

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та природокористування
Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики
та обчислювальної техніки
Кафедра прикладної математики

"ЗАТВЕРДЖУЮ"

Проректор з науково-педагогічної,
методичної та виховної роботи

_____ О.А. Лагоднюк
" ____ " _____ 2019 р.

04-01-48

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
Program of the Discipline

Чисельні методи математичної фізики
Numerical methods of mathematical physics

спеціальність	113 “Прикладна математика”
specialty	113 “Applied mathematics”

Рівне – 2019

Робоча програма «Чисельні методи математичної фізики» для студентів, які навчаються за спеціальністю 113 “Прикладна математика”. Рівне: НУВГП, 2019. 12 с.

Розробник:

Остапчук Оксана Петрівна, к.т.н., доцент кафедри прикладної математики

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики

Протокол від «28» серпня 2019 року № 16

Завідувач кафедри _____ П.М. Мартинюк

Схвалено науково-методичною комісією за спеціальністю 113 “Прикладна математика”

Протокол від «30» серпня 2019 року № 8

Голова науково-методичної комісії _____ П.М. Мартинюк

ВСТУП

Програма нормативної навчальної дисципліни «Чисельні методи математичної фізики» складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності “Прикладна математика”.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є чисельні методи розв’язання крайових задач для диференціальних рівнянь в частинних похідних.

Міждисциплінарні зв’язки: дисципліна є складовою частиною блоку фахової підготовки та відноситься до навчальних дисциплін циклу професійної підготовки студентів за спеціальністю “Прикладна математика”. Вивчення курсу передбачає наявність систематичних та ґрунтовних знань із курсів – «Рівняння математичної фізики», «Програмування», «Функціональний аналіз» та є базою для вивчення таких дисциплін як «Математичне моделювання», «Математичне моделювання природних і техногенних систем».

Вимоги до знань та умінь визначаються галузевими стандартами вищої освіти України.

Анотація

Розв’язування багатьох інженерно-технічних і наукових задач зводиться до розв’язування крайових задач для диференціальних рівнянь в частинних похідних, зокрема – для рівнянь математичної фізики. Тому виникла необхідність у застосуванні чисельних методів розв’язання відповідних задач. Отримання навиків застосування цих методів на практиці – є ключовим завданням дисципліни "Чисельні методи математичної фізики". Під час вивчення даної дисципліни студенти здобудуть знання, які допоможуть застосовувати сучасні розробки в напрямку моделювання процесів та систем, що застосовуються в різних сферах діяльності.

Ключові слова: математична модель, крайова задача, апроксимація, різницевий метод, різницева схема, метод прогонки.

Abstract

Solving many engineering, technical and scientific problems is to solve the boundary value problems for differential equations in partial derivatives, in particular - for mathematical physics equations. Therefore, it became necessary to apply numerical methods for solving the corresponding problems. Obtaining skills in applying these methods in practice is a key task of the discipline "Numerical methods of mathematical physics". During the study of this discipline, students will gain knowledge that will help apply modern developments in the direction of modeling processes and systems used in various fields of activity.

Keywords: mathematical model, boundary value problem, approximation, difference method, difference scheme, elimination method.

1. Опис предмета навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів – 5	Галузь знань 11 Математика та статистика	Нормативна
Модулів – 2	Спеціальність 113 Прикладна математика	Рік підготовки:
Змістових модулів – 2		3-й
Індивідуальне науково-дослідне завдання: –		Семестри
Загальна кількість годин – 150		6-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3,8 Самостійної роботи студента – 5,6	Рівень вищої освіти: бакалавр	Лекції
		30 год.
		Практичні, семінарські
		-
		Лабораторні
		30 год.
		Самостійна робота
90 год.		
Індивідуальні завдання:	-	
	Вид контролю: іспит	

Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної та індивідуальної роботи становить (%):

для денної форми навчання – **40%** до **60 %**.

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: формування у студентів теоретичних і практичних навиків розв'язування крайових задач математичної фізики чисельними методами з використанням сучасних засобів обчислювальної техніки.

Завдання: вивчити методику і прийоми побудови різницевих схем для основних типів крайових задач математичної фізики; оволодіти методикою варіаційно-різницевих методів розв'язання крайових задач математичної фізики та методу скінчених елементів; вміти застосовувати сучасні пакети прикладних програм та системи програмування для розв'язування крайових задач математичної фізики; вміти адекватно інтерпретувати результати чисельних розв'язків крайових задач.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати: постановки основних типів крайових задач; диференціальні рівняння та їх класифікацію; основи методу скінчених різниць чисельного розв'язування крайових задач математичної фізики; основи теорії різницевих схем.

вміти: будувати різницеві схеми для основних крайових задач математичної фізики і досліджувати їх на стійкість; застосовувати відомі чисельні методи, що реалізують дані різницеві схеми; здійснювати програмну реалізацію даних різницевих схем; ефективно використовувати можливості комп'ютерної техніки та сучасного програмного забезпечення для розв'язування крайових задач математичної фізики.

3. Програма навчальної дисципліни

МОДУЛЬ 1

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1

Розв'язування крайових задач для рівнянь еліптичного та параболічного типів

Вступ. Предмет курсу. Комп'ютерні технології. Методи розв'язування крайових задач математичної фізики. Класифікація чисельних методів.

Тема 1. Основи методу скінчених різниць (сіток)

Основні поняття з теорії різницевих схем: апроксимація, стійкість, збіжність різницевих схем.

Тема 2. Побудова різницевих схем

Методи побудови різницевих схем. Елементи стійкості різницевих схем: принцип максимуму, спектральний метод, метод енергетичних нерівностей. Стійкість двох та трьохшарових різницевих схем.

Тема 3. Різницевий метод розв'язування крайових задач для рівняння еліптичного типу

Різницева схема задачі Діріхле для рівнянь Лапласа та Пуассона. Чисельні методи розв'язування різницевої схеми (Лібмана, Гауса-Зейделя, послідовної верхньої релаксації).

Тема 4. Чисельне розв'язування змішаних крайових задач для рівнянь параболічного типу

Постановка задачі. Чисельне розв'язування змішаної крайової задачі для рівняння теплопровідності. Явна, неявна різницеві схеми. Стійкість різницевих схем.

Тема 5. Різні сімейства різницевих схем для рівняння теплопровідності

Різницеві схеми для рівняння теплопровідності із змінними коефіцієнтами. Різницеві схеми для нелінійного рівняння теплопровідності.

Тема 6. Монотонні різницеві схеми для рівнянь параболічного типу, що містять перші похідні

Монотонна різницева схема для звичайного диференціального рівняння другого порядку, що містить першу похідну. Монотонна різницева схема для параболічного рівняння.

МОДУЛЬ 2

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2

Розв'язування багатовимірних крайових задач

Тема 7. Інтегро-інтерполяційний метод побудови різницевих схем

Методи побудови різницевих схем. Приклади побудови різницевих схем інтегро-інтерполяційним методом.

Тема 8. Різницевий метод розв'язування змішаних крайових задач для рівнянь гіперболічного типу

Постановка задачі. Апроксимація задачі коливання. Побудова явної різницевої схеми крайової задачі для рівняння гіперболічного типу. Стійкість різницевої схеми.

Тема 9. Різницеві методи чисельного розв'язання багатовимірних задач математичної фізики.

Різницева апроксимація багатовимірної задачі. Різницева схема з вагами для двовимірного рівняння теплопровідності. Явна та неявна різницеві схеми, їх стійкість.

Тема 10. Економічні методи розв'язання крайових задач математичної фізики

Економічні методи розв'язання першої крайової задачі для двовимірного рівняння теплопровідності. Канонічний вигляд двохшарових різницевих схем. Повздовжньо-поперечна різницева схема. Стійкість повздовжньо-поперечної різницевої схеми. Локально-одновимірна схема О.А.Самарського. Сумарна апроксимація схеми.

Тема 11. Основи методу скінченних елементів

Основна концепція методу скінченних елементів. Переваги і недоліки методу. Математичні основи методу скінченних елементів. Кусково-визначені базисні функції. Поняття скінченого елемента.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Усього	денна форма				
		у тому числі				
		л	п	лаб.	інд.	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1						
Змістовий модуль 1						
Розв'язування крайових задач для рівнянь еліптичного та параболічного типів						
Вступ.	4	2		-		2
Тема 1. Основи методу скінченних різниць (сіток)	10	2		2		6
Тема 2. Побудова різницевої схем	10	2		2		6
Тема 3. Різницевий метод розв'язування крайових задач для рівняння еліптичного типу	10	2		2		6
Тема 4. Чисельне розв'язування змішаних крайових задач для рівнянь параболічного типу	14	2		4		8
Тема 5. Різні сімейства різницевої схем для рівняння теплопровідності	14	4		2		8
Тема 6. Монотонні різницеві схеми для рівнянь параболічного типу, що містять перші похідні	14	2		4		8
Разом за змістовим модулем 1	76	16		16		44
Модуль 2						
Змістовий модуль 2						
Розв'язування багатовимірних крайових задач						
Тема 7. Інтегро-інтерполяційний метод побудови різницевої схем	12	2		2		8
Тема 8. Різницевий метод розв'язування змішаних крайових задач для рівнянь гіперболічного типу	12	2		2		8
Тема 9. Різницеві методи чисельного розв'язання багатовимірних задач математичної фізики.	14	2		2		10

Тема 10. Економічні методи розв'язання крайових задач математичної фізики	18	4		4		10
Тема 11. Основи методу скінченних елементів	18	4		4		10
Разом за змістовим модулем 2	74	14		14		46
Усього годин	150	30		30		90

5. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Чисельне розв'язування крайової задачі Діріхле для рівняння Лапласа методом скінчених різниць.	2
2.	Чисельне розв'язування змішаної крайової задачі для одновимірного рівняння теплопровідності методом скінчених різниць.	4
3.	Чисельне розв'язування крайової задачі для рівняння теплопровідності зі змінними коефіцієнтами.	2
4.	Чисельне розв'язування крайової задачі для рівняння параболічного типу, що містить перші похідні.	4
5.	Інтегро-інтерполяційний метод побудови різницевих схем.	2
6.	Різницевий метод розв'язування крайових задач для рівнянь гіперболічного типу.	2
7.	Різницевий метод розв'язування багатовимірних нестационарних задач для рівняння теплопровідності.	4
8.	Економічні методи розв'язування багатовимірних нестационарних задач математичної фізики. Повздовжньо-поперечна різницева схема Пісьмена-Речфорда.	4
9.	Економічні методи розв'язування багатовимірних нестационарних задач математичної фізики. Локально-одновимірна схема О.А. Самарського.	2
10.	Розв'язування задачі Діріхле для рівняння Лапласа методом скінченних елементів.	4
	Разом	30

6. Завдання до самостійної роботи

Розподіл годин самостійної роботи для студентів включає наступні пункти:

1. Підготовка до аудиторних занять (0,5 год. на 1 год. аудиторних занять) – 30 год.
2. Підготовка до контрольних заходів (6 год. на 1 кредит) – 30 год.

3. Опрацювання окремих тем програми або їх частин, які не викладаються на лекціях – 30 год.

Розподіл навчального часу на вивчення дисципліни „Чисельні методи математичної фізики”

6.1. Розподіл самостійної роботи студента

Число кредитів ЕСТС	Загальний обсяг дисципліни	Розподіл часу		Частка самостійної роботи, в %
		Аудиторні заняття	Самостійна робота	
5	150	60	90	60

Опрацювання лекційного матеріалу	$0,5 \cdot 30 =$	15 годин
Підготовка до лабораторних робіт	$0,5 \cdot 30 =$	15 годин
Підготовка до екзамену	$6 \cdot 5 =$	30 годин
Всього		60 годин
Резерв		30 годин

6.2. Завдання для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Постановки крайових задач для основних рівнянь математичної фізики еліптичного та параболічного типів.	4
2.	Методи розв’язування задач для рівнянь в частинних похідних.	4
3.	Класифікація крайових задач математичної фізики.	4
4.	Крайові умови та їх види.	4
5.	Методи побудови різницевих схем.	4
6.	Загальні відомості з теорії стійкості різницевих схем. Теорема про стійкість за початковими даними.	5
7.	Кусково-визначені базисні функції і метод скінченних елементів.	5
	Разом	30

Звіт про самостійну роботу не надається. Вивчення відповідного матеріалу перевіряється під час поточного та підсумкового контролів знань.

7. Методи навчання

1. Лекції проводяться з використанням технічних засобів навчання і супроводжуються демонстрацією презентацій за допомогою відеопроєктора.
2. Лабораторні роботи проводяться в комп'ютерному класі з використанням роздаткового матеріалу та методичних вказівок.
3. Проведення контрольних тестувань.

8. Методи контролю

Оцінювання навчальних досягнень студентів за усіма видами навчальних робіт проводиться за *поточним* та *підсумковим* контролюми. Поточний контроль знань студентів з навчальної дисципліни проводиться у письмовій формі та за допомогою тестів. Контрольні завдання включають тестові питання трьох рівнів складності.

Контроль самостійної роботи проводиться:

- з лекційного матеріалу – шляхом перевірки конспектів;
- з лабораторних робіт – за допомогою перевірки виконаних завдань та теоретичної підготовки до занять.

Усі контрольні заходи включено до 100-бальної шкали оцінювання.

Підсумковий семестровий контроль знань відбувається на екзамені у формі тестування. Основними критеріями, що характеризують рівень компетентності студента при оцінюванні результатів поточного та підсумкового контролів з навчальної дисципліни „Чисельні методи математичної фізики”, є:

- виконання всіх видів навчальної роботи, що передбачені робочою програмою навчальної дисципліни;
- глибина і характер знань навчального матеріалу за змістом навчальної дисципліни.
- характер відповідей на поставлені питання (чіткість, лаконічність, логічність, послідовність тощо);
- обґрунтування вибору методу для розв'язання задач;
- рівень вміння аналізувати одержані результати.

Оцінювання результатів усіх форм контролю передбачено у 100-бальній шкалі.

Критерії оцінювання результатів поточної роботи (завдань, що виконуються на практичних заняттях, результати самостійної роботи студентів) проводиться у % від кількості балів, виділених на завдання, із заокругленням до цілого числа:

0% – завдання не виконано;

40% – завдання виконано частково та містить суттєві помилки методичного або розрахункового характеру;

60% – завдання виконано повністю, але містить суттєві помилки у розрахунках або в методиці;

80% – завдання виконано повністю і вчасно, проте містить окремі несуттєві недоліки (розмірності, висновки, оформлення тощо);

100% – завдання виконано правильно, вчасно і без зауважень.

9.1. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне тестування та самостійна робота											Підсумковий тест (екзамен)	Сума
Змістовий модуль 1						Змістовий модуль 2					40	100
32						28						
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11		
4	5	6	6	6	5	5	5	6	5	7		

T1, T2,...,T11 – теми змістових модулів

9.2. Шкала оцінювання

У випадку підсумкового контролю у формі заліку сума набраних балів та оцінка за 4-бальною шкалою оприлюднюються до початку екзаменаційної сесії у електронному журналі академічної групи. У екзаменаційній відомості результати навчання проставляються за двома шкалами – 100-бальною та національною. Позитивні оцінки виставляються тільки тим студентам, які виконали всі види навчальної роботи, передбачені робочою програмою навчальної дисципліни, і набрали за результатами поточного та підсумкового контролів не менше 60 балів.

Конвертація 100-бальної шкали у 4-бальну здійснюється за наступною таблицею.

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для екзамену
90 – 100	відмінно
82-89	добре
74-81	
64-73	
60-63	задовільно
35-59	незадовільно з можливістю повторного складання
0-34	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Методичне забезпечення

Методичне забезпечення навчальної дисципліни «Чисельні методи математичної фізики» включає:

1. Опорний конспект лекцій (електронний і паперовий варіанти) за всіма темами курсу.

2. Пакети тестових завдань для всього курсу дисципліни (навчальна платформа Moodle).

З. 04-01-37 Остапчук О.П. Методичні вказівки для виконання лабораторних робіт з дисципліни «Чисельні методи математичної фізики» студентами спеціальності 113 "Прикладна математика" першого (бакалаврського) рівня вищої освіти денної та заочної форм навчання (електронний варіант), 2019 р.

11. Рекомендована література

Базова

1. Калиткин Н. Н. Численные методы. Москва: Наука, 1978. 512 с.
2. Савула Я. Г. Числовий аналіз задач математичної фізики варіаційними методами. Львів: ЛНУ ім. І.Франка, 2004. 221 с.
3. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы математической физики. Москва: Наука, 2003. 316 с.

Допоміжна

1. Воробьева Г. Н., Данилова А. Н. Практикум по вычислительной математике. Москва: Высшая школа, 1990. 208 с.
2. Годунов С. К., Рябенский В. С. Разностные схемы. Москва: Наука, 1976. 400 с.
3. Ляшко И. И., Макаров В. Л., Скоробогатько А. А. Методы вычислений. Киев: Выща школа, 1977. 408 с.
4. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. Москва: Наука, 1979. 318 с.
5. Самарский А. А. Введение в численные методы. Москва: Наука, 1982. 271 с.
6. Турчак Л. И. Основы численных методов. Москва: Наука, 1987.
7. Фельдман. Л. П., Петренко А. І., Дмитрієва О. А. Чисельні методи в інформатиці. Київ, 2006. 480 с.
8. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967. 195 с.

12. Інформаційні ресурси

1. Рівненська обласна універсальна бібліотека. URL: <http://libr.rv.ua/>
2. Наукова бібліотека НУВГП. URL: <http://lib.nuwm.edu.ua/>
3. Національна бібліотека ім. В.І. Вернадського URL: <http://www.nbuv.gov.ua/>