднорідних рівнянь методом невизначених коефіцієнтів. Рівняння Ейлера та Лагранжа.

Модуль 3

Змістовий модуль 4. Лінійні системи диференціальних рівнянь першого порядку

Тема 13. Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь першого порядку зі сталими коефіцієнтами.

Лінійні однорідні системи та властивості їх розв'язків. Теорема про загальний розв'язок. Розв'язування лінійних однорідних систем.

Тема 14. Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь першого порядку зі сталими коефіцієнтами.

Лінійні неоднорідні системи та властивості їх розв'язків. Теорема про загальний розв'язок. Розв'язування неоднорідних систем методом невизначених коефіцієнтів.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Усього	денна форма				
		у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1						
Змістовий модуль 1. Диференціальні рівняння першого порядку						
<i>Вступ</i>	1	1				
Тема 1. Найпростіші диференціальні рівняння	10	2	4			6
Тема 2. Однорідні диференціальні рівняння	9	1	2			6
Тема 3. Лінійні рівняння першого порядку	12	2	2			6
Тема 4. Рівняння в повних диференціалах	12	2	2			6
Тема 5. Неявні рівняння першого порядку	12	2	2			10
Тема 6. Асимптотичні методи розв'язування диференціальних рівнянь	12	2				10
Разом за змістовим модулем 1	68	12	12			44
Модуль 2						
Змістовий модуль 2. Диференціальні рівняння вищих порядків						
Тема 7. Нормальні рівняння вищих порядків	10	2	4			5
Тема 8. Пониження порядку рівнянь	12	2	2			7

Тема 9. Неявні рівняння вищих порядків	12	2	4			6
Разом за змістовим модулем 2	34	6	10			18
Змістовий модуль 3. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків						
Тема 10. Задача Коші для диференціальних рівнянь	7	2				5
Тема 11. Лінійні однорідні диференціальні рівняння вищих порядків зі сталими коефіцієнтами	9	2	3			4
Тема 12. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків зі сталими коефіцієнтами	14	2	5			7
Разом за змістовим модулем 3	30	6	8			16
Модуль 3						
Змістовий модуль 4. Лінійні системи диференціальних рівнянь першого порядку.						
Тема 13. Лінійні однорідні системи диференціальних рівнянь першого порядку зі сталими коефіцієнтами	15	2	4			9
Тема 14. Лінійні неоднорідні системи диференціальних рівнянь першого порядку зі сталими коефіцієнтами	18	2	4			12
Разом за змістовим модулем 4	33	4	8			21
Разом	165	28	38			99

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	2	3
1.	Неповні рівняння першого порядку	2
2.	Рівняння із відокремлюваними змінними	2
3.	Однорідні рівняння	2
4.	Лінійні рівняння першого порядку	2
5.	Рівняння Бернуллі та Рікати	2
6.	Рівняння в повних диференціалах	2
7.	Неявні рівняння першого порядку	2
1.	Рівняння Клеро	2
2.	Рівняння Лагранжа	2
3.	Нормальні рівняння вищих порядків	2
4.	Рівняння, які допускають пониження порядку	2
5.	Рівняння вигляду $f(y^{(m)}, y^{(m-1)}) = 0$	2
6.	Лінійні однорідні рівняння вищих порядків	2
7.	Лінійні неоднорідні рівняння вищих порядків	2
8.	Рівняння Ейлера	2
9.	Лінійні однорідні системи рівнянь	4
10	Лінійні неоднорідні системи рівнянь	4
Разом		38

6. Самостійна робота

Підготовка до аудиторних занять (0,5 год. на 1 год. аудиторних занять) – 33 год.

Підготовка до контрольних заходів (6 год. на 1 кредит) – 33 год.

Опрацювання окремих тем програми або їх частин, які не викладаються на лекціях – 33 год.

Усього – 126 год.

6.1 Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Неявні рівняння першого порядку	3
2.	Асимптотичні методи розв'язування диференціальних рівнянь	7
3.	Задача Коші для диференціальних рівнянь	3
4.	Рівняння вигляду $y^{(m)} = y^{(m-2)}$	5
5.	Неявні рівняння вищих порядків	5
6.	Рівняння Лагранжа	4
7.	Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння вищих порядків зі сталими коефіцієнтами	6
Разом		33

Звіт про самостійну роботу не надається. Вивчення відповідного матеріалу перевіряється під час поточного та підсумкового контролів знань.

7. Методи навчання

Лекції проводяться з використанням технічних засобів навчання і супроводжуються демонстрацією за допомогою кодоскопа лекційного матеріалу та прикладів на прозорих плівках.

Практичні роботи проводяться в аудиторії з виконанням завдань біля дошки та завдань для самостійної роботи.

Проведення контрольних тестувань.

8. Методи контролю

Оцінювання навчальних досягнень студентів за усіма видами навчальних робіт проводиться за *поточним* та *підсумковим* контролюми. Поточний контроль знань студентів з навчальної дисципліни проводиться у письмовій формі. Контрольні завдання за змістовим модулем включають тестові питання трьох рівнів складності.

Контроль самостійної роботи проводиться:

з лекційного матеріалу – шляхом перевірки конспектів;

з практичних робіт – з допомогою перевірки виконаних завдань та шляхом проведення тестувань.

Усі контрольні заходи включено до 100-бальної шкали оцінювання.

У випадку підсумкового контролю у формі заліку сума набраних балів та оцінка за національною шкалою оприлюднюються до початку екзаменаційної сесії у електронному журналі академічної групи.

Підсумковий семестровий контроль знань відбувається на екзамені у письмовій формі. Екзаменаційний білет включає одне теоретичне питання та дві задачі.

Основними критеріями, що характеризують рівень компетентності студента при оцінюванні результатів поточного та підсумкового контролів з навчальної дисципліни „Диференціальні рівняння”, є:

- виконання всіх видів навчальної роботи, що передбачені робочою програмою навчальної дисципліни;
- глибина і характер знань навчального матеріалу за змістом навчальної дисципліни.

9. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне тестування та самостійна робота					
Змістовий модуль 1					
30					
T1	T2	T3	T4	T5	T6
5	4	6	4	6	5

T1, T2, ..., T6 – теми змістового модуля.

Поточне тестування та самостійна робота								Підсумковий контроль (екзамен)	Сума
Змістовий модуль 2			Змістовий модуль 3			Змістовий модуль 4		40	100
10			10			10			
T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14		
3	4	3	3	3	4	5	5		

T7, T8, ..., T14 – теми змістових модулів.

Результати навчання в екзаменаційній відомості просявляються за двома шкалами – 100-бальною та національною. Позитивні оцінки виставляються тільки тим студентам, які виконали всі види навчальної роботи, передбачені робочою програмою навчальної дисципліни, і набрали за результатами поточного та підсумкового контролів не менше 60 балів.

Конвертація 100-бальної шкали у 4-бальну здійснюється за наступною таблицею.

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою	
	для заліку	для екзамену
90–100	зараховано	відмінно
82–89		добре
74–81		задовільно
64–73		
60–63		
35–59	не зараховано з можливістю повторного складання	незадовільно з можливістю повторного складання
0–34	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Методичне забезпечення

Методичне забезпечення навчальної дисципліни „Диференціальні рівняння” включає:

1. Опорний конспект лекцій (*в електронному і паперовому носіях*) по всіх темах курсу, у тому числі і для самостійного вивчення.

2. Гладун Л.В. Методичні вказівки для виконання практичних робіт з дисципліни «Диференціальні рівняння» для студентів спеціальностей 113 «Прикладна математика» та 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології» денної форми

навчання. Частина 1. / Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://ep3.nuwm.edu.ua/view/shufr/04-01-10.html>.

3. Гладун Л.В. Методичні вказівки для виконання практичних робіт з дисципліни «Диференціальні рівняння» для студентів спеціальностей 113 «Прикладна математика» та 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології» денної форми навчання. Частина 2. / Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://ep3.nuwm.edu.ua/view/shufr/04-01-11.html>.

4. Гладун Л.В. Методичні вказівки для виконання практичних робіт з дисципліни «Диференціальні рівняння» для студентів спеціальностей 113 «Прикладна математика» та 122 «Комп'ютерні науки та інформаційні технології» денної форми навчання. Частина 3. / Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://ep3.nuwm.edu.ua/view/shufr/04-01-12.html>.

11. Рекомендована література

Базова

1. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. - К.: Либідь, 2003.-600 с.

2. Головатий Ю.Д., Кирилич В.М., Лавренюк С.П. Диференціальні рівняння. -Львів: ЛНУ, 2011.-470 с.

Допоміжна

1. Ляшко І.І., Боярчук О.К., Гай Я.Г., Калайда О.Ф. Диференціальні рівняння.-Київ: Вища школа, 1981.-504 с.

2. Стрижак Т.Г., Коновалова Н.Р., Диференціальні рівняння.- К.: Либідь, 1994. – 311 с.

12. Інформаційні ресурси

1. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах. / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.twirpx.com/file/1405818/>.

2. Гаращенко Ф.Г., Матвієнко В.Т. Диференціальні рівняння. / [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://unicyb.kiev.ua/Library/DE/DE2/index.htm> /.