

Міністерство освіти і науки України  
Національний університет водного господарства та природокористування  
Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики  
та обчислювальної техніки  
Кафедра прикладної математики

**"ЗАТВЕРДЖУЮ"**

Проректор з науково-педагогічної,  
методичної та виховної роботи

О.А. Лагоднюк

" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2019 р.

**04-01-51**

***РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ***  
**Program of the Discipline**

**Методи обчислень**  
Methods of calculation

Спеціальність – 113 «Прикладна математика»  
Specialty – 113 «Applied Mathematics»

Рівне – 2019

Робоча програма "Методи обчислень" для студентів, які навчаються за спеціальностями 113 «Прикладна математика». – Рівне: НУВГП, 2019. – 12 с.

Розробники:

Ярощак Сергій Вікторович, к.т.н., доцент кафедри прикладної математики

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики

Протокол від “28” серпня 2019 року № 16

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ Мартинюк П.М.

Схвалено науково-методичною комісією за спеціальністю 113 «Прикладна математика»

Протокол від “30” серпня 2019 року № 8

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ П. М. Мартинюк

© Ярощак С.В., 2019 рік

© НУВГП, 2019 рік

## ВСТУП

Програма дисципліни «Методи обчислень» відноситься до дисциплін фахової підготовки, складена відповідно до освітньої програми спеціальності «Прикладна математика». Дисципліни, що передують вивченню зазначеної дисципліни: «Математичний аналіз», «Алгебра і геометрія», «Програмування». Дисципліни, що вивчаються супутньо із зазначеною дисципліною: «Диференціальні рівняння», «Програмування».

## Анотація

Більшість важливих задач математичного аналізу, геометрії, математичної фізики і техніки зводяться до диференціальних, інтегральних і інтегро-диференціальних рівнянь, є нерозв'язними в скінченному вигляді чи в квадратурах. В зв'язку з чим виникла потреба в застосуванні наближених методів розв'язання відповідних задач. Вироблення навиків застосування цих методів на практиці – є ключовим завданням дисципліни "Методи обчислень". Під час вивчення даної дисципліни студенти здобудуть знання, які допоможуть застосовувати сучасні розробки в напрямку моделювання процесів та систем, що застосовуються в різних сферах діяльності.

Ключові слова: Методи обчислень; ітераційні методи; чисельне диференціювання; чисельне інтегрування; наближений розв'язок.

## Abstract

Most of the important tasks of mathematical analysis, geometry, mathematical physics and technology are reduced to differential, integral and integro-differential equations, are unsolvable in finite form or in quadratures. In connection with this, there was a need for the application of approximate methods for solving the corresponding problems. Developing the skills of applying these methods in practice is a key task of the discipline "Methods of calculation". During the study of this discipline, students will gain knowledge that will help to apply modern developments in the direction of modeling processes and systems used in various fields of activity.

Keywords: methods of calculations; iterative methods; numerical differentiation; numerical integration; approximate solution.

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	
Кількість кредитів – 7	11 Математика та статистика	<i>Нормативна</i>	
	113 «Прикладна математика»		
Модулів – 2	–	<b>Рік підготовки:</b>	
Змістових модулів – 4		2-й	
Індивідуальне науково-дослідне завдання: –		<b>Семестри</b>	
Загальна кількість годин – 210		3-й	4-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 2 Самостійної роботи студента – 5	Рівень вищої освіти: <b>бакалавр</b>	<b>Лекції</b>	
		12 год.	30 год.
		<b>Практичні, семінарські</b>	
		-	
		<b>Лабораторні</b>	
		12 год.	30 год.
		<b>Самостійна робота</b>	
		36 год.	90 год.
		<b>Індивідуальні завдання:</b>	
		-	
<b>Вид контролю:</b>			
<b>залік</b>	<b>екзамен</b>		

### Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить:

для денної форми навчання – 40% до 60%.

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета:** оволодіння класичними та сучасними методами обчислень для розв'язування прикладних задач, що виникають у інженерній практиці.

**Завдання:** сформувати у студентів знання теорії методів обчислень і формування навиків їх застосування до розв'язання практичних задач; вміння вибрати відповідний метод розв'язування задачі; записати алгоритм розв'язування задачі та здійснити його комп'ютерну реалізацію; провести аналіз отриманих результатів. Підготувати студентів до використання отриманих знань і навиків у вивченні спеціальних предметів та розв'язуванні практичних задач.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

1. Основні методи чисельного розв'язання задач обчислювальної математики.
2. Вимоги до постановки задач методів обчислень.
3. Призначення на застосування основних методів обчислень.
4. Переваги та недоліки методів обчислень.
5. Властивості збіжності та стійкості методів обчислень.

**вміти:**

1. Володіти математичним апаратом методів обчислень.
2. Самостійно вибрати і обґрунтувати раціональний метод розв'язування поставленої задачі.
3. Використовувати методи обчислень при розв'язуванні прикладних задач.
4. Створювати прикладне програмне забезпечення з використанням методів обчислень.
5. Аналізувати точність отриманого результату.

## 3. Програма навчальної дисципліни

МОДУЛЬ 1 (3-й семестр)

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1

Методи лінійної алгебри

**Тема 1. Предмет, задачі та методи обчислювальної математики**

Предмет та задачі обчислювальної математики. Методи обчислювальної математики. Основні джерела похибок та їх класифікація.

**Тема 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) та методи їх розв'язування**

Представлення лінійної алгебраїчної системи в матричній формі. Методи розв'язання СЛАР. Прямі методи розв'язання СЛАР. Метод Гауса класичний, модифікований. Метод Жордана-Гауса. Стійкість та точність прямих методів.

**Тема 3. Методи факторизації матриць розв'язання СЛАР**

Метод LU-факторизації. Метод QR-факторизації. Розклад симетричної додатньо-визначної матриці на трикутні. Метод квадратних коренів (Холецького).

**Тема 4. Векторні та матричні норми. Обумовленість СЛАР**

Векторні та матричні норми. Обумовленість СЛАР. Число обумовленості матриці та його властивості. Приклади.

**Тема 5. Методи розв'язування повних матричних проблем на власні значення**

Обчислення власних значень та власних векторів матриць. Ортогональність векторів та унітарність матриць. Матриці відбиття та обертання в повній проблемі власних значень матриць. Алгоритм методу відображення-відбиття. Алгоритм методу обертання.

## ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2

**Ітераційні методи розв'язування задач лінійної та нелінійної алгебри**

**Тема 6. Методи обчислень СЛАР з трьохдіагональними матрицями**

Задачі, що приводять до систем з трьохдіагональними матрицям. Метод прогонки розв'язування лінійних алгебраїчних систем з трьохдіагональною матрицею. Умови стійкості методу.

**Тема 7. Ітераційні методи розв'язування СЛАР**

Побудова ітераційних методів у загальному випадку. Метод простих ітерацій (Якобі). Метод покращених ітерацій (Зейделя). Метод верхньої релаксації. Достатні умови збіжності ітераційних методів.

**Тема 8. Методи розв'язування нелінійних рівнянь**

Концепція методів розв'язування нелінійних рівнянь з однією змінною. Відокремлення коренів. Метод хорд (січних). Метод дотичних (Ньютона). Комбінований метод хорд та дотичних. Геометрична інтерпретація методу хорд та методу дотичних.

**Тема 9. Методи розв'язування систем нелінійних рівнянь**

Наближене розв'язування систем нелінійних рівнянь. Метод простих ітерацій. Метод Ньютона. Нелінійні методи Якобі та Зейделя. Достатні умови збіжності методів.

## МОДУЛЬ 2 (4-й семестр)

### ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3

#### Методи наближення функції

**Тема 10. Основні поняття апроксимації функції**

Поняття про наближення (апроксимації) функції. Практичні задачі апроксимації функцій. Поняття інтерполяції. Інтерполяційна функція та вузли інтерполяції. Табуляція функцій. Похибка та крок інтерполяції.

**Тема 11. Наближення функцій багаточленами**

Наближення функцій багаточленами. Багаточлени Тейлора. Обчислення значень багаточлена за схемою Горнера.

**Тема 12. Інтерполяційні багаточлени та їх використання для розв'язання задач апроксимації функцій**

Постановка задачі інтерполяції. Способи інтерполяції. Лінійна та квадратична інтерполяція. Інтерполяційний багаточлен Лагранжа. Інтерполяційна схема Бйткіна. Похибка інтерполяції. Оцінка максимальної похибки інтерполяції. Порівняння багаточленів Лагранжа і Тейлора.

**Тема 13. Інтерполяційні багаточлени Ньютона**

Розділені різниці та їх властивості. Скінченні різниці. Інтерполяційні багаточлени Ньютона: перша та друга інтерполяційні формули. Побудова інтерполяційного

багаточлена Ньютона в розділених різницях. Точність інтерполяції. Використання інтерполяційних формул для задачі екстраполяції.

**Тема 14. Сплайн-інтерполяція**

Сплайни. Інтерполяційні та згладжуючі сплайни. Алгоритм побудови кубічних сплайнів. Способи задання нахилів інтерполяційного кубічного сплайна.

**Тема 15. Наближення функцій у просторі за допомогою багаточленів**

Середньоквадратичне та рівномірне наближення. Багаточлени найкращого середньоквадратичного наближення. Метод найменших квадратів.

**ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 4**

**Чисельне диференціювання та інтегрування функцій**

**Тема 16. Чисельне диференціювання функцій**

Постановка задачі. Використання інтерполяційних поліномів для побудови формул чисельного диференціювання. Оцінка похибки чисельного диференціювання.

**Тема 17. Чисельне інтегрування функцій**

Задача чисельного інтегрування. Побудова квадратурних формул. Квадратурні прямокутників, трапецій, парабол (Сімпсона). Квадратурні формули Ньютона-Котеса та Гауса. Оцінка похибки чисельного інтегрування.

**Тема 18. Розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь**

Класифікація наближених методів розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь. Метод Ейлера та його модифікації. Метод Рунге-Кутта. Збіжність та оцінка похибки наближених методів. Багатокрокові методи.

**Тема 19. Методи розв'язування крайових задач**

Крайова задача для звичайних диференціальних рівнянь. Метод скінченних різниць. Точність, стійкість та збіжність різницевих схем. Інтегро-інтерполяційний метод побудови різницевих схем. Основні ідеї методу скінченних елементів.

**4. Структура навчальної дисципліни**

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	усього	денна форма				
		у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
<b>Модуль 1</b>						
<b>Змістовий модуль 1. Методи лінійної алгебри</b>						
<i>Тема 1. Предмет, задачі та методи обчислювальної математики</i>	3	1				2
<i>Тема 2. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) та методи їх розв'язування</i>	7	1		2		4
<i>Тема 3. Методи факторизації матриць розв'язання СЛАР</i>	6	1		1		4
<i>Тема 4. Векторні та матричні норми. Обумовленість СЛАР</i>	7	2		1		4

<i>Тема 5. Методи розв'язування повних матричних проблем на власні значення</i>	7	1		2		4
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>30</b>	<b>6</b>		<b>6</b>		<b>18</b>
<b>Змістовий модуль 2. Ітераційні методи розв'язування задач лінійної та нелінійної алгебри</b>						
<i>Тема 6. Методи обчислень СЛАР з трьохдіагональними матрицями</i>	7	2		1		4
<i>Тема 7. Ітераційні методи розв'язування СЛАР</i>	8	2		2		4
<i>Тема 8. Методи розв'язування нелінійних рівнянь</i>	8	1		2		5
<i>Тема 9. Методи розв'язування систем нелінійних рівнянь</i>	7	1		1		5
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>30</b>	<b>6</b>		<b>6</b>		<b>18</b>
<b>Разом за 3-й семестр</b>	<b>60</b>	<b>12</b>		<b>12</b>		<b>36</b>
<b>Модуль 2</b>						
<b>Змістовий модуль 3. Методи наближення функції</b>						
<i>Тема 10. Основні поняття апроксимації функцій</i>	6	2				4
<i>Тема 11. Наближення функцій багаточленами</i>	10	2				8
<i>Тема 12. Інтерполяційні багаточлени та їх використання для розв'язання задач апроксимації функцій</i>	16	4		4		8
<i>Тема 13. Інтерполяційні багаточлени Ньютона</i>	16	4		4		8
<i>Тема 14. Сплайн-інтерполяція</i>	16	4		4		8
<i>Тема 15. Наближення функцій у просторі за допомогою багаточленів</i>	13	2		2		9
<b>Разом за змістовим модулем 3</b>	<b>77</b>	<b>18</b>		<b>14</b>		<b>45</b>
<b>Змістовий модуль 4. Чисельне диференціювання та інтегрування функцій</b>						
<i>Тема 16. Чисельне диференціювання функцій</i>	17	2		4		11
<i>Тема 17. Чисельне інтегрування функцій</i>	16	2		4		10
<i>Тема 18. Розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь</i>	20	4		4		12
<i>Тема 19. Методи розв'язування крайових задач</i>	20	4		4		12
<b>Разом за змістовим модулем 4</b>	<b>73</b>	<b>12</b>		<b>16</b>		<b>45</b>
<b>Разом за 4-й семестр</b>	<b>150</b>	<b>30</b>		<b>30</b>		<b>90</b>

Усього годин	210	42	42	126
--------------	-----	----	----	-----

### 5. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	2	3
1.	Метод Гауса (класичний, модифікований) розв'язування СЛАР. Метод Жордана-Гауса	2
2.	Методи факторизації. Метод LU-розкладу. Метод квадратних коренів	2
3.	СЛАР з трьохдіагональними матрицями. Метод прогонки	2
4.	Ітераційні методи розв'язування СЛАР: метод Якобі, метод Зейделя	2
5.	Наближені методи розв'язування нелінійних рівнянь: простої ітерації, Ньютона (дотичних), комбінований метод хорд та дотичних.	2
6.	Наближені методи розв'язування рівнянь нелінійних систем: метод простої ітерації, метод Ньютона.	2
	Разом за 3-й семестр	12
7.	Апроксимація функцій. Локальна інтерполяція	2
8.	Інтерполяційний багаточлен Лагранжа. Інтерполяційна схема Ейткіна	4
9.	Інтерполювання за Ньютоном. Перша та друга інтерполяційна формула Ньютона	4
10.	Інтерполяційні кубічні сплайни	4
11.	Чисельне диференціювання функцій	4
12.	Чисельне інтегрування функцій	4
13.	Наближені методи розв'язування задачі Коші	4
14.	Метод скінченних різниць для розв'язування крайових задач	4
	Всього за 4-й семестр	30
	Всього за курс	42

### 6. Самостійна робота

#### 3-й семестр

№з/п	Назва теми	К-ть год. сам. роботи
1	<i>Метод QR-факторизації розв'язання СЛАР</i>	4
2	<i>Матриці відбиття та обернання в повній проблемі власних значень матриць</i>	4
3	<i>Алгоритм методу обернання</i>	4
4	<i>Метод верхньої релаксації</i>	2
5	<i>Задачі, що приводять до систем з трьохдіагональними матрицям</i>	2
6	<i>Концепція методів розв'язування нелінійних рівнянь з</i>	4

	<i>однією змінною</i>	
7	<i>Нелінійні методи Якобі та Зейделя</i>	4
<b>Загальна кількість годин</b>		<b>24</b>

#### 4-й семестр

№з/п	Назва теми	К-ть год. сам. роботи
1	<i>Наближення функцій багаточленами</i>	6
2	<i>Інтегро-інтерполяційний метод побудови різницевих схем</i>	6
3	<i>Інтерполяційні сплайни</i>	6
<b>Загальна кількість годин</b>		<b>18</b>

### 7. Методи навчання

1. Лекції проводяться з використанням технічних засобів навчання і супроводжуються демонстрацією презентацій за допомогою відеопроєктора.
2. Лабораторні роботи проводяться в комп'ютерному класі з використанням роздаткового матеріалу та методичних вказівок.
3. Проведення контрольних тестувань.

### 8. Методи контролю

Оцінювання навчальних досягнень студентів за усіма видами навчальних робіт проводиться за *поточним* та *підсумковим* контролюми. Поточний контроль знань студентів з навчальної дисципліни проводиться через усне опитування під час захисту лабораторних робіт. Контрольні завдання за змістовим модулем включають питання трьох рівнів складності.

Контроль самостійної роботи проводиться:

з лекційного матеріалу – шляхом перевірки конспектів;

з лабораторних робіт – з допомогою перевірки виконаних завдань та теоретичної підготовки до занять.

Усі контрольні заходи включено до 100-бальної шкали оцінювання.

Підсумковий семестровий контроль знань відбувається на екзамені у письмовій формі. Екзаменаційний білет включає теоретичні питання та дві задачі.

Основними критеріями, що характеризують рівень компетентності студента при оцінюванні результатів поточного та підсумкового контролів з навчальної дисципліни «Методи обчислень», є:

- виконання всіх видів навчальної роботи, що передбачені робочою програмою навчальної дисципліни;
- глибина і характер знань навчального матеріалу за змістом навчальної дисципліни;
- характер відповідей на поставлені питання (чіткість, лаконічність, логічність, послідовність тощо);
- обґрунтування вибору методу для розв'язання задач;
- рівень вміння аналізувати одержані результати.

Оцінювання результатів усіх форм контролю передбачено у 100-бальній шкалі.

Критерії оцінювання результатів поточної роботи (завдань, що виконуються на практичних заняттях, результати самостійної роботи студентів) проводиться у % від кількості балів, виділених на завдання, із заокругленням до цілого числа:

0% – завдання не виконано;

40% – завдання виконано частково та містить суттєві помилки методичного або розрахункового характеру;

60% – завдання виконано повністю, але містить суттєві помилки у розрахунках або в методиці;

80% – завдання виконано повністю і вчасно, проте містить окремі несуттєві недоліки (розмірності, висновки, оформлення тощо);

100% – завдання виконано правильно, вчасно і без зауважень.

### 9. Розподіл балів, які отримують студенти 3-й семестр

Модуль 1. Поточне тестування та СРС									Сума
Змістовий модуль 1					Змістовий модуль 2				100
60					40				
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	
10	10	10	10	15	10	10	10	15	

T1, T2...T9 – теми змістових модулів.

### 4-й семестр

Модуль 2. Поточне тестування та СРС										Підсумков. контроль	Загальна кількість балів
Змістовий модуль 3						Змістовий модуль 4				40	100
40						20					
T10	T11	T12	T13	T14	T15	T16	T17	T18	T19		
6	6	6	6	6	6	6	6	6	6		

T10, T11...T19 – теми змістових модулів.

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

У випадку підсумкового контролю у формі заліку сума набраних балів та оцінка за 4-бальною шкалою оприлюднюються до початку екзаменаційної сесії у електронному журналі академічної групи. У екзаменаційній відомості результати навчання проставляються за двома шкалами – 100-бальною та національною. Позитивні оцінки виставляються тільки тим студентам, які виконали всі види навчальної роботи, передбачені робочою програмою навчальної дисципліни, і набрали за результатами поточного та підсумкового контролів не менше 60 балів.

Конвертація 100-бальної шкали у 4-бальну здійснюється за наступною таблицею:

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою	
	для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	відмінно	зараховано
82-89	добре	
74-81		
64-73	задовільно	
60-63		
35-59	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

### 10. Методичне забезпечення

1. Катерина Є.І. Практикум з числових методів: Навч. посіб. – Рівне: НУВГП, 2008. – 144 с.

### 11. Рекомендована література

#### Базова

1. Гаврилюк І. П. Методи обчислень. Підручник. / І. П. Гаврилюк, В. Л. Макаров. – Київ: «Вища школа», 1995. – 367 с.
2. Григоренко Я. М. Обчислювальні методи в задачах прикладної математики: Навч. посібник / Я. М. Григоренко, Н. Д. Панкратова. – Київ: «Либідь», 1995. – 280 с.
3. Демидович Б.П. Основы вычислительной математики / Б. П. Демидович, И.А. Марон. – М.: Физматгиз, 1960. – 659 с.
4. Самарский А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука, 1989. – 432 с.

#### Допоміжна

1. Фельдман Л. П. Чисельні методи в інформатиці. Підручник / Л. П. Фельдман, А. І. Петренко, О. А. Дмитрієва. – Київ: Видавн. група ВНУ, 2006. – 480 с.
2. Шахно С. М. Практикум з чисельних методів. Навч. Посібник / С. М. Шахно, А. Т. Дудикевич, С. М. Левицька. – Л.: ЛНУ ім. І. Франка, 2013. – 431 с.
3. Калиткин Н. Н. Численные методы / Н. Н. Калиткин. – М.: Наука, 1978. – 512 с.
4. Крылов В.Н. Вычислительные методы / В. Н. Крылов, В. В. Бобков, П. Н. Монастырний. – М.: Наука, 1982. – 585 с.
5. Освітньо-кваліфікаційна характеристика підготовки бакалавра за напрямом підготовки 6.040301 «Прикладна математика». Рівне: НУВГП, 2015р.