К. А. ПУТІЛОВ
ПРИ УЧАСТІ ПРОФ. А. І. ВАЧІНСЬКОГО,
В. А. ФАБРІКАНТА, Ю. В. ХОДАКОВА і ін.

КУРС ФІЗИКИ

ПІДРУЧНИК
ДЛЯ ВИЩИХ ПЕДАГОГІЧНИХ
НАВЧАЛЬНИХ ЗАКЛАДІВ

ПЕРЕКЛАД З ДРУГОГО РОСІЙСЬКОГО ВИДАННЯ,
ЗАТВЕРДЖЕНОГО НКО РСФРР

Затверджено НКО УСРР

ДЕРЖАВНЕ
УЧБОВО-ПЕДАГОГІЧНЕ ВИДАВНИЦТВО
„РАДЯНСЬКА ШКОЛА"
ХАРКІВ · 1936

Бібліографічний опис цього видання вміщено в „Літописі Укр. Друку", „Картковому репертуарі" та інших покажчиках Української Книжкової Палати

Редактор *Неміровський Г. З.*
Літредактор *Качеровський М. В.*
Техредактор *Карцев В.*
Коректор *Султанський М. Й.*

„Радшкола". Видання № 178. Уповн. Головліту № 2042. Зам. № 2362. Тираж 10.200. Друк. аркуш. $45^1/_8$. Папер. аркуш. $22^9/_{16}$. Знаків в 1 папер. арк. 124.000. Формат паперу $72 \times 110^1/_{16}$. Здано на виробництво 14/V 1936 р. Підписано до друку 11/VIII 1936 р.

Ціна книги 10 крб. 75 коп. Оправа 1 крб. 25 коп.

Книжкова ф-ка ДВРШ ім. Г. І. Петровського, Харків.

З ПЕРЕДМОВИ ДО ПЕРШОГО РОСІЙСЬКОГО ВИДАННЯ.

Курс призначено для студентів фізичних відділів педвишів. Книга розрахована на пророблянння курсу фізики побіжно з слуханням лекцій, супроводжуваних демонструванням, і з заняттями в лабораторії. Зміст елементарного курсу фізики вважається добре відомим [1]).

Змістом і характером викладу даний курс фізики великою мірою відрізняється від інших. При обмеженому листажі дано досить докладний виклад теорії з її експериментальними основами і застосуваннями.

Складання цього курсу була справа досить важка, бо автори і редактор намагалися досягти:

1) методологічно правильного висвітлення фізики;

2) щонайбільшої ясності викладу;

3) охоплення всього головного змісту фізики;

4) усунення нерідких у навчальних курсах хиб щодо строго наукового висвітлення питань.

Всі вказівки, що допомагатимуть поліпшенню книги, будуть прийняті з глибокою подякою [2]).

Деталізований план цього курсу склав і половину цієї книги написав *К. А. Путілов*; він же проредагував і в деяких випадках (з метою єдності викладу) переробив матеріал, написаний співавторами. По розділах робота між співавторами була розподілена так:

Розділ I. Фізичні основи механіки — *К. А. Путілов*.
„ II. Статика — *П. В. Маторін*.
„ III. Динаміка твердих тіл — *П. В. Маторін*.
„ IV. Фізичні основи гідромеханіки — *С. М. Ілляшенко* і *К. А. Путілов*.
„ V. Фізичні основи аеромеханіки — *С. М. Ілляшенко*.
„ VI. Фізичні основи вчення про опір матеріалів — *С. М. Ілляшенко*.
„ VII. Вчення про коливання і хвилі — *В. В. Фурдуєв*.
„ VIII. Вчення про внутрішню енергію тіл — *А. І. Бачінський* і *К. А. Путілов*.
„ IX. Молекулярна фізика — *А. І. Бачінський*.
„ X. Термодинаміка — *К. А. Путілов*.
„ XI. Фізичні основи теплотехніки — *Н. А. Кутирін* і *К. А. Путілов*.

---

[1]) Посилання на стабільний підручник фізики для середньої школи, складений *Г. І. Фалеєвим* і *А. В. Пьоришкіним*, далі подаємо коротко так: „Фізика" Ф. і П. або „Курс фізики" Ф. і П.

[2]) Просьба подати ці вказівки на адресу: Москва, 2, Трубніковський пров., 12, кв. 1, Конст. Анат. Путілову.

Розділ XII. Електростатика і вчення про магнетизм — *К. А. Путілов.*
„ XIII. Електродинаміка — *К. А. Путілов, В. В. Тарасов* і *В. С. Грігор'ев.*
„ XIV. Електронна фізика — *К. А. Путілов.*
„ XV. Фізичні основи електрохемії — *Ю. В. Ходаков.*
„ XVI. Фізичні основи радіотехніки — *В. С. Грігор'ев.*
„ XVII. Акустика й електроакустика — *В. В. Фурдуєв.*
„ XVIII. Оптика — *В. А. Фабрікант* і *В. Л. Пульвер.*
„ XIX. Фізичні основи світлотехніки — *В. Л. Пульвер.*
„ XX. Фізика атома — *К. А. Путілов* і *В. А. Фабрікант* (при участі *Блохінцева* — „Хвильова механіка").
„ XXI. Фізика атомного ядра — *В. Л. Пульвер* і *К. А. Путілов.*

ПЕРЕДМОВА ДО ДРУГОГО РОСІЙСЬКОГО ВИДАННЯ.

Під час готування до друку другого видання мною й співавторами було внесено в книгу значну кількість удосконалень тексту.

Висловлюю подяку рецензентам і редакції „Учгиза", які допомогли мені удосконалити книгу і вказали шляхи для дальшого поліпшення. Більшість одержаних мною порад уже взято до уваги; інші я зможу використати лише під час готування третього, розширеного видання.

К. Путілов.

11 травня 1936 р.

ЗМІСТ.

РОЗДІЛ І.

Фізичні основи механіки.

РОЗДІЛ II.

Статика.

РОЗДІЛ III.

Динаміка твердих тіл.

РОЗДІЛ IV.

Фізичні основи гідромеханіки.

РОЗДІЛ V.

Фізичні основи аеромеханіки.

РОЗДІЛ VI.

Фізичні основи вчення про опір матеріалів.

РОЗДІЛ VII.

Вчення про коливання і хвилі.

РОЗДІЛ VIII.

Вчення про внутрішню енергію тіл.

РОЗДІЛ IX.

Молекулярна фізика.

РОЗДІЛ X.

Термодинаміка.

РОЗДІЛ XI.

Фізичні основи теплотехніки.

РОЗДІЛ XII.

Електростатика і вчення про магнетизм.

РОЗДІЛ XIII.

Електродинаміка.

РОЗДІЛ XIV.

Електронна фізика.

РОЗДІЛ XV.

Фізичні основи електрохемії.

РОЗДІЛ XVI.

Фізичні основи радіотехніки і телебачення.

РОЗДІЛ XVII.

Акустика і електроакустика.

РОЗДІЛ XVIII.

Оптика.

РОЗДІЛ XIX.

Фізичні основи світлотехніки.

РОЗДІЛ XX.

Фізика атома.

РОЗДІЛ XXI.

Фізика атомного ядра.

Таблиці.

РОЗДІЛ І.

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ МЕХАНІКИ.

§ 1. Вступ. Фізика належить до числа природничих наук, завданням яких є вивчання природи з метою підкорити її людині.

Знання про явища природи виникли у первісних людей з їх практики; на цій початковій стадії виявлялися риси подібності і відмінності явищ оточуючого світу.

Зростання науки відбувалося шляхом систематизування наявних знань і їх розширення з допомогою спостережень і на вищій стадії — експерименту.

Для пояснення спостережуваних явищ служать гіпотези, які встановлюють причини даних явищ. Мірою розширення застосувань наукових знань до практики виникає потреба використати ці знання для завбачення явищ, для розрахунків наслідків того чи іншого діяння. Так з практичних потреб виникає наукова теорія.

Насамперед потреба в теорії виникла при будуванні різних споруд і привела до виділення й розвитку механіки, передусім учення про рівновагу (статики). У стародавньому Єгипті і Греції розроблялася теорія важеля, статика твердих тіл і гідростатика. Потреба у визначенні часу для землеробських робіт дала поштовх до розвитку астрономії. Книга грецького вченого Арістотеля „Фізика" подає знання про природу, що були в той час (слово „фізика" в старовину означало „природознавство").

Наукові знання з перших моментів їх виникнення використовуються панівними класами в своїх інтересах; у далекій давнині наука була в руках служителів культу (жерців) і була нерозривно зв'язана ними з релігією.

Лише у торговельних містах, республіках стародавньої Греції науку було відокремлено від релігії і встановлено зв'язок її з філософією. Кращі представники грецької „натурфілософії", тобто філософії природи, не зважаючи на надзвичайну недостатність фактичного матеріалу, прийшли до уявлення про атомну будову матерії (Левкіпп, Демокріт), поклавши тим початок матеріалістичному розумінню природи.

Розпад античного рабовласницького суспільства припинив розвиток науки. В епоху середніх віків пануюче християнське вчення проголосило принцип: філософія є служниця богословія. Фізика Арістотеля була пристосована і використана панівними класами феодального ладу для підтвердження і зміцнення авторитету священного писання. В цей час, головним чином у арабів, які створили велику державу і провадили жваву торгівлю з віддаленими країнами, зберігаються і набувають деякого розвитку елементи наук, сприйняті від греків, особливо з механіки, астрономії, математики, географії; саме у арабів хемія починає розвиватися як самостійна галузь знання. Значно пізніше фізика виділилася з природознавства як самостійна наука.

На основі розгортання європейської торгівлі і промисловості в епоху „Відродження" (XV — XVI ст. ст.) починається швидке зростання й оформлення спершу механіки й астрономії, а в дальшому і наук, які складають основу промислової техніки,— фізики і хемії.

Роботи Коперніка, Бруно, Кеплера, Галілея і їх наслідувачів зробили науку могутнім знаряддям боротьби буржуазії з оплотом віджилого феодального ладу — релігією. Для бога не залишається місця у всесвіті, і за ним зберігається лише функція — дати „перший поштовх" машині всесвіту, після якого вона вже рухається цілком самостійно.

У боротьбі з авторитетом церкви й феодального ладу висувається науковий принцип: усяке справжнє знання базується на досвіді, а не на авторитеті того чи іншого вчення. До складу наукового досвіду входять: спостереження і експеримент; спостереження є вивчання явища, яке відбувається у природному оточенні, експеримент — відтворення явища у штучних умовах з метою виявити особливості даного явища залежно від створених умов. Ньютон, який відкрив закон всесвітнього тяжіння, що об'єднав механіку руху тіл на Землі (Галілей) і механіку руху небесних тіл (Кеплер), виголосив лозунг: „Фізика, бійся метафізики".

Проте, вже в XVI — XVII ст. ст. буржуазія досягла компромісу з рештками панівних класів феодального ладу. Відповідно, представники науки намагаються знайти компроміс з релігією. Ньютон поряд з геніальними науковими працями пише коментарії до священної книги — апокаліпсиса. Декарт у своїх філософських творах намагається довести буття бога.

Розвиток механіки наклав свій відбиток на наукову теорію цього часу.

Учені намагалися розглядати світ як механізм і всі явища пояснити зведенням їх до механічних переміщень. У цей „метафізичний період" природознавства широкого застосування набуло поняття „сила". При кожному нововідкритому явищі придумували силу, яку вважали причиною цього явища. Досі в фізиці збереглися сліди цього в позначеннях: жива сила, сила струму[1]), електрорушійна сила і т. ін.

Наукова теорія цього періоду, що розглядала світ як машину, яка незмінно рухається, заперечувала розвиток матерії, переходи руху з однієї форми в іншу; а тому, не зважаючи на успіхи у розширенні експериментального матеріалу, наука не подолала ідеалізм до кінця, і навіть вчені-матеріалісти залишалися на позиції механістичного світогляду.

Учення Канта і Лапласа про розвиток сонячної системи з туманності усунуло ідею про „перший поштовх".

Наука XIX ст. на основі колосального зростання продуктивних сил періоду розквіту промислового капіталізму по-велетенському розвивається.

Розгортаються основні розділи сучасної фізики. Потреба в потужному і регулярному двигуні для індустрії викликала винахід парової машини, а її поява наштовхнула вчених на вивчання теплових процесів; розвивається термодинаміка; в свою чергу на основі термодинаміки конструюються щораз більш потужні й економні типи двигунів (парові турбіни, двигуни внутрішнього згорання). Ми бачимо на цьому прикладі, як практика стимулює розвиток наукової теорії, а теорія надалі займає провідну роль щодо практики.

Другим прикладом складного взаємодіяння теорії і практики є розвиток теорії електрики і електротехніки. Уривчасті відомості про електричні явища були вже давно. Але тільки після того, як Франклін відкрив електричну природу блискавки і збудував громовідвід, а потім був відкритий гальванічний струм, що дав змогу збудувати електричний телеграф, фізика концентрує свою увагу на вивчанні електрики. Фарадей і Максвелл розробили теорію, яка лягла в основу сучасної електротехніки. Промисловість швидко використовує наукові відкриття і широким розвитком техніки відкриває небачені можливості для наукового експерименту.

---

[1]) Ми будемо вживати „величина струму".

Проте, величезні досягнення науки чим далі, тим щораз менше охоплюються єдиною науковою теорією. Ряд відкрить, починаючи з закону зберігання і перетворення енергії, далі, теорія електромагнітних хвиль, відкриття електрона і радіоактивності остаточно добили вчення про незмінність природи і покінчили з незмінним і неподільним атомом.

Механістичний матеріалізм зазнав краху.

Маркс і Енгельс створили філософію діалектичного матеріалізму, яка дає повну можливість охопити єдиною теорією всі сучасні наукові відкриття. Енгельс, розуміючи під рухом усяку зміну матерії, визначив механіку як вчення про рух тіл, які складаються з величезного числа частинок; фізику — як механіку молекул; хемію — як фізику атомів; усе природознавство являє собою вчення про різні форми руху матерії і його перетворення з однієї форми в іншу.

Буржуазія, зважаючи на свої класові інтереси, не може прийняти філософію пролетаріату — діалектичний матеріалізм. Учені XIX ст. у своїй науковій роботі не могли не виходити з переконання в реальності зовнішнього світу, який вони вивчають; тому в своїй роботі вони були стихійними матеріалістами, але в своєму світогляді вони відбивали погляди панівного класу і певною мірою віддавали належне ідеалізмові. Звідси виникли характерні для теоретиків XIX ст. ідеологічний розбрід, недовір'я до філософії, прагнення до голого емпіризму.

В епоху імперіалізму, наприкінці XIX і на початку XX ст. ст., ідеалізм набув витонченої форми — махізму (за ім'ям засновника цього вчення — Е. Маха), який твердить, що в своєму „досвіді" ми пізнаємо не властивості об'єктивної реальності, а лише свої власні відчування. Для махістів досвід є сукупністю наших відчувань, а наука — сукупністю закономірностей нашої свідомості, які упорядковують наші відчування. Матеріалісти, навпаки, поняття досвіду зв'язують з поняттям матерії, яка існує незалежно від наших відчувань, яка, діючи на наші органи чуттів, спричиняє відчуття.

Ще більш замаскованим ідеалізмом є агностицизм, який твердить, що ми пізнаємо явища, але не „річ у собі", яка є непізнавана. Слово „явище" в ідеалістів має інший зміст, ніж у матеріалістів. Матеріалісти розуміють під явищем ту або іншу зміну матерії, ідеалісти ж явищем називають те, що уявляється, „являється" людині, тобто знову таки тільки процеси наших відчувань.

У наслідок невідповідності між велетенським зростанням позитивних фактичних знань про природу і тими ідеалістичними висновками, що їх з цих знань намагаються зробити буржуазні вчені, сучасна фізика переживає глибоку кризу. В. І. Ленін у книзі „Матеріалізм і емпіріокритицизм" не тільки викрив махізм, яким у свій час захопились деякі марксисти, але й дав глибокий аналіз кризи фізики.

„Нова фізика звихнулася в ідеалізм, головним чином, саме тому, що фізики не знали діалектики... Заперечуючи незмінність відомих до того часу елементів і властивостей матерії, вони скочувались до заперечення матерії, тобто об'єктивної реальності фізичного світу... Обстоюючи приблизний, відносний характер наших знань, вони скочувались до заперечення незалежного від пізнання об'єкта, що його приблизно-вірно, відносно-правильно відбиває це пізнання" (Ленін, т. XIII, Партвидав ЦК КП(б)У, видання третє, стор. 191).

В СРСР для будівництва соціалізму використовується увесь нагромаджений буржуазією науковий фонд. Проте, використання це можливе лише при умові критичного перероблення, відкинення всіх ідеалістичних фальсифікацій і перекручень. На черзі стоїть не лише кількісне розгортання наукової роботи (за час радянської влади організовано десять великих науково-дослідних інститутів фізики, крім спеціальних науково-технічних інститутів, тоді як у дореволюційній Росії не було жодного), але і якісна перебудова змісту фізики на марксистсько-ленінській основі. Оскільки на радянських фізиків впливають як пережитки механістичного матеріалізму, так і ідеалістичні погляди буржуазних фізиків,— перебудова фізики відбувається в непримиренній боротьбі з ідеалізмом і з ухилами від діалектичного матеріалізму в бік механіцизму і меншовикуючого ідеалізму.

Увесь хід історичного розвитку науки, так само як і хід кожного окремого наукового дослідження і педагогічний процес опанування основ науки, відбувається за діалектичним законом, сформульованим В. І. Леніним у таких словах: „Від живого споглядання до абстрактного мислення і *від нього до практики* — такий є діалектичний шлях пізнання *істини*, пізнання об'єктивної реальності". Отже, наукове дослідження є єдністю теорії і практики при вирішальній ролі практики (експеримент) і провідній ролі теорії, відповідно до вказівки Маркса: „Філософи лише по-різному *пояснювали* світ, але справа полягає в тому, щоб *змінити* його".

Наслідок експерименту, при постановці якого дослідник уже керується певною гіпотезою, дає можливість перевірити гіпотезу, уточнити і розширити її до ступеня теорії, встановити фізичний закон, тобто встановити характер залежності між різними фізичними величинами.

Тепер важко провести межу між фізикою і науками, що до неї примикають, особливо хемією.

У фізиці вивчаються рухи тіл, складених з величезної кількості молекул, а також і більш тонкі форми руху матерії: рух молекул, атомів, електронів і променястої енергії (фотонів). Іноді розділ фізики, який має справу з тілами, що містять величезне число атомів або молекул, називають макрофізикою; розділ фізики, в якому вивчаються рухи окремих атомів і молекул, електронів і протонів, фотонів і нейтронів, називають мікрофізикою.

Хемія теж має справу з атомами і молекулами, але вивчає якісні особливості речовини, до яких приводять кількісні зміни в числі електронів у атомі, формі їх орбіт і т. ін. У пограничній області між фізикою і хемією розвинулося кілька дисциплін: фізична хемія, колоїдна хемія.

До фізики примикають науки, які вивчають конкретні стани матерії, що оточує нас на Землі (метеорологія, гідрологія, геофізика) і в небесних тілах (астрономія, особливо галузь її — астрофізика).

§ 2. Матерія і рух. Найпростішими знаряддями фізичного дослідження світу є наші органи чуття. Інструментальна фізика є додатковим знаряддям ока і вуха людини. Наші відчування суб'єктивні; ми сприймаємо звукові „тони", кольорові відтінки, запахи і т. ін. Дійсна відмінність, яка існує між звуками неоднакового „тону", полягає в неоднаковій частоті звукових коливань. Так само відмінності в кольорових відтінках у дійсності відповідає відмінність у частотах світлових коливань. Наші сприймання тепла і холоду породжені більшою або меншою інтенсивністю молекулярних рухів. Відчування звука, відчування світла, смакові, дотикові й нюхові відчування являють собою тільки відгуки нашого тіла і свідомості на фізичні явища, що їх породжують.

Насправді об'єктивно всім нашим сприйманням відповідає щось, суттю своєю відмінне від суб'єктивного змісту цих сприймань. Наприклад, те, що ми називаємо „звуком", об'єктивно являє собою ряд згущень і розріджень середовища, звичайно — повітря, що відбуваються одно за одним. Такі слова, як „світло", „колір", „теплота", „звук", „сила світла", „степінь

На цій сторінці в 29 рядку зверху пропущено слово „природи“.

Надруковано: Воно аж ніяк не вичерпує відповідного руху...

Треба читати: Воно аж ніяк не вичерпує природи відповідного руху...

нагріву" і т. ін., звичайно ми вживаємо в одному розумінні: ми вкладаємо в них фізіологічний зміст — зміст наших відчувань; але у фізиці ми ті самі слова вживаємо в зовсім іншому розумінні: у фізиці ми позначаємо цими словами ті процеси, які породжують наші відчування, абож такі явища, які були б здатні породити відповідне відчування, якби наші органи чуття були більш досконалими.

Наші відчування різнорідні. Явища, що їх породжують, надзвичайно різноманітні. Проте, в міру зростання наших знань ми помічаємо, що багато явищ мають важливі риси подібності. Ми переконуємось, що для правильного розуміння світу ми повинні виробити такі поняття, які широко узагальнюють результати експерименту і, головне, відбивають єдність природи якогонебудь вивчуваного нами ряду явищ. У фізиці таких узагальнюючих понять багато; без них ми не могли б зробити й кроку в розплутуванні причинового зв'язку явищ.

Найзагальнішими і основними категоріями є матерія і рух. „Матерія — об'єктивна реальність, що існує незалежно від людської свідомості і відображається нею... Матерія є те, що, діючи на наші органи чуттів, спричиняє відчуття" (Ленін). Зрозуміло, що з допомогою наших відчувань ми пізнаємо матерію тільки в її окремих конкретних виявах; у нашій науковій і практичній діяльності ми маємо справу не з матерією „взагалі", а завжди з її конкретними виявами.

Атрибутом (невід'ємною властивістю) матерії є рух. *Рух являє собою форму існування матерії.* Коли ми говоримо про рух, то завжди уявляємо собі деяке переміщення чогось, наприклад, переміщення тіл, середовища, частинок. Треба, проте, мати на увазі, що тут ми говоримо про рух в якнайширшому розумінні слова. „Всякий рух зв'язаний з якимнебудь переміщенням — переміщенням небесних тіл, земних мас, молекул, атомів або частинок ефіру. Чим вища форма руху, тим дрібніше це переміщення. Воно аж ніяк не вичерпує відповідного руху, але воно невіддільне від нього" (Енгельс).

Рух у філософському розумінні — це всяка зміна матерії, всякий процес, що відбувається в природі: хемічна реакція, електромагнітне випромінювання, зростання дерева, мислення.

„Рух, що його розглядають в найзагальнішому розумінні слова, тобто розуміють як спосіб існування матерії, як внутрішньо властивий матерії <якість> атрибут, охоплює собою всі зміни і процеси, які відбуваються у всесвіті" (Енгельс)[1].

Механіка вивчає найпростішу форму руху, а саме такий рух, суть якого вичерпується переміщенням тіл або частинок у просторі (механічний рух).

Фізичні відкриття XIX ст. дали можливість ніби „звести" цілий ряд явищ, які здавалися зовсім різнорідними, до механічного руху. Наприклад, тепловий стан тіла був нібито „зведений" до механічного руху його молекул. На цьому грунті виникло припущення, що всі взагалі явища природи, кінець-кінцем, являють собою тільки механічний рух; був висунутий лозунг — звести все природознавство до механіки. Такий погляд дістав назву механістичного світогляду.

Цей погляд помилковий. Суть вищих форм руху в дійсності не можна звести до механічного руху. Кожна форма руху має особливі риси, які становлять її своєрідність (її якість). Навіть тепловий рух, хоч він і складається з механічного руху молекул, не вичерпується ним; при тепловому русі переміщення молекул у середньому підпорядковані особливим законам статистики, які *не* випливають із законів механіки.

[1] „Диалектика природы", Партиздат, 1932, стор. 130.

Закони механіки важливі для розуміння нижчих форм руху, але вони недостатні для розуміння вищих (складніших) форм. Уже в молекулярних рухах помічаються явища, які не можуть бути пояснені і передбачені з допомогою самих тільки Ньютонових законів. Саме ці явища, які не піддаються вичерпному поясненню, якщо виходити тільки з переміщень, виступають на перший план, коли ми вдаємося до вивчання внутрішньоатомних рухів, а також і тих рухів, які лежать в основі електричних і магнітних процесів. Більш того, розвиток фізики за останні роки показав, що навіть саме поняття механічного руху в застосуванні до внутрішньоатомних явищ втрачає свою звичну простоту і наочність. У таких високих формах руху, як біологічні процеси і мислення, переміщення безперечно відограють другорядну роль порівняно з іншими своєрідними сторонами цих рухів, які не можна звести до механічного руху. Природа складніша, ніж думають механісти.

§ 3. Вага і маса. Поняття про вагу тіл добре знайоме кожній людині з її повсякденного досвіду. Історично саме це поняття про вагу послужило основою для вироблення інших загальніших і, як пізніше виявилося, важливіших понять.

Відомо[1]), що існує два способи „зважування" тіл: з допомогою пружинних терезів і з допомогою важільних терезів. Ці способи глибоко відмінні. Дійсно, якщо скористатися пружинними терезами й зіставити наслідки точного зважування того самого тіла, проведеного на різних висотах над поверхнею Землі, то можна помітити, що вага всякого тіла зменшується при піднятті над поверхнею Землі. Це зменшення ваги невелике, але важливо те, що воно є однаковим для всіх тіл, а саме, при піднятті на кожний кілометр спричинюваний вагою розтяг пружини стає менший приблизно на 0,0003 своєї величини; отже, настільки ж зменшується вага тіла. Далі, користуючись пружинними терезами, можна виявити, що вага тіла змінюється залежно від географічної широти місцевості: в міру наближення до екватора вага тіл зменшується. Всяке тіло, перенесене з полюса на екватор, втрачає приблизно 0,005 своєї ваги. Зрозуміло, що, користуючись важільними терезами, не можна виявити зазначених змін ваги: два будьяких тіла, що покладені на шальки важільних терезів і зрівноважують одне одного при точному[2]) зважуванні в будьякій місцевості, будуть завжди зрівноважувати одне одного в якій завгодно іншій місцевості і на якій завгодно висоті над рівнем моря. Рівновага між ними буде забезпечена тому, що, перенесені в іншу місцевість або на іншу висоту над рівнем моря, ці два тіла, що мали однакову вагу, завжди зазнають однакової зміни у вазі.

Отже, терези пружинні являють собою прилад, принципіально більш придатний для визначення справжньої ваги тіл, ніж терези важільні. Проте, саме важільні терези, а не пружинні, відограли видатну роль в історії фізики. Винайдення і вдосконалення важільних терезів підказало той шлях, по якому, починаючи з Ньютона, пішов розвиток теоретичної механіки. Користування важільними терезами привело до відкриття найважливішої невід'ємної властивості всіх тіл — маси.

Під масою розуміють особливу величину, відмінну від ваги; вимірюють масу з допомогою зрівноваження порівнюваних тіл на важільних терезах; про тіла, які зрівноважують одне одного на важільних терезах, говорять, що вони мають рівні маси. Важливо, що під масою розуміють при цьому величину, яка, на відміну від ваги, залишається незмінною при переміщенні тіла в будьяку іншу місцевість, що має іншу географічну широту або іншу висоту над рівнем моря.

[1]) „Фізика" Ф. і П., ч. I, § 23.

[2]) Щоб не зважати на вплив середовища (повітря) на наслідки зважування, можемо уявити собі, що терези поміщено в скляний ящик, з якого повітря видалене.

Вага являє собою с и л у, з якою тіло тисне на опору в наслідок тяжіння (притягання) до Землі. Залежність ваги від географічної широти місцевості викликана почасти деякою сплющеністю Землі, але головним чином добовим обертанням Землі; беручи участь у добовому обертанні, тіло чинить на опору менший тиск, ніж той, який мав би місце, якби Земля була нерухома (§ 25). Зменшення ваги з висотою підняття над поверхнею Землі відбувається відповідно до встановленого Н ь ю т о н о м з а к о н у т я ж і н н я [1]). За законом тяжіння всяка частинка якого завгодно тіла притягується до центра Землі з силою, обернено пропорціональною квадратові віддалі цієї частинки від центра Землі. Складаючись, усі ці сили, прикладені до різних частинок тіла, дають результуючу силу, яка і зумовлює собою вагу тіла. Точку прикладання цієї сили називають ц е н т р о м в а г и. В наслідок великого розміру радіуса Землі ($R \approx 6400$ *км*) при малих висотах підйому вага тіл змінюється дуже мало. Але коли б ми мали змогу віддалити будьяке тіло на яку завгодно велику віддаль від Землі, то вага цього тіла, поступово зменшуючись, зробилася б при нескінченному віддаленні рівною нулеві. М а с а ж тіла залишилася б при цьому н е з м і н н о ю.

Якби була змога перенести будьяке тіло з поверхні Землі на поверхню Місяця, то це тіло зазнало б не тільки кількісної, але навіть якісної зміни ваги, а саме: воно тепер тяжило б головне до центра Місяця, подібно до того як раніше воно тяжило до центра Землі. Користуючись законом тяжіння, можна підрахувати, що на Місяці „вага" дорослої людини (сила притягання до центра Місяця) становила б приблизно 12 *кг*. Протилежно до цієї змінності ваги маса в усякому місці світового простору зберегла б ту саму величину.

§ 4. Абсолютна і технічна системи мір [2]). Для вимірювання мас і сил часто користуються одиницями, які мають однакову назву; наприклад, кілограмом (маса в 1 *кг* і сила в 1 *кг*).

К і л о г р а м — це маса 1 літра (*л*) води при 4° С.

Коли слово „кілограм" уживають для позначення одиниці сили, то розуміють *силу, з якою маса в 1 кг в наслідок тяжіння до Землі тисне на опору, будучи поміщена на висоті рівня моря і на широті 45°*.

Користування тим самим терміном для позначення двох різних одиниць — одиниці маси і одиниці сили — приводить до великої плутанини. Щоб забезпечити себе від помилок, які легко можна зробити в наслідок двоїстого значення терміна „кілограм" (а також і „грам"), необхідно розібратися в обставинах, які можуть викликати плутанину у викладках. Для цього пригадаємо деякі відомості, знайомі з шкільного курсу фізики.

Згідно з другим Ньютоновим законом механіки (фізична суть цього закону буде докладно пояснена в § 17), прискорення j, що його набуває маса m під діянням сили F, пропорціональне величині сили і обернено пропорціональне величині маси [3]):

$$j = C\frac{F}{m}; \tag{1}$$

тут C — коефіцієнт пропорціональності, що залежить від добору одиниць виміру для j, F і m.

[1]) Повторити „Курс фізики" Ф. і П., ч. І, § 48 — 52.

[2]) Десяткова метрична система була вперше введена у Франції в 1795 р. Через 80 років постановою Міжнародної конвенції мір і ваги (20 травня 1875 р.) вона дістала міжнародне визнання і в дальші роки була узаконена в більшості країн. Як основні одиниці прийнято старанно виготовлені прототипи метра і кілограма, які зберігаються в Міжнародному бюрі мір і ваги, у Севрі (Франція). За означенням: м е т р є віддаль при 0° С між осями двох позначок, нанесених на згаданому прототипі; к і л о г р а м являє собою масу згаданого прототипу, а л і т р є об'єм одного кілограма чистої води при температурі її найбільшої густини під тиском однієї атмосфери. Пізніші виміри показали, що 1 літр на 0,027 $см^3$ перевищує об'єм 1000 $см^3$.

[3]) Повторити „Курс фізики" Ф. і П., ч. І, § 30.

Завжди беруть такі одиниці, щоб не було потреби писати цей коефіцієнт пропорціональності, тобто щоб $C=1$.

У фізиці вимірюють довжини в сантиметрах (*см*), час — у секундах (*сек*) і маси — в грамах (*г*).

Цю систему одиниць називають абсолютною системою одиниць або системою *CGS*[1]). Термін „абсолютна" невдалий, бо умовилися таку систему одиниць встановити, при чому обрані одиниці зовсім не являють будьяких величин, добір яких був би підказаний їх особливою фізичною роллю. У зазначеній системі *CGS* одиницею швидкості служить 1 *см/сек*; одиницею прискорення служить 1 *см/сек²*. Поклавши у формулі (1) $C=1$, бачимо, що в системі *CGS* одиницею сили повинна служити така сила, під діянням якої маса в 1 *г* набуває прискорення 1 *см/сек²*. Цій силі дано назву — дина.

Дослідом встановлено, що *в пустоті всі тіла падають з тим самим прискоренням* $g \approx 980$ *см/сек²*. На висоті рівня моря і на широті 45° це прискорення, спричинюване силою тяжіння, дорівнює $g = 980{,}665$ *см/сек²*.

Маса 1 *г* під діянням сили в 1 дину набуває прискорення тільки 1 *см/сек²*. Очевидно, що сила тяжіння, прикладена до кожного грама маси, у стільки разів більша однієї дини, у скільки разів прискорення g, спричинюване силою тяжіння, більше 1 *см/сек²*. Отже, вага 1 *г* маси на висоті рівня моря і на широті 45° дорівнює 980,665 дини. Там же вага 1 *кг* дорівнює 980 655 динам, тобто майже мільйонові дин (мегадина $=10^6$ дин).

Силу, яка дорівнює вазі 1 *кг* маси на висоті рівня моря і на широті 45°, позначають: 1 *кг-с* абож, частіше, 1 *кг**. Ми бачимо, що 1 *кг** $=$ 980 655 динам.

У техніці часто вимірюють: довжини — в метрах, час — у секундах, а за одиницю сили беруть — 1 *кг** (кілограм-силу). Це так звана технічна система мір або, як її коротко позначають, *MKgS*[2]). В ній одиницею швидкості є 1 *м/сек*, одиницею прискорення 1 *м/сек²*.

Щоб у формулі (1), яка є основною формулою механіки, коефіцієнт пропорціональності C дорівнював одиниці, очевидно, необхідно, застосовуючи технічну систему мір, вважати одиницею маси таку масу, яка під діянням сили в 1 *кг* набуває прискорення 1 *м/сек²*.

Під діянням сили тяжіння маса в 1 *кг* набуває, як уже було зазначено, прискорення 9,8 *м/сек²*. Уявимо, що на ідеально гладкій горизонтальній поверхні лежить тіло, яке має масу 1 *кг*. Якщо на це тіло будемо діяти в горизонтальному напрямі (наприклад, штовхати його) з силою в 1 *кг**, тобто з силою, що дорівнює вазі тіла, то це тіло буде ковзатися по горизонтальній поверхні з таким же чисельно прискоренням, яке воно мало б, падаючи під діянням сили тяжіння, тобто з прискоренням 9,8 *м/сек²*. Щоб під діянням сили в 1 *кг** тіло набувало прискорення, що дорівнює тільки 1 *м/сек²*, тіло повинне бути масивнішим. Нехай тіло, що лежить на гладкій горизонтальній поверхні, має масу 9,8 *кг*; під діянням штовхаючої його сили в 1 *кг** воно буде ковзатися з прискоренням якраз рівним 1 *м/сек²*. Ми бачимо, отже, що *в технічній системі одиницею маси повинна служити маса, що дорівнює* 9,8 *кг*. Іноді цю одиницю маси скорочено називають „техмас".

Щоб легше запам'ятати все сказане і щоб вільно орієнтуватися у доборі мір, слід постійно мати на увазі зв'язок, що існує між вагою і масою. Нехай m означає масу будьякого тіла, а P — його вагу в місцевості, де прискорення сили тяжіння є g. За другим законом механіки (форм. 1):

$$P = mg. \tag{2}$$

[1]) „Система сантиметр-грам-секунда".
[2]) „Система метр-кілограм-сила-секунда".

Для користування абсолютною системою мір важливе таке співвідношення:

$$\text{вага } P \text{, виражена в динах,} = g \text{ в } см/сек^2 \cdot m \text{ в } г. \quad (3)$$

Для користування технічною системою мір важливе співвідношення:

$$\text{маса } m\text{, виражена в технічних одиницях маси,} = \frac{P \text{ в } кг^*}{g \text{ в } м/сек^2}. \quad (4)$$

Пригадаємо (з початкового курсу фізики[1]), що робота П, витрачувана проти ваги P при підніманні тіла на висоту h, тобто потенціальна енергія тяжіння, при не дуже великих висотах підняття (коли вагу P можна вважати незмінною) дорівнює добуткові ваги тіла на висоту підйому:

$$П = P \cdot h. \quad (5)$$

Пригадаємо далі, що кінетична енергія K дорівнює половині добутку маси на квадрат швидкості:

$$K = \frac{mv^2}{2}. \quad (6)$$

Застосовуючи абсолютну систему мір, ми повинні виражати енергію в е р г а х; ерг — це робота, виконувана силою в 1 дину на шляху 1 *см*. Отже, користуючись формулою для потенціальної енергії (форм. 5) і застосовуючи абсолютну систему мір, ми повинні вагу тіла P виражати в динах (за форм. 3). Наприклад, потенціальна енергія тіла, що важить 1 *кг**, на кожний метр підйому становить $0{,}98 \cdot 10^6 \times 100 = 9{,}8 \cdot 10^7$ *ергів* = 9,8 *джоуля*[2]). У технічній системі мір та сама величина виражається просто 1 кілограмметром:

1 кілограмметр = 9,8 джоуля.

Користування абсолютною системою мір має ту незручність, що доводиться сили, які за умовою задачі часто бувають задані в кілограмах, виражати обов'язково в динах. Користування технічною системою мір зв'язане з іншою незручністю: доводиться масу виражати в технічних одиницях маси. Підрахуємо, наприклад, чому дорівнює в ергах і в кілограмметрах кінетична енергія маси в 2 *кг*, що рухається з швидкістю 1 *м/сек*. В абсолютних одиницях маємо $\frac{2000 \cdot 100^2}{2} = 10^7$ ергів = 1 джоулеві. В технічних одиницях: $\frac{2 \cdot 1^2}{9{,}8 \cdot 2} = \frac{1}{9{,}8}$ кілограмметра.

Якщо маємо намір робити розрахунок в а б с о л ю т н і й системі мір, то формулу для потенціальної енергії тяжіння і формулу для кінетичної енергії слід записувати так:

$$П = mg \cdot h; \; K = \frac{mv^2}{2};$$

вважаємо, що маса m виражена в *г*, g в *см/сек*², h в *см*, v в *см/сек*; величини П і K дістаємо вираженими в е р г а х.

Якщо ж маємо намір робити розрахунок у т е х н і ч н і й системі мір, то формули для потенціальної і кінетичної енергії пишемо, не користуючись символом маси:

$$П = P \cdot h; \; K = \frac{Pv^2}{2g};$$

---

[1]) Повторити „Курс фізики" Ф. і П., ч. I, § 73, 74.

[2]) 1 джоуль за означенням дорівнює 10 мільйонам ергів.

вважаємо, що вага P виражена в *кг**, h у *м*, g в *м/сек²* і v в *м/сек*; величини П і K дістаємо вираженими в кілограмметрах.

§ 5. Система *MTS*. Для техніки грам і сантиметр є надто малими одиницями вимірів. Застосування ж технічної системи мір, як було показано в попередньому параграфі, зв'язане з незручною двоїстістю терміна „кілограм" (кілограм-сила, кілограм-маса). Це примусило запровадити нову систему одиниць, побудовану аналогічно абсолютній системі, але з більшими одиницями довжини і маси; як одиницю довжини вирішено було взяти метр, а як одиницю маси — тонну (1000 *кг* $= 10^6$ *г*). Система *MTS* (метр-тонна-секунда) запроваджена в СРСР у 1927 р. постановою президії ВРНГ (на 7 років раніше вона була запроваджена у Франції).

У системі *MTS*, так само як і в старій технічній системі, одиницею швидкості служить 1 *м/сек* і одиницею прискорення 1 *м/сек²*. Одиницею сили служить стен — сила, яка надає одній тонні маси прискорення в 1 *м/сек²*. Скориставшись формулою (1) і беручи до уваги, що 1 $m = 10^6$ *г*, а 1 *м/сек* $= 100$ *см/сек*, знаходимо, що:

$$1 \text{ стен} = 10^8 \text{ дин.}$$

Одиницею енергії в системі *MTS* служить робота 1 стена на шляху в 1 *м*; беручи до уваги, що 1 стен дорівнює 100 мільйонам дин, легко зміркувати, що робота 1 стена на шляху в 1 *м* дорівнює 10^{10} ергів $= 1000$ джоулів; отже, одиницею енергії в системі *MTS* є кілоджоуль.

Таким чином, при користуванні системою *MTS* в усіх формулах механіки, наприклад, у формулах

$$\text{П} = mg \cdot h; \quad K = \frac{mv^2}{2},$$

маса m повинна бути виражена в тоннах (скорочене позначення „*m*"), g в *м/сек²*, h в *м* і v в *м/сек*; тоді сили, наприклад, вага $P = mg$, дістають вираженими в стенах, а роботу і енергію, приміром П і K, дістають вираженими в кілоджоулях.

§ 6. Закон тяжіння. Механіка як математично струнка наука була створена Ньютоном. До Ньютона твори з механіки, іноді досить великі, являли собою виклад різних більш або менш вдалих способів розв'язання окремих задач, що стосувалися переважно розрахунку механізмів. Єдиного фізично обгрунтованого методу в механіці не існувало, і тому розв'язання нових задач вимагало великої обдарованості і винахідливості; багато важливих задач взагалі не можна було розв'язати. У доньютонівських працях з механіки можна зустріти докладний, але позбавлений внутрішньої єдності виклад питань статики — вчення про рівновагу тіл — і питань кінематики — чисто геометричного вчення про рух без аналізу причин (сил), які спричиняють рух. Динаміка — вчення про рух тіл з аналізом діючих на тіла сил — перебувала в зародковому стані, не зважаючи на те, що після проведених Галілеєм спостережень можна було передбачити, що динаміка стане основою всієї механіки і буде домінувати над статикою.

У 1687 році Ньютон видав свій безсмертний твір „Philosophiae Naturalis Principa Mathematica" („Математичні начала натуральної філософії", або, за сучасною термінологією, — математичні основи фізики). Усі три частини цього твору присвячені викладові розробленої Ньютоном динаміки.

Суть головних встановлених Ньютоном законів у загальних рисах відома з початкового курсу фізики. Докладніше зміст цих законів буде пояснено нижче, в дальших параграфах. Але, перш ніж перейти до викладу цих законів, ми повинні вияснити, *що* дало Ньютонові ключ до побудови динаміки.

Ньютон дістав можливість побудувати динаміку на підставі правильного розуміння „маси", яку він розглядав як міру інертності і разом з тим як джерело й об'єкт тяжіння. Він відкрив такий закон:

Між усякими двома матеріальними частинками діє сила взаємного тяжіння, прямо пропорціональна масам обох частинок (інакше кажучи, пропорціональна добуткові цих мас) *і обернено пропорціональна квадратові віддалі між центрами цих частинок.* Наприклад, якщо m і m' будуть маси двох частинок, що перебувають на віддалі r одна від одної, то сила їх взаємного тяжіння F виражається формулою:

$$F = G\frac{mm'}{r^2}, \tag{7}$$

де G є стала величина, що залежить за числовим значенням від добору одиниць, у яких виражаються величини, що входять у формулу. Величина G має назву гравітаційної[1]) сталої. Якщо маси m і m' виміряні в грамах, а віддаль r — у сантиметрах, то

$$G = 6{,}66 \cdot 10^{-8}$$

(1 *г* маси притягує 1 *г* маси на віддалі 1 *см* з силою $6{,}66 \cdot 10^{-8}$ дин). Гравітаційна стала G була визначена дослідним шляхом; як саме — про це буде сказано в наступному параграфі.

Кожна частинка каменя, що лежить на поверхні Землі, притягується всіма частинками земної кулі. Рівнодійна усіх цих сил тяжіння зумовлює вагу каменя відносно Землі. Так само кожна частинка Місяця притягується кожною частинкою Землі; рівнодійна цих сил являє собою силу тяжіння Місяця і Землі. Саме ця сила і утримує Місяць коло Землі; якби ця сила раптом зникла, то Місяць відійшов би від Землі, рухаючись по прямій, дотичній до її орбіти.

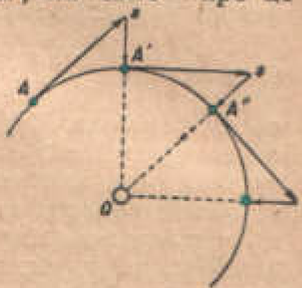


Рис. 1.

Рух Місяця навколо Землі можна розглядати як результат додавання двох незалежних рухів: 1) руху по інерції, спрямованого по прямій Aa, дотичній до орбіти Місяця (рис. 1); 2) „падання" Місяця до Землі, спричинюваного діянням тяжіння; за той проміжок часу, протягом якого Місяць, рухаючись по інерції, повинен був би переміститися з точки A в точку a, він в наслідок „падання" до Землі наближається до Землі саме на ту віддаль aA', на яку він міг би за цей час відійти від Землі. В результаті Місяць проходить шлях AA', а в наступний проміжок часу — шлях $A'A''$ і т. д., тобто рухається (приблизно) по колу навколо Землі.

Аналогічно сила гравітаційного взаємодіяння між Землею і Сонцем утримує Землю на її орбіті під час руху Землі навколо Сонця. Те саме справедливе й для всіх інших планет і їх супутників. Гравітаційне взаємодіяння між зорями (між окремими системами небесних тіл, подібними до нашої сонячної системи) в наслідок величезної віддаленості зір одна від одної не таке велике, щоб воно могло виявити помітний вплив на рух зір.

Сила тяжіння між двома будьякими тілами є результуюча сил притягання між усіма попарно взятими частинками, з яких складаються ці тіла. Обчислення цієї результуючої сили іноді являє значні труднощі. В математичній фізиці розроблено способи швидкого розв'язування подібних задач (ці способи базуються на дуже важливій для математичної

---

[1]) Від латинського gravito — тяжу.

фізики „теорії потенціала" і на застосуванні інтегрального числення). В деяких простих випадках результуюча сила тяжіння може бути визначена легко. Наприклад, виявляється, що дві кулі (якщо в кожній з них речовина розподілена рівномірно) притягують одна одну так, ніби вся їх маса була зосереджена в їх центрах. Отже, в цьому разі для обчислення результуючої сили можна прямо використати формулу (7), розуміючи в ній під m і m' уже не масу окремих частинок, з яких складається речовина куль, а всю масу куль, і вважаючи, що r означає віддаль між центрами куль.

Це спрощення розрахунку не приводить до помилки також і в тому разі, коли речовина кулі (або навіть обох куль) розподілена всередині кулі з густиною, неоднаковою для різних віддалей від центра кулі, так, що куля складається з ряду концентричних шарів різної густини; важливо тільки, щоб у кожному такому концентричному шарі речовина була розподілена рівномірно. Цій вимозі приблизно задовольняє, очевидно, внутрішня будова Землі, Місяця, Сонця, планет. Тому силу тяжіння між небесними тілами можна обчислювати, прямо застосовуючи формулу (7).

Вага тіла зумовлена результуючою всіх сил притягання між кожною частинкою тіла і Землею. А тому вага всякого тіла повинна бути пропорціональна масі цього тіла, як це і є в дійсності. Згідно з законом тяжіння вага тіла зменшується в міру віддалення від земної поверхні. Середній радіус Землі дорівнює 6371 *км*; тому при підніманні на 1 *км* вага зменшується у відношенні $\left(\frac{6371}{6371+1}\right)^2 = 1 - \frac{2}{6371}$, тобто на 0,00032 своєї величини. Через те що земна кора щодо густини неоднорідна, то в місцевостях, під якими у глибині земної кори лежать породи більшої густини, сила тяжіння трохи більша, ніж у місцевостях (при тій самій географічній широті), ложе яких становлять породи меншої густини. Масиви гір викликають відхилення виска в сторону гір.

Діянням тяжіння і обертанням Землі навколо осі пояснюється явище припливів. Вода океанів, підлягаючи діянню тяжіння Місяця і Сонця, збирається двома опуклостями на протилежних частинах земної кулі. В наслідок добового обертання Землі кожна з цих опуклостей величезною хвилею оббігає всю земну кулю протягом доби.

§ 7. Дослідне визначення гравітаційної сталої. Щоб використати закон тяжіння для обчислень, треба знати величину гравітаційної сталої G, що як коефіцієнт пропорціональності входить у формулу (7). Для цього, очевидно, необхідно хоча б один раз точно в и м і р я т и силу тяжіння між двома будьякими відомими масами m і m', наприклад, між двома кулями, віддаленими одна від одної на точно виміряну віддаль r; після того як такий вимір зроблено, величину гравітаційної сталої G легко обчислити за формулою (7), підставивши в неї визначені дослідним шляхом значення m, m', r і F.

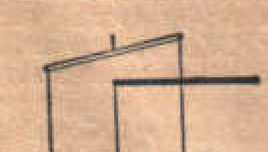


Рис. 2. Крутильні терези К е в е н д і ш а для визначення гравітаційної сталої.

Гравітаційна стала вперше була визначена в 1798 р. К е в е н д і ш е м. К е в е н д і ш виміряв силу тяжіння між свинцевими кулями з допомогою приладу, що має назву к р у т и л ь н и х т е р е з і в; схематично головна частина цього прилада показана на рис. 2. В ящику, встановленому на міцному фундаменті і захищеному від коливань температури, до прикробленої в кришці осі, яку можна було обертати, був прикріплений горизонтальний стрижень; до кінців цього стрижня були підвішені дві масивних свинцевих кулі M_1 і M_2. На кінцях другого стрижня були підвішені ще дві невеликі свинцеві кулі m_1 і m_2. Повертаючи вісь стрижня з важкими кулями, можна було спостерігати, що при наближенні важких куль до легких стрижень з легкими кулями повертався на якийсь кут назустріч важким кулям. Вимірявши перед цим опір, який чинила закручуванню нитка, на яку підвішено стрижень з легкими кулями, Кевендіш за кутом закручування нитки мав змогу обчислити сумарну силу тяжіння $2F$ між кулями M_1 і m_1 і між кулями M_2 і m_2. Точне визначення віддалі між центрами куль не становило труднощів. Обчислене Кевендішем значення гравітаційної сталої тільки на 1% відрізнялося від того, яке було здобуте на підставі дальших дослідів.

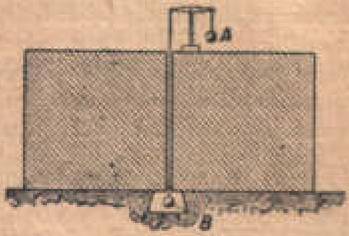


Рис. 3. Схема дослідів Ріхарца по визначенню гравітаційної сталої.

У 1898 році Ріхарц, за ідеєю Жоллі, застосував другий спосіб для обчислення гравітаційної сталої. Схема дослідів Ріхарца показана на рис. 3. До кінців коромисла терезів підвішено дві кулі A і B, які мають (якщо брати до уваги також і нитки, на яких вони підвішені) рівні маси. Ці кулі повинні були б зрівноважувати одна одну, але одна з них A перебуває над свинцевою плитою в 100 *т*, яка своїм притяганням збільшує вагу цієї кулі, а друга куля B перебуває під свинцевою плитою, яка своїм притяганням на ту саму величину зменшує вагу цієї кулі; через те коромисло терезів відхиляється — куля A переважує. З величини відхилення коромисла терезів можна судити про силу тяжіння між кулями і свинцевою плитою. Цей спосіб визначення гравітаційної сталої вважається найточнішим.

Знайдено, що (при одиницях CGS): $G = 6{,}66 \cdot 10^{-8}$.

§ 8. Перший Ньютонів закон механіки (закон інерції). Закон інерції був встановлений Галілеєм на початку XVII ст.; пізніше Декарт дав цьому законові більш загальне формулювання; Ньютон прийняв його як перший закон механіки, виразивши такими словами:

усяке тіло продовжує залишатися в своєму стані спокою або рівномірного і прямолінійного руху, поки і оскільки прикладені сили не змушують його змінювати цей стан.

Само собою зрозуміло, що тіло, яке перебуває в спокої, буде залишатися в спокої, доки воно не виведене з цього стану діянням якихнебудь сил. Так само зрозуміло, що коли на тіло, яке рухається прямолінійно, не діють ніякі сили, то нема причин, які могли б змусити тіло відхилитися від прямолінійного шляху (тут можна було б послатися на міркування симетрії: при відсутності сил відхилення тіла від прямолінійного шляху в яку завгодно наперед указану сторону не більш можливе, ніж відхилення в сторону прямо протилежну; а тому нема підстав, щоб відхилення сталося). Менш очевидним на перший погляд є твердження, що при відсутності сил швидкість тіла буде залишатися незмінною; у щоденному досвіді спостерігаємо якраз протилежне. Всяке тіло, яке рухається, коли його рух не підтримувати діянням сили, рано чи пізно спиняється, але, з другого боку, той самий щоденний досвід вказує нам, що зупинка відбувається тим швидше, чим більші існуючі опори рухові. Ми зовсім правильно звикли розглядати сили опору як причину сповільнення руху, а тому, якщо ми уявимо, що деяке тіло рухається, не зазнаючи ніяких опорів своєму рухові, то природно чекати, що в цих умовах швидкість тіла буде залишатися незмінною.

На підставі зазначеного іноді розглядають закон інерції як істину апріорну (тобто як істину, яка встановлена умоглядно і не потребує обгрунтовання з допомогою досліду). Це, проте, неправильно. Всі три Ньютонові закони механіки (закон інерції і два інших закони, які ми розглянемо в дальших параграфах) являють собою істини, здобуті дослідним шляхом. У цьому — їх значення. Що закон інерції дійсно взято з досліду, а не здобуто суто умоглядним шляхом, у цьому найлегше переконатися, глибше з'ясувавши суть закону інерції і зіставивши його (це буде зроблено нижче) з тими уявленнями, які існували раніше з приводу законів руху електричних зарядів.

Ідучи за Ньютоном, під „інерцією" належить розуміти не просто факт спокою або факт рівномірного руху при відсутності сил, але деяке, властиве всякій масі, вперте прагнення зберегти стан спокою і таке ж уперте прагнення зберегти рівномірний прямолінійний рух. Поки тіло залишене само на себе, поки на нього не діють ніякі сили, упертість інерції, зрозуміло, не може виявитися ні в чому іншому, як у тому, що тіло продовжує перебувати в спокої або продовжує рухатися рівномірно і прямолінійно. Але коли ми виводимо тіло з стану спокою або змушуємо його рухатися швидше, або загальмовуємо його, або відхиляємо його від прямолінійного шляху, то упертість інерції виявляється у вигляді опору, що його чинить тіло, скерованого проти прикладених до тіла сил.

Щоб відтінити цю думку, яку ми тут через відсутність більш відповідних слів намагалися виразити словами „упертість інерції", Ньютон говорить, що всякому тілу властива пропорціональна масі цього тіла „природжена сила опору" або,— це те саме,— *сила інерції*. Ньютон тут же додає: „Ця сила інерції виявляється тілом тільки тоді, коли друга сила, до нього прикладена, робить зміну в його стані руху. Виявлення цієї сили інерції може бути розглядане подвійно: і як власне опір, і як напір. Як власне опір, оскільки тіло чинить опір діючій на нього силі, намагаючись зберегти свій стан руху; як напір, оскільки те саме тіло, з труднощами піддаючись силі перешкоди, яка чинить йому опір, намагається змінити стан цієї перешкоди".

Коли будьяке тіло в наслідок будьяких причин починає рухатися швидше або повільніше, то це тіло розвиває (виявляє) силу інерції, але прикладена ця сила інерції до інших тіл і саме до тих, які змінюють стан руху першого тіла. Наприклад, коли ми кидаємо камінь, то сила інерції, яку розвиває камінь, прикладена до нашої руки: камінь тисне на руку. Коли, стоячи на гнучкій дошці, ми підстрибуємо, то сила інерції, яку ми розвиваємо, прогинає дошку.

Чи можна сказати, що це уявлення про інерцію, яке і становить суть першого закону механіки, є продуктом суто умоглядної творчості, а не узагальненням спостережуваних фактів? Звичайно, ні! Ми могли б уявити, що якенебудь тіло позбавлене інерції, що діяння прикладеної до нього сили викликає і підтримує його рух, а коли діяння прикладеної сили припиняється, то тіло раптово спиняється. Саме цей погляд, відповідно до електричних зарядів, розвинув Ампер у своїх класичних працях з електродинаміки; Ампер виходив з принципу, що електрика позбавлена інерції. Згодом було виявлено, що цей принцип не відповідає дійсності; елементарні електричні заряди — електрони — мають масу і їм властива інертність. Навіть хвилі (точніше —„кванти") світла мають інертну масу. На сучасному ступені розвитку фізики ми не знаємо жодного вияву матерії, який був би позбавлений інерції.

§ 9. Критика понять „спокій" і „рівномірність" (про простір і час). У першому законі механіки говориться про „спокій" і про „рівномірність" руху. Який сенс мають ці слова? Про спокій відносно чого тут іде мова? Ні Земля, ні Сонце, ні навіть так звані „нерухомі" зорі не перебувають у спокої: всі небесні тіла рухаються.

Чи існує хоч одно тіло, яке перебувало б у цілковитому (абсолютному) спокої? Такого тіла ми не знаємо. Нехай хтонебудь висловить припущення, що якесь тіло перебуває в абсолютному спокої; як вирішити: чи правильне це припущення чи неправдиве? Наприклад, одна людина почне запевняти, що така ось зоря перебуває в цілковитому спокої, тоді як уся решта зір рухається, друга ж людина буде запевняти, що перебуває в спокої якась інша зоря, а рухається вказана першою людиною; якщо на підставі спостереження ми встановили, що зорі, вказані першою і другою людиною, наближаються одна до одної, то як вирішити, хто з них має рацію?

Щоб судити, чи рухається будьяке тіло цілком рівномірно (з швидкістю, що абсолютно не змінюється), треба спостерігати рух цього тіла, маючи годинник, про який наперед було б відомо, що його хід правильний. Але що означає: „наперед відомо“? Нам ніщо не може бути відомо „наперед“. Ми все пізнаємо з допомогою досвіду. Якщо хтонебудь скаже, що такий ось годинник показує час абсолютно правильно, то як вирішити, справедливе це твердження чи неправдиве?

Перед формулюванням основних законів механіки Ньютон дає такі означення.

„Абсолютний простір самою своєю суттю, незалежно до чого б там не було зовнішнього, залишається завжди однаковим і нерухомим. Відносний простір є якаНебудь обмежена рухома частина абсолютного простору, що його вважають звичайно за простір нерухомий... Наприклад, якщо розглядати Землю рухомою, то простір атмосферного повітря, який відносно Землі залишається завжди тим самим, буде становити то одну частину простору абсолютного, то другу...

Місце є частина простору, що її займає тіло... Абсолютний рух є переміщення тіла з одного абсолютного його місця в інше; відносний рух є переміщення тіла з одного відносного його місця в інше, теж відносне.

Наприклад, на кораблі, який іде під парусами, відносне місце тіла є та частина корабля, в якій тіло перебуває,— наприклад, та частина трюму, що заповнена тілом і що, отже, рухається разом з кораблем. Відносний спокій є перебування тіла в тій же самій частині корабля або в тій же частині його трюму. Справжній спокій є перебування тіла в тій же самій частині того нерухомого простору, в якому рухається корабель з усім, що в ньому є. Отже, якби Земля насправді була в спокої, то тіло, яке відносно корабля перебуває в спокої, рухалося б справді з тією абсолютною швидкістю, з якою корабель іде відносно Землі. Якщо ж і сама Земля рухається, то справжній абсолютний рух тіла знайдеться із справжнього руху Землі в нерухомому просторі і з відносних рухів корабля відносно Землі і тіла відносно корабля...

Абсолютний, справжній, математичний час сам по собі і самою своєю суттю, не стосуючись будьчого зовнішнього, протікає рівномірно і інакше називається тривалістю... Абсолютний час відрізняється в астрономії від звичайного сонячного часу рівнянням часу; бо природні сонячні доби, які вважають звичайно за рівні для виміру часу, справді між собою нерівні; ця нерівність і виправляється астрономами, щоб при вимірюваннях рухів небесних світил застосовувати більш правильний час. Можливо, що не існує в природі такого рівномірного руху, яким час міг би вимірюватися з абсолютною точністю...“

Ми бачимо, що ці Ньютонові означення по суті не усувають зазначених вище труднощів.

З наведених означень Ньютона випливає: 1) що простір і час мають об'єктивну реальність; це правильно; 2) що простір і час не зв'язані органічно з матерією і незалежні один від одного; це не правильно. Такий підхід до понять про простір і час метафізичний, позбавлений фізичного змісту. В дійсності простір і час мають об'єктивну реальність у реальному русі матерії.

„Діалектичний матеріалізм розглядає простір як форму існування матерії. Простір і час є корінними умовами існування всякого буття, і тому простір не може бути відокремлений від матерії. Всяка матерія існує тільки в просторі, але простір існує тільки в матерії. Пустий простір, відокремлений від матерії, є тільки логічна або математична абстракція, плід діяльності нашого мислення, якій не відповідає ніяка реальна річ“ [1]).

---

[1]) Цитата з книги Б. М. Гессена, „Социально-экономические корни механики Ньютона“, ГТТИ, 1933, стор. 46.

Ознайомившися з означеннями Ньютона, що відограли історичну роль, ми не наблизимося до відповіді на поставлене нами запитання: який фізичний зміст мають слова „спокій" і „рівномірність" руху в першому законі механіки? Ми маємо право, звичайно, вимагати, щоб на це чітко поставлене запитання була дана цілком ясна відповідь. Проте, саме „прості" запитання часто виявляються найтруднішими для розв'язання.

Глибокий аналіз принципіальних основ механіки дав у 1905 р. і в дальші роки А. Ейнштейн. На жаль, в рамках даного курсу ми зовсім позбавлені змоги викласти хід міркувань Ейнштейна і зроблені ним висновки. Ми змушені обмежитися кількома, далеко недостатніми для розуміння суті справи і навіть (для простоти) не цілком точними натяками.

Питання про час було розв'язано Ейнштейном так. Для визначення часу треба умовитись про способи точного вимірювання часу і насамперед про способи встановлення одночасності подій, які відбуваються в різних місцях простору. Ці способи вимірювання часу не можна вибрати довільно; навпаки, вони повинні перебувати у відповідності до всієї сукупності наслідків нашого фізичного досліду. Один якийсь процес повинен служити зразком рівномірного перебігу; цей процес самою природою речей покликаний виконувати роль універсального цілком точного годинника. Ейнштейн прийняв, що таким процесом є поширення світлових (і взагалі електромагнітних) хвиль у „пустоті". Про події, які сталися в двох якихнебудь різних місцях простору A і B, спостережник, що перебуває в третьому місці C, однаково віддаленому від A і B, повинен сказати, що вони сталися одночасно, якщо світлові сигнали, пущені від A і B, які повідомляють про ці події, досягли спостережника C в той самий момент часу. Це означення поняття одночасності Ейнштейн зберігає також і для того випадку, коли точки A і B рухаються відносно спостережника, але саме тому події, які будуть уявлятися одночасними для рухомого спостережника, нерухомий спостережник вважатиме за неодночасні.

Простір ми пізнаємо в реальних процесах. Геометричні властивості реального простору не цілком точно відповідають властивостям того уявлюваного простору, який вивчається геометрією Евкліда. Прямою лінією є та, якою поширюється промінь світла. Геометричні властивості реального простору залежать від мас, розподілених у ньому. Всесвітнє тяжіння пояснюється цією залежністю властивостей фізичного простору від розміщених у ньому мас.

З цього Ейнштейнового погляду сили всесвітнього тяжіння не можна розглядати як сили, зовні прикладені до тіл, а через те що під діянням цих сил тіла зазнають прискорення у напрямі одне до одного, то про закон інерції доводиться сказати, що повною мірою він справедливий тільки для таких частин простору, які були б нескінченно віддалені від усіх мас. Для таких частин простору „спокій" і „рівномірний прямолінійний рух", про які йде мова в законі інерції, нічим не відрізняються, крім способу їх спостереження.

§ 10. Інерціальна система. Положення тіла в просторі визначають відліком (вимірюванням) віддалі тіла від будьяких інших нерухомих одне відносно одного тіл. Для визначення положення точки в просторі досить виміряти віддаль точки до трьох взаємно перпендикулярних площин. Ці площини називають системою координатних площин, а найкоротші віддалі розглядуваної точки від координатних площин називають координатами точки. Прямі, по яких перетинаються координатні площини, називають осями координат; звичайно їх позначають символами OX, OY, OZ, а координати точки — знаками x, y, z (рис. 4).

Нехай нас цікавить рух м'яча, підкинутого до стелі одним із пасажирів залізничного вагона. Щоб стежити за рухом м'яча, ми можемо вибрати, наприклад, як систему координатних площин підлогу, одну бічну й передню стінки вагона. Поряд з цією системою координат візьмемо ще другу систему координат, зв'язану з Землею. Коли вагон стоїть нерухомо, то рух підкинутого у вагоні м'яча буде, зрозуміло, однаковим відносно обох вибраних нами координатних систем.

Розглянемо випадок, коли вагон рухається рівномірно і прямолінійно; одна координатна система рухається відносно другої. Спостережникові, який стоїть біля полотна залізниці, політ м'яча буде здаватися тепер іншим, ніж спостережникові всередині вагона. Спостережник всередині вагона скаже, що всі предмети в його вагоні по інерції перебувають у спокої; спостережник, який стоїть біля полотна залізниці, скаже, що всі предмети всередині вагона рухаються по інерції з однаковою швидкістю. Перший спостережник побачить будьякий важкий кинутий ним з вікна предмет падаючим по вертикальній прямій; другий спостережник побачить той самий предмет падаючим по відхиленій у бік руху вагона кривій лінії (по параболі), і, вивчивши це падання предмета, він переконається, що політ по параболі відбувається від накладання один на одного двох рухів: падання під діянням ваги і горизонтального рівномірного руху по інерції. Оскільки в нерухомому вагоні був справедливим (з деяким степенем наближення) закон інерції, остільки й у вагоні, який рухається рівномірно і прямолінійно, буде також справедливим закон інерції (з тим самим степенем наближення).

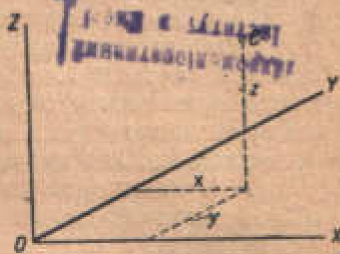


Рис. 4. Система прямокутних („декартових") координат.

Якщо вагон рухається прискорено чи сповільнено або хоча б і рівномірно, але по криволінійному шляху, то рух підкинутого всередині вагона м'яча набуде зовсім іншого характеру; при прискореному русі вагона підкинутий вертикально м'яч упаде позаду пасажира, який його підкинув; при русі вагона по криволінійному шляху він упаде збоку і т. ін. При різкому загальмовуванні вагона предмети, які нерухомо лежали на столику, сковзають і падають на підлогу вперед у напрямі руху вагона. Пасажири, які стоять, ледве утримуються на ногах. Пасажири, які сиділи спиною до руху, відчувають, що поза їх волею вони раптом починають тиснути на стінки сидінь. Закон інерції — у вузькому розумінні його змісту — перестає (у застосуванні до координатної системи, яка нас цікавить) бути справедливим. Насправді, адже нерухомі відносно стінок і підлоги предмети, що були у вагоні, при різкому загальмовуванні вагона раптом набувають прискорення вперед, не зважаючи на те, що до них не було зовні прикладено ніяких сил, які могли б надати їм цього прискорення; будьяке тіло, що рівномірно рухалося всередині вагона, при загальмовуванні вагона раптом зазнає зміни швидкості свого руху відносно зв'язаної з вагоном координатної системи; якщо вагон проходить по закругленню колії, то м'яч, кинутий пасажиром паралельно стінці вагона, буде наближатися до стіни вагона або віддалятися від неї.

Зрозуміло, що всякий пасажир, обізнаний з тим, як рухається вагон, може легко розібратися в усіх цих явищах, які ніби спростовують закон інерції стосовно до його, зв'язаної з вагоном, координатної системи. Він міг би розв'язати цю задачу двома різними способами: 1) відмовитися від користування координатною системою, зв'язаною з вагоном, і відносити рухи до „нерухомої" (зв'язаної з Землею) координатної системи; 2) надалі користуватися координатною системою, зв'язаною з вагоном, і допустити, що в деякі періоди часу (які збігаються з тими, коли вагон проходить закруглення колії або рухається прискорено чи сповільнено) на всі тіла, що є всередині вагона, діє якась зовні прикладена до них сила, пропорціональна масі цих тіл. Спостережникові, який нерухомо стоїть на Землі, цей другий спосіб розв'язання задачі здався б, можливо, безглуздим, але якби ми уявили собі дві координатні системи, які рухаються прискорено одна відносно однієї десь у світовому просторі, то важко було б навести доводи проти зазначеного способу міркування.

Координатну систему, зв'язану з такою сукупністю взаємно нерухомих тіл, відносно якої з повною точністю виправдується закон інерції, називають інерціальною (або інакше галілеєвою) системою. При цьому прискорення, що їх зазнають тіла в наслідок тяжіння, треба за Ньютоном розглядати як такі, що спричинюються прикладеними до тіл силами всесвітнього тяжіння.

Із зазначеного в перших шести абзацах цього параграфа випливає такий висновок, справедливість якого може бути доведена цілком строго. *Якщо будьяка координатна система рухається прямолінійно і рівномірно відносно деякої інерціальної системи, то перша координатна система також є інерціальною системою.* Якщо ж перша система рухається відносно другої інерціальної системи непрямолінійно або хоча б і прямолінійно, але нерівномірно, то вона не буде інерціальною системою.

§ 11. Спостережувані на поверхні Землі відхилення від закону інерції: відхилення падаючого тіла від прямовисної лінії; маятник Фуко. Астрономічні спостереження і обчислення показують, що з сонячною системою якимось певним способом можна зв'язати таку систему координат, яка з достатнім степенем точності буде інерціальною (у ньютоновому розумінні). Координатні осі цієї системи треба мислити собі, як такі, що перетинаються у деякій точці Сонця (в центрі маси сонячної системи; про центр маси див. § 28). Земля обертається навколо Сонця. Отже, всяка координатна система, зв'язана з Землею, не є інерціальною. Але якщо взяти до уваги, що протягом 30 хвилин Земля в своєму русі навколо Сонця описує дугу, лише трохи більшу 1″ (це вказує, наскільки мала кривизна земної орбіти), то стає зрозумілою надзвичайна малість впливу криволінійності руху Землі на інерціальні властивості координатної системи, зв'язаної з Землею.

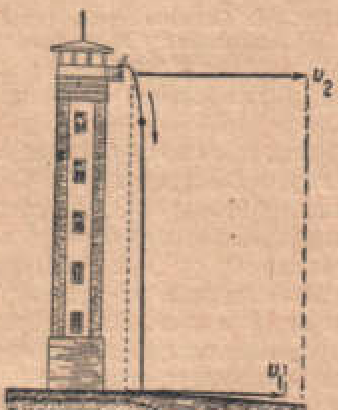


Рис. 5. Камінь, кинутий з високої башти, має відносно поверхні Землі (в наслідок добового обертання Землі) горизонтальну швидкість $v_2 - v_1$.

Значно більший, але практично все ж неістотний вплив виявляє добове обертання Землі. Якби цього обертання не існувало, то камінь, кинутий з башти, падав би точно по вертикальній лінії. В наслідок добового обертання Землі кожна точка земної поверхні має деяку горизонтальну швидкість переміщення з заходу на схід; для вершини башти ця швидкість більша, ніж для її основи; через те кинутий з високої башти камінь випереджає грунт у русі на схід і падає не в ту точку, яка є основою вертикалі, що проходить через початкове положення каменя, а трохи на схід від цієї точки (рис. 5). Це відхилення від вертикалі при висоті падання в 20 *м* становить усього кілька міліметрів (для середніх широт). Звідси видно, що координатну систему, зв'язану з поверхнею Землі, можна з достатньою для практичних потреб точністю розглядати як інерціальну.

Відхилення від закону інерції, спричинювані добовим обертанням Землі, найлегше помітити, стежачи за площиною коливання маятника (маятник Фуко). Щоб наочніше уявити собі суть явища, укріпимо на осі відцентрової машини металічну дугу і до тієї точки дуги, яка буде точно на осі обертання, повісимо маятник (рис. 6) з допомогою шарніра C, який може з малим тертям обертатися в отворі, зробленому в дузі. Маятник, раз приведений в коливання, зберігає свою початкову площину коливань навіть при порівняно швидкому обертанні дуги; це зрозуміло, бо на маятник не діють ніякі сили, здатні змінити (повернути) площину коливань маятника (це є вертикальна площина, що проходить через напрям початкового відхилення маятника; сила ваги маятника незмінно лежить у цій площині, а не напрямлена до неї під кутом; якщо не брати до уваги малих за умовою сил тертя у точці підвісу, то ніяких інших сил, які діють на маятник, немає). Змінимо тепер масштаб досліду: відцентрову машину замінимо земною кулею, яка зазнає добового обертання, дугу — стелею і стінками будьякої кімнати. Через кілька хвилин ми помітимо, що площина коливання маятника ніби повертається „за сонцем“, тобто із сходу на південь. Уявимо, що наведений дослід провадиться на одному з полюсів Землі. Тоді площина коливання маятника, що обертається з точки зору земного спостережника, насправді була б нерухомою відносно інерціальної астрономічної системи координат. Коли дослід з маятником Фуко провадять в якійнебудь іншій точці Землі, то через те, що площина коливання маятника завжди проходить через вертикаль, ця площина обертатиметься не тільки відносно земного спостережника, а й деякою мірою і відносно інерціальної астрономічної системи координат.

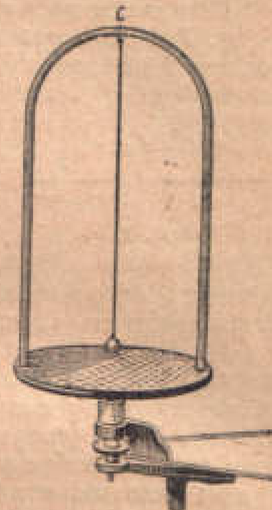


Рис. 6. При обертанні відцентрової машини площина коливання маятника залишається незмінною.

§ 12. Принцип відносності Галілея. Сказане в § 10 приводить нас до такого висновку:

ніякі механічні досліди і спостереження, що їх провадять всередині інерціальної системи, не дають можливості розв'язати питання, чи має вся ця система в цілому прямолінійний рівномірний рух, чи вона перебуває в спокої. Іншими словами — механічними дослідами і спостереженнями не можна встановити існування абсолютних рухів; усякий рух слід розглядати як відносний. У цьому полягає так званий принцип відносності Галілея.

Галілей указав принцип відносності, розглядаючи питання про те, як загальний швидкий рух Землі не порушує окремих рухів, які відбуваються на її поверхні. Галілей пояснює цей принцип таким прикладом[1]):

„Помістіть себе з вашим приятелем у залі під палубою будьякого великого корабля... і змусьте привести в рух корабель з якою завгодно швидкістю. Ви (якщо тільки рух буде рівномірний) не помітите жодної зміни в усіх явищах і ні з одного з них ви не зможете судити — чи рухається корабель, чи стоїть на місці: ви, стрибаючи, будете проходити по підлозі ті самі простори, як і під час стояння корабля, тобто ви не зробите — в наслідок того, що корабель рухається дуже швидко — більших стрибків до корми, ніж до носа корабля, хоча в той час, коли ви перебуваєте у повітрі, підлога, що під вами, біжить у сторону, протилежну вашому стрибкові, і, кидаючи будьяку річ товаришеві, вам не треба буде з більшою силою кидати її, якщо він буде біля носа корабля, ви ж біля корми, ніж коли б ви стояли навпаки; краплі з підвішеного до стелі кухля з водою падатимуть вертикально на підлогу, і жодна з них не впаде у напрямі до корми, хоча, поки краплина перебуває у повітрі, корабель іде вперед...

[1]) „Dialogo... sopra i due massimi sistemi del mondo — Tolemaico e Copernicano“. Цей твір вийшов у 1632 р. Він — той самий, що за нього Галілей був засуджений папською інквізицією.

мухи і далі літатимуть однаково в усі сторони, і ніяк не трапиться, щоб вони (ніби утомившись встигати за швидким ходом корабля) зібралися на тій стороні, яка ближче до корми".

§ 13. Спеціальний принцип відносності Ейнштейна. Принцип відносності Галілея встановлює, що з допомогою механічних спостережень і дослідів, що їх проводять всередині системи, не можна виявити наявності прямолінійного рівномірного руху всієї системи. Але принцип цей нічого не говорить про те, чи не можна цей рух виявити з допомогою будьяких інших немеханічних спостережень і дослідів, наприклад, з допомогою оптичних дослідів.

Покажемо насамперед, як зв'язане це питання з проблемою світового ефіру. Гіпотеза про існування світового ефіру була введена для того, щоб пояснити явище поширення світла в пустоті. Згідно з цією гіпотезою світовий ефір являє собою якесь „тонке" середовище, яке заповнює ввесь світовий простір, пронизує небесні тіла так, що вони рухаються в світовому ефірі, зовсім не зазнаючи (або майже не зазнаючи) від нього ніякого опору своєму рухові. Сучасник Ньютона Гюйгенс дав основи теорії, яка довго панувала і за якою світло розглядали як поширення коливних рухів частинок світового ефіру, подібно до звука, що являє собою поширення коливних рухів частинок речовини, наприклад, повітря.

Рис. 7.

Гюйгенс уявляв собі, очевидно, що світовий ефір, який заповнює всесвіт, у цілому як середовище (а не окремі його частинки) перебуває „в абсолютному спокої". Пізніше такого погляду додержувалося багато фізиків. Деякі (наприклад, Френель, Фізо) припускали, що ефір частково захоплюється рухом небесних тіл. Припущення, що ефір може бути цілком захоплюваний рухом тіла (це припущення було висловлене Герцем), не може бути прийняте, бо воно приводить до суперечностей при поясненні деяких оптичних явищ.

Гіпотеза світового ефіру дала підставу вважати, що абсолютний рух Землі в ефірі вдається виявити з допомогою вимірювання швидкостей поширення світла в напрямі руху Землі і в напрямі протилежному. Здавалося б, що, пустивши світловий сигнал у напрямі руху Землі з точки A в точку B, а потім у зворотному напрямі з B в A, ми повинні помітити різницю часів проходження сигналом шляху AB (рис. 7), а саме: здавалося б, що з B в A світловий сигнал повинен прийти швидше, ніж з A в B, бо в першому випадку точка A, яка приймає сигнал, переміщується при русі Землі в ефірі назустріч сигналові, а в другому випадку точка B, яка приймає сигнал, переміщується, відходячи від сигнала. Проте, найточніші досліди з вимірюванням швидкості світла, проведені наприкінці минулого сторіччя Майкельсоном і пізніше багато разів перевірені, привели (такої думки додержується тепер більшість фізиків) до негативного результату: *швидкість світла виявилась незалежною від напряму світлового сигнала.* Розуміючи цю незалежність швидкості світла від стану руху системи, кажуть, що *швидкість світла інваріантна* [1]). Ейнштейн встановив таке розуміння часу [2]), при якому іншого результату дослідів і не слід чекати. Отже, той факт, що залежність швидкості світла від напряму (на поверхні Землі) світлового сигнала ніколи *не була спостережена*, він зробив принципом, що вона ніколи і *не може бути спостережена*, а це

---

[1]) Крім того, швидкість світла є сталою в тому розумінні, що в пустоті вона однакова для променів різних кольорів. Часто, проте, коли говорять про сталість швидкості світла, то мають на увазі її інваріантність, тобто незалежність швидкості світла від стану руху системи.

[2]) У § 9 згадано дане Ейнштейном означення поняття одночасності подій. З самої суті цього означення швидкість світла не може залежати від стану руху системи.

означає, що „абсолютний" рух Землі в ефірі не може бути виявлений навіть і в тому разі, якщо ефір існує. Додержуючись цього погляду, слід визнати, що *не тільки механічні, але взагалі ніякі фізичні досліди і спостереження, що їх проводять всередині інерціальної системи, не дають можливості розв'язати питання, чи має вся ця система в цілому прямолінійний рівномірний рух, чи вона перебуває в спокої.* Це твердження має назву спеціального принципу відносності Ейнштейна.

§ 14. Вектор швидкості і вектор кількості руху. У фізиці треба розрізняти величини двох родів: одні характеризуються тільки числовим значенням — їх називають *скалярами*; інші характеризуються не тільки числовим значенням, а й якимось певним напрямом — їх називають *векторами*. Вектори зображають стрілками (відрізками прямих), довжина яких указує числове значення вектора. У формулах векторні величини на відміну від скалярних пишуть жирним шрифтом або ставлять над ними риску; та сама літера, надрукована нежирним шрифтом або без риски, означає числове значення вектора.

Рис. 8. Вектор швидкості прямолінійного руху.

Найпростішим і по суті основним вектором є переміщення; під „переміщенням" ми розуміємо відрізок прямої, проведеної з початкового положення в кінцеве положення переміщуваної точки.

Ми будемо говорити про переміщення матеріальних точок. Коли розміри тіла надзвичайно малі проти величин досліджуваних переміщень тіла, то замість слова „тіло" користуються терміном „матеріальна точка".

Вектор переміщення далеко не завжди дозволяє судити про напрям руху матеріальної точки. Якщо матеріальна точка рухається з свого початкового положення прямолінійно, то вектор переміщення має увесь час той самий напрям, який збігається з напрямом руху. Якщо при цьому матеріальна точка рухається рівномірно, то швидкість її $\mathbf{v}$ є вектор, який напрямом збігається з вектором переміщення, а числовою величиною (довжиною відрізка, який зображає вектор $\mathbf{v}$) дорівнює довжині переміщення матеріальної точки за 1 *сек*. Отже, в цьому, і тільки в цьому разі швидкість нічим не відрізняється від вектора переміщення тіла за 1 *сек.*

В разі прямолінійного, але нерівномірного руху (рис. 8) під швидкістю розуміють напрямлений за рухом вектор, який має числове значення, що дорівнює відношенню досить малого переміщення ds, яке відбувається за досить малий проміжок часу dt, до цього елементарного проміжка часу dt:

$$\mathbf{v} = \frac{ds}{dt}.$$

Зауважимо, що у позначеннях ds, dt і т. ін. літера d не означає будь-якої величини, а служить знаком, що вказує на надзвичайну малість тієї величини, назву якої подано літерою, поставленою за літерою d. Так, s означає числову величину переміщення, а ds означає числову величину надзвичайно малого переміщення; t означає час, а dt означає надзвичайно малий проміжок часу. Те, що ми розуміємо тут під надзвичайною малістю величини, в аналізі відповідає поняттю диференціала; замість слів „надзвичайно малий" ми будемо говорити іноді „елементарно малий" або „диференціал".

Під елементарним проміжком часу dt можна розуміти $\frac{1}{n}$ секунди, де n дуже велике число; помноживши на це число чисельник і знаменник наведеної вище формули (від чого, зрозуміло, відношення не зміниться), ми будемо мати в знаменнику 1 секунду, а в чисельнику

n-кратне переміщенню ds, тобто довжину того шляху, який тіло пройшло б за 1 *сек*, якби, починаючи з моменту часу, який нас цікавить, воно рухалося рівномірно.

При русі по криволінійній траєкторії (траєкторія — шлях) вектор швидкості, взагалі кажучи, не збігається щодо напряму з вектором переміщення. Звернемося, наприклад, до рис. 9. На ньому s означає вектор переміщення, що його зазнала матеріальна точка за час t (результуюче переміщення). За елементарно малий проміжок часу dt матеріальна точка зазнала переміщення ds, напрямленого під кутом до вектора s. Швидкість матеріальної точки слід вважати за таку, що збігається щодо напряму з напрямом руху в даний момент часу, тобто має той самий напрям, що і вектор ds:

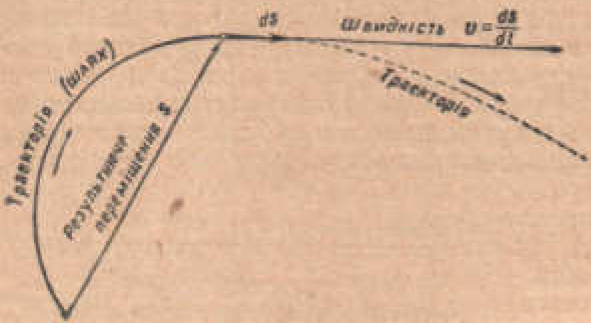


Рис. 9. Вектор швидкості криволінійного руху.

$$v = \frac{ds}{dt}. \tag{8}$$

Це рівняння є векторне рівняння; у правій частині стоїть вектор, який має напрям вектора ds, але числовим значенням (довжиною) перебільшує його у стільки разів, у скільки разів dt менше 1 *сек* (нехай dt становить $\frac{1}{n}$ *сек*, де n якесь дуже велике число; зрозуміло, що ділення величини ds на dt рівнозначне множенню величини ds на n); написане рівняння показує, що вектор $\frac{ds}{dt}$ являє собою не що інше, як саме вектор швидкості v; ці вектори рівні чисельно і збігаються щодо напряму. Зауважимо, що за умовою множення вектора на скалярну величину (в даному разі множення вектора ds на скалярну величину $\frac{1}{dt} = n$) треба розуміти як відповідну зміну довжини вектора при незмінності його напряму.

У механіці і в фізиці кількістю руху називають добуток маси m на швидкість тіла v. Коли звичайно кажуть про „кількість руху", то найчастіше вкладають у ці слова розуміння, аналогічне величині mv. Справді, якщо по якійсь безлюдній вулиці з великою швидкістю біжить одна людина, то ніхто не скаже, що рух по цій вулиці великий; якщо на вулиці стоїть нерухомо натовп людей, які чогось чекають, то знову таки ніхто не скаже про цю вулицю, що рух по ній великий; вуличний рух усі ми вимірюємо (іноді самі цього не помічаючи) добутком числа людей, які рухаються по вулиці, на середню швидкість їх руху.

Кількість руху являє собою вектор, який має напрям швидкості, але числовим значенням перебільшує швидкість у стільки разів, у скільки разів маса тіла m більша одиниці маси (рис. 10).

§ 15. Правила геометричного додавання і геометричного віднімання. Швидкості, кількості руху і всі інші вектори додаються за тим правилом, за яким ми робимо додавання основного вектора — вектора переміщення. Якщо матеріальна точка зазнала переміщення s_1, а потім із свого нового початкового положення вона зазнала переміщення s_2, потім переміщення s_3 і т. ін. (рис. 11), то, очевидно, сумарне („результуюче") переміщення s буде являти собою відрізок прямої, що замикає многокутник, побудований на додаваних переміщеннях як на сторонах, при чому вектор цього результуючого переміщення слід вважати напрямленим з вихідного положення точки до її кінцевого положення. Через те що всі векторні величини, які нам треба розглядати, по суті своїй зв'язані з будьякими переміщеннями, які дійсно відбуваються або можливі,— то зазначене правило підсумовування переміщень є справедливим для всіх векторів. Цей спосіб додавання називають **геометричним додаванням**, або **правилом многокутника**. Додаючи швидкості кількох відносних рухів, у яких бере участь будьяке тіло, треба побудувати многокутник з цих швидкостей, і замикаюча сторона цього многокутника й буде результуючою швидкістю.

Рис. 10. Вектор кількості руху при $m = 5\ г$.

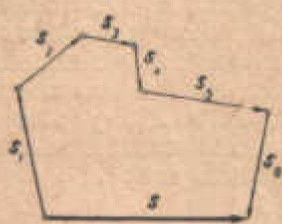


Рис. 11. Правило геометричного додавання.

Аналогічно: додаючи сили, прикладені до якоїсь матеріальної точки, треба побудувати з цих сил многокутник, і замикаюча сторона цього многокутника й буде результуючою силою.

Слід звернути увагу на те, що при додаванні двох векторів результуючий вектор являє собою **діагональ паралелограма**, побудованого на додаваних векторах як на основах (рис. 12).

Віднімання являє собою дію, обернену додаванню. Нехай дано два вектори A_1 і A_2 і треба знайти їх геометричну різницю. Інакше кажучи, знайти такий вектор $A_1' = A_2 - A_1$, який у сумі з вектором A_1 дав би вектор A_2. Рис. 13 показує, як це зробити: рисуємо обидва задані вектори так, що вони виходять з однієї точки; їх геометрична різниця A_1' є не що інше, як основа трикутника, дві інші сторони якого представлені заданими векторами A_1 і A_2; щоб вектор A_2 справді дорівнював сумі векторів A_1 і A_1', треба вектор A_1' вважати за такий, що виходить з кінця відніманого вектора A_1.

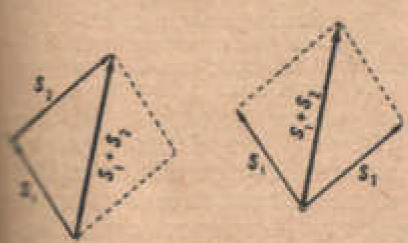


Рис. 12. Правило паралелограма.

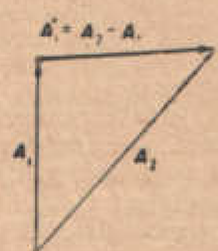


Рис. 13. Правило геометричного віднімання.

Тут слід відзначити, що коли A означає величину, яка змінюється („змінну"), а A_1 і A_2 являють собою два значення цієї змінної величини, то для позначення різниці $A_1 - A_2$ звичайно вживають символ ΔA (Δ — грецька літера „дельта").

Літерами Δ і d звичайно користуються для скороченого запису слова „приріст", при чому символ Δ може означати великий або малий приріст, тоді як символ d завжди вказує на надзвичайну малість розгляданого приросту (знак диференціала).

Нехай, наприклад, швидкість матеріальної точки в якийсь момент часу була v_1, а через 1 *сек* вона, зазнавши зміни і щодо величини, і щодо напряму, стала рівною v_2. Очевидно, що геометрична різниця $\Delta v = v_2 - v_1$, є не що інше, як приріст швидкості за 1 *сек* (рис. 14). Якщо v_2 означає швидкість, властиву матеріальній точці не через цілу секунду від того моменту часу, коли її швидкість була v_1, а через досить малий проміжок часу dt, то, припускаючи, що швидкість не могла за цей малий проміжок часу зрости на помітну величину, можна різницю $v_2 - v_1$ позначити не символом Δv, а символом dv (елементарний приріст швидкості, або, що є те ж саме, диференціал швидкості).

§ 16. Вектор прискорення і вектор сили. Коли при прямолінійному русі швидкість зростає рівномірно, то прискоренням j називають вектор, напрямлений в даному разі за рухом; він має числове значення, яке дорівнює приростові швидкості за 1 *сек*. Прикладом такого рівноприскореного руху може бути вільне падання тіла в пустоті під діянням ваги. Коли швидкість рівномірно зменшується, то прискорення j, яке чисельно дорівнює зменшенню швидкості за 1 *сек*, вважають величиною від'ємною ($j < 0$), бо в цьому разі вектор прискорення напрямлений проти руху. Такого рівносповільнюваного руху зазнає, наприклад, камінь, кинутий вертикально вгору.

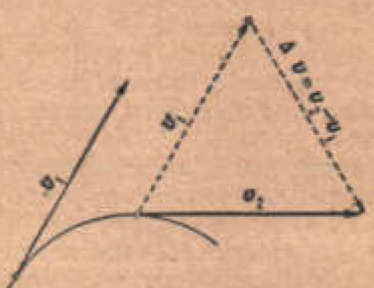


Рис. 14. Геометричний приріст Δv змінного вектора v (вектора швидкості).

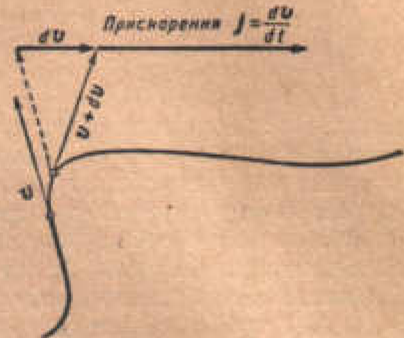


Рис. 15. При рівномірному русі вектор прискорення на криволінійних дільницях тим більший, чим більша кривизна.

Найзагальнішим випадком є криволінійний нерівномірний рух. Під прискоренням j такого руху розуміють вектор, напрямлений в ту сторону, куди напрямлений нескінченно малий *геометричний* приріст швидкості dv, і рівний відношенню цього приросту швидкості dv до нескінченно малого проміжка часу dt, протягом якого швидкість зазнає вказаного приросту:

$$j = \frac{dv}{dt}. \tag{9}$$

Коли тіло рухається по криволінійному шляху рівномірно, то швидкість не змінюється щодо величини, але напрям вектора швидкості змінюється тим різкіше, чим більша кривизна. Отже, для рівномірного руху прискорення тільки на прямолінійних дільницях шляху дорівнює нулеві; для дільниць же криволінійних воно відмінне від нуля і при великій кривизні може стати навіть дуже значним. Розглядаючи рис. 15, бачимо, що при рівномірному русі по закругленню вектор прискорення j напрямлений в ту сторону, куди траєкторія повернена своєю вгнутістю; легко зміркувати, що коли б рух по закругленню відбувався з чисельно зростаючою швидкістю (довжина стрілки, що зображає вектор $v + dv$, більша ніж довжина стрілки вектора v), то вектор прискорення j був би напрямлений під якимсь гострим кутом до напряму руху; легко зміркувати також, що при сповільненні руху (довжина стрілки $v + dv$ менша, ніж стрілки v) вектор прискорення j відхиляється назад до сторони, протилежної напрямові руху (рис. 16).

Сила також є вектором. Про сили ми судимо: поперше, з їх статичного вияву (наприклад, з тиску, що його тіло робить на опору; тиск може привести до прогину поверхні, до стиску пружини і т. ін.); подруге, з їх динамічного вияву, тобто з прискорень, що їх набувають тіла під діянням сили. В першому випадку, при статичному виявленні, векторність сили легко може бути виявлена дослідним шляхом; наприклад, з допомогою зображеного на рис. 17 простого прилада можна довести, що сили при їх статичному виявленні додаються геометрично (за правилом паралелограма, а при більш ніж двох силах — за загальнішим правилом многокутника). У другому випадку, при динамічному виявленні, векторність „рушійної" сили виявлена другим законом механіки: $F = mj$.

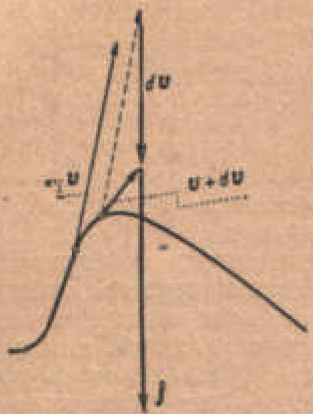


Рис. 16. Вектор прискорення для випадку сповільнюваного руху по тій самій траєкторії, що й на рис. 15.

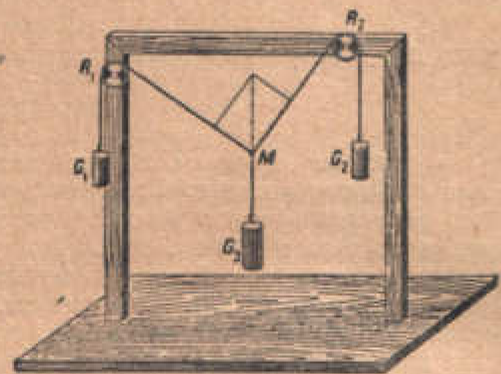


Рис. 17. Дослідний доказ векторності сил у їх статичному вияві.

Зауважимо, що вектор „рушійної" сили стоїть у такому ж співвідношенні з прискоренням, як вектор кількості руху з швидкістю; дійсно, кількість руху збігається щодо напряму з швидкістю і чисельно дорівнює добуткові маси на швидкість; аналогічно, сила збігається щодо напряму з прискоренням і чисельно дорівнює добуткові маси на прискорення.

§ 17. Другий Ньютонів закон механіки. Другий закон механіки полягає у такому твердженні (наводимо Ньютонове формулювання цього закону):

Зміна кількості руху пропорціональна прикладеній рушійній силі і відбувається за напрямом тієї прямої, по якій ця сила діє.

Тут мова йде про геометричну зміну кількості руху за одиницю часу, при чому як одиниця часу повинен бути вибраний досить малий проміжок, а саме настільки малий, щоб протягом його зміну кількості руху можна було б вважати такою, що відбувається рівномірно. Щоб звільнити себе від цієї незручної умови у виборі одиниці часу, треба у наведеному вище формулюванні другого закону слова „зміна кількості руху..." замінити словами „зміна кількості руху, яка відбувається за елементарно малий проміжок часу і поділена на цей проміжок часу..." Далі умовимося вимірювати згадувані в другому законі величини в таких одиницях, щоб можна було слово „пропорціональна" замінити словом „дорівнює" (§ 4). Тоді, повнотою зберігаючи суть наведеного вище Ньютонового формулювання другого закону, можемо виразити цей закон так:

Геометрична зміна кількості руху, яка відбувається за елементарно малий проміжок часу і поділена на цей проміжок часу, дорівнює при-

кладеній рушійній силі і відбувається за напрямом тієї прямої, по якій ця сила діє.

Отже, якщо F є „рушійна" сила, прикладена до тіла (точніше — до „матеріальної точки"), маса якого є m і швидкість v, то

$$F = \frac{d(mv)}{dt}. \tag{10}$$

Коли маса стала, то зміна кількості руху відбувається в наслідок самої лише зміни швидкості: $\Delta(mv) = mv_2 - mv_1 = m(v_2 - v_1) = m\Delta v$, а тому при $m = \text{const}$

$$F = m\frac{dv}{dt},$$

або, якщо під j розуміють вектор прискорення, то при $m = \text{const}$

$$F = mj. \tag{11}$$

Маючи на увазі це рівняння, другий закон механіки часто формулюють так: *сила дорівнює добуткові маси на прискорення.*

Якщо рівняння другого закону відносити не до окремої матеріальної частинки, а до тіла в цілому, то навіть у досить простих задачах механіки часто доводиться натрапляти на випадок, коли маса тіла не залишається сталою під час руху. Уявимо собі, наприклад, що на цілком гладкій ковзькій палубі корабля лежить канат, один кінець якого спущено у воду; під діянням незмінної щодо величини сили — під діянням ваги частини каната, яка звисає через борт,— канат буде сповзати з палуби; цей рух буде прискорений; щоб правильно обчислити прискорення, треба взяти до уваги, що маса, якій надається прискорення, під час руху зменшується. Важливим прикладом руху, коли маса не залишається сталою, є політ ракети.

Треба сказати, що багато фізиків віддавали перевагу в разі змінної маси рівнянню (11), а не (10). Це приводить, проте, до іншого розуміння маси і сили, ніж те, яке було встановлене Ньютоном. Ми торкнемося цього питання у § 401, коли будемо говорити про електромагнітне походження маси найдрібніших частинок — електронів[1]).

Крім зазначеної розбіжності з приводу того, яким формулюванням другого закону слід користуватися — „Ньютоновим" (формула 10) чи „шкільним" (формула 11), інших розбіжностей у способах практичного застосування цього закону, очевидно, немає (ми маємо на увазі ту область застосувань, де точність Ньютонової механіки беззаперечна). Але є багато непогодженостей у розумінні зазначеного закону і в оцінці його значення.

Насамперед слід відмітити, що багато фізиків розглядають другий закон просто як означення поняття сили; вони читають другий закон так: „силою називається добуток маси на прискорення". При такому розумінні другий закон, взятий окремо, втрачає будьякий фізичний зміст; адже нам вільно давати назви на наш розсуд; назвавши силою добуток маси на прискорення, ми цим не встановлюємо ніякої нової фізичної істини і, звичайно, не можемо претендувати на те, щоб ця умова про термін „сила" розглядалася як будьякий закон природи. З зазначеного

[1]) У даному курсі ми хотіли б завжди виходити з Ньютонового формулювання другого закону (рівняння 10), але іноді (щоб при поясненні складних питань використати більш звичні для читача уявлення) будемо брати за основу „шкільне" формулювання: $F = mj$. Цим же „шкільним" формулюванням ми будемо користуватися в усіх тих найбільш частих випадках, коли вважають, що маса — стала.

погляду другий закон не є закон, а є просто ніби передмова до третього закону.

У третьому законі встановлюється, що завжди існує тільки взаємодіяння тіл: сили, прикладені до різних взаємодіючих тіл, попарно рівні і напрямлені протилежно; вони надають взаємодіючим тілам рівні щодо величини, але протилежні щодо знаку зміни кількості руху. А тому взаємодіяння між тілами не може змінити сумарної кількості руху цих тіл: наскільки зростає кількість руху будьякого одного тіла, настільки зменшується кількість руху інших тіл, взаємодіючих з першим (закон зберігання кількості руху). Про все це ми будемо нижче говорити докладніше. Тепер ми згадали про це тільки для того, щоб зіставити другий закон з третім.

Ті фізики, які розглядають другий закон як означення сили, вважають, що дійсним принципом механіки (почерпнутим з досвіду) є третій закон. Цей третій закон можна було б сформулювати і не вдаючись до поняття сили (прямо у вигляді закону зберігання кількості руху). Отже, можна прийти до висновку, що поняття сили *не є* необхідним для побудови механіки. І справді, багато вчених розглядають „силу" як поняття допоміжне; при цьому дехто висловлював думку, що поняття сили при бажанні можна зовсім виключити з фізики без істотної шкоди для змісту фізики.

Замість Ньютонових законів можна покласти в основу механіки, як було показано багатьма вченими, інші принципи. Такі загальні принципи механіки, які цілком заміняють закони Ньютона й іноді значно ширші, були висловлені Гамільтоном, Лагранжем, Якобі, Гауссом та ін.

Ці принципи (в рамках даного курсу вони не можуть бути викладені), взагалі кажучи, не мають завдання усунути з механіки поняття сили, але вони в усякому разі відводять цьому поняттю скромнішу роль, ніж та, яку відограє сила в Ньютоновій механіці. Герц побудував механіку (виходячи з принципу, висловленого Гауссом), в основному не вдаючись при аналізі рухів до поняття сили. Але не слід забувати, що завдання фізики величезні; уже в статиці і особливо у вченні про опір матеріалів поняття сили приносить неоцінні послуги: воно дозволяє викладати динаміку з найбільшою в математичному розумінні простотою; воно дозволяє надати більшої наочності описові й аналізові електричних явищ і т. ін.

Багато інших фізиків, подібно до першої групи, розглядають другий закон як означення, але не як означення сили, а як означення поняття маси; вони читають другий закон так: „інертною масою називається відношення сили до спричинюваного цією силою прискорення". На відміну від цієї „інертної маси", масу, визначувану із зіставлення тіл з допомогою важільних терезів, називають „гравітаційною масою".

Нарешті, третя група фізиків додержується Ньютонового погляду, який зовсім не збігається з двома викладеними вище поглядами.

Безсумнівно, що механіку можна побудувати, даючи різне означення поняттям і виходячи з тих або інших принципів; але оскільки, вивчаючи механіку, ми кладемо в основу закони Ньютона, то незалежно від наших особистих нахилів і поглядів ми в усякому разі повинні цілком чітко уявляти собі зміст, який Ньютон вкладав у подані ним твердження. Не підлягає сумніву, що Ньютон висловив свій другий закон як закону, що узагальнює досвід, а не як означення понять „сила" і „маса".

Російський перекладач твору Ньютона академік А. Н. Крилов в одній із своїх приміток до першої книги „Математичних начал натуральної філософії" справедливо зауважує: „Даючи означення поняття рушійна сила, тобто того, що тепер називають просто сила, Ньютон звертає увагу на спосіб її вимірювання і саме спосіб статичний — зрівноважування другою силою, яка перешкоджає рухові... Сила, статична вдвоє більша, надає і вдвоє більшої кількості руху...

Ніде Ньютон не говорить, щоб сила вимірювалася добутком маси на прискорення...“

За Ньютоном і сила і маса вимірюються статично: „Вимірюється маса за вагою з допомогою важільних терезів... рушійна сила розпізнається за силою, їй рівною і протилежною, яка могла б перешкодити прискоренню руху тіла...“ (з „Означень“ Ньютона, які передують формулюванню „Аксіом руху“).

Якщо тільки кожна з трьох величин, які входять до другого закону, визначена і виміряна незалежно від двох інших, то другий закон набуває, очевидно, значення встановленого досвідом факту. Додержуючись зазначеної вище термінології, можна сказати:

фізичним змістом другого закону є почерпнута з досвіду істина, що „інертна маса“ тіла (тобто відношення сили до прискорення) завжди дорівнює „гравітаційній масі“ того ж тіла.

Але тоді стає ясним, що немає потреби розрізняти інертну масу й гравітаційну і, отже, немає потреби запроваджувати ці два терміни; Ньютон і не вживав їх і завжди користувався одним терміном — quantitas materiae („кількість матерії“), що рівнозначний слову „маса“.

Перший довід справедливості наведеного вище твердження про рівність інертної і гравітаційної маси дають закони падання Галілея, з яких випливає незалежність прискорення сил тяжіння від спеціального вибору падаючого тіла. Але, зрозуміло, ці досліди могли виявитися недосить точними. Отже справедливість висловленого вище твердження перевірялась пізніше Ньютоном, потім Бесселем і недавно венгерським фізиком Етвешем. За Бесселем різниця між інертною і гравітаційною масою у всякому разі не перевищує $^1/_{20\,000}$; за Етвешем вона не може бути більша $^1/_{10\,000\,000}$. Отже, твердження про рівність інертної і гравітаційної маси слід розглядати як точний закон природи. Сам по собі він зовсім не очевидний: він розкриває особливу властивість сили тяжіння, яка відрізняє її від інших сил.

В Ньютоновій механіці рівність обох мас приймається просто як експериментальний факт, але не пояснюється. Того, що ми маємо тут окрему проблему, часто не добачають фізики, і тільки Ейнштейн в 1913 р., звернувши увагу на цей закон, поклав його в основу своєї теорії тяжіння [1]).

Прийнявши погляд Ньютона-фізика, ми можемо, проте, відкинути ідеї Ньютона-філософа; погодившись з логічністю означення понять сили і маси на основі статичного способу їх вимірювання, прийнявши таким чином другий закон як дослідний факт, а не як означення, ми зовсім не повинні розглядати силу як деяку таємну першопричину рухів, до чого був схильний Ньютон у своїх філософських міркуваннях. Першопричиною руху є сам рух; одна форма руху породжує і переходить в інші форми руху. Сили служать нам засобом розпізнавання і засобом дослідження цих процесів переходу й перетворення рухів. Сили існують реально у своєму виявленні як проміжна ланка цього переходу, але, коли їх хочуть розглядати як першопричину рухів, вони стають вигадкою.

„Уявлення про силу запозичене, як це визнається всіма (починаючи від Гегеля і кінчаючи Гельмгольцем), з виявів діяльності людського організму щодо оточуючого його середовища. Ми говоримо про мускульну силу, про силу відчування нервів, про секреторну силу залоз і т. ін.... Ми... винаходимо стільки ж сил, скільки існує різних явищ“ (Енгельс, „Диалектика природы“). Мірою зростання наших пізнань відносно суті досліджуваних явищ уявлення про сили відходить на другий план порів-

---

[1]) Цей і попередній абзаци взято з книги Клеменса Шефера „Теоретическая физика“, ч. I, переклад з німецької, ОНТВ, 1935, стор. 77 та 78.

няно з багатьма іншими поступово виявлюваними величинами, які більш повно характеризують будьяке явище, що нас цікавить.

Оцінюючи шлях, пройдений фізикою від Ньютона до наших часів, можна бачити, що головна лінія розвитку фізики полягала у виявленні факту „єдності сил природи"; сили, які мали, здавалося, зовсім різне походження, як от, наприклад, сили „молекулярного зчеплення", хемічні, електрохемічні [1]), абсорбційні [2]), осмотичні [3]), сили поверхневого натягу і багато інших виявилися спорідненими одна одній; в кінцевому підсумку всі досліджувані фізикою сили були зведені до гравітаційних і електричних і до виявлення молекулярних рухів. У зв'язку з цим уявлення про сили в сучасній фізиці уже не відограє тієї ролі, як у часи Ньютона: „сила" поступилася своїм домінантним місцем у фізиці перед поняттям „енергії".

§ 18. Незалежність діяння сил. Другий закон механіки виражає таку думку:

якщо до тіла прикладено одночасно кілька сил, то кожна з цих сил надає тілу визначуване другим законом прискорення так, як коли б інших сил не було.

Це твердження іноді називають принципом незалежності діяння сил. Розв'язуючи задачі механіки методами Ньютона, цим принципом доводиться широко користуватися. При вмілому підході застосування цього принципу може бути надзвичайно корисним при розв'язуванні важких задач. Якщо до тіла прикладена тільки одна сила, то все ж нерідко буває зручно розкласти цю силу на дві або три складових, геометричною сумою яких була б задана сила. Наприклад, якщо тіло під час свого руху повинне залишатися на деякій жорсткій поверхні, то майже завжди буває корисно розкласти прикладену до тіла силу на дві складові: одну, яка напрямлена по дотичній до цієї поверхні, і другу, яка напрямлена по нормалі до поверхні; зрозуміло, що ця друга складова не надасть тілу чисельного збільшення швидкості і виявиться в тискові, що його тіло під час свого руху буде робити на поверхню.

Діяння сили виявляється не тільки незалежно від діяння інших прикладених до тіла сил, але також незалежно від того, чи перебувало раніше тіло в спокої, чи рухалося з деякою швидкістю. Швидкість, надавана прикладеною до тіла силою, геометрично додається до швидкості інерціального руху тіла. Прикладом цього може служити рух кинутого тіла (в пустоті): для першого-ліпшого моменту часу вектор швидкості кинутого тіла геометрично складається з вектора початкової (наданої тілу при киданні) швидкості, яку зберігає тіло по інерції, і напрямленої вертикально вниз швидкості падання тіла (рух кинутого тіла докладно розглянуто в § 21).

§ 19. Прискорення сили тяжіння. За другим законом механіки вага P будьякого тіла зв'язана з прискоренням g вільного падання і з масою m цього тіла співвідношенням:

$$P = mg.$$

З другого боку, за Ньютоновим законом тяжіння вага, якщо не брати до уваги добового обертання Землі (§ 25), визначається формулою (§ 6):

$$P = G\frac{Mm}{R^2},$$

[1]) Сили, які викликають розщеплення молекул деяких речовин, розчинених у воді, на електрично заряджені частини.

[2]) Абсорбція — вбирання; наприклад, вбирання газів вугіллям.

[3]) Осмос — проникнення розчинника, наприклад, води, крізь „напівпроникну" перетинку, яка пропускає розчинник і не пропускає розчиненої речовини.

де G — гравітаційна стала, а R — віддаль тіла від центра Землі. Зіставляючи ці два рівняння, дістаємо вираз для прискорення сили тяжіння (без урахування впливу обертання Землі):

$$g = G\frac{M}{R^2}. \tag{12}$$

Ми бачимо, що, знаючи радіус Землі і визначивши дослідним шляхом гравітаційну сталу (§ 7) і прискорення сили тяжіння g, можна обчислити масу земної кулі. Обчислення показує, що маса Землі:

$$M = 5{,}98 \cdot 10^{25}\ г = 5{,}98 \cdot 10^{19}\ т.$$

§ 20. Рух при сталому прискоренні. Важливим і часто спостережуваним випадком є рух, при якому прискорення зберігає сталу щодо числового значення і щодо напряму величину за весь час руху; якщо при цьому швидкість зростає (прискорення j позитивне), то рух називають „рівноприскорюваним"; якщо ж швидкість убуває (прискорення j негативне), рух називають „рівносповільнюваним".

Камінь, упущений без поштовху, рухається рівноприскорено по вертикалі вниз під діянням сталої сили тяжіння. Камінь, кинутий вертикально вгору, рухається спершу рівносповільнювано, а досягши найвищої точки, рухається потім униз рівноприскорено.

В техніці ми часто натрапляємо на випадки, коли в першому наближенні для виконання орієнтовних розрахунків рух можна вважати рівноприскорюваним або рівносповільнюваним. Наприклад, можна говорити про рівноприскорюваний рух поїзду при його відправленні з станції і про рівносповільнюваний рух його при гальмуванні перед зупинкою.

Розглянемо прямолінійний рівноприскорюваний або рівносповільнюваний рух і знайдемо, як змінюються швидкість і пройдений шлях у такого роду руху.

Нехай в якийсь початковий момент часу точка має швидкість v_0. Через те що прискорення j є зміна швидкості за одиницю часу, через t секунд швидкість зміниться на величину $j \cdot t$, і, отже, швидкість у момент t буде

$$v = v_0 + jt. \tag{13}$$

Щоб розрахувати пройдений за час t шлях, зауважимо, що хоча швидкість під час руху збільшується або зменшується, але через рівномірність її зміни ми можемо для обчислення пройденої віддалі вважати рух у проміжку часу від 0 до t таким, що відбувається з якоюсь середньою для цього проміжка часу швидкістю $v_{середн}$. Її знаходимо як середнє арифметичне між початковою швидкістю v_0 і кінцевою $v_0 + jt$, а саме:

$$v_{середн} = \frac{v_0 + (v_0 + jt)}{2} = v_0 + \frac{jt}{2}.$$

Тоді пройдений за час t шлях виразиться добутком $v_{середн} \cdot t$, тобто:

$$s = v_0 t + \frac{jt^2}{2}. \tag{14}$$

Це і є рівняння руху при $j = \text{const}$.

Якщо початкова швидкість $v_0 = 0$, то формули спрощуються:

$$v = jt \text{ і } s = \frac{jt^2}{2}. \tag{15}$$

Особливий інтерес являє випадок руху тіл під діянням сили тяжіння.

1. Якщо тіло упущено (без поштовху), то воно буде рівноприскорено рухатися вертикально вниз. Цей рух визначається формулами:

$$v = gt; \quad s = \frac{gt^2}{2},$$

де g — прискорення сили тяжіння, рівне 981 *см/сек²*. З цих двох формул, виключаючи час t, можна визначити кінцеву швидкість тіла при паданні з висоти h:

$$v = \sqrt{2gh}.$$

2. Якщо тіло кинуто вертикально вниз з початковою швидкістю v_0, то

$$v = v_0 + gt; \quad s = v_0 t + \frac{gt^2}{2}.$$

3. Якщо тіло кинуто вертикально вгору з початковою швидкістю v_0, то, вважаючи напрям угору позитивним, а вниз — негативним (отже, $j = -g$), маємо:

$$v = v_0 - gt; \; s = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Звідси легко знайти час найвищого підняття t' і найбільшу висоту s_{max}. Справді, вважаючи $v = 0$, знаходимо $t' = \frac{v_0}{g}$, а підставивши це значення в другу формулу, знайдемо:

$$s_{max} = \frac{v_0^2}{2g}.$$

§ 21. Рух кинутого тіла. Розглянемо політ снаряда, кинутого з початковою швидкістю v_0 під кутом α до горизонту. Напрямимо вісь x горизонтально, а вісь y вертикально і розкладемо початкову швидкість v_0 на горизонтальну складову $v_0 \cos\alpha$ і вертикальну складову $v_0 \sin\alpha$.

Через те що сила тяжіння P горизонтальної складової не має, горизонтальна складова швидкості v_x залишається сталою:

$$v_x = v_0 \cos\alpha. \tag{16}$$

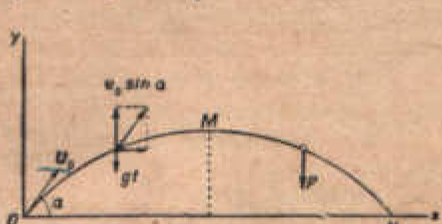


Рис. 18.

Абсциса x визначиться як шлях, пройдений у рівномірному русі з швидкістю $v_0 \cos\alpha$:

$$x = v_0 \cos\alpha \cdot t. \tag{17}$$

Вертикальна складова швидкості v_y змінюється з часом: вона являє різницю між вертикальною складовою початкової швидкості $v_0 \sin\alpha$, напрямленої вгору, і швидкістю, яка напрямлена вниз і чисельно дорівнює gt і яку дістає снаряд під діянням сили тяжіння (рис. 18), тобто:

$$v_y = v_0 \sin\alpha - gt. \tag{18}$$

Ординату y знайдемо як різницю між переміщенням у рівномірному русі вертикально вгору з швидкістю $v_0 \sin\alpha$ і, значить, чисельно рівним $v_0 \sin\alpha \cdot t$ і переміщенням по вертикалі вниз у рівноприскорюваному русі під діянням сили тяжіння, чисельно рівним $\frac{gt^2}{2}$, отже:

$$y = v_0 \sin\alpha \cdot t - \frac{gt^2}{2}. \tag{19}$$

Визначимо час найвищого підйому t', максимальну висоту y_{max} і далекість польоту x_{max}.

Через те що в точці M найвищого підйому вертикальна складова швидкості дорівнює нулеві, то з рівняння (18):

$$t' = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}. \tag{20}$$

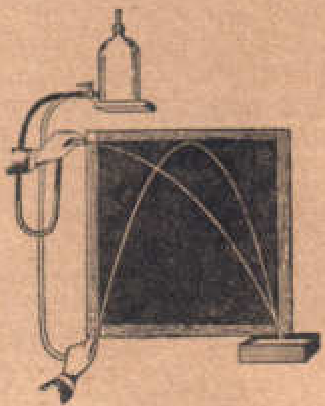


Рис. 19. Найпростіше демонстрування траєкторії кинутого тіла.

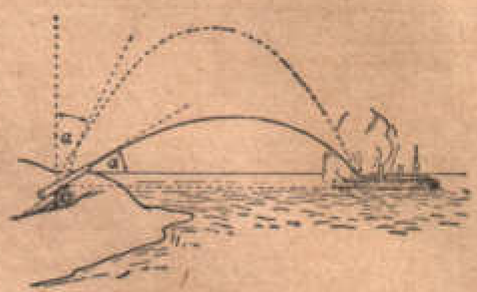


Рис. 20. Нависна і настильна стрільба.

Вставляючи у рівняння (19) $t = t'$ і в рівняння (17) $t = 2t'$, дістанемо висоту і далекість польоту:

$$y_{max} = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}, \tag{21}$$

$$x_{max} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}. \tag{22}$$

При заданій початковій швидкості v_0 вираз (22) буде мати найбільше значення, якщо $\sin 2\alpha = 1$, тобто при $\alpha = 45^\circ$. Отже, найбільшу далекість польоту снаряда дістаємо при куті підйому, що дорівнює 45°.

Далі, через те що $\sin 2\alpha = \sin(180^\circ - 2\alpha) = \sin 2(90^\circ - \alpha)$, то далекість при даній початковій швидкості v_0 буде та сама при куті кидання α і $90^\circ - \alpha$; отже, є **дві** траєкторії, рухаючись по яких кинуте тіло попадає в ту саму точку. Одну з них (більш положисту) називають **настильною**, другу — **нависною** (рис. 20).

Виключаючи час з рівнянь (17) і (19), дістаємо рівняння траєкторії снаряда — **параболу**:

$$y = x \operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2v_0^2 \cos^2\alpha}. \tag{23}$$

Ці рівняння виведено в припущенні, що повітря не чинить опору рухові кинутого тіла. При великих початкових швидкостях таке припущення не може бути прийняте, і в наведені рівняння мають бути введеістотні поправки. Траєкторія вже не буде параболою; її низхідна вітка буде значно крутішою від висхідної (балістична крива); далекість і висота польоту значно зменшуються.

§ 22. Тангенціальна і доцентрова сили. Щоб матеріальна точка рухалась по криволінійній траєкторії, на цю точку повинна діяти сила, напрямлена всередину вгнутості кривої. Розглянемо дві її компоненти (складові) по двох взаємно перпендикулярних напрямах — по дотичній і нормалі, а саме — тангенціальну і доцентрову сили.

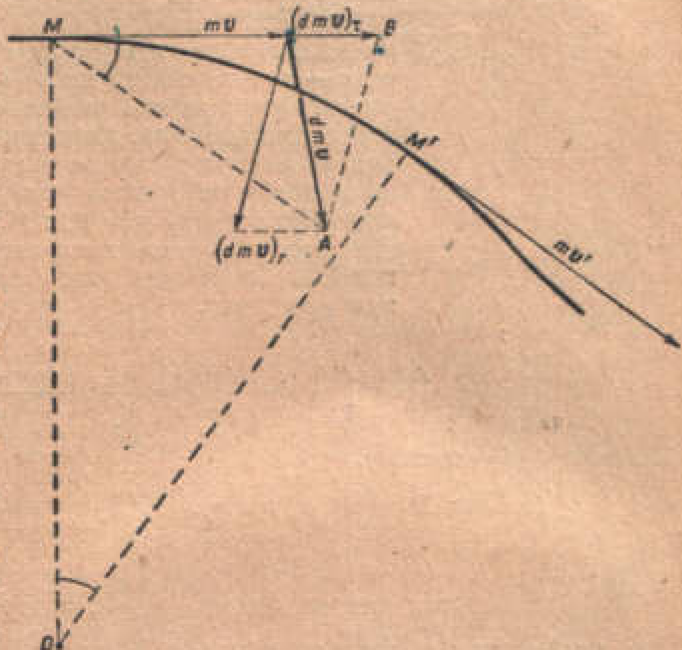


Рис. 21.

Нехай M і M' являють положення матеріальної точки, а mv і mv' — її кількість руху за два сусідніх нескінченно близьких моменти часу. Знайдемо зміну кількості руху за цей нескінченно малий проміжок часу dt. Для цього перенесемо вектор mv' паралельно самому собі в точку M (зобразивши його відрізком MA) і сполучимо кінці векторів mv і mv'. Вектор dmv і являтиме геометричний приріст кількості руху за час dt.

Розкладемо тепер вектор dmv на два складових. Для цього відкладемо від точки M у напрямі mv відрізок MB, що дорівнює MA ($= mv'$), сполучимо точки A і B і проведемо з кінця вектора mv відрізок, рівний і паралельний BA. Ми дістанемо паралелограм, в якому діагоналлю є зміна кількості руху dmv; сторони цього паралелограма позначимо $(dmv)_\tau$ і $(dmv)_r$.

Вектор $(dmv)_\tau$ характеризує зміну кількості руху тільки щодо величини; він чисельно дорівнює приростові кількості руху; на відміну від геометричного приросту кількості руху dmv ми позначимо числовий приріст кількості руху через dmv[1]); вектор $(dmv)_\tau$ за числовим значенням дорівнює dmv; напрямлений цей вектор по дотичній до траєкторії. Поділюючи $(dmv)_\tau$ на dt, дістанемо силу, яка робить цю зміну кількості руху; це і є тангенціальна сила. Позначимо її через F_τ:

$$F_\tau = \frac{dmv}{dt} = m\frac{dv}{dt} \tag{24}$$

На рис. 21a вектор F_τ зображено трохи довшою стрілкою, ніж вектор $(dmv)_\tau$; в дійсності довжина стрілки, яка зображає вектор сили, значно більша довжини стрілки, яка зображає елементарну кількість руху, бо ділення на dt тотожне множенню на дуже велике число $n = \frac{1}{dt}$].

---

[1]) Літера v, надрукована нежирним шрифтом, означає числове значення вектора v.

Розглянемо тепер вектор $(dmv)_r$ (або, що те ж саме, вектор, зображуваний відрізком BA). Він характеризує зміну кількості руху щодо напряму.

У точках M і M' ставимо перпендикуляри до швидкостей v і v'. Вони перетнуться в якійсь точці O. Нескінченно малу дугу кривої MM' можна розглядати як дугу кола радіуса $OM=r$. Коло, дуга якого збігається з елементом кривої у даній точці (коло, проведене через три нескінченно близькі точки кривої), називають **колом кривизни**; радіус цього кола називають **радіусом кривизни**; а центр цього кола — **центром кривизни**. Зрозуміло, що для різних дільниць кривої радіус кривизни буде, взагалі кажучи, неоднаковий. (Зауважимо, що радіус кривизни прямої лінії нескінченно великий, а радіус кривизни кола дорівнює просто радіусові цього кола; ці дві лінії мають сталу для всіх ділянок кривизну).

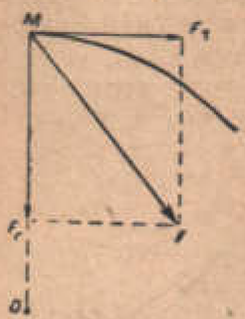


Рис. 21*a*.

Зіставимо два трикутники MOM' і AMB. Вони подібні, бо обидва рівнобедрені і мають рівні кути при вершинах.

А тому:

$$\frac{AB}{MM'}=\frac{MA}{OM} \text{ або } \left|\frac{(dmv)_r}{vdt}\right|=\frac{mv'}{r};\quad \left|\frac{(dmv)_r}{dt}\right|=\frac{mv'v}{r}.$$

В границі $v'=v$, отже,

$$F_r=\frac{mv^2}{r}, \tag{25}$$

де F_r означає граничне значення $\frac{(dmv)_r}{dt}$, тобто силу, яка викликає зміну кількості руху тільки щодо напряму. Виясним граничний напрям BA, а значить, і сили F_r. У трикутнику AMB кут при вершині M прямує до нуля, і тому напрям BA в границі буде перпендикулярний до v, тобто збігатиметься з напрямом радіуса кривизни. Отже, сила F_r напрямлена по радіусу до центра кривизни; ця сила має назву доцентрової сили.

Таким чином, *під час руху матеріальної точки по криволінійній траєкторії діюча на точку сила геометрично складається з сили тангенціальної, чисельно рівної* $\boxed{F_\tau=m\frac{dv}{dt}}$ *і напрямленої по дотичній, і сили доцентрової, чисельно рівної* $\boxed{F_r=m\frac{v^2}{r}}$ *і напрямленої по нормалі до центра кривизни* (рис. 21*a*).

З виразів для тангенціальної і доцентрової сил випливає, що спричинювані цими силами **прискорення** будуть відповідно дорівнювати: тангенціальне $j_\tau=\frac{dv}{dt}$, доцентрове $j_r=\frac{v^2}{r}$ (де r — радіус кривизни). Отже, чисельно повне прискорення виразиться такою формулою[1]:

$$j=\sqrt{\left(\frac{dv}{dt}\right)^2+\left(\frac{v^2}{r}\right)^2}. \tag{26}$$

[1]) Кут між векторами j_τ і j_r дорівнює прямому. Повне прискорення зобразиться діагоналлю прямокутника. Застосовуючи теорему **Пітагора**, дістаємо для числового значення повного прискорення наведену в тексті формулу.

§ 23. Третій Ньютонів закон механіки. Н ь ю т о н так сформулював третій закон:

Діянню завжди є рівне й супротивне протидіяння, інакше — взаємодіяння двох тіл одного на одне між собою рівні і напрямлені у протилежні сторони.

Зміст цього закону він пояснює такими словами: „Якщо хто натискує пальцем на камінь, то і палець його також натискується каменем. Якщо кінь тягне камінь, прив'язаний до каната, то і, навпаки, кінь з рівним зусиллям відтягується до каменя, бо натягнутий канат своєю пружністю робить однакове зусилля на коня в сторону каменя і на камінь у сторону коня... Якщо будьяке тіло, ударившись об друге тіло, змінює його кількість руху на скількинебудь, то воно само зазнає в своїй власній кількості руху тієї самої зміни, але зворотно напрямленої, бо тиски цих тіл одне на одне постійно рівні".

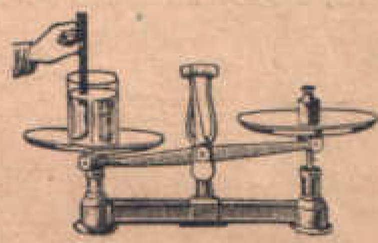


Рис. 22. До тіла, зануреного в рідину, з боку рідини прикладена виштовхна сила; протидіяння виявляється ніби у збільшенні ваги рідини.

Тіла діють одне на одне завжди взаємно; наприклад, Земля притягує камінь з силою його ваги, з тією ж силою і камінь діє на Землю. Ми говоримо: „камінь падає на Землю"; насправді має місце зустрічний рух, але згідно з другим законом прискорення Землі незмірно мале, воно в стільки ж разів менше прискорення, що його зазнає камінь, у скільки разів маса каменя менша за масу Землі.

Допускаючись помилки, іноді міркують так: якщо діюча сила завжди спричиняє рівну щодо величини, але протилежно напрямлену силу протидіяння, то результуюча сила завжди ніби дорівнює нулеві; як же в такому разі можна розглядати сили як причину рухів? Що треба мати на увазі, щоб не дійти до цієї суперечності? Тільки *те*, що діяння є сила, прикладена до о д н о г о з взаємодіючих тіл, а протидіяння — сила, прикладена до д р у г о г о тіла; отже, кожне з тіл перебуває під діянням однієї сили, яка і спричиняє його рух.

Діяння і протидіяння завжди напрямлені в протилежні сторони; ясно, отже, що два тіла в наслідок самого тільки взаємодіяння одне на одне не можуть почати рух обидва в тому самому напрямі. Якщо є прискорений рух сукупності двох будьяких взаємодіючих одне на одне тіл (наприклад, коня і воза), то сила, яка надає цим тілам прискорення, є завжди якась зовнішня сила, прикладена одночасно до обох цих тіл і спричинювана взаємодіянням одного з цих тіл або обох з якимось третім тілом, відносно якого розглядані тіла зазнають прискорення. Так, коли кінь тягне віз, коли паровоз рухає вагон, коли один з двох людей, переборюючи опір другого, тягне його за собою, — рушійною силою є взаємодіяння коня або людини з ґрунтом, взаємодіяння коліс паровоза з рейками, взагалі — протитиск опори (важлива горизонтальна складова протитиску).

В усіх цих випадках є два види взаємодіяння з опорою: поперше, протитиск опори, подруге, тертя. Щоб протитиск опори, хоча б у деякій частині, став рушійною або загальмовуючою силою, він повинен бути напрямлений під гострим, а не під прямим кутом до поверхні опори; в згадуваних випадках руху коня і воза, руху поїзду і т. ін. вертикальна складова протитиску зрівноважується вагою; щождо горизонтальної складової протитиску, то вона може існувати, лише оскільки є тертя [1]).

[1]) А тому горизонтальну складову протитиску опори часто називають в е д у ч и м тертям на відміну від г а л ь м у ю ч о г о тертя.

3*

Якщо тертя немає, то протитиск завжди напрямлений нормально до поверхні опори і тому він нездатний ні спричинити, ні загальмувати рух тіла у напрямі, паралельному цій поверхні. На ідеально гладкій поверхні людина не змогла б зробити жодного кроку; під час ожеледі, коли тертя мале, кінь не може зрушити воза; якби не було тертя між ведучими колесами паровоза і рейками, паровоз не зміг би зрушити поїзд з місця.

Щоб надати собі руху, треба мати опору, від якої можна було б відштовхнутися. Так, стоячи на плоту, ми приводимо плот у рух, відштовхуючись жердиною від берега або від дна річки. Всякий опір рухові може бути використаний як більш або менш надійна опора для подібного відштовхування. Вода чинить досить значний опір рухові занурених у неї тіл, а тому ми маємо можливість привести човен у рух, занурюючи весла у воду й просуваючи їх у воді в напрямі, протилежному тому, куди ми хочемо направити човен. Повітря також чинить деякий опір рухові, тільки через те й можливий політ птахів і аеропланів.

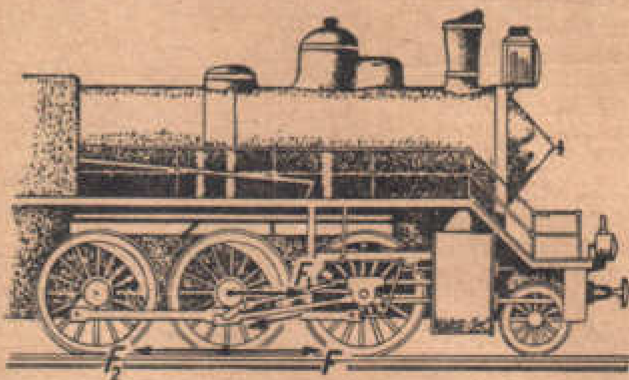


Рис. 23. Тертя напрямлене завжди протилежно відносній швидкості ковзання; ведуче колесо паровоза обертає пара сил F_1 і F_2, яка змушує його ковзатися по рейці; а тому сила тертя ковзання F, прикладена до бандажу колеса, напрямлена в сторону руху; вона зрівноважує одну з сил обертаючої пари (силу F_2); друга сила пари ($F_1 = F$) рухає вісь. Тертя катання гальмує рух.

За третім законом Ньютона діяння не може існувати без протидіяння, а тому жодна машина нездатна сама по собі розвинути силу, яка пускає її в рух; необхідна участь ще принаймні одного (зовнішнього щодо машини) тіла, протидіяння якого пустить машину в рух.

Одночасне виникнення цих двох протилежно напрямлених сил означає, згідно з другим законом, що обидва взаємодіючі тіла зазнають рівних, але протилежно напрямлених змін кількості руху. Наприклад, коли човен просувається вперед, то під тиском весел вода рухається назад. Поїзд, який рушає з місця, дає в зворотному напрямі поштовх рейкам, полотну залізниці і разом з ними усій земній кулі; через те ж, що Земля є велика маса, зрозуміло, що прискорення, якого вона набуває, надзвичайно мале порівняно з прискоренням, яке від цього взаємодіяння дістає поїзд.

§ 24. Статичний і динамічний вияви сил. У теоретичній механіці звичайно уявляють собі, що сила прикладена або до матеріальної точки, або до абсолютно твердого тіла (під абсолютно твердим тілом розуміють тіло зовсім не стисливе і зовсім не змінюване щодо форми). При такому спрощенні єдиним виявом сили буде її динамічне діяння, тобто надавання нею прискорення. Якщо будьяке тіло не зазнає прискорення, роблять висновок, що на це тіло не діє сила. З ширшого фізичного погляду це спрощення не завжди є доречним. Будьякий вантаж, що лежить на платформі, перебуває під діянням двох сил, які зрівноважуються на ньому: сили ваги і рівного, але зворотно напрямленого протитиску опори. Речовина вантажу *стиснута* цими силами, і стан її відмінний від того, який був би, якби на вантаж не діяли ніякі сили. Щоб застосувати висновки теоретичної механіки до використання існуючих всередині тіла тисків а[бо] натягів, які виникають у наслідок зрівноважування на цьому тілі двох рівних, але протилежно напрямлених сил,— треба розглядати тіло як с купність матеріальних точок, а для цього необхідно створити особливі гіпотези про будову тіла.

Маючи на увазі самі тільки абсолютно тверді тіла і системи матеріальних точок, можна додержуватися уявлення про силу як про добуток маси на прискорення (без урахування статичного діяння сили); проте, це уявлення вносить у механіку тільки суто математичні спрощення; з погляду фізики ними слід користуватися з деякою обережністю.

Згідно з Ньютоновим розумінням сила може виявлятися двояко: динамічно, надаючи тілу прискорення, і статично, змушуючи тіло тиснути на інші тіла, які перешкоджають руховi розглядaного тіла. Щоб пояснити відміну цього розуміння сили від того, яке бере до уваги тільки динамічне діяння, ми розглянемо з обох точок зору кілька простих прикладів рухів.

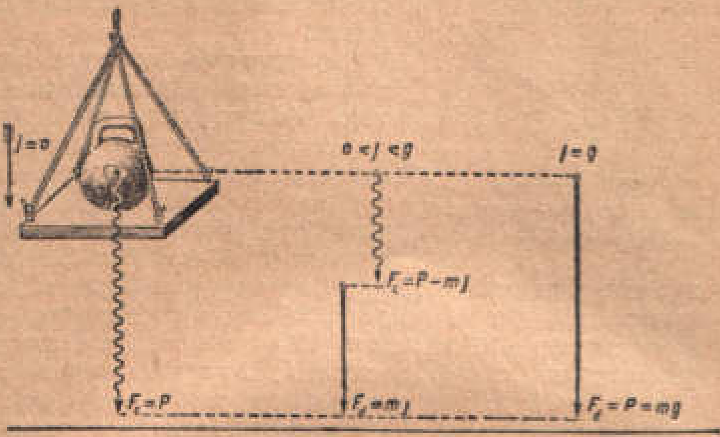


Рис. 24. Статичний F_c і динамічний F_d вияви ваги („втрата ваги" при падінні з прискоренням).

Якийсь вантаж покладено на платформу, яку утримують канатом (рис. 24). До вантажу прикладена сила його ваги P. Коли платформа нерухома, а також і тоді, коли платформу опускають з сталою швидкістю (без прискорення), вся прикладена до вантажу сила ваги виявляється статично в тиску, що його вантаж робить на платформу. Коли канат відпускають так, що платформа падає прискорено, то сила ваги частково виявляється динамічно, надаючи вантажеві прискорення j, інша ж її частина виявляється в статичному тиску вантажу на платформу: $F_c = P - mj$. Отже, у цьому разі вантаж тисне на платформу з меншою силою, ніж коли вантаж опускають рівномірно. З погляду спостережника, який тримає канат, вантаж, опусканий з прискоренням, тим більш „втрачає на вазі", чим з більшим прискоренням він падає. Якщо вантаж падає разом з платформою „вільно" (тобто має повне прискорення g, якого здатна надати тілу сила тяжіння, що цілком виявляється динамічно), то вантаж не буде зовсім тиснути на платформу, і канат зовсім не буде натягнутий.

До цього ж прикладу „невільного" падання вантажу можна підійти інакше. Можна міркувати так. Сила ваги надає вантажеві прискорення g, напрямленого вниз; коли канат натягнуто з силою повної ваги вантажу, то тиск платформи на вантаж надає вантажеві прискорення g, напрямленого вгору; геометрична сума прискорень, що їх дістає вантаж, дорівнює нулеві; отже, вантаж буде нерухомий. Якщо вантаж падає з прискоренням j замість g, то це означає, що тиском платформи йому було надане прискорення вгору $(g - j)$, і, отже, натяг каната дорівнює $P - mj$. Вантаж буде падати з прискоренням g, коли платформа на нього не тисне, тобто коли канат не натягнутий.

У межах звичайних задач механіки обидва погляди математично рівноправні. Виходячи з Ньютонового розуміння сили, можна зробити висновок, що „рушійною" силою, тобто силою, яка надає тілу прискорення, завжди є геометрична сума всіх прикладених до тіла сил. А це все, що потрібне для послідовного застосування формального уявлення про силу як про добуток маси на прискорення.

В розглянутому нами випадку невільного падання вантажу статичне виявлення ваги, тобто тиск вантажу на платформу, викликає за третім законом протитиск (реакцію) платформи. Коли вантаж нерухомий, реакція зрівноважує вагу. Коли вантаж падає з деяким прискоренням, реакція платформи зрівноважує ту частину ваги вантажу, яка виявляється статично; решта ваги (що дорівнює саме рівнодійній прикладених до тіла сил) залишається незрівноваженою і надає вантажеві прискорення.

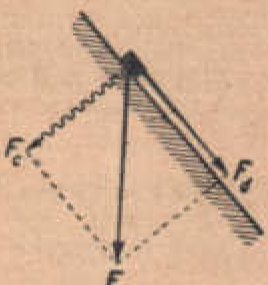


Рис. 25. Статична F_c і динамічна F_d — складові сили F.

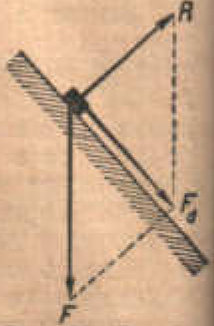


Рис. 26. Рушійна сила F_d є рівнодійна прикладених до тіла сил: сили F і реакції опори R.

Уявимо собі, що на зовсім гладку похилу площину покладено якесь тіло. Геометрична складова ваги, перпендикулярна до похилої площини, виявляється статично в тиску, що його тіло буде робити на площину; друга складова ваги, паралельна напрямові площини, виявляється динамічно: вона надає тілу прискорення (рис. 25; зауважимо, що на цьому рисунку, як і на решті в даному параграфі, звивиста стрілка зображає статичний вияв сили; це є геометрична складова сили F, прикладеної до тіла, але разом з тим це є сила, яку розвиває тіло і яка прикладена до опори; динамічна складова прикладена тільки до розгляданого тіла). Статичний вияв сили викликає рівну щодо величини, але протилежну щодо напряму реакцію опори. Тіло буде рухатися під діянням рівнодійної двох прикладених до нього сил: ваги і реакції (рис. 26), але ця рівнодійна і є та сила, яку ми позначали як динамічний вияв тяжіння розгляданого тіла.

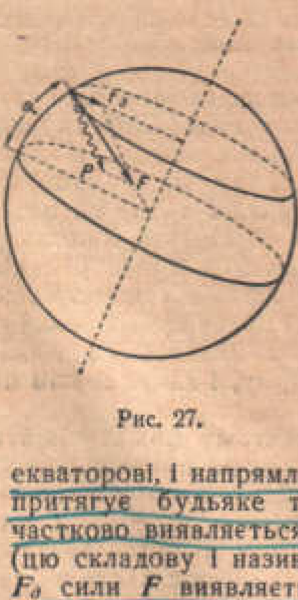


Рис. 27.

§ 25. Залежність ваги і прискорення сили тяжіння від географічної широти місцевості. Внаслідок добового обертання Землі ми не можемо сказати про будьяке тіло, яке спокійно лежить на поверхні Землі, що це тіло не має прискорення. Справді, оскільки дане тіло бере участь у добовому обертанні Землі, очевидно, що воно має спільне з даною місцевістю доцентрове прискорення f_r, яке лежить у площині, паралельній екваторові, і напрямлене до осі обертання (рис. 27). Сила F, з якою Земля притягує будьяке тіло, що перебуває в стані спокою на її поверхні, частково виявляється статично у тиску P, що його робить тіло на опору (цю складову і називають „вагою" $F_c = P$); друга геометрична складова F_d сили F виявляється динамічно, надаючи тілу доцентрового прискорення, яке втягує його в добове обертання Землі. Для екватора це прискорення є найбільшим; для полюсів воно дорівнює нулеві. А тому, якщо будьяке тіло перенести з полюса на екватор, то воно трохи „втратить на вазі".

Якби Земля мала точно сферичну форму, то втрата на вазі на екваторі дорівнювала б (рівняння 25, § 22):

$$\Delta P = F_d = \frac{mv^2}{R},$$

де v — колова швидкість на екваторі. Нехай T означає число секунд у добі, тоді

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

і

$$\Delta P = 4\pi^2 R \frac{m}{T^2}.$$

Звідси, беручи до уваги, що $P = mg$, знаходимо відносну втрату на вазі:

$$\frac{\Delta P}{P} = \frac{4\pi^2 R}{gT^2} = 0{,}0034.$$

Отже, якби Земля мала точно сферичну форму, то кожний кілограм маси, перенесений з полюса Землі на екватор, втратив би на вазі приблизно $3^1/_2$ *г* (це можна було б виявити шляхом зважування на пружинних терезах). Дійсна втрата на вазі ще більша (близько $5^1/_2$ *г*), бо Земля має трохи сплюснуту форму, і тому її полюси розміщені ближче до центра Землі, ніж місцевості на екваторі.

Доцентрове прискорення добового обертання лежить у площині, паралельній екваторові (рис. 27); воно напрямлене під кутом φ до радіуса, проведеного з даної місцевості в центр Землі (φ — широта місцевості). Доцентрову силу F_∂ ми розглядаємо як одну складову сили тяжіння F, вагу P — як другу геометричну складову тієї ж сили F. Отже, напрям „прямовисної лінії" для всіх місцевостей, крім екватора і полюсів, не збігається з напрямом прямої, проведеної до центра Землі. Проте, кут між ними малий, бо доцентрова складова сили тяжіння дуже мала порівняно з вагою.

Стиск Землі, що стався в наслідок добового обертання, саме такий, що прямовисна лінія (а не пряма, проведена до центра Землі) скрізь перпендикулярна до поверхні Землі. Формою Земля являє собою **еліпсоїд обертання**; діаметр Землі, що збігається з віссю обертання, на $\frac{1}{297}$ менший її екваторіального діаметра.

Розміри земного еліпсоїда, визнані міжнародною угодою (у 1924 році) як найбільш точні, такі:

екваторіальний радіус . . . $= 6378{,}4$ *км*
полярний радіус . . . . $= 6356{,}9$ „
середній радіус . . . . $R = 6371{,}2$ „

(середній радіус — це радіус кулі, рівновеликої за об'ємом земному еліпсоїдові).

Для обчислення прискорення сили тяжіння g залежно від географічної широти місцевості φ, а, отже, і для визначення ваги тіл на висоті рівня моря ($P = mg$) Міжнародним геодезичним конгресом у 1930 році прийнята формула:

$$g = 978{,}049\,(1 + 0{,}005288 \sin^2\varphi - 0{,}000006 \sin^2 2\varphi).$$

Наводимо значення прискорення сили тяжіння для різних широт (на висоті рівня моря):

На широті 45° („нормальне прискорення") $g = 980{,}665$ *см/сек²*.

Таблиця 1.

Широта φ =	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
Прискорення g =	978,05	978,20	978,65	979,34	980,18	981,08	981,92	982,61	983,06	983,22

§ 26. Сили інерції. Відцентрова сила. Сили інерції виявляються статично в тиску, що його будьяке тіло, розвиваючи силу інерції, робить на інше тіло, яке спричиняє зміну стану руху першого тіла. Вантаж, що його прискорено піднімають угору, в наслідок сили інерції робить додатковий тиск на платформу (рис. 28). Спостережникові, який тягне канат, здається, що вантаж тим дужче „збільшується на вазі", чим з більшим прискоренням його піднімають.

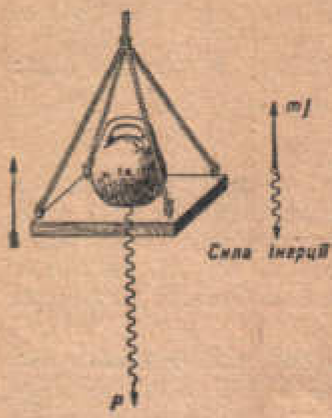


Рис. 28. „Виграш на вазі" при піднятті з прискоренням відбувається коштом сили інерції, що її розвиває тіло.

М'яч, кинутий об стінку, робить силою інерції тиск на стінку. Якби ми добре знали закони взаємодіяння в найдрібніших частинках речовини і якби в якийсь момент часу ми якнебудь сфотографували розміщення всіх частинок продавленої ударом об стінку гумової оболонки м'яча, то ми переконалися б, що тиск м'яча на стінку є результатом пружних сил, які виникли в наслідок порушеного ударом об стінку нормального розміщення частинок м'яча. Тиск одного тіла на друге завжди являє собою результат або пружних зміщень частинок речовини абож результат молекулярних ударів.

Але який би не був „механізм" сили, з якою одно тіло тисне на друге або тягне його за собою, ми називаємо цю силу силою інерції, якщо ця сила в и н и к л а в результаті зміни стану руху хоча б одного з взаємодіючих тіл. Отже, те саме фізичною суттю явище в механіці ми позначаємо, залежно від його походження, в одних випадках як силу інерції, в інших — просто як статичний вияв сили. Наприклад, про вірьовку, яку ми тримаємо за один кінець і до другого кінця якої прив'язана гиря, що обертається з допомогою цієї вірьовки по колу, ми говоримо, що вірьовка розтягнута відцентровою силою інерції. Фізичний вияв цієї сили такий самий, як коли б вірьовка була натягнута якоюсь статичною силою.

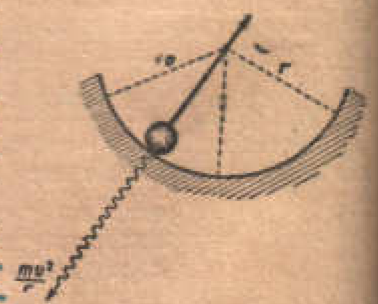


Рис. 29. Доцентрова сила проходить через центр кривизни. Відцентрова сила протилежна їй і прикладена до опори.

Завжди, коли тиск або натяг з боку будьяких тіл змушує якесь тіло, що рухається, відхилятися від прямолінійного шляху, ми говоримо, що це тіло, яке відхиляється від прямолінійного шляху, розвиває в і д ц е н т р о в у с и л у і н е р ц і ї, напрямлену протилежно тій доцентровій силі, з якою тіла, що спричинили викривлення траєкторії, тиснуть на тіло, що рухається, або тягнуть його (рис. 29). За законом рівності діяння і протидіяння ці дві сили чисельно завжди однакові, а тому (§ 22) відцентрова сила інерції визначається формулою:

$$F_r = \frac{mv^2}{r}. \qquad (27)$$

Масивна куля, підвішена на міцній нитці, натягує її під час спокою з силою тяжіння кулі P, але, будучи приведена в коливний рух, вона натягує її з силою F, більшою, ніж її тяжіння, на величину відцентрової сили інерції, яку вона розвиває:

$$F = P + \frac{mv^2}{r}.$$

Якщо куля спершу була відхилена до горизонтального положення нитки (рис. 30), на що потрібна була витрата роботи проти сили тяжіння, рівна $P \cdot r$, то в момент проходження кулі через найнижче положення її швидкість визначиться з умови, що в цей момент уся надана кулі потенціальна енергія дорівнює її кінетичній енергії:

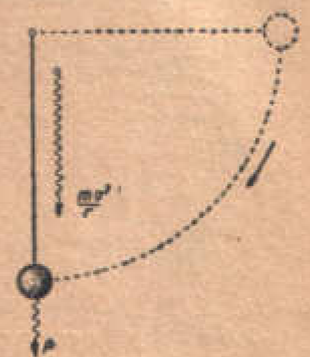


Рис. 30. У момент проходження кулі через найнижче положення натяг нитки дорівнює потроєній вазі кулі.

$$P \cdot r = \frac{mv^2}{2}.$$

Звідси:

$$\frac{mv^2}{r} = 2P.$$

Отже, в цьому випадку натяг нитки при проходженні кулі через положення рівноваги буде дорівнювати потроєній вазі кулі.

Автомобіль, проїжджаючи по мосту, що трохи прогинається під його вагою, тисне на міст з силою, яка перевищує вагу автомобіля на величину відцентрової сили інерції (рис. 31*a*). А тому при інших рівних умовах тиск автомобіля на вгнутий міст буде тим більший, чим більша швидкість руху автомобіля. Щоб уникнути діяння відцентрових сил, мости роблять звичайно трохи опуклими (рис. 31*b*). У цьому разі вага машин, які швидко рухаються по мосту, частково виявляється динамічно, надаючи їм доцентрового прискорення, напрямленого вниз; тому тиск на опуклий міст машин, які швидко по ньому проїжджають, буде менший їх ваги.

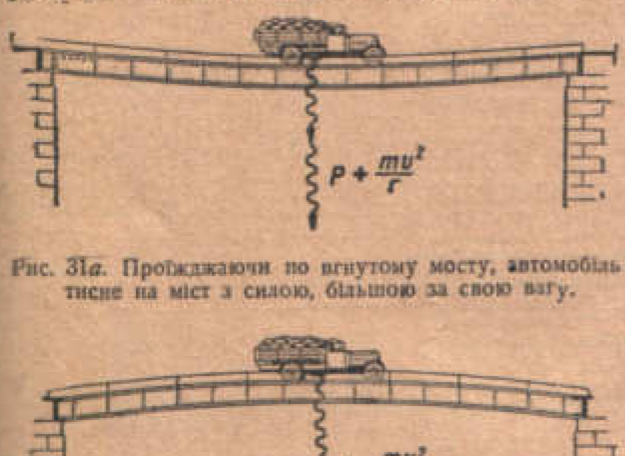


Рис. 31*a*. Проїжджаючи по вгнутому мосту, автомобіль тисне на міст з силою, більшою за свою вагу.

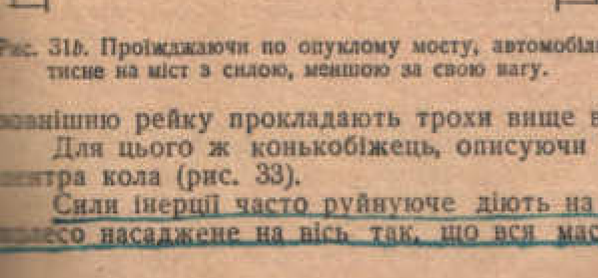


Рис. 31*b*. Проїжджаючи по опуклому мосту, автомобіль тисне на міст з силою, меншою за свою вагу.

На закругленнях колії колеса вагонів поїзду або трамваю тиснуть на зовнішню рейку в горизонтальному напрямі у наслідок розвиваної вагоном відцентрової сили інерції. Щоб вагон не перекинувся, результуючий тиск від вагона повинен попадати в середину між рейками; рівнодійна тиску, утворюваного вагою вагона, і відцентрової сили повинна бути напрямлена перпендикулярно до поверхні рейки; для цього на закругленнях зовнішню рейку прокладають трохи вище внутрішньої (рис. 32).

Для цього ж конькобіжець, описуючи коло, нахиляє свій корпус до центра кола (рис. 33).

Сили інерції часто руйнуюче діють на окремі частини машин. Коли колесо насаджене на вісь так, що вся маса його розміщена симетрично відносно осі обертання, то відцентрові сили інерції, розвивані окремими частинками колеса, зрівноважуються на осі обертання і позначаються тільки в пружному натягу речовини колеса. При дуже великих швидкостях цей натяг може привести до розриву колеса. Але якщо маса колеса розміщена відносно осі обертання несиметрично, то вже при порівняно невеликих швидкостях відцентрові сили інерції, які в цьому разі не зрівноважуються на осі, можуть привести до полому осі.

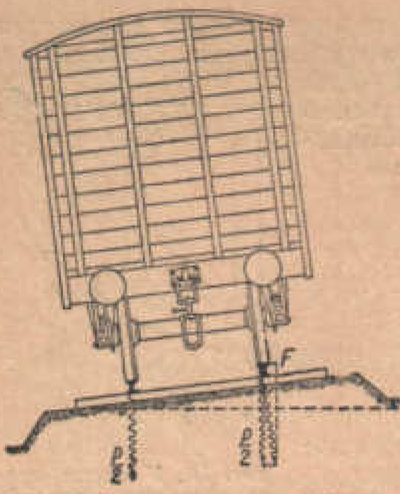


Рис. 32. На закруглених зовнішню рейку кладуть вище внутрішньої.

У коліс паровоза несиметричний розподіл сил інерції здатний створити односторонній тиск на вісь у кілька тонн; у зв'язку з цим при обертанні такого колеса тиск колеса на рейку то збільшується (коли результуюча незрівноважених відцентрових сил напрямлена вниз), то зменшується (коли вона напрямлена вгору) — рейка ніби перебуває під діянням ударів важкого молота.

При проектуванні будьякої нової машини детально розраховують сили інерції, які можуть виникнути в ній при різних умовах її роботи. З виявом незрівноважених сил інерції доводиться провадити боротьбу за допомогою точного розподілу мас і погодженості рухів окремих частин машини.

Але сили інерції, зокрема відцентрові сили, мають у техніці також і позитивне застосування, досить велике і різноманітне (робота молотів, відцентрові машини, центрофуги і т. ін.).

Зауважимо, що термін „відцентрова сила" не зовсім вдалий; він наштовхує на неправильне розуміння цієї сили. Термін „відцентрова сила" наводить на думку про р у х від центра обертання по радіусу. Хоч відцентрова сила і діє по радіусу від центра, але ніякого руху в цьому напрямі вона не викликає і нездатна викликати, бо вона прикладена до „зв'язків" [1]). Якщо зв'язки, які затримують тіло на незмінній віддалі від центра, раптом усунуто (наприклад, розірвалася вірьовка, до якої прив'язано камінь, що його обертають по колу; рис. 34), то тіло, яке рухалося по колу, буде віддалятися від центра кола, звичайно, не по радіусу, а по дотичній до кола, бо воно за інерцією збереже той напрям швидкості, який воно мало в момент розривання зв'язків.

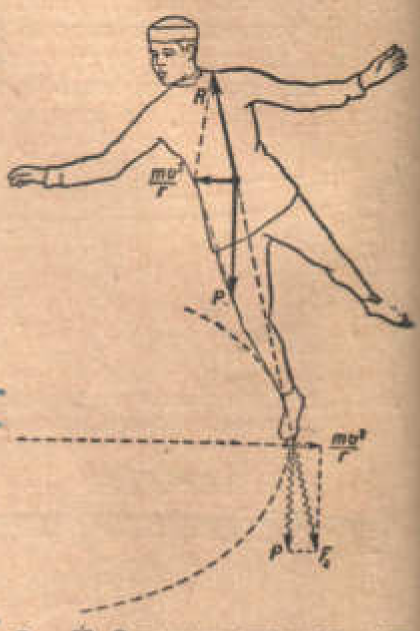


Рис. 33. Описуючи дугу кола, ковзкобіжець нахиляє свій корпус так, щоб реакція R льоду проходила через його центр ваги; тоді рівнодійна реакції R і ваги P дає доцентрову силу.

§ 27. Механічна система. Кількa тіл (або кілька матеріальних точок), розгляданих разом, називають м е х а н і ч н о ю с и с т е м о ю.

[1]) Під „зв'язками" в механіці розуміють існуючі обмеження у волі руху розгляданих тіл. Наприклад, щодо обода колеса спиці відограють роль зв'язків; для поїзду в цілому роль зв'язків виконують рейки і т. ін.

Наприклад, механічною системою є: поїзд (паровоз, тендер, вагони), сонячна система (Сонце і планети), атом (ядро атома і електрони, які обертаються навколо нього), всяка машина, будьяке тіло, якщо його розглядати як сукупність частинок, і т. ін.

На кожне з тіл механічної системи (на кожну матеріальну точку цієї системи) діють сили двоякого походження.

Поперше, всяке тіло взаємодіє з іншими тілами системи (вагон — з іншими вагонами; Сонце — з планетами; частини машини — між собою); сили такого взаємодіяння називають *внутрішніми* силами системи.

Подруге, тіла (матеріальні точки) механічної системи зазнають діяння сил від тіл сторонніх, які не входять у дану систему; такі сили називають *зовнішніми*. Для поїзду такими будуть: сила тяжіння, „ведуче тертя“, гальмуюче тертя, опір повітря.

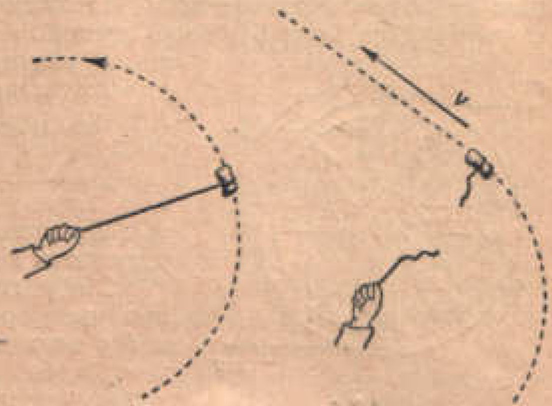


Рис. 34.

Поняття „внутрішні“ і „зовнішні сили“ відносні. Так, сили взаємодіяння між атомами, які утворюють молекулу, є зовнішніми відносно кожного з цих атомів як окремої системи, але ці сили стають внутрішніми, коли всю молекулу ми розглядаємо як єдину систему.

За третім законом, якщо якенебудь тіло A діє на тіло B з деякою силою, то і тіло B діє на тіло A з рівною, але зворотно напрямленою силою; а тому всі внутрішні сили механічної системи попарно рівні й протилежні. У поїзді сила, з якою кожний вагон тягне наступний, дорівнює силі, з якою той його затримує. Якщо ми додамо геометрично всі внутрішні сили, прикладені до всіх тіл будьякої системи, то сили взаємодіяння кожних двох її тіл дадуть у сумі нуль, а тому *геометрична сума внутрішніх сил усякої механічної системи дорівнює нулеві.*

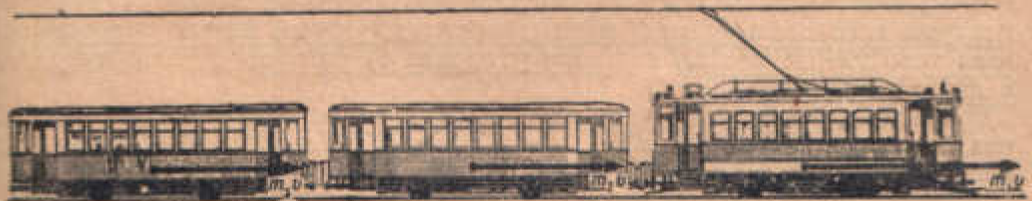


Рис. 35.

Зрозуміло, що третій закон можна застосовувати також і до зовнішніх сил, але, геометрично додаючи зовнішні сили, які діють на будьяку механічну систему, ми не повинні включати в цю суму сили протидіяння, бо вони прикладені до тіл, які не входять до складу системи. А тому сума діючих на систему зовнішніх сил у загальному випадку не дорівнює нулеві.

У § 14 вже говорилося про вектор кількості руху тіла. *Під кількістю руху механічної системи розуміють геометричну суму кількості руху всіх тіл, які входять у систему.*

На рис. 35 показано побудову кількості руху тривагонного трамвайного складу; кількість руху моторного вагона більша, ніж причепних, бо він має більшу масу.

Можливий випадок, коли всі тіла системи перебувають у русі, але загальна кількість руху системи дорівнює нулеві. Прикладом такого роду є обертання маховика навколо нерухомої осі (рис. 36); будьякі дві частинки маховика, симетрично розміщені відносно осі обертання, рухаються в протилежні сторони, і тому геометрична сума їх кількостей руху дорівнює нулеві; якщо вся маса маховика розміщена симетрично відносно осі обертання, то, геометрично додаючи кількості руху всіх частинок маховика, ми в сумі дістанемо нуль. Фізично це означає, що маховик як ціле не переміщується; якби він котився подібно до колеса, його кількість руху не була б рівною нулеві. Рух кожного окремого тіла механічної системи визначається сукупністю всіх діючих на нього сил і зовнішніх, і внутрішніх. Але на рух системи в цілому впливають, як побачимо далі, тільки зовнішні сили.

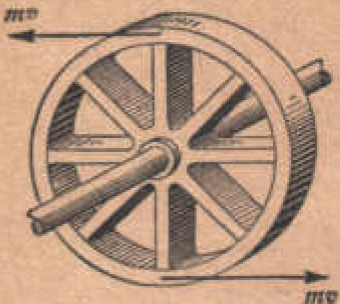


Рис. 35.

§ 28. Центр мас. Раніше ми вже не раз вживали виразу „рух системи в цілому". Цей вираз треба уточнити. Під рухом системи в цілому розуміють переміщення „центра мас" системи.

З початкового курсу фізики відоме поняття про центр ваги тіла. Коли говорять, що центр ваги кулі міститься в її геометричному центрі або що центр ваги трикутника лежить у точці перетину його медіан, то цим хочуть висловити ту думку, що при якому завгодно положенні кулі або трикутної пластинки відносно землі рівнодійна ваги всіх частинок тіла (вага тіла) діє по вертикальній прямій, яка незмінно проходить, якщо маємо кулю, через її центр, а якщо маємо трикутник,— через точку перетину медіан.

Якщо ми хочемо, щоб будьяке тіло при якому завгодно положенні перебувало в рівновазі, то силу, яка зрівноважує вагу, треба прикласти до центра ваги тіла.

Поняття центра ваги можна узагальнити на сукупність кількох тіл (на систему тіл). Таке узагальнення цілком природне: досить уявити собі всі дані тіла сполученими між собою твердими, але легкими (ніби „невагомими") стрижнями; сполучені так тіла утворять одно тіло, центр ваги якого і називають їх спільним центром ваги (центром ваги системи). Під центром ваги деформованої маси (наприклад, рідини) ми розуміємо центр ваги того твердого тіла, яке вона утворила б, раптово ставши твердою в даному положенні.

Зокрема, центр ваги двох матеріальних точок міститься на прямій, яка їх сполучає, і ділить віддаль між ними обернено пропорціонально їх масам.

Проте, про центр ваги взагалі можна говорити, лише маючи на увазі тіла, які перебувають на земній поверхні, бо інакше саме поняття ваги стає неозначеним. Невід'ємною ж властивістю всякого тіла є його маса, з тому більш загальним і більш важливим є поняття про „центр мас".

Центром мас двох матеріальних точок, незалежно від того, чи перебувають вони під діянням сили тяжіння, чи ні, називають точку, яка ділить віддаль між ними обернено пропорціонально їх масам. Центр мас трьох матеріальних точок ділить віддаль між центром мас будьяких двох з них і третьою матеріальною точкою обернено пропорціонально сумі перших двох мас і третій масі (рис. 37). Такий самий перехід від трьох матеріальних точок до чотирьох і взагалі до якого завгодно їх числа. Отже, центр ваги будьякого тіла, яке перебуває на поверхні землі, є одночасно центром маси цього тіла.

З самого означення виходить, що центр мас будьяких матеріальних точок міститься десь **між ними** і ніяк не може опинитися поза сферою, яка містить всередині себе всі дані маси.

Назва „центр мас" може бути виправдана такими міркуваннями. Уявимо, що між усіма частинками тіл, які утворюють систему, діють нескінченно зростаючі з часом сили притягання. За третім законом сили, взаємодіяння, прикладені до двох матеріальних точок, чисельно рівні. Наближаючись, коли ніщо тому не перешкоджає, під діянням цих сил одна до однієї, обидві матеріальні точки будуть рухатися, згідно з другим законом Ньютона, з прискореннями, обернено пропорціональними їх масам, і так само будуть відноситися між собою при відсутності початкової швидкості пройдені ними до зустрічі шляхи, тобто матеріальні точки зійдуться в їх центрі мас. Прилучаючи до двох матеріальних точок третю, до трьох четверту і так далі, дістанемо той самий результат для якої завгодно механічної системи. (Всяке тіло ми можемо розглядати як сукупність його частинок). Отже, центр мас механічної системи є та точка, навколо якої зібралася б у вигляді надзвичайно щільного сферичного тіла вся маса системи, якщо між матеріальними точками системи діяли б нескінченно зростаючі з часом сили притягання.

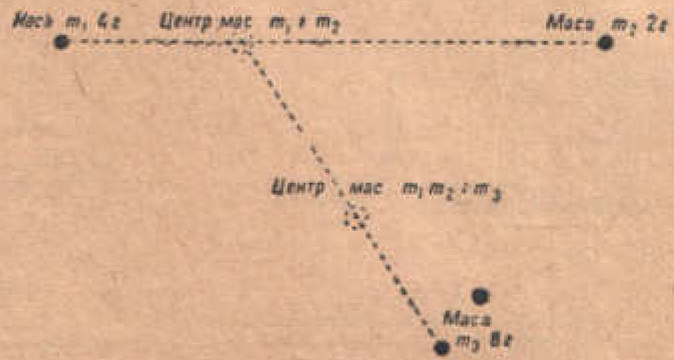


Рис. 37.

§ 29. Закон зберігання кількості руху. Напишемо рівняння, яке виражає другий закон Ньютона, для кожного з тіл механічної системи; рівнодійну прикладених до даного тіла внутрішніх сил системи позначимо вектором f, рівнодійну прикладених до нього зовнішніх сил — вектором F:

$$\frac{d(m_1v_1)}{dt}=f_1+F_1,$$

$$\frac{d(m_2v_2)}{dt}=f_2+F_2,$$

$$\frac{d(m_nv_n)}{dt}=f_n+F_n.$$

Додамо (за правилом многокутника) вектори, що стоять у лівих і в правих частинах цих рівнянь:

$$\frac{d}{dt}(m_1v_1+m_2v_2+\ldots+m_nv_n)=f_1+f_2+\ldots+F_1+F_2+\ldots$$

Сума внутрішніх сил, що знаходиться в правій частині рівняння,

$$f_1+f_2+\ldots+f_n,$$

дорівнює нулеві, бо всі ці сили попарно рівні щодо величини і протилежно напрямлені. Залишаються лише зовнішні сили. Отже дістаємо:

$$\frac{d}{dt}(m_1v_1+m_2v_2+\ldots+m_nv_n)=F_1+F_2+\ldots+F_n. \tag{28}$$

Нескінченно мала зміна кількості руху механічної системи за час dt, поділена на dt, дорівнює геометричній сумі зовнішніх сил, які діють на систему. Іншими словами:

зміна з часом величини і напряму кількості руху системи визначається діючими на систему зовнішніми силами. Внутрішні сили не можуть змінити кількості руху системи в цілому.

Закон зберігання кількості руху є одним з найважливіших законів фізики. Наведемо кілька прикладів, які пояснюють цей закон.

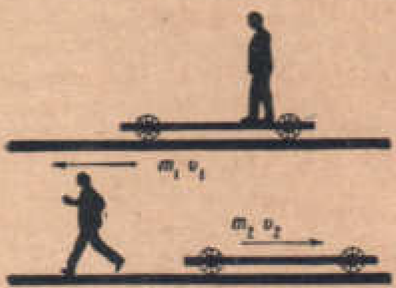


Рис. 38.

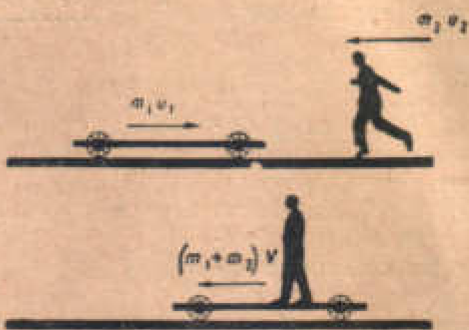


Рис. 39.

Коли людина, що стояла раніше нерухомо на візку, стрибає вперед, то візок відкочується назад, отже, їх сумарна кількість руху, що дорівнювала нулеві, залишається рівною нулеві (рис. 38):

$$0 = m_1v_1 + m_2v_2.$$

Якщо людина стрибає на візок, який котиться їй назустріч (легкий або такий, що повільно рухається), то, спинившись на ньому, вона буде рухатися разом з візком з такою ж кількістю руху, якою була напочатку геометрична сума кількостей руху людини і візка (рис. 39):

$$m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v.$$

Якщо людина пробіжить по нерухомо стоячому візку, не сповільнюючи швидкості свого руху, то візок залишиться стояти нерухомо (рис. 40).

При розриві шрапнелі осколки розлітаються в різні сторони, але ніколи не летять усі вниз або всі вгору від траєкторії снаряда. Геометрична сума кількостей руху осколків після розриву залишається такою самою, якою була кількість руху снаряда до розриву. Центр мас осколків шрапнелі, які розлітаються в різні сторони, і далі рухається по тій самій траєкторії, по якій рухався б снаряд, якби розриву не сталося (рис. 41).

Від внутрішніх сил кількість руху системи (або, що те ж саме, кількість руху її центра мас) не залежить. Але внутрішні сили можуть спричинити взаємний рух тіл системи одне відносно одного. При цьому зміни швидкостей двох тіл під діянням внутрішніх сил обернено пропорціональні їх масам і протилежні щодо напряму.

Наприклад, коли людина стрибає з легкого візка, то візок з більшою швидкістю відкочується назад, тоді як важкий візок відкотиться повільно. Обидва ці рухи спричинені діянням внутрішніх сил; подібне виявлення внутрішніх сил має назву в і д д а ч а. Стоячи на коньках, кинемо вперед якунебудь важку річ; ми неминуче покотимося назад, але повільно, бо наша маса порівняно велика. При пострілі, якщо гармата не закріплена нерухомо (тобто нема зовнішнього протидіяння), вона відкочується назад.

Явищем віддачі пояснюється рух ракети: ракета вибухом (внутрішні сили) викидає назад гази; викинуті гази і сама ракета віддаляються в протилежні сторони від їх спільного центра мас. За останній час у техніці роблять спроби практичного застосування ракетних двигунів (автомобіль-ракета, ракетна дрезина).

§ 30. Теорема про рух центра мас. З закону зберігання кількості руху випливає важливий висновок про рух центра мас системи.

Припустимо, що зовнішніх сил немає, і уявимо, що всередині системи діють нескінченно зростаючі з часом сили взаємного притягання частинок і тіл, які утворюють систему. Тоді, продовжуючи спільний рух по інерції, всі матеріальні частинки системи будуть одночасно зближуватися і точкою їх зустрічі буде центр мас (§ 28). Далі вони будуть рухатися спільно, як одно тіло з масою

$$M = m_1 + m_2 + m_3 + \ldots + m_n.$$

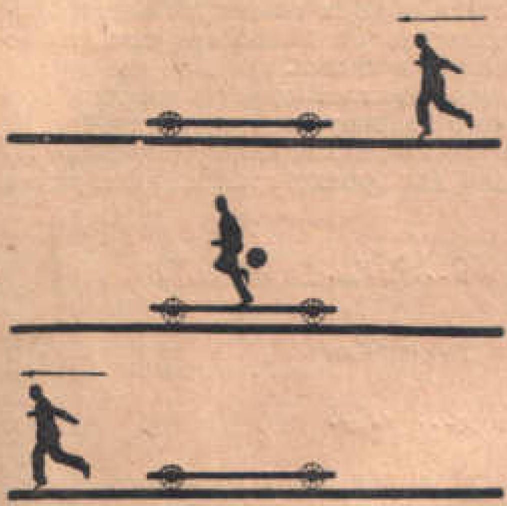


Рис. 40.

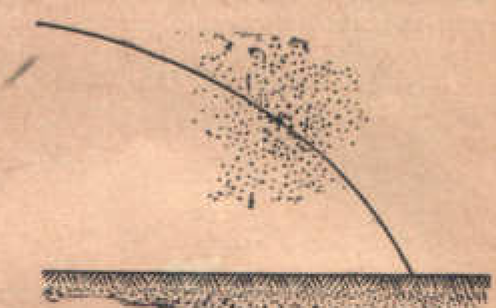


Рис. 41.

а через те що при відсутності зовнішніх сил кількість руху системи змінитися не могла, то швидкість v спільного руху мас, які сполучилися, повинна задовольняти умові:

$$Mv = \text{кількості руху системи.}$$

Центр мас системи, якщо уявити собі, що в ньому зосереджена вся маса системи, є, отже, носієм усієї кількості руху системи. Цей висновок має велике принципіальне значення і його формулюють так:

повна кількість руху механічної системи така сама, як коли б уся маса системи була зосереджена в її центрі мас і рухалася разом з ним.

А тому кількість руху системи називають також кількістю руху її центра мас. Рівність кількості руху системи і кількості руху її центра мас математично виражають формулою:

$$Mv = m_1v_1 + m_2v_2 + \ldots + m_nv_n, \tag{29}$$

де M — маса всієї системи; v — швидкість руху її центра мас; $m_1, m_2, \ldots, m_n$ — маси окремих тіл (або матеріальних точок) системи; $v_1, v_2, \ldots, v_n$ — їх швидкості.

Замінивши в рівнянні (28) геометричну суму кількостей руху тіл системи вектором кількості руху її центра мас, дістаємо:

$$\frac{d(Mv)}{dt} = F_1 + F_2 + \ldots + F_n. \tag{30}$$

Це нове рівняння таке саме, як рівняння, що виражає другий закон Ньютона для тіла з масою M, яке рухається під діянням сили

$$F = F_1 + F_2 + \ldots + F_n.$$

Звідси робимо висновок:

центр мас механічної системи рухається так, як коли б у ньому була зосереджена вся маса системи і на нього діяла б сила, яка дорівнює геометричній сумі всіх зовнішніх сил, прикладених до тіл системи.

Цю теорему називають теоремою руху центра мас.

Зокрема, коли нема зовнішніх сил або коли їх геометрична сума дорівнює нулеві, центр мас системи рухається як ізольоване тіло, тобто рівномірно і прямолінійно, або залишається в спокої.

З незалежності діяння сил (§ 18) випливає застосовність теореми про рух центра мас до руху вздовж кожного напряму зокрема.

Математично це виражається тим фактом, що векторне рівняння (30) еквівалентне трьом скалярним рівнянням для проекцій тих же векторів на три взаємно перпендикулярні осі:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(Mv_x) &= F_{1x} + F_{2x} + \ldots + F_{nx}, \\ \frac{d}{dt}(Mv_y) &= F_{1y} + F_{2y} + \ldots + F_{ny}, \\ \frac{d}{dt}(Mv_z) &= F_{1z} + F_{2z} + \ldots + F_{nz}. \end{aligned} \tag{31}$$

Керуючись принципом незалежності діяння сил і досліджуючи рух центра маси вздовж будьякого напряму, наприклад, вздовж осі x-ів, ми можемо розглядати цей рух так, ніби руху в напрямі двох інших осей не було.

Крім прикладів, які були наведені в попередньому параграфі для пояснення закону зберігання кількості руху і які одночасно служать підтвердженням теореми про рух центра мас (нерухомість центра мас при явищах віддачі, рух центра мас при розриві шрапнелі), наведемо ще один важливий приклад.

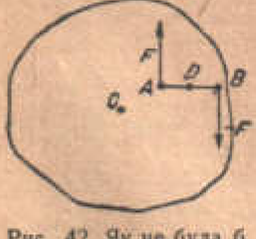


Рис. 42. Як не була б прикладена до тіла пара сил, вона обертає тіло навколо осі, яка проходить через центр мас.

Уявимо собі, що на тверде тіло, яке перебуває в спокої, почали діяти дві чисельно рівні, протилежно напрямлені паралельні сили (так звана „пара сил"). Як буде рухатися тіло? На перший погляд здається, що тіло почне обертатися навколо точки D, яка лежить посередині між точками прикладання пари сил (рис. 42). Але цей висновок помилковий (нерідко цю помилку роблять під час розв'язування задач). Геометрична сума прикладених зовнішніх сил F і $-F$ дорівнює нулеві. Отже, рух центра мас не зміниться. Він був у спокої і залишиться в спокої. Тіло буде обертатися навколо нерухомого центра мас C.

Якщо навантажити плоскодонний човен посередині важким камінням, багато важчим за вагу нашого тіла, і, сівши де завгодно, на носі або на кормі човна, гребти одним веслом уперед, а другим назад, то човен буде повертатися навколо середини (навколо центра мас). Якщо перекласти каміння на ніс човна, то центр мас, а з ним і центр обертання, переміститься до носа. Нарешті, якщо це каміння покласти на кормі, човен буде повертатися навколо центра мас, переміщеного до корми.

§ 31. Робота і енергія [1]). Подібно до уявлення про сили, уявлення про роботу запозичене з нашого повсякденного досвіду. Але звичайно ми вкладаємо в слова „робота“, „енергія“, „сила“ більш широкий і менш означений зміст, ніж у фізиці. У фізиці між поняттями про силу і роботу встановлено зв'язок з допомогою такого співвідношення:

роботу вимірюють добутком сили, діючої в напрямі переміщення, на величину переміщення точки прикладання сили.

Робота A, виконувана силою F, напрямленою під кутом α до переміщення, на шляху s дорівнює

$$A = F \cos\alpha \cdot s. \tag{32}$$

Сила, напрямлена перпендикулярно до переміщення ($\alpha = 90°$; $\cos\alpha = 0$), не виконує роботи; з цього погляду розклад сили на тангенціальну і доцентрову складові (§ 22) набуває особливого фізичного змісту; діяння доцентрової сили позначається тільки на зміні напряму руху, тим часом як тангенціальна сила виконує роботу, що виявляється або в збільшенні швидкості руху, або в подоланні сил опору чи тертя.

Про тіло (або систему тіл), яке має властивість виконувати певну роботу A, говорять, що це тіло (або система) має е н е р г і ю $W = A$.

У механіці розрізняють енергії кінетичну і потенціальну. Під к і н е т и ч н о ю енергією K розуміють енергію механічного руху тіла, вимірювану роботою, що її тіло здатне виконати при загальмовуванні тіла до повної зупинки. Під п о т е н ц і а л ь н о ю енергією розуміють енергію захованих форм руху, вимірювану роботою, що її тіло здатне виконати при переміщенні з одного положення у просторі в інше положення (наприклад, потенціальна енергія тяжіння).

Кінетичну енергію завжди називають досить невдалим терміном „жива сила“. Потенціальну енергію інакше називають е н е р г і є ю в з а є м о д і я н н я (потенціальна енергія тяжіння будьякого тіла є енергія взаємодіяння тіла і Землі; потенціальна енергія всесвітнього тяжіння є енергія взаємодіяння розгляданих мас).

Кожна форма руху характеризується певним видом енергії. Коли ми вивчаємо тепловий рух, то маємо справу з в н у т р і ш н ь о ю енергією. В ученні про електрику і магнетизм ми маємо справу з е л е к т р и ч н о ю енергією і з м а г н і т н о ю енергією.

В часи Н ь ю т о н а точного уявлення про енергію не існувало. Воно було встановлене в середині минулого сторіччя, коли дослідним шляхом була доведена е к в і в а л е н т н і с т ь т е п л о т и і р о б о т и, тобто їх взаємна перетворюваність із зберіганням незмінної пропорції між кількістю витраченої роботи і одержаного тепла. Тепер уявлення про енергію є в фізиці основним, і фізика в значній своїй частині є вченням про закони взаємоперетворення різних видів енергії.

Енергія, так само як і маса, незнищувана і нестворювана. Цей закон зберігання енергії домінує над усіма законами фізики. Для великого класу механічних рухів цей закон може бути виведений із законів Н ь ю т о н а, але у своєму всеосяжному змісті він прийнятий фізикою як незалежний від законів Н ь ю т о н а, встановлений д о с в і д о м принцип.

Щодо енергії роботу і теплоту слід розглядати як форми передачі енергії від одного тіла до іншого.

Енергія є „запас“ можливої, але такої, що ще не здійснилася, роботи; на відміну від цього поняття роботи зв'язане з уявленням про п р о ц е с пере-

[1]) Повторити з „Курсу фізики“ Ф. і П., ч. I, § 69—74.

міщення точки прикладання сили [1]). Коли якесь тіло виконує роботу, то енергія цього тіла зменшується; при цьому завжди існує якесь інше тіло, на яке витрачається (напрямлена) робота першого тіла і енергія якого, отже, зростає. „Робота — це зміна форми руху, розглядана з його кількісного боку ... Зміна форми руху є завжди процесом, який відбувається принаймні між двома тілами“ (Енгельс) [2]).

Докладніше ці питання будуть розглянуті в розділі, присвяченому викладові термодинаміки.

§ 32. Міри роботи і потужності. Найважливіші одиниці роботи вже були розглянуті вище. Тут ми подаємо зведення часто вживаних мір роботи і потужності.

Нагадаємо [3]), що потужністю W називають відношення роботи до того проміжка часу, за який вона була виконана:

$$W = \frac{A}{t} \quad \text{або, точніше,} \quad W = \frac{\delta A}{dt}. \tag{33}$$

Коли робота виконується рівномірно, тобто в однаковій кількості за кожний малий проміжок часу dt, то потужність вимірюється роботою, виконаною за 1 *сек*.

Поряд з механічними мірами ми наводимо також і електричні міри роботи й потужності; назви і означення більшої частини цих мір вважаємо відомими з початкового курсу; додаткові пояснення до них будуть дані в розділах, присвячених вченню про електрику.

Таблиця 2.

Міри роботи і енергії.

Назва і співвідношення з іншими мірами
1 **ерг** = 1 динсантиметр = $1{,}02 \cdot 10^{-8}$ кілограмметра.
1 **кілограмметр** = $98 \cdot 10^{6}$ ергів = 9,8 джоуля = 0,00272 ватгодини.
1 **силогодина** = роботі парового коня протягом години = 270 000 кілограмметрів = 2650 кілоджоулям = 0,736 кіловатгодини.
1 **кілоджоуль** = 1000 джоулів = 0,278 ватгодини = 102 кілограмметрам = 0,000378 силогодини.
1 **джоуль** = 1 ватсекунді = 10^{7} ергів = 0,102 кілограмметра.
1 **вольткулон** = 1 джоулеві.
1 **кіловатгодина** = роботі одного кіловата протягом години = 10 гектоватгодинам = 3600 кілоджоулям = 367 000 кілограмметрів = 1,36 силогодини.
1 **гектоватгодина** = $\frac{1}{10}$ кіловатгодини = 360 кілоджоулям.
1 **ватгодина** = $\frac{1}{1000}$ кіловатгодини = 3,6 кілоджоуля = 0,00136 силогодини = 367 кілограмметрам.
1 **ватсекунда** = 1 джоулеві.
1 **вольтфарадей** = 96 494 джоулям [4]).
1 **літратмосфера** = 101,3 джоуля.

[1]) Математично ця відмінність понять „енергія“ і „робота“ виражається тим, що всі види енергії є „функціями стану“ тіла, тоді як робота (як і теплота) не є функцією стану. Докладніше про це буде сказано в розділі „Термодинаміка“.

[2]) „Диалектика природы“, Партиздат, 1932, стор. 126 і 151.

[3]) „Фізика“ Ф. і П., ч. II, § 40 і „Курс фізики“ Ф. і П., ч. I, § 71.

[4]) Це є робота перенесення заряду в 1 фарадей (96 494 кулони) при різниці потенціалів на електродах в 1 вольт.

Таблиця 3.

Міри потужності.

Назва і співвідношення з іншими мірами
1 **кілограмметр за секунду** $= 9{,}8$ вата $= 0{,}0098$ кіловата $= 98 \cdot 10^6$ ергів за секунду $= \frac{1}{75}$ ($= 0{,}0133$) парового коня.
1 **паровий кінь** (кінська сила) $= 75$ кілограмметрам за секунду $= 736$ ватам $= 0{,}736$ кіловата $= \frac{3}{4}$ понселе.
1 **кіловат** = потужності, яку утворює кілоджоуль за секунду, $= 1000$ ватів $= 10^{10}$ ергів за секунду $= 102$ кілограмметрам за секунду $= 1{,}36$ парового коня.
1 **гектоват** $= 0{,}1$ кіловата $= 10{,}2$ кілограмметра за секунду.
1 **ват** $= 0{,}001$ кіловата $= 1$ джоулеві за секунду $= 10^7$ ергів за секунду $= 0{,}102$ кілограмметра за секунду $= 0{,}00136$ парового коня.
1 **вольтампер** $= 1$ ватові.
1 **понселе** $= 100$ кілограмметрам за секунду $= 1\frac{1}{3}$ парового коня $= 980$ ватам $= 0{,}98$ кіловата.

Співвідношення механічних і електричних мір енергії з термічними мірами (з великою і малою калоріями) наведено в § 221.

§ 33. Теорема про кінетичну енергію. Сила інерції, що її розвиває будьяке тіло, яке рухається, коли це тіло загальмовують, виконує роботу, що йде на подолання опорів рухові. Діюча в напрямі руху сила інерції ($\cos\alpha = 1$) чисельно дорівнює $-m\dfrac{dv}{dt}$. Протягом нескінченно малого проміжка часу, коли загальмовуване тіло, переборюючи опори рухові, переміщується на віддаль ds, *сила інерції*, що її розвиває тіло, *виконує роботу*:

$$\delta A = -m\frac{dv}{dt}\cdot ds,$$

або (робимо таке перетворення:

$$\frac{dv}{dt}\cdot ds = dv\cdot\frac{ds}{dt} = dv\cdot v)$$

$$\delta A = -mv\cdot dv$$

(хоч у правій частині стоїть знак мінус, але δA є величина додатна, бо при загальмовуванні $dv < 0$). Кінетична енергія тіла, яке рухається з швидкістю v, являє собою суму робіт, виконуваних силою інерції при загальмовуванні тіла до повної зупинки (тобто протягом того проміжка часу, поки швидкість тіла зменшується від значення v до нуля). Величину цієї суми ми обчислимо графічно[1]).

Будемо зображати числове значення швидкості довжиною відрізка, відкладеного по якійсь осі OX, а також довжиною такого ж відрізка, відкладеного в напрямі другої осі OY, яка утворює прямий кут з першою віссю (рис. 43). Очевидно, що числове значення добутку $v\cdot dv$ зобразиться

[1]) Застосовуючи інтегральне числення, цю суму знаходимо відразу:

$$K = \sum \delta A = -\int_v^0 mvdv = \frac{mv^2}{2}.$$

площею дуже малої вертикальної смужки, яка має висоту v і ширину dv (будемо уявляти собі величину dv як додатну, тоді в формулі для δA знак мінус повинен бути змінений на плюс: $\delta A = mv \cdot dv$). Для різних моментів часу швидкість v загальмовуваного тіла буде мати різну величину, а також різну величину буде мати числова зміна швидкості dv, що відбувається за якийсь певний проміжок часу dt. А тому і робота сили інерції за той самий проміжок часу в різні моменти часу буде неоднаковою (на нашій діаграмі площинки, які зображають добуток $v \cdot dv$, будуть мати різну висоту і неоднакову ширину). Підсумовуючи роботу, виконану силою інерції за весь час загальмовування, ми можемо винести за дужку величину маси m, яка входить у вираз кожної елементарної роботи. Щождо суми добутків $v \cdot dv$, то неважко зміркувати, що вона зобразиться на нашій діаграмі загальною площею всіх окремих площинок, подібних до тієї, яка заштрихована на рис. 43. Вона буде дорівнювати, отже, $\frac{mv^2}{2}$. Таким чином, ми вивели теорему про кінетичну енергію.

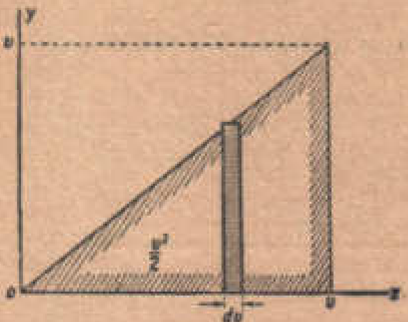


Рис. 43.

Робота, яку тіло, що рухається, здатне виконати при його загальмовуванні, не залежить ні від траєкторії руху, ні від того, як (з якою швидкістю і яким способом) провадилося загальмовування. Робота ця — кінетична енергія тіла — дорівнює половині добутку маси на квадрат швидкості[1]:

$$K = \frac{mv^2}{2}. \tag{34}$$

З самого ходу наведеного вище міркування ясно, що *кінетична енергія системи дорівнює сумі кінетичних енергій тіл (або матеріальних точок), які складають систему:*

$$K = \sum \frac{mv^2}{2}. \tag{35}$$

§ 34. Потенціальна енергія тяжіння. Ми сказали, що потенціальна енергія вимірюється роботою, яку тіло здатне виконати при переміщенні

[1]) При виведенні сформульованої тут теореми про кінетичну енергію тіла для правильності наших міркувань істотним було припущення, що маса тіла під час руху не змінюється. Згідно з теорією відносності це припущення можна вважати правильним тільки для швидкостей, малих порівняно з швидкістю світла c. При великих швидкостях маса зростає. Закон зростання маси (про нього буде сказано в § 402) виражається так:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}};$$

тут m — маса при швидкості v, а m_0 — маса того ж тіла в стані спокою.

Якщо взяти до уваги цю встановлювану теорією відносності залежність маси від швидкості руху і підрахувати роботу сили інерції при загальмовуванні тіла, то дістанемо такий вираз кінетичної енергії:

$$K = \frac{mv^2}{1 + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}.$$

Коли відношення $\frac{v}{c}$ таке мале, що на нього можна не зважати, то ця формула, згідно з Ньютоновою механікою, дає $K = \frac{mv^2}{2}$. Під час руху з швидкістю світла (наприклад, для квантів світла) корінь квадратний, що стоїть у знаменнику, дорівнює нулеві і $K = mv^2$.

з заданого положення в якесь інше положення. Звідси виходить, що потенціальна енергія являє собою величину, яка тільки тоді має певний фізичний зміст, коли вказано два зіставлювані один з одним положення тіла. Наприклад, з початкового курсу фізики відомо, що потенціальна енергія тяжіння вимірюється добутком ваги тіла на висоту підняття: $\Pi = Ph$; якщо в будьякій місцевості, розташованій на висоті 10 *м* над рівнем моря, ми піднімемо якесь тіло на висоту 1 *м* над поверхнею Землі, то відносно рівня моря потенціальна енергія тяжіння його буде, як легко зміркувати, в 11 разів більша, ніж відносно поверхні Землі в даній місцевості. Потенціальна енергія того ж тіла відносно вершини будьякої гори, очевидно, являтиме собою величину від'ємну (від переміщення тіла вгору робота не може бути одержана, а, навпаки, на це переміщення вона повинна бути витрачена).

У фізиці прийнято потенціальну енергію розглядати відносно того положення взаємодіючих тіл, коли ці тіла **нескінченно віддалені** одно від одного. При такому розгляді потенціальна енергія тяжіння двох якихось (або багатьох) тіл завжди являє собою величину від'ємну, бо перехід від будьякого заданого розміщення тіл до того, коли вони нескінченно віддалені одно від одного, не дає роботи, а, навпаки, потребує для свого здійснення витрати роботи, напрямленої на подолання діючих між тілами сил притягання. З тієї ж причини негативною є енергія взаємодіяння різнойменних електричних зарядів, що притягують один одного за законом **Кулона**, який аналогічний Ньютоновому законові тяжіння (§ 6 та § 280) і відрізняється від нього тільки тим, що замість добутку мас у законі **Кулона** стоїть добуток електричних зарядів. Протилежно до цих двох випадків енергія взаємодіяння однойменних зарядів, які відштовхують один одного за законом **Кулона**, є величина додатня.

Знаючи закон взаємодіяння тіл, тобто знаючи, як змінюється з віддаллю сила їх взаємодіяння, завжди можна обчислити для якого завгодно заданого розміщення тіл їх потенціальну енергію (для цього, як уже було пояснено, треба підрахувати роботу, що її виконують сили взаємодіяння при віддалянні розгляданих тіл з положень, що їх вони займають, на нескінченно велику віддаль одно від одного). Для двох гравітаційних мас m і m' обчислення[1]) дає таку величину їх потенціальної енергії:

$$\Pi = -G\frac{m \cdot m'}{r}; \tag{36}$$

тут G — гравітаційна стала, а r — віддаль між центрами мас m і m' (припускається, що кожна з цих мас зосереджена в об'ємі, який має дуже малу протяжність у порівнянні з r, абож розподілена симетрично-сферично навколо центра маси; див. § 6).

Отже, потенціальна енергія будьякого тіла, яке має масу m, розміщеного на поверхні Землі, виражається формулою:

$$\Pi = -G\frac{M \cdot m}{R}, \tag{37}$$

де M — маса Землі і R — радіус Землі.

---

[1]) Елементарна робота при переміщенні мас, які знаходилися на віддалі r, виконувана силою тяжіння на шляху dr, дорівнює:

$$\delta A = -F dr = -G\frac{m \cdot m'}{r^2} \cdot dr.$$

Знак мінус тут стоїть тому, що сила F напрямлена протилежно переміщенню dr. Сумарна робота:

$$\Pi = -\int_r^{\infty} G\frac{m \cdot m'}{r^2} \cdot dr = -Gmm' \int_r^{\infty} \frac{dr}{r^2} = -G\frac{m \cdot m'}{r}.$$

Коли якесь тіло піднімають над поверхнею Землі на висоту h над рівнем моря, то його потенціальна енергія, залишаючись негативною, чисельно зменшується (знаменник у наведеній формулі стає більшим: $R+h$ замість R). Якщо будьяка від'ємна величина чисельно зменшується, то це означає, що алгебрично вона збільшується (-2 більше, ніж -3). При малих порівняно з радіусом Землі висотах підняття приріст потенціальної енергії піднімaного тіла якраз дорівнює, як неважко переконатися, добуткові ваги на висоту підняття. Дійсно:

$$\Delta\Pi = -G\frac{Mm}{R+h} - \left(-G\frac{Mm}{R}\right) = G\frac{Mm}{R}\cdot\frac{h}{R+h};$$

звідси, якщо h мале у порівнянні з R, то

$$\Delta\Pi \approx G\frac{Mm}{R^2}\cdot h = P\cdot h,$$

де P — вага тіла.

§ 35. Теорема про мінімум потенціальної енергії. Нехай дано якусь систему взаємодіючих одне на одне матеріальних точок або тіл, що якнебудь рухаються одне відносно одного. Припустимо, що ніякі зовнішні сили на

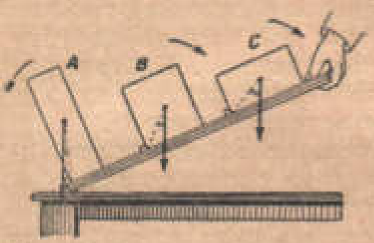


Рис. 44. Якщо проведена через центр ваги прямовисна лінія не проходить через площу опори, то можливе більш низьке положення центра ваги.

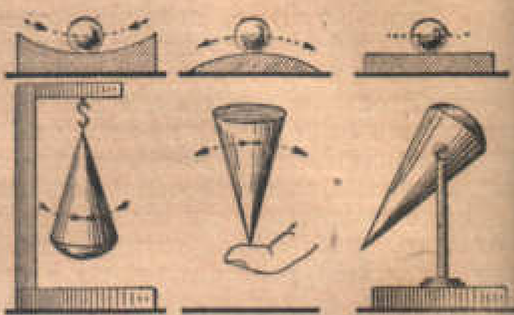


Рис. 45. Три види рівноваги: стійка, нестійка і байдужа.

систему не діють. Припустимо, далі, що всередині цієї системи не відбувається перетворення механічного виду енергії на будьякі інші види енергії. Тоді за законом зберігання енергії повна енергія системи, яка складається з її кінетичної енергії K і потенціальної енергії Π, повинна залишатися незмінною:

$$K + \Pi = \text{const.}$$

Кінетична енергія є завжди величина д о д а т н а. А тому якщо в початковий момент усі тіла, що складають розглядану нами систему, були н е р у х о м і, то рух може виникнути тільки в наслідок з м е н ш е н н я потенціальної енергії, при чому убуток потенціальної енергії буде дорівнювати кінетичній енергії, яка виникла. Якщо ж у початковий момент потенціальна енергія була м і н і м а л ь н о ю (це буває, коли яке завгодно переміщення тіл у нове їх положення приводить до збільшення потенціальної енергії), то тоді, очевидно, не може відбутися зростання кінетичної енергії, і рух, якого не було в початковий момент, ніколи не виникне; система перебуватиме в с т і й к і й р і в н о в а з і, з якої вона може бути виведена тільки діянням зовнішніх сил.

Отже, *ізольована система нерухомих тіл перебуває в стійкій рівновазі, якщо потенціальна енергія цієї системи мінімальна.*

В окремому випадку, коли ми маємо одно будьяке тіло, що перебуває під діянням сили тяжіння, ми можемо твердити, що станові стійкої рівноваги у цьому випадку буде відповідати найнижче положення центра ваги тіла, бо інакше потенціальна енергія тяжіння не була б мінімальною (рис. 44 і 45).

Можна уявити собі стан нестійкої рівноваги, коли потенціальна енергія максимальна, і стан байдужої рівноваги, коли потенціальна енергія однакова для ряду суміжних положень (рис. 45).

§ 36. Тертя. Тертя часто називають „шкідливим опором". Але це правильно не в усіх випадках. Можна говорити не тільки про негативні сторони тертя, а й про користь від нього (§ 23). Без тертя ми не могли б тримати річ у руках, ходити по землі. Цвяхи в стіні затримуються силою тертя. Пасова передача діє в наслідок тертя, яке існує між пасом і шківами. В наслідок тертя ведучих коліс об рейки паровоз дає рух поїздові і т. ін.

Шкідливі діяння тертя як гальмуючої сили загальновідомі. Під час руху різних машин і верстатів відбувається тертя між окремими частинами; щоб подолати його, доводиться витрачати роботу, а значить, витрачати енергію, наприклад, енергію палива, спалюваного в топках парових машин. Із загальної суми 1500 мільйонів тонн кам'яного вугілля, спалюваного щороку в усьому світі, очевидно, близько 50 мільйонів тонн вугілля витрачається виключно на подолання шкідливого діяння тертя.

Розрізняють два види тертя: тертя ковзання і тертя катання. Тертя полозків саней об сніг, коньків об лід, ножа або сокири об дерево — усе це тертя ковзання. Коли котиться колесо вагона, автомобіля, велосипеда, коли ми перекочуємо круглі колоди, бочки по землі, виявляється тертя катання. Зазначимо, що тертя осі колеса об втулку є тертя ковзання, бо при обертанні колеса поверхня втулки ковзає по поверхні осі.

Розглянемо спершу тертя ковзання. Основною причиною виникнення тертя ковзання є шорсткість речей, які стикаються одна з одною. На рис. 46*а* зображено у збільшеному вигляді неминучі заглибини і виступи двох поверхень, які дотикаються, при чому вони частково входять одна в одну. Під час руху однієї поверхні вздовж другої їх виступи почнуть чіплятися один за один, ударятися, ламатися (речовина поверхень, які труться, подрібнюється або, як кажуть, дисперґується), це і створює якусь силу, яка затримує рух і завжди напрямлена проти руху. А через те що нема таких твердих тіл, поверхня яких була б ідеально гладкою, без всяких виступів і заглибин, то тертя існує між всякими речами, які дотикаються.


Рис. 46*а*. Зачеплення поверхень, що є головною причиною тертя ковзання.

Крім того, ми повинні мати на увазі і явища молекулярного порядку. Під час ковзання однієї поверхні по другій молекули поверхневих шарів набувають коливного руху; відбувається перетворення роботи на тепло.

Коли пришліфовані поверхні дуже гладкі, буває прилипання поверхень — в наслідок діяння молекулярних сил.

Закони, яким підпорядковане тертя ковзання, були встановлені Кулоном. Якщо позначимо силу тертя через f, а силу, з якою поверхні, що труться, притискуються одна до одної, — через N[1]), то:

$$f = k \cdot N, \tag{38}$$

тобто *сила тертя прямо пропорціональна силі, яка притискує поверхні.*

[1]) Дуже часто силою, яка притискує поверхні, є просто вага.

Тут k являє собою якийсь коефіцієнт пропорціональності, що називається **коефіцієнтом тертя ковзання**. З формули видно, що коефіцієнт тертя ковзання є абстрактне число.

У поданій таблиці вказано коефіцієнти тертя ковзання для деяких випадків:

	k
залізо по залізу	0,14
» » чавуну і бронзі	0,18
дуб по дубові при ‖ волокнах . . .	0,48
» » » » ⊥ волокнах . . .	0,19
шкіряний ремінь по дереву	0,27
» » » чавуну	0,56
цеглина по цеглині	0,70
сталь по льоду	0,02

У багатьох випадках спостерігається, що тертя між одноріднимн поверхнями більше, ніж між різнорідними. Цим часто користуються в техніці для зменшення в разі потреби величини тертя. Наприклад, вкладні підшипників роблять з іншого металу, ніж цапфи (кінці вала).

На величину тертя впливає також твердість поверхень, які труться. Чим твердіші ці поверхні, тим тертя менше; підшипники в годинникових механізмах виготовляються з дуже твердих каменів (наприклад, агатів або алмазів).

Кулон припускав, що коефіцієнт тертя є величиною сталою і не залежить ні від швидкості руху, ні від величини тиску, ні від площі поверхень, які труться. Проте, дослідження показали, що *тертя зменшується із збільшенням швидкості руху*. При великих швидкостях не всі виступи шорстких поверхень і не так глибоко встигають зачеплюватися один за одного (порівняємо повільний рух воза, коли колеса акуратно попадають з однієї ямки бруку в другу, осідаючи в них, з швидким рухом, коли колеса перескакують через ці ямки).

Рис. 46b. Змащування роз'єднує поверхні, які труться.

Для характеристики залежності тертя від швидкості наведемо такий приклад, що стосується гальмування чавунними колодками стальних залізничних коліс. При швидкості поїзду в 100 *км/год* тертя у чотири рази менше, ніж при 10 *км/год*, і в п'ять разів менше, ніж при початку руху поїзду. А тому під час зупинки трамвайного вагона, коли швидкість зменшується, тертя гальмівних колодок об колеса дуже зростає, і гальмування стає різкішим, отже, перед самою зупинкою, щоб уникнути поштовхів, гальмо поступово виключають.

Залежність коефіцієнта тертя від тиску виявляється тільки при великих тисках. Так, коефіцієнт тертя заліза по залізу при тисках, які не перевищують 9 $кг^*/см^2$, як було зазначено у вищенаведеній таблиці, дорівнює 0,14; при тиску в 18 $кг^*/см^2$ він дорівнює 0,285; при тиску в 36 $кг^*/см^2$ він стає рівним 0,41 (при тиску 39 $кг^*/см^2$ відбувається пошкодження поверхень заліза, які труться).

Усе зазначене вище стосується так званого **сухого тертя**, коли не **мастять** поверхень, які труться. Відомо, що мащення дуже зменшує тертя (в середньому у 8—10 разів). Причина зменшення тертя полягає в тому, що масло заповнює всі нерівності поверхень, які труться, і розміщується тонким шаром між ними так, що поверхні ніби перестають дотикатися одна до одної (рис. 46b), при цьому ковзають один відносно одного окремі шари рідини.

Ми заміняємо, отже, безпосереднє тертя двох твердих поверхень тертям всередині рідини, яке називають „внутрішнім тертям". Це внутрішнє тертя різне для різних рідин. Наприклад, якщо порівнювати з водою, то виявляється, що в сірчаному ефірі воно в 5 разів менше, ніж у воді, у мастильних маслах воно приблизно в 80 разів більше, у гліцерині при 3° — у 2500 разів більше, ніж у воді. Рідини, які мають велике внутрішнє тертя, називаються в'язкими. Здавалося б, що вода є ідеальною речовиною для мащення в наслідок своєї малої в'язкості; чому ж для змащування вживають масло, в'язкість якого разів у 100 більша за в'язкість води? Це пояснюється тим, що придатною для мащення є лише така рідина, яка не витискується з тонкого проміжка між поверхнями, які труться, а тому рідина, вживана для мащення, повинна бути достатньо в'язкою. А втім, під час руху саней по снігу вода, як відомо, є дуже гарним мастилом, бо замість витискуваної спід полозків води увесь час утворюється нова.

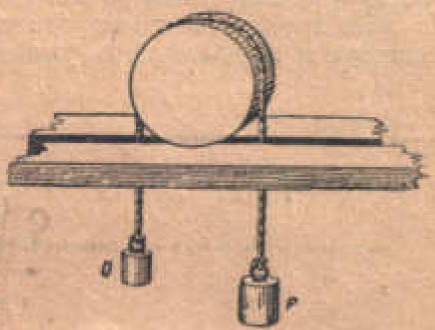


Рис. 47. Різниця ваги тягарів P і Q зрівноважується силою тертя катання.

Вплив різних факторів на тертя при мащенні був вивчений Н. П. Петровим, при чому виявилося, що сила тертя прямо пропорціональна швидкості, величині поверхні, обернено пропорціональна товщині шару мастила і залежить від його фізичних властивостей.

Розглянемо тепер питання про *тертя катання*. Якщо через циліндричний коток, який лежить на двох горизонтальних брусках, перекинути вірьовку з тягарами P і Q на її кінцях, то при певній різниці $P - Q$ можна досягти рівномірного руху котка. Очевидно, що в даному разі тертя f дорівнює рушійній силі $P - Q$ (рис. 47). Кулон знайшов, що тертя при катанні

$$f = k_1 \cdot \frac{N}{r} \tag{39}$$

де N — сила, з якою коток притискується до опори, r — радіус котка, k_1 — коефіцієнт тертя катання.

Рис. 48. Великі колеса зазнають меншого опору катання, ніж малі.

Отже, *тертя катання прямо пропорціональне притискуючій силі і обернено пропорціональне радіусові котка.*

Які б не були тверді опора і коток, все ж вони повинні трохи змінювати свою форму — деформуватися і тим більше, чим більший тиск котка на опору; з другого боку, чим більший радіус котка, тим менше впливатимуть на нього нерівності, як це видно з рис. 48.

Тертя катання значно менше тертя ковзання. Ось чому так часто застосовують шарикопідшипники, в яких тертя ковзання осі по втулці замінюється тертям катання кульок або циліндрів.

З формули (39) видно, що коефіцієнт тертя катання є число іменоване, яке виражають в одиницях довжини, приміром, у сантиметрах.

§ 37. Розмірність величин. Під розмірністю будьякої величини розуміють форму залежності одиниці, яка служить для вимірювання цієї величини, від основних одиниць виміру. Наприклад, якщо в n разів збільшити одиницю довжини, то об'єм, який повинен тепер вважатися одиницею об'єму, буде в n^3 разів більший попередньої одиниці об'єму; в цьому розумінні говорять, що об'єм має розмірність куба довжини. Якщо в n разів збільшити одиницю довжини і в m разів збільшити одиницю часу, то швидкість, яку тепер треба буде вважати за одиницю швидкості, буде в $\frac{n}{m}$ разів більша попередньої одиниці швидкості; бажаючи коротко висловити цей факт, говорять, що швидкість має розмірність відношення довжини до часу.

Розмірність величин записують двома способами.

За першим способом (запис найменуваннями) розмірність будьякої величини пишуть, зазначаючи найменування основних одиниць виміру; наприклад, розмірність об'єму є *см*³ („сантиметр в кубі"), розмірність швидкості — *см/сек* („відношення сантиметра до секунди").

За другим способом (запис символами) розмірність будьякої величини записують з допомогою умовного позначення основних одиниць виміру.

Таблиця 4.

Назва величин	Розмірність	
	Символічний запис	Запис найменувань в системі CGS
Час	T	*сек*
Маса	M	*г*
Довжина	L	*см*
Площа	L^2	*см*²
Об'єм	L^3	*см*³
Швидкість (§ 14)	$\frac{L}{T}$, або LT^{-1}	$\frac{см}{сек}$
Прискорення (§ 16)	$\frac{L}{T^2}$, або LT^{-2}	$\frac{см}{сек^2}$
Сила (§ 17)	$\frac{ML}{T^2}$, або MLT^{-2}	$\frac{г \cdot см}{сек^2}$
Кількість руху (§ 14)	$\frac{ML}{T}$, або MLT^{-1}	$\frac{г \cdot см}{сек}$
Робота і енергія (§ 31)	$\frac{ML^2}{T^2}$, або ML^2T^{-2}	$\frac{г \cdot см^2}{сек^2}$
Потужність (§ 32)	$\frac{ML^2}{T^3}$, або ML^2T^{-3}	$\frac{г \cdot см^2}{сек^3}$
Коефіцієнт тертя ковзання (§ 36)	абстрактне число	
Коефіцієнт тертя катання (§ 36)	L	*см*
Коефіцієнт в'язкості (§ 66)	$\frac{M}{LT}$, або $ML^{-1}T^{-1}$	$\frac{г}{см \cdot сек}$
Кутова швидкість (§ 52)	$\frac{1}{T}$, або T^{-1}	$\frac{1}{сек}$
Кутове прискорення (§ 52)	$\frac{1}{T^2}$, або T^{-2}	$\frac{1}{сек^2}$
Момент сили (§ 51)	$\frac{ML^2}{T^2}$, або ML^2T^{-2}	$\frac{г \cdot см^2}{сек^2}$
Момент інерції (§ 51)	ML^2	$г \cdot см^2$
Момент кількості руху (§ 56)	$\frac{ML^2}{T}$, або ML^2T^{-1}	$\frac{г \cdot см^2}{сек}$
Тиск (§ 65)	$\frac{M}{LT^2}$, або $ML^{-1}T^{-2}$	$\frac{г}{см \cdot сек^2}$

Часто користуються такими символами: одиниця довжини L, одиниця часу T, одиниця маси M. Тоді розмірність об'єму є L^3 („куб довжини"); розмірність швидкості є L/T або, що те ж саме, LT^{-1} („відношення довжини до часу"). Такий символічний запис звичайно читають скорочено, наприклад: „куб довжини", але розуміють „куб одиниці довжини". Щоб символи розмірності величин не плутати з позначеннями самих величин, прийнято символічний запис розмірності брати в квадратні дужки; наприклад, розмірність прискорення $[L/T^2]$, або $[LT^{-2}]$.

У деяких випадках символічний запис розмірності має переваги перед записом найменувань, бо при символічному запису залишається відкритим питання, які саме величини прийнято як основні одиниці виміру (наприклад, сантиметр, або метр, абож кілометр; L може означати яку завгодно одиницю довжини; так само T і M можуть означати які завгодно одиниці часу і маси).

Символічним записом розмірності зручно користуватися для перевірки формул: *розмірність усіх членів формули завжди повинна бути однаковою*, бо додавати або віднімати і прирівнювати можна тільки числа однакових найменувань.

В деяких випадках із зіставлення розмірностей величин можна зробити деякі висновки про те, як ці величини зв'язані в розумінні функціональної залежності. З такими прикладами так званого „якісного аналізу" ми зустрінемося далі.

РОЗДІЛ II.

СТАТИКА.

§ 38. Принцип можливих переміщень. Є різні способи викладу питань статики, але безсумнівно, що найзагальніший і разом з тим найпростіший метод розв'язування задач статики полягає у застосуванні принципу можливих переміщень.

Цей метод застосовував ще Галілей; його значення зрозумів і оцінив Іоган Бернуллі (1717), але повний розвиток цей метод дістав пізніше, завдяки роботам Лагранжа (1788).

Можливим переміщенням називають таке нескінченно мале переміщення тіла або матеріальної точки, яке допускається зв'язками системи, тобто наявними обмеженнями волі пересування тіл, що утворюють систему. Наприклад, за умовою задачі може бути задано, що тіло при своєму переміщенні повинне залишатися на якійсь поверхні, або, приміром, може бути вказано, що два будьяких тіла сполучені твердим стрижнем і тому повинні залишатися на незмінній віддалі одно від одного. Взагалі під можливими переміщеннями розуміють тільки ті переміщення, які не суперечать умовам розгляданої задачі, і при цьому мають на увазі переміщення нескінченно малі.

Принцип можливих переміщень полягає ось у чому.

Необхідна і достатня умова рівноваги системи полягає в тому, що сума робіт усіх сил, прикладених до тіл системи, для кожного можливого переміщення системи повинна бути рівною нулеві або меншою нуля [1]).

В зазначеному формулюванні принципу під словами „прикладені сили" можна розуміти самі зовнішні сили, якщо тільки зв'язки між тілами такі, що ні при якому можливому переміщенні внутрішні сили роботи не виконують. У противному разі слід брати до уваги не тільки зовнішні, але також і внутрішні сили.

Принцип можливих переміщень можна розглядати як висновок закону зберігання енергії. Справді, якщо в початковий момент усі тіла системи були нерухомі, а в дальшому вони почали рухатися, то це означає, що прикладені до тіл сили виконали роботу, яка дорівнює кінетичній енергії, що виникла. Кінетична енергія не може виникнути, і, отже, система перебуватиме в рівновазі, якщо для всякого можливого переміщення робота всіх прикладених до тіл сил (зовнішніх і внутрішніх) дорівнює нулеві або менша нуля.

Якщо тіла системи перебувають під діянням самих тільки внутрішніх сил, то принцип можливих переміщень приводить, як легко зміркувати, до теореми про потенціальну енергію (§ 35).

Коли тіла, які утворюють систему, зв'язані будьякими цілком цупкими стрижнями або натягнутими нерозтягливими нитками, то, застосовуючи

[1]) Для переміщень, що їх допускають „затримуючі" (двосторонні) зв'язки, сума робіт повинна дорівнювати нулеві; для переміщень, що їх допускають „незатримуючі" (односторонні) зв'язки, сума робіт повинна бути менша нуля або рівна нулеві. Приклад до другого випадку: тіло, яке лежить на будьякій поверхні.

принцип можливих переміщень, немає потреби розглядати „сили зв'язків" (тиску і натягу, передавані зв'язками, і реакції зв'язків), бо в наслідок припущеної недеформованості зв'язків сумарна робота цих сил при всякому переміщенні завжди дорівнюватиме нулеві. Це право ігнорування сил цупких (недеформованих) зв'язків дуже спрощує розв'язування багатьох задач статики, дозволяючи при застосуванні принципу можливих переміщень обмежуватися розглядом самих тільки зовнішніх сил і сили тертя.

Принцип можливих переміщень був встановлений задовго до того, як відкрито і загальновизнано закон зберігання енергії, а тому в свій час був запропонований ряд доводів справедливості цього принципу, які підпорядковують його іншим обгрунтованим на підставі досліду твердженням; такі доводи дали Ампер, Коші, Лагранж, Фур'є, Пуассон і ін.

В дальших параграфах ми застосуємо принцип можливих переміщень до розрахунку умов рівноваги найпростіших механізмів і до виведення деяких теорем статики.

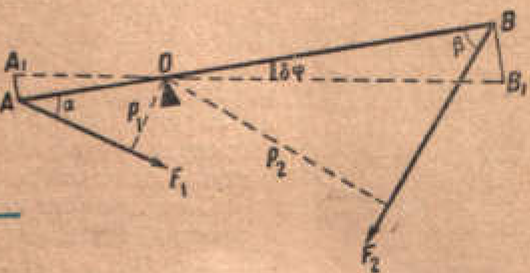


Рис. 49.

§ 39. Важіль. Момент сили. Важелем називають тверде тіло, яке може обертатися навколо нерухомої осі. Візьмемо прямолінійний важіль AB з віссю обертання O (рис. 49); на його кінці A і B діють сили F_1 і F_2 під кутами α і β. Знайдемо умову рівноваги важеля.

Надамо важелеві можливого переміщення, а саме — повернемо його на нескінченно малий кут $\delta\varphi$. Тоді точка A дістане нескінченно мале переміщення $AA_1 = AO\cdot\delta\varphi$, а точка B — переміщення $BB_1 = BO\cdot\delta\varphi$, при чому кут, утворюваний силою F_1 з переміщенням AA_1, дорівнює $90^\circ+\alpha$, а кут, утворюваний силою F_2 з переміщенням BB_1, дорівнює $90^\circ-\beta$.

За принципом можливих переміщень сума робіт прикладених сил при всякому можливому переміщенні повинна дорівнювати нулеві. А тому

$$F_1\cdot AO\cdot\cos(90^\circ+\alpha)\cdot\delta\varphi + F_2\cdot BO\cdot\cos(90^\circ-\beta)\cdot\delta\varphi = 0.$$

Але

$$\cos(90^\circ+\alpha) = -\sin\alpha \quad \text{і} \quad \cos(90^\circ-\beta) = \sin\beta,$$

отже,

$$-F_1\cdot AO\sin\alpha + F_2\cdot BO\sin\beta = 0.$$

Опустимо з точки O перпендикуляри p_1 і p_2 на напрями сил F_1 і F_2; відзначимо, що $p_1 = AO\cdot\sin\alpha$ і $p_2 = BO\cdot\sin\beta$. Отже, умову рівноваги важеля можна записати так:

$$\boxed{F_1\cdot p_1 = F_2\cdot p_2.} \qquad (1)$$

Як ліва, так і права частини цього рівняння являють собою добуток сили на найкоротшу віддаль її від осі обертання. Такий добуток називають **моментом сили відносно даної осі**, при чому перпендикуляри p_1 і p_2 називають плечами сил.

Отже, *умова рівноваги важеля полягає в тому, що моменти двох сил, які обертають важіль у протилежні сторони, повинні бути рівними.*

Умовилися так: моменти сил, які обертають в одну сторону (наприклад, за годинниковою стрілкою), вважати позитивними, а моменти сил, які обертають у другу сторону (проти годинникової стрілки), — негативними.

Беручи до уваги зазначене, умову рівноваги важеля можна сформулювати так: *сума моментів сил відносно осі обертання при рівновазі повинна дорівнювати нулеві.* Узагальнимо поняття моменту сили на той випадок, коли сила розміщена як завгодно відносно осі обертання, а не лежить у площині, перпендикулярній до осі обертання, як у щойно розглянутому випадку.

Нехай якесь тіло, наприклад, циліндр, може обертатися навколо осі, яка проходить через точку O, і нехай у точці A до нього прикладена сила F (рис. 50). Відшукаємо момент сили F відносно осі обертання. Для цього розкладемо силу F на дві взаємно перпендикулярні складові, при чому так, щоб одна з них F_1 була паралельна осі, а друга складова F_2 лежала в площині, перпендикулярній до осі; складова F_2 являтиме собою проекцію даної сили F на цю площину. Перша складова F_1 ніякого обертального ефекту дати не може (якби вісь не була закріплена, вона могла б, наприклад, тільки змусити тіло ковзати вздовж осі). Тільки друга складова F_2 дає обертальний ефект, який виразиться добутком $F_2 \cdot p$, де p — перпендикуляр, опущений з точки O на лінію проекції.

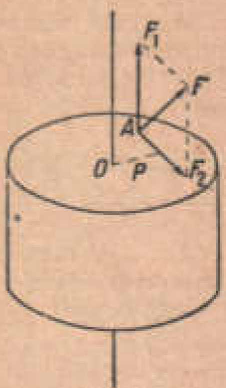


Рис. 50.

Отже, момент сили відносно осі є добуток, складений з проекції сили (на площину, перпендикулярну до осі) і найкоротшої віддалі між силою і віссю.

§ 40. Пара сил. Розглянемо дві паралельні сили F_1 і F_2 (рис. 51), напрямлені в різні сторони. Як відомо[1]), рівнодійна цих сил R і точка її прикладання C визначаються із співвідношень:

$$R = F_1 - F_2;\ \frac{F_1}{F_2} = \frac{BC}{AC}.$$

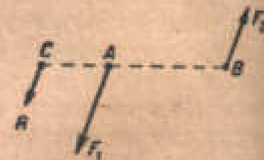


Рис. 51.

Останню пропорцію можна написати так:

$$\frac{F_1 - F_2}{F_2} = \frac{BC - AC}{AC},\ \text{або}\ \frac{R}{F_2} = \frac{AB}{AC},$$

звідки

$$AC = \frac{F_2 \cdot AB}{R}.$$

У випадку рівності двох паралельних сил, напрямлених у різні сторони, тобто при $F_1 = F_2$, знайдемо: $R = 0$ і $AC = \infty$, тобто точка прикладання рівнодійної відходить у нескінченність і сама рівнодійна обертається в нуль. Практично це означає, що такі дві сили не можуть бути замінені однією рівнодійною. Вони не можуть спричинити поступного руху тіла ні в якому напрямі, але вони спричинять обертання тіла навколо якоїсь осі, перпендикулярної до площини, в якій лежать обидві сили.

Справді, ці сили, як рівні і протилежно напрямлені, при якому завгодно поступному переміщенні тіла (коли тіло переміщується паралельно самому собі) виконують роботу, яка в сумі дорівнює нулеві; отже, ці сили не можуть надати тілу кінетичної енергії поступного руху, а значить, вони і не можуть спричинити цього руху. Але під час обертання сумарна робота вказаних сил не дорівнює нулеві, а тому вони здатні обертати тіло.

[1]) „Курс фізики" Ф. і П., ч. І, § 61—64.

Отже, дві рівні, паралельні і протилежно напрямлені сили („пара сил“ або, як часто говорять, просто „пара“) являють собою зовсім особливий динамічний елемент, який не можна звести до однієї сили.

Дослідимо діяння пари сил. Нехай до твердого тіла в точках A і B прикладені дві рівні, паралельні і протилежно напрямлені сили F_1 і F_2. Точки A і B виберемо так, щоб відрізок AB був перпендикулярний до напряму сил (це завжди можна зробити, перенісши точки прикладання сил по лініях їх діяння). Назвемо $AB = p$ „плечем“ пари (рис. 52). Це є найкоротша віддаль між лініями діяння сил, які складають пару.

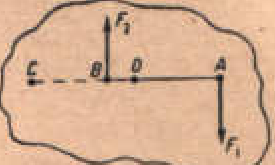


Рис. 52.

Помістимо вісь обертання, перпендикулярну до площини рисунка, в точці O. Тоді момент сили F_1 відносно осі O дорівнює $F \cdot OA$ (вважаємо, що $F_1 = F_2 = F$), а момент сили F_2 відносно тієї самої осі дорівнює $F \cdot OB$. Загальний момент обох сил:

$$M = F \cdot OA + F \cdot OB = F(OA + OB) = F \cdot AB = F \cdot p.$$

Нехай тепер вісь обертання перебуває десь у точці C. Тоді момент сили F_1 відносно осі C дорівнює $F \cdot AC$, а момент сили F_2 відносно тієї ж осі дорівнює $-F \cdot CB$. Загальний момент обох сил:

$$M = F \cdot AC - F \cdot CB = F(AC - CB) = F \cdot AB = F \cdot p.$$

Ще загальніший випадок, коли точка C не лежить на лінії AB, зводиться до попереднього, бо точку прикладання сили, яка діє на тверде тіло, можна уявляти собі як таку, що перебуває в першому-ліпшому місці прямої, по якій діє сила, отже, точку C і точки A і B (точки прикладання сил пари) завжди можна вважати розміщеними на одній прямій.

Отже, *обертальна дія пари завжди визначається добутком сили на плече;* цей добуток називають **м о м е н т о м п а р и**.

§ 41. Важільні терези. Одним з важливих застосувань важеля є важільні терези, які служать для порівнювання мас різних тіл. Не спиняючись на загальновідомій будові важільних терезів, розглянемо дві головні умови, що їх повинні задовольняти гарні терези,— **п р а в и л ь н і с т ь** і **ч у т л и в і с т ь**.

Для **п р а в и л ь н о с т і** терезів необхідно додержувати таких умов.

1. Обидва плеча коромисла повинні бути рівні між собою. Найважливішою вимогою при цьому є те, щоб ребра обох ножів, які підтримують шальки, були точно паралельні ребру ножа, яким коромисло спирається на свою підставку, бо інакше при різних положеннях вантажів на шальках справжня довжина пліч може бути різною.

2. Центр ваги коромисла повинен лежати на вертикалі, яка проходить через точку опори коромисла, і до того нижче її; це є умовою стійкої рівноваги.

Справді, якщо центр ваги буде вище точки опори, коромисло буде в нестійкій рівновазі і при щонайменшому відхиленні від горизонтального положення перекинеться під дінням власної ваги. Якщо центр ваги буде збігатися з точкою опори, коромисло буде у байдужій рівновазі, тобто буде в рівновазі при довільному похилому положенні. Якщо ж на шальки покласти нерівні вантажі, то коромисло від різниці моментів їх перекинеться на 90° у бік більшого вантажу[1]).

При додержанні цих двох умов коромисло встановлюється горизонтально, якщо обидві шальки вільні або однаково навантажені.

---

[1]) Тут маємо на увазі звичайний випадок розміщення точок підвісу шальок і точки опори на одній прямій (рис. 53*а*); очевидно, що результуюче навантаження $2P$ завжди буде проходити через точку опори O, не впливаючи на положення коромисла.

Чутливість терезів повинна бути по змозі великою і сталою, тобто незалежною від величини навантаження. Розглянемо тепер ті фактори, які визначають чутливість терезів.

Нехай AB (рис. 53*a* і 53*b*) являє рівноплече коромисло терезів, що може обертатися навколо осі O, при чому A і B означають верхні ребра призм, які служать для підвішування шальок; вага кожної шальки разом з навантаженням нехай дорівнює P. Точка C — центр ваги коромисла. До неї прикладена сила ваги коромисла Q. Рис. 53*b* схематично зображає положення коромисла, коли на праву шальку терезів покладено переважок p. Кут α являє відхилення коромисла під діянням переважка p. Цей кут α і характеризує чутливість терезів.

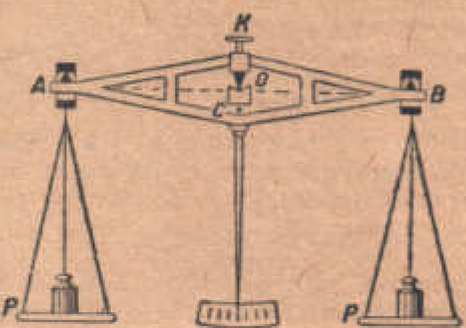


Рис. 53*a*. До аналізу чутливості (кута α) важільних терезів.

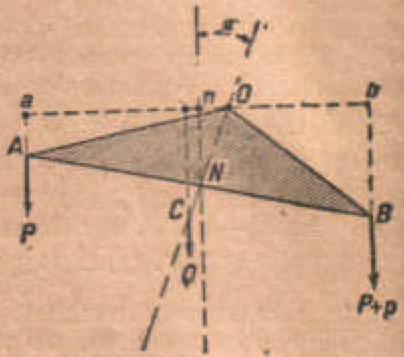


Рис. 53*b*.

Для більшої загальності виводу припустимо, що середина віддалі між точками підвісу шальок (точка N на рис. 53*b*) не збігається з віссю обертання (точка O на рис. 53*a* і 53*b*).

Для рівноваги коромисла, яке перебуває під діянням сил P, $P+p$ і Q, необхідно, щоб сума моментів усіх сил відносно осі обертання O дорівнювала нулеві. Для відшукання пліч треба провести через точку O горизонтальну пряму і продовжити лінію діяння сил до перетину з цією прямою. Для спрощення обчислень відзначимо, що обидві сили P, прикладені в точках A і B, ми можемо замінити однією силою $2P$, яка діє на середину коромисла в точці N.

Тоді можна написати рівняння моментів так:

$$Q \cdot Oc + 2P \cdot On = p \cdot Ob.$$

Позначаючи:

$$ON = h, \; OC = l, \; AN = BN = L,$$

знайдемо:

$$On = h \cdot \sin\alpha, \; Oc = l \cdot \sin\alpha, \; Ob = nb - On = L \cdot \cos\alpha - h \cdot \sin\alpha.$$

Після підставляння рівняння набуде вигляду:

$$Q \cdot l \cdot \sin\alpha + 2P \cdot h \cdot \sin\alpha = p \cdot L \cdot \cos\alpha - p \cdot h \cdot \sin\alpha,$$

або

$$[(2P+p)\,h + Q \cdot l] \cdot \sin\alpha = p \cdot L \cdot \cos\alpha,$$

звідки

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{pL}{(2P+p)\,h + Q \cdot l}.$$

З формули (2) видно, що коли h не дорівнює нулеві, тобто коли точка опори коромисла не лежить на прямій, яка проходить через точки підвісу шальок, то чутливість високою мірою залежить від загального навантаження $2P$. Щоб чутливість була незалежною від навантаження, треба, щоб h дорівнювало нулеві, тобто щоб точки підвісу шальок A і B і точка опори O лежали на одній прямій (рис. 53a). В такому разі формула (2) матиме вигляд:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{p}{l} \cdot \frac{L}{Q}. \tag{3}$$

Отже, чутливість терезів зростає із зменшенням віддалі l центра ваги коромисла від осі обертання і з збільшенням відношення довжини коромисла L до його ваги.

Практично вигідніше робити терези з короткими і легкими коромислами (збільшення довжини коромисла L потребує відповідного підвищення міцності, і тому доводиться збільшувати вагу коромисла Q більше, ніж зростає його довжина, в наслідок цього відношення $\frac{L}{Q}$ зменшується).

Для регулювання величини l до коромисла приєднують гвинт K (рис. 53a) з гайкою, підкручуючи яку, змінюють чутливість.

Відзначимо, що коли при ненавантажених терезах призми A, B і O лежать на одній прямій, то під діянням вантажу коромисло зігнеться, хоча і дуже мало; отже, точки A і B будуть нижче точки опори O і чутливість терезів буде залежати від навантаження (форм. 2).

За практичну міру чутливості беруть величину того переважка, який при даному загальному навантаженні спричиняє певне відхилення, рівне, наприклад, одній поділці на шкалі.

На гарних важільних терезах вантаж в 1 *кг* можна зважити з точністю до 0,01 *мг* (одна мільйонна частка процента).

При точному зважуванні спостерігають не положення рівноваги коромисла, яка в добрих терезах настає тільки після дуже тривалих коливань, а спостерігають самі коливання. Тому важливе значення при вживанні терезів має тривалість коливань, період яких повинен бути, очевидно, невеликим.

Підвищуючи чутливість терезів зменшенням віддалі l центра ваги коромисла від осі обертання і збільшенням довжини коромисла L, ми при цьому збільшуємо період коливань. Це свідчить про користь більш короткого коромисла: програючи дещо на чутливості, ми виграємо на швидкості зважування, а це теж важливо для одержання точних результатів.

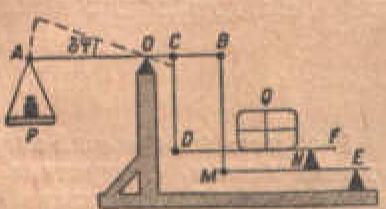


Рис. 54. Схема десяткових терезів.

§ 42. Десяткові терези. Будова десяткових терезів ясна з рис. 54. Щоб діяння вантажу Q не залежало від його положення на платформі DF, треба, щоб вона опускалася, залишаючись паралельною собі. Для цього повинне бути додержане таке співвідношення:

$$\frac{OB}{OC} = \frac{ME}{NE} = n.$$

Справді, якщо точка C, а, значить, і D опуститься на a, то точка B опуститься на na, точка M опуститься теж на na, а точка N — на a. Отже, обидва кінці платформи D і N опускаються однаково.

Позначимо відношення $\frac{AO}{CO}$ через K (при $K=10$ терези називаються десятковими) і відшукаємо співвідношення сил P і Q при рівновазі, використавши принцип можливих переміщень. Прирівнюючи до нуля суму роботи сил P і Q при повороті важеля AC на нескінченно малий кут $\delta\varphi$ (переміщення вантажу Q таке саме, як і точки C):

$$-P\cdot AO\cdot\delta\varphi+Q\cdot OC\cdot\delta\varphi=0,$$

або

$$-P\cdot AO+Q\cdot OC=0,$$

звідки

$$\frac{Q}{P}=\frac{AO}{OC}=K. \tag{4}$$

Отже, на десяткових терезах треба вживати гирі в 10 разів легші, ніж зважуваний вантаж.

§ 43. Блоки. Поліспасти. Блок являє собою круглий плоский диск з жолобом по колу, що обертається навколо осі, яка проходить через його центр. Якщо обіймиця блока закріплена, то блок називають *нерухомим*. Рушійна сила P і піднімаваний вантаж Q діють на кінці віpьовки, перекинутої через жолоб (рис. 55*a*). Блок можна розглядати як рівноплечий важіль; а тому умову рівноваги знайдемо, прирівнявши моменти сил P і Q:

$$P\cdot R=Q\cdot R, \text{ або } P=Q.$$

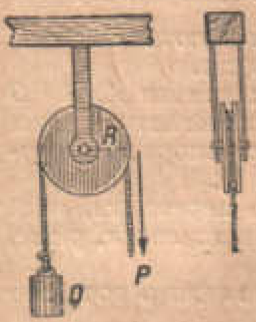


Рис. 55*a*. Нерухомий блок.

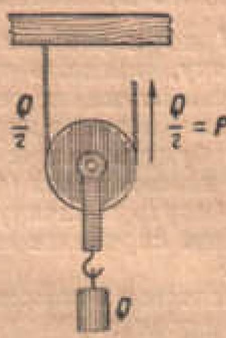


Рис. 55*b*. Рухомий блок.

Отже, нерухомий блок не дає ніякого виграшу на силі і вживається тільки для зміни *напряму сили*.

На рис. 55*b* зображено рухомий блок. Через те, що вантаж Q висить на двох віpьовках, натяг кожної з них дорівнює $\frac{Q}{2}$ і, значить, сила, прикладена до вільного кінця віpьовки, утримує вантаж Q у рівновазі:

$$P=\frac{Q}{2}.$$

Щоб мати ще більший виграш на силі, застосовують систему з кількох рухомих блоків, сполучених з одним або кількома нерухомими блоками. Такі системи блоків називають *поліспастами* або *талями*. Розглянемо деякі з них. Поліспаст *Архімеда* складається з кількох рухомих і одного нерухомого блока (рис. 56). Кожний рухомий блок підтримується окремою віpьовкою, один кінець якої прикріплено нерухомо, а другий підвішено до обіймиці дальшого блока. Вільний кінець віpьовки верхнього рухомого блока перекинуто через нерухомий блок.

Розглянемо співвідношення між силою P, прикладеною до вільного кінця віpьовки, і вантажем Q, не зважаючи на вагу самих блоків і вплив шкідливих опорів. Натяг віpьовки a за властивістю рухомого блока дорівнює $\frac{Q}{2}$, натяг віpьовки b дорівнює $\frac{Q}{2\cdot 2}=\frac{Q}{2^2}$; натяг віpьовки c, а значить, і сила P дорівнюють $\frac{Q}{2^2 \cdot 2} = \frac{Q}{2^3}$. Звідси виходить, що при n рухомих блоках будемо мати:

$$P = \frac{Q}{2^n}. \tag{5}$$

На рис. 57*a* і 57*b* зображено звичайний поліспаст, що являє сполучення трьох рухомих і трьох нерухомих блоків, поміщених у двох окремих обіймицях. Звичайно всі рухомі блоки насаджують на одну спільну вісь, так само як і всі нерухомі блоки.

Рис. 56. Поліспаст Архімеда.

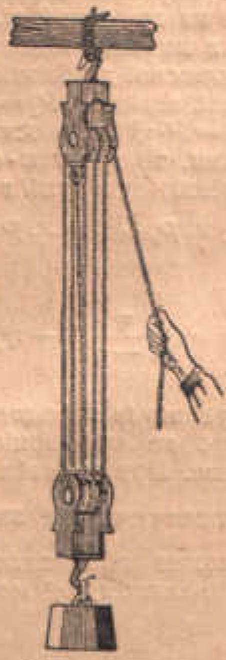


Рис. 57*a*.

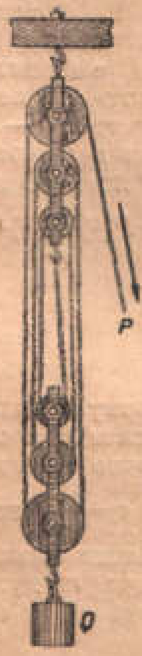


Рис. 57*b*.

Віроьвка прикріплена до верхньої обіймиці і по черзі охоплює всі блоки, на вільний кінець віроьвки діє сила P. Через те що вантаж Q підвішено на шести вітках віроьвки, натяг кожної з них, а, отже, і вільного кінця віроьвки буде $\frac{Q}{6} = \frac{Q}{2 \cdot 3}$. Пам'ятаючи, що число віток удвоє більше числа рухомих блоків, можна визначити P для якого завгодно числа n рухомих блоків:

$$P = \frac{Q}{2n}. \tag{6}$$

§ 44. Вплив опорів на дію блоків. Виводячи співвідношення між силою P і вагою вантажу Q, підніма679ого з допомогою рухомого блока або з допомогою поліспастів, ми не зважили на опори — на тертя осі блока і на той опір, що його являє жорсткість віроьвки (опір згинанню). Цей опір полягає ось у чому. В наслідок своєї жорсткості або неповної гнучкості та частина віроьвки, що йде вгору, дотикається кола блока трохи вище кінця горизонтального діаметра, та ж частина віроьвки, що йде вниз, залишає коло трохи нижче другого кінця цього діаметра (рис. 58). А тому плече вантажу трохи збільшується, плече сили P трохи зменшується.

В наслідок жорсткості вірьовки і тертя осі сила P, яку треба прикласти для зрівноваження вантажу Q, більша ваги цього вантажу. Відношення $\frac{Q}{P} = \eta$ називають коефіцієнтом корисної дії блока; для блоків, вживаних у практиці, воно дорівнює приблизно $\frac{3}{4}$ або 75%.

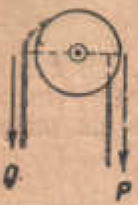


Рис. 58.

Розглянемо тепер роботу поліспаста, беручи до уваги коефіцієнт корисної дії блоків, які входять до його складу.

Нехай на зовнішній вільний кінець вірьовки (рис. 59) діє сила P, яка повинна підняти вантаж Q. Тоді, припускаючи коефіцієнт корисної дії блоків рівним η, знайдемо, що натяг, створений силою P у першій вірьовці, $P_1 = P\cdot\eta$; у другій вірьовці $P_2 = P_1\cdot\eta = P\cdot\eta^2$; у третій — $P_3 = P\cdot\eta^3$ і в останній — $P_4 = P\cdot\eta^4$. Якщо вживають поліспаст з n вірьовками, то натяг n-ої вірьовки $P_n = P\cdot\eta^n$. Через те що вантаж Q повинен дорівнювати сумі всіх натягів, то

$$Q = P_1 + P_2 + \ldots + P_n = P\cdot\eta + P\cdot\eta^2 + \ldots + P\cdot\eta^n = P\cdot\eta\frac{1-\eta^n}{1-\eta},$$

отже:

$$Q = P\frac{\eta}{1-\eta}(1-\eta^n). \qquad (7)$$

Ця формула показує, що із збільшенням числа вірьовок n діяння сили P зростає не пропорціонально числу вірьовок, а значно повільніше. При звичайному коефіцієнті корисної дії $\eta = \frac{3}{4}$, застосовуючи яке завгодно велике число блоків, діяння сили можна збільшити тільки в три рази. Дійсно, при n дуже великому η^n можна вважати рівним нулеві, тоді

$$Q = P\frac{\eta}{1-\eta} = P\frac{\frac{3}{4}}{1-\frac{3}{4}} = 3P.$$

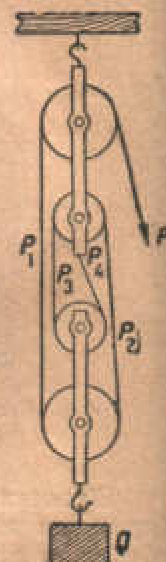


Рис. 59.

В наслідок тертя і жорсткості вірьовок виграш у силі при збільшенні числа блоків зростає дуже повільно, а тому звичайно поліспасти роблять тільки з двох або трьох пар блоків.

§ 45. Диференціальний ланцюговий поліспаст. Диференціальний поліспаст (рис. 60) складається з двох різного діаметра блоків, що становлять одно ціле та укріплені в нерухомій обіймиці, і одного рухомого блока, до гака якого підвішується піднімаваний вантаж. Безконечний ланцюг охоплює, як видно з рисунка, всі блоки (жолобки їх мають виступи, які перешкоджають ковзанню ланцюга) так, що коли потягнути вниз за той кінець вільної петлі ланцюга, який іде з великого нерухомого блока, то ланцюг буде намотуватися на великий блок і змотуватися з малого, в наслідок чого вантаж почне підніматися.

Знайдемо співвідношення між силою P і вантажем Q, застосовуючи принцип можливих переміщень.

Нехай подвійний блок дістав переміщення, що визначається поворотом за годинниковою стрілкою на кут $\delta\varphi$. Тоді точка прикладання сили P переміститься в напрямі сили на величину $R\cdot\delta\varphi$, а, значить, сила P виконае при цьому роботу $P\cdot R\cdot\delta\varphi$. При повороті подвійного блока на кут $\delta\varphi$ ланцюг A буде намотуватися і вкоротиться на $R\cdot\delta\varphi$, ланцюг B буде змотуватися і видовжуватися на $r\cdot\delta\varphi$; отже, та петля, на якій висить вантаж Q, загалом укоротиться на $\frac{1}{2}(R-r)\cdot\delta\varphi$, і проти ваги вантажу Q буде витрачена робота $\frac{1}{2}Q(R-r)\cdot\delta\varphi$ (в суму робіт вона увійде з знаком мінус).

За принципом можливих переміщень маємо:

$$P\cdot R\cdot\delta\varphi-\frac{1}{2}Q(R-r)\delta\varphi=0,$$

або

$$P=Q\frac{R-r}{2R}. \qquad (8)$$

Відношення радіусів нерухомих блоків беруть звичайно від $\frac{7}{8}$ до $\frac{14}{15}$, отже, рушійна сила становить від $\frac{1}{16}$ до $\frac{1}{30}$ піднімaного вантажу.

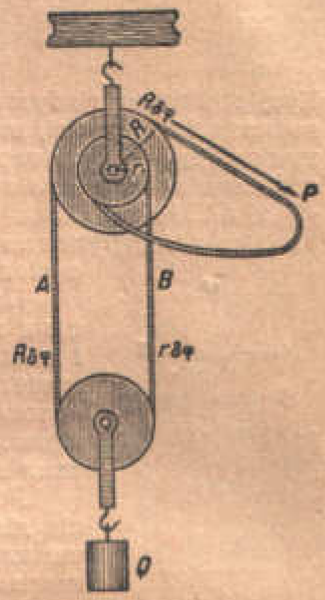


Рис. 60. Диференціальний ланцюговий поліспаст.

§ 46. Похила площина. Кут тертя. Нехай тіло M, що важить Q, лежить на похилій площині (кут нахилу α) і нехай на нього діє сила P, паралельна площині (рис. 61). Розкладемо силу Q на дві складові: по довжині похилої площини і перпендикулярно до неї. Тоді нормальний тиск на площину буде $Q\cdot\cos\alpha$, а сила тертя, що дорівнює добуткові нормального тиску на коефіцієнт тертя k, буде $k\cdot Q\cdot\cos\alpha$.

Надамо тілу M нескінченно малого переміщення λ вгору по похилій площині і, за принципом можливих переміщень, прирівняємо до нуля суму робіт усіх прикладених до тіла сил:

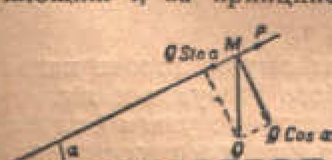


Рис. 61.

$$P\cdot\lambda-Q\sin\alpha\cdot\lambda-kQ\cos\alpha\cdot\lambda=0.$$

Звідси:

$$P=Q(\sin\alpha+k\cos\alpha).$$

Якщо сила P більша за знайдене значення, то тіло буде рухатися прискорено вгору по похилій площині.

Надамо тепер тілу M нескінченно малого переміщення λ вниз по похилій площині, при цьому робота сили P буде негативна. Дістанемо аналогічно до попереднього:

$$P=Q(\sin\alpha-k\cos\alpha).$$

Якщо сила P менша за цю величину, то тіло M буде прискорено рухатися вниз по похилій площині. Об'єднуючи обидва випадки, можна умови рівноваги написати так:

$$Q(\sin\alpha-k\cos\alpha)\leqslant P\leqslant Q(\sin\alpha+k\cos\alpha). \qquad (9)$$

Якщо збільшувати кут нахилу площини α, то рушійна складова $Q \sin \alpha$ буде зростати, а сила тертя $kQ \cos \alpha$ буде зменшуватися; при якомусь куті нахилу α тіло M почне рівномірно рухатися вниз. У цьому випадку

$$Q \sin \alpha = k \cdot Q \cos \alpha,$$

звідки

$$k = \operatorname{tg} \alpha, \tag{10}$$

Кут, при якому відбувається (під діянням сили ваги) рівномірний рух тіла по похилій площині, називають **кутом тертя**. Коефіцієнт тертя дорівнює тангенсові кута тертя. Це співвідношення дає зручний спосіб для визначення коефіцієнта тертя.

§ 47. Клин. Клин становить необхідну частину всіх розколюючих і різальних інструментів (сокири, ножі, різці та ін.), вживається часто для скріплювання частин машин, а також для стискання тіл.

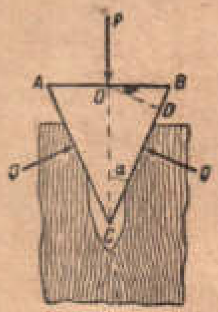


Рис. 62.

Клин має вигляд трикутної призми (рис. 62), в якої один з двогранних кутів значно гостріший за два інші і називається **кутом загострення**, а р бро C називається вістрям або лезом. Грань AB називається головою клина, а грані AC і BC — боками або щоками клина. Клин можна розглядати як сполучені своїми основами дві похилі площини.

Розглянемо умову рівноваги клина, що перебуває під діянням рушійної сили P і опорів Q, Q. Припустимо, що клин перемістився на нескінченно малу віддаль λ у напрямі сили P. Нехай це переміщення λ становить n-у частину OC. Тоді точка прикладання сили Q буде зсунута по лінії цієї сили на ту саму n-у частину OD, а через те що $\frac{OD}{OC} = \sin \alpha$, то, отже, точка прикладання сили Q буде зсунутою на віддаль $\lambda \sin \alpha$. За принципом можливих переміщень маємо:

$$P \cdot \lambda - 2Q \cdot \lambda \sin \alpha = 0,$$

звідки

$$\frac{P}{Q} = 2 \sin \alpha = \frac{AB}{BC}. \tag{11}$$

Отже, рушійна сила так відноситься до опору, як ширина голови клина до його щоки. Чим гостріший клин, тим більша його розсуваюча дія.

Розглянемо тепер співвідношення між P і Q, взявши до уваги і тертя, яке в клині являє досить значну величину. Сила тертя, яка чисельно дорівнює добуткові коефіцієнта тертя на нормальний тиск, тобто в даному разі $k \cdot Q$, прикладена дотично до щік клина. При просуванні клина на віддаль λ, що дорівнює n-ій частині OC, буде виконана робота проти опорів Q на шляху $\lambda \sin \alpha$ і, крім того, буде виконана робота проти сил тертя kQ на шляху, що дорівнює n-ій частині DC, тобто на шляху $\lambda \cos \alpha$. Отже, при рівновазі:

$$P \cdot \lambda - 2Q \cdot \lambda \sin \alpha - 2kQ \cdot \lambda \cos \alpha = 0,$$

звідки

$$P = 2Q (\sin \alpha + k \cos \alpha). \tag{12}$$

Ця формула набуде іншого вигляду, якщо клин не просувається вперед, як у щойно розглянутому випадку, а, навпаки, бічний тиск виштовхує його. В цьому випадку:

$$P = 2Q (\sin \alpha - k \cos \alpha). \tag{13}$$

Взявши тут $P=0$ (затримуюча сила), знайдемо:

$$\sin\alpha = k\cdot\cos\alpha, \quad \text{або} \quad \operatorname{tg}\alpha = k.$$

Це означає, що при $\operatorname{tg}\alpha = k$ (або менше) клин, що є в тілі, сам по собі не може бути виштовхнутий ніякими бічними тисками Q і затримується на місці силами тертя.

Тертя в клині являє значну величину, яка перевищує у кілька разів величину сили P. Тому, наприклад, тонка сокира легко входить у дерево, але, з другого боку, і дуже загрузає в ньому, і для коління дров зручніший колун — більш важкий і з більшим кутом загострення.

§ 48. Гвинт. Гвинт має дуже поширене застосування: він служить для передачі сили і перетворення руху (червякова передача); для піднімання тягарів (домкрат); для стискання тіл (гвинтові преси); для сполучення частин машин (болти).

Гвинт складається з циліндричного стрижня, на якому зроблена різь вздовж гвинтової лінії. Різь роблять прямокутною або трикутною, гострою (рис. 63*a* і 63*b*), залежно від призначення гвинта.

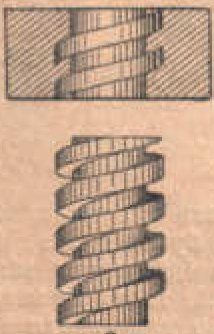


Рис. 63*a*.

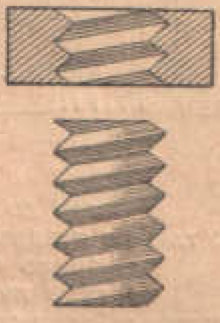


Рис. 63*b*.

Гайка (рис. 63) являє собою призматичне тіло з циліндричним отвором, на внутрішній поверхні якого є цілком така сама прямокутна або гостра різь.

Гайка рухається по різі гвинта або, навпаки, гвинт рухається по різі гайки як якесь тіло по похилій площині. Рис. 64 являє розгортку гвинтової лінії; h називається **ходом** або **відстанню** гвинта, r — радіус гвинта, α — кут нахилу, при чому $\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{2\pi r}$. Припустимо, що, діючи силою P на рукоятку гвинта A, поміщеного в нерухомій гайці B (рис. 65), ми піднімаємо вантаж Q. Знайдемо співвідношення між P і Q.

Рис. 65.

Нехай гвинт повернувся на нескінченно малий кут $\delta\varphi$. Тоді сила P виконає роботу на переміщенні $l\cdot\delta\varphi$, при цьому вантаж Q трохи підніметься. Якби гвинт зробив один оборот, тобто повернувся б на кут 2π, вантаж Q піднявся б на h, отже, при повороті гвинта на $\delta\varphi$ він підніметься на $h\cdot\frac{\delta\varphi}{2\pi}$, при цьому проти ваги вантажу буде виконана робота $Q\frac{h}{2\pi}\delta\varphi$.

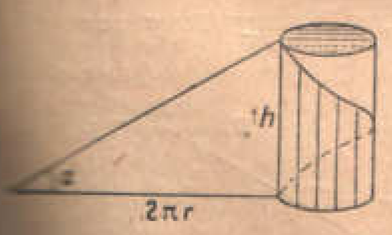


Рис. 64.

За принципом можливих переміщень маємо:

$$P\cdot l\delta\varphi - Q\frac{h}{2\pi}\delta\varphi = 0,$$

звідки

$$\frac{P}{Q}=\frac{h}{2\pi l}. \qquad (14)$$

Отже, рушійна сила відноситься до опору, як хід гвинта до кола, описаного кінцем його рукоятки.

Позначаючи через P_0 силу, прикладену до самого кола гвинта, і беручи до уваги, що в цьому випадку $l=r$, $\frac{h}{2\pi l}=\frac{h}{2\pi r}=\operatorname{tg}\alpha$, тангенсові кута нахилу гвинта, дістанемо:

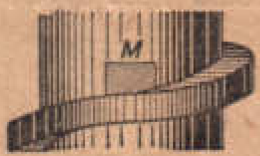


Рис. 66.

$$\frac{P_0}{Q}=\operatorname{tg}\alpha.$$

Невзяте до уваги під час виведення цих формул тертя між гвинтом і гайкою насправді буває дуже значне.

Визначимо співвідношення між P і Q, беручи до уваги сили тертя.

Через те що опір тертя не залежить від величини поверхень, які стикаються, ми можемо собі уявити все навантаження зосередженим на якомусь тілі M, яке ковзає по єдиному гвинтовому ходу (рис. 66). Інакше кажучи, ми можемо розглядати рух якогось тіла з вагою Q по похилій площині з кутом α (рис. 67).

Нехай P_0 означає, як і раніше, силу, що діє на гвинт по його колу. Розкладемо сили Q і P_0 на складові: ми бачимо, що нормальний тиск дорівнює сумі $Q\cos\alpha+P_0\sin\alpha$, а звідси сила тертя дорівнює $k(Q\cos\alpha+P_0\sin\alpha)$.

Надамо гвинтові нескінченно малого повороту; при цьому точка M дістане деяке нескінченно мале переміщення λ вгору по похилій площині. Тоді при цьому переміщенні робота сил P_0, Q і сили тертя відповідно виразиться $P_0\cos\alpha\cdot\lambda$, $-Q\sin\alpha\cdot\lambda$ і $-k(Q\cos\alpha+P_0\sin\alpha)\cdot\lambda$. Отже, умова рівноваги набуде вигляду:

$$P_0\cos\alpha\cdot\lambda-Q\sin\alpha\cdot\lambda-k(Q\cos\alpha+P_0\sin\alpha)\lambda=0,$$

звідки

$$P_0=Q\frac{\sin\alpha+k\cos\alpha}{\cos\alpha-k\sin\alpha}.$$

Підставляючи тут замість коефіцієнта тертя k рівну йому величину $\operatorname{tg}\varphi$, де φ — кут тертя, дістанемо:

$$P_0=Q\operatorname{tg}(\alpha+\varphi). \qquad (15)$$

Під час руху гвинта в сторону сили Q, яка діє вздовж осі гвинта, застосовуючи аналогічні міркування, дістанемо:

$$P_0=Q\operatorname{tg}(\alpha-\varphi). \qquad (16)$$

Рис. 67.

Ми розглядали досі силу P_0, яка діє на гвинт по його колу, тобто має плече r. Позначаючи, як і раніше, через P силу, яка діє на кінець рукоятки, тобто має плече l, і маючи на увазі пропорцію $\frac{P}{P_0}=\frac{r}{l}$, дістанемо:

$$P=Q\frac{r}{l}\operatorname{tg}(\alpha\pm\varphi). \qquad (17)$$

З формули (15) видно, що і для гвинтів, так само як і для поліспастів, не можна довести виграш на силі[1]) до якого завгодно степеня (застосовуючи гвинти з довільно малим ходом), бо при α зникаючо малому $\operatorname{tg}(\alpha+\varphi)=\operatorname{tg}\varphi$ — якійсь скінченній величині. Тому із зменшенням кута α швидко зменшується і коефіцієнт корисної дії гвинта (відношення корисної роботи до витраченої); наприклад, при кутах $\alpha=20°$, $3°$ і $1°$ коефіцієнти корисної дії (якщо взяти коефіцієнт тертя $k=0{,}1$) відповідно будуть: 0,8; 0,34 і 0,15.

З формули (16) видно, що при $\alpha=\varphi$ сила $P_0=0$, тобто якщо кут нахилу гвинта дорівнює або менший кута тертя, то гвинт буде триматися на своєму місці виключно силою свого тертя об гайку. В металічних гвинтах з мастилом коефіцієнт тертя $k=0{,}1$, що відповідає кутові тертя $\approx 6°$. Отже, гвинт під навантаженням, яке діє вздовж осі, може бути витиснутий з гайки тільки тоді, коли кут нахилу гвинта більший 6° (для гвинтів без мастила $k=0{,}18$ і $\varphi=10°$). Кут же нахилу гвинтів, уживаних на практиці, роблять завжди менший, приблизно 2—4°, отже, гвинт сам виходити з гайки не може.

Відзначимо, що в гвинтах з трикутною різзю тертя значно більше, ніж у гвинтах з прямокутною, а тому перші вживаються переважно для сполучення частин, а другі — для передачі сили і перетворення рухів.

§ 49. Умови рівноваги вільного твердого тіла. Всяке переміщення вільного твердого тіла можна розглядати як якийсь поступний рух і обертання навколо якоїсь осі. Який завгодно поступний рух може бути розкладений у свою чергу на три поступних рухи по трьох координатних осях x, y і z, а обертання навколо будьякої осі може бути розкладене на три обертання навколо координатних осей.

Отже, довільне нескінченно мале переміщення твердого тіла може бути замінене шістьма елементарними переміщеннями: трьома поступними переміщеннями по напряму координатних осей і трьома обертаннями навколо координатних осей.

Ці шість можливих переміщень незвідні, не можуть взаємно замінюватися, вони незалежні. Вільне тверде тіло, як кажуть, має шість степенів вільності.

За принципом можливих переміщень для рівноваги необхідно і достатньо, щоб дорівнювала нулеві сума робіт усіх прикладених сил для всякого можливого переміщення. Отже, ми дістанемо стільки рівнянь, скільки незалежних можливих переміщень може мати дане тіло, або інакше, скільки „степенів вільності" воно має. Ми дістанемо ці рівняння, якщо розглянемо окремо кожне з зазначених шести переміщень.

Візьмемо поступне переміщення, паралельне осі x, при якому всі точки тіла пересуваються на величину δx. Якщо позначити проекцію сили на вісь x через X, то робота цієї сили при вказаному переміщенні виразиться:

$$X\cdot\delta x.$$

Додаючи роботи всіх прикладених сил і позначаючи суму знаком $\sum$ за принципом можливих переміщень, дістанемо:

$$\sum(X\cdot\delta x)=0$$

або, виділяючи спільний множник,

$$\delta x\cdot\sum X=0,$$

звідки

$$\sum X=0,$$

[1]) Тут розуміємо виграш на силі, одержуваний в результаті застосування самого гвинта; для збільшення виграшу на силі служить рукоятка l.

тобто сума проекцій усіх сил на вісь x повинна дорівнювати нулеві. Подібні ж рівняння дістанемо також для осей y і z, тобто

$$\sum Y=0,\ \sum Z=0.$$

Розглянемо тепер обертальне переміщення навколо якоїсь осі O (рис. 68). При цьому будьяка точка тіла A дістане переміщення AA_1, розміщене в площині, перпендикулярній до осі O, і рівне $\delta\varphi \cdot r$, де $\delta\varphi$ — нескінченно малий кут повороту тіла навколо осі O, а r — віддаль точки від осі.

Якщо в точці A прикладена якась сила F, то її роботу на переміщенні AA_1 знайдемо так.

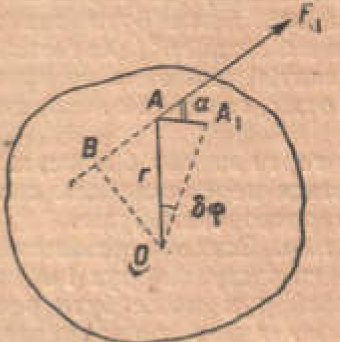


Рис. 68.

Розкладемо силу F на дві складових, з яких одна йде паралельно осі O, а друга розміщена в площині, перпендикулярній до осі, і являє собою проекцію сили F на цю площину.

Робота першої складової дорівнює нулеві, бо вона перпендикулярна до переміщення AA_1. А робота складової F_1 виразиться так:

$$F_1 \cdot AA_1 \cdot \cos\alpha = F_1 \cdot \delta\varphi \cdot r \cdot \cos\alpha,$$

де α — кут між F_1 і переміщенням AA_1.

Опустивши перпендикуляр OB з точки O на лінію діяння сили F_1, дістанемо

$$OB = r \cdot \cos\alpha,$$

і вираз роботи матиме вигляд

$$F_1 \cdot OB \cdot \delta\varphi.$$

Але $F_1 \cdot OB$, тобто добуток проекції сили F (на площину, перпендикулярну до осі O) на найкоротшу віддаль між силою F і віссю O, як відомо, називається моментом сили відносно осі O. Позначимо його через $m(F)$.

Отже, робота сили F дорівнює добуткові моменту сили на кутове переміщення.

Склавши такі вирази робіт для всіх сил, додавши їх і прирівнявши за принципом можливих переміщень суму їх до нуля, дістанемо:

$$\sum m(F) \cdot \delta\varphi = 0,$$

або, виносячи спільний множник $\delta\varphi$:

$$\delta\varphi \cdot \sum m(F) = 0,$$

звідки

$$\sum m(F) = 0,$$

тобто сума моментів усіх сил відносно осі O повинна дорівнювати нулеві. Цю умову можна застосувати до кожного з трьох обертань навколо координатних осей x, y і z.

Отже, ми маємо такі шість умов рівноваги вільного твердого тіла:

$$\left.\begin{array}{ll} \sum X=0 & \sum m_x(F)=0 \\ \sum Y=0 & \sum m_y(F)=0 \\ \sum Z=0 & \sum m_z(F)=0 \end{array}\right\}, \tag{15}$$

тобто *суми проекцій усіх сил на три координатні осі повинні дорівнювати нулеві і суми моментів тих самих сил відносно трьох координатних осей теж повинні дорівнювати нулеві.*

§ 50. Умови рівноваги невільного твердого тіла. Невільним твердим тілом називається таке, вільність переміщення якого обмежена будьякими умовами. Розглянемо два випадки.

1. Тіло з однією нерухомою точкою. Для такого тіла ніяке поступне переміщення неможливе, але воно може обертатися навколо якої завгодно з осей, що проходять через нерухому точку.

Обертання навколо якої завгодно осі може бути розкладене на три обертання навколо трьох координатних осей; це і є три можливих незалежних переміщення, що їх допускає зв'язок.

Для кожного з них сума робіт усіх прикладених сил повинна дорівнювати нулеві. А це, як ми бачили в попередньому параграфі, приводить до таких трьох умов:

$$\left.\begin{aligned}\sum m_x(F)=0\\ \sum m_y(F)=0\\ \sum m_z(F)=0\end{aligned}\right\}, \qquad (19)$$

тобто *для рівноваги тіла, яке має одну нерухому точку, сума моментів усіх сил відносно кожної з координатних осей повинна дорівнювати нулеві.*

2. Тіло з двома нерухомими точками (або з закріпленою віссю обертання). Єдиним можливим переміщенням для даного тіла є обертання навколо осі, яка проходить через ці дві точки. Отже, для рівноваги тіла, яке має закріплену вісь обертання, сума моментів усіх сил відносно осі обертання повинна дорівнювати нулеві:

$$\sum m(F)=0. \qquad (20)$$

РОЗДІЛ III.

ДИНАМІКА ТВЕРДИХ ТІЛ.

§ 51. Поступний і обертальний рухи твердих тіл. У механіці твердим тілом називається сукупність матеріальних частинок, взаємне розміщення яких залишається незмінним. Основні закони механіки визначають рух окремої матеріальної точки. А тому для повного опису руху нетвердого тіла, частинки якого не підлягають умові абсолютної незмінності взаємного розміщення, треба було б знати сили, прикладені до кожної частинки зокрема. Для твердого тіла в цьому немає потреби. У цьому разі який завгодно рух можна уявити як результат суміщення двох елементарних рухів: поступного, при якому *яка завгодно лінія, мисленно проведена всередині тіла і зв'язана з його частинками, переміщується паралельно самій собі*, і обертального, при якому *всі точки тіла описують кола навколо якоїсь осі обертання.* Розмежування довільного руху на два рухи — поступний і обертальний — приводить до значного спрощення і, крім того, дозволяє сформулювати закони обертальних рухів твердих тіл так, що кожний з цих законів є аналогічним одному з елементарних законів механіки.

Неважко бачити, що під час поступного руху траєкторії всіх точок тіла паралельні одна одній, а швидкості точок однакові. Тому досить знати рух однієї будьякої точки для того, щоб можна було легко встановити положення всього тіла у просторі в будьякий момент часу. Тіло рухається поступно так, як коли б уся його маса була зосереджена в центрі мас.

Прикладом поступного руху можуть служити: вільне падання тіл під діянням сили тяжіння (§ 20), рух поршня в циліндрі і т. ін.

Для характеристики обертального руху вводять поняття про кутову швидкість і кутове прискорення, які повинні бути однакові в кожний даний момент для всіх частинок тіла. У зв'язку з незмінністю взаємного розміщення частинок, як буде показано нижче, лінійні швидкості і лінійні прискорення є пропорціональними віддалі частинок від осі обертання. Цим визначається та виключна роль, яку відограє віддаль частинок від осі обертання в динаміці обертальних рухів твердого тіла: віддаль від осі обертання r входить у неявній формі в усі рівняння обертальних рухів. В явній формі вона не бере участі в цих рівняннях, але вона входить у ті величини, які тут замінюють поняття сили і маси. В динаміці обертальних рухів замість сил і мас розглядаються моменти сил і моменти інерції.

Нагадаємо (§ 39), що моментом сили F, розміщеної в площині, перпендикулярній до осі обертання, називають добуток величини сили на найкоротшу віддаль лінії її діяння від осі обертання (рис. 69):

$$M = F \cdot p. \tag{1}$$

В окремому і найважливішому випадку, коли сила, прикладена до будьякої точки тіла, діє по напряму дотичної до кола, описуваного цією точкою, момент сили, згідно з наведеним означенням, виразиться добутком величини сили на радіус кола (рис. 70):

$$M = F \cdot r. \tag{1a}$$

Моментом інерції будьякої частинки з масою m, яка перебуває на віддалі r від осі обертання, називають добуток маси цієї частинки на квадрат її віддалі від осі обертання:

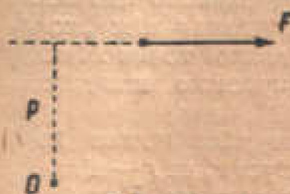


Рис. 69.

$$I = mr^2. \tag{2}$$

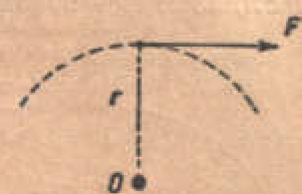


Рис. 70.

Введення цих величин, фізичний зміст яких стане ясним з поданих нижче теорем, дозволяє надати всім рівнянням обертального руху такого вигляду, який цілком подібний до рівнянь поступного руху.

§ 52. Кутова швидкість і кутове прискорення. Під час обертального руху твердого тіла всі точки тіла описують кола навколо нерухомої прямої, що є віссю обертання, при чому ці кола розміщені в площинах, перпендикулярних до осі обертання.

Якщо через будьяку точку тіла, яка не лежить на осі, і через вісь обертання провести площину, то при обертанні тіла ця площина буде повертатися на якийсь кут φ, яким і визначиться положення тіла в даний момент (рис. 71). З часом кут повороту φ змінюється: він являє якусь функцію часу; отже, можна написати:

$$\varphi = f(t).$$

Якщо відомий вид цієї функції, то для будьякого моменту часу t можна визначити кут повороту φ, а, отже, і положення тіла.

Обертання називають рівномірним, якщо за два які завгодно рівні проміжки часу тіло повертається на однакові кути або (це те саме) зміна кута повороту пропорціональна часові. В цьому разі відношення φ/t є величина, що називається „кутовою швидкістю". Позначаючи кутову швидкість літерою ω, можемо написати:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}. \tag{3}$$

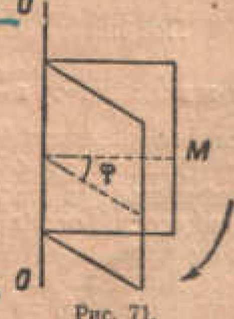


Рис. 71.

Таким чином, кутова швидкість рівномірного обертання є зміна кута повороту за одиницю часу.

Якщо обертання нерівномірне, то під кутовою швидкістю розуміють відношення нескінченно малого кута повороту $d\varphi$ до того нескінченно малого проміжка часу dt, протягом якого тіло повертається на цей кут $d\varphi$:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}. \tag{4}$$

Інакше кажучи, кутова швидкість є перша похідна від кута повороту по часу: якщо $\varphi = f(t)$, то $\omega = f'(t)$. [Аналогічно: лінійна швидкість поступного прямолінійного руху є перша похідна від пройденого тілом шляху по часу: якщо $s = f(t)$, то $v = \frac{ds}{dt} = f'(t)$.]

Одиницею кутової швидкості є кутова швидкість такого рівномірного обертання, при якому тіло за 1 *сек* повертається на кут в 1 радіан[1]). Цю одиницю кутової швидкості позначають так: $1/сек = сек^{-1}$.

Саме тільки числове значення кутової швидкості ще не цілком визначає обертання твердого тіла. Справді, наприклад, з кутовою швидкістю в 5 $сек^{-1}$ тіло може обертатися навколо безлічі осей, різно орієнтованих у просторі. Очевидно, що для повної характеристики обертального руху тіла повинно бути вказане не тільки числове значення кутової швидкості, але і вісь обертання, а також напрям обертання навколо цієї осі.

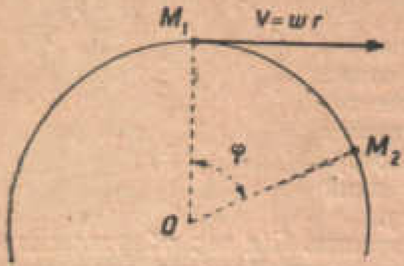


Рис. 72. Колова швидкість дорівнює добуткові кутової швидкості на радіус.

Знайдемо співвідношення між „коловою" швидкістю v будьякої точки M тіла, яке обертається, і кутовою швидкістю обертання тіла ω.

Під час обертання тіла кожна його точка описує коло радіуса r, де r — віддаль даної точки від осі обертання. Нехай M_1 є положення точки в якийсь початковий момент, а M_2 — її положення через t *сек* (рис. 72). Позначивши дугу M_1M_2 через s, а кут повороту M_1OM_2 через φ, можемо, на підставі співвідношення між кутом у радіанах, радіусом і довжиною дуги, написати:

$$s = r \cdot \varphi. \tag{5}$$

Ділячи обидві частини цієї рівності на час t і беручи до уваги, що s/t є швидкість v, а φ/t — кутова швидкість ω (при рівномірному обертанні), знайдемо:

$$v = r \cdot \omega. \tag{6}$$

Отже, колова швидкість дорівнює добуткові кутової швидкості на радіус.

В разі нерівномірного обертання ми могли б для елементарно малого проміжка часу dt написати:

$$ds = r \cdot d\varphi.$$

Поділивши обидві частини рівності на dt і беручи до уваги, що $\frac{ds}{dt}$ є швидкість v, а $\frac{d\varphi}{dt}$ — кутова швидкість ω, ми знову прийшли б до того самого рівняння (6).

Якщо тіло обертається нерівномірно, то, значить, кутова швидкість змінюється з часом, і можна схарактеризувати скорість зміни кутової швидкості особливою величиною, яку називають **кутовим прискоренням**.

Якщо за нескінченно малий проміжок часу dt кутова швидкість змінилася на $d\omega$, то під кутовим прискоренням ξ розуміють відношення

$$\xi = \frac{d\omega}{dt}. \tag{7}$$

[1]) Нагадаємо, що кут у радіанах виражається відношенням довжини дуги кола до радіуса, а саме $\varphi = \frac{s}{r}$. Беручи тут $s = r$, маємо: $\varphi = 1$, тобто один радіан є кут, довжина дуги якого дорівнює радіусові. Беручи в тій самій формулі $s = 2\pi r$ (довжина кола), знайдемо $\varphi = 2\pi$, тобто один оборот вимірюється кутом 2π радіан. З другого боку, один оборот вимірюється кутом у 360°, отже: 1 радіан $= \frac{360}{2\pi} = 57° \, 14' \, 47''$.

Одиницею кутового прискорення є $1/сек^2 = сек^{-2}$, тобто таке прискорення, коли в кожну секунду кутова швидкість зростає на одиницю кутової швидкості.

Під час обертання тіла прискорення різних його точок, так само як і швидкість, залежить від віддалей цих точок від осі обертання: чим далі точка від осі обертання, тим більша її швидкість і прискорення. Через те що під час обертання тіла кожна точка описує коло навколо осі обертання, то, взагалі кажучи, прискорення точки j напрямлене (рис. 73), як і в усякому криволінійному русі, всередину вгнутості кривої і може бути розкладене на дві складові — тангенціальне прискорення $j_\tau = \frac{dv}{dt}$ і доцентрове прискорення $j_r = \frac{v^2}{r}$.

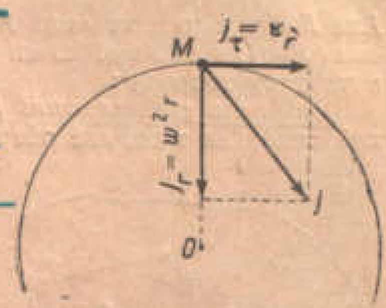


Рис. 73. Колове прискорення дорівнює добуткові кутового прискорення на радіус.

Знайдемо вираз цих двох прискорень через кутову швидкість і кутове прискорення. Через те що $v = \omega \cdot r$, а r для даної точки є величина незмінна, то нескінченно мала зміна швидкості dv зумовлена нескінченно малою зміною кутової швидкості $d\omega$. Отже:

$$dv = r \cdot d\omega \text{ і } j_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{rd\omega}{dt};$$

через те що $\frac{d\omega}{dt}$ є кутове прискорення ξ, то:

$$j_\tau = \xi \cdot r. \tag{8}$$

Підставляючи у вираз доцентрового прискорення $\frac{v^2}{r}$ замість v добуток $\omega \cdot r$ і скоротивши на r, дістанемо:

$$j_r = \omega^2 \cdot r. \tag{9}$$

§ 53. Еквівалентні сили. Теорема про моменти. Уявлення про рівні сили, що домінує в динаміці поступних рухів, у динаміці обертальних рухів поступається місцем перед поняттям про „еквівалентні сили". Еквівалентними ми називаємо такі сили, які, діючи на окремі матеріальні точки тіла, різно віддалені від осі обертання, виконують однакову роботу при зміщенні цих точок на той самий кут відносно осі обертання.

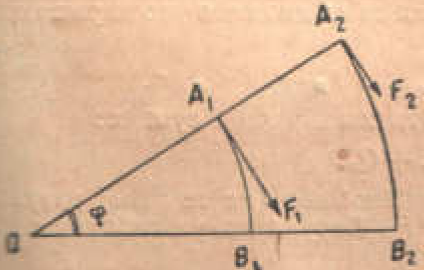


Рис. 74.

Розглянемо тепер, якій умові повинні задовольняти еквівалентні сили.

Нехай дві точки твердого тіла A_1 і A_2 (рис. 74) змістилися на той самий кут φ відносно осі обертання O, при чому на точки A_1 і A_2 діють еквівалентні сили F_1 і F_2. Позначимо віддалі точок від осі обертання відповідно через r_1 і r_2. При зміщенні на кут φ точка A_1 пройде шлях $A_1B_1 = \varphi \cdot r_1$; отже, робота сили F_1 виразиться добутком $F_1 \cdot \varphi \cdot r_1$. Для точки A_2 відповідно вираз для шляху буде $\varphi \cdot r_2$, і робота сили F_2 виразиться добутком $F_2 \cdot \varphi \cdot r_2$.

Згідно з означенням поняття еквівалентності еквівалентні сили повинні виконати однакову роботу при зміщенні точок їх прикладання на той самий кут. А тому можна написати:

$$F_1 \cdot \varphi \cdot r_1 = F_2 \cdot \varphi \cdot r_2,$$

або

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2. \qquad (10)$$

Але $F_1 \cdot r_1$ є момент сили F_1 відносно осі обертання O, а $F_2 \cdot r_2$ є момент сили F_2 відносно тієї самої осі. На підставі цього ми можемо сформулювати таку теорему:

дві сили еквівалентні щодо обертання, якщо їх моменти рівні. Нехай тепер на тіло, яке обертається навколо якоїсь осі, діють кілька сил, довільно напрямлених.

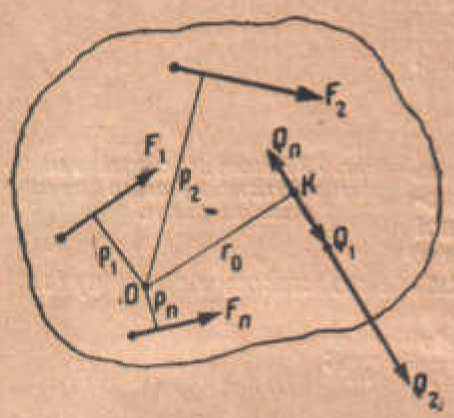


Рис. 75.

Проведемо площину, перпендикулярну до осі обертання, і розкладемо кожну з даних сил на дві взаємно перпендикулярні складові так, щоб одна пішла паралельно осі обертання, а друга лежала в проведеній площині. Усі складові сил, паралельні осі обертання, обертального моменту не дають, а, отже, залишаються для розгляду тільки складові, розміщені в площині, перпендикулярній до осі обертання.

Таким чином, не порушуючи загальності міркувань, ми можемо вважати всі сили, прикладені до тіла, розміщеними в площині, перпендикулярній до осі обертання. Нехай такими силами будуть $F_1, F_2, \ldots, F_n$ з плечами $p_1, p_2, \ldots, p_n$ (рис. 75).

На підставі теореми про еквівалентність сил ми можемо кожну з цих сил F замінити іншою силою Q з довільно вибраним, наприклад, рівним одиниці довжини, плечем r_0; тоді ми дістанемо сили $Q_1, Q_2, \ldots, Q_n$, прикладені в тій самій точці K і напрямлені по одній прямій в ту або іншу сторону, зважаючи на знак відповідного моменту (нагадаємо, що моменти сил, обертаючих за годинниковою стрілкою, умовилися вважати позитивними, моменти ж сил, обертаючих проти годинникової стрілки,— негативними).

Ці сили можуть бути визначені з таких співвідношень, що виражають умови еквівалентності:

$$F_1 \cdot p_1 = Q_1 \cdot r_0; \quad F_2 \cdot p_2 = Q_2 \cdot r_0, \ldots; \quad F_n \cdot p_n = Q_n \cdot r_0,$$

а їх рівнодійна, очевидно, буде дорівнювати алгебричній сумі їх:

$$R = Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n.$$

Знайдемо тепер момент M цієї рівнодійної або (це те саме) результуючий момент усіх даних сил $F_1, F_2, \ldots, F_n$. Беручи до уваги, що плече сили R дорівнює r_0, маємо:

$$M = R \cdot r_0 = (Q_1 + Q_2 + \ldots + Q_n) \cdot r_0 = F_1 \cdot p_1 + F_2 \cdot p_2 + \ldots + F_n \cdot p_n,$$

або

$$M = \sum F \cdot p, \qquad (11)$$

де знак $\sum$ означає алгебричну суму.

Отже, *результуючий момент кількох обертаючих сил дорівнює алгебричній сумі моментів окремих сил.*

§ 54. Еквівалентні маси. Теорема про моменти інерції. Якщо в динаміці поступних рухів розглядають рівні маси, то в динаміці обертальних рухів їх місце займають еквівалентні маси, при чому під еквівалентними масами розуміють такі маси, які під діянням еквівалентних обертаючих сил набувають рівних кутових прискорень.

Розглянемо умову еквівалентності мас. Нехай дві маси m_1 і m_2 (рис. 76), розміщені від осі обертання на віддалях r_1 і r_2, перебувають під діянням еквівалентних (тобто таких, що мають рівні моменти) сил F_1 і F_2 і дістають однакове кутове прискорення ξ. Позначаючи лінійне прискорення маси m_1 через $j_{\tau 1}$, а маси m_2 через $j_{\tau 2}$ і застосовуючи вираз сили через масу і прискорення, дістанемо:

$$F_1 = m_1 \cdot j_{\tau 1};$$
$$F_2 = m_2 \cdot j_{\tau 2},$$

але через те що $j_{\tau 1} = \xi \cdot r_1$ і $j_{\tau 2} = \xi \cdot r_2$ (§ 52), то вирази для сил матимуть вигляд:

$$F_1 = m_1 \cdot \xi \cdot r_1,$$
$$F_2 = m_2 \cdot \xi \cdot r_2.$$

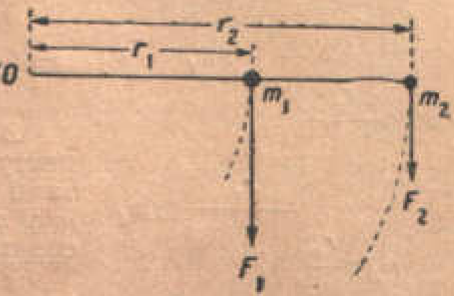


Рис. 76.

Але за умовою сили F_1 і F_2 еквівалентні, отже:

$$F_1 \cdot r_1 = F_2 \cdot r_2,$$

або, підставляючи сюди значення F_1 та F_2 і скорочуючи на ξ, дістанемо умову еквівалентності мас:

$$m_1 \cdot r_1^2 = m_2 \cdot r_2^2. \tag{12}$$

Як бачимо, під час обертального руху важливе значення має величина, яка виражається добутком маси на квадрат віддалі її від осі обертання. Ця величина визначає інертність тіла щодо обертального руху. Вона дістала назву „моменту інерції“. Момент інерції прийнято позначати літерою I.

Отже, умову еквівалентності мас можна виразити так:
дві маси еквівалентні щодо обертання, якщо рівні їх моменти інерції.

Застосовуючи цю умову еквівалентності, очевидно, можна якусь масу m, що перебуває від осі обертання на віддалі r, замінити еквівалентною їй масою μ, яка перебуває від тієї ж осі на якійсь довільно вибраній віддалі r_0, при чому ця маса μ може бути визначена з співвідношення:

$$I = m \cdot r^2 = \mu \cdot r_0^2.$$

Взявши r_0 рівним одиниці довжини, ми бачимо, що момент інерції будь-якої маси m чисельно дорівнює еквівалентній щодо обертання масі μ, розміщеній на віддалі одиниці довжини від осі обертання ($I = \mu \cdot 1^2$).

Нехай треба знайти момент інерції системи, яка складається з n нерухомо сполучених мас $m_1, m_2, \ldots, m_n$ (рис. 77), які обертаються навколо тієї самої осі і розміщені від неї на віддалях $r_1, r_2, \ldots, r_n$.

Замінимо всі ці маси еквівалентними їм масами $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$, розміщеними від осі обертання на віддалі r_0:

$$\mu_1 r_0^2 = m_1 \cdot r_1^2; \quad \mu_2 r_0^2 = m_2 \cdot r_2^2, \ldots, \quad \mu_n r_0^2 = m_n \cdot r_n^2.$$

Сумарна маса μ, що дорівнює сумі $\mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_n$, розміщена на віддалі r_0, еквівалентна щодо обертання всім масам, які складають розглядану нами систему. Отже, момент інерції даної системи дорівнює моментові інерції маси μ:

$$I=\mu\cdot r_0^2=(\mu_1+\mu_2+\ldots+\mu_n)\cdot r_0^2=m_1\,r_1^2+m_2\,r_2^2+\ldots+m_n\,r_n^2,$$

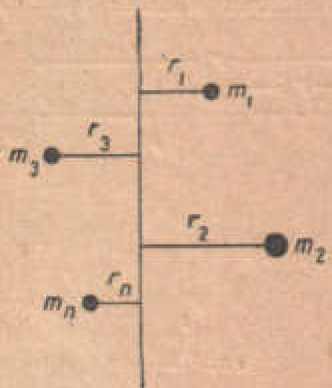


Рис. 77.

або, що те саме:

$$I=\sum_1^n mr^2\ ^{1)}. \tag{13}$$

З формули mr^2 видно, що одиницею моменту інерції є 1 $г\cdot см^2$, тобто момент інерції такої маси, яка еквівалентна щодо обертання масі в 1 $г$, розміщеній на віддалі 1 $см$ від осі обертання.

§ 55. Основне рівняння динаміки обертальних рухів. Якщо до якогось тіла, що може обертатися навколо нерухомої осі, прикладено кілька обертаючих сил $F_1, F_2, \ldots, F_n$ з плечами $p_1, p_2, \ldots, p_n$, то, згідно з попереднім, усю сукупність їх можна замінити однією еквівалентною силою R, що має довільно вибране плече r_0 і визначається з співвідношення:

$$Rr_0=\sum F\cdot p.$$

Так само маси окремих частинок тіла можна замінити еквівалентною масою μ, розміщеною на тій же, що й для сили R, віддалі r_0 від осі обертання і визначуваною з співвідношення:

$$\mu\cdot r_0^2=\sum mr^2.$$

Отже, виявиться, що якась сила R діє на масу μ (рис. 78), і за другим законом механіки прискорення j_τ знайдемо з співвідношення:

$$R=\mu\cdot j_\tau.$$

Помноживши обидві частини цієї рівності на r_0, можна його представити в такому вигляді:

$$R\cdot r_0=\mu\cdot r_0^2\cdot\frac{j_\tau}{r_0}.$$

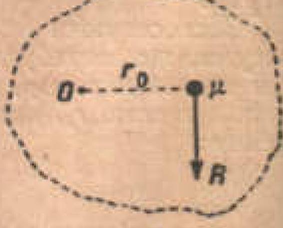


Рис. 78.

Але $\frac{j_\tau}{r_0}$ є кутове прискорення ξ (форм. 8), $R\cdot r_0$, рівне $\sum F\cdot p$, є не що інше, як результуючий момент M, а $\mu\cdot r_0^2$, рівне $\sum mr^2$, являє момент інерції I. А тому можна написати:

$$M=I\cdot\xi, \tag{14}$$

[1]) Якщо замість скінченного числа n матеріальних точок ми будемо мати суцільне тіло, то можна розділити його на елементарні маси dm; тоді сума скінченного числа доданків перейде в суму нескінченно великого числа їх, і момент інерції виразиться інтегралом:

$$I=\int r^2\cdot dm.$$

тобто *обертальний момент дорівнює добуткові моменту інерції на кутове прискорення.*

Через те що $\xi = \frac{d\omega}{dt}$, то рівняння (14) можна переписати так:

$$M = I\frac{d\omega}{dt}. \tag{15}$$

При виведенні цього основного рівняння динаміки обертальних рухів ми припускали, що момент інерції тіла залишається під час обертання незмінним (віддаль мас від осі обертання не змінюється).

Якби ми врахували можливість зміни моменту інерції, то замість рівняння (15) дістали б таке рівняння:

$$M = \frac{d(I\omega)}{dt}. \tag{16}$$

§ 56. Закон зберігання моменту кількості руху. До основного рівняння обертального руху:

$$M = \frac{d(I\omega)}{dt}$$

входить величина $I\omega$. Вияснимо її фізичний зміст. Під час обертального руху тіла кожна його частинка з масою m описує коло якогось радіуса r, маючи при цьому якусь швидкість v (рис. 79). Добуток $m \cdot v$ є кількість руху даної частинки. Якщо числове значення вектора кількості руху помножити на найкоротшу віддаль напряму цього вектора від осі обертання, тобто в даному разі на радіус r, то ми дістанемо нову величину mvr, яка має назву *моменту кількості руху відносно даної осі.* Пригадаймо, що величина моменту сили визначається аналогічним способом (§ 39 і 51).

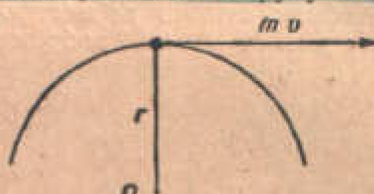


Рис. 79.

Взявши суму моментів кількості руху всіх частинок, які складають тіло, що обертається, дістанемо момент кількості руху всього даного тіла:

$$\sum mv \cdot r = \sum m \cdot \omega r \cdot r = \sum m\omega r^2,$$

або, виносячи за знак суми спільний для всіх точок множник ω і маючи на увазі, що $\sum mr^2$ є момент інерції I, знаходимо:

$$\sum m\omega r^2 = \omega \sum mr^2 = I \cdot \omega.$$

Отже, *момент кількості руху тіла відносно осі обертання дорівнює добуткові моменту інерції на кутову швидкість.*

Звернемося до основного рівняння

$$M = \frac{d(I\omega)}{dt}$$

і розглянемо окремий випадок, коли на тіло або зовсім не діють зовнішні сили, або вони такі, що їх рівнодійна не дає моменту відносно осі обертання ($M = 0$). Тоді:

$$d(I\omega) = M \cdot dt = 0.$$

6*

Але якщо зміна величини $I\omega$ дорівнює нулеві, то, значить, сама величина $I\omega$ залишається сталою:

$$I\omega = \text{const.} \tag{17}$$

Отже, *якщо на тіло не діють зовнішні сили* (або результуючий момент їх відносно осі обертання дорівнює нулеві), *то момент кількості руху тіла залишається незмінним*. Цей закон має назву закону зберігання моменту кількості руху.

Наведемо кілька прикладів, які ілюструють цей закон.

b a

Рис. 80. Сальто-мортале.

Гімнаст під час стрибка через голову (рис. 80) підгортає до тулуба руки і ноги. Цим він зменшує свій момент інерції, а через те що добуток $I\omega$ повинен залишатися незмінним, то кутова швидкість обертання ω зростає, і за короткий проміжок часу, поки гімнаст перебуває в повітрі, він встигає зробити повний оборот.

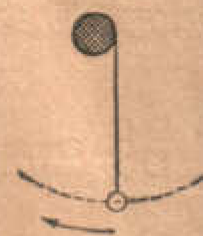


Рис. 81.

Нехай кулька, прив'язана до нитки, намотується на палку (рис. 81); мірою того, як зменшується довжина нитки, зменшується момент інерції кульки і, отже, зростає кутова швидкість. Ряд цікавих дослідів можна зробити, ставши на платформу, яка обертається на шарикопідшипнику. На рис. 82, 83 і 84 зображені деякі з цих дослідів.

Рис. 82. Обертання людини, яка стоїть на ослінчику, прискориться, якщо вона опустить руки, і сповільниться, якщо вона їх підніме.

Рис. 83. Якщо зробити рух руками в один бік, ноги разом з верхньою платформою ослінчика повернуться в другий бік.

Рис. 84. Якщо ми піднімемо велосипедне колесо над головою і надамо йому обертального руху, то самі разом з платформою почнемо обертатися в протилежний бік.

§ 57. Кінетична енергія мас, що обертаються. Якщо тіло рухається поступно, то всі точки його мають однакову швидкість v. Кінетична енергія будьякої частинки тіла з масою Δm буде $\frac{\Delta m \cdot v^2}{2}$, а кінетична енергія K усього тіла буде знайдена як сума таких виразів, тобто

$$K = \sum \frac{\Delta m \cdot v^2}{2}.$$

Виносячи спільний множник $\frac{v^2}{2}$ за знак суми, маємо:

$$K = \frac{v^2}{2} \sum \Delta m = \frac{mv^2}{2},$$

де $\sum \Delta m = m$ — маса даного тіла. Отже, в разі поступного руху тіла його кінетична енергія має такий самий вираз, як і для матеріальної точки.

Якщо тіло обертається навколо якоїсь осі, то, як було зазначено вище (§ 52), колові швидкості точок пропорціональні віддалям точок від осі обертання:

$$v = \omega \cdot r,$$

де ω — кутова швидкість.

Візьмемо суму кінетичних енергій всіх частинок тіла, що обертається:

$$K = \sum \frac{\Delta m \cdot v^2}{2} = \sum \frac{\Delta m \cdot \omega^2 r^2}{2}.$$

Винесемо спільний для всіх частинок множник $\omega^2/2$ за знак суми:

$$K = \frac{\omega^2}{2} \sum \Delta m \cdot r^2,$$

де $\sum \Delta m \cdot r^2$ є не що інше, як момент інерції I. Отже, кінетична енергія тіла, що обертається, визначається такою формулою:

$$\boxed{K = \frac{I\omega^2}{2}.} \tag{18}$$

Ця формула відрізняється від формули, яка визначає кінетичну енергію тіла при поступному русі, тим, що замість маси тіла m сюди входить момент інерції I і замість швидкості v — кутова швидкість ω.

Великою кінетичною енергією маховика, який обертається, користуються в техніці, щоб зберегти рівномірність ходу машини при навантаженні, яке раптово змінюється. На початку, щоб змусити маховик з великим моментом інерції обертатися, потрібна витрата значної роботи машиною, зате при раптовому включенні великого навантаження машина не спиняється і виконує роботу коштом запасу кінетичної енергії маховика.

§ 58. Формули для обчислення моментів інерції деяких тіл. Обчислюють моменти інерції тіл з допомогою інтегрального числення[1]). Не

---

[1]) Щоб дати уявлення про хід подібних розрахунків, знайдемо момент інерції стрижня відносно перпендикулярної до нього осі (рис. 85*a*). Нехай q є переріз стрижня, а ρ — густина. Виділимо елементарно малу частину стрижня, яка має довжину dx і перебуває на віддалі x від осі обертання. Тоді її маса $dm = q \cdot dx \cdot \rho$. Через те що вона перебуває на віддалі x від осі обертання, то її момент інерції $dI = q \cdot dx \cdot \rho \cdot x^2$. Інтегруємо в границях від нуля до l:

$$I = \int_0^l q \cdot \rho \cdot x^2 dx = q \cdot \rho \int_0^l x^2 dx = q \cdot \rho \left[\frac{1}{3} x^3\right]_0^l = \frac{1}{3} q \cdot \rho\, l^3,$$

але через те що $q \cdot \rho \cdot l$ є маса m усього стрижня, то $I = \frac{1}{3} ml^2$.

виконуючи тут цих обчислень, наведемо значення моментів інерції деяких тіл (припускається, що кожне з цих тіл має однакову в усіх своїх ділянках густину).

1. Момент інерції прямого тонкого с т р и ж н я відносно осі, перпендикулярної до стрижня, яка проходить через його кінець (рис. 85*a*):

$$I=\frac{1}{3}ml^2. \qquad 9)$$

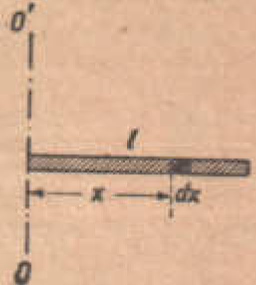


Рис. 85*a*.

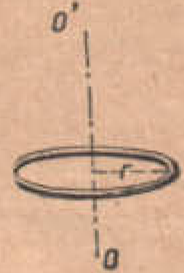


Рис. 85*b*.

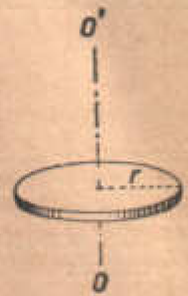


Рис. 85*c*.

2. Момент інерції тонкого круглого к і л ь ц я відносно осі, яка проходить через його центр і перпендикулярна до його площини (рис. 85*b*):

$$I=mr^2. \qquad (20)$$

3. Момент інерції к р у г л о г о д и с к а (або ц и л і н д р а) відносно осі, яка проходить через його центр і перпендикулярна до його площини (п о л я р н и й момент інерції диска; рис. 85*c*):

$$I=\frac{1}{2}mr^2. \qquad (21)$$

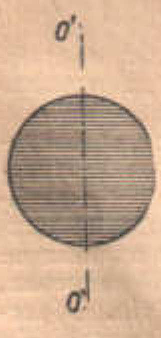


Рис. 85*d*.

4. Момент інерції тонкого круглого д и с к а відносно осі, яка збігається з його діаметром (е к в а т о р і а л ь н и й момент інерції диска; рис. 85*d*):

$$I=\frac{1}{4}mr^2. \qquad (22)$$

5. Момент інерції к у л і відносно осі, яка збігається з її діаметром (рис. 85*e*):

$$I=\frac{2}{5}mr^2. \qquad (23)$$

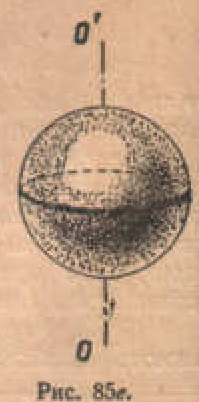


Рис. 85*e*.

§ 59. Теорема про залежність моменту інерції тіла від положення осі обертання. Нехай стрижень AB (рис. 86) з центром ваги в точці C обертається з кутовою швидкістю ω навколо осі O, перпендикулярної до площини рисунка. Припустимо, що протягом якогось проміжка часу він перемістився з положення AB в $A'B'$, при чому центр ваги описав дугу CC'. Це переміщення стрижня можна розглядати так, ніби стрижень спершу поступно (тобто залишаючись собі паралельним) перемістився в положення $A''B''$ і потім повернувся навколо C' в положення $A'B'$. Позначимо OC (віддаль центра ваги від осі обертання) через a, а кут BOB' через φ. Під час руху стрижня з положення AB в положення $A''B''$ переміщення кожної його частинки однакове з переміщенням центра ваги, тобто воно дорівнює CC', або $a \cdot \varphi$. Щоб дістати дійсний рух стрижня, ми можемо припустити, що обидва зазначені рухи відбуваються одночасно. Відповідно до цього кінетичну енергію стрижня, який обертається з кутовою швидкістю ω навколо осі, що проходить через O, можна розкласти на дві частини. Перша частина — це кінетична енергія поступного руху стрижня; всі точки стрижня мають при цьому ту саму швидкість; швидкість однієї точки стрижня, а саме точки C нам відома: вона дорівнює $a \cdot \omega$, а, отже, ця частина кінетичної енергії дорівнює $\frac{1}{2} m(a\omega)^2$, де m — маса стрижня.

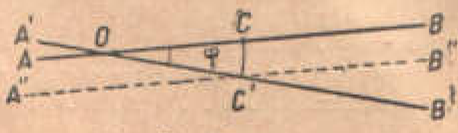


Рис. 86.

Друга частина кінетичної енергії — це кінетична енергія обертального руху стрижня з кутовою швидкістю ω навколо його центра ваги C. Вона дорівнює $\frac{1}{2} I_c \omega^2$, де I_c — момент інерції стрижня відносно осі, яка проходить через центр ваги і паралельна осі, яка проходить через O. Припустимо тепер, що I є момент інерції стрижня відносно осі, яка проходить через O; розглядаючи рух стрижня як обертання навколо осі O, ми можемо стверджувати, що кінетична енергія стрижня дорівнює $\frac{1}{2} I\omega^2$. Отже:

$$\frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{1}{2} I_c \omega^2 + \frac{1}{2} ma^2 \omega^2.$$

Звідси, скорочуючи всі члени рівняння на $\frac{\omega^2}{2}$, знаходимо:

$$I = I_c + ma^2. \tag{24}$$

Отже, *момент інерції відносно якої завгодно осі обертання дорівнює моментові інерції відносно паралельної осі, яка проходить через центр ваги, доданому до добутку маси тіла на квадрат віддалі центра ваги тіла від осі обертання.*

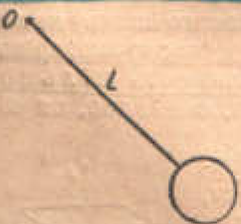


Рис. 87.

Нехай куля з масою m і радіусом r підвішена в точці O на нитці завдовжки l („фізичний маятник", рис. 87). Треба визначити момент інерції кулі відносно осі, яка проходить через точку O. Через те що момент інерції кулі відносно діаметра, інакше кажучи, відносно осі, яка проходить через центр ваги, дорівнює $\frac{2}{5} mr^2$, а віддаль між осями в даному разі дорівнює $l+r$, то на підставі формули (24) шуканий момент інерції дорівнює:

$$I = \frac{2}{5} mr^2 + m(l+r)^2.$$

§ 60. Зіставлення законів прямолінійного поступного руху і обертання навколо нерухомої осі. Формули, які визначають обертальний рух навколо нерухомої осі, аналогічні формулам для прямолінійного поступного руху.

В нижченаведеній таблиці зіставлено основні величини і рівняння, які визначають ці рухи:

Таблиця 5.

Поступний рух (прямолінійний)		Обертальний рух (навколо нерухомої осі)	
маса	m	I	момент інерції
шлях	s	φ	кут повороту
швидкість	$v=\frac{ds}{dt}$	$\omega=\frac{d\varphi}{dt}$	кутова швидкість
прискорення	$j=\frac{dv}{dt}$	$\xi=\frac{d\omega}{dt}$	кутове прискорення
кількість руху	mv	$I\omega$	момент кількості руху
сила	F	M	момент сили
основне рівняння	$\left\{ \begin{array}{l} F=mj \\ F=\frac{d\,(mv)}{dt} \end{array} \right.$	$\left. \begin{array}{l} M=I\cdot\xi \\ M=\frac{d(I\omega)}{dt} \end{array} \right\}$	основне рівняння
робота	$F\cdot s$	$M\varphi$	робота
кінетична енергія	$\frac{mv^2}{2}$	$\frac{I\omega^2}{2}$	кінетична енергія

§ 61. Вільні осі. Якщо тіло A обертається навколо осі OO_1, яка проходить через центр ваги тіла C (рис. 88 a), то доцентрові сили, необхідні для обертання частин тіла, що лежать вище і нижче середнього перерізу, можуть бути викликані тільки тиском підшипників O і O_1 на вісь. Тому і вісь буде тиснути на підшипники. Якщо дати змогу тілу повертатися навколо г о р и з о н т а л ь н о ї осі, то воно займе положення, зазначене на рис. 88b, при якому всі доцентрові сили зрівноважуються і не будуть діяти ніякі сили. В такому разі верхній підшипник буде зовсім зайвим; якщо ми видалимо верхнє закріплення, то це не зробить ніякого впливу на вісь. Таку вісь, відносно якої зрівноважуються доцентрові сили тіла, що обертається, називають в і л ь н о ю в і с с ю тіла. Якщо тіло має вісь повної симетрії, то, очевидно, ця вісь симетрії і буде вільною віссю.

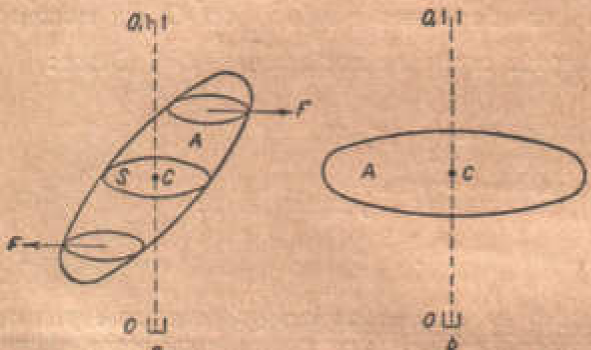


Рис. 88 (a, b).

Можна довести, що в усякому тілі існує три взаємно перпендикулярні вільні осі. Наприклад, для коробки, зображеної на рис. 88c, вільними осями будуть три взаємно-перпендикулярні напрями A, B і C, які проходять через її центр ваги. При цьому момент інерції відносно осі A — найбільший, C — найменший і відносно осі B має проміжне значення.

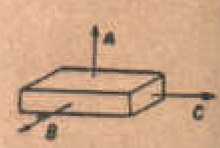


Рис. 88c.

Нехай тіло обертається без прикладання до нього зовнішніх сил навколо однієї з вільних осей. Щодо стійкості обертання, як виявляється, неоднаково, яка саме з вільних осей служить віссю обертання. Дослід і теорія показують, що обертання навколо осей з найбільшим і найменшим моментом інерції виявляється стійким, а обертання навколо осі з середнім моментом інерції — нестійким.

Якщо кинути догори коробку, надавши їй при цьому обертання навколо A або C, то це обертання буде відбуватися рівно, без коливань. А спроба примусити коробку обертатися навколо осі B завжди приводить до коливань.

Розглянемо ряд простих дослідів, які дають наочне уявлення про вільні осі обертання.

Якщо паличку підвісити за кінець на нитці і другий кінець нитки почати швидко обертати з допомогою відцентрової машини або пальцями (рис. 89,*a*), то паличка буде обертатися в горизонтальній площині навколо вертикальної осі, що перпендикулярна до довжини палички і проходить через її середину. Це і є вільна вісь обертання, при чому момент інерції палички при такому положенні осі — максимальний.

Так само буде обертатися в горизонтальній площині важке кільце або кружок товстого картону, підвішений за край (рис. 89,*b*).

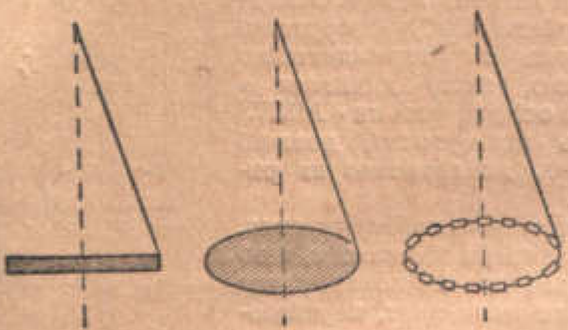


Рис. 89. Вільні осі: *a* — паличка, *b* — картонний кружок, *c* — ланцюжок.

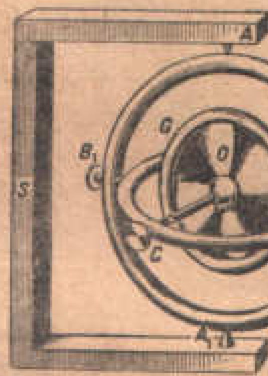


Рис. 90. Гіроскоп на підвісі Кардана.

Зв'язаний кінцями ланцюжок при такому досліді розміститься у вигляді горизонтального кільця (рис. 89, *c*) і буде поводитися як пружне тверде тіло. Навіть під час різкого руху ланцюжка вгору або вниз разом з ниткою горизонтальна площина кільця буде зберігатися.

Поняття про вільну вісь обертання має велике значення для техніки. Саме, треба змусити обертові частини машини обертатися навколо їх вільних осей, або, як кажуть, треба добре їх центрувати. Інакше, тиск на вісь, особливо при великих швидкостях, може призвести навіть до поламу машини.

§ 62. Гіроскоп. Гіроскопом називають тверде тіло, яке обертається з великою кутовою швидкістю навколо якоїсь осі, що змінює в загальному випадку своє положення як у просторі, так і в самому тілі. Звичайно гіроскоп являє собою однорідне тверде тіло обертання, центр ваги якого міститься на геометричній осі. В техніці гіроскоп вживають як маховик з масивним ободом.

Головним питанням у теорії гіроскопа є встановлення залежності між зовнішніми силами, які діють на гіроскоп, зміною положення його осі і силами інерції, що при цьому розвиваються.

Гіроскоп, приведений до обертання навколо осі симетрії (вільна вісь), намагається зберегти напрям своєї осі незмінним у просторі; гіроскоп тим більш стійкий, чим більша кутова швидкість обертання і чим більший момент інерції гіроскопа відносно осі обертання.

Це можна показати, наприклад, на гіроскопічному приладі Боненбергера (рис. 90). Тут здійснено так званий карданів підвіс. На стояку S біля осі AA_1 обертається зовнішнє кільце, всередині якого навколо осі BB_1, перпендикулярної до AA_1, обертається друге кільце. Всередині цього кільця навколо осі CC_1, перпендикулярної до BB_1, обертається гіроскоп O.

Через таку будову вісь гіроскопа може вільно набувати будьякого напряму в просторі.

Якщо гіроскоп з допомогою шнурка швидко обертати навколо осі симетрії, то напрям цієї осі залишається незмінним, якого б положення не надати стоякові S.

Якщо ж до гіроскопа, який обертається, прикласти пару сил, що намагається повернути його навколо осі, перпендикулярної до осі обертання гіроскопа, то він дійсно почне повертатися, але тільки навколо третьої осі, перпендикулярної до перших двох. Розглянемо це разюче на перший погляд явище і виясним його причини.

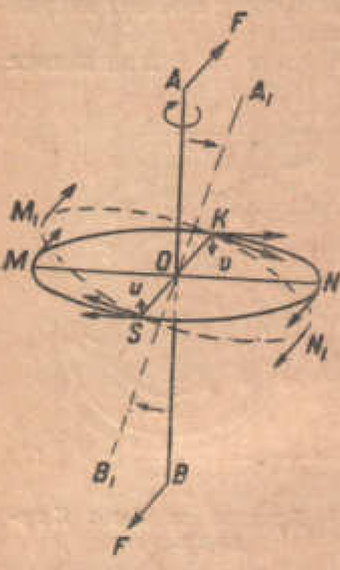


Рис. 91*a*.

Нехай (рис. 91*a*) AB являє вісь гіроскопа, а коло $MKNS$ схематично зображає кільце, незмінно зв'язане з віссю AB. При обертанні гіроскопа за годинниковою стрілкою, якщо дивитися з кінця осі A, точки $MKNS$ мають швидкості, дотичні до кола, як показано на рисунку.

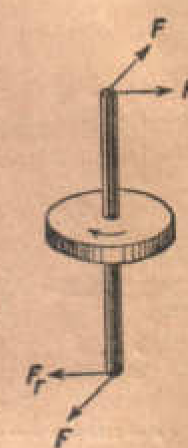


Рис. 91*b*.

Поставимо собі запитання, які сили треба прикласти, щоб вісь гіроскопа AB повернулася на дуже малий кут, перейшовши з положення AB в положення A_1B_1. Тоді на такий самий кут повернеться і коло, прийшовши в положення M_1KN_1S, і всі точки його, крім точок M і N, змінять напрями своїх швидкостей. Точки K і S набудуть якихось додаткових швидкостей v і u, паралельних осі AB. Додаткові швидкості точок півкола MSN паралельні u і лежать у межах від 0 до u. Так само додаткові швидкості точок півкола MKN паралельні v і лежать у межах від 0 до v. Щоб надати цих додаткових швидкостей, треба прикласти до точок півкола MSN сили, напрямлені паралельно OA, а до точок півкола MKN — сили, напрямлені паралельно OB. Вся сукупність цих сил може бути замінена якоюсь парою сил, вісь якої має напрям ON. Дві сили F, що утворюють цю пару, можна прикласти до будьяких точок гіроскопа, наприклад, до кінців A і B його осі.

Таким чином, ми приходимо до такого висновку: щоб обертати вісь гіроскопа AB навколо якоїсь перпендикулярної до неї осі KS, треба прикласти до гіроскопа момент, що обертає його навколо осі MN, перпендикулярної до перших двох.

Навпаки, якщо прикласти обертаючий момент, що змушує гіроскоп повернутися навколо якоїсь осі, перпендикулярної до осі обертання гіроскопа, то він буде обертатися навколо третьої осі, перпендикулярної до перших двох.

Під час свого руху вісь гіроскопа буде тиснути на опори (або підшипники, в які вона заключена), рівні прикладеним силам F. Розвиваються так звані г і р о с к о п і ч н і с и л и, при чому гіроскопічний момент рівний і протилежний моментові прикладених сил.

На рис. 91*b* схематично зображено гіроскоп, стрілкою позначено напрям його обертання; F — активні сили, які ми прикладаємо до гіроскопа, F_r — реактивні (або гіроскопічні) сили самого гіроскопа.

Із зазначеного випливає таке загальне правило:

гіроскоп намагається розмістити вісь свого обертання так, щоб вона утворювала можливо менший кут з віссю змушуваного обертання і щоб обидва обертання відбувалися в одному напрямі (рис. 91*c*).

Прагнення осі гіроскопа збігтися з віссю додаткового обертання і є основним законом дії гіроскопа.

Рис. 91*c*.

Це правило допоможе нам далі визначити в одних випадках напрям повороту осі гіроскопа, а в інших — напрям гіроскопічних сил.

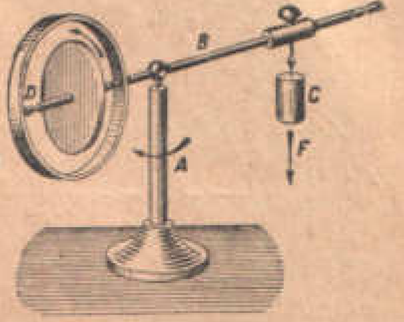


Рис. 92. Гіроскоп Фесселя.

Усе зазначене можна експериментально показати з допомогою гіроскопа Ф е с с е л я (рис. 92). На стояку A на шарнірі укріплено стрижень B, що може обертатися і в вертикальній, і в горизонтальній площинах. На стрижні B з одного боку є пересувний вантаж C, а з другого — кільце, в якому розміщено обертовий диск D. Коли вантаж C зрівноважує диск, то частини прилада зберігають дане їм розміщення, хоча б диск і обертався. Якщо вантаж переважує і намагається обертати систему у вертикальній площині вниз з деякою силою F, то система почне обертатися в горизонтальній площині у напрямі, показаному стрілкою (згідно з правилом, наведеним вище).

Розглянемо ще рух дзиги, зображеної на рис. 93. Під діянням сили тяжіння вона падає дуже повільно, але в наслідок обертаючого моменту сили тяжіння вісь її описує круглу конічну поверхню. Рух осі дзиги називається п р е ц е с і є ю і описуваний нею конус — к о н у с о м п р е ц е с і ї. Обидва рухи — обертання дзиги навколо осі симетрії і прецесійний рух цієї осі — відбуваються в ту саму сторону. Неважко розібратися в характері руху дзиги, якщо застосувати виведене вище правило: справді, вісь змушуваного обертання для моменту, зображеного на рисунку, напрямлена перпендикулярно до рисунка і до нас. Вісь обертання дзиги намагається стати паралельно їй, через те ж, що нижній кінець осі нерухомий, верхній кінець буде рухатися перпендикулярно до рисунка в напрямі до нас[1]).

Рис. 93.

Якщо прецесійний кут α зберігає ту саму величину, то прецесія називається точною. Звичайно ж описаний вище рух осі супроводиться невеликими періодичними змінами прецесійного кута; такий рух називається н у т а ц і є ю.

Цікавий випадок прецесійного руху являє собою рух земної осі.

Через те, що Земля являє собою не кулю, а трохи сплюснутий еліпсоїд обертання, то притягання Сонця дає рівнодійну, що не проходить

[1]) Тут момент сили тяжіння, що намагається збільшити кут α, зрівноважується з гіроскопічним моментом, що намагається зменшити цей кут.

через центр мас Землі (як було б у випадку кулі). Справді, частини B (рис. 93а) через свою більшу близькість до Сонця зазнають сильнішого притягання, ніж частини A, а тому рівнодійна сил F_1 і F_2 не проходить через центр мас (точку O) і дає відносно нього обертаючий момент, який намагається повернути Землю в напрямі, зазначеному стрілкою S_2.

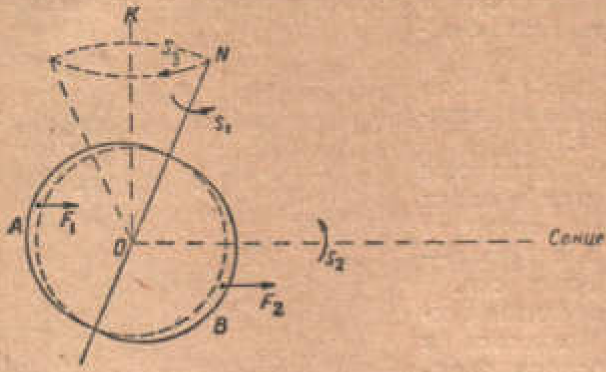


Рис. 93а.

При відсутності обертання Землі земна вісь ON неминуче сумістилася б з напрямом OK (перпендикуляр до площини земної орбіти) і в цьому разі рівнодійна сил F_1 і F_2 пройшла б через точку O.

Але в наслідок обертання Землі її вісь опише конус прецесії в напрямі, зазначеному стрілкою S_1, що легко встановити, застосовуючи вищезазначене правило.

Прецесійний рух земної осі відбувається дуже повільно — повний конус вона описує протягом, приблизно, 26 000 років. Аналогічно до Сонця діє й Місяць і в наслідок близькості його до Землі його роль в прецесії навіть значно більша ролі Сонця. Через те що прецесійні сили Сонця і Місяця постійно змінюють свою величину, то явище прецесії виявляється дуже складним.

Розглянемо тепер деякі явища, які відбуваються під час руху обертових механізмів, наприклад, на кораблях або аеропланах.

Двигуни, встановлені на кораблях, можуть виявити значні реактивні моменти як при качці корабля, так і при зміні курсу. На рис. 94 подано розріз корабля, вздовж корпуса якого розташована турбіна AB. Під час кілевої качки вісь турбіни змінює з часом своє положення. В наслідок цього з'являються тиски осі на підшипники, що можуть досягти великих значень. На рис. 94 подано випадок, коли ніс корабля опускається. При його піднятті тиски будуть напрямлені в протилежні сторони. Подібні до цього явища ми спостерігаємо і при польоті аероплана, при чому роль гіроскопа відограють тут пропелер і мотор. Якщо пропелер обертається за стрілкою годинника (коли дивитися з боку льотчика), то при повороті аероплана направо ми дістанемо реактивний момент, який нахиляє перед аероплана вниз, а при повороті наліво — угору. Відзначимо, що при зміні висоти польоту аероплан відповідно повертається навколо вертикальної осі.

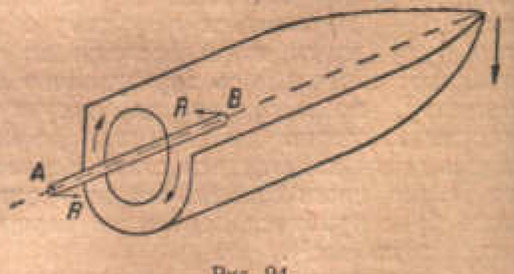


Рис. 94.

Гіроскопічні сили відограють певну роль в усіх галузях техніки, де трапляються диски, колеса, маховики і т. ін., що швидко обертаються. В залізничній справі гіроскопічні сили виявляються на закруглених колії, збільшуючи вертикальний тиск коліс на зовнішню рейку і зменшуючи тиск на внутрішню. Під час руху велосипеда гіроскопічні сили мають велике значення, відограючи вже тут корисну роль, а саме: реактивний момент коліс, які обертаються, сприяє стійкості велосипеда.

Гіроскоп має багато застосувань у науці і в техніці. Обрі (1898) поклав його в основу прилада для регулювання руху мін. Гіроскоп на кардановому підвісі, що знаходиться в задній частині мін, при пострілі приводиться до швидкого обертального руху (близько 10 000 *об/хв*). Вісь гіроскопа горизонтальна; залишаючись незмінною, вона зберігає напрям пострілу і діє на рулеве керування, що виправляє відхилення руху.

Гіроскоп часто застосовують для приведення нестійких систем до стану стійкої рівноваги або для поліпшення вже наявної рівноваги, тобто для стабілізації системи. Сюди належить застосування гіроскопа як стабілізатора для вагонів однорейкової залізниці (гіроскоп перешкоджає перекиданню вагона) або для корабля, щоб заспокоїти бортову качку.

Цікавий також прилад, що базується на принципі гіроскопа, так званий гірокомпас. Він являє собою дзигу, яка швидко обертається (мотор трифазного струму, що робить близько 25 000 *об/хв*); дзига на особливому поплавку плаває в посудині з ртуттю і вісь її встановлюється в площині меридіана. В даному разі джерелом зовнішнього обертаючого моменту є добове обертання Землі навколо її осі. Під його діянням вісь обертання гіроскопа намагається стати в напрямі осі обертання Землі, а через те що обертання Землі діє на гіроскоп безперервно, вісь гіроскопа, кінець-кінцем, і набуває цього положення, тобто встановлюється вздовж меридіана і залишається в ньому надалі зовсім так само, як звичайна магнітна стрілка.

Не зважаючи на ряд конструктивних труднощів для усунення впливів, які спотворюють покази цього прилада, гірокомпаси починають входити в практику і замінюють магнітні компаси, бо вплив залізних корабельних частин і електричних установок корабля дуже відбивається на показах магнітного компаса.

За принципом гіроскопа будують прилади, які вказують широту місця, а також прилади, які дозволяють визначати положення горизонтальної площини. Ці останні прилади мають особливо важливе значення при польотах аероплана вночі або в тумані.

§ 63. Удар. При зустрічі двох твердих тіл, що рухаються, між ними відбувається взаємодіяння, яке називають ударом. Явище це полягає в тому, що реакції, які виникають у точці стикання, змінюють протягом дуже малого проміжка часу швидкості кожного тіла.

Під час удару обидва тіла зазнають зміни форми (деформації); процес удару можна поділити на дві фази. Протягом першої фази тіла зближаються; обидва тіла виконують роботу проти сил реакції; їх загальна кінетична енергія зменшується; відносна швидкість (у момент зустрічі вона не дорівнює нулеві, інакше не було б удару) зменшується до нуля; на цьому перша фаза і закінчується. Вслід за цим настає друга фаза: тіла починають віддалятися одно від одного, відновлюючи свою форму, при цьому реакції виконують позитивну роботу, жива сила системи зростає, відносна швидкість, змінивши знак, зростає абсолютною величиною, нарешті, тіла відокремлюються; цим і закінчується процес удару.

Спостереження показують, що відносна швидкість після удару не досягає своєї попередньої числової величини. За Ньютоном, відношення числової величини нормальної складової відносної швидкості після удару до її величини перед ударом є фізична константа, яка характеризує природу тіл, що стикаються, і не залежить від величини відносної швидкості і мас тіл. Цю константу ε називають *коефіцієнтом відновлення.* Числове значення її лежить між 0 і 1:

$$0 \leqq \varepsilon \leqq 1.$$

1. Якщо для тіл, які стикаються, $\varepsilon = 0$, то такі тіла називають абсолютно непружними; ввесь процес удару для таких тіл полягає тільки

в першій фазі: тіла, досягши максимального зближення, форми своєї не відновлюють і обидва рухаються далі як одно ціле; при цьому буде втраченою деяка частина кінетичної енергії, що пішла на роботу деформації.

2. Якщо $\varepsilon=1$, то тіла, які стикаються, називають **абсолютно пружними**; в цьому разі зміна форми, яка сталася протягом першої фази, цілком усувається в другій фазі; відносна швидкість досягає попередньої числової величини, жива сила системи цілком відновлюється.

В дійсності для всіх тіл коефіцієнт ε має значення між 0 і 1, тобто лежить між цими двома крайніми ідеальними випадками. Проте, дослід показує, що, наприклад, слонова кістка і сталь близько підходять до тіл, які мають абсолютну пружність, а свинець — до тіл абсолютно непружних. А тому і розрахунки, зроблені для удару тіл абсолютно пружних і непружних, часто з великою точністю подають справжній хід явища.

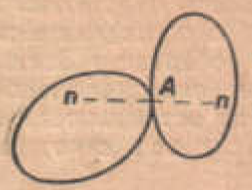


Рис. 95.

Пряму nn, що проходить через точку стикання тіл A (рис. 95) і є нормальною до поверхні їх стикання, називають **лінією удару**.

Якщо лінія удару проходить через центри ваги обох тіл, то удар називають **центральним**. (Відзначимо, що удар між однорідними кулями завжди буде центральним.)

Якщо до удару обидва тіла рухалися по лінії удару, удар називається **прямим**; у противному разі — **косим**.

Далі ми будемо розглядати прямий центральний удар. Позначимо через m_1 і m_2 маси тіл, які співударяються; через v_1 і v_2[1] — їх швидкості перед ударом; через v_1' і v_2' — їх швидкості після удару. Тоді, застосовуючи закон зберігання кількості руху (§ 29), можна написати:

$$m_1v_1+m_2v_2=m_1v_1'+m_2v_2'. \tag{25}$$

Це означає, що

сума кількостей руху тіл після удару дорівнює сумі кількостей руху перед ударом. (Під час удару обидва тіла складають одну систему, на яку діють тільки внутрішні сили, а тому загальна кількість руху залишається незмінною.)

I. Удар непружних тіл ($\varepsilon=0$). Як уже було показано вище, в цьому випадку увесь процес удару закінчується першою фазою, обидва тіла після удару рухаються як одно ціле з тією самою швидкістю. Позначаючи цю спільну для обох тіл швидкість через u і застосовуючи рівняння (25), можна написати:

$$m_1v_1+m_2v_2=m_1u+m_2u,$$

звідки

$$u=\frac{m_1v_1+m_2v_2}{m_1+m_2}. \tag{26}$$

Через те що під час удару непружних тіл вони деформуються і ця деформація не відновлюється, частина кінетичної енергії втрачається: вона іде на роботу деформації. Позначимо її через K_1 і знайдемо її значення. До удару кінетична енергія була $\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}$, а після удару вона стала $\frac{(m_1+m_2)\,u^2}{2}$ або, підставляючи значення з формули (26): $\frac{(m_1v_1+m_2v_2)^2}{2(m_1+m_2)}$.

[1]) Будемо вважати швидкості і кількості руху позитивними, коли вони напрямлені в певну сторону (наприклад, вправо); напрямлені в іншу сторону будемо вважати негативними.

Отже, втрата кінетичної енергії або робота деформації виразиться:

$$K_1=\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}-\frac{(m_1v_1+m_2v_2)^2}{2(m_1+m_2)}=\frac{m_1m_2}{2(m_1+m_2)}(v_1-v_2)^2. \tag{27}$$

Розглянемо докладніше роботу деформації для окремого випадку, який найчастіше трапляється на практиці, а саме — того, коли одно з тіл, наприклад, перше, було перед ударом нерухомим. Кінетична енергія ударяючого тіла, а, отже, і запас тієї роботи, яку воно може виконати, $K=\frac{m_2v_2^2}{2}$.

Втрату кінетичної енергії або роботу деформації дістанемо з формули (27), беручи в ній $v_1=0$:

$$K_1=\frac{m_1m_2v_2^2}{2(m_1+m_2)}=\frac{m_2v_2^2}{2}\cdot\frac{m_1}{m_1+m_2}=K\frac{m_1}{m_1+m_2}.$$

Залишок же кінетичної енергії K_2, тобто та робота, яку можуть виконати тіла, що рухаються, після удару, знайдемо простим відніманням:

$$K_2=K-K_1=K-K\frac{m_1}{m_1+m_2}=K\left(1-\frac{m_1}{m_1+m_2}\right)=K\frac{m_2}{m_1+m_2}.$$

Отже, ми дістаємо:

$$K_1=K\frac{m_1}{m_1+m_2}=K\frac{1}{1+\frac{m_2}{m_1}};\quad K_2=K\frac{m_2}{m_1+m_2}=K\frac{1}{1+\frac{m_1}{m_2}}. \tag{28}$$

На практиці застосовують удар для робіт двоякого роду. Роботи першого роду полягають у зміні форми тіл (деформації), наприклад, при куванні, карбуванні і штампуванні металу, при роздробленні тіл і т. ін. З виразу для роботи деформації K_1 видно, що тим більша частина всієї кінетичної енергії K буде використана для нашої мети, чим маса ударяючого тіла буде менша маси нерухомого тіла. Ось чому, наприклад, ковадла роблять такими масивними.

Роботи другого роду полягають у переміщенні тіл після удару і подоланні при цьому опорів; це буває, наприклад, при забиванні паль у землю, цвяхів, клинків і т. ін. У цьому разі, очевидно, наша мета не в деформації кінця палі або голівки цвяха, а в просуванні їх. Тому треба прагнути до того, щоб K_1 було мінімальним, а, навпаки, K_2 було максимальним; це буде тоді, коли відношення $\frac{m_1}{m_2}$ буде найменшим, тобто маса нерухомого тіла малою порівняно з масою ударяючого тіла. А тому, наприклад, при забиванні цвяхів вигідно, щоб маса молотка була в багато разів більша маси цвяха; при забиванні паль маса копрової баби повинна бути значно більша маси палі.

2. Удар пружних тіл ($\varepsilon=1$). При ударі пружних тіл перед кінцем першої фази удару, яку можна назвати „фазою стиску", швидкості обох тіл матимуть те саме значення (як і при непружному ударі). Отже, зміна швидкості першого тіла буде (v_1-u), а другого $(u-v_2)$. Через те що протягом другої фази („фази відновлення") імпульси взаємних реакцій тіл будуть у наслідок повної пружності і повного зникнення деформації такі самі, як і протягом першої фази, то і зміни швидкостей тіл протягом цієї другої фази будуть такі самі, як і протягом першої. Тому повна зміна швидкості першого тіла на кінець удару буде $2(v_1-u)$, а другого тіла $2(u-v_2)$; швидкості тіл після удару будуть:

$$v_1'=v_1-2(v_1-u)=2u-v_1;\quad v_2'=v_2+2(u-v_2)=2u-v_2.$$

Підставивши сюди замість u його значення з формули (26), дістанемо:

$$v_1'=\frac{2m_2v_2+v_1(m_1-m_2)}{m_1+m_2};\quad v_2'=\frac{2m_1v_1-v_2(m_1-m_2)}{m_1+m_2}. \tag{29}$$

Розглянемо два окремих випадки.

1. Якщо маси тіл рівні ($m_1=m_2$), то з формул (29) виходить:

$$v_1'=v_2;\quad v_2'=v_1,$$

тобто обидва тіла після удару обмінюються своїми швидкостями. В разі, коли одно тіло перед ударом було в спокої, то після удару тіло, яке рухалося, спиниться, а тіло, яке зазнало удару, буде рухатися з швидкістю тіла, що його вдарило. Наприклад, якщо дві пружних кульки A і B (рис. 96) підвісити на рівних нитках і одну з них, приміром, A, відвести від вертикалі на кут α, то вона під час падання ударить другу кульку B і спиниться, а кулька B відхилиться на такий самий кут α.

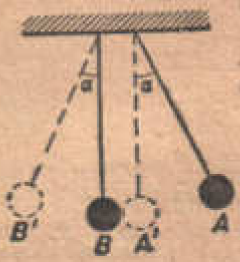


Рис. 96.

2. Якщо маси не рівні і одна з них була перед ударом у спокої ($m_1>m_2$; $v_1=0$), то з формул (29) дістанемо:

$$v_1'=\frac{2m_2v_2}{m_1+m_2};\quad v_2'=-v_2\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}.$$

Якщо при цьому маса m_1 незмірно більша за масу m_2, то, припускаючи $m_1=\infty$, дістанемо $v_1'=0$; $v_2'=-v_2$, тобто нерухоме велике тіло, яке зазнало удару, залишиться в спокої, а мале тіло, що його вдарило, відскочить від нього з початковою швидкістю у протилежний бік.

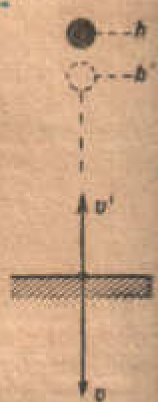


Рис. 97.

Якщо, користуючись формулами (29), підрахувати кінетичну енергію обох тіл після удару, тобто $\frac{m_1v_1'^2}{2}+\frac{m_2v_2'^2}{2}$, то дістанемо: $\frac{m_1v_1^2}{2}+\frac{m_2v_2^2}{2}$.

Отже, *під час цілком пружного удару кінетична енергія системи залишається незмінною.*

Наприкінці розглянемо, як з досліду можна визначити коефіцієнт відновлення ε. Нехай з висоти h падає пружна кулька на пружну горизонтальну площину (рис. 97). Тоді швидкість кульки у момент дотикання до площини можна знайти за формулою $v=\sqrt{2gh}$. Після удару вона підніметься вгору на якусь висоту h', меншу за h. Відповідну швидкість v' кульки після удару знайдемо за формулою $v'=\sqrt{2gh'}$. Тоді

$$\varepsilon=\frac{v'}{v}=\frac{\sqrt{2gh'}}{\sqrt{2gh}}=\sqrt{\frac{h'}{h}}.$$

Відзначимо, що ε для слонової кістки і загартованої сталі дуже близький до 1, а, наприклад, для свинцю являє дуже малий дріб.

Вводячи до розгляду коефіцієнт відновлення ε, можна дістати формули для удару не цілком пружних тіл.

РОЗДІЛ IV.

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ ГІДРОМЕХАНІКИ.

§ 64. Відмінність між рідинами і твердими тілами. Гідромеханіка[1]) є механіка нетвердих тіл.

Нетверді тіла можна поділити на такі три групи: 1) рідини з великою в'язкістю, 2) рідини з малою в'язкістю і 3) гази. Ці групи переходять одна в одну, і між ними з погляду механіки не можна провести строгого розмежування.

Головна відмінність між в'язкими рідинами (наприклад, патока, шевський вар, підігрітий асфальт) і твердими тілами полягає в різній здатності цих тіл протидіяти зовнішнім впливам, які намагаються змінити їх форму. В той час як деформація твердих тіл пропорціональна величині діючої сили (закон Гука[2]), деформація в'язкої рідини залежить не стільки від величини сили, скільки від часу діяння сили. За достатньо великий проміжок часу яка завгодно мала сила може зробити яку завгодно велику деформацію в'язкої рідини: асфальт повільно витікає з отвору в бочці; пробка, залита шевським варом, випливає згодом на його поверхню, піщинка, що впала на поверхню патоки, повільно тоне і падає на дно.

§ 65. Міри тиску. Для того, щоб оцінити спричинювану якоюсь силою деформацію тіла, треба знати не тільки величину сили, а й величину поверхні, на якій ця сила розподілена. *Силу, що діє на одиницю площі, називають тиском.*

Слід пам'ятати, що тиск, як і всяка сила, може виникнути тільки в наслідок взаємодіяння двох тіл: тиск стінок посудини на рідину дорівнює величиною і протилежний напрямом тискові, що його рідина робить на стінки посудини. Молекули рідини легкорушні; а тому в спокійній рідині не може виникнути сила, напрямлена тангенціально до поверхні тіла, поміщеного в рідину, або до поверхні стінок посудини. Сила, з якою рідина діє на тіло, що стикається з нею, завжди напрямлена перпендикулярно до поверхні стикання.

Тиск іноді буває рівномірно розподілений по поверхні. В цьому разі, щоб обчислити тиск p, досить буде повну силу F, що діє на дану поверхню, поділити на величину площі S цієї поверхні:

$$p=\frac{F}{S}. \qquad (1)$$

Коли зовнішні сили нерівномірно розподілені по поверхні тіла, беруть або середній тиск на цю поверхню, або вказують тиск у різних точках поверхні. Коли говорять про тиск у будьякій точці, то умовно розуміють під „точкою" елементарно малу ділянку поверхні dS; через граничну малість виділеної так ділянки поверхні можна вважати, що

[1]) Від грецького hydor — вода.
[2]) Див. § 98.

сила dF, яка тисне на цю ділянку, розподілена по поверхні ділянки dS рівномірно. А тому під тиском у точці поверхні розуміють відношення:

$$p = \frac{dF}{dS}. \tag{2}$$

Застосовують різні одиниці для вимірювання тиску[1]). В абсолютній системі *CGS* одиницею сили є *дина* і одиницею площі — *см*^{2}; тому одиницею тиску служить 1 $\frac{\textit{дина}}{\textit{см}^2}$ — так звана *барія*[2]). Мільйон барій має назву *бар*; 0,001 бара називається *мілібар* — 1 *мб*.

В техніці одиницею тиску часто служить 1 *кг**/*м*^{2}.

Як одиницю тиску застосовують також фізичну і технічну атмосфери. Фізична (нормальна) атмосфера є той тиск, що його своєю вагою робить стовп ртуті заввишки 760 *мм*. Неважко підрахувати[3]), що фізична атмосфера $= 76 \cdot 13{,}6 = 1033$ *г**/*см*^{2} $= 1{,}033$ *кг**/*см*^{2}. Технічною атмосферою називають тиск в 1 *кг** на 1 *см*^{2}.

Інші одиниці для вимірювання тиску вказані в таблиці 6.

Таблиця 6.

Міри тиску [1]).

1 **бар** $= 10^6$ барій $= 1$ мегадині на 1 *см*^{2} $= 0{,}987$ нормальної атмосфери = тискові 750,1 *мм* ртутного стовпа $= 1{,}020$ технічної атмосфери.
1 **мілібар** $= 10^3$ барій $= 1000$ дин на 1 *см*^{2} = тискові 0,75 *мм* ртутного стовпа.
1 **барія** $= 10^{-6}$ барів $= 1$ дина на 1 *см*^{2}.
1 **п'єза** $= 1$ стен на 1 *м*^{2} $= 1{,}02$ кілограма-сили на 1 *дм*^{2} $= \frac{1}{100}$ бара $= 0{,}00987$ нормальної атмосфери = тискові 7,50 *мм* ртутного стовпа $= 0{,}0102$ технічної атмосфери $= 102$ *мм* водяного стовпа.
1 **нормальна атмосфера** = тискові 760 *мм* ртутного стовпа $= 1{,}033$ технічної атмосфери = тискові 10 330 кілограмів-сил на 1 *м*^{2} $= 101{,}3$ п'єзи $= 1{,}013$ бара $= 1013$ мілібарів.
1 **технічна атмосфера** = тискові 1 кілограма-сили на 1 *см*^{2} = тискові 10 000 кілограмів-сил на 1 *м*^{2} $= 0{,}968$ нормальної атмосфери = тискові 735,6 *мм* ртутного стовпа = тискові 10 *м* водяного стовпа $= 98$ п'єзам $= 0{,}98$ бара $= 980$ мілібарів.
1 **кілограм-сила** на 1 *мм*^{2} $= 100$ технічним атмосферам $= 9800$ п'єз $= 98$ барів.
1 **кілограм-сила** на 1 *м*^{2} $= \frac{1}{10\,000}$ технічної атмосфери $= 98$ баріям $= 1$ *мм* водяного стовпа.
1 **міліметр ртутного стовпа** $= 0{,}001316$ нормальної атмосфери $= 1333$ барій $= 1{,}360$ грама-сили на 1 *см*^{2} $= 0{,}1333$ п'єзи $= 0{,}0136$ *м* водяного стовпа $= 1{,}333$ мілібара.
1 **метр водяного стовпа** $= 0{,}1$ кілограма-сили на 1 *см*^{2}.

§ 66. В'язкість (внутрішне тертя). Молекулярна будова рідин. Ідеальна рідина.

В'язкістю називають здатність рідини чинити опір відносному переміщенню своїх частин.

Вивчити цю властивість можна так: візьмемо дві пластинки, змочені будьякою рідиною (рис. 98), і почнемо переміщати верхню пластинку відносно нижньої у напрямі, показаному стрілкою. Шари рідини, які без-

[1]) Розмірність тиску: $[p] = [F/S] = ML/T^2L^2 = MT^{-2}L^{-1}$.

[2]) Від грецького baros — вага.

[3]) Питома вага ртуті $= 13{,}6$ *г**/*см*^{3}. В означенні фізичної і технічної атмосфери мають на увазі вагу на висоті рівня моря і на широті 45°.

посередньо стикаються з цими пластинками, прилипають до них. Шар, який прилип до нижньої пластинки, залишається в спокої, а всі інші шари переміщуються, ковзають один по одному з швидкістю тим більшою, чим більша їх віддаль від нижнього шару. В'язкість рідини позначається в тому, що виникає сила, яка перешкоджає переміщенню шарів рідини, а, отже, і пластинок. Позначимо цю силу внутрішнього тертя через f; відносну швидкість переміщення самого верхнього і самого нижнього шару позначимо через Δv, віддаль між ними — через Δl і площу пластинок — через S.

Ньютон показав, що сила внутрішнього тертя f пропорціональна площі S стикання шарів рідини, які рухаються, і пропорціональна „градієнтові[1]) швидкості" $\frac{\Delta v}{\Delta l}$:

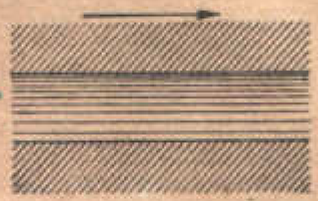


Рис. 98. Внутрішнє тертя рідин.

$$f = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta l},$$

або, при нескінченно малій віддалі між шарами:

$$f = \eta S \frac{dv}{dl}. \qquad (3)$$

Коефіцієнт η називають *коефіцієнтом в'язкості* рідини (коефіцієнтом внутрішнього тертя)[2]).

Коефіцієнт в'язкості показує, скільком динам повинна дорівнювати сила, щоб у шарі рідини, який має товщину 1 *см* і площу 1 *см*^{2}, ця сила рухала верхню поверхню шару відносно нижньої з швидкістю 1 *см/сек*.

Величина η, як показує дослід, коливається в широких межах і залежить від температури.

В'язкість властива не тільки рідинам, але в меншій мірі і газам.

Нижче наведено коефіцієнти в'язкості деяких рідких і газоподібних речовин.

Речовина	Коефіцієнт в'язкості при 18° C
Рицинова олія	12
Гліцерин	11
Спирт	0,017
Вода	0,0106
Ефір	0,0026
Кисень	0,0002
Повітря	0,00018
Водень	0,000088

[1]) Слово „градієнт" походить від латинського „gradior" — ступаю, іду. Поняття „градієнт" може бути застосоване до якої завгодно величини, що залежить від положення точки у просторі (говорять, наприклад, про градієнт густини, якщо густина в різних точках тіла неоднакова, про градієнт температури, якщо тіло в різних точках неоднаково нагріте, і т. ін.). Під градієнтом величини φ розуміють границю, до якої наближається відношення $\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}$, при нескінченному меншанні Δl, де Δl означає мале переміщення в напрямі найбільшого зростання величини φ, а $\Delta \varphi$ означає спостережувану при цьому переміщенні зміну величини φ; градієнт φ по напряму l = границі $\left[\frac{\Delta \varphi}{\Delta l}\right]_{\Delta l \to 0}$.

Інакше, під градієнтом розуміють „просторову швидкість зміни величини" (але не швидкість зміни цієї величини в часі).

[2]) З формули Ньютона легко встановити розмірність коефіцієнта в'язкості:

$$[\eta] = \left[\frac{f\,\Delta l}{S\,\Delta v}\right] = \frac{ML}{T^2} \cdot \frac{L}{L^2} \cdot \frac{T}{L} = ML^{-1}\,T^{-1}.$$

Молекули рідини перебувають у такому швидкому тепловому русі, що властива кристалічним тілам упорядкованість просторового розподілу молекул у рідинах є порушеною. Проте, густина рідини мало відрізняється від густини твердого тіла з тієї ж самої речовини, а тому *сили молекулярного взаємодіяння в рідинах майже так само великі, як і в твердих тілах.*

Через рухливість молекул рідина виявляє надзвичайно малий опір зовнішнім впливам, які змінюють її форму. Але завдяки силам, які зв'язують молекули, що рухаються одна відносно однієї, рідина виявляє величезний опір впливам, які намагаються змінити її об'єм.

Щоб уявити собі, наскільки великий опір рідин стискові, припустимо, що у циліндр заввишки 1 *м* і з поперечним перерізом 1 *см*² налита вода; якщо тиснути на поршень, який закриває зверху воду, силою в 220 *кг*, то довжина водяного стовпа зменшиться тільки на 1 *см* [1]).

Як тільки усунути сили, що спричинили стиск рідини, об'єм рідини набуває попередньої величини.

Рідина, отже, майже не має пружності форми, але має величезну пружність об'єму. В технічних розрахунках рідину вважають за абсолютно нестисливу.

Закони гідромеханіки набувають особливо простого характеру в застосуванні до так званих ідеальних рідин.

Ідеальним рідинам приписують такі властивості: 1) відсутність в'язкості і 2) абсолютну нестисливість.

§ 67. Конспект відомих з курсу середньої школи відомостей про рідини. I. Поверхня рідини. Поверхня рідини в невеликій посудині горизонтальна. Поверхня великих водних просторів — морів і океанів — нормальна до напряму сили тяжіння і має тому форму еліпсоїда. Поверхня рідини, яка налита в циліндр, що обертається навколо своєї осі, набуває форми параболоїда обертання.

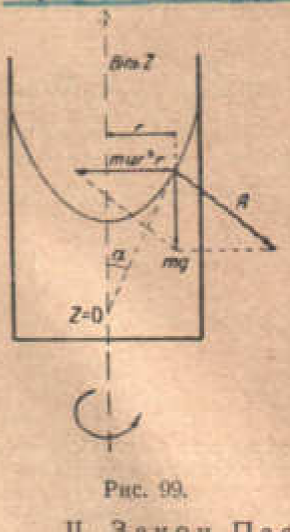


Рис. 99.

Доведення. Вага mg кожної частинки рідини, яка обертається, виявляється динамічно як доцентрова сила $m\omega^2 r$ і статично в тиску R, який розглядана частинка робить на інші частинки рідини. Тут m — маса частинки, r — віддаль її від осі обертання і ω — кутова швидкість (рис. 99). Поверхня рідини повинна бути нормальною до R.

З рисунка 99 видно, що

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{z} = \frac{dr}{dz} = \frac{mg}{m\omega^2 r}$$

або

$$\frac{g}{\omega^2} dz = r dr.$$

Інтегруючи, дістаємо рівняння параболи:

$$\frac{2g}{\omega^2} z = r^2 + C.$$

II. Закон Паскаля: *зовнішній тиск на рідину передається в усі сторони рівномірно.*

Уявимо собі рідину, вміщену в замкнену посудину, закриту двома поршнями, площі яких S і S_0. На поршні діють сили P і P_0 (рис. 100). Вся система перебуває в рівновазі. Через те що тиски поршнів повинні бути рівними, можна написати: $\frac{P}{S} = \frac{P_0}{S_0}$, або $\frac{P}{P_0} = \frac{S}{S_0}$.

---

[1]) Якщо числа, наведені в таблиці, вміщеній у § 114, помножити на 100, то числа ці покажуть, на яку частку сантиметра зменшується висота однометрового стовпа зазначеної у таблиці рідини при навантаженні в 1 *кг* на 1 *см*² поперечного перерізу стовпа. Для більшості рідин це будуть тисячні частки сантиметра.

III. Розподіл тиску у вагомій рідині[1]).

Теорема 1. *Тиск рідини на дно посудини не залежить від форми посудини* (рис. 101) і дорівнює сумі тиску на вільну поверхню рідини і ваги стовпа рідини заввишки h при поперечному перерізі цього стовпа в одиницю площі:

$$p = p_0 + \rho g h$$

(тут ρ — маса одиниці об'єму рідини і g — прискорення сили тяжіння).

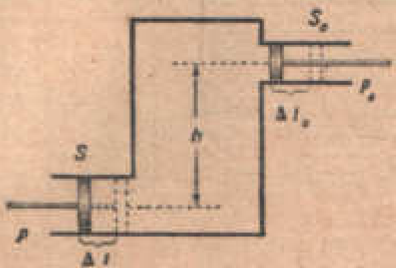


Рис. 100. До закону Паскаля.

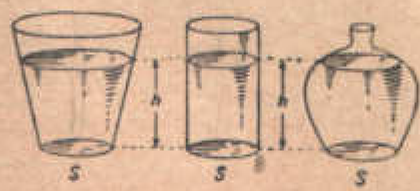


Рис. 101. Сила тиску рідини на дно посудин, зображених на рисунку, однакова (висоти рівнів однакові і площі основ рівновеликі).

Ця теорема, а разом з нею і закон Паскаля, можуть бути дуже легко виведені із закону зберігання енергії. Уявимо собі наповнену рідиною посудину (рис. 100) з двома поршнями, площі яких позначимо через S і S_0. Віддаль між центрами ваги цих площ позначимо через h. Тиск на нижній поршень нехай буде p і на верхній p_0. Вся система перебуває в рівновазі. Просунемо перший поршень вперед на дуже малий шлях Δl. Якийсь об'єм рідини $S\Delta l$ увійде всередину циліндра і просуне другий поршень на віддаль Δl_0. Робота $pS\Delta l$, виконана першим поршнем, мінус робота другого поршня $p_0S_0\Delta l_0$ повинна за законом зберігання енергії дорівнювати потенціальній енергії об'єму рідини $S_0\Delta l_0$, піднятого на висоту h:

$$pS\Delta l - p_0S_0\Delta l_0 = \rho g S_0 \Delta l_0 h.$$

Скорочуючи рівні об'єми $S\Delta l$ і $S_0\Delta l_0$, дістанемо:

$$p = p_0 + \rho g h.$$

Теорема 2. Тиск у рідині збільшується в міру занурення. *Середній тиск на бічну поверхню посудини дорівнює добуткові площі цієї поверхні на віддаль від центра ваги цієї поверхні до вільного рівня рідини.*

Теорема 3. *У сполучених посудинах рідина встановлюється на однакових рівнях* (рис. 102).

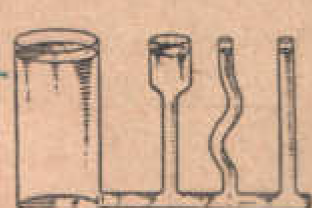


Рис. 102. У сполучених посудинах рідина встановлюється на однакових рівнях.

У місцевостях, які мають форму котловини, де є пухкий шар ґрунту (галька, пісок, гравій), що міститься між двома водонепроникними шарами з глини, опади проходять через ґрунт і скупчуються в пухких шарах. Якщо в низькому місці зробити свердловину до водоносного шару, то вода буде підніматися і може навіть бити з свердловини назовні сильним струменем. Колодязі, зроблені так, називають артезіанськими.

Теорема 4. *Висоти стовпів рідин різної густини в сполучених посудинах обернено пропорціональні густинам рідин:*

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \tag{5}$$

На рис. 103 зображено прилад Уатта, що служить для визначення невідомої густини рідини шляхом порівняння її з рідиною, густина якої добре відома: водою або ртуттю.

[1]) Доведення поданих тут теорем є майже в кожному початковому курсі фізики. Див. „Фізика" Ф. і П., част. I, § 66 — 71 і „Курс фізики" Ф. і П. част. I, § 76 — 86.

IV. Закон Архімеда. *Тіло, занурене в рідину, зазнає діяння підіймальної сили, яка дорівнює вазі витиснутої ним рідини*[1]) (рис. 104).

Вага тіла і підіймальна сила діють одна одній назустріч: якщо переважає вага, то тіло опускається на дно, якщо переважає підіймальна сила, тіло піднімається на поверхню. Тіло тоне в рідині, якщо густина тіла більша за густину цієї рідини. Тіло випливає, якщо густина його менша за густину рідини, в яку воно занурене. В разі рівності густин тіла і рідини, в яку це тіло занурене, підіймальна сила дорівнює вазі і тіло „висить“ у рідині на якій завгодно висоті.

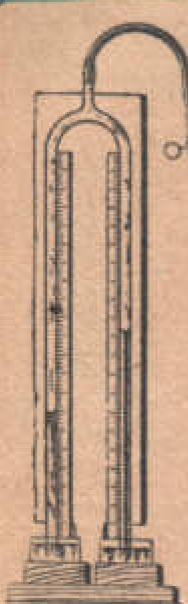


Рис. 103. Прилад Уатта для порівнювання густини рідин. Гумова трубка служить для висмоктування повітря.

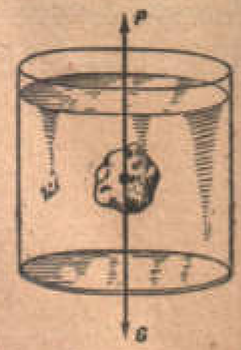


Рис. 104. До закону Архімеда. G — вага тіла, P — підіймальна сила, що дорівнює вазі витиснутої тілом рідини.

§ 68. Гідравлічний прес і гідравлічний акумулятор. Дія гідравлічного преса, зображеного на рис. 106, базується на законі Паскаля. Два циліндри, один з малим, другий з великим діаметром, сполучені трубкою, наповнені водою або олією. Малий циліндр A має поршень, який служить для нагнітання рідини у великий циліндр B. Клапан v служить для засмоктування рідини в малий циліндр, клапан w перешкоджає рідині виходити назад. Запобіжний клапан u відкривається в той момент, коли тиск у великому циліндрі перевищить границю, визначувану навантаженням на важіль, який притискує пробку клапана u.

За законом Паскаля, сили, які діють на поршні великого і малого циліндрів, відносяться як площі поршнів або як квадрати діаметрів:

$$\frac{P}{p}=\frac{S}{s}=\frac{D^2}{d^2}. \tag{6}$$

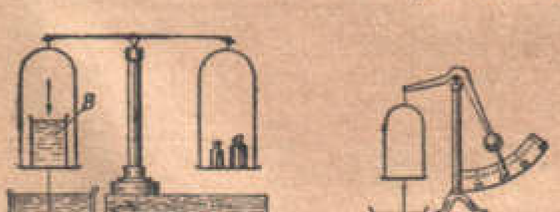


Рис. 105. Гідростатичні терези. Зрівноважують тіло A, потім занурюють його у воду і наливають у посудину B стільки води, щоб відновилася рівновага.

Тиск у трубах може бути доведений до 500 *ат* і більше, а тому з допомогою гідравлічного преса розвивають величезні сили — близько 14—15 тисяч тонн. Зрозуміло, що при цьому чим більше ми виграємо на силі, тим більше програємо на шляху: великий поршень проходить шлях у стільки разів менший за шлях малого поршня, у скільки разів його площа більша.

Застосовують гідравлічний прес в найрізноманітніших галузях техніки. У металообробній промисловості гідравлічні преси застосовують для великих поковок і виготовлення товстостінних предметів із сталі або заліза.

[1]) На законі Архімеда базується один з найпростіших способів визначення питомої ваги твердих тіл: досліджуване тіло зважують спершу в повітрі, потім, зануривши його у воду, зважують удруге. Визначена таким способом „втрата ваги“ дозволяє точно встановити об'єм, що його займає досліджуване тіло (рис. 105).

На законі Паскаля базується також дія гідравлічного акумулятора, який служить для підтримання сталого тиску рідини в трубах, що живлять гідравлічні машини.

Будова акумулятора зображена на рис. 107. Циліндр A прикріплено сполучною муфтою до фундаменту S. У циліндрі рухається поршень F,

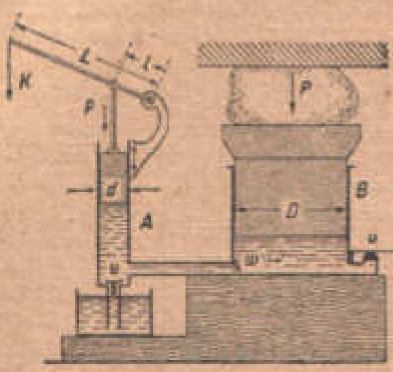


Рис. 106. Гідравлічний прес.

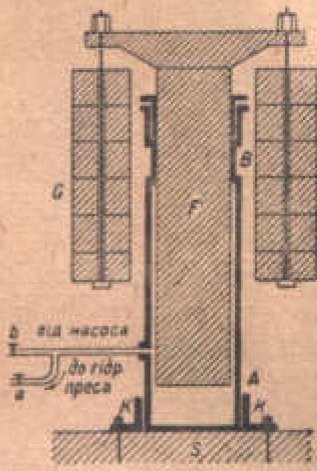


Рис. 107. Гідравлічний акумулятор.

до якого прикріплена поличка, навантажена ящиками G з залізним ломом або чавунними плитами.

Щоб запобігти просочуванню рідини, є шкіряна ущільнювальна муфта B.

„Зарядка" акумулятора полягає в тому, що піднімають поршень з вантажем. Для цього паровим або електричним насосом нагнітають в акумулятор воду. З акумулятора вода йде до машин.

§ 69. Плавучість і стійкість корабля. Вага корабля дорівнює вазі об'єму витиснутої ним води. Цей об'єм називають водотоннажністю корабля; він служить мірою здатності корабля триматися на воді, маючи задане углиблення (мірою „плавучості"). Об'єм витиснутої кораблем води повинен залишатися сталим при різних положеннях корабля.

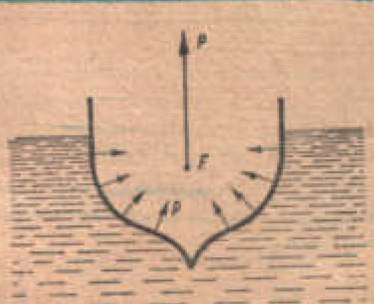


Рис. 108. Плавучість корабля.

Підіймальна сила розподілена по всій підводній частині корабля (рис. 108). На кожну елементарно малу частину підводної поверхні корабля діє елементарна підіймальна сила. Рівнодійна всіх цих сил P є повною підіймальною силою або плавучістю корабля. Точку прикладання цієї рівнодійної (на рис. 108 точка F) називають *центром тиску* або, як прийнято в російській літературі, *центром величини*. Центр величини збігається з центром ваги витиснутої рідини. При різних положеннях корабля центр витискуваної ним рідини, інакше, центр величини — точка F — переміщується (рис. 109).

Для того, щоб корабель зберігав стійкість, необхідно, щоб центр величини і центр ваги корабля лежали на тій самій прямовисній лінії. Для характеристики стійкості корабля служить уявлення про так званий *метацентр*. Метацентр є точка перетину лінії, проведеної через центр ваги корабля і через початкове положення центра величини (при невідхиленому корпусі корабля), з вертикальною лінією, на яку зміщується центр величини під час нахилення корабля (на рис. 109 метацентр — точка M). Якщо метацентр лежить в и щ е центра ваги, то, як неважко побачити з рис. 109, вага корабля і виштовхна сила під час нахилення корпусу корабля утворюють пару сил, яка повертає корабель у вихідне положення. Момент цієї пари пропорціональний віддалі метацентра M від центра ваги G; а тому вважають, що віддаль метацентра від центра ваги (відрізок MG) є міра с т і й к о с т і корабля.

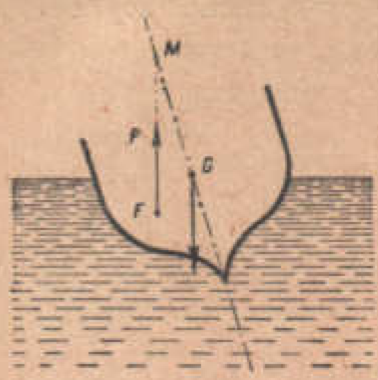


Рис. 109. F — центр величини; G — центр ваги корабля; M — метацентр.

§ 70. Течіння рідини. Потенціальне, ламінарне і турбулентне течіння. Гідродинаміка вивчає, поперше, закони руху рідини, подруге, ті сили, з якими рідина, яка рухається, діє на вміщені в неї тіла. Причиною виникнення цих сил може бути або в'я з к і с т ь, або і н е р ц і я тих частинок рідини, які бувають змушені змінити свій рух, обминаючи тіло, вміщене на їх шляху. Величина і напрям цих сил (сил в'язкості і сил інерції) залежать тільки від в і д н о с н о г о переміщення рідини і тіла, яке перебуває в ній.

Щоб визначити сили, спричинювані інерцією рідких мас, треба знати траєкторії і швидкості окремих частинок рідини перед і після того, як тіло було внесене в потік. Швидкість частинок рідини в різних ділянках потоку має різну величину. Щоб мати повне уявлення про напрям швидкості у кожній точці потоку, на рисунку, що зображає цей потік, проводять лінії, напрям яких у кожній точці з б і г а є т ь с я з н а п р я м о м ш в и д к о с т і. Ці лінії називають л і н і я м и т е ч і ї [1]. Лінії течії проводять так, щоб г у с т о т а їх зображала в певному масштабі в е л и ч и н у ш в и д к о с т і в тій або іншій ділянці потоку.

У випадку стаціонарного течіння швидкості рідини в різних точках потоку залишаються незмінними в часі. У цьому разі лінії течії збігаються з траєкторіями окремих частинок рідини. Частина потоку, обмежена з усіх боків лініями течії, називається т р у б к о ю т е ч і ї.

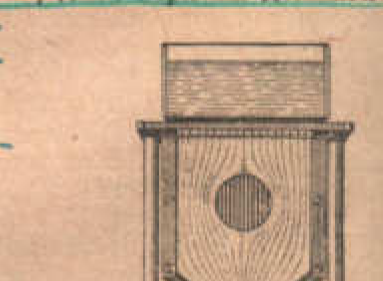


Рис. 110. Прилад для спостереження над лініями течії.

Лінії течії можна зробити видимими, підмішавши до рідини порошок алюмінієвої бронзи або пустивши в неї струмінь фарби.

На рис. 110 зображено прилад, призначений для спостережень над лініями течії. Він складається з плоскої скляної посудини, яка вгорі розширюється в резервуар, поділений пополам вертикальною перегородкою. Одну половину цього резервуара наповнюють чистою водою, а другу — забарвленою водою. Обидва резервуари сполучаються маленькими

[1]) Аналогічно з допомогою *силових ліній* зображають напрям вектора напруженості в якій завгодно точці електричного, магнітного або гравітаційного поля.

отворами з внутрішнім простором посудини. Отвори переднього резервуара зсунуті відносно отворів заднього на половину віддалі між отворами. Струмені забарвленої і чистої води, чергуючись, витікають у простір між плоскими скляними стінками посудини і дають чітку картину ліній течії рідини.

На рис. 111 схематично зображено картину, яку маємо при обтіканні круглого циліндра.

Спостерігаючи описаним вище способом лінії течії, можна помітити, що характер течіння рідини великою мірою залежить від близькості стінок посудини. На розподіл швидкостей поблизу стінок впливають сили тертя і форма потоку. Далі від стінок розподіл швидкостей зумовлюється тільки формою потоку. Назвемо перший, складніший, випадок течінням при терті, другий — вільним течінням.

Рис. 111. Лінії течії.

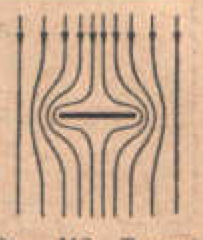


Рис. 112. Течіння рідини, яка огинає поміщену в ній пластинку. Картина, яку бачить нерухомий відносно пластинки спостережник.

На рис. 112 і 113 зображені лінії течії вільного стаціонарного потоку при обтіканні тонкої пластинки, поставленої перпендикулярно до потоку. На рис. 112 зображена картина, яку бачить спостережник, нерухомий відносно пластинки: частинки рідини, зустрівши пластинку, відхиляються від початкового шляху; струмені рідини, обхопивши пластинку з обох боків, замикаються позаду неї. На рис. 113 зображена картина, що її бачить нерухомий відносно рідини спостережник, повз якого проходить пластинка: частинки рідини, відкинуті вперед і в сторони рухомою пластинкою, обходять її краї і йдуть у простір, який звільнився позаду пластинки. В цьому разі лінії течії дуже подібні до силових ліній плоского провідника, зарядженого з одного боку позитивною, з другого — негативною електрикою. В наслідок цієї аналогії, яка легко може бути розвинута і поглиблена математично, вільне течіння, яке встановилося, називають потенціальним течінням.

Течіння при терті буває або шаруватим — „ламінарним“[1]) або вихровим, „турбулентним“[2]). При ламінарному течінні шари рідини ковзають один по одному без обертання з швидкостями, які збільшуються в міру віддалення від стінок посудини. Особливо зручно спостерігати ламінарне течіння у вузькій скляній трубці (рис. 114, *а*). Поки течіння має шаруватий характер, струмінь фарби, пущений у трубку, залишається різко обмеженим. При збільшенні швидкості настає такий момент, коли течіння переходить у турбулентне: різка межа між чистою і забарвленою рідиною зникає, і вся трубка стає заповненою неправильними рухами (рис. 114, *b*).

Рис. 113. Те саме течіння, що на рис. 112. Картина, яку бачить спостережник, нерухомий відносно рідини.

а

б

Рис 114. *а*) Ламінарне і *b*) турбулентне течіння вздовж капілярної трубки.

---

[1] Від латинського lamina — пластинка.
[2] Від латинського turbulentus — неспокійний.

При турбулентному течінні частинки рідини перестають ковзати вздовж стінок трубки і одна біля одної і починають робити обертальні рухи. Точніше уявлення про турбулентний рух можна дістати так. Уявимо собі, що всередину трубки щільно вставлено кругле гумове кільце, крізь яке проходить стрижень (рис. 115). Якщо всовувати стрижень всередину трубки, то кільце буде котитися без ковзання, пересуваючись вперед з швидкістю, яка дорівнює половині швидкості стрижня. Турбулентний рух рідини вздовж трубки має такий самий характер: у місцях дотикання рідини до трубки утворюються вихрові кільця, які „котяться" всередині трубки.

Рис. 115. Модель, яка пояснює турбулентне течіння в трубці.

Кінетична енергія ламінарного течіння рідини являє собою енергію поступного руху частинок рідини. Кінетична енергія турбулентно - текучої рідини складається з енергії поступного і обертального рухів частинок рідини. Звідси видно, що для приведення частинок рідини до вихрового руху треба витратити додаткову роботу; це виявляється в різкому зростанні о п о р у течінню при перетворенні ламінарного течіння в турбулентне.

§ 71. Теорема про нерозривність струменя. *Добуток швидкості нестисливої і нев'язкої рідини на поперечний переріз трубки течії є величина стала.*

Дійсно, об'єм рідини, яка втікає за 1 *сек* в один кінець трубки течії, повинен дорівнювати об'ємові рідини, яка витікає з протилежного кінця, бо рух частинок рідини зображається лініями течії, і тому не може бути течіння крізь бічну поверхню трубки; рідина не затримується всередині трубки, і густина її залишається сталою. Виділимо мислено будьяку частину трубки течії (рис. 116) і позначимо площі поперечного перерізу трубки на початку і в кінці виділеної частини через S_1 і S_2; швидкості рідини для цих перерізів нехай будуть v_1 і v_2. За 1 *сек* всередину розгляданої частини трубки течії увійде об'єм рідини v_1S_1; з протилежного кінця за 1 *сек* витече об'єм рідини v_2S_2. На підставі зазначеного

Рис. 116. Через різні перерізи трубки течії в рівні проміжки часу протікають рівні об'єми рідини.

$$v_1S_1 = v_2S_2. \qquad (7)$$

Це рівняння справедливе для яких завгодно двох перерізів трубки течії; отже, згідно з висловленою вище теоремою для всіх перерізів трубки:

$$vS = \text{const}.$$

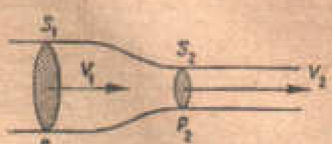


Рис. 117. До виведення рівняння Б е р н у л л і.

§ 72. Рівняння Бернуллі. У звуженій частині трубки течії швидкість рідини більша, ніж у решті потоку. Поступаючи у вузьку частину трубки течії, рідина рухається п р и с к о р е н о; отже, на рідину, яка втікає у вузьку частину трубки течії, діє з боку рідини, яка перебуває ще в широкій частині трубки, якась сила.

Очевидно, що ця сила виникає в наслідок різниці тисків у широкому і вузькому місці трубки. Сила напрямлена у бік вузької частини трубки; значить, у широких місцях трубки тиск більший, ніж у вузьких. Інакше кажучи, *в місцях звуження трубки течії тиск знижений.*

Нехай за час Δt маса рідини m втікає в один кінець трубки течії з перерізом S_1 (рис. 117). Позначимо швидкість її течіння в цьому місці трубки течії через v_1 і тиск через p_1. За час Δt у трубку втікає маса рідини m, яка несе в трубку енергію, що дорівнює сумі трьох доданків:

1) кінетичної енергії $\frac{mv_1^2}{2}$;

2) роботи, яку виконує рідина, поступаючи в трубку течії; ця робота дорівнює силі (тобто добуткові тиску p_1 на площу трубки S_1), помноженій на шлях $v_1 \Delta t$, пройдений рідиною за час Δt; робота ця, отже, дорівнює $p_1 S_1 v_1 \Delta t$;

3) потенціальної енергії тяжіння рідини mgh_1 (тут g — прискорення сили тяжіння і h_1 — висота підйому).

З таких самих доданків складається енергія, яку виносить маса рідини m, що витікає за той самий проміжок часу Δt з протилежного кінця трубки течії з поперечним перерізом S_2, де швидкість рідини v_2 і тиск p_2.

При стаціонарному течінні енергія трубки повинна залишатися незмінною; отже:

$$\frac{mv_1^2}{2} + p_1 S_1 v_1 \Delta t + mgh_1 = \frac{mv_2^2}{2} + p_2 S_2 v_2 \Delta t + mgh_2.$$

Згідно з рівнянням нерозривності струменя об'ем рідини, яка втікає в трубку за час Δt, тобто $S_1 v_1 \Delta t$, дорівнює об'ємові рідини, що витікає за той самий проміжок часу з трубки течії: $S_1 v_1 \Delta t = S_2 v_2 \Delta t$. Поділимо обидві частини попереднього рівняння на ці рівні один одному об'єми, взявши до уваги, що маса рідини, поділена на її об'єм: $\frac{m}{Sv\Delta t}$, являє густину рідини ρ. Дістаємо рівняння Бернуллі:

$$\frac{\rho v_1^2}{2} + p_1 + \rho g h_1 = \frac{\rho v_2^2}{2} + p_2 + \rho g h_2. \tag{8}$$

В цьому рівнянні тиск p виражають у дин/см^2, висоту h — в *см*, густину ρ — в г/см^3 і швидкість v — в *см/сек*; $g = 981\ \text{см/сек}^2$.

В технічній системі тиск p виражають у $\text{кг}^*/\text{м}^2$ [1]) або в *мм* водяного стовпа, висоту h — у *м*, густину ρ — в технічних одиницях маси на м^3 (для цього ρ, виражене в кг/м^3, ділять на 9,81), швидкість v виражають у *м/сек*; $g = 9{,}81\ \text{м/сек}^2$.

При течінні рідини по якомусь горизонтальному рівню потенціальна енергія рідини залишається незмінною і рівняння Бернуллі спрощується:

$$p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2}.$$

Тиск p називають статичним тиском. Величину $\rho v^2/2$, яка має, як неважко переконатися, розмірність тиску, називають динамічним тиском. Ми бачимо, що *при горизонтальному течінні рідини сума статичного і динамічного тисків залишається величиною сталою.* Ця сума називається повним тиском.

Принципіально статичний тиск треба вимірювати з допомогою манометра, нерухомого відносно текущої рідини. Практично буває досить узяти манометр, площина отвору якого розміщена, як показано на рис. 118,*А*, паралельно лініям течії. Повний тиск вимірюють манометром, отвір якого розміщений перпендикулярно до ліній течії; попавши в отвір, рідина „втрачає" свою швидкість; динамічний тиск у

[1]) Нагадаємо, що символ кг^* означає кілограм-силу, на відміну від символа *кг*, який означає кілограм-масу. За означенням технічна одиниця маси є така маса, яка під діянням сили в 1 кг^* набуває прискорення 1 м/сек^2. Це є маса, яка в 9,81 раза перевищує масу одного кілограма. Отже, щоб виразити густину ρ в технічних одиницях маси на м^3, треба ρ, виражене в кг/м^3, поділити на 9,81 (§ 4).

ції трубці дорівнюватиме нулеві, статичний тиск, що залишився, дорівнюватиме сумі статичного і динамічного тисків текущої рідини, отже, манометр покаже повний тиск (рис. 118, *B*). Зображений на цьому рисунку прилад має назву трубки Піто. Зрозуміло, що зображені на рис. 118 манометричні трубки *A* і *B* можуть бути замінені трубками, відведеними від текущої рідини до металічного манометра.

Рис. 118. *A*) Для вимірювання статичного тиску отвір манометричної трубки розміщують паралельно лініям течії; *B*) для вимірювання повного тиску отвір манометричної трубки розміщують перпендикулярно до ліній течії (трубка Піто).

§ 73. Поширення теореми Бернуллі на ввесь потік. Теорема Бернуллі була нами доведена для однієї трубки течії. Але вона є справедливою для яких завгодно двох точок потенціального потоку. Розглянемо, наприклад, потік, який обтікає циліндричне тіло, вісь якого перпендикулярна до площини рисунка (рис. 119). На достатньо великій віддалі від циліндра лінії течії, а, отже, і трубки течії будуть мати такий самий характер, як в незбуреному потоці.

Швидкість v_0 і тиск p_0 в якій завгодно точці „незбуреного" потоку мають ту саму величину. Виберемо, як на рис. 119, у двох різних трубках течії по два довільних перерізи, з яких один візьмемо так далеко від циліндра, щоб можна було не зважати на спричинюване ним збурення, а другий візьмемо біля поверхні циліндра. Пишемо для кожної трубки рівняння Бернуллі:

$$\frac{\rho v_0^2}{2}+p_0=\frac{\rho v_1^2}{2}+p_1;$$

$$\frac{\rho v_0^2}{2}+p_0=\frac{\rho v_2^2}{2}+p_2,$$

де v_0 і p_0 — швидкість і тиск незбуреного потоку, а v_1 і v_2, p_1 і p_2 — швидкості і тиски в двох трубках поблизу циліндра. Дві величини, нарізно рівні третій, рівні між собою. А тому:

$$p_1+\frac{\rho v_1^2}{2}=p_2+\frac{\rho v_2^2}{2};$$

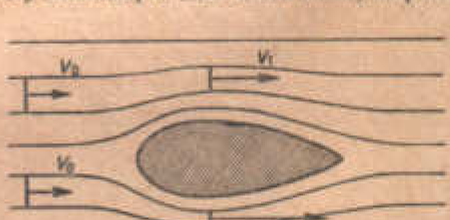


Рис. 119. Теорему Бернуллі можна застосувати для яких завгодно двох точок стаціонарного потоку.

це доводить справедливість рівняння Бернуллі для двох довільно обраних точок потоку [1]).

§ 74. Границя застосовності рівняння Бернуллі. Рівняння Бернуллі було нами виведене з припущенням, що енергія текущої рідини залишається незмінною. В дійсності ж деяка частина енергії витрачається на роботу, напрямлену проти сил тертя; в зв'язку з цим рідина нагрівається, і внутрішня енергія рідини, яку ми вважали за сталу і тому не брали

[1]) Доводячи, що рівняння Бернуллі може бути узагальнене на весь потік, ми взяли до уваги, що в різних точках збуреного потоку однакові не тільки швидкості, а й статичні тиски. Останнє, зрозуміло, для вагомих рідин, неправильне: тиск зростає в міру збільшення глибини. Для аеро- і гідродинамічних розрахунків (але не для статичних) ця обставина звичайно не має практичного значення, бо розміри дирижаблів, аеропланів і підводних човнів дозволяють у динамічних розрахунках не зважати на зміну тиску з глибиною і брати якийсь середній тиск, який з достатньою точністю можна вважати за сталий по всій висоті цих тіл.

до уваги, зростає. Ми припускали також, що частинки рідини не проходять крізь бічну поверхню трубки течії. В дійсності ж тепловий рух порушує течіння рідини по певних лініях течії.

Тим то до дуже в'язких рідин рівняння Бернуллі не можна застосувати. Але для таких рідин, як вода, а також і для повітря рівняння Бернуллі практично є досить точним.

§ 75. Прилади, дія яких пояснюється рівнянням Бернуллі. Сума статичного і динамічного тисків залишається сталою величиною, а тому в струмені статичний тиск завжди буває менший, ніж у нерухомій рідині, і при великих швидкостях може стати навіть негативним. У цьому разі рідина, яка протікає по вузькій частині трубки, перебуватиме в стані всебічного розтягу, через те ж що міцність рідини на розрив велика (§ 115), негативний тиск може досягти значної величини. Якщо тиск у нерухомій рідині дорівнював атмосферному, то тиск у струмені буде менший атмосферного. Струмінь буде виявляти засмоктуючу дію. На цьому явищі базується дія цілого ряду приладів, наприклад, усім відомого пульверизатора, зображеного на рис. 120. По трубці a продувають повітря. Струмінь, що виходить через сопло b, засмоктує воду в трубку c і розпилює її.

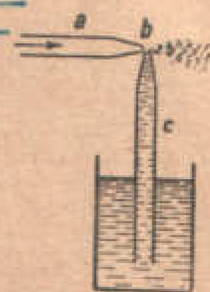


Рис. 120. Пульверизатор.

Інжектор. Інжектором називають пароструминний насос, який служить для живлення водою парових котлів паровозів, пароплавів, локомобілів і т. ін. На рис. 121 зображено найпростіший інжектор. Через патрубок D до інжектора підводиться з котла пара, яка, пройшовши через сопло u, поступає з великою швидкістю у змішувач a.

Через засмоктуючу дію струменя, а також конденсацію пари — тиск у змішувачі знижується; у нього входить вода по патрубку W з коробки інжектора. Із змішувача струмінь води з великою швидкістю входить у дифузор K, що розширюється, втрачає свою швидкість, тиск в дифузорі різко підвищується, стає вищим, ніж у котлі, в наслідок цього піднімається зворотний клапан, і вода поступає в котел. Між змішувачем і дифузором залишають щілину b, крізь яку при пусканні інжектора виходять надвишок води і пари.

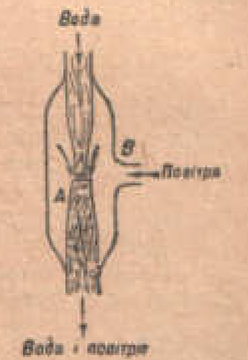


Рис. 122. Водоструминний насос.

Струмінь води, що виходить із сопла, створює розрідження в резервуарі A. Трубка B приєднується до резервуара, з якого слід викачати повітря.

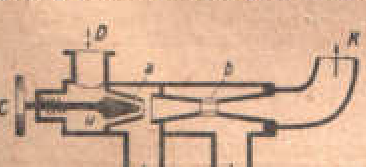


Рис. 121. Інжектор.

При пусканні інжектора потрібно менше пари, ніж під час роботи повним ходом, а тому сопло має регулюючий пристрій C.

За цим самим принципом працює паровозний конус, який утворює сильну тягу в димарі.

Водоструминні насоси. Водоструминні насоси базуються на всисному діянні водяного струменя. Принцип діяння цих насосів зрозумілий з рис. 122.

Водоструминні насоси вживаються як повітряні насоси в конденсаторних установках при парових турбінах, у лабораторіях і т. ін. І водо- і пароструминні насоси дуже надійні в роботі, але коефіцієнт корисної дії їх надзвичайно малий, тому вживають їх у тих випадках, коли є велика кількість пари (спрацьована пара) або води, що їх чомусь не можна використати економічніше.

Карбюратор. Карбюратором називається прилад, який живить бензиновий двигун внутрішнього згорання робочою сумішкою — сумішкою пального з повітрям. Будова карбюратора зображена на рис. 123. По трубі K зовнішнє повітря всмоктується в циліндр мотора. У звуженій частині труби — дифузорі $Л$ — утворюється знижений тиск, і бензин з поплавкової камери H, де тиск дорівнює атмосферному, через калібровану трубочку (через жиклер A) витікає в дифузор і випаровується в прохідному повітрі. Для того щоб бензин не виливався через жиклер, у поплавковій камері є поплавок $Д$, з якими сполучена голка $Г$, що закриває доступ бензину з бака, як тільки рівень його підніметься вище отвору жиклера. Дросельна заслінка B регулює швидкість повітря, а разом з тим і швидкість бензину, який поступає в мотор.

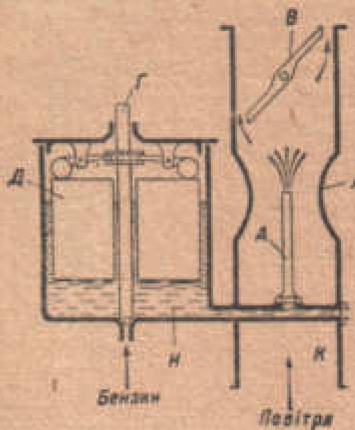


Рис. 123. Карбюратор.

§ 76. Витікання рідини з отвору. Користуючись теоремою Бернуллі, легко можна визначити, з якою швидкістю буде витікати рідина з бічного отвору в посудині або під дінням власної ваги, або під діянням постійного тиску на її поверхню. На рис. 124 зображена рідина, що витікає з швидкістю v з отвору A з площею S. Тиск у струмені рідини можна вважати рівним атмосферному тискові p. Тиск всередині посудини на рівні отвору позначимо через p_1. Складаємо рівняння Бернуллі для трубки течії, яка починається всередині посудини і закінчується в струмені:

$$p+\frac{\rho v^2}{2}=p_1+\frac{\rho v_1^2}{2}.$$

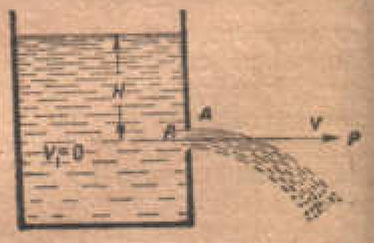


Рис. 124. Витікання рідини з отвору в стінці посудини.

Швидкість рідини v_1 всередині посудини наблтжено можна вважати рівною нулеві ($v_1=0$). А тому:

$$p_1-p=\frac{\rho v^2}{2}.$$

Якщо різниця тисків всередині посудини і в струмені утворюється вагою стовпа рідини є висотою h, то $p_1-p=\rho gh=\frac{\rho v^2}{2}$, і

$$v=\sqrt{2gh}. \tag{9}$$

Швидкість v, з якою витікає рідина, дорівнює тій швидкості, якої набула б частинка рідини, падаючи від вільного рівня до отвору (теорема Торічеллі).

§ 77. Течіння рідини по трубі. Під час течіння рідини по трубі якась частина її енергії витрачається на роботу проти сил тертя і перетворюється на внутрішню енергію. Тому можна написати, взявши до уваги зазначене в § 72:

$$\left(\frac{mv_1^2}{2}+p_1S_1v_1\Delta t+mgh_1\right)-\left(\frac{mv_2^2}{2}+p_2S_2v_2\Delta t+mgh_2\right)=\text{роботі тертя за час } \Delta t.$$

Поділивши обидві частини на об'єм $S_1v_1\Delta t=S_2v_2\Delta t$, дістанемо:

$$\left(\frac{\rho v_1^2}{2}+p_1+\rho gh_1\right)-\left(\frac{\rho v_2^2}{2}+p_2+\rho gh_2\right)=C=\text{роботі тертя в одиниці об'єму}$$

за 1 *сек.*

Якщо швидкість течіння рідини однакова на всьому протязі труби і труба прокладена горизонтально, то статичний тиск повинен зменшитися, бо в цьому разі $p_1 - p_2 = C$. Зменшення тиску можна помітити з допомогою прилада, зображеного на рис. 125. Чим вужча труба і чим більша в'язкість рідини, тим більша робота тертя, тим швидше спадає тиск. Спадання напору в водопровідних трубах із збільшенням віддалі від водопровідної станції пояснюється тертям всередині труб.

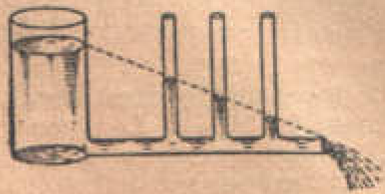


Рис. 125. Течіння рідини по трубці. Через тертя тиск в кінці трубки менший, ніж на початку.

§ 78. Використання енергії текущої рідини. Найпростіше використати енергію текущої рідини, поставивши на її шляху зігнуту пластинку. Ударяючись об пластинку, рідина буде рухати її, втрачаючи при цьому частину своєї швидкості. Енергія рідини буде передаватися пластинці.

На рис. 126 зображена така пластинка, об яку з абсолютною швидкістю v_0 ударяється струмінь води і після удару збігає по пластинці з відносною швидкістю v_2.

Під діянням струменя пластинка рухається з швидкістю v_1. Абсолютна швидкість води v_0 дорівнює, очевидно, геометричній сумі відносних швидкостей v_1 і v_2.

Пробігши по пластинці, вода стікає з її нижнього кінця з зменшеною відносною швидкістю v_2'. Абсолютна швидкість стікаючої води v_0', яка дорівнює сумі відносних швидкостей v_1' і v_2, буде значно менша початкової швидкості v_0. Якщо за секунду по пластинці збігає маса рідини m, то енергія E, віддавана щосекунди, дорівнюватиме кінетичній енергії, втраченій рідиною за цей час:

$$E = \frac{mv_0^2}{2} - \frac{mv_0'^2}{2}. \qquad (10)$$

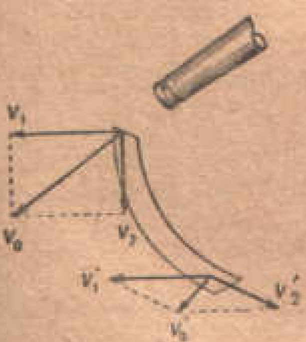


Рис. 126. Швидкість v_0 рідини, яка ударяється об пластинку, зменшується. Пластинка починає рухатися з швидкістю v_1.

Найбільшим це віддавання енергії буде в тому разі, коли пластинка рухається з швидкістю, що дорівнює половині швидкості рідини. Справді, якщо пластинка нерухома, тиск на неї буде найбільший, але пластинка не переміщується, і тому ніякої роботи вона не виконає. Якщо ж пластинка рухається з швидкістю рідини, то гідродинамічний тиск на неї дорівнює нулеві: робота знов дорівнює нулеві. Робота вимірюється добутком сили на переміщення; а тому

робота, виконувана пластинкою, буде найбільшою тоді, коли пластинка рухається з проміжною швидкістю, яка дорівнює половині швидкості потоку.

§ 79. Гідравлічні силові установки. Типи гідростанцій. Описаним вище способом можна використати енергію природних водних потоків, водопадів, річок і ін. Якщо за 1 *сек* падає Q *м³* води з висоти H, то від даного потоку за 1 *сек* можна теоретично мати роботу $1000 \cdot Q \cdot H$ *кг*м/сек* або потужність

$$P_{max} = \frac{1000 \cdot H \cdot Q}{75} \text{ к. с.}$$

Дійсна ж потужність буде менша теоретично обчисленої:

$$P = \eta P_{\max} = \eta \frac{1000HQ}{75} \text{ к. с.} \tag{11}$$

Величину η називають **коефіцієнтом корисної дії** (к. к. д.) установки. К. к. д. сучасних гідравлічних установок коливається між 0,75 і 0,85 і в рідких випадках доходить до 0,95.

За наявними неповними підрахунками запас водної енергії в СРСР визначається в 65 мільйонів *к. с.*, що становить 9% всіх світових запасів „білого вугілля".

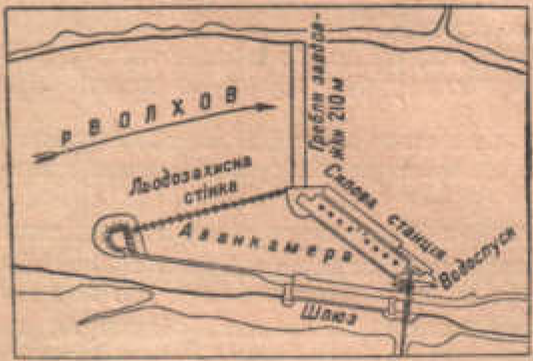


Рис. 127. План Волховської гідроелектростанції (схема).

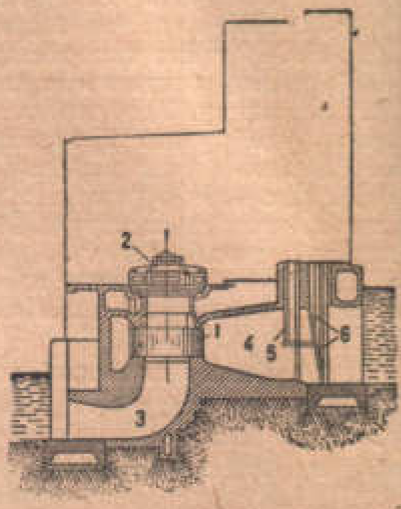


Рис. 128. Волховська ГЕС (поперечний розріз)

1 — турбіна, 2 — генератор, 3 — всмоктувальна труба, 4 — підвідна камера, 5 — щити, 6 — грати.

Споруди, які служать для перетворення енергії водного потоку на електричну, називають гідроелектростанціями. Належний напір (висота падання) води створюється з допомогою греблі.

За величиною створюваного напору і за характером споруд гідростанції поділяються на два типи.

1) Низьконапірні станції річкового типу з напором до 20 *м*, споруджувані на рівнинних річках з малим падінням. Характерною особливістю цих станцій є безпосередня близькість греблі до будинку станції (рис. 127). Вода, пройшовши льодозахисну стінку, попадає (рис. 128) в аванкамеру 6, звідки крізь захисні грати 5 проходить до підвідної камери 4 і, далі, до турбін 1. Надмір води відводиться через водоспуск, що має щитовидний, роликовий або сегментний затвор.

2) Середньонапірні (близько 50 *м*) і високонапірні (понад 50 *м*) станції, які характеризуються тим, що перше ніж попасти в турбіни, вода проходить по безнапірних або напірних водоводах.

§ 80. Водяні двигуни. Турбіни Френсіса, Каплана і Пельтона. Основною частиною всякого водяного двигуна є робоче колесо, що має лопатки; діючи на ці лопатки, вода рухає колесо. Якщо при цьому використовується енергія текущої рідини (§ 78), то двигун називається **водяною турбіною**. Якщо ж використовується тільки вага води,— то **водяним колесом**.

Будовані і експлуатовані тепер турбіни поділяються на **напірні і вільноструминні**.

Принцип дії напірних турбін (рис. 128 і 129) полягає ось у чому: вода попадає у підвідну камеру 4 під великим тиском, але з малою швидкістю. Пройшовши через вузьку частину підвідної камери і напрямне колесо, вода набуває великої швидкості, — її потенціальна енергія переходить у кінетичну, яка передається робочому колесу. Лопатки робочого колеса повинні бути зроблені так, щоб, проходячи по них, вода втратила якнайбільшу частину своєї швидкості. Всмоктувальна труба (рис. 128), що розширяється до вихідного отвору, служить для зменшення швидкості води при виході II з турбіни. З всмоктувальної труби вода виходить при атмосферному тиску і з швидкістю, яка приблизно дорівнює тій, з якою вона поступала у підвідну камеру. Отже, напірні турбіни використовують усю потенціальну енергію води, що є на висоті верхнього б'єфа.

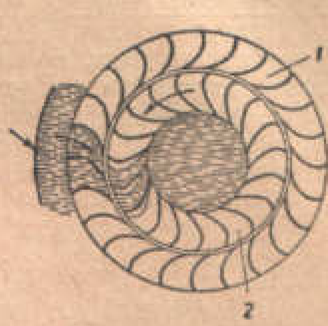


Рис. 129. Напрямне колесо турбіни — 1, робоче колесо — 2.

За типом робочих коліс напірні турбіни поділяються на турбіни Френсіса і турбіни Каплана.

Турбіна Френсіса. Робоче колесо турбіни Френсіса (рис. 130) поміщене всередині напрямного колеса з рухомими лопатками, які напрямляють воду перпендикулярно до осі робочого колеса, по дотичних до його лопаток. Пройшовши по лопатках робочого колеса, вода із значно зменшеною швидкістю витікає в напрямі осі колеса і попадає у відсмоктувальну трубу. Відносна швидкість витікання води з робочого колеса залишається перпендикулярною до його осі, але напрямленою не по нормалі, а по дотичній до обода.

Рис. 130. Робоче колесо турбіни Френсіса.

Турбіни Френсіса мають надзвичайно велике поширення. Вони застосовуються при найрізноманітніших напорах (від 0,5 до 250 *м*). Їх к. к. д. доходить до 94,5, а потужність — до 90 000 *к. с.* (на Дніпрогесі).

Турбіни Каплана і пропелерні турбіни. Для використання великих витрат води з малим напором застосовують турбіни Каплана і пропелерні, робочі колеса яких нагадують зовнішнім виглядом корабельний гвинт (рис. 131). Турбіни Каплана роблять з рухомими лопатками; це дозволяє при всякій витраті води ставити лопатки в найвигідніше положення і тим збільшувати к. к. д. турбіни.

Рис. 131. Робоче колесо турбіни Каплана з рухомими лопатками.

Свірська ГЕС устаткована турбінами Каплана потужністю 37 200 *к. с.* з напором в 11 *м*, які роблять 75 *об/хв.*

Регулювання ходу турбіни. Звичайно турбіни безпосередньо сполучаються з генераторами змінного струму, отже, буває необхідно підтримувати стале число обертів турбіни при різних навантаженнях генератора і різних напорах води. Досягається це регулюванням надходження води в турбіну; для цього напрямні колеса мають рухомі лопатки, обертанням яких змінюють кількість води, що попадає в турбіну. Лопатки регулюють або руками, або з допомогою автоматів, які діють за принципом регулятора Уатта.

При малих витратах води і великих напорах застосовують вільно-струминні турбіни Пельтона (рис. 132*a*).

Вода з насадки *H* (сопла), всередині якої рухається голка, що регулює надходження води, попадає на робоче колесо (рис. 132*b*), яке має лопатки, кожна з так званим ножем усередині. Попавши на лопатку, у напрямі, майже дотичному до обода колеса, струмінь води розрізається ножем і відхиляється в обидві сторони, втрачає швидкість і віддає колесу свою кінетичну енергію; коштом цього і працює турбіна.

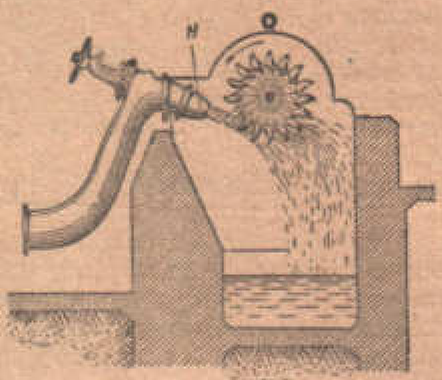


Рис. 132*a*. Схема турбіни Пельтона.

Рис. 132*b*. Робоче колесо турбіни Пельтона.

Застосовують турбіни Пельтона при напорах від 100 *м* і вище. Їх потужність доходить 20 000 *к. с.* і число обертів — 200 за хвилину. Ці турбіни використовують тільки частину напору води, від верхнього б'єфу і до входу в робоче колесо, але при великих напорах така втрата значення не має.

§ 81. Хвилі на поверхні рідини. Хвилі виникають не тільки на вільній поверхні рідини, але взагалі на поверхні розділу двох рідин, наприклад, масла і води або солоної і прісної води, а також на дифузійній границі двох газів різної густини.

Рух частинок рідини, яка хвилюється, можна зробити видимим, підмішавши до неї алюмінієві блискітки. На рис. 133 зображено хвилі, які поширюються по поверхні води, налитої у плоскостінний скляний жолоб.

На рис. 134 зображено хвилі на поверхні розділу масла і води, утворені з допомогою того самого жолоба. Ми бачимо, що вільна поверхня масла в цьому разі майже спокійна.

Гребені хвилі, як добре видно на цих рисунках, високі й вузькі, заглибини — положисті й широкі. Хвилі поширюються по всіх напрямах від джерела коливання з деякою швидкістю, яка залежить від віддалі між гребенями — від довжини хвилі.

Якщо спостерігати хвилі з боку, можна подумати, що рухається увесь верхній шар рідини. Легко переконатися, що це не так; для цього досить кинути на поверхню води кусочки корка або соломинки; кожна частинка рідини тільки коливається біля деякого положення, але не переміщується разом з хвилею. Рис. 135 зроблено за фотознімком, знятим з експозицією, яка дорівнює періодові хвилі. На цьому рисунку видно, що частинки рідини, яка хвилюється, рухаються по колових траєкторіях. Чим глибше частинка, тим менше коло вона описує, і на деякій віддалі від поверхні рідини частинки залишаються зовсім нерухомими. Цього і слід було чекати, бо інакше, щоб створити хвилі на поверхні океану, довелося б привести до руху рідину на всій його глибині, а для цього потрібна була б величезна витрата енергії, чого, як відомо, в дійсності немає.

Опір, що його зазнає корабель, який рухається у воді, пояснюється головне тим, що частина його енергії витрачається на створення хвиль, які неминуче виникають під час руху корабля. А тому завданням корабельних конструкторів є надати обводам корабля такої форми, при якій він утворював би щонайменшу хвилю.

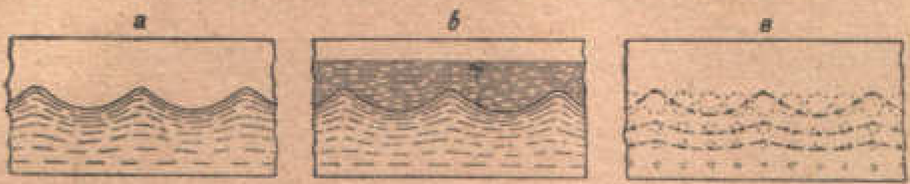


Рис. 133. Хвилі на поверхні води, спостережувані з допомогою скляного жолоба.

Рис. 134. Хвилі на поверхні масла і води.

Рис. 135. Частинки рідини, яка хвилюється, рухаються по колових траєкторіях.

Виникненням хвиль на поверхні розділу прісної і солоної води пояснюється дуже цікаве явище — так звана „мертва вода", що її спостерігають недалеко від гирла річок, особливо в Скандінавських фіордах. Кораблі, які йдуть по воді, раптом гальмуються в наслідок того, що корабель, попавши на поверхню розділу прісної і солоної води, розводить на ній невидиму з поверхні моря хвилю.

На поверхні розділу двох шарів атмосфери різної (через різницю температур) густини теж нерідко виникають хвилі, які рухаються з дуже малою швидкістю і стають помітними в наслідок періодичної конденсації водяної пари, підніманої на гребенях хвиль у холодніші шари атмосфери, де вона утворює так звані „хвилясті" хмари.

Швидкість поширення хвиль на поверхні рідини залежить від співвідношення між глибиною рідини і довжиною хвилі. У найзагальнішому випадку швидкість поширення хвиль виражається досить складною формулою; але для тих класів хвиль, у яких довжина хвилі досить велика абож, навпаки, досить мала порівняно з глибиною рідини, зазначена формула дуже спрощується.

У припливних хвиль (зумовлених сукупною дією тяжіння до Сонця і Місяця) довжина хвилі досягає сотень кілометрів, тобто є величиною дуже великою, порівнюючи з глибиною моря. В наслідок цього швидкість поширення v припливних хвиль практично залежить тільки від глибини моря H і визначається формулою:

$$v=\sqrt{gH},$$

де g — прискорення сили тяжіння.

У звичайних морських хвиль довжина хвилі, навпаки, дуже мала порівняно з глибиною. У зв'язку з цим швидкість поширення цих хвиль залежить тільки від довжини хвилі і визначається формулою:

$$v=\sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}},$$

де λ — довжина хвилі.

В разі надзвичайно коротких, так званих **капілярних** хвиль головну роль відограють міжчасткові сили, а не сила тяжіння. Швидкість поширення капілярних хвиль визначається формулою:

$$v = \sqrt{\frac{2\pi\sigma}{\rho\lambda}}$$

де σ — поверхневий натяг (§ 186), ρ — густина рідини.

РОЗДІЛ V.

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ АЕРОМЕХАНІКИ.

§ 82. Закон Бойля. Густина газу при нормальному тиску в кілька сотень і навіть тисяч разів менша густини рідини, з якої даний газ утворився. Це означає, що при нормальних умовах середні віддалі між молекулами газу в десятки разів перевищують віддалі між молекулами рідини. Молекулярні сили в газах виявляються тому в значно меншій мірі, ніж у рідинах.

В наслідок теплового руху молекул газ займає увесь наданий йому об'єм. Зовнішній тиск може в багато разів зменшити об'єм, що його займає газ. Дослід показує, що *об'єм газу при незмінній температурі обернено пропорціональний тискові* (закон Бойля-Маріотта) — $pV = \text{const}$. Цей закон був би цілком точним, якби молекули газу були нескінченно малими і між ними зовсім не існувало сил взаємодіяння. Проте, таких „ідеальних" газів у дійсності не існує. Але чим менша густина газу, тим менше виявляються сили взаємодіяння його молекул і тим більше газ наближається за своїми властивостями до ідеального газу. Для таких газів, як повітря, водень, кисень, гелій, азот, відхилення від закону Бойля при не дуже великих тисках (близько 30 — 50 *am*) не такі великі, щоб їх треба було брати до уваги в технічних розрахунках.

§ 83. Атмосфера. Барометрична формула. Земля оточена повітряною оболонкою — атмосферою. Повітря не розлітається в світовому просторі, бо цьому перешкоджають сили тяжіння: для того, щоб залишити Землю, молекула повітря, яка перебуває на верхній границі атмосфери, повинна мати швидкість більшу 10 *км/сек*, а середня швидкість теплового руху молекул повітря значно менша за цю величину.

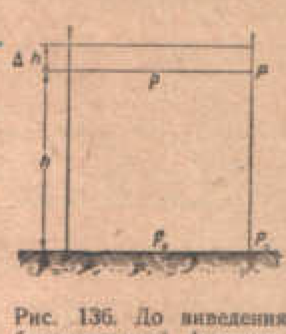


Рис. 136. До виведення барометричної формули.

Подібно до шару рідини, атмосфера тисне на всяке тіло, яке перебуває в ній. Дослід показує, що на рівні моря нормальний тиск атмосфери $p = 760$ *мм* Hg $= 1{,}033$ *кг*^{в}/*см*^{2}. При цьому тиску і температурі 0°C густина повітря дорівнює 1,293 *кг/м*^{3}. За цими даними можна було б визначити товщину атмосфери, як ми робили це для шару рідини, якби густина повітря скрізь була та сама. Але за законом Бойля густина повітря прямо пропорціональна тискові; в міру підйому шар повітря, що залишається, стає тоншим, тиск, що його він чинить, зменшується, і тому з висотою густина повітря меншає.

Нехай на рівні землі тиск дорівнює p_0 і густина повітря ρ_0, а на висоті h — тиск p і густина ρ (рис. 136). При зміні висоти на якусь величину dh тиск зміниться (зменшиться) на величину Δp. Якщо шар dh настільки тонкий, що густину повітря в ньому можна вважати однаковою, то $dp = -g\rho dh$. Тут ρ є густина повітря на висоті h; за законом Бойля:

$$\rho = \rho_0 \frac{p}{p_0}.$$

Отже:

$$dp = -g\rho_0 \frac{p}{p_0} dh.$$

Поділимо обидві частини цього рівняння на p. Зауважимо, що $\frac{dp}{p} = d \ln p$, де $\ln$ — знак натурального логарифма. Проінтегруємо тепер одержане рівняння в границях від рівня моря ($h=0$) до висоти h і відповідно від тиску $p=p_0$ до p:

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p} = -g \frac{\rho_0}{p_0} \int_{0}^{h} dh.$$

Знаходимо:

$$\ln \frac{p}{p_0} = -g \frac{\rho_0 h}{p_0}.$$

Беручи до уваги, що $g\rho_0 = 1{,}293$ *кг*/м³* і $p_0 = 1{,}0333$ *кг*/см²* $= 10\,333$ *кг*/м²*, підрахуємо, що права частина написаного вище співвідношення дорівнює $-0{,}000125\,h$, при чому висота h тут повинна бути виміряна в метрах. Якщо ми умовимось розуміти під h висоту, виміряну в кілометрах, то коефіцієнт при h треба збільшити в тисячу разів. Отже, приходимо до такого барометричного закону зменшення тиску атмосферного повітря з висотою:

Рис. 137. Тиск атмосфери на різній висоті.

$$p = p_0 e^{-0{,}125h}, \tag{1}$$

тут h виміряно в кілометрах, а тиски p на висоті h *км* і p_0 на рівні моря — у довільних, але, зрозуміло, тотожних одиницях.

Спад тиску з висотою графічно зображено на рис. 137.

Барометрична формула має широке застосування в геодезії, авіації і метеорології.

Барометрична формула була б точною, якби температура повітря на всіх висотах була однакова. В дійсності в атмосфері теплової рівноваги немає; температура повітря з висотою знижується. В зв'язку з цим зміна густини повітря з висотою зумовлюється не самим тільки зменшенням ваги шару атмосфери, який лежить вище, але також і зниженням температури повітря. Цей спад температури повітря в міру віддалення від поверхні Землі в різних частинах земної кулі неоднаковий.

По багатьох країнах, у тому числі і в СРСР, взято як основу для порівняння стандартну атмосферу, розрахунок якої проводиться з припущенням, що тиск на рівні моря при 15° С становить 1013 мілібарів = 760 *мм* Hg і спад температури з висотою дорівнює 6,5° на 1000 *м*.

Співвідношення між висотою, тиском, густиною і температурою стандартної атмосфери наведено в такій таблиці:

Таблиця 7.

Стандартна атмосфера.

Висота	Тиск $\frac{p}{p_0}$	Густина $\frac{\rho}{\rho_0}$	Температура
0	1	1	15
1 000	0,887	0,907	8,5
2 000	0,784	0,822	2
3 000	0,692	0,742	— 4,5
4 000	0,608	0,669	—11
5 000	0,533	0,601	—17,5
6 000	0,465	0,538	—24
7 000	0,405	0,481	—30,5
8 000	0,351	0,428	—37
9 000	0,303	0,381	—43
10 000	0,261	0,337	—50

§ 84. Прилади, які служать для вимірювання тиску. Будова приладів, які служать для вимірювання тиску, відома з шкільного курсу[1]); а тому тут ці прилади ми описуємо конспективно.

Манометр. Тиск рідин і газів вимірюють з допомогою манометрів.

Відкритий рідинний манометр (рис. 138) складається з U-подібної трубки, наповненої будьякою малолеткою рідиною. Одно коліно трубки сполучене з резервуаром, де треба виміряти тиск, друге — з атмосферою. З різниці рівнів у колінах трубки судять про величину вимірюваного тиску.

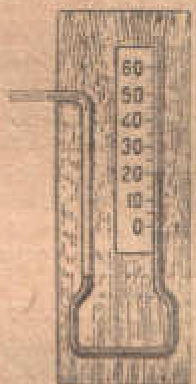


Рис. 138. Відкритий рідинний манометр.

Для вимірювання великих тисків служить закритий рідинний манометр (рис. 139), що складається з U-подібної трубки, запаяної з одного кінця. Відкритий кінець трубки сполучають з резервуаром, де треба виміряти тиск. Закритий кінець трубки містить повітря, спершу під атмосферним тиском. Це повітря стискається, і з зменшення його об'єму можна судити про величину вимірюваного тиску: якщо повітря буде стиснутим у два рази, тиск дорівнює 2 *ат*; у трирази — 3 *ат* і т. д.

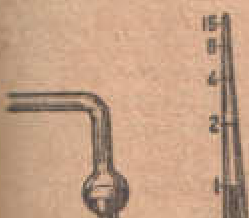


Рис. 139. Закритий рідинний манометр.

Металічний манометр (рис. 140) складається з зігнутої металічної трубки, запаяної з одного кінця, другий кінець трубки прилучають до резервуара, тиск у якому треба виміряти. Під діянням газу або рідини, що надходить у трубку, трубка намагається розігнутися. Кінець трубки сполучений з стрілкою, яка вказує тиск на шкалі. Прилади, які служать для вимірювання атмосферного тиску, називаються барометрами.

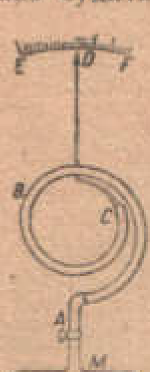


Рис. 140. Металічний манометр.

Ртутний барометр (рис. 141) складається з скляної трубки завдовжки близько 90 *см*, запаяної з одного кінця. Цю трубку наповнюють ртуттю до країв і занурюють відкритим кінцем у резервуар з ртуттю. При цьому вживають усіх запобіжних заходів, щоб у трубку не попало повітря. Ртуть виливається з трубки доти, поки тиск ртутного стовпа не стане рівним тискові атмосфери. Над ртуттю утворюється безповітряний простір — торічеллієва пустота. Нормальний атмосферний тиск зрівноважує стовп

[1]) „Фізика" Ф. і П., ч. І, § 89—92.

ртуті заввишки 760 *мм*, тобто становить[1] $76 \cdot 13{,}596 = 1033{,}3$ $г^*/см^2 = 1013$ мілібарів.

Атмосферний тиск змінюється залежно від стану погоди в невеликих межах (на кілька сантиметрів ртутного стовпа); а тому в барометрах, призначених для лабораторної і метеорологічної служби, поділки позначають тільки на тій частині шкали, яка лежить біля 76 *см*. Для точних барометричних відліків вводять поправку на температуру, бо густина ртуті і довжина шкали від нагрівання змінюються. Термометр поміщають звичайно на самому барометрі.

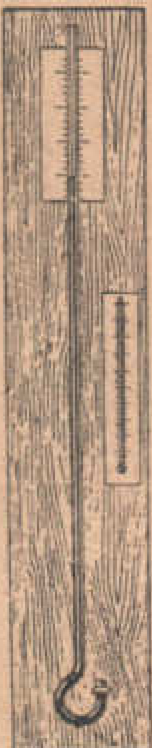


Рис. 141. Ртутний барометр.

Металічний барометр — *анероїд* (рис. 142) — складається з металічної коробки з пружною кришкою, з якої викачано повітря. Кришка затримується сильною пружиною, бо інакше вона була б втиснута атмосферним тиском. При зміні тиску кришка або прогинається, або випинається і з допомогою системи важелів приводить до руху стрілку, яка рухається по шкалі з поділками, зробленими на підставі порівняння показів анероїда з показами ртутного барометра.

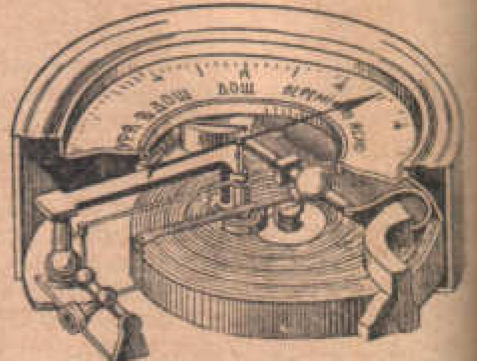


Рис. 142. Металічний барометр (анероїд).

§ 85. Аеростат. Аеростатом називають літальний апарат легший за повітря, що базується на законі Архімеда. Тепер будують аеростати двох типів: 1) вільні — сферичні, вживані для підготовки дирижаблістів для високих польотів з метою вивчання атмосфери і для спорту і 2) прив'язні — змійкові (рис. 143), вживані на війні як нерухома спостережна вишка.

Підіймальної сили аеростат набуває в наслідок того, що поміщений в його оболонку газ має меншу вагу, ніж повітря тієї ж температури і того ж тиску. Нехай d — вага 1 $м^3$ „льотного" газу і $d_п$ — вага 1 $м^3$ повітря. Очевидно, що кожний кубічний метр льотного газу має в повітрі підіймальну силу $f = d_п - d$. Якщо об'єм аеростата є V, то повна підіймальна сила аеростата дорівнює:

$$F = V\,(d_п - d).$$

Вільна (залишкова) підіймальна сила аеростата $F_{вільн} = F - Q$, де Q — сумарна вага оболонки, спорядження і всіх вантажів аеростата. Ця сила змушує аеростат підійматися від землі.

Для наповнення аеростатів уживають звичайно один з таких газів: водень $d = 0{,}0896$ $кг^*/м^3$, $f = 1{,}2$ $кг^*/м^3$; гелій $d = 0{,}18$ $кг^*/м^3$, $f = 1{,}1$ $кг^*/м^3$; світильний газ d від 0,45 до 0,67 $кг^*/м^3$, f від 0,62 до 0,84 $кг^*/м^3$.

В міру підімання вгору тиск на оболонку аеростата зменшується, газ, що наповнює аеростат, розширяється і частина його виходить назовні через відросток (апендикс) сферичного аеростата; підіймальна сила аеростата зменшується з висотою. Є, проте, простий пристрій, який дозволяє зберігати підіймальну силу аеростата незмінною до якоїсь, правда невеликої, висоти підімання. Цей пристрій полягає ось у чому: всередині

[1] Вага 1 $см^3$ ртуті дорівнює 13,596 *г*.

оболонки аеростата поміщають **балонет** — мішок з повітрям, з якого в міру підимання повітря витискується льотним газом, що розширяється. Змійкові аеростати звичайно мають балонети.

У вересні 1933 року радянські льотчики Прокоф'єв, Бірнбаум і Годунов досягли світового рекорду висоти піднімання на стратостаті[1]) „СССР", який піднявся на висоту 19 *км*. 30 січня 1934 року Усискін, Васенко і Федосеєнко на стратостаті „Осоавиахим" піднялися на ще більшу висоту (близько 22 *км*). Цей політ закінчився аварією стратостата і трагічною загибеллю льотчиків. За кордоном Пікар у 1931 році досяг висоти 16 *км*.

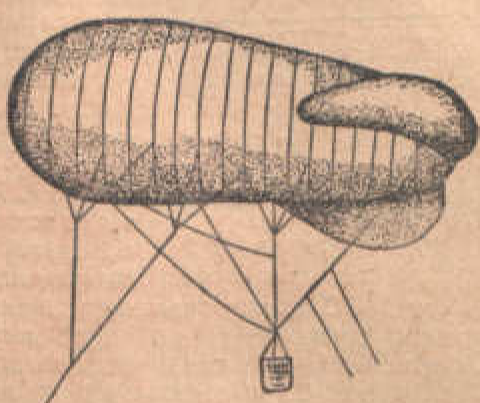


Рис. 143. Прив'язний (змійковий) аеростат.

§ 86. Теорема Бернуллі в застосуванні до руху повітря. Рух повітря багато в чому подібний до течіння нев'язкої рідини. Особливістю повітря, порівняно з рідинами, є більша стисливість повітря. Беручи цю особливість до уваги і повторюючи ті самі міркування, що наведені були в § 74 при виведенні рівняння Бернуллі, можна дістати видозмінене рівняння Бернуллі, в якому стисливість повітря заздалегідь передбачена. Виявляється, проте, що при не дуже великих швидкостях практично немає потреби вдаватися до цього уточнення рівняння Бернуллі. Дійсно, нехай течіння повітря порушене будьяким тілом. Швидкість повітря поблизу тіла позначимо через v, а на досить великій віддалі від нього — через v_0. За теоремою Бернуллі різниця тисків Δp, зумовлена різницею швидкостей, дорівнює

$$\Delta p = p_0 - p = \frac{\rho}{2}\left(v^2 - v_0^2\right). \tag{3}$$

Нехай швидкість повітря далеко від тіла $v_0 = 0$, а швидкість поблизу нього $v = 100$ *м/сек*. Тоді різниця тисків $\Delta p = \frac{\rho v^2}{2} = \frac{0{,}13 \cdot 100^2}{2} = 650\ \textit{кг/м}^2$. Якщо тиск p_0 незбуреного потоку є атмосферний тиск 10 333 *кг/м²*, то $\Delta p/p = 0{,}063$, і за законом Бойля такий самий стиск повітря. Отже, помилка, яку ми зробимо, вважаючи в цьому разі повітря нестисливим, буде дорівнювати тільки 6%. Швидкість 100 *м/сек* є швидкість 360 *км/год*. Ми бачимо, отже, що *в наближених розрахунках руху літака можна не брати до уваги стисливість повітря і користуватися найпростішою формою рівняння Бернуллі*. Зрозуміло, що в задачах балістики (вчення про політ снарядів), де доводиться мати справу з швидкостями близько 900 *м/сек*, брати до уваги стисливість повітря необхідно.

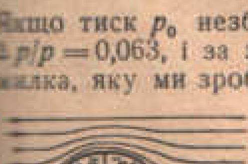


Рис. 144. Тіло, охоплюване лініями течії, рухається у нев'язкій рідині без опору.

§ 87. Парадокс Ейлера. Вище (§ 71) вже було сказано, що сили, які діють на тіло в потоці рідини чи газу, можуть бути або силами в'язкості, або силами інерції. В тому, що стосується сил в'язкості, теорія добре погоджується з дослідом: при не дуже великих швидкостях опір рухові тіла у в'язкій рідині, як того вимагає закон Ньютона (§ 66), пропорціональний лінійним розмірам тіла, швидкості руху і в'язкості рідини.

[1]) Стратостатом називають аеростат з герметично закритою гондолою, призначений для дослідження верхніх шарів атмосфери — стратосфери.

Але рух тіла у нев'язкій рідині (рис. 144) не створює в потоці жодних змін: швидкості частинок рідини на деякій віддалі позаду тіла залишаються такими самими, як перед ним, кількість руху рідини не змінюється, отже, і кількість руху тіла також повинна залишатися незмінною. Значить, на тіло з боку рідини не повинні діяти ніякі сили інерції. Ми приходимо, отже, до парадоксального висновку, що суперечить нашому повсякденному досвідові: *у нев'язкій рідині тіло, обхоплюване лініями течії, рухається без опору* (парадокс Ейлера).

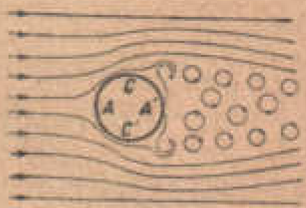


Рис. 145

Пояснимо докладніше суть зазначеного парадоксу. Зустрічаючись з поверхнею тіла в точці A (рис. 144), частинки рідини змушені змінити початковий прямолінійний напрям руху на криволінійний. В зв'язку з цим вони діють на поверхню тіла з якоюсь силою; а тому в просторі AB тиск на поверхню тіла підвищується. На рис. 144 місця підвищеного тиску позначені знаками плюс. На ділянці BC напрям частинок рідини знову змінюється: тепер частинки рідини намагаються по інерції відійти від тіла. На цій ділянці тиск знижується. На рис. 144 місця зниженого тиску позначені знаком мінус. На ділянці CD частинки рідини знову будуть тиснути на поверхню тіла. Аналогічний розподіл сил буває і на нижній поверхні тіла. Очевидно, що в наслідок симетричного розподілу тисків рівнодійна сила дорівнює нулеві.

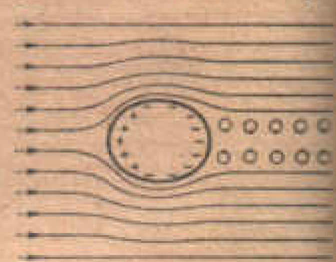


Рис. 146. Тіло, поміщене в потік реальної рідини або газу, зазнає опору рухові, позаду тіла виникають вихри, і тиск на передній поверхні залишається незрівноваженим.

§ 88. Аеродинамічні сили. Виникнення вихрів і лобовий опір. Головним завданням аеродинаміки є вивчання сил, які діють на тіла, що рухаються в повітрі. Ці сили називаються аеродинамічними силами.

Як було роз'яснено в попередньому параграфі, у нев'язкій рідині тіло не повинне було б зазнавати опору своєму рухові. Очевидно, що причину виникнення аеродинамічних сил треба шукати в тих ускладненнях картини руху, які спричинені внутрішнім тертям. Наведені тут рисунки потоків, які обтікають тіла різної форми (рис. 145, 146, 147), пояснюють суть справи. Ми відразу помічаємо, що рух не подібний до тієї картини, яка зображена на рис. 144. Лінії течії тут не замикаються позаду тіла;

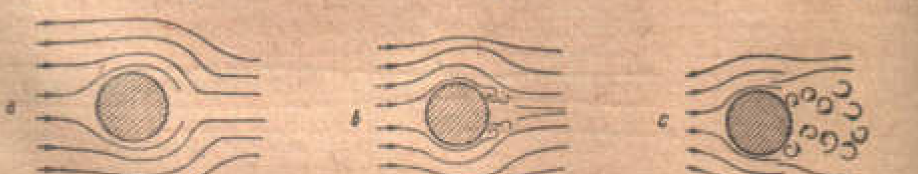


Рис. 147. *a*) Потік, який щойно почав обтікати циліндр. Вихри ще не утворилися.
b) Потік, що обтікає циліндр невеликий час. Утворилося два вихри.
c) Потік, що обтікає циліндр довгий час. Вихри відриваються і відносяться потоком.

позаду тіла середовище (рідина або повітря) набуває вихрового руху. Тут тиск на передню поверхню тіла не зрівноважується більше тиском на задню поверхню: виникає деякий лобовий опір Q.

Причиною виникнення вихрів є внутрішнє тертя. Найближчий до поверхні тіла тонкий шар рідини або газу прилипає до тіла або, як кажуть, адсорбується тілом і залишається тому нерухомим. Товщина цього нерухомого шару надзвичайно мала — її можна порівнювати з діаметром молекули. Шари рідини або газу, які близько лежать, рухаються з швидкостями, що поступово зростають у міру віддалення від поверхні тіла, при чому шар, віддалений тільки на кілька міліметрів від поверхні тіла, рухається вже майже з такою самою швидкістю, як і всі шари вільного потоку, що лежать далі.

На рис. 145 показано, як відбувається рух у зоні, яка безпосередньо прилягає до поверхні тіла, що має форму циліндра. В точках A і A' тиск досягає найбільшої величини. У точках C і C' — він найменший. Під діянням різниці тисків рідина поблизу поверхні перетікає із місць з підвищеним тиском у місця низького тиску. А тому на ділянці $A'C$ рідина рухається в зворотному до потоку напрямі і поблизу точки C стикається з рідиною, яка обтікає ділянку AC. Це зіткнення шарів рідини, які рухаються назустріч один одному, приводить до утворення вихрів. Вихри, які відірвалися, утворюють позаду тіла вихровий шлях або вихрову „пелену“.

В наслідок утворення вихрів тиск на передню поверхню тіла не зрівноважується меншим щодо величини тиском на задню поверхню тіла.

А тому *завжди, коли рух тіла в середовищі супроводиться утворенням вихрів, тіло зазнає лобового опору, на подолання якого повинна бути витрачена робота* (рис. 146). Ця робота перетворюється на кінетичну енергію вихрів. В наслідок в'язкості вихри поступово розпадаються, і, отже, робота, витрачувана на подолання лобового опору, в кінцевому підсумку перетворюється на енергію хаотичного (теплового) руху частинок середовища.

Лобовий опір може бути обчислений за формулою:

$$Q = c\rho S v^2, \tag{4}$$

де ρ — густина середовища, S — площа проекції тіла на площину, перпендикулярну до швидкості незбуреного потоку („міделевий переріз“), v — швидкість незбуреного потоку і c — числовий коефіцієнт, різний для тіл різних форм[1]). Якщо тіло має легкообтічну форму, то різниці тисків у

[1]) Зазначену формулу можна вивести методом розмірності, міркуючи для цього так. Виходимо з того, що лобовий опір повинен якось залежати від густини рідини, від швидкості руху і від розмірів та форми тіла. Припустимо (це буде правильно тільки для не дуже малих і не дуже великих швидкостей), що

$$Q = c \cdot \rho^x S^y v^z,$$

де x, y і z — якісь, поки невідомі нам додатні або від'ємні, цілі або дробові степені, а c — абстрактний числовий коефіцієнт. Позначаючи одиницю довжини через L, одиницю маси через M і одиницю часу через T та пригадавши розмірність сили Q, густини ρ, площі S і швидкості v, можемо написати, що розмірність лівої частини формули повинна бути такою самою, як і розмірність правої частини:

$$\frac{ML}{T^2} = \left(\frac{M}{L^3}\right)^x (L^2)^y \left(\frac{L}{T}\right)^z.$$

Очевидно, що це співвідношення можна переписати так:

$$MLT^{-2} = M^x L^{2y-3x+z} T^{-z}.$$

Очевидно далі, що числа x, y і z повинні бути такими, щоб кожна з одиниць M, L і T входила в ліву і праву частини рівності з рівними показниками. На підставі цього маємо три таких рівняння:

з прирівнювання показників при M: $1 = x$;
з прирівнювання показників при L: $1 = 2y - 3x + z$;
з прирівнювання показників при T: $-2 = -z$.

Звідси:

$$x = 1;\ z = 2;\ y = 1.$$

Отже:

$$Q = c\rho S v^2.$$

різних ділянках його поверхні, створені різницею швидкості, будуть незначні: зустрічний рух шарів рідини поблизу поверхні буде слабкий; зриву струменів і завихрення рідини майже не буде, і опір, якого зазнає тіло рухові буде невеликий. Навпаки, якщо тіло обмежене гострими кутами (наприклад, плоска пластинка, поставлена перпендикулярно до потоку), то різниці тисків, спричинені зміною швидкості при обтіканні гострих кутів, будуть великими, вихрів утворюється багато, і лобовий опір буде значним. На рис. 148 подані тіла різних розмірів і форм, які мають той самий опір.

Найбільш легкообтічною є витягнута, краплеподібна форма, така, якої надають усім сучасним дирижаблям. Тіло подібної форми майже зовсім не створює в потоці вихрів (рис. 149), і його опір викликається майже виключно силами тертя.

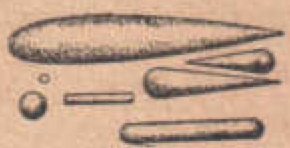


Рис. 148. Різні тіла, що мають однаковий лобовий опір.

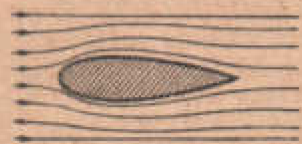


Рис. 149. Тіло легкообтічної краплеподібної форми не утворює в потоці вихрів і рухається без опору.

§ 89. Опір в'язкості. Закон Стокса. Числа Рейнольдса. Крім сил динамічного тиску, які мають вихрове походження і тому посередньо зв'язані з в'язкістю, на тіло, поміщене в повітряний потік, діють також і безпосередньо сили в'язкості (§ 66). При малих швидкостях і великих поверхнях опір в'язкості має превалююче значення. Наприклад, при легкообтічній формі опір дирижабля зумовлений головне силами в'язкості.

Завдяки безпосередньому виявленню сил в'язкості наведена в попередньому параграфі формула для обчислення опору

$$Q = c\rho S v^2$$

справедлива тільки в деяких границях зміни швидкості. Дослід показує, що при малих швидкостях (близько 1 *м/сек*) опір пропорціональний не квадратові, а першому степеневі швидкості. При цьому виявляється ясно виражена залежність сили опору від коефіцієнта в'язкості η.

При достатньо малих швидкостях опір, що його зазнає тіло під час руху у в'язкому середовищі, підлягає законові Стокса.

Опір пропорціональний першому степеневі швидкості, пропорціональний коефіцієнтові в'язкості і пропорціональний лінійним розмірам тіла[1]

$$Q = 6\pi\eta r v. \tag{5}$$

При великих швидкостях, близьких до швидкості звука, опір зростає, очевидно, пропорціонально кубові швидкості. Під час руху тіла з швидкістю, більшою ніж швидкість звука, знову стає справедливим закон квадрата швидкості.

Ми бачимо, отже, що, бажаючи застосувати формулу

$$Q = c\rho S v^2$$

[1]) Подібно до формули опору для великих швидкостей цей закон можна вивести методом розмірності, якщо виходити з припущення, що при малих швидкостях у більшій мірі позначається коефіцієнт в'язкості середовища, ніж густина середовища:

$$Q = K\eta^x S^y v^z,$$

де K — абстрактний коефіцієнт. Якщо застосувати міркування, подане в попередній примітці, то виявляється, що $x = z = 1$, а $y = \frac{1}{2}$.

до яких завгодно швидкостей руху, ми повинні розглядати коефіцієнт опору c як деяку функцію коефіцієнта в'язкості середовища η, густини середовища ρ, швидкості руху v і лінійних розмірів тіла l. Можна цілком строго довести, що коефіцієнт опору c залежить тільки від числової величини відношення $\frac{\rho l v}{\eta}$. Чому це так, неважко зрозуміти: коефіцієнт опору c є абстрактним числом, а тому функціональна залежність c від величин η, ρ, l, v повинна зводитися до залежності від такої комбінації цих величин, яка сама являє абстрактне число; неважко переконатися, що відношення $\frac{\rho l v}{\eta}$ якраз і являє абстрактне число. Зазначене відношення називають числом Рейнольдса. Отже, *коефіцієнт опору являє* якусь, дотепер ще не цілком вияснену *функцію чисел Рейнольдса:*

$$c = f(R), \text{ де } R = \frac{l v \rho}{\eta}. \tag{6}$$

Якщо дослідним шляхом були визначені сили аеродинамічного опору для геометрично подібних тіл різних розмірів, наприклад, для літака і його моделі, то рівні коефіцієнти c дістанемо тільки в тому разі, коли досліди будуть проведені при рівних числах Рейнольдса. Ця умова створює дуже великі труднощі для техніки аеродинамічних вимірів: чим менші розміри l досліджуваної моделі, тим більшою повинна бути при інших рівних умовах швидкість v повітряного потоку, а при швидкостях, більших за 400 *м/сек*, не можна, як уже було відзначено, вважати повітря нестисливим. Швидкість сучасних винищувачів доходить до 500 *км/год* (приблизно 140 *м/сек*), отже, для випробовування в повітряному потоці втроє меншої щодо розмірів моделі цього літака довелося б провадити випробовування при швидкості повітря близько 400 *м/сек*. Такі швидкості в лабораторних установках недосяжні, а тому вважають за краще випробовувати моделі, які наближаються до справжніх розмірів літака; для цього доводиться випробовувати літак по частинах.

§ 90. Аеродинамічні труби. Аеродинамічна труба в найпростішому випадку є циліндр, всередині якого проганяють повітря з допомогою вентилятора, розміщеного біля одного з кінців. Біля другого кінця всередині труби поміщають випробовувану модель розміром, у кілька разів меншим від внутрішнього діаметра труби (рис. 150).

Рис. 150. Аеродинамічна труба прямої дії.

Аеродинамічна труба повинна створювати для моделі такі самі умови, в яких перебуває літак, що рухається в повітрі. Повітряний потік повинен набігати з однаковою швидкістю на різні частини моделі. Крім того, всі струмені повітряного потоку повинні переміщатися паралельно один одному: в потоці не повинно бути завихрювань. Щоб досягти цього, трубам надають своєрідної форми.

На рис. 150 і 151 зображені характерні форми аеродинамічних труб. На першому з них (рис. 150) зображена схема труби прямої дії: повітря засмоктується з приміщення, в якому встановлена труба, проганяється по ній, обдуваючи модель, і видаляється вентилятором з другого кінця.

Бувають також труби замкненого типу. Під час роботи в такій трубі циркулює та сама кількість повітря. Модель поміщають всередині труби у прямій частині, звичайно ближче до всисної частини вентилятора. Іноді замкнену трубу роблять з двох труб, розміщених симетрично з двох боків відносно головної труби; це має на меті зробити більш рівномірним надходження повітря до робочої частини. Труби прямої дії потребують великих приміщень для установки і, крім того, в них відбуваються великі втрати кінетичної енергії повітря. Цих хиб не мають

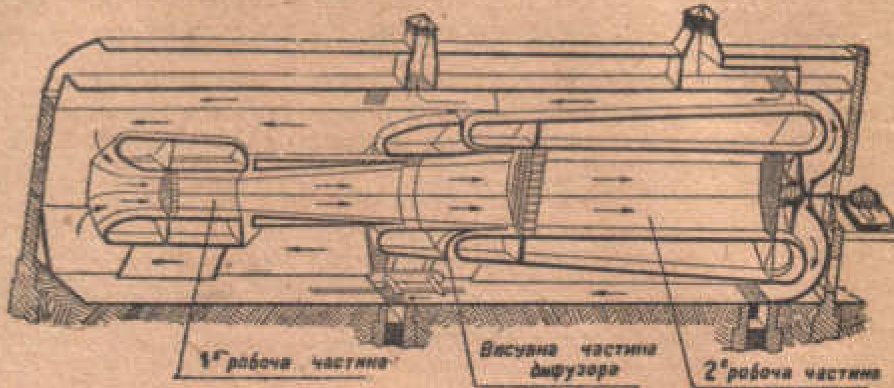


Рис. 151. Велика аеродинамічна труба „ЦАГИ" складається з двох робочих частин. Ліву частину труби можна відсунути. В цьому випадку випробовують у ширшій правій частині.

замкнені труби, але конструкція замкнених труб складніша і дорожча і, крім того, в них повітря при тривалій роботі труби дуже нагрівається в результаті тертя.

Як уже було зазначено в попередньому параграфі, швидкість повітряного потоку в трубі повинна бути в стільки разів більша за швидкість руху досліджуваного літака, у скільки разів лінійні розміри літака більші за лінійні розміри моделей.

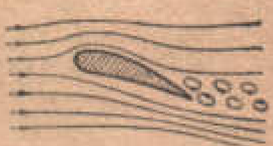


Рис. 152. Вихрова пелена позаду несучої поверхні.

§ 91. Деякі відомості з теорії авіації. Крило літака. Про розрахунок крила.

Літак або аероплан досить знайомий тепер кожному; не спиняючись на описі його зовнішнього вигляду, ми пояснимо тут призначення й будову окремих його деталей і головне розглянемо роль крила літака. Поперечний переріз крила має характерну форму, так званий профіль Жуковського (рис. 152). Під час руху в повітрі крило зазнає підіймальної сили і лобового опору. Але, як ми вияснили в § 88, сили, які діють на тіло в повітряному потоці, можуть виникнути тільки в наслідок взаємодіяння тіла, яке рухається, з створеними ним у потоці вихрами. Отже, і підіймальна сила і лобовий опір крила виникають в наслідок взаємодіяння з крилом якихось викликаних рухом крила вихрових систем. Таких вихрових систем три.

Рис. 153а. Швидкість повітря біля заднього окрайка крила має дуже значну величину (на рисунку показано згущенням ліній течії).

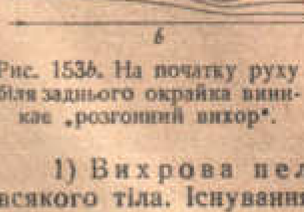


Рис. 153б. На початку руху біля заднього окрайка виникає „розгонний вихор".

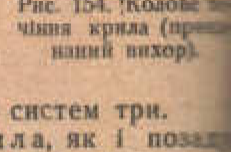


Рис. 154. Колове течіння крила (прений вихор).

1) Вихрова пелена, що виникає позаду крила, як і позаду всякого тіла. Існуванням цієї вихрової пелени і силами в'язкості пояс

ється частина лобового опору крила — так званий **профільний опір** Q_p. Ці вихри видно на рис. 152.

2. Швидкість потоку, який обтікає гострий задній окрайок крила, повинна мати дуже значну величину (рис. 153*a*), а тому на початку руху літака тут виникає вихор великої потужності, так званий **розгонний вихор** *A*, який захоплюється потоком, і після цього біля заднього окрайка утворюється точка зриву струменів (рис. 153*b*). Через те ж що в замкненій системі (крило — повітря) момент обертання повинен залишатися сталим, то *навколо крила встановлюється колове течіння B* (**циркуляція повітря**), момент обертання якого дорівнює моментові обертання надмірного або розгонного вихру *A* (рис. 154). Це циркуляційне течіння додається до течіння повітря назустріч крилу, в наслідок цього швидкість повітря над крилом стає **більшою, ніж під крилом** (рис. 155). На підставі теореми **Бернуллі** тиск повинен бути більшим там, де менша швидкість. А тому під крилом утворюється місце підвищеного тиску, над крилом — зниженого: крило набуває деякої **підіймальної сили** *P*. На рис. 156 зображено розподіл місць з підвищеним і зниженим тиском по крилу. З цього рисунка видно, що *підіймальна сила зумовлюється не стільки тиском на нижню частину крила, скільки всисною дією повітря на його верхню поверхню.*

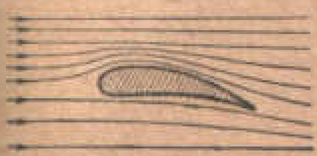


Рис. 155. Накладання циркуляції на зустрічний потік. Швидкість повітря, пропорціональна густині ліній течії, над крилом буде більша, ніж під крилом.

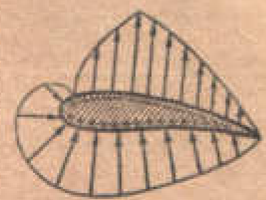


Рис. 156. Розподіл тиску на несучу поверхню.

3. **Циркуляція навколо крила — несучий вихор** — не закінчується біля його кінців, але **збігає** з них. Крім того, через знижений тиск над крилом повітря перетікає, як показано на рис. 157, з нижньої поверхні крила на верхню. Це течіння повітря, додаючись до вихру, який збігає з кінців крила, утворює **позаду** крила так звані **вихрові вуси**, або **вихрові джгути**. Робота, що витрачається на утворення

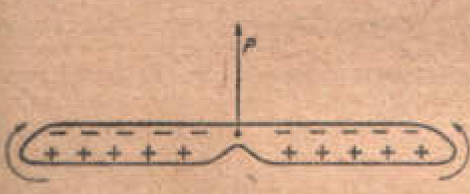


Рис. 157. Завдяки різниці тисків повітря перетікає з нижньої поверхні крила на верхню.

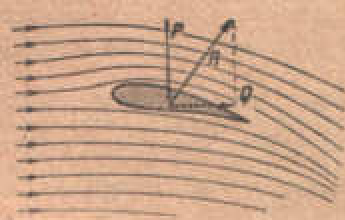


Рис. 158. Нормальний тиск розкладається на підіймальну силу *P* і індуктивний лобовий опір.

цих вихрів, зумовлює існування додаткового опору Q_i, який називають **індуктивним опором**. Індуктивний опір тим менший, чим більше відношення довжини крила до його ширини; це відношення називають **подовженням** крила. Підіймальна сила і лобовий опір, як показують досліди і теорія, пропорціональні квадратові швидкості руху v, площі несучої поверхні літака S і густині повітря ρ:

$$P = C_y \rho S v^2, \tag{7}$$

$$Q_p = C_p \rho S v^2, \tag{8}$$

$$Q_i = C_i \rho S v^2; \tag{9}$$

тут P означає підіймальну силу, а Q_p і Q_i — профільний і індуктивний лобові опори. Коефіцієнти C_y, C_p і C_i називають коефіцієнтами підіймальної сили і опору. Звичайно профільний і індуктивний опори крила розглядають разом, називаючи їх суму просто лобовим опором Q:

$$Q = Q_p + Q_i = (C_p + C_i)\rho S v^2 = C_x \rho S v^2. \qquad (10)$$

Коефіцієнт $C_x = C_p + C$ називають коефіцієнтом лобового опору крила. Величини коефіцієнтів C_x і C_y залежать від форми крила і від його положення відносно потоку — кута атаки. Кутом атаки називають кут α між хордою крила і напрямом потоку (рис. 159).

Рис. 159. Кут α між хордою крила і напрямом потоку називається кутом атаки.

Теоретично коефіцієнт опору C_x і коефіцієнт підіймальної сили C_y можуть бути обчислені для крил різної форми за формулами, запропонованими Жуковським, Прандтлем і Чаплигіним з достатньо великим степенем точності. Експериментально коефіцієнти C_x і C_y визначають в аеродинамічних лабораторіях; з цією метою модель крила обдувають в аеродинамічній трубі. Результати досліду часто зображають графічно у вигляді так званих поляр Лілієнталя (рис. 160). По осі x відкладають коефіцієнт лобового опору C_x, по осі y — коефіцієнт підіймальної сили C_y. Ординати точок на кривій відповідають коефіцієнтам підіймальної сили і лобового опору при різних кутах атаки. Маючи поляру Лілієнталя для будьякого крила, можна визначити, якщо швидкість руху літака відома, підіймальну силу і лобовий опір, а також кут атаки α, при якому відношення $\varepsilon = \dfrac{C_y}{C_x}$ — якість крила — буде найбільшим. Для цього досить провести дотичну до поляри Лілієнталя з початку координат. На рис. 160 C_x і C_y являють собою коефіцієнти лобового опору і підіймальної сили всього літака, а не самого тільки крила.

Приклад розрахунку. Визначимо, користуючись полярою Лілієнталя (рис. 160), необхідну площу крила і необхідну потужність мотора для такого літака, вага якого $G = 4000$ *кг* і швидкість якого при найвигіднішому куті атаки $v = 216$ *км/год*.

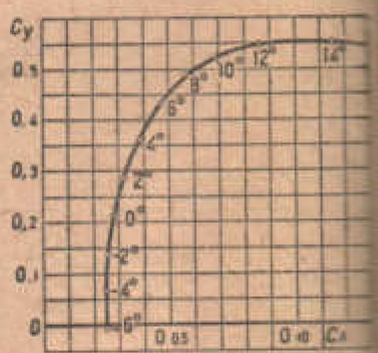


Рис. 160. Поляра Лілієнталя.

Насамперед знайдемо найвигідніший кут атаки, тобто такий кут, при якому відношення $\dfrac{P}{Q} = \dfrac{C_y}{C_x}$ буде найбільшим. Для цього проведемо від початку координат дотичну до поляри Лілієнталя. Точка дотику, як легко зміркувати, відповідає найбільшому відношенню $\dfrac{C_y}{C_x}$. В нашому прикладі цей кут лежить між 4° і 6°, а відповідні цій точці C_x і C_y дорівнюють 0,04 і 0,37. Взявши до уваги, що підіймальна сила повинна зрівноважувати вагу літака

$$P = G = 4000 \text{ кг},$$

знаходимо площу крила S:

$$S = \frac{P}{C_y \rho v^2} = \frac{4000}{0{,}37 \cdot 0{,}13 \cdot 60^2} = 23 \text{ м}^2.$$

Знаючи необхідну площу крила, визначаємо опір літака Q:

$$Q = C_x \rho S v^2 = 0{,}04 \cdot 0{,}13 \cdot 23 \cdot 60^2 = 432 \text{ кг}.$$

Потужність мотора повинна бути принаймні такою, щоб кожної секунди могла бути витрачена робота, яка дорівнює добуткові сили Q на переміщення літака за 1 *сек* — v, отже, необхідна потужність мотора:

$$N = Qv = \frac{432 \cdot 60}{75} \simeq 345 \text{ к. с.}$$

§ 92. Стійкість літака в повітрі. Одним з найскладніших питань теорії авіації є питання про стійкість літака в повітрі. Літак повинен сам повертатися до стану стійкого руху після того, як він був відхилений від цього стану на невеликий кут. Літак повинен також мати органи керування, які дозволяли б льотчикові повернути літак у стійке положення, якщо чомусь літак опиниться так сильно відхиленим від нього, що самовирівнювання стає неможливим.

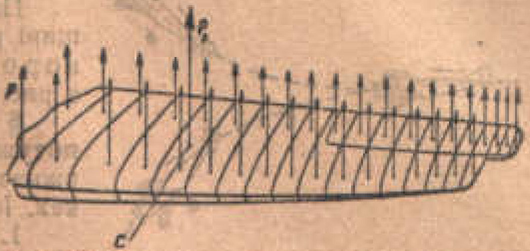


Рис. 161. На кожну ділянку несучої поверхні діє елементарна підіймальна сила *p*. Рівнодійна цих сил P_1 називається повною підіймальною силою, а її точка прикладання *C* — центром тиску.

Стійкість літака насамперед залежить від взаємного розміщення центра ваги і точки прикладання підіймальної сили.

Підіймальна сила розподілена по всій поверхні крил літака: на кожну частину крила діє елементарна підіймальна сила (рис. 161); усі ці підіймальні сили паралельні одна одній. Їх рівнодійна для обох крил є повною підіймальною силою літака, а точка прикладання цієї рівнодійної — ц е н т р о м т и с к у.

Для стійкого руху літака в повітрі необхідно, щоб центр ваги і центр тиску були на одній вертикальній прямій. Треба мати на увазі, що *положення центра тиску непостійне. Воно залежить від кута атаки і крену літака.* Крилам літака надають такої форми[1]), що при відхиленні літака від нормального положення виникає пара сил, яка повертає літак у вихідне положення.

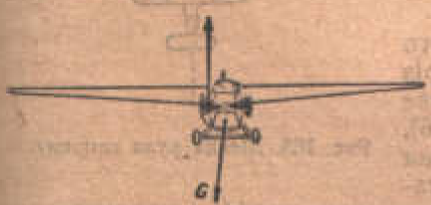


Рис. 162. Кут атаки крила, яке опустилося, збільшується, підіймальна сила його зростає, і пара, що виникла (підіймальна сила — вага), вирівнює літак.

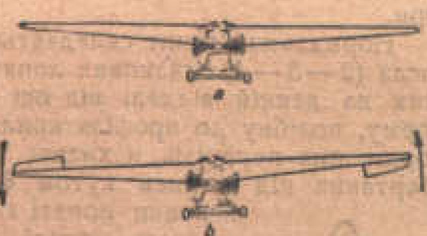


Рис. 163. Тиск повітря на елерони нахиляє або вирівнює літак.

При великих кутах крену льотчик удається до е л е р о н і в — додаткових крилець на кінцях крила — і штучно збільшує кут атаки крила, яке опустилося, опускаючи на ньому елерон. Елерон крила, яке піднялося, у той же час піднімається. Тиск повітря на елерони утворює пару, яка повертає літак у вихідне положення (рис. 163).

Для збереження поздовжньої стійкості служить с т а б і л і з а т о р — несуча поверхня на хвості літака. При підніманні або опусканні хвоста тиск повітря на стабілізатор повертає літак у вихідне положення.

---

[1]) Для цього кінці крил літака роблять трохи задертими вгору. При малих кренах кут атаки крила, яке опустилося, як легко зміркувати, збільшується, а тому зростає підіймальна сила цього крила; кут атаки крила, яке піднялося, зменшується — підіймальна сила цього крила меншає; в наслідок цього точка прикладання рівнодійної підіймальних сил обох крил — центр тиску — переміщується до крила, яке опустилося, і виникає пара сил, що випрямляє літак (рис. 162).

При великих кутах крену підіймальна сила крила, яке опустилося, переходить через максимум, що лежить близько 18°, починає меншати, і момент пари, яка утворилася, вже не буде повертати літак у вихідне положення. В цьому разі вирівнюють літак, як пояснено в тексті, з допомогою е л е р о н і в.

Кінець стабілізатора зроблено рухомим і він служить **рулем глибини**, який в міру потреби можна опускати або піднімати, регулюючи цим напрям польоту літака у вертикальній площині (рис. 164).

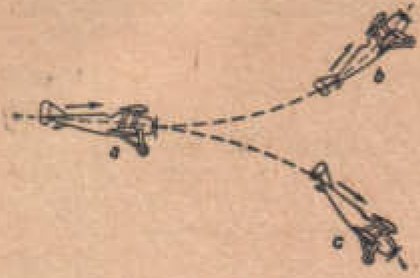


Рис. 164. Діяння руля глибини.

Напрям польоту в горизонтальній площині регулюють з допомогою **руля поворотів і кіля**, діяння яких зрозуміле з рис. 165.

§ 93. Гвинт (пропелер). Сила тяги і потужність пропелера. Пропелер або гвинт вживається в найрізноманітніших випадках. Існують гвинти таких типів.

1. **Гребний гвинт** — гвинт, якого вживають для утворення тяги на літаках, дирижаблях (рис. 166) і кораблях.

2. **Гвинт-двигун** — вітряк і робоче колесо пропелерної турбіни; його призначення перетворювати енергію водяного або повітряного потоку на механічну роботу.

3. **Вентилятор** — гвинт, вживаний для утворення повітряного потоку.

4. **Анемометр** — гвинт, вживаний для визначення швидкості потоку за швидкістю обертання.

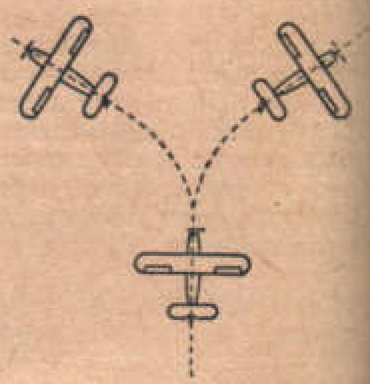


Рис. 165. Діяння руля напряму.

Основи теорії гвинта однакові в усіх випадках, але методи проектування їх різні, бо, крім аеродинамічних міркувань, доводиться зважати на міцність і граничні розміри.

Нормальний гвинт складається з певного числа (2—3—4) однакових лопатей, переріз яких на деякій віддалі від осі гвинта має форму, подібну до профіля крила (рис. 166). Хорди цих перерізів нахилені до площини обертання під якимсь кутом θ. Кут установки лопаті і відносна товщина профіля меншають на кінець лопаті. Шлях, який гвинт проходить за один оборот, рухаючись у середовищі, як у твердому тілі, називають **відстанню гвинта** H. Пропелер працює в податливому середовищі, а тому шлях, пройдений ним у дійсності за один оборот — **поступ гвинта** H_a, менший відстані (рис. 167). Різниця між відстанню і поступом називається **ковзанням гвинта**: $S = H - H_a$.

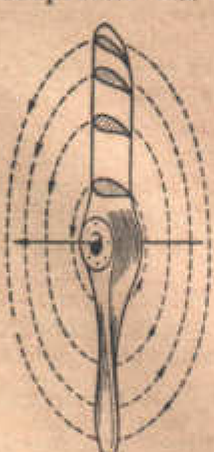


Рис. 166. Повітряний гвинт — пропелер.

Рис. 167. Відстань — H, поступ — H_a і ковзання — S гвинта.

Тяга повітряного гвинта утворюється тим, що *гвинт приводить до вихрового руху і відкидає назад деяку масу повітря. Сила тяги гвинта при цьому дорівнює зміні кількості руху повітря за одну секунду.*

В наслідок роботи гвинта перед ним утворюється знижений тиск, позаду нього — підвищений, і повітря, засмоктуючись передньою частиною гвинта і відштовхуючись його задньою частиною, половину додаткової швидкості набуває перед пропелером і половину — за ним.

Якщо швидкість повітря, яке обтікає гвинт, дорівнює $V+v$, де V — швидкість поступного руху гвинта і v — половина додаткової швидкості, що її гвинт надає повітрю, і якщо радіус гвинта є r, то відкинута ним за 1 *сек* маса повітря $m=\pi r^2\rho(V+v)$, а сила тяги гвинта F (визначувана зміною кількості руху повітря):

$$F=2mv=2\pi r^2\rho(V+v)v. \tag{11}$$

Потужність, використовувану гвинтом, знайдемо, помноживши силу тяги гвинта F на шлях, що його він проходить за 1 *сек*, тобто на швидкість руху гвинта відносно повітря:

$$N=F(V+v). \tag{12}$$

Частина цієї потужності FV, яку називають корисною потужністю, витрачається на поступний рух гвинта, частина Fv — втрачувана потужність — на надання відкидуваному повітрю кінетичної енергії.

Відношення корисної потужності до витрачуваної називається коефіцієнтом корисної дії гвинта η:

$$\eta=\frac{FV}{F(V+v)}=\frac{V}{V+v}. \tag{13}$$

Інакше витрачувану потужність можна виразити як добуток моменту M пари, яка гальмує обертання гвинта, на його кутову швидкість; тоді

$$\eta=\frac{FV}{M\omega}. \tag{14}$$

Неважко зміркувати, що сила тяги гвинта буде найбільшою, коли гвинт працює, не переміщуючись поступно ($V=0$; ковзання S дорівнює відстані H). Рівною нулеві тяга стає тоді, коли швидкість повітря позаду гвинта і перед ним та сама ($v=0$, ковзання $S=0$). В обох цих випадках коефіцієнт корисної дії $\eta=0$. Цей висновок можна безпосередньо зробити з написаних нами формул.

У викладеній теорії „ідеального" гвинта не взято до уваги вихровий рух повітря; а тому дані аеродинамічних випробувань гвинтів трохи відрізняються від величин, здобутих з допомогою наведених вище формул.

Для того щоб утворити певну тягу, гвинт повинен відкидати або велику масу повітря $M=\pi R^2\rho(V+v_1)$ з малою швидкістю v_1, або малу масу $m=\pi r^2\rho(V+v_2)$ з великою швидкістю v_2; легко зміркувати, що в першому випадку кінетична енергія, надавана відкинутому повітрю $\frac{Mv_1^2}{2}$, буде менша, ніж у другому $\frac{mv_2^2}{2}$, а тому вигідніше користуватися гвинтами великого діаметра і великої відстані.

Робота гвинта залежить також від форми лопаті. Розглянемо на рис. 168 сили, які діють на елемент лопаті. Тут V — швидкість поступного руху гвинта, ωr — колова швидкість обертання, V_0 — рівнодійна цих швидкостей і φ — кут між цією рівнодійною і площиною обертання. (Вісь, навколо якої обертається гвинт, зображена лінією OO'). Кут атаки α лопаті дорівнює різниці між кутом установки θ і кутом φ: $\alpha=\theta-\varphi$. Елемент лопаті дає, подібно до несучої поверхні, підіймальну силу P і опір Q в напрямах перпендикулярному і паралельному швидкості зустрічного потоку повітря. Ці сили можна розкласти на тягу F і гальмування гвинта T. Для того щоб обертати пропелер, треба подолати момент гальмуючої сили. Тяга буде найбільшою і гальмування найменшим, коли кут атаки буде найвигіднішим: $\alpha = 4°$. Але швидкість обертання ωr збільшується на кінець пропелера, кут φ зменшується, і для того, щоб α залишався тим самим, кут установки θ також повинен зменшуватися на кінець лопаті.

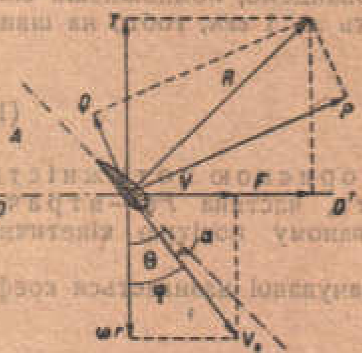


Рис. 168. Сили, які діють на лопать гвинта.

P — підіймальна сила; Q — опір; F — сила тяги; T — гальмування; V — швидкість поступного руху літака; ωr — дійсна швидкість обертання лопаті; θ — кут установки; φ — кут між дійсним напрямом руху лопаті і площиною обертання; α — кут атаки.

В тому разі, коли швидкість літака стане надто великою, гвинт за один оборот може пройти віддаль, більшу за відстань (ковзання — негативне); кут атаки лопаті стане від'ємним, і гвинт буде працювати спершу як гальмо, а потім як вітряк. Цей випадок ми маємо при роботі вітряного двигуна або пропелерної турбіни.

З усього зазначеного вище можна зробити такі висновки: з аеродинамічного погляду найвигіднішим буде гвинт великого діаметра з вузькою лопаттю, з великим кутом установки, що обертається з великою швидкістю. Але міркування міцності не дозволяють при будуванні повітряних гвинтів іти в цьому напрямі надто далеко.

Сила тяги гвинта використовується на деяких літальних апаратах як підіймальна сила. Такі апарати називаються **г е л і к о п т е р а м и**. Різних гелікоптерів тепер збудовано дуже багато, але придатної для експлуатації конструкції ще немає.

§ 94. Безмоторне літання. Планеризм. Крило літака набуває підіймальної сили за рахунок поступного руху, що його надає літакові гвинтомоторна група. Але можливий політ на літаку і без мотора. Такий політ називають **п л а н у в а н н я м**, а безмоторний літак — **п л а н е р о м**. Принципіально будова й керування планером нічим не відрізняється від будови і керування літаком. Щоб почати політ, планер потребує запуску. Запускають планер подібно до змія — проти вітру. Планер ставлять на вершині або на схилі горба чи гори, строго проти вітру, льотчик сідає на своє місце, 3 — 4 чоловіка з стартової команди задержують планер за костиль хвоста, по одному або по два за кожне крило, а 6 — 8 чоловік за дві віровки розтягають товстий гумовий джгут, вдягнений на гачок біля носа планера. Коли джгут досить розтягнутий, ті, що держать планер, на команду відпускають його, і планер під дінням розтягнутої гуми, пробігши 10 — 12 *м*, злітає вгору. Джгут у цей час сам зіскакує з гака.

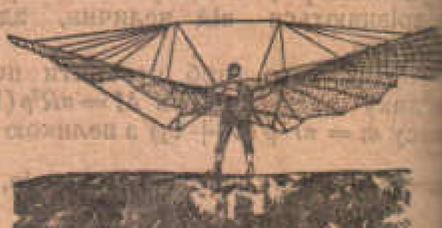


Рис. 169. **О т т о Л і л і є н т а л ь** з своїм першим планером.

Надавши маленького кута планування, злегка опустивши ніс планера, льотчик підтримує його стійкість рулями й елеронами, і планер по схилій ковзає — „планує“ в долину. Сили, які діють на планер під час польоту, зображені на рис. 170.

Якщо планер зустріне висхідні течії повітря, — такі течії звичайно завжди бувають під час вітряної погоди біля гірських схилів — і вертикальна складова швидкості п і д н я т т я п о в і т р я буде більша вертикальної складової швидкості з н и ж е н н я п л а н е р а, то планер може літати без зниження або підніматися вгору (ширяти). Максимальна висота польоту на планері, досягнута таким способом, становить 2000 *м*.

Щоб був можливий ширяючий політ, вертикальна швидкість планера повинна бути незначною, але це можливо тільки тоді, коли кут планування малий. Тоді буде малою і складова Q' сили тяжіння літака, а це можливо тільки в тому разі, коли малий лобовий опір Q, бо інакше сили, які діють на планер, не будуть взаємно зрівноважуватися. З цією метою планерові надають найвигідніших аеродинамічних форм: ставлять крила з великим видовженням для зменшення індуктивного лобового опору і, щоб зменшити мінімальну швидкість польоту планера, збільшують площу крил так, щоб навантаження на 1 $м^2$ не перевищувало 15 — 17 *кг**.

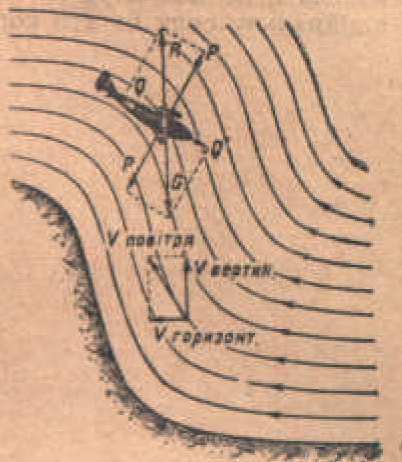


Рис. 170. Сили, які діють на планер при польоті з рівномірною швидкістю. Вага G зрівноважується рівнодійною R підіймальної сили P і лобового опору Q.

Через малу швидкість при злітанні і посадці планер може обходитися без шкідливого в аеродинамічному відношенні шасі, яке у планера замінює одно напівзаховане в фюзеляжі колесо або лижа.

Польоти на планерах дають велику користь при відшукуванні найвигідніших в аеродинамічному відношенні і найстійкіших у польоті форм літака, а також при підготовці пілотів.

Крім того, планеризм є корисним і захоплюючим видом спорту.

§ 95. Дирижабль. Описана в § 85 повітряна куля (аеростат) летить за напрямом вітру і, попавши в швидку повітряну течію, може пройти значну віддаль.

Рис. 171. Дирижабль.

Можна зробити аеростат керованим, встановивши на ньому мотор з повітряним гвинтом. Таким аеростатам надають легкообтічної форми (рис. 171). Керовані аеростати називаються д и р и ж а б л я м и.

Дирижаблі поділяються на три групи: 1) м'я к і, оболонка яких зберігає певну форму через тиск газу, що її наповнює, 2) н а п і в ж о р с т к і, що мають опорну раму, яка перешкоджає оболонці згинатися в поперечному напрямі, і, нарешті, 3) ж о р с т к і, що мають твердий остов з легкого металу, обтягнутий або бавовняною тканиною (дирижаблі системи Ц е п п е л і н а) або тонкими листами дуралюміну (англійські й американські системи).

Розміри одного з останніх німецьких дирижаблів LZ - 127 такі: об'єм водню, що міститься в 17 „мішках", 105 000 $м^3$; довжина — 237 *м*; найбільший діаметр — 30,5 *м*; переріз — правильний 28 - кутник; 5 моторних гондол, кожна з одним пропелером; загальна потужність — 2650 *к. с*; максимальна швидкість — 125 *км/год*, ходова швидкість — 111 *км/год*, підіймальна сила дирижабля — 30 000 *кг**; корисний вантаж: на 10 000 *км* шляху — 15 000 *кг**.

Через те що вага повітряного корабля в дорозі ввесь час зменшується в наслідок використання пального, доводиться поступово випускати водень.

Щоб уникнути надто великих втрат порівняно дорогого водню, на LZ-127 вживають газоподібне пальне (блаугаз), густина якого дорівнює приблизно густині повітря. Це паливо дає подвійну перевагу: зберігає водень і, не збільшуючи ваги корабля, дозволяє використовувати його підіймальну силу багато корисніше.

РОЗДІЛ VI.

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ ВЧЕННЯ ПРО ОПІР МАТЕРІАЛІВ.

§ 96. Види деформацій. Зовнішні сили спричинюють деформацію тіла. Деформацією називають зміщення частинок тіла одна відносно одної абож зміну середньої віддалі між частинками тіла. Щоб аналізувати деформацію, мислено поділяють тверде тіло на окремі „волокна" або „шари". Іноді, щоб спостерігати деформацію, на поверхні тіла рисують сітку і судять про деформацію тіла з тих змін, що їх побіжно зазнає ця нарисована на поверхні тіла сітка.

Найважливішими деформаціями є: всебічний стиск і всебічний розтяг; поздовжній стиск і поздовжній розтяг; зсув; кручення; поперечний і поздовжній згин. Всі ці деформації, так само як і які завгодно інші, можна звести тільки до двох основних деформацій — поздовжнього розтягу і стиску, здійснених одночасно по різних напрямах. Як ми побачимо нижче, згин зводиться до розтягу волокон опуклої поверхні стрижня і стиску волокон угнутої. Зсув зводиться до одночасного стиску і розтягу в двох взаємно перпендикулярних напрямах.

Якщо після усунення зовнішніх сил деформація зникає, то тіло називають пружним; якщо ж залишається помітна „залишкова" деформація, то тіло називають пластичним. Степінь пружності вимірюють відношенням роботи, яка може бути виконана тілом при поступовому усуненні деформуючих сил, до роботи, витраченої на деформацію тіла.

Під пружністю взагалі розуміють властиве тілам прагнення відновлювати тимчасово змінений зовнішніми силами об'єм або тимчасово втрачену форму. Розрізняють об'ємну пружність і пружність форми. Об'ємна пружність є універсальною властивістю всіх тіл аж до рідин і газів, хоча гази тим і відрізняються від рідин, що їх об'ємна пружність однобічна: вони протидіють стискові, але не протидіють розширенню. Пружність форми властива багатьом твердим тілам. Тіло пластичне, якщо його пружність форми виражена слабко.

Те саме тіло, залежно від зовнішніх умов — температури і тиску — може бути пружним абож пластичним. Такі тіла, як сталь, гума, дерево, при звичайних умовах пружні. Свинець, вогка глина, віск — пластичні. Але під тиском у кілька тисяч атмосфер або при високій температурі сталь стає такою ж пластичною, як свинець; а свинець, заморожений в рідкому повітрі, набуває всіх властивостей пружного матеріалу.

§ 97. Відносна деформація. Пружні сили. Напруга. Величину деформації оцінюють відношенням ε зміни розміру тіла Δx до його початкового розміру x:

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x}.$$

Це абстрактне число ε, яке вказує, на яку частину збільшилися або зменшилися розміри тіла, називають відносною деформацією.

При всебічному розтягу або стиску x означає об'єм V, а Δx означає збільшення або зменшення об'єму ΔV, спричинене деформацією $\left(\varepsilon = \frac{\Delta V}{V}\right)$. При поздовжньому розтягу або стиску x означає довжину l (рис. 172, стор. 138). При зсуві деформацію оцінюють кутом зсуву θ (рис. 173, стор. 139).

Якщо мислено розсікти пружно деформоване тіло на дві частини, то одна з цих частин буде діяти на другу з якимись силами, розподіленими по всьому перерізу. Сили ці називаються **внутрішніми пружними силами**. Зовнішні сили, які діють на деформоване тіло, зрівноважуються внутрішніми силами пружності. Величина й напрям пружних сил залежать від виду деформації. Тіло буде чинити опір зовнішнім впливам доти, поки інтенсивність внутрішніх сил не перевищить певної границі, після чого тіло або втратить пружні властивості, або зруйнується.

Інтенсивність пружних сил характеризують величиною сили, яка діє на одиницю площі поперечного перерізу, взятого в напрямі, нормальному або дотичному до діючих сил. Цю величину називають **нормальною** або **дотичною напругою** деформованого тіла. При рівномірному розподілі зусиль для того, щоб знайти напругу P, треба поділити силу F на площу S поперечного перерізу, по якому ця сила розподілена:

$$P = \frac{F}{S}. \tag{1}$$

При нерівномірному розподілі пружних сил доводиться вказувати напругу в окремих точках поперечного перерізу (§ 65):

$$P = \frac{dF}{dS}. \tag{2}$$

§ 98. Закон Гука. Англійський фізик **Роберт Гук** ще в XVII ст. виявив, що *напруга деформованого тіла пропорціональна відносній деформації*:

$$P = K\frac{\Delta x}{x}. \tag{3}$$

Коефіцієнт K називають **модулем пружності**.

Закон Гука справедливий тільки до певних границь. При деякій напрузі **порушується пряма пропорціональність** між напругою і деформацією. Цю напругу називають **границею пропорціональності** (P_p).

При трохи більшій напрузі, яка називається **границею пружності** (P_r), тіло втрачає свої пружні властивості: при усуненні зовнішніх сил форма тіла відновлюється не повністю; залишається так звана **залишкова деформація**.

Коли напруга стає більша якоїсь величини, яку називають **границею текучості** (P_s), деформація продовжує зростати без збільшення навантаження.

Напругу, при якій настає руйнування матеріалу (R), називають **границею міцності** або **тимчасовим опором**.

Числові значення цих величин наведені в таблиці 8 (стор. 151).

§ 99. Об'ємна пружність. Всебічного стиску або розтягу тіло зазнає в тому разі, коли до поверхні тіла з усіх боків будуть прикладені сили тієї самої напруги P. Така сама напруга буде діяти і на **яку завгодно** поверхню, мислено проведену всередині тіла. Частка від ділення цієї напруги P на абсолютну величину відносної зміни об'єму тіла називається модулем всебічної об'ємної пружності.

$$K = \frac{P}{\left|\frac{\Delta V}{V}\right|}. \tag{4}$$

Якщо $\frac{\Delta V}{V} = 1$, то $K = P$. Отже, якби пружні властивості тіла при якій завгодно величині всебічного розтягу залишалися незмінними, то всебічна розтягуюча напруга K, що дорівнює модулеві пружності, була б здатна збільшити об'єм тіла в два рази. Для всіх тіл ця напруга в багато разів більша за границю міцності, а тому тіло зруйнується задовго до того, як об'єм його зросте в два рази. Величини модулів об'ємної пружності для різних матеріалів наведені в таблиці 8 (стор. 151).

Легко довести, що *відносне збільшення (або зменшення) об'єму* $\varepsilon = \frac{\Delta V}{V}$ *у три рази більше відносного збільшення (або зменшення) лінійних розмірів тіла*. Нехай куб з стороною, що дорівнює l, зазнає всебічного об'ємного розтягу. Кожна сторона куба при цьому видовжується на Δl. Остаточний об'єм куба дорівнюватиме $(l + \Delta l)^3$, відносне збільшення об'єму:

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{V} = \frac{(l + \Delta l)^3 - l^3}{l^3} = 3\,\frac{\Delta l}{l} - 3\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^3.$$

На два останні члени в правій частині цього рівняння можна не зважати через малість величини $\frac{\Delta l}{l}$, а тому:

$$\frac{\Delta V}{V} \approx 3\,\frac{\Delta l}{l}. \tag{5}$$

§ 100. Поздовжній розтяг і стиск. При поздовжньому розтягу розтягуючі сили F рівномірно розподілені по поперечному перерізу S випробовуваного зразка, а тому напругу P знаходимо простим діленням:

$$P = \frac{F}{S}.$$

Відношення E напруги P до відносного видовження $\frac{\Delta l}{l}$ має назву модуля пружності або модуля Юнга:

$$E = \frac{P}{\left|\frac{\Delta l}{l}\right|}. \tag{6}$$

Об'єднуючи написані рівняння, дістанемо:

$$\boxed{\Delta l = \frac{Fl}{ES}.} \tag{7}$$

Видовження прямо пропорціональне діючій силі й початковій довжині зразка і обернено пропорціональне модулеві Юнга для даного матеріалу й поперечному перерізові зразка.

Якщо $\frac{\Delta l}{l}=1$, то $E=P=\frac{F}{S}$; отже, модуль Юнга — це таке навантаження, яке, діючи на зразок з поперечним перерізом $S=1$, збільшило б його довжину в два рази, якби при цьому пружні властивості матеріалу залишалися незмінними. Тільки каучук може витримати таке навантаження. Решта матеріалів руйнуються задовго до того, як напруга стане дорівнювати модулеві Юнга. Значення модуля Юнга для різних матеріалів наведені в таблиці 8. Для того самого матеріалу величина E залежить від домішок і оброблення. У кристалів і волокнистих речовин величина E залежить від напряму розтягу. Тіло, в якого пружні властивості однакові по всіх напрямах, називають **і з о т р о п н и м**, у противному разі його називають **а н і з о т р о п н и м**.

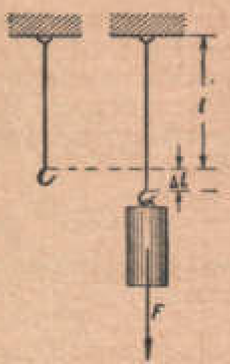


Рис. 172. Деформація розтягу.

Коли навантаженням спричинене видовження бруска, можна спостерігати, що через деякий проміжок часу видовження само, без збільшення навантаження, зростає на якусь незначну величину. Коли навантаження усунуто, можна спостерігати, що для повного зникнення деформації, навіть у границях пружності, також потрібний якийсь проміжок часу. Цей факт називають **п р у ж н о ю п і с л я д і є ю**. Величина пружної післядії в металах при тих напругах, з якими доводиться мати справу в техніці, дуже незначна.

Як правило, пружна післядія тим менша, чим однорідніший матеріал.

К о е ф і ц і є н т П у а с с о н а. *Розтяг брусків супроводиться їх поперечним стиском.* Відношення поперечного стиску $\frac{\Delta d}{d}$ до поздовжнього видовження $\frac{\Delta l}{l}$ називають коефіцієнтом Пуассона μ (d — поперечний розмір бруска). Отже, поперечний стиск дорівнює поздовжньому видовженню, помноженому на коефіцієнт Пуассона:

$$\frac{\Delta d}{d}=\mu\frac{\Delta l}{l}. \tag{8}$$

Знаючи μ, можна судити про зміну об'єму бруска при розтягу в границях пропорціональності.

§ 101. Зсув. Зсувом називають таку деформацію, при якій усі шари тіла, паралельні даній площині, не викривляючись і не змінюючись у розмірі, зміщуються паралельно один одному (рис. 173). Відрізок $\Delta x=AA'$ називають **а б с о л ю т н и м з с у в о м**, кут θ — **к у т о м з с у в у**. При малому куті зсуву (якщо θ виражена в радіанах):

$$\theta=\operatorname{tg}\theta=\frac{\Delta x}{x}, \tag{9}$$

а тому кут θ часто називають **в і д н о с н и м з с у в о м**.

Звичайно зсув спричинюється двома парами сил, прикладеними, як показано на рис. 173, до протилежних граней деформованого тіла.

Згідно з законом Г у к а, відносний зсув θ повинен бути пропорціональним дотичній напрузі $T=\frac{F}{S}$:

$$T=G\theta. \tag{10}$$

Коефіцієнт G має назву **модуля зсуву**. Величини модуля зсуву наведені в таблиці 8 (стор. 151).

На рис. 173 виразно видно, що всі шари деформованого зразка, паралельні площині AC, **вкорочуються** в цьому напрямі, а шари, паралельні BD,—**видовжуються** в напрямі BD.

Зсув може бути спричинений одночасним стиском у напрямі діагоналі AC і розтягом у перпендикулярному до неї напрямі BD.

В цьому можна переконатися, розглядаючи на рис. 174 куб, виділений

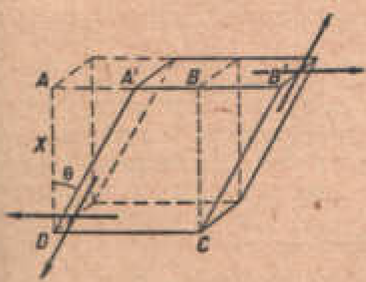


Рис. 173. Деформація зсуву.

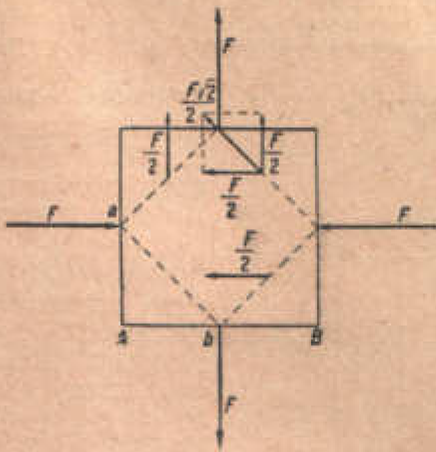


Рис. 174. Площа $AB = S$. Площа $ab = \frac{S\sqrt{2}}{2}$.

мислено (пунктирна лінія) з прямокутного зразка, що його піддають стискові і розтягові в двох взаємно перпендикулярних напрямах. При видовженні зразка куб зазнає зсуву, при чому дотична напруга зсуву T дорівнює, як видно з того самого рисунка, напрузі зовнішніх стискуючих і розтягаючих сил P:

$$T = \frac{F\sqrt{2}}{2} : \frac{S\sqrt{2}}{2} = \frac{F}{S} = P. \tag{11}$$

Легко показати, що *відносне видовження або вкорочення зразка в напрямі діяння стискуючих або розтягаючих сил дорівнює половині відносного зсуву, взятого під кутом 45° до цих сил:*

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{\theta}{2}. \tag{12}$$

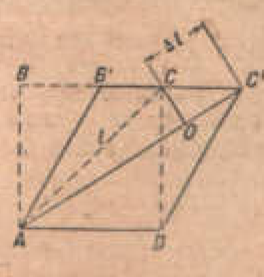


Рис. 175.

Справді, при малому зсуві можна вважати, що $\angle CC'O = 45°$ (рис. 175); $\triangle COC'$ — прямокутний і рівнобедрений.

Звідси

$$OC' = \frac{CC'}{\sqrt{2}}.$$

Далі

$$AC = CD\sqrt{2}.$$

Отже, відносне видовження в напрямі AC дорівнюватиме:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{OC'}{AC} = \frac{CC'}{\sqrt{2}\,CD\sqrt{2}} = \frac{\theta}{2}.$$

§ 102. Співвідношення між константами пружності. Модуль Юнга E, коефіцієнт Пуассона μ, модуль об'емної пружності K і модуль зсуву G не є незалежними. Вони зв'язані один з одним двома рівняннями.

Виведемо ці рівняння. Уявимо собі прямокутний стрижень (рис. 176), поздовжньо розтягуваний силами, напруга яких дорівнює P. Відносне видовження стрижня $\varepsilon=\frac{\Delta l}{l}=\frac{P}{E}$. Стрижень зазнає поперечного стиску, що дорівнює поздовжньому видовженню, помноженому на коефіцієнт Пуассона: $\frac{\Delta d}{d}=\mu\varepsilon$. Прикладемо мислено до бічних граней стрижня, до кожної з них, по дві рівні й напрямлені в протилежні сторони сили, напруги яких дорівнюють $\frac{P}{3}$. Ясно, що ці сили як взаємно зрівноважуючі одна одну не спричинять ніяких деформацій, і початкова деформація залишиться незмінною. Розкладемо розтягаючу стрижень напругу P, прикладену до кінців стрижня, на три рівні напруги $\frac{P}{3}$, що діють по одній прямій. Тепер ми можемо як завгодно згрупувати діючі на стрижень сили.

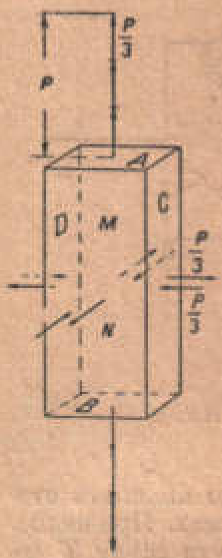


Рис. 176.

Розтягаючі напруги $\frac{P}{3}$, що діють на всі грані стрижня, спричинять всебічний об'емний розтяг $\frac{\Delta V}{V}=\frac{P}{3K}$, еквівалентний всебічному лінійному відносному розтягові $\frac{P}{9K}$ (див. § 99).

Розтягаючі напруги $\frac{P}{3}$, що діють на грані A і B, разом із стискуючими напругами, які діють на грані C і D, спричинять зсув $\theta=\frac{P}{3G}$ (в напрямі 45° до осі стрижня), еквівалентний вдвоє меншому видовженню в напрямі осі стрижня і такому ж поперечному стискові $\frac{P}{6G}$.

Так само розтягаючі напруги, що залишилися і діють на верхню і нижню основи стрижня, разом із стискуючими напругами, які діють на дві інші бічні грані N і M, спричинять зсув, еквівалентний видовженню $\frac{P}{6G}$ в напрямі осі і такому ж поперечному стискові.

Отже, повний поздовжній розтяг:

$$\frac{\Delta l}{l}=\frac{P}{9K}+\frac{P}{6G}+\frac{P}{6G}=\frac{P}{E},$$

звідки

$$\frac{1}{E}=\frac{1}{9K}+\frac{1}{3G}. \qquad (13)$$

Поперечний стиск $\frac{\Delta d}{d}$, перпендикулярний до граней C і D або M і N:

$$\frac{\Delta d}{d}=\frac{\mu P}{E}=\frac{P}{6G}-\frac{P}{9K},$$

звідки

$$\frac{\mu}{E}=\frac{1}{6G}-\frac{1}{9K}. \tag{14}$$

Рівнянням (13) користуються для обчислення модуля всебічної пружності K, виходячи з легко визначуваних дослідним шляхом модулів Юнга E і зсуву G.

Додаючи (13) і (14), дістанемо рівняння, яке служить для обчислення коефіцієнта Пуассона:

$$\frac{1}{E}(1+\mu)=\frac{1}{2G}$$

або

$$\mu=\frac{E}{2G}-1. \tag{15}$$

§ 103. Згин. Згин характеризується тим, що поперечні перерізи бруска, спершу паралельні, нахиляються один до одного і вісь стрижня викривляється. Виникає згин тоді, коли на брусок, закріплений в одній або кількох точках, діє сила, прикладена на деякій віддалі від укріпленої точки (рис. 177, *а*). Шари опуклої сторони стрижня видовжуються, вгнутої — стискаються, а один шар, що його називають нейтральним шаром, залишається недеформованим. Якщо стрижень зроблено з пружного матеріалу, то опуклі розтягнуті шари будуть намагатися вкоротитись, вгнуті, стиснуті шари, навпаки, намагатимуться видовжитись, і всередині стрижня виникнуть пружні сили, які, за законом Гука, будуть тим більші, чим більша деформація шару, тобто чим більша віддаль x від розглядуваного шару стрижня до нейтрального шару (рис. 177). На поперечний переріз стрижня буде, отже, діяти пара сил, момент якої складається з моментів $x\,dF$ усіх елементарних пружних сил dF, що діють на кожний елемент площі поперечного перерізу. Момент цієї пари $\Sigma x dF$ повинен дорівнювати моментові $M=Ql$ згинаючої сили, бо тільки в цьому разі стрижень залишається в рівновазі. Відразу стає зрозумілим, що здатність стрижня чинити опір згинові великою мірою буде залежати від форми поперечного перерізу.

Рис. 177. Деформація згину.

Чим більше віддалений будьякий шар від нейтрального шару, тим більшою є деформація, тим більша напруга виникає в цьому шарі. Біля нейтрального шару матеріал деформується мало, і в ньому виникають незначні напруги. А тому *найвигіднішим є той випадок, коли майже весь матеріал зосереджений на верхній і нижній гранях стрижня*, а поблизу нейтрального шару товщина може бути мінімальною. Найвигіднішим є, отже, двотавровий переріз (таблиця на стор. 143). Якщо ж балка повинна чинити по всіх напрямах однаковий опір згинові, то найвигіднішою буде трубчаста форма.

Остови літаків, рами велосипедів і мотоциклів, стебла багатьох рослин і кістки тварин мають трубчасту форму.

§ 104. Напруга при згині. Розглянемо елемент зігнутого стрижня. Радіус кривизни позначимо через r. Віддаль якогось розглядуваного шару від нейтрального позначимо через x. Початкову довжину виділеної мисленої ділянки цього шару позначимо через Δl. Видовження шару dl нехай буде mn. З рис. 178 видно, що $mn = x d\alpha$ і $\Delta l = r d\alpha$. Відносне видовження шару

$$\varepsilon = \frac{dl}{\Delta l} = \frac{x d\alpha}{r d\alpha} = \frac{x}{r}.$$

Напруга, що виникла в шарі, дорівнює добуткові модуля Юнга E на відносне видовження:

$$P = E\frac{dl}{\Delta l} = E\frac{x}{r}.$$

Виділимо з поперечного перерізу бруска площинку dS на віддалі x від нейтрального шару (рис. 177, b). Сила dF, яка буде діяти на цю площинку, дорівнює:

$$dF = P \cdot dS.$$

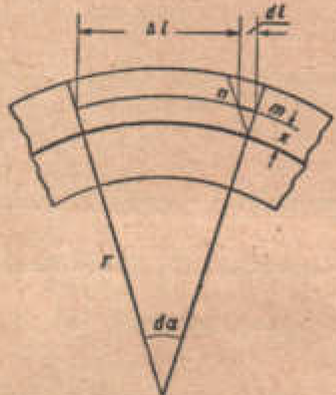


Рис. 178.

Момент цієї сили:

$$dM = xPdS = E\frac{x^2}{r}dS.$$

Для того, щоб стрижень перебував у рівновазі, рівнодійний момент усіх елементарних внутрішніх сил пружності повинен дорівнювати моментові M зовнішньої згинаючої сили Q, точка прикладання якої міститься на віддалі l від розгляданого елемента ($M = Q \cdot l$; рис. 177):

$$M = Ql = \int E\frac{x^2}{r}dS = \frac{E}{r}\int x^2 dS,$$

або

$$M = \frac{E}{r}I, \tag{16}$$

де

$$I = \int x^2 dS.$$

Інтеграл $I = \int x^2 dS$, взятий по всій площі поперечного перерізу, називають моментом інерції перерізу I. Щоб обчислити I, треба, знаючи форму перерізу, виразити його площу S як функцію x. Моменти інерції найуживаніших перерізів наведені в уміщеній нижче таблиці.

Одержана вище формула дозволяє легко обчислити радіус кривизни r балки на віддалі l від точки прикладання зовнішньої згинаючої сили Q; для цього необхідно знати модуль Юнга E матеріалу балки і момент інерції поперечного перерізу балки. Замінивши M через Ql, знаходимо:

$$r = \frac{EI}{Ql}. \tag{17}$$

Пригадавши, що $P = E\frac{x}{r}$, і виключаючи звідси і з попередньої формули (17) кривизну r, дістанемо рівняння, яке дає змогу обчислити напругу P в шарі, розміщеному на віддалі x від нейтрального шару:

$$P = \frac{Qlx}{I} = \frac{Mx}{I}. \tag{18}$$

Найбільші напруги відповідають шарам, найбільш віддаленим від нейтрального. Якщо h — висота поперечного перерізу балки, то $x_{max} = \frac{h}{2}$ і, отже, напруга в шарі, найбільш віддаленому від нейтрального,

$$P_{max} = \frac{Mh}{2I}. \tag{19}$$

Назвавши вираз $I : \frac{h}{2}$ моментом опору балки W, дістанемо:

$$P_{max} = \frac{M}{W}. \tag{20}$$

напруга в шарі, найбільш віддаленому від нейтрального, дорівнює частці від ділення згинаючого моменту M на момент опору W поперечного перерізу балки. Якщо ця напруга перевищить границю міцності, зразок зламається. Величини моментів опору для найуживаніших поперечних перерізів наведені у вміщеній нижче таблиці. Знаючи міцність матеріалу, з якого зроблена балка, і її момент опору, легко знайти, який найбільший згинаючий момент ця балка може витримати.

Моменти опорів і моменти інерції.

Форма перерізу	Момент інерції перерізу	Момент опору	Полярний момент інерції
	$I=\frac{BH^3-bh^3}{12}$	$W=\frac{BH^3-bh^3}{6H}$	
	$I=\frac{\pi}{64}(D^4-d^4)$	$W=\frac{\pi}{32}\,\frac{D^4-d^4}{D}$	$I_p=\frac{\pi}{32}(D^4-d^4)$
	$I=\frac{\pi}{64}\,d^4$	$W=\frac{\pi}{32}\,d^3$	$I_p=\frac{\pi}{32}\,d^4$
	$I=\frac{bh^3}{12}$	$W=\frac{bh^2}{6}$	$I_p=\frac{1}{36}\,\frac{b^3h^3}{b^2+h^2}$

§ 105. Приклад розрахунку балки. Визначимо, яке рівномірно розподілене навантаження F може витримати стальна двотаврова балка, яка вільно лежить на двох опорах, якщо напруга в матеріалі не повинна перевищувати $5\ кг^*/мм^2$ (допускна напруга $P_{доп}=5\ кг^*/мм^2$). Розміри балки такі (рис. 179): довжина $l=4\ м$; висота $H=200\ мм$; ширина $B=150\ мм$; товщина стінки $e=15\ мм$ і товщина стінки $c=10\ мм$.

Знаходимо момент опору балки, взявши до уваги, що $b=B-e=135\ мм$;

$$h=H-2c=180\ мм;\ W=\frac{BH^3-bh^3}{6H}=\frac{150\cdot 200^3-135\cdot 180^3}{6\cdot 200}\approx 350\,000\ мм^3.$$

Неважко зміркувати, що момент навантаження буде найбільшим на середині балки — на відстані $\frac{l}{2}$ від точки опори. „Небезпечним перерізом", в якому найшвидше може статися злам, є середній переріз (рис. 179, a). Момент M, що діє на цей переріз, знайдемо, підсумувавши всі моменти, які діють на балку по одну якусь сторону від середнього перерізу; він дорівнює різниці моменту реакції опори $\frac{F}{2}\cdot\frac{l}{2}$ і моменту розподіленого навантаження M_1. Останній можна обчислити так:

$$M_1=\int_0^{\frac{l}{2}} x\cdot dF.$$

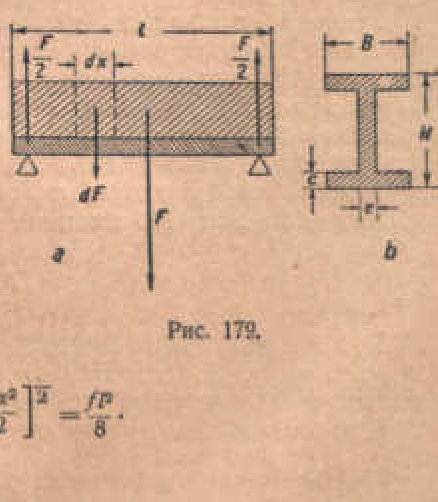


Рис. 179.

Тут x — віддаль від опори і dF — навантаження, що діє на елемент dx. Позначимо навантаження, яке припадає на одиницю довжини балки, через f; тобто $dF=f\,dx$ і

$$M_1=\int_0^{\frac{l}{2}} x\cdot f\cdot dx=f\left[\frac{x^2}{2}\right]^{\frac{l}{2}}=\frac{fl^2}{8}.$$

Але $f\cdot l=F$; а тому:

$$M_1=\frac{F\cdot l}{8}.$$

Звідси:

$$M=\frac{Fl}{4}-\frac{Fl}{8}=\frac{Fl}{8}.$$

Знаючи, що $M = W \cdot P_{доп}$, знаходимо F:

$$\frac{F \cdot l}{8}=W \cdot P_{доп}, \tag{21}$$

$$F=\frac{8\,WP_{доп}}{l}=\frac{8 \cdot 350\,000 \cdot 5}{4\,000}=3{,}5\ m.$$

Інженерам доводиться звичайно розв'язувати задачу з другого кінця: знаючи величину згинаючого навантаження, спосіб його розподілу і допускну напругу, інженер відшукує момент опору балки і за довідковими таблицями знаходить нумер потрібної балки (при рівномірному розподілі навантаження ця задача розв'язується застосуванням формули 21).

§ 106. Кручення. Крученням називають деформацію стрижня, яка відбувається, коли один кінець стрижня закріплений, а на другий діє пара сил, напрямлена перпендикулярно до осі стрижня.

Дослід показує, що поки скручуюча пара не перевищила певної границі, кут закручування φ, тобто кут, на який повернувся рухомий кінець стрижня відносно нерухомого, прямо пропорціональний моментові пари, прямо пропорціональний довжині стрижня і обернено пропорціональний так званому полярному моментові інерції I_p поперечного перерізу стрижня

$$\varphi=\frac{Ml}{GI_p}, \tag{22}$$

тут G — модуль зсуву.

Цю формулу можна дістати теоретичним шляхом, беручи до уваги, що елементи закручуваного стрижня зазнають зсуву.

Для циліндричних стрижнів

$$I_p=\frac{\pi r^4}{2},$$

де r — радіус поперечного перерізу; для деяких перерізів значення I_p наведені в таблиці на стор. 143.

§ 107. Енергія деформованого тіла. Робота зовнішніх сил перетворюється при пружній деформації тіла на потенціальну енергію деформованого тіла.

Графічно залежність деформації від діючої сили зображається в границях застосовності закону Гука прямою лінією (рис. 180). Надамо деформації Δx елементарно малого приросту dx; для цього треба затратити роботу $F'dx$. На рис. 180 ця робота зобразиться площею заштрихованої вертикальної смужки. Переходячи послідовно від одного стану до стану нескінченно близького, ми зможемо обчислити повну роботу U, виконану зовнішньою деформуючою силою при її зміні від нуля до F. Ця робота, зображена на рис. 180 площею трикутника OBC, дорівнюватиме:

$$U=\frac{F\Delta x}{2}. \tag{23}$$

Тут F — деформуюча сила, а Δx — спричинена нею деформація якого завгодно виду. Користуючись цією формулою, легко обчислити величину потенціальної енергії для кожного випадку деформації.

При поздовжньому розтягу ($\Delta x = \Delta l$), взявши до уваги формулу

$$F=E\frac{\Delta l}{l}S,$$

знаходимо:

$$U = \frac{E \cdot S}{l} \cdot \frac{\Delta l^2}{2}. \tag{24}$$

Щоб дістати результат, незалежний від розміру бруска, визначимо енергію, яка припадає на одиницю об'єму розтягнутого тіла:

$$\frac{U}{Sl} = u = E \cdot \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2. \tag{25}$$

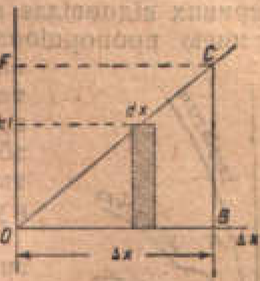


Рис. 180. Графік роботи, витраченої на деформацію.

Беручи до уваги, що за законом Гука (формула 6) напруга P, спричинювана деформацією, зв'язана з модулем Юнга співвідношенням

$$P = E\frac{\Delta l}{l},$$

можна переписати формулу (25) так:

$$u = \frac{P^2}{2E}. \tag{25a}$$

Енергія закрученого тіла дорівнюватиме:

$$U = \frac{M\varphi}{2}; \tag{26}$$

тут M — закручуючий момент, а φ — кут кручення. Замінюючи тут з допомогою формули (22) спершу M його виразом через φ, а потім, навпаки, φ його виразом через M, дістанемо дві формули для енергії закрученого тіла:

$$U = \frac{GI_p}{l} \cdot \frac{\varphi^2}{2}; \tag{26a}$$

$$U = \frac{l}{GI_p} \cdot \frac{M^2}{2}. \tag{26б}$$

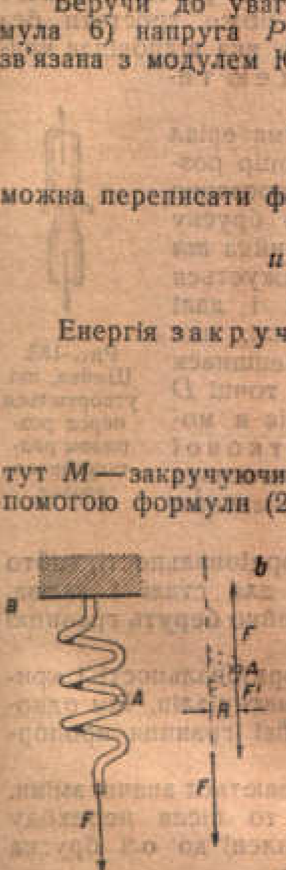


Рис. 181.

Рекомендуємо як вправу так само визначити енергію тіла при всебічному стискові і при зсуві.

§ 108. Пружини. Цікавим випадком кручення є деформація гвинтової пружини (рис. 181), один кінець якої нерухомо закріплено, а другий розтягується силою F. В тому, що тут дійсно буде кручення, легко переконатися, розглянувши сили, які діють на довільний поперечний переріз пружини, наприклад, на переріз A. На нижній кінець пружини діє тільки сила F. Ми не порушимо рівноваги, якщо прикладемо до перерізу A дві протилежно напрямлені сили F' і F, з яких кожна дорівнює величиною силі, що розтягує пружину. Тепер дія нижньої половини пружини на верхню зведеться, поперше, до сили F' і, подруге, до пари сил з моментом FR, де R — радіус пружини. Дотичні напруги, спричинювані силою F', малі; на них безумовно можна не зважати, порівнюючи із скручуючими напругами пари FR. Кут кручення φ, спричинений парою FR, може бути визначений за формулою 22 (§ 106).

§ 109. Діаграма розтягу. Найпоширенішою формою випробовування матеріалів є випробовування на розтяг.

Звичайно залежність навантаження від видовження виражають графічно. По осі ординат відкладають напругу P (навантаження на одиницю площі поперечного перерізу зразка), по осі абсцис — відносне видовження Δl. На рис. 182 зображено діаграми розтягу матеріалів, найчастіше вживаних у техніці: зварного заліза, м'якої і твердої сталі. Всі три криві мають прямолінійну дільницю, круто нахилену до осі абсцис, в границях якої матеріали цілком підлягають законові Гука. Точка A на всіх цих кривих відповідає границі пропорціональності P_p (§ 98). За границею пропорціональності видовження починають зростати швидше від навантажень і після переходу через так звану „критичну" точку (на кривій, яка зображає розтяг зварного заліза, це — точка B) видовження може зростати без збільшення навантаження. Напруга, яка відповідає критичній точці B, називається границею текучості P_t.

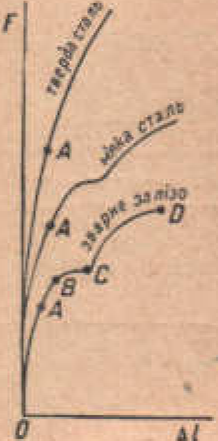


Рис. 182. Діаграми розтягу.

Під час дальшого навантаження матеріал знову набуває властивості чинити опір розтягові: крива загинається вгору. Зростання навантажень триває доти, поки на бруску не з'явиться місцеве звуження — шийка mn (рис. 183). Тепер деформація зосереджується біля місця звуження. Видовження і далі зростає навіть при розтягаючій силі, яка зменшується, бо великою мірою зменшився поперечний переріз, і, нарешті, в точці D настає розрив. Навантаження, що діє в момент розриву, віднесене до початкової площі поперечного перерізу, називають границею міцності або „тимчасовим опором" R.

Рис. 183. Шийка, що утворюється перед розривом розтягуваного зразка.

Величина залишкової деформації в границях пропорціональності, тобто до точки A, для багатьох матеріалів, у тому числі для сталі і заліза, дуже мала, а тому за границю пружності звичайно беруть границю пропорціональності.

Відхилення від закону Гука між границею пропорціональності і критичною точкою B бувають більші для неоднорідних матеріалів. Чим однорідніший матеріал, тим ближче лежать одна до одної границя пропорціональності і критична точка.

При переході критичної точки у матеріалі відбуваються значні зміни. Якщо відполірувати поверхню розтягуваного зразка, то після переходу границі пружності на поверхні з'являються лінії, нахилені до осі бруска під кутом 45°, що їх називають лініями Людерса.

Лінії Людерса з'являються відразу ж після переходу границі пружності. Цей перехід також може бути виявлений за зміною температури бруска. До переходу границі пропорціональності (якщо розтяг відбувається „адіабатно", тобто без припливу або віддавання тепла) розтяг супроводиться невеличким зниженням температури. Поява залишкової деформації супроводиться різким підвищенням температури.

Якщо деформований брусок, напруга якого перевищує границю пружності, почати розвантажувати, то зменшення деформації, яке відбувається при цьому, зобразиться прямою FD, розміщеною паралельно прямолінійній дільниці лінії CO (рис. 184). При повному усуненні розтягаючих сил брусок буде на величину OD довший своєї початкової довжини; OD є залишковою деформацією. Деформованому так бруску дамо „відпочити" кілька днів і знову піддамо його розтягові; цікаво, що тепер границя пропорціональності буде досягнута при значно більшій напрузі, ніж під час першого випробовування: пружність бруска стала більшою. На рис. 184 границя пропорціональності зобразиться тепер точкою F. Попередній перехід за границю пропорціональності „загартовує" матеріал. Це називають н а к л е п о м. Початкові пружні властивості можна повернути матеріалові шляхом відпалу.

При однаковій деформації в загартованому матеріалі виникає більша напруга, ніж у відпаленому, і тому загартований матеріал руйнується при меншій деформації, ніж відпалений. Зате при однакових напругах загартований матеріал деформується менше відпаленого. А тому ковані, вальцьовані, пресовані матеріали більш пружні, зате й більш крихкі, ніж матеріали відпалені або литі.

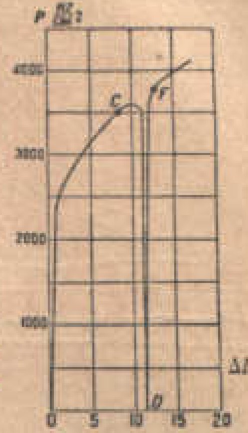


Рис. 184. Діаграма розтягу, яка пояснює явище наклепу.

§ 110. Залежність механічних властивостей від структури матеріалу. Мікроскопічні дослідження показали, що майже всі матеріали, в тому числі і *всі метали, складаються з окремих дуже дрібних кристалів, іноді відокремлених один від одного речовиною іншого складу.*

Ці кристали розміщені безладно, і механічні характеристики, одержувані в наслідок випробовувань, являють собою не що інше, як видозмінені впливом прошарків середні величини для окремих кристалів, розміщених по різних напрямах. Отже, щоб з'ясувати собі особливості звичайних полікристалічних матеріалів, необхідно насамперед вивчити механічні властивості монокристалів[1]).

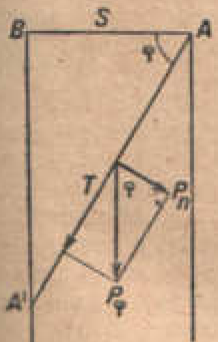


Рис. 185.

Випробовування таких м о н о к р и с т а л і ч н и х зразків показало, що механічні властивості монокристалів залежать від напряму діючого навантаження щодо кристалографічних осей.

При розтягу монокристала, після переходу критичної точки, починається п л а с т и ч н а д е ф о р м а ц і я, а саме — ковзання окремих шарів кристала один відносно одного по певних площинах. Відзначимо, що площина найбільших дотичних напруг розміщена під кутом 45° до розтягаючого зусилля[2]).

Деформації дрібних кристалів, з яких складається звичайний металічний зразок, мають такий самий характер. Коли напруга досягає величини границі пружності, починаються ковзання в деяких найбільш несприятливо розміщених мікрокристалах. На полірованій поверхні зразка ці ковзання бувають помітні у вигляді ліній Л ю д е р с а. При усуненні зовнішніх сил

[1]) Від грецького monos — о д и н.

[2]) Д о в е д е н н я (рис. 185). Площа перерізу зразка площиною AA', що лежить під кутом φ до діючого навантаження F, дорівнює $\frac{S}{\cos\varphi}$, де S — площа поперечного перерізу AB. А тому розтягаюча сила P_φ, що діє на одиницю площі в шарі AA': $P_\varphi = \frac{F\cos\varphi}{S}$. Нормальна складова цієї сили: $P_n = P_\varphi \cos\varphi = \frac{F}{S}\cos^2\varphi$. Дотична складова $T = P_\varphi \sin\varphi = \frac{F}{S}\sin\varphi\cos\varphi = \frac{F}{2S}\sin 2\varphi$, тобто має найбільшу величину для шару, розміщеного під кутом 45° до напряму розтягаючої сили $\left(\text{для цього шару сила, що спричиняє ковзання, дорівнює половині розтягаючої напруги } T_{\varphi=45^\circ} = \frac{F}{2S} = \frac{P}{2}\right)$.

форма зразка відновлюється не цілком, бо цьому перешкоджає пластична деформація мікрокристалів, у яких виникло ковзання. А тому всередині кристалів залишаться деякі внутрішні напруги: ті пружно деформовані мікрокристали, які стикаються з кристалами, що зазнали пластичної деформації, залишаться трохи розтягнутими. Під час повторного навантаження течіння зразка настане при більшій напрузі, ніж при початковому навантаженні (рис. 184, точка *F*), бо тепер ковзання почнеться у тих кристалів, які при початковому розтягу до напруги, яка вже перевищувала границю пружності (рис. 184, точка *C*), зазнавали тільки пружних деформацій. Цим пояснюють явище наклепу.

Якщо піддати метал після наклепу термічному обробленню, то виникне перекристалізація, внутрішні напруги зникнуть і початкові пружні властивості відновляться.

Міцність матеріалу можна характеризувати двома величинами: опором ковзанню і опором відриванню частинок. Якщо опір ковзанню більший половини[1]) опору відриванню частинок, то матеріал буде крихким: руйнування його відбуватиметься без пластичних деформацій. Якщо ж опір ковзанню менший, ніж половина опору відриванню частинок, то спершу почнеться ковзання по площинах, нахилених під кутом у 45° до розтягаючих зусиль, і руйнуванню буде передувати пластична деформація.

Опір ковзанню подібний до в'язкості рідин. Він, як і в'язкість, зростає при зниженні температури і при збільшенні швидкості деформації. І тому матеріали, що є пластичними при звичайній температурі і повільній деформації, стають крихкими при низьких температурах і швидко діючих деформаціях. Наприклад, свинець, пластичний при кімнатній температурі, стає крихким при температурі рідкого повітря. Цинк, пластичний при повільному збільшенні навантаження, стає крихким у разі швидкої деформації.

§ 111. Твердість. Поняття твердості ще точно не визначено. Звичайно твердість характеризують величиною опору, що його тіло чинить проникненню в нього будьякого іншого тіла, яке має або загострену форму, або взагалі таку форму, що площа зіткнення тіл незначна.

У мінералогії поширений запропонований Моосом спосіб визначення твердості за методом риски. Складено „шкалу твердості", а саме, добрано 10 мінералів, які розміщені в такий ряд: 1) тальк, 2) гіпс, 3) вапняковий шпат, 4) плавневий шпат, 5) апатит, 6) польовий шпат, 7) кварц, 8) топаз, 9) корунд, 10) алмаз. Кожним дальшим мінералом цієї шкали можна нанести риску на попередній мінерал, якщо гострим кутом першого провести по поверхні другого. Твердість відмічають порядковими нумерами тих мінералів, між якими розміщується випробовуване тіло; наприклад, позначка 5—6 (або $5^1/_2$) означає, що випробовуваним тілом можна нанести риску на апатит, а на це випробовуване тіло можна нанести риску, якщо по поверхні його провести гострим кутом польового шпату.

Друге визначення твердості — за Брінелем — базується на вимірі площі вм'яття при втискуванні силою 3000 *кг* у поверхню досліджуваного тіла загартованої стальної кульки діаметром в 1 *см*.

Неважко зрозуміти, що при вимірюванні твердості за першим методом доводиться мати справу з опором відриванню частинок. При вимірюваннях за другим — з опором ковзанню, а тому ці методи дають, взагалі кажучи, непорівнювані один з одним результати.

Досліди, проведені академіком А. Ф. Іоффе, встановили, що міцність монокристалів кам'яної солі у багато разів зростає при зануренні кристала у воду. Це, очевидно, пояснюється тим, що в сухих кристалах

[1]) Чому опір ковзанню повинен бути більший половини опору відриванню, це видно з примітки на стор. 147 (дотична сила в шарі, яка діє на одиницю площі, вдвоє менша розтягаючої напруги).

міцність знижена наявністю багатьох дрібних, непомітних розколин („смекалівські розколини"); при витримуванні у воді, в наслідок процесу розчинення і осадження, розколини зникають, і міцність кристала зростає до нормальної величини, яка може бути наперед обчислена з електричної теорії будови кристалів.

Дослідження проф. П. А. Ребіндера і його співробітників показали, що можна добрати розчини таких речовин, змочування якими знижує „твердість" кристала; ці речовини, проникаючи в смекалівські розколини, очевидно, трохи розширюють їх у тих місцях, де, не зважаючи на наявність розколини, кристалічні поверхні залишалися міцно притиснутими одна до одної; робота, потрібна для диспергування (розламування) кристала, в наслідок цього зменшується.

Протилежні з практичного погляду ефекти Іоффе і Ребіндера у майбутньому, можливо, набудуть широкого застосування в техніці: ефект Іоффе — як засіб зміцнення матеріалів, ефект Ребіндера — як засіб полегшення свердлових робіт у твердих породах і інших робіт, зв'язаних з диспергуванням.

§ 112. Втома металів. Давно вже було помічено, що в тому разі, коли на метал діють повторні навантаження і розвантаження або знакозмінні зусилля, руйнування настає при напрузі значно (у два-три рази) меншій за границю міцності, визначену звичайним статичним випробовуванням. Це явище було названо втомою металів. На явище втоми доводиться зважати при проектуванні деталей, які призначені витримувати знакозмінне або періодично змінюване навантаження: колінчастих валів, шатунів, поршневих штоків і т. ін.

Навантаження, що діє на зразок при випробовуванні на втому, періодично змінюють з часом. Максимальну величину, що її досягає напруга в зразку протягом одного періоду, називають максимальною напругою або амплітудою напруги. Випробовування на втому показали, що чим більша амплітуда напруги, тим менше число змін напруги, після якого настає руйнування зразка. Якщо амплітуда напруги дорівнює границі міцності, руйнування, зрозуміло, настає після першого ж прикладання навантаження. Якщо амплітуда напруги становить 60—70% границі міцності, то руйнування настає після кількох тисяч циклів. Якщо ж амплітуда не перевищує 40—50% границі міцності, то навантаження може бути прикладене надзвичайно велике число разів (10^7), не спричиняючи руйнування зразка. Найбільшу з амплітуд напруг, яка може бути прикладена нескінченно велике число разів, не спричиняючи руйнування зразка, називають границею витривалості.

Залежність між границею витривалості й іншими величинами, які характеризують механічні властивості матеріалів, досі встановити не вдалося. Границя витривалості на кручення звичайно в два рази менша, ніж границя витривалості при розтягу або згині.

Досліди показали, що наклеп і перенапруга, що передують випробовуванням на втому, знижують границю витривалості. Підвищення частоти зміни напруги до 60 000—120 000 циклів за хвилину значно підвищує границю витривалості.

§ 113. Механічні властивості матеріалів. Після того, як інженер методами статики і динаміки визначить сили, які будуть діяти на окремі деталі споруджуваної будови, буває необхідно добрати для виробництва цих деталей відповідний матеріал. При цьому інженер повинен ставити собі насамперед два завдання. Перше, щоб деталь, зроблена з вибраного матеріалу, була достатньо міцною (тобто здатною протистояти діючим на неї силам, не руйнуючись і не набуваючи залишкових деформацій); друге, щоб деталь була якнайдешевшою.

Якщо деталь у процесі роботи зазнає пружних деформацій, наприклад, залізнична рейка, вал турбіни або ресора, то її слід зробити з пружного матеріалу. Пружним є той матеріал, який має високий модуль Юнга і високу границю пружності, а крім того, зазнає до моменту руйнування або до моменту досягнення границі текучості значних змін лінійних і поперечних розмірів. Якщо деталь повинна бути можливо більш легкою, то необхідно взяти для її виготовлення матеріал, який має найбільшу міцність при найменшій питомій вазі, і крім того, надати деталі такої форми, щоб на її виготовлення витратити найменшу кількість матеріалу. Останнє сприяє також найбільшій дешевині споруди.

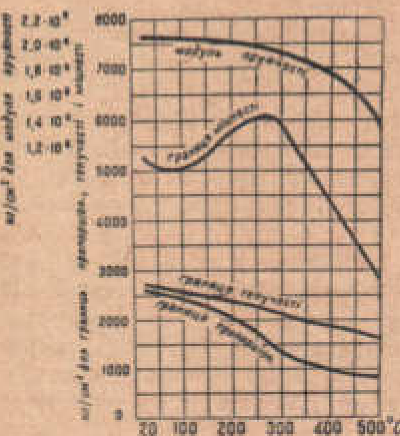


Рис. 186. Діаграма, яка зображає залежність механічних властивостей сталі від температури.

Особливо великого значення питання про легкість конструкції набуває при спорудженні рухаючих механізмів — автомобілів, вагонів, возів і т. ін., а також різного роду перекрить і мостів. А зовсім виключне, вирішальне значення легкість конструкції має при будуванні літальних машин: літаків і дирижаблів.

Числа, наведені в таблиці механічних властивостей найголовніших матеріалів (стор. 151), показують, що найкращі механічні властивості, тобто велику пружність, міцність і здатність витримувати значні деформації, мають різні сталі — стопи заліза з вуглецем, питома вага яких до того ж не дуже велика. Застосування сталей як будівельного матеріалу розв'язує проблему здешевлення конструкцій, бо залізо є найдешевшим металом.

Сталь має не тільки значну міцність, а й високу пружність. Наприклад, до моменту розриву стальний зразок може зазнати видовження, що доходить 34% початкової довжини. Тому стальні деталі можна піддавати значним пружним деформаціям, не боючись їх зламу. Єдиними конкурентами сталей при спорудженні легких конструкцій, які зазнають значних пружних деформацій, є стопи алюмінію, які мають гарні механічні властивості і досить високу пружність при дуже низькій питомій вазі. Майже всі деталі сучасних металічних літаків і дирижаблів, крім деяких особливо сильно навантажених частин мотора, роблять із стопів алюмінію — дуралюміну або кольчугалюміну. Тільки в останній час високосортні нержавіючі сталі починають витискувати стопи алюмінію з літакобудування, бо високі механічні якості цих сталей дозволяють надавати деталям таких малих розмірів, що вага конструкції з нержавіючої сталі буває не вища за вагу конструкції з дуралюміну, а механічні властивості стальних конструкцій навіть перевищують властивості дуралюмінових. Вдалим розв'язанням суцільностальної конструкції є радянські літаки „Сталь-2" і „Сталь-3".

Однією з дуже істотних переваг сталей є їх здатність витримувати яке завгодно механічне і термічне оброблення: обточування, стругання, пресування, кування, зварювання, загартовування, топлення.

Дерево, через свою надзвичайно малу питому вагу й високу пружність, теж є цінним будівельним матеріалом. Хибою дерев'яних конструкцій є їх недовговічність і громіздкість.

В тому випадку, коли конструкція працює на стиск, з успіхом можуть бути використані як будівельні матеріали речовини з малою пружністю, але достатньою здатністю чинити опір роздавлюванню, наприклад, каміння

Таблиця 8.

Механічні властивості найголовніших матеріалів.

Матеріял і спосіб оброблення	Модуль Юнга $кг/мм^2$	Модуль зсуву $кг/мм^2$	Границя міцності $кг/мм^2$	Границя текучості $кг/мм^2$	Границя пружності $кг/мм^2$	Границя втоми $кг/мм^2$	Видовження до моменту руйнування у %	Зуження поперечного перерізу в момент руйнування у %	Питома вага $г/см^3$
Сталь нікелева, лита відпалена	20000—22000	8000—8300	65	39		34	12	14	7,84—7,85
Сталь вуглецева, брусок необроблений	20000—22000	8000—8300	53,5	34,6		28	34	58	7,84—7,85
теж — загартований			69,2				24	56	
„ відпущений при 700°			58,2	40,8			33	68	
„ катаний			48,7	32	25,7		30	59,5	
„ тягнутий з утворенням наклепу			96,6		57	20	3	23	
„ кований			44,6	21,5	18,6		33,5	53	
Сталь хромонікелева	20000—22000	8000—8300	147,5	137		80	9,5	20,5	7,84—7,85
теж — відпалена			67,5	33		34	27	53	
„ загартована			177	170		85	11	43	
Сталь нікельванадієва загартована в маслі			241,3	193,2			5	8	
Сталь відпущена			97,7	72	58,3		19,5	48,5	
Залізо електролітичне	19000—21000	7700—8300	30—44	18—36	4—7	8,8	19—42		7,9
Залізо конке, лите			28—40	14,3		11	32	48	
теж — тягнуте			55,4	51	31,6	20	17	54	
Чавун машинобудівельний	8000—10500	3500	12—22			8—15			7,8
Дуралюмін	6300 — 7200	2600	40	20		14	20		2,7
теж — холоднокатаний			62	54		15—16	3		
Кольчугалюмін загартований			36—42		19—23	12	15—22		
теж — холоднокатаний			45—58		35—50		4—3		
Електрон литий (стоп Mg)			20—23	10	≈5	≈10	6—10	10—14	1,8
Мідь електролітична	11000		16—22			3—4	50—58	65—76	8,9
Свинець	500—700		1,25—1,80		0,25				11,3
Дуб вздовж волокон	1080	800	9—10		2,5				0,7
Сосна	920		7—8						0,5

„електрон"[1]) і чавун (табл. 9). Остови машин і верстатів, які зазнають стискуючих навантажень, майже завжди виливають з чавуну, який не тільки має значний опір стискові, але прекрасно піддається обточуванню, струганню та іншим видам механічного оброблення.

Таблиця 9.

Границя міцності на роздавлювання (у $кг/мм^2$).

Чавун	„Електрон"	Граніт	Вапняк	Цегла	Цемент чистий	Цемент з 3 частинами піску	Сосна вздовж	Дуб волокон
50—80	20—30	8—20	4—20	1,5—3	2,5—2,7	1,6	2,45	3,55

При спорудженні будівель, при спорудженні фундаменту і стін, яким також доводиться зазнавати стискаючих навантажень, коли в наслідок великої кількості витрачуваного матеріалу істотного значення набуває питання про його дешевину, застосовують каміння, бетон, цеглу і подібні дешеві матеріали з малою пружністю і малою теплопровідністю, але такі, що мають достатню здатність чинити опір роздробленню.

Деталі, які зазнають у процесі роботи встановлення або виробництва значних пластичних деформацій, наприклад, електричні проводи, водопровідні труби, крани, дрібні фасонні частини різних механізмів і т. ін.,— повинні бути зроблені з пластичних матеріалів. Пластичність характеризується малим модулем Юнга, низькою границею текучості і великими змінами лінійних розмірів зразка до моменту руйнування. Такі властивості, як видно з таблиці на стор. 151, мають чисте залізо, мідь і свинець. Останні два матеріали, крім того, добре протистоять корозії (§ 425).

§ 114. Пружність (стисливість) рідин. Рідкі тіла мають, як уже було відзначено вище, об'ємну пружність. Вимірювати модуль об'ємної пружності рідини треба в таких умовах, щоб була виключена можливість розширення посудини, в якій міститься рідина. Тому випробовувану рідину поміщають у посудину A (рис. 187), що закінчується градуйованою трубочкою, поміщеною у велику посудину B, сполучену з повітряним насосом C. Насос нагнітає в посудину B повітря. Воно тисне на рідину в посудині A, і об'єм рідини зменшується. Спостерігаючи зниження рівня рідини в градуйованій трубочці і помічаючи тиск за манометром D, визначають модуль об'ємної пружності рідини (формула 4):

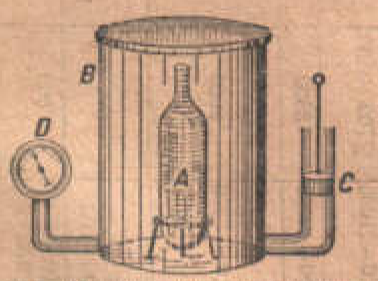


Рис. 187. Прилад для вивчання стисливості рідини.

$$K = \frac{P}{\left|\frac{\Delta V}{V}\right|}.$$

Величина, обернена модулеві об'ємної пружності (величина $1/K$), має назву коефіцієнта стисливості, або просто стисливості.

Чисельно коефіцієнт стисливості (так само як і модуль пружності) залежить від того, в яких одиницях виміряно тиск. Найчастіше тиск вимірюють в атмосферах; тоді коефіцієнт стисливості $1/K$ є число, яке показує, на яку частку початкового значення зменшується об'єм тіла при збільшенні тиску на 1 am; саме цей зміст мають наведені нижче числові значення коефіцієнтів стисливості деяких рідин при кімнатній температурі.

[1]) Легкий стоп, головною складовою частиною якого є магній.

Коефіцієнти стисливості деяких рідин.

Бензол	0,000 088	Ртуть	0,000 0039
Бром	0,000 058	Вуглець - сульфід	0,000 089
Вода	0,000 046	Скипидар	0,000 079
Гліцерин	0,000 025	Спирт	0,000 110
Гас	0,000 077	Толуол	0,000 079
Олія оливкова	0,000 063	Ефір	0,000 183

§ 115. Міцність рідини при всебічному розтягу. Опір, що його чинять рідини ковзанню шарів, незначний, а тому рідина легко може бути поділена на частини і роздроблена на краплі. Але було б помилковим робити звідси висновок, що рідина завжди повинна поводитись як тіло, яке не має міцності. Опір відриванню частинок у рідин великий (на це вказує велика звичайно величина теплоти паротворення). Ми повинні, отже, чекати, що рідина виявить значну міцність при такій деформації, коли наперед виключена можливість ковзання шарів рідини, наприклад, при деформації всебічного розтягу. Наведений нижче дослід підтверджує цей висновок.

Міцна капілярна трубка, запаяна з одного кінця, була наповнена водою при 28°, охолоджена до 18°, щоб у неї ввійшла маленька бульбашка повітря, і запаяна з відкритого кінця. При підвищенні температури, яке супроводиться збільшенням тиску, повітря розчинилося у воді. Трубка цілком заповнилася водою. При новому охолодженні до 18° вода і далі заповняла всю трубку, отже, зазнала всебічного розтягу. Очевидно, що відносна деформація в даному разі дорівнювала об'ємові бульбашки повітря, яка була раніше, поділеному на об'єм води. Знаючи модуль об'ємної пружності води, можна було обчислити напругу, яка існувала у воді. При дальшому охолодженні і доведенні води в трубці до розриву стало можливим визначити міцність води на розрив. Вона, як виявилося, порядку 150 *кг/см*^{2}, тобто всього в 4 рази менша міцності на розрив соснового дерева.

РОЗДІЛ VII.

ВЧЕННЯ ПРО КОЛИВАННЯ І ХВИЛІ.

§ 116. Коливний рух. Серед різного роду рухів один тип має особливо великий фізичний і технічний інтерес: це — коливні рухи. У повсякденному житті і в техніці ми маємо справу з коливними рухами на кожному кроці: маятник стінного годинника робить періодичні коливання біля прямовисного положення, фундамент швидкохідної турбіни вібрує в такт з оборотами головного вала, корпус залізничного вагона коливається на м'яких ресорах, коли колеса проходять через кожний стик рейок, і т. ін.

Неважко встановити, що коливним рухам всякого роду властива спільна ознака, яка полягає в наявності якогось стійкого положення, в якому тіло, що коливається, перебуває до і після коливань, в якому воно може перебувати неозначено довгий час, доти, поки зовнішня сила не виведе його з цього стійкого стану. Для маятника таким стійким положенням є прямовисне; для фундамента машини і підвішеного на ресорах вагона — положення, що відповідає якійсь сталій деформації, зумовленій вагою машини або вагона.

Завжди, коли виводять тіло з стійкого положення, виникає сила, яка намагається вернути тіло у вихідне положення. Походження цієї сили може бути різним. Коли, наприклад, відхиляють маятник, що перебуває в стані спокою, з прямовисного положення і потім відпускають його, тоді силою, яка вертає маятник у вихідне положення, є сила тяжіння; коли під діянням поштовху на стику корпус вагона опускається вниз, прогинаючи ресору, тоді вертаючою силою є реакція пружно деформованих стальних штаб, стягнутих ресорним хомутом.

Наявність вертаючої сили є хоч і необхідною, але ще недостатньою умовою виникнення коливного руху. Справді, якщо після початкового відхилення з прямовисного положення маятник вертався б до нього і на цьому закінчував свій рух, то не було б і коливного процесу, який характеризується навперемінним зміщенням маятника то в один, то в другий бік від прямовисного положення. Очевидно, що в коливному русі, крім вертаючої сили, повинен брати участь ще й другий фактор, який не дозволяє тілу, що коливається, відразу ж спинитися в тій точці його шляху, яка відповідає стійкому станові. Цим фактором в усіх випадках коливного руху є інерція тіла, яке коливається.

Тепер ми можемо дати загальне означення коливного руху і вказати умови, необхідні й достатні для його виникнення.

Коливним рухом ми називаємо такий, під час якого матеріальне тіло періодично проходить через те саме стійке положення. Відповідно до попередніх міркувань, з цього означення неважко вивести й умови можливості коливань: а саме, *наявність вертаючої сили і інерції.*

§ 117. Просте гармонічне коливання. Коливний рух має особливо простий характер у тому разі, коли вертаюча сила зростає пропорціонально зміщенню тіла, яке коливається, з положення рівноваги. Для спрощення математичних викладок ми підійдемо до цього випадку чисто кінематично, тобто спершу облишимо розгляд діючих на тіло, яке коливається, сил і обмежимося лише зовнішнім описом руху.

Уявимо собі точку M (рис. 188), що рухається по колу радіуса a з сталою кутовою швидкістю ω, і розглянемо рух проекції P цієї точки на діаметр BB'. При цьому умовимося робити відлік руху точки M від початкової точки A', рух же точки P будемо відлічувати від O, вважаючи зміщення, напрямлені вгору від O, додатними, а зміщення, напрямлені вниз від точки O,— від'ємними. Нехай у момент часу t радіус OM повернувся з початкового положення OA' на кут φ; тоді зміщення x точки P, що дорівнює відрізкові OP, визначається простим виразом

$$x = a \sin \varphi.$$

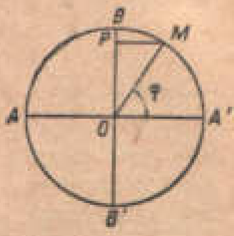


Рис. 188.

Кут φ називають **ф а з о ю**[1]) коливань точки P; знаючи кутову швидкість[2])

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

(де T — час обходу точкою M повного кола, а 2π — довжина дуги повного кола в кутових одиницях), неважко знайти фазу φ:

$$\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T} t.$$

Підставляючи це значення у вираз для x, дістанемо рівняння руху точки P вздовж діаметра BB':

$$x = a \sin \omega t = a \sin \frac{2\pi}{T} t. \tag{1}$$

Рух, що його виражає рівняння (1), є рух коливний; справді, коли точка M рівномірно рухається по колу, тоді проекція цієї точки на діаметр робить навперемінний поворотний рух, періодично проходячи через точку O, яку ми умовилися вважати за початкову. Якби ми розглядали рух проекції точки M на діаметр AA', то аналогічно прийшли б до рівняння:

$$x = a \cos \omega t = a \cos \frac{2\pi}{T} t. \tag{1'}$$

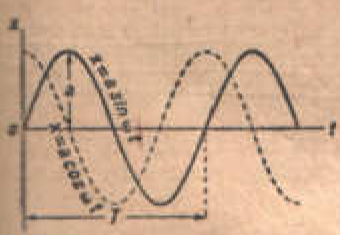


Рис. 189.

Коливний характер руху, що його виражають рівняннями (1) і (1'), стане особливо очевидним, якщо ми представимо їх, як це зроблено на рис. 189, графічно.

Коливний рух, представлений функцією синуса або косинуса, називають простим гармонічним[3]) *коливанням*; він цілком характеризується такими ознаками.

1. Віддаллю (a) найбільшого відхилення від початкового положення— **а м п л і т у д о ю**[4]).

2. **П е р і о д о м к о л и в а н н я** (T), тобто часом, протягом якого точка (або тіло), що коливається, робить повний цикл коливного руху, зміщуючись спершу в один, а потім у другий бік від початкового положення

[1]) Від грецького phasis — п о я в а.

[2]) Далі (у застосуванні до коливного руху) ми будемо, як це прийнято, називати величину ω не кутовою швидкістю, а к у т о в о ю ч а с т о т о ю.

[3]) Від грецького harmoso — в п о р я д к о в у в а т и (harmonia — у з г о д ж е н і, с п і в з в у ч н і).

[4]) Від латинського amplitudo — ш и р о т а.

і знову повертаючись до нього. Замість періоду коливання можна задати його частоту (ν), визначувану *числом повних коливань, які відбуваються протягом однієї секунди*. Очевидно, що період і частота одно відносно одного є оберненими величинами:

$$\boxed{T=\frac{1}{\nu}};\quad \boxed{\nu=\frac{1}{T}}. \tag{2}$$

Розгляд рівнянь (1) і (1') змушує нас ввести ще величину ω, однозначно визначувану заданням періоду або частоти:

$$\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu. \tag{3}$$

Введення цієї величини, яку називають кутовою частотою, дуже спрощує написання великого числа формул, що стосуються коливних рухів. Очевидно, що ω означає число повних коливань, які робить тіло, що коливається, протягом 2π секунд.

§ 118. Умова виникнення гармонічних коливань. На основі цього чисто кінематичного опису ми зможемо тепер підійти й до розгляду сил, при участі яких може виникнути просте гармонічне коливання. Для цього, використавши рівняння (1), знайдемо спершу швидкість v і прискорення j точки, яка гармонічно коливається:

$$v=\frac{dx}{dt}=\omega a\cos\omega t, \tag{4}$$

$$j=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=-\omega^2 a\sin\omega t=-\omega^2 x. \tag{5}$$

Останній вираз означає, що в кожний даний момент часу *прискорення j пропорціональне зміщенню x* точки з початкового положення; знак мінус вказує, що прискорення завжди напрямлене протилежно зміщенню. Разом з тим ми знаємо, що прискорення пропорціональне силі, яка його спричиняє, і напрямлене в той самий бік, як і сила; отже, сила, що зумовлює прискорення тіла, яке коливається, напрямлена, так само як і прискорення, в бік, протилежний зміщенню, і пропорціональна величині зміщення. Очевидно, що ця сила і є сила вертаюча.

Помножуючи обидві частини рівняння (5) на масу m матеріальної точки, що коливається, ми дістаємо диференціальне рівняння простого гармонічного коливання

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-cx, \tag{6}$$

де

$$c=m\omega^2. \tag{6'}$$

Рівняння (6) має простий фізичний зміст: в лівій його частині стоїть добуток маси точки, що коливається, на її прискорення; цим і визначається, згідно з другим законом Ньютона (див. § 17), діюча на точку вертаюча сила $-cx$. Отже, рівняння (6) виражає другий закон механіки стосовно до випадку матеріальної точки, зв'язаної з положенням рівноваги силою, пропорціональною зміщенню.

Міркуючи навпаки, ми можемо сказати, що при наявності вертаючої сили, пропорціональної зміщенню тіла, останнє буде робити просте гармонічне коливання, що виражається рівняннями (1) або (1').

Матеріальну систему, в якій вертаюча сила пропорціональна зміщенню тіла, що коливається, називають у теорії коливань лінійною системою[1]).

§ 119. Коливання найпростішої системи. За зовнішнім виглядом і будовою коливні системи (тобто такі сукупності зв'язаних між собою тіл, які здатні до коливного руху) надзвичайно різноманітні. Вивчання цих систем стає можливим тільки тому, що всі вони мають спільні ознаки — вертаючу силу і інерцію; ми можемо виділити ці ознаки, абстрагувати їх від тієї або іншої реальної форми і розглядати коливну систему в її найпростішій елементарній формі.

Нехай якась маса m зв'язана з положенням стійкої рівноваги силою F, величина якої пропорціональна зміщенню і напрямлена в протилежний бік:

$$F = -cx.$$

Множник пропорціональності c, що визначає величину сили, яка спричинює зміщення, рівне одиниці, має назву коефіцієнта вертаючої сили. Щоб надати обраній нами системі деякої наочності, ми можемо символізувати її у вигляді гирі з масою m, підвішеної на спіральній пружині, яка при видовженні або стиску її на одиницю довжини розвиває вертаючу силу c (рис. 190).

Рис. 190.

Будучи виведена з положення рівноваги, маса m почне робити біля свого положення просте гармонічне коливання, при чому, якщо ми припустимо, що внутрішнє тертя і опір повітря відсутні, то ці коливання триватимуть неозначено довго. Енергія, надана системі при початковому поштовху, буде періодично перетворюватися з однієї форми на іншу: потенціальна енергія пружно деформованої пружини буде переходити в кінетичну енергію гирі, яка рухається, і навпаки. За законом зберігання енергії сума кінетичної і потенціальної енергії[2]) буде залишатися сталою:

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{cx^2}{2} = \text{const.} \tag{7}$$

У момент, коли гиря проходить через положення рівноваги ($x = 0$), вся енергія системи є енергія кінетична, і швидкість має максимальне значення v_{max}; навпаки, в якому завгодно з крайніх положень ($x = \pm a$) енергія системи переходить цілком у потенціальну форму. Тому

$$\frac{mv^2_{max}}{2} = \frac{ca^2}{2}.$$

Але максимальне значення швидкості, згідно з рівнянням (4), дорівнює добуткові кутової частоти коливання ω на амплітуду a:

$$v_{max} = \omega a.$$

Підставляючи це в попереднє рівняння, дістанемо, згідно з рівнянням (6′)

$$m\omega^2 = c.$$

---

[1]) Поряд з цим припускається, що маса не залежить від часу і що опори (якщо вони є в наявності) або пропорціональні першому степеневі швидкості (див. далі § 125), або зовсім від швидкості не залежать.

[2]) За загальною формулою, виведеною в § 107, потенціальна енергія пружного зміщення (деформації) дорівнює:

$$\frac{Fx}{2} = \frac{cx^2}{2}.$$

Звідси визначаємо кутову частоту:

$$\omega=\sqrt{\frac{c}{m}}. \tag{8}$$

Вираз (8) дозволяє нам знайти тепер частоту і період коливання:

$$\nu=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c}{m}};\quad T=2\pi\sqrt{\frac{m}{c}}. \tag{9}$$

Щождо амплітуди a, то за фізичним змістом попередніх міркувань ясно, що вона визначається довільною величиною початкового відхилення.

§ 120. Період малих коливань маятника. Перш ніж продовжувати виклад, покажемо, що зроблені в попередньому параграфі висновки мають достатню загальність. Розглянемо як приклад звичайний маятник — невелике тіло з масою m, підвішене на нерозтяжній нитці завдовжки l, при чому будемо припускати, що зміщення маятника остільки невеликі, що їх можна відлічувати по перпендикуляру, опущеному з центра ваги маятника на пряму, яка збігається з прямовисним положенням нитки.

Рис. 191.

Вертаючою силою буде (рис. 191) та складова сили тяжіння mg (g — прискорення сили тяжіння), яка перпендикулярна до нитки і напрямлена до початкового прямовисного положення; складова, напрямлена вздовж нитки, зрівноважується реакцією нитки. З рис. 191 видно, що складова ваги маятника, яка нас цікавить, дорівнює $mg\sin\varphi$, але через те, що $\sin\varphi=\frac{x}{l}$, для вертаючої сили матимемо вираз:

$$F=-\frac{mg}{l}x,$$

і, отже, коефіцієнт вертаючої сили дорівнює $\frac{mg}{l}$. Використавши загальну формулу (9), знаходимо період коливань маятника:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{mg/l}}=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \tag{10}$$

Справедливість формули (10) легко може бути перевірена експериментально.

Знайдений нами результат показує, що *період коливання маятника не залежить від його маси*. Ця обставина може, на перший погляд, здатися несподіваною. Проте, якщо згадати, що вертаюча сила, зумовлена вагою маятника, пропорціональна його масі, то стане зрозумілим, як величина m зникає з остаточного результату.

§ 121. Крутильні коливання. Досі ми розглядали такі коливання, при яких тіло, що коливається, рухається по прямій лінії. Але вже на прикладі маятника ми повинні були б, строго говорячи, зважати на те, що в даному разі центр ваги маси m рухається не по прямій, а по дузі кола радіуса l. Тільки обмежившись малими коливаннями, ми могли замінити відрізок дуги відрізком прямої і відлічувати зміщення не вздовж дуги, а вздовж перпендикуляра, опущеного на прямовисну пряму, яка проходить через точку підвісу. При малих розмахах маятника зв'язана з цим помилка не перевищує часток процента.

В багатьох випадках, хоча б, наприклад, у такому, як маятник звичайного кишенькового годинника, тіло, яке коливається, робить не поступний, а обертальний рух. Такі коливання називаються крутильними.

Найпростіша система, здатна робити крутильні коливання, — це насаджений на вісь диск, скріплений з пружиною так, що повертанню диска перешкоджає вертаюча сила, зумовлена закручуванням пружини. Нехай I — момент інерції диска відносно осі, а M — момент вертаючої сили, який будемо вважати пропорціональним кутові φ повертання диска: $M = D\varphi$. Ця коливна система є лінійною; для періоду її коливань справедлива формула

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}, \tag{11}$$

аналогічна формулі (9), з тією тільки різницею, що місце маси зайняв момент інерції, а місце коефіцієнта вертаючої сили — коефіцієнт вертаючого моменту. Формула (11) може бути одержана шляхом міркувань, які не відрізняються від тих, з допомогою яких була виведена формула (9).

З рівняння гармонічних крутильних коливань

$$\varphi = \varphi_{max} \sin \frac{2\pi}{T} t$$

знаходимо, що кутова швидкість обертання диска дорівнює

$$\frac{d\varphi}{dt} = \varphi_{max} \cdot \frac{2\pi}{T} \cos \frac{2\pi}{T} t.$$

Найбільшу кутову швидкість обертання диск має в момент переходу через стійке положення:

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_{max} = \varphi_{max} \cdot \frac{2\pi}{T}.$$

В цей момент кінетична енергія обертання диска дорівнює (§ 57):

$$\frac{1}{2} I \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2_{max} = \frac{1}{2} I \varphi^2{}_{max} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2.$$

Для кута повороту φ потенціальна енергія кручення пружини (§ 107):

$$\frac{M\varphi}{2} = \frac{D\varphi^2}{2}.$$

З закону зберігання енергії виходить, що потенціальна енергія кручення пружини в момент, коли диск повернувся на кут φ_{max}, дорівнює кінетичній енергії обертання диска, який проходить через стійке положення. Тому

$$\frac{1}{2} D\varphi^2{}_{max} = \frac{1}{2} I \varphi^2{}_{max} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2.$$

Звідси:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}.$$

§ 122. Фізичний маятник. Маятник, розглянутий нами в § 120, являє собою точкову масу, підвішену на невагомій нитці. Проте, реальний маятник (який ми на відміну від розглянутого у § 120 „математичного" маятника будемо називати „фізичним") являє собою якесь вагоме тіло, підвішене в точці, яка не збігається з центром ваги. Період коливань фізичного маятника може бути знайдений з допомогою формули (11).

Позначимо, як і раніше, через I момент інерції маятника відносно осі його обертання[1]), через D — коефіцієнт вертаючого моменту. Нехай, далі, s означає віддаль центра ваги тіла від осі обертання (рис. 192). Вертаюча сила, яка виникає при повороті маятника на кут φ, буде $mg\sin\varphi$, а момент її $M = mg\sin\varphi\cdot s$. Якщо розмахи маятника невеликі, то можна вважати $\sin\varphi = \varphi$, і тоді

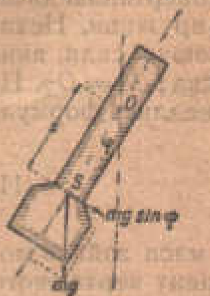


Рис. 192.

$$M = D\varphi = mgs\,\varphi,$$
$$D = mgs.$$

Використавши тепер формулу (11), знаходимо:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgs}} = 2\pi\sqrt{\frac{l'}{g}}, \tag{12}$$

де $l' = I/ms$. Величину l' прийнято називати „зведеною“ довжиною фізичного маятника. Суть цього терміна полягає в тому, що математичний маятник, який має довжину, що дорівнює зведеній довжині фізичного маятника, буде мати той самий період.

§ 123. Додавання коливань. В цілому ряді випадків матеріальна точка одночасно бере участь в кількох гармонічних коливаннях. Зміщення точки в якийнебудь момент часу визначається при цьому геометричною (векторною) сумою зміщень, які точка дістає, беручи участь в кожному з коливних рухів зокрема. Результуючий рух точки, яка одночасно бере участь в кількох коливаннях, є складним рухом. Проте, в більшості практично цікавих випадків цей результуючий рух також є коливним. Отже, можна говорити про складання кількох коливань в одно результуюче.

Розглянемо кілька випадків подібного додавання коливань.

Припустимо насамперед, що мова йде про додавання двох коливних рухів, які відбуваються в тому самому напрямі, причому зміщення, одержувані точкою в кожному з коливань, додаються, очевидно, алгебрично. Припустимо, далі, що обидва коливання відбуваються з однією і тією ж кутовою частотою ω (тобто з одним і тим же періодом), але з різними початковими фазами φ_1 і φ_2. Відповідно до формул (1) і (3) напишемо рівняння коливних рухів у такому вигляді:

$$x_1 = a_1\sin(\omega t + \varphi_1),$$
$$x_2 = a_2\sin(\omega t + \varphi_2).$$

Результуюче зміщення визначається, як уже сказано, алгебричною сумою зміщень x_1 і x_2:

$$x = x_1 + x_2 = a_1\sin(\omega t + \varphi_1) + a_2\sin(\omega t + \varphi_2) = a_1\sin\omega t\cos\varphi_1 + a_1\cos\omega t\sin\varphi_1 + a_2\sin\omega t\cos\varphi_2 + a_2\cos\omega t\sin\varphi_2 = (a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2)\sin\omega t + (a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2)\cos\omega t = a\sin(\omega t + \varphi). \tag{13}$$

[1]) Нагадаємо (§ 59), що коли I_s є момент інерції маятника відносно осі, яка проходить через його центр ваги, то момент інерції відносно осі обертання O визначається рівнянням:

$$I = I_s + ms^2,$$

де s є віддаль центра ваги від осі обертання.

де

$$a = +\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2)}; \tag{14}$$

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{a_1\cos\varphi_1 + a_2\cos\varphi_2}{a_1\sin\varphi_1 + a_2\sin\varphi_2}. \tag{15}$$

В правильності цього легко переконатись, представивши $a\sin(\omega t + \varphi)$ у вигляді $a\cos\varphi\sin\omega t + a\sin\varphi\cos\omega t$ і прирівнявши у рівнянні (13) коефіцієнти при $\sin\omega t$ і $\cos\omega t$.

Таким чином виявляється, що при додаванні двох гармонічних коливань одного і того ж періоду виникає знов таки гармонічне коливання того самого періоду. Амплітуда і початкова фаза цього результуючого коливання визначаються формулами (14) і (15).

Як другий приклад розглянемо додавання двох гармонічних коливань однакового періоду, які відбуваються в двох взаємно перпендикулярних напрямах. Для цього сумістимо початок координат з вихідним положенням точки, що коливається, а координатні осі розмістимо так, щоб коливні рухи відбувалися в напрямі цих осей. Тоді рівняння коливних рухів повинні бути написані так:

$$x = a_1\sin(\omega t + \varphi_1),$$
$$y = a_2\sin(\omega t + \varphi_2).$$

Ця система рівнянь являє собою рівняння траєкторії точки в параметричній формі. Через φ_1 і φ_2 позначені, як і раніше, початкові фази обох коливань. Написані рівняння можна переписати так:

$$\frac{x}{a_1} = \sin\omega t\cos\varphi_1 + \cos\omega t\sin\varphi_1,$$

$$\frac{y}{a_2} = \sin\omega t\cos\varphi_2 + \cos\omega t\sin\varphi_2.$$

Розв'язуючи ці рівняння відносно $\sin\omega t$ і $\cos\omega t$, дістаємо:

$$\frac{x}{a_1}\cos\varphi_2 - \frac{y}{a_2}\cos\varphi_1 = \cos\omega t\sin(\varphi_1 - \varphi_2).$$

$$\frac{y}{a_2}\sin\varphi_2 - \frac{x}{a_1}\sin\varphi_2 = \sin\omega t\sin(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Підносячи в квадрат і додаючи, виключаємо з наших рівнянь час:

$$\left(\frac{x}{a_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{a_2}\right)^2 - \frac{2xy}{a_1a_2}\cos(\varphi_1 - \varphi_2) = \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2). \tag{16}$$

Рівняння, що ми його дістали, є, як відомо, рівнянням еліпса, центр якого збігається з початком координат. Таким чином ми виявили, що, беручи участь одночасно в двох взаємно перпендикулярних коливних рухах, точка виконує результуючий рух по еліптичній траєкторії. Вигляд цього еліпса залежить від різниці фаз коливань; в окремих випадках еліпс може виродитися в пряму лінію.

Справді, нехай $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$; рівняння (16) набуває вигляду:

$$\left(\frac{x}{a_1} - \frac{y}{a_2}\right)^2 = 0,$$

звідки

$$x = \frac{a_1}{a_2}y.$$

Нехай $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$; тоді з рівняння (16) дістаємо:

$$\frac{x}{a_1} + \frac{y}{a_2} = 0, \text{ тобто } x = -\frac{a_1}{a_2}y.$$

В обох випадках ми дістаємо рівняння прямої лінії.

Якщо різниця фаз дорівнює $\frac{\pi}{2}$ або $\frac{3\pi}{2}$, при чому амплітуди коливань

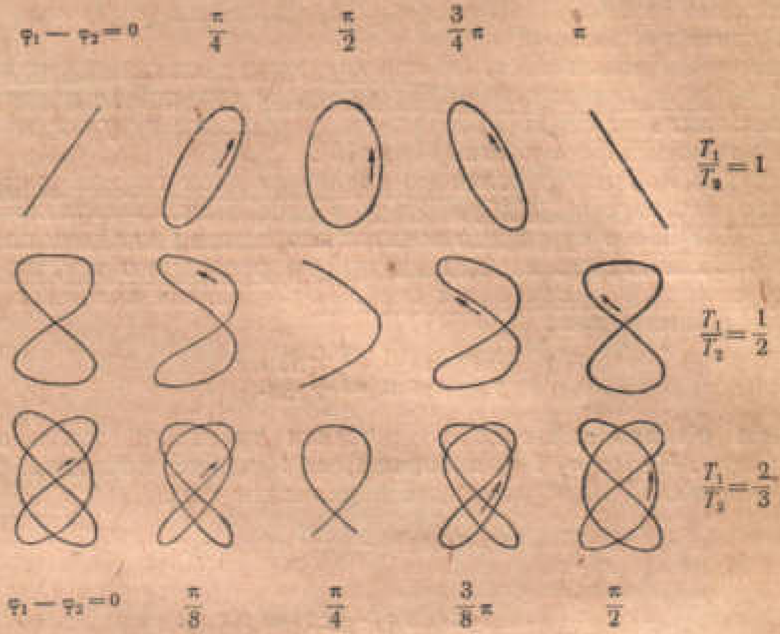


Рис. 193. Фігури Ліссажу. Різниці фаз, зазначені внизу, стосуються тільки нижнього ряду фігур.

дорівнюють одна одній ($a_1 = a_2 = a$), то результуючий рух відбувається по колу. Справді, рівняння (16) для вказаного випадку дає:

$$x^2 + y^2 = a^2,$$

тобто дістаємо рівняння кола радіуса a.

Далеко складніші траєкторії дістаємо в тих випадках, коли періоди коливань, що додаються, неоднакові. Залежно від співвідношення періодів, амплітуд і початкових фаз коливань, які додаються, траєкторії результуючого руху набувають вигляду кривих, відомих під назвою фігур Ліссажу (на честь французького фізика, який вивчав їх). На рис. 193 подані деякі з цих фігур.

§ 124. Енергетичний баланс коливної системи. Повернемося тепер знову до нашої елементарної коливної системи. При визначенні частоти її коливань ми припустили, що енергія системи зберігає сталу величину. На практиці здійснити подібну систему, що не втрачає енергії, ми не можемо; вона являє лише схему, зручну для розв'язання ряду фізичних задач. Фактично ж кожна коливна система через наявність опорів рухові безперервно віддає частину енергії середовищу, при чому амплітуда коливань з кожним новим розмахом стає щораз меншою. Як видно з формули (7) і дальших за нею міркувань, між енергією коливань і їх амплітудою існує певна залежність: саме — енергія пропорціональна квадратові амплітуди; отже, при меншанні енергії системи зменшується і амплітуда коливань. Очевидно, що закон меншання амплітуди визначається швидкістю витрачання енергії системою.

Коливна система може витрачати свою енергію двома шляхами.

1. Шляхом перетворення її на теплоту, в наслідок внутрішнього тертя; наприклад, маятник, що коливається навіть у пустоті, кінець-кінцем, спиняється в наслідок тертя на опорі.

2. Шляхом випромінювання, тобто віддавання енергії в зовнішнє середовище у формі хвиль; наприклад, коливання дзвоника швидко припиняються в наслідок витрачання енергії на збудження в навколишньому повітрі звукових хвиль.

У більшості випадків ми маємо обидва джерела втрат. Витрата енергії на випромінювання звичайно є корисна витрата (призначення цілого ряду коливних систем, наприклад, струн, і полягає в генеруванні звука); віддавання енергії у формі тепла є непродуктивною втратою.

При необхідності підтримати коливання системи скількинебудь тривалий час треба підводити до неї енергію зовні; при цьому амплітуда штучно підтримуваних коливань набуває такого значення, при якому надходження енергії компенсує її витрату, і система, з погляду її енергетичного балансу, працює без прибутку і убутку.

§ 125. Затухаючі коливання. У більшості технічно цікавих випадків витрачання енергії зумовлене наявністю *опору, величина якого пропорціональна швидкості маси, яка коливається*: $R = -r\frac{dx}{dt}$[1]. Такий, наприклад, опір в'язкого тертя, а також і опір випромінювання, зумовлений реакцією середовища, що оточує коливну систему. При наявності такого опору диференціальне рівняння коливань матиме складніший вигляд, ніж рівняння (6); очевидно, що в даному випадку прискорення коливної точки визначається в кожний момент часу не тільки вертаючою силою $-cx$, а і опором $-r\frac{dx}{dt}$. Прирівнявши добуток маси точки на її прискорення до суми діючих на точку сил, дістанемо диференціальне рівняння:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -r\frac{dx}{dt} - cx. \tag{17}$$

Цього рівняння вже не задовольняє формула простого гармонічного коливання, яке характеризується, як ми знаємо, сталістю амплітуди; навпаки, в наслідок витрати енергії амплітуда коливань повинна з часом меншати. Коливання з меншаючою амплітудою називаються *затухаючими*. Отже, рівняння (17) є диференціальне рівняння затухаючих коливань.

Формулу затухаючих коливань знайдемо, припустивши, що амплітуда коливань меншає тим повільніше, чим меншою вона стає. Це припущення означає, що швидкість зміни амплітуди $\frac{da}{dt}$ пропорціональна величині самої амплітуди, тобто

$$\frac{da}{dt} = -\delta a$$

(знак мінус показує, що зміна амплітуди відбувається в сторону її меншання). Розділяючи змінні, знаходимо:

$$\frac{da}{a} = -\delta dt,$$

[1] Знак мінус означає, що опір R зменшує швидкість руху $\frac{dx}{dt}$.

або, інтегруючи,

$$\ln a = -\delta t + C.$$

Покладаючи $C = \ln a_0$ (a_0 і C — довільні сталі), напишемо:

$$a = a_0 e^{-\delta t}. \tag{18}$$

Тут $e = 2{,}71\ldots$ є основа натуральних логарифмів, a_0 — амплітуда в початковий момент часу ($t = 0$). Величина δ називається множником, або фактором затухання. Підставляючи значення амплітуди з формули (18) в рівняння (1), що визначає коливання лінійної системи, напишемо рівняння затухаючого коливного руху:

$$x = a_0 e^{-\delta t} \sin \omega t. \tag{19}$$

Підставляючи функцію (19) і її похідні по часу в диференціальне рівняння (17), можна знайти значення множника затухання δ і кутової частоти ω:

$$\delta = \frac{r}{2m}, \tag{20}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m} - \frac{r^2}{4m^2}}. \tag{21}$$

Графік рівняння (19) показано на рис. 194.

Як видно з формули (21), частота коливань при наявності затухання зменшується; проте, в більшості практичних випадків це зменшення дуже невелике.

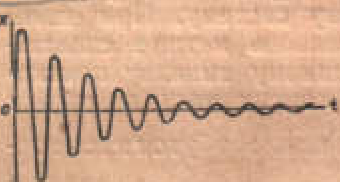


Рис. 194.

З формули (18), що виражає закон меншання амплітуди коливань, можна упевнитись, що відношення амплітуд, відокремлених одна від одної інтервалом в один період (T), залишається сталим протягом усього процесу затухання. Насправді, амплітуди коливань, відокремлені інтервалом в один період, виражаються, згідно з формулою (18), так:

$$a_1 = a_0 e^{-\delta t}; \quad a_2 = a_0 e^{-\delta (t+T)}.$$

Відношення цих амплітуд дорівнює:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{a_0 e^{-\delta t}}{a_0 e^{-\delta (t+T)}} = \frac{1}{e^{-\delta T}} = e^{\delta T}.$$

Як міру затухання часто наводять величину натурального логарифма Δ цього відношення:

$$\Delta = \delta T. \tag{22}$$

Ця величина носить назву логарифмічного декремента затухання за період.

§ 126. Власні і змушені коливання. Система, один раз збуджена початковим поштовхом і потім залишена на саму себе, робить, як ми бачили вище, затухаючі коливання з якоюсь певною частотою, яка залежить тільки від властивостей самої системи: від її маси, яка коливається, вертаючої сили і опору. Ці коливання називають в і л ь н и м и, а їх частоту — ч а с т о т о ю в і л ь н и х к о л и в а н ь. Вільні коливання у випадку відсутності затухання називають в л а с н и м и к о л и в а н н я м и, а їх частоту — в л а с н о ю ч а с т о т о ю. Наприклад, струна рояля, збуджена при натискуванні клавіші ударом молоточка, робить власні коливання, утворюючи при цьому звук, який ми називаємо власним тоном струни, не беручи до уваги невеликого затухання.

Проте, в цілому ряді випадків буває інакше: коливна система робить свої коливання під діянням деякої зовнішньої сили, робота якої періодично компенсує втрату енергії на тертя і випромінювання; при цьому частота коливань залежить, очевидно, не від властивостей самої системи, а від частоти зміни сили, під діянням якої система робить свої коливання. У цьому разі ми маємо справу вже не з вільними, а із змушеними коливаннями, з коливаннями, нав'язаними нашій системі діянням зовнішніх сил.

Системою, яка робить змушені коливання, є, наприклад, фундамент поршневої машини; під діянням періодичних сил, які виникають під час прямолінійно зворотного руху великих мас, фундамент машини дрижить і вібрує з частотою, яка дорівнює числу оборотів головного вала, інакше — частоті коливань поршнів. Так само мембрана гучномовця, зв'язана з електромагнітним механізмом, робить змушені коливання з частотою, визначуваною числом періодів змінного струму, що його пропускають через катушку електромагніта.

Прикладена до системи зовнішня періодична сила виконує подвійне завдання: з одного боку, вона повинна розкачати систему, надати їй певного запасу енергії, з другого боку — робота цієї сили поповнює витрачувану енергію, підтримуючи таким чином коливний рух.

Система, на яку діє зовнішня періодична сила, робить свої коливання з частотою цієї сили. Проте, змушені коливання з нав'язаною частотою встановлюються не відразу. У перший момент система дістає деякого поштовху (або початкового відхилення), який змушує систему робити, крім змушених, ще й вільні коливання. Отже, принаймні в початковій стадії процесу система робить вільні коливання, на які накладаються коливання змушені. Якщо множник затухання невеликий, то частота вільних коливань ω_0 може бути розрахована за формулою (8):

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}},$$

і рівняння вільних коливань матиме, як уже відомо, вигляд:

$$x_1 = a_0 e^{-\delta t} \sin \omega_0 t.$$

Припустимо, що зовнішня сила змінюється в часі за законом синуса

$$P = P_0 \sin \omega t$$

з кутовою частотою ω; тоді рівняння змушених коливань буде:

$$x_2 = A \sin (\omega t - \psi). \tag{23}$$

Величина ψ вказує на те, що *коливання системи будуть іти за коливаннями сили з деяким запізненням*, тобто між ними буде різниця фаз ψ. Через те що з часом амплітуда вільних коливань меншає, через якийсь недовгий проміжок часу (його називають періодом встановлення режиму) вільні коливання практично припиняться зовсім, і залишаться тільки коливання змушені, визначувані рівнянням (23).

§ 127. Резонанс і амплітуда змушених коливань. Від чого залежить амплітуда A змушених коливань? Чому коливний рух відстає за фазою від сили, яка його спричиняє, і яка велика різниця фаз ψ?

Щоб відповісти на ці запитання, придивимося ближче до виникнення коливного руху під діянням періодичної змушуючої сили.

Нехай у початковий момент часу коливна система перебуває в спокої і змушуюча сила P дорівнює нулеві. Від цього моменту сила починає діяти, виконуючи позитивну роботу і відводячи масу, яка коливається, щораз далі від стійкого положення. Через деякий проміжок часу, що дорівнює чверті періоду зміни сили, зміщення і прикладена до системи зовнішня сила досягають максимуму. Тепер зовнішня сила починає меншати щодо величини; одночасно вертаюча сила тягне масу назад до стійкого положення. Якби зовнішньої сили не було, то через проміжок часу, який дорівнює чверті власного періоду системи, маса знову вернулася б до початкового положення. Насправді ж сила, хоча й меншаючи, продовжує діяти, тільки тепер вона гальмує рух маси, тобто виконує негативну роботу. При цьому рух маси, яка коливається, сповільнюється, коливання системи починають відставати від коливань сили, або, інакше, сила випереджає зміщення.

Звернемося тепер до одного надзвичайно цікавого окремого випадку: припустимо, що *частота змін сили* ω *збігається з власною частотою системи* ω_0, при чому в якийсь момент часу сила випереджає зміщення саме на чверть періоду. Для конкретизації наших міркувань припустимо, що коливний рух відбувається вздовж горизонтальної лінії і що в розглядаций момент часу маса, яка коливається, перебуває в крайньому лівому положенні. Якщо *сила випереджає зміщення на чверть періоду*, то в цей момент вона тільки що пройшла через нуль і діє вправо, штовхаючи масу до стійкого положення і сприяючи вертаючій силі. При проходженні маси через нульове положення зовнішня сила досягає максимуму і потім починає меншати щодо величини, зберігаючи, проте, свій напрям і, отже, сприяючи дальшому рухові маси в крайнє праве положення. Коли маса дійде до цього крайнього положення, тоді сила знову перетвориться на нуль, а потім, сприяючи вертаючій силі, почне штовхати масу назад. Оскільки частоти ω і ω_0 збігаються, остільки випередження на чверть періоду, один раз встановившись, буде існувати й далі; значить, робота зовнішньої сили в розгляданому випадку буде завжди позитивною. Отже, в цьому разі приплив енергії до системи буде максимальний і тому амплітуда коливань набуде найбільшого можливого для неї при даних умовах значення. Цей випадок має назву резонансу[1]). Умовою резонансу є, очевидно, збігання власної і нав'язаної частот.

Якщо частоти ω і ω_0 не збігаються, то в деякій частині періоду змушених коливань робота сили буде негативною; отже, система буде діставати енергію в меншій кількості, і амплітуда коливань відповідно зменшиться. При цьому сила буде випереджати зміщення вже не на чверть періоду, а на якусь іншу величину, або більшу, або меншу від чверті періоду сили.

Звичайно, яке б не було співвідношення між власною частотою і нав'язаною, зростання амплітуди коливань обмежене тим, що при збільшенні її збільшується і швидкість коливного руху; із збільшенням швидкості зростає і опір (R), а, отже, із зростанням амплітуди коливна система починає інтенсивніше витрачати енергію. Таким чином, амплітуда цілком автоматично набуває кожного разу такого значення, при якому прибуток енергії якраз компенсує її витрату на тертя або випромінювання.

Тепер математично визначимо величину амплітуди змушених коливань.

Для простоти припустимо насамперед, що затухання немає ($\delta = 0$). Тоді на систему діють дві сили:

вертаюча сила $F = -cx$;

зовнішня сила $P = P_0 \sin \omega t$.

Прирівнюючи суму цих сил до добутку маси, що коливається, на її прискорення, що, як це випливає з двократного диференціювання функції (23), дорівнює $-\omega^2 x$, дістаємо рівняння:

$$-m\omega^2 x = P_0 \sin \omega t - cx,$$

звідки

$$x = \frac{P_0}{c - m\omega^2} \sin \omega t,$$

[1]) Від латинського resono — відгукуюсь.

або, поділивши чисельник і знаменник на m,

$$x = \frac{\frac{P_0}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2} \sin \omega t \tag{24}$$

(бо $\frac{c}{m} = \omega_0^2$). Вираз (24) показує, що амплітуда змушених коливань

$$A = \frac{\frac{P_0}{m}}{\omega_0^2 - \omega^2} \tag{24'}$$

залежить від різниці власної і нав'язаної частот; якщо ω наближається до ω_0, то амплітуда безмежно зростає, бо при відсутності затухання енергія системи в разі резонансу ($\omega = \omega_0$) безперервно зростає. Зрозуміло, що практично амплітуда не може безмежно збільшуватися, бо всяка реальна коливна система завжди має деяке затухання.

Аналогічний розрахунок, проведений *з урахуванням затухання, пропорціонального швидкості,* приводить до трохи складнішого виразу для амплітуд змушених коливань, з якого формулу (24) дістаємо як окремий випадок:

$$A = \frac{\frac{P_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2\omega_1^2}}. \tag{25}$$

Звідси для резонансної амплітуди знаходимо:

$$A_{res} = \frac{\frac{P_0}{m}}{2\delta\omega_1}, \tag{25'}$$

де ω_1 — частота вільних коливань.

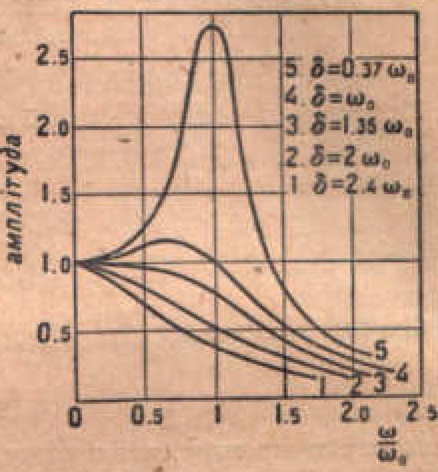


Рис. 195.

Слід зауважити, що при наявності затухання резонанс настає при частоті змушених коливань, яка менша, ніж власна частота і частота вільних коливань. Різниці між цими трьома частотами тим менші, чим менше затухання.

На рис. 195 подано графік, з якого видно, як амплітуда змушених коливань залежить від співвідношення нав'язаної і власної частот; різні криві на цьому рисунку відповідають різним значенням множника затухання δ. Ми бачимо, що чим менше затухання, тим помітніше збільшується амплітуда в міру наближення до резонансу.

§ 128. Критична швидкість вала, який обертається. У ряді випадків резонанс може стати небезпечним явищем, яке спричиняє руйнування коливної системи в наслідок надзвичайного зростання амплітуди.

Ще в перші роки розвитку швидкохідних машин було встановлено, що неспокійний хід валів, який загрожує цілості вала, спостерігається при певному числі обертів; саме це й дало привід шукати причину поломів валів, що траплялися, в явищі резонансу. Поняття про критичну швидкість або про критичне число обертів було знайдене спочатку дослідним шляхом і тільки пізніше, в процесі розвитку машинобудування, дістало якісне і кількісне тлумачення.

Щоб зрозуміти, як виникають резонансні коливання валів, що обертаються, уявимо собі ротор (обертову частину) турбіни у вигляді осі з насадженим на неї диском. Як би точно не був виготовлений диск, як би добре не був він центрований на осі, неминучі похибки в обробленні можуть привести до того, що вісь обертання не буде проходити через центр ваги диска. Отже, у величезній більшості випадків насаджений на вал диск буде мати деякий „ваговий“ ексцентриситет[1]), який може бути визначений як віддаль e між центром ваги диска і віссю обертання. Очевидно, що при обертанні диска цей ексцентриситет спричинить появу відцентрової сили, яка буде намагатися зігнути вал. Отже, диск буде обертатися, як схематично показано на рис. 196, навколо зігнутої осі. Позначаючи через y стрілу прогину вала і вважаючи всю масу диска зосередженою в центрі ваги його, ми можемо написати для відцентрової сили звичайний вираз (§ 26):

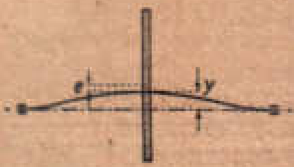


Рис. 196.

$$Z = m\omega^2 (y + e),$$

де m — маса диска, ω — кутова швидкість диска. Відцентрова сила Z дорівнює реакції пружно деформованого вала, яку при невеликих прогинах можна вважати пропорціональною стрілі прогину:

$$F = cy.$$

Прирівнюючи одну до однієї обидві сили, знаходимо:

$$m\omega^2 (y + e) = cy,$$

звідки

$$y = \frac{e}{\dfrac{c}{m\omega^2} - 1}. \qquad (26)$$

Очевидно, що коли $\frac{c}{m\omega^2} = 1$, тобто коли

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}, \qquad (27)$$

то стріла прогину, якщо міркувати теоретично, зростає безмежно, і вал навіть при надзвичайно малому ексцентриситеті повинен зламатися. Із зіставлення виразу (27) з формулою (8) видно, що в цьому разі кутова швидкість збігається з власною частотою коливань гнучкого вала і насадженого на вал диска, тобто руйнуючі зусилля дійсно зумовлені явищем резонансу. Швидкість, визначувану формулою (27), називають критичною; їй відповідає критичне число оборотів за хвилину:

$$n_{кр} = \frac{60\omega}{2\pi} \approx 10\sqrt{\frac{c}{m}}. \qquad (28)$$

Під час обертання вала відцентрова сила періодично змінює свій напрям відносно осі вала і таким чином діє як коливне навантаження. При критичному числі оборотів частота зміни напряму сили збігається з власною частотою коливань вала, і резонансне зростання амплітуди може спричинити руйнування машини.

Треба сказати, що сучасні активні парові турбіни добре працюють при такому числі оборотів вала за хвилину, яке в кілька разів перевищує критичну швидкість обертання[2]). Уже після того, як подібна турбіна була

---

[1]) Від латинського ex — поза і centrum — зосередження, центр.

[2]) Економічний коефіцієнт корисної дії турбіни досягає максимуму тоді, коли колова швидкість обертання колеса турбіни становить $^1/_2$ швидкості струменя пари або води (§ 80). Швидкість падаючої води навіть при значному напорі порівняно невелика, але швидкість виходу пари під тиском у 15 — 25 *ат* становить приблизно 1 *км/сек*, тобто в 1,5 раза перевищує швидкість польоту кулі. Бажаючи сконструювати турбіну з нормальним коефіцієнтом корисної дії, Лаваль перший запровадив у техніку швидкість обертання в 20 000 оборотів вала за хвилину (замість звичайних 100 — 150).

збудована, виявилося, що швидкий перехід за границі критичної швидкості, — остільки швидкий, щоб вал не встиг розкачатися, — гарантує при дальшому зростанні швидкості від аварії. Це пояснюється тим, що за границями критичної швидкості вже більш не має місця явище резонансу; центр ваги ексцентрично насадженого на вал колеса сам відшукує геометричну вісь обертання і стійко задержується на цій осі; вал обертається трохи зігнутим.

Крім щойно розглянутих коливань валів при згині, в ряді випадків обертання вала супроводиться крутильними коливаннями. Крутильні коливання вала виникають, коли прикладений до вала обертаючий момент періодично змінюється в часі, наприклад, у поршневих машинах, турбогенераторах і т. ін. У поршневих машинах обертаючий момент змінюється залежно від положення кривошипа: максимальний момент відповідає поворотові колінчастого вала приблизно на 90° з мертвої точки; навпаки, у мертвих точках обертаючий момент перетворюється на нуль, бо тиск на поршень діє лише як стискаюча або розтягаюча сила. В турбогенераторах виникає періодичний протидіючий обертаючий момент, зумовлений реакцією електричних сил.

У цих випадках критичне число оборотів визначається власною частотою крутильних коливань системи, яка обертається.

§ 129. Взаємодіяння коливної системи з навколишнім середовищем. Випромінювання хвиль. Коливна система може віддавати енергію в зовнішнє середовище. Ця передача енергії стає можливою тому, що частинки середовища самі являють мініатюрні коливні системи. Молекули середовища зв'язані одна з одною силами, закони яких у певній мірі подібні до законів пружних сил; якщо одна з частинок буде виведена з положення рівноваги, то сили, які діють на неї від сусідніх частинок, змушують її знову повернутися до стійкого положення. Разом з тим за законом рівності дії і протидії сусідні частинки також зазнають впливу зміщуючих сил і в свою чергу будуть виведені з стійкого положення. Отже, *кожне збурення, один раз виникнувши в певній області середовища, буде поступово поширюватися*, захоплюючи частинки, які щораз далі відстоять від місця початкового збурення.

Перебуваючи в будьякому середовищі, наприклад, у повітрі, коливна система взаємодіє з безпосередньо прилеглими до неї частинками. Роблячи свої коливання, вона створює навколо себе періодичний ряд збурень, тобто діє на прилеглі частинки як якась періодична зовнішня сила. Зрозуміло, що ця сила змушує частинки середовища робити коливання з частотою змушуючої сили, при чому коливний процес, в наслідок взаємодіяння частинок, буде поширюватися в середовищі з деякою скінченною швидкістю, про величину якої ми будемо говорити нижче.

Очевидно, що частинка середовища, яка міститься на віддалі y від місця початкового збурення, почне коливатися тільки тоді, коли до неї дійде коливний процес, який поширюється в середовищі. Позначимо швидкість поширення коливного процесу через u; він дійде до розгляданої нами частинки через проміжок часу

$$\tau = \frac{y}{u}.$$

Якщо коливання системи виражаються рівнянням:

$$x = a \sin \omega t,$$

то коливання розгляданої нами частинки відбуватимуться за таким самим синусоїдальним законом, але з запізненням на відрізок часу τ; отже, ми можемо написати для частинки рівняння:

$$x' = A \sin \omega\, (t - \tau) = A \sin \omega \left(t - \frac{y}{u}\right). \tag{29}$$

Це рівняння визначає зміщення частинки x' як функцію від часу і від віддалі до початкової точки. Якщо, проте, довільно вибрати будьякий певний момент часу (тобто припустити $t = \text{const}$) і розглядати точки, що лежать на одній прямій, яка проходить через початкову точку, то, задаючи для y різні значення, ми можемо виснити з допомогою рівняння (29) розподіл зміщень вздовж вибраної нами прямої. У цьому разі x' ми розглядаємо як функцію від самого тільки y. Рис. 197 дає графічне зображення цієї функції; ми бачимо, що процес, який нас цікавить, періодичний не тільки в часі, а і в просторі. Через подібність явища до одного з його окремих випадків — саме до хвиль на поверхні води — цей процес називають хвильовим, періодичне ж (або хоча б митьове) збурення, що поширюється в середовищі,— хвилею. Рівняння (29) є рівняння хвилі, яка поширюється в напрямі зростаючих x-ів.

Для того щоб з більшою ясністю показати, що рівняння (29) виражає процес, періодичний і в часі, і в просторі („хвилю"), ми можемо зробити так.

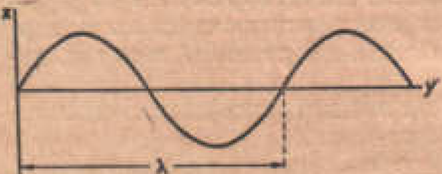


Рис. 197.

Розглядаючи спершу перебіг процесу в якійсь певній точці середовища ($y = \text{const}$), ми можемо уявити собі початок координат саме в цій точці; тоді $y = 0$ і рівняння (29) набуде вигляду

$$x' = A \sin \omega t.$$

Це рівняння є рівняння коливань вибраної нами частинки середовища; воно визначає періодичність хвильового процесу в часі.

Цікавлячись розподілом зміщень у просторі в якийсь певний момент часу ($t = \text{const}$), ми можемо вибрати саме цей момент за початковий, тобто вважати $t = 0$; тоді

$$x' = A \sin \omega \frac{y}{u} = A \sin \frac{2\pi}{uT} y.$$

Вводячи величину λ, визначувану рівністю

$$\lambda = uT, \tag{30}$$

перепишемо рівняння так:

$$x' = A \sin \frac{2\pi}{\lambda} y.$$

Останнє рівняння виражає просторову періодичність процесу. Введена в нього величина λ має простий фізичний зміст. Через те що T є період коливань, а u — швидкість їх поширення, то добуток uT визначає, очевидно, віддаль, на яку поширюється коливний процес за час одного періоду. Отже, дві частинки, відокремлені одна від одної інтервалом $\lambda = uT$, коливаються з тією самою фазою; кожна з них проходить через нульове положення одночасно з другою. Величину λ називають довжиною хвилі (рис. 197).

Важливо з'ясувати собі, що частинки середовища не захоплюються хвилею, яка рухається; вони роблять лише коливні рухи біля положення рівноваги. Тріска, кинута на поверхню непроточної води, лише коливається вгору і вниз, залишаючись в тому самому місці поверхні. Швидкість хвилі u не є швидкість руху матеріальних частинок; це є швидкість поширення імпульсу, що спричиняє зміщення частинок.

§ 130. Види хвиль. Вид хвиль, які поширюються в середовищі, істотно залежить від пружних властивостей середовища. Щоб з'ясувати собі характер цієї залежності, поділимо мислено середовище на ряд тонких шарів, які стикаються один з одним і перпендикулярні до напряму поширення хвилі, і розглянемо два окремі випадки.

Виберемо спершу середовище, пружні властивості якого такі, що при паралельному зсуві двох сусідніх шарів вертаючі сили, тобто натяги, які заважають зсувові, відсутні. Навпаки, при спробі наблизити два сусідні шари або віддалити їх один від одного, вертаючі сили виникають, заважаючи деформації стиску або розтягу. Хвильові рухи зумовлені наявністю пружного взаємодіяння частинок (коливання частинок відбувається в напрямі вертаючих сил), а тому в розгляданому нами середовищі можливі лише такі хвилі, в яких коливання частинок збігається з напрямом поширення хвильового процесу; або, висловлюючись точніше: в середовищі, вільному від натягів зсуву, хвиля може поширюватися лише в напрямі коливного руху частинок. Такі хвилі називають п о з д о в ж н і м и, бо рух матеріальних частинок відбувається тут вздовж хвилі.

Рис. 198.

Поздовжні хвилі виникають у рідких і газоподібних середовищах, бо рідини і гази практично вільні від натягів зсуву. Ці хвилі являють собою ряд з г у щ е н ь і р о з р і д ж е н ь, які чергуються, при чому довжина хвилі за суттю цього поняття є віддаль між двома сусідніми згущеннями або розрідженнями (рис. 198, *a*). Типовим прикладом поздовжніх хвиль є звукові хвилі в рідинах і газах. Поздовжні хвилі можуть, звичайно, поширюватися і в твердих тілах.

Звертаючись до другого окремого випадку, виберемо середовище, яке має пружність на зсув; таким середовищем є яке завгодно тверде тіло, в якому паралельний зсув шарів вимагає прикладання значних зусиль. Очевидно, що в твердому тілі початкова деформація зсуву спричинить хвилю, яка поширюється в напрямі, перпендикулярному до напряму зміщення частинок. Хвилю, в якій коливний рух відбувається перпендикулярно до напряму поширення коливань, називають п о п е р е ч н о ю (рис. 198, *b*).

Як ми бачили вище, в рідких і газоподібних середовищах поперечні хвилі виникати не можуть; в твердих же тілах вони поширюються поряд з хвилями поздовжніми. В чисто поперечній хвилі згущення і розрідження середовища вже не мають місця.

Поздовжні хвилі є хвилі об'ємної деформації; поперечні ж хвилі є хвилі деформацій зсуву.

Вкажемо тут на два технічно цікаві приклади поперечних хвиль: це хвилі, які поширюються вздовж натягнутої струни, і крутильні хвилі, спричинювані навперемінним закручуванням і розкручуванням кінця довгого стрижня.

Поздовжні і поперечні коливання частинок хвильонесучого середовища являють собою окремі випадки хвильового процесу. Є й інші хвилі, в яких коливні рухи складаються з одночасних поздовжніх і поперечних зміщень.

Уявимо собі, наприклад, що ми вдарили молотком по торцевому зрізі круглого стрижня; через це вздовж стрижня побіжить хвиля, при чому зміщення частинок будуть чисто поздовжніми тільки вздовж осі стрижня, в міру ж наближення до його поверхні частинки стрижня будуть робити поперечні коливання зростаючої амплітуди (рис. 198, *d*). Такі хвилі можна назвати **хвилями здуття**; вони виникають, наприклад, у рідинах (і навіть у газах), поміщених в труби з гнучкими (податливими) стінками. Умовою виникнення хвиль здуття є можливість зміщення частинок перпендикулярно до поверхні.

Другим дуже цікавим прикладом хвильового руху є **поверхневі хвилі** (рис. 198, *c*), наприклад, так добре знайомі хвилі на поверхні води, що їх завжди використовують для демонстрацій під час лекцій з фізики хвильових рухів. А втім, треба відмітити, що закон поверхневих хвиль багато складніший, ніж закон інших видів хвиль. Насамперед коливні траєкторії частинок, які беруть участь у поширенні поверхневої хвилі, зовсім не є прямолінійними; частинки описують замкнені колові або еліптичні орбіти. Далі, прості синусоїдальні хвилі на поверхні можуть існувати тільки при амплітудах малих порівняно до довжини хвилі; такими є, наприклад, хвилі морських припливів, довжина яких може доходити до сотень кілометрів. Звичайні ж хвилі, наприклад, корабельні хвилі або хвилі від кинутого каменя, мають профіль, який різко відрізняється від синусоїди: плоскі довгі западини і гострі короткі верхівки. Поверхнева хвиля великої амплітуди захоплює з собою частинки, які коливаються; ці частинки в цьому разі описують уже не колові, а складніші траєкторії. Саме тому великі хвилі викидають на берег речі, що плавають на них. Відзначимо побіжно, що хвиля, яка поширюється від вогнища землетрусу, є також окремим випадком поверхневої хвилі.

§ 131. Швидкість хвиль. Для вивчання хвильових процесів з допомогою написаних вище рівнянь (§ 129) треба знати швидкість поширення хвиль u, яка залежить від властивостей середовища. В середовищі густішому (і, отже, більш інертному) хвилі поширюються повільніше, ніж у середовищі менш густому; у середовищі більш пружному — швидше, ніж у середовищі менш пружному.

Обчислення, якого ми тут не наводимо, дає такий результат: для **поздовжніх хвиль** (рис. 198, *a*) швидкість поширення

$$u_e = \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \tag{31}$$

а для **поперечних** (рис. 198, *b*)

$$u_t = \sqrt{\frac{G}{\rho}}, \tag{32}$$

де K — модуль об'ємної пружності при адіабатичній зміні об'єму, G — модуль зсуву, ρ — густина середовища.

Формули (31) і (32) показують, що при поздовжніх і поперечних хвилях (а також і хвилях здуття й кручення) швидкість хвильового процесу не залежить від довжини хвилі. Інакше буває при поверхневих хвилях; коли глибина велика, порівнюючи з довжиною хвилі, і можна не зважати на капілярні сили (тобто поверхневий натяг), тоді швидкість **поверхневої хвилі**:

$$u_s = \sqrt{\frac{\lambda}{2\pi}\cdot g} \tag{33}$$

(g — прискорення сили тяжіння). Ми бачимо, і це неважко підтвердити спостереженням, що швидкість поверхневої хвилі тим більша, чим хвиля довша: довгі хвилі доганяють, піднімають на себе і потім випереджають короткі.

Зміну швидкості поширення хвиль залежно від довжини хвилі називають *дисперсією*[1]). Хвильовий процес, зв'язаний з поширенням світла,

---

[1]) Від латинського dispergo — **розсіюю**.

характеризується ясно вираженою залежністю швидкості від частоти — дисперсією світла.

У твердих тілах поздовжні хвилі випереджають поперечні, бо здебільшого модуль об'ємної пружності значно перевищує щодо величини модуль зсуву. Так, у залізі $u_e = 4300$ *м/сек*, $u_t = 2550$ *м/сек*.

§ 132. Принцип суперпозиції. Дуже часто в середовищі одночасно поширюється не один, а кілька хвильових процесів; наприклад, так буває тоді, коли кілька коливних систем одночасно випромінюють хвилі. При цьому кожна частинка середовища, попадаючи в таке складне хвильове поле[1]), робить результуючий коливний рух, який певним чином складається з коливань, спричинених кожним з хвильових процесів.

Результуюче зміщення частинки в який завгодно момент часу є геометричною сумою зміщень, спричинюваних кожним з коливних процесів, які додаються, зокрема. Отже, кожний з одночасно існуючих хвильових процесів поширюється в середовищі так, як коли б ніяких інших одночасних процесів не існувало.

Формульований тут закон додавання коливань і хвиль звичайно називають принципом суперпозиції[2]) (незалежного накладання хвильових і коливних процесів один на одного).

Важливий приклад незалежного додавання коливань дають звукові хвилі, які поширюються від кількох джерел звука. Слухаючи гру оркестру або співи хору, ми можемо, зосередивши увагу, розрізнити кожний окремий інструмент і кожний окремий голос. Якби принцип суперпозиції був неправильний, і коливання, які додаються, не продовжували існувати в результуючому складному процесі, то мова і музика стали б неможливими.

§ 133. Інтерференція хвиль. Надзвичайно цікавим окремим випадком додавання хвиль є так звана інтерференція[3]).

Уявимо собі два хвильових процеси з однаковою частотою і амплітудою, що поширюються через ту саму точку середовища; якщо швидкості поширення обох процесів однакові і самі процеси в усьому подібні один до одного, то у вибраній нами точці середовища обидва процеси матимуть сталу різницю фаз.

Фізично всі ці умови задовольняються в тому разі, коли *джерелом обох серій хвиль є та сама коливна система*; одержання ж з одного джерела двох серій хвиль можна здійснити хоч би шляхом використання поряд з прямою хвилею ще й хвилі відбитої.

Очевидно, що коливний рух розгляданої точки середовища буде залежати від різниці фаз між обома коливними процесами, що доходять до неї. Якщо, приміром, ця різниця фаз дорівнює нулеві ($\varphi_1 - \varphi_2 = 0$), то результуюче зміщення точки буде виражатися сумою обох зміщень; при цьому коливання точки відбуватимуться з подвоєною амплітудою. Якщо різниця фаз дорівнює половині періоду $\left(\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{T}{2}\right)$, то два зміщення, які додаються, будуть у кожний момент часу рівні величиною, але протилежні напрямом, і сума їх завжди дорівнюватиме нулеві; при цьому частинка, яка одночасно бере участь в обох процесах, залишатиметься нерухомою. При інших значеннях різниці фаз точка буде робити коливання з більшою або меншою амплітудою, величина якої змінюється залежно від різниці фаз в інтервалі від нуля до подвійної амплітуди кожного з коливань. Коли амплітуди двох коливань, які додаються, не дорів-

[1]) Хвильовим полем називають частину простору, в якій поширюється хвильовий процес.

[2]) Від латинського super — над і positio — положення.

[3]) Від французького interferer — стикатися.

нюють одна одній, то по суті явище відбувається так само: максимальна результуюча амплітуда (при $\varphi_1 - \varphi_2 = 0$) буде виражатися сумою амплітуд, а мінімальна $\left(\text{при } \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{T}{2}\right)$ — різницею амплітуд.

Таке додавання кількох коливань, при якому вони або посилюють або послаблюють одне одного, має назву інтерференції. Умовами можливості інтерференції є однакова частота і сталість різниці фаз, тобто фізично — спільність джерела інтерферуючих коливань (так звана когерентність[1]) хвиль).

Математичний розгляд питання про інтерференцію двох (в більш загальному випадку кількох) хвиль приводить до вже знайомих нам формул додавання коливань. Обмежимось тут одним найпростішим випадком, коли коливний рух в двох інтерферуючих хвилях відбувається в одному й тому ж напрямі. Нехай ω є кутова частота обох хвиль і a_1, a_2 — їх амплітуди; тоді в точці, що відстоїть від початкових точок обох хвиль на віддалях y_1, y_2, додаватимуться два коливання:

$$x_1 = a_1 \sin\omega\left(t - \frac{y_1}{u}\right),$$

$$x_2 = a_2 \sin\omega\left(t - \frac{y_2}{u}\right).$$

Вводячи в ці рівняння початкові фази коливань

$$\varphi_1 = -\frac{\omega}{u} y_1 \quad \text{і} \quad \varphi_2 = -\frac{\omega}{u} y_2,$$

перепишемо рівняння коливних рухів в уже знайомій нам формі:

$$x_1 = a_1 \sin(\omega t + \varphi_1),$$
$$x_2 = a_2 \sin(\omega t + \varphi_2).$$

Додавання цих коливань дає (див. § 123) результуюче коливання з амплітудою

$$a = +\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)};$$

через те що

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\omega}{u}(y_2 - y_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(y_2 - y_1),$$

то

$$a = +\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos\frac{2\pi d}{\lambda}}, \tag{34}$$

де

$$d = y_2 - y_1$$

є різниця ходів інтерферуючих хвиль.

Формула (34) дозволяє помітити таке цікаве явище: амплітуда коливань у полі інтерферуючих хвиль змінюватиметься від точки до точки залежно від зміни величини d; при цьому буде змінюватися також енергія коливань, збільшуючись в одних місцях за рахунок зменшення в інших місцях хвильового поля. Згідно з законом зберігання енергії, цей перерозподіл енергії повинен, проте, відбуватися без зміни повного її запасу.

Явище інтерференції можна добре спостерігати з світловими променями. При певній величині різниці ходів прямого і відбитого променів вони можуть, падаючи на ту саму точку екрана, „погасити“ один од-

[1]) Від латинського cohaerere — перебувати в зв'язку.

ного. Цей ефект пояснюється інтерференцією хвиль і свідчить, поряд з багатьма іншими явищами, про хвильову природу процесу, зв'язаного з поширенням світла. Звичайно, світлові хвилі не є хвилями пружних деформацій; це — електромагнітні хвилі.

§ 134. Стоячі хвилі. Інтерференцію можна спостерігати хоча б на прикладі прив'язаної за один кінець віриовки, другий кінець якої приводять у коливання рукою. Хвиля, що біжить по віриовці, відбивається від закріпленого кінця і рухається в протилежному напрямі. Обидві хвилі — пряма і відбита — інтерферують одна з однією, при чому ті точки віриовки, в яких різниця фаз прямої і відбитої хвиль дорівнює нулеві, коливаються з найбільшою амплітудою, а ті точки, в яких різниця фаз відповідає півперіодові, довгий час залишаються в спокої. Таку хвилю називають с т о я ч о ю, бо в найпростішому випадку, коли амплітуди коливань у прямій і відбитій хвилях рівні між собою, енергія не переміщується в просторі, через те що рівні її кількості рухаються в протилежних напрямах.

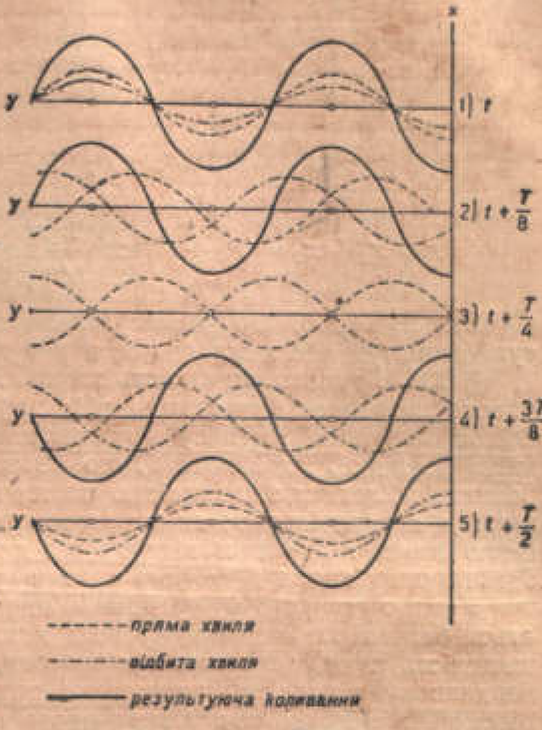


Рис. 199.

Стоячими хвилями є: коливання закріплених по кінцях струн, мембран, коливання стовпа повітря в трубах (наприклад, органних), звукові коливання повітря в закритих приміщеннях і т. ін. Графічно виникнення стоячої хвилі пояснено на рис. 199.

Виведемо рівняння стоячої хвилі. Для найпростішого випадку рівних амплітуд маємо (§ 129) для прямої хвилі рівняння

$$x_1 = A\sin\omega\left(t - \frac{y}{u}\right) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right),$$

а для відбитої:

$$x_2 = A\sin\omega\left(t + \frac{y}{u}\right) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{y}{\lambda}\right).$$

Результуюче зміщення є сума обох складових x_1 і x_2:

$$x = x_1 + x_2 = 2A\cos\frac{2\pi y}{\lambda}\sin\omega t. \tag{35}$$

З останньої формули бачимо, що результуюче коливання має ту саму частоту ω, але амплітуда його змінюється від точки до точки. В усіх тих точках, для яких віддаль від джерела хвиль (або від якої завгодно точки, в якій фази збігаються) дорівнює парному числу чвертей хвилі (тобто якому завгодно цілому числу півхвиль), коливання відбуваються з подвоєною амплітудою; ці точки називаються видугами стоячої хвилі. Навпаки, в усіх точках, для яких y дорівнює непарному числу чвертей хвилі, амплітуда результуючого коливання є нуль, тобто в цих точках коливання не відбуваються; ці точки називаються вузлами стоячої хвилі. На рис. 199 вузли позначено рисками, а видуги — кружечками.

Для випадку нерівних амплітуд маємо:

$$x_1 = A_1 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda}\right);$$

$$x_2 = A_2 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} + \frac{y}{\lambda}\right);$$

$$x = x_1 + x_2 = (A_2 + A_1)\cos\frac{2\pi y}{\lambda}\sin\omega t + (A_2 - A_1)\sin\frac{2\pi y}{\lambda}\cos\omega t. \qquad (36)$$

Звідси видно, що у видугах хвилі результуюча амплітуда дорівнює сумі амплітуд обох складових, а у вузлах — їх різниці.

§ 135. Групова швидкість хвиль. Хвильовий процес є процес просторового перенесення енергії; перенесення енергії відбувається в наслідок передачі імпульсу пружної деформації від однієї області середовища до іншої. Здавалося б, що через те швидкість перенесення енергії повинна збігатися з швидкістю поширення хвиль. В дійсності цей збіг не завжди спостерігаємо; як ми зараз побачимо, енергія рухається з швидкістю хвилі лише при відсутності дисперсії або ж при наявності тільки одного ряду хвиль з деякою певною частотою.

Уявимо собі, що в середовищі одночасно і в одному напрямі поширюється багато рядів хвиль, частоти яких різні; припустимо, крім того, що швидкість хвиль залежить від частоти, тобто має місце дисперсія. Через неоднакову швидкість поширення хвиль різної довжини ці хвилі будуть приходити в якусь точку хвильового поля, взагалі кажучи, з різними фазами, і в кожний даний момент часу результуюче зміщення вибраної нами точки буде залежати від співвідношення фаз окремих коливань. Якщо ці фази будуть дуже різноманітні, то результуюче коливання буде невеликим. Може, проте, трапитися, що фази окремих коливань у даній точці і в даний момент часу будуть мало відрізнятися одна від одної; тоді в наслідок інтерференції всі коливання складуться і дадуть результуюче коливання з найбільшою можливою амплітудою. При цьому густина енергії в даній точці середовища буде, очевидно, максимальною. Але в дальший момент часу співвідношення фаз зміниться, і в зв'язку з цим зменшиться і густина енергії в цій точці. Будемо називати точку з найбільшою густиною енергії центром енергії групи хвиль; очевидно, що в силу співвідношення фаз окремих коливань, що безперервно змінюється, центр енергії буде переміщатися в просторі.

Визначимо швидкість переміщення центра енергії. Для цього будемо вважати, що в якийсь момент часу t центр енергії перебуває в точці з координатою y. Зміщення, що відповідає кожному окремому коливанню, можна визначити з рівняння хвилі

$$x = A\sin\varphi,$$

де фаза

$$\varphi = \omega\left(t - \frac{y}{u}\right).$$

Через те що в центрі енергії фази коливань усіх частот збігаються, тут фаза не залежить від частоти, і, отже, похідна від фази по частоті дорівнює нулеві:

$$\frac{d\varphi}{d\omega}=t-y\frac{d}{d\omega}\left(\frac{\omega}{u}\right)=0.$$

Звідси знаходимо:

$$y=\frac{1}{\frac{d}{d\omega}\left(\frac{\omega}{u}\right)}t=vt. \qquad (37)$$

Ми бачимо, отже, що y залежить від часу; за змістом формули (37) ясно, що центр енергії переміщується в просторі з швидкістю v, при чому

$$v=\frac{1}{\frac{d}{d\omega}\left(\frac{\omega}{u}\right)}=\frac{u^2}{u-\omega\frac{du}{d\omega}}. \qquad (38)$$

Швидкість v є швидкість переміщення енергії; цю швидкість називають груповою швидкістю.

Неважко бачити, що коли дисперсії немає, то $du/d\omega=0$ і $v=u$, тобто в цьому випадку групова швидкість збігається з швидкістю хвиль.

§ 136. Значення теорії гармонічних коливань. В системі сучасної фізики теорія гармонічних коливань відограє зовсім виключну щодо свого значення роль. Вчення про гармонічне коливання червоною ниткою проходить буквально через усі відділи фізики: в теорії пружності воно тісно зв'язане з законом Гука, з теорії пружності воно проникає в усі галузі будівної і машинобудівної техніки; акустика і фізична оптика зобов'язані йому своїм існуванням; в теорії електрики, в кінетичній теорії матерії, в теорії атома, в небесній механіці — скрізь воно знаходить численні і завжди високою мірою плодотворні застосовування. Чим пояснюється ця універсальна застосовність вчення про гармонічні коливання? При поверховому обмірковуванні цього питання може здатися, що природа дійсно насичена саме гармонічними, а не будьякими іншими складнішими коливаннями. Насправді ж, звичайно, це зовсім не так.

Виключна роль учення про гармонічні коливання пояснюється двома обставинами. Гармонічне коливання — це рух, спричинений силою, яка зростає пропорціонально величині деформації (або, загальніше, силою, яка зростає пропорціонально віддалі точки прикладання сили від положення рівноваги). Яка б не була в дійсності залежність сили від величини деформації, залежність ця завжди може бути представлена у вигляді нескінченного ряду Тейлора; першим членом цього ряду є квазіпружна сила (тобто сила, яка зростає пропорціонально величині деформації), решта членів ряду пропорціональні послідовно зростаючим степеням деформації. Якщо деформація мала, на старші члени ряду можна не зважати; це — випадок гармонічного коливання; при значних деформаціях треба брати до уваги другий, третій і інші члени ряду. В міру зростання деформації (або, скажемо, узагальнюючи — в міру зростання амплітуди) коливний рух звичайно щораз більш і більш відхиляється від гармонічного коливання. Але і тоді кожного разу, коли точка прикладання сили підходить до положення рівноваги, по черзі відпадає вплив старших членів ряду Тейлора, і поблизу положення рівноваги рух визначається вже виключно квазіпружною силою. Чим частіше ми стикаємося з відхиленням реальних рухів від ідеальної форми гармонічних коливань, тим непорушнішим стає значення теорії гармонічних коливних рухів, бо ця теорія — перший і зовсім неминучий крок на шляху до дослідження якого завгодно періодичного процесу.

З погляду механіки існують чотири види передачі енергії на віддаль: тяга, удар, конвекція і хвильове поширення. Під назвою конвекції ми об'єднуємо тут всі ті випадки, коли енергія тіла або матеріальної частинки переноситься разом з тілом з одного місця простору в інше. Хвильове поширення енергії не супроводиться радіальним переміщенням частинок у просторі і зумовлене безпосередньою передачею імпульсу пружної деформації від однієї ділянки середовища до іншої. Універсальність хвильових процесів — це друга причина універсальної ролі гармонічних коливань.

РОЗДІЛ VIII.

ВЧЕННЯ ПРО ВНУТРІШНЮ ЕНЕРГІЮ ТІЛ.

§ 137. Молекулярно-кінетична теорія. Дуже дрібні частинки якого завгодно тіла не залишаються в спокої, а перебувають у надзвичайно швидкому русі. Цей рух, маючи хаотичний, тобто безладний характер, стає тим більш швидким, чим вища температура тіла.

В деяких випадках ми можемо спостерігати подібний рух з допомогою мікроскопа. Якщо домішати до води мікроскопічні тверді частинки або найдрібніші краплини будьякого жиру (для цього досить додати до води трохи молока) і краплю такої сумішки помістити між предметним і покривним скельцями мікроскопа, який збільшує в кілька сотень разів, спостерігається таке характерне явище: кожне з плаваючих у воді твердих або рідких тілець увесь час стрибає з боку в бік, ніби підкоряючись якимсь поштовхам і ніби відстрибуючи від якихось невидимих перепон. Чим менші розміри тільця, тим жвавіші його стрибки. Якщо порівняємо рухи двох сусідніх тілець за величиною стрибків або за їх напрямом, то не знайдемо між ними нічого спільного: в цьому полягає хаотичність, безладність явища. Явище це називається брауновим рухом (рис. 200) — від імени англійського ботаніка Брауна, що відкрив його (1827). Причина браунових рухів полягає в тому, що тільце, змулене в рідині, в кожний момент дістає багато ударів від оточуючих його найдрібніших частинок рідини, молекул її; ці удари дають якусь рівнодійну; тільце рухається в напрямі цієї рівнодійної. Якби молекули ми могли бачити, то рух їх дав би картину, подібну до картини браунових рухів; але діаметр молекул приблизно в 1000 раз менший, ніж діаметр браунових тілець, а тому молекулярні рухи багато швидші, ніж браунові рухи.

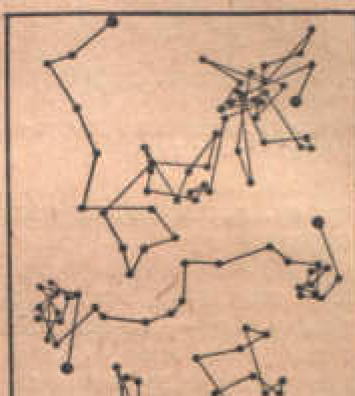


Рис. 200. Місцеперебування браунової частинки через кожні 30 секунд.

В тілах газоподібних, рідких і кристалічних молекулярні рухи мають дуже неоднаковий характер. Причина цієї неоднаковості та, що притягальні сили, які діють між близькими одна до однієї молекулами, для різних агрегатних[1]) станів речовини виявляються з різною інтенсивністю; ці сили тим інтенсивніші, чим більш ущільнені молекули тіла, тобто чим менша середня віддаль будьякої молекули від сусідніх молекул.

У газах молекули віддалені (в середньому) найбільше одна від одної. В разі досить розрідженого газу можна вважати, що молекули майже не виявляють взаємних притягальних сил. А тому тут рух кожної

[1]) Від латинського aggrego — приєдную(сь).

молекули відбувається по інерції, отже, центр ваги молекули рухається прямолінійно і рівномірно[1]); прямо лінійність і рівномірність порушуються лише при зіткненнях молекул одна з одною або з стінками посудини, в якій міститься газ. В який завгодно даний момент однакове число молекул має поступні швидкості, напрямлені вздовж довільно взятої прямої; можна сказати, що *для молекулярних рухів жодний напрям не має переваги перед іншим.* Це справедливо для кожного маленького об'єму, мислено виділюваного нами з газу. В цьому головна ознака хаотичності, безладності молекулярних рухів.

Деяке уявлення про величину швидкості поступного руху молекул у газах нам дають дві обставини: 1) швидкість поширення звука в газах і 2) початкова швидкість артилерійських снарядів і рушничних куль. Через те що молекули газу майже не зв'язані одна з одною, поширення звука в газі, очевидно, безпосередньо залежить від молекулярних рухів, а, значить, швидкість цих рухів повинна приблизно відповідати швидкості звука в газах, тобто повинна становити кілька сотень метрів на секунду. Відомо, що швидкість звука в газах при підвищеній температурі збільшується пропорціонально кореневі квадратному з абсолютної температури: природно зробити висновок, що така сама залежність від температури має місце і для поступної швидкості газових молекул. Виліт ядра з гармати або кулі з гвинтівки відбувається під напором молекул газу, який утворився від вибуху пороху; ядро або куля дістають свою швидкість від газових молекул, і через те що швидкість ядра або кулі становить кілька сотень метрів на секунду, молекулярна поступна швидкість повинна бути приблизно такою самою.

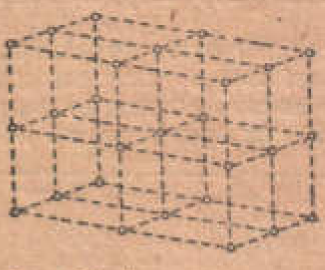


Рис. 201. Приклад просторових грат.

Молекулярним рухом легко і просто пояснюється багато явищ у газах: тиск газу, здатність його до безмежного розширення, здатність до дифузії[2]) — до поширення одного газу в другому — та ін. У зв'язку з дифузією може виникнути запитання: чому, не зважаючи на велику швидкість руху молекул, поширення одного газу в другому газі відбувається порівняно повільно? Відповідь: тому, що кожній молекулі доводиться зазнавати на своєму шляху величезного числа стикань з іншими молекулами; отже, вона більше „топчеться на місці“, ніж рухається вперед.

Вище було зазначено, що в газі немає ніякого порядку в напрямі руху окремих молекул. Немає ніякого порядку також і в розміщенні молекул у просторі для якого завгодно моменту. Інакше — в тілах твердих (кристалічних): тут при безладності руху окремих частинок маємо певний порядок у просторовому розміщенні їх, а саме: тут кожна частинка ніби коливається, описуючи деяку складну траєкторію навколо центра, що має певне положення в просторі, — навколо деякого „середнього положення“. Середні положення всіх частинок кристала розміщені правильними рядами вздовж трьох (взагалі косокутних) координат, утворюючи так звані просторові грати (рис. 201). В деяких кристалів у вузлах просторових грат розміщені молекули („молекулярні грати“); в інших кристалів, наприклад в алмаза, у вузлах просторових грат розміщені атоми („гомеополярні грати“); у багатьох кристалів, наприклад у кам'яної солі, вузли просторових грат заняті іонами, тобто атомами або групами атомів,

[1]) Діяння сили тяжіння вносить лише надзвичайно малу зміну в рух молекули. Крім поступного руху, молекули можуть мати ще й обертальний.

[2]) Латинське diffusio — поширення.

зарядженими позитивною або негативною електрикою („гетерополярні грати“).

Молекулярна структура рідини ще не цілком вияснена. Можна, очевидно, твердити, що ця структура являє собою щось середнє між структурою газу і структурою кристала.

§ 138. Внутрішня енергія тіла. Склад внутрішньої енергії. В наслідок молекулярних рухів (поступних і обертальних) всяке тіло має деякий запас кінетичної молекулярної енергії. Оскільки між молекулами діють сили взаємного притягання і відштовхування, то сюди приєднується ще запас молекулярно-потенціальної енергії. Атоми в тілі можуть коливатися навколо деяких центрів; тоді кінетична і потенціальна енергія цих коливних рухів дає ще один доданок для запасу енергії в тілі. Дальшими доданками цього запасу є: „хемічна енергія“ — енергія внутрішньомолекулярного взаємодіяння між атомами або іонами, внутрішньоатомна енергія, а також енергія, властива центральним ядрам атомів (внутрішньоядерна енергія). Нарешті, здатність атомів випромінювати приводить до того, що простір всередині тіла є заповненим променястою енергією. Кількість променястої енергії дуже невелика, проте, вона відограє дуже важливу роль, забезпечуючи всередині тіла „теплову рівновагу“ між окремими ділянками тіла. Сукупність кінетичної і потенціальної енергії частинок (молекул, атомів, а також частин атома — електронів, атомних ядер) разом з променястою енергією становлять внутрішню енергію тіла.

При сучасному стані науки і техніки практично найважливішим є врахування енергії руху і взаємодіяння молекул і атомів; а тому в формулах даного розділу ми не зустрінемо члена, що відповідає внутрішньоатомній енергії.

§ 139. Максвеллів закон розподілу молекулярних швидкостей у газі. Раніше не раз підкреслювалася безладність, або хаотичність, молекулярних рухів. Проте, геніальний британський фізик Максвелл знайшов точний закон, якому підлягають швидкості молекул даного газоподібного тіла (при чому припускається, що всі молекули цього газу однакові і що температура в усіх частинах газу — та сама). Цей закон зображено кривою лінією на рис. 202.

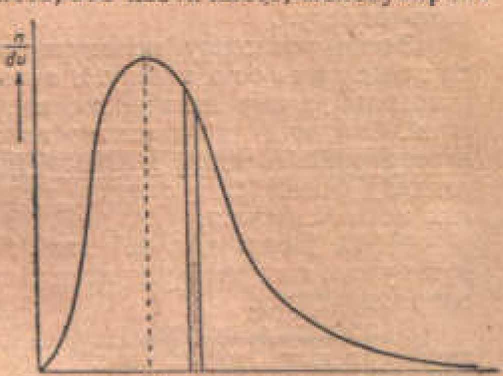


Рис. 202. Максвеллів закон розподілу молекулярних швидкостей.

Тут по осі абсцис відкладаються різні значення швидкості, можливі для окремої газової молекули, від нуля до деякої максимальної величини, а по осі ординат відкладається кількість молекул, що мають значення швидкості, відповідне даній абсцисі[1]). Ця кількість залишається увесь час незмінною, але склад її увесь час змінюється через стикання молекул між собою (бо при кожному стиканні швидкість молекул, які стикаються, зазнає різкої зміни).

Графік показує (див. на стор. 182 таблицю 10 розподілу швидкостей):

1) число молекул, які мають малі швидкості, дуже мале у відношенні до всього числа молекул газу;

[1]) Точніше: якщо u і $u+\Delta u$ — два дуже близькі одно до одного значення абсциси, а n — відповідне значення ординати, то $n\Delta u$ (площа елементарної смужки графіка) є число молекул, що мають швидкості, які лежать в границях від u до $u+\Delta u$.

2) дуже мале також число молекул, які мають дуже великі швидкості;

3) є одно значення швидкості, яке зустрічається частіше, ніж всі інші значення, — так звана **найімовірніша швидкість** ρ; цьому значенню відповідає максимум кривої розподілу;

4) великий процент усіх молекул має швидкості, які не дуже відрізняються від найімовірнішої швидкості, а тому в деяких спрощених орієнтовних розрахунках можна вважати, що всі молекули мають приблизно ту саму швидкість.

Таблиця 10.

Розподіл швидкостей між молекулами азоту при кімнатній температурі за законом Максвела.

Область швидкостей в *м/сек*	Процент загального числа молекул, що мають швидкості, які містяться в зазначених границях
$0 < u < 100$	1
$100 < u < 300$	25
$300 < u < 500$	42
$500 < u < 700$	24
$700 < u < 900$	7
$900 < u$	1

Аналітично Максвеллів закон розподілу молекулярних швидкостей виражається такою формулою:

$$n = N \cdot \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{u}{\rho}\right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{u}{\rho}\right)^2} \cdot d\left(\frac{u}{\rho}\right). \qquad (1)$$

Тут N — загальне число молекул у заданій масі газу; n — число молекул, швидкості яких лежать в межах u і $u + du$; ρ — найімовірніша швидкість молекул.

Закон розподілу молекулярних швидкостей являє типовий випадок **статистичного** закону. В законах цього роду твердження мають надзвичайно велику імовірність, але не можуть розглядатися як цілком імовірні. Статистичний характер властивий усякому явищу, яке відбувається в середовищі великої кількості індивідуумів. **Максвелл** перший запровадив у фізику статистичний метод; тепер цей метод є одним з основних методів фізики.

§ 140. Деякі числові дані. Як зразок характеристики молекулярних рухів у газі наведемо ряд даних, які стосуються повітря при 0°C і атмосферному тиску.

В кожному кубічному сантиметрі повітря (а також усякого іншого газу) при цих „нормальних" умовах міститься $2{,}7 \cdot 10^{19}$ молекул. Якби всі ці молекули були розміщені в об'ємі 1 $см^3$ рівномірно, то на кожну з них припав би кубик, що має ребро, трохи більше ніж $3 \cdot 10^{-7}$ *см*. Середня поступна **швидкість** молекул повітря при нормальних умовах — близько 450 *м/сек*. **Діаметр** молекули[1]) має порядок двох-трьох стомільйонних часток сантиметра ($3 \cdot 10^{-8}$ *см*). Протягом секунди кожна молекула повітря при нормальних умовах зазнає близько 7,5 мільярда стикань з іншими молекулами, а тому її „**пробіг**", тобто середня величина шляху, що його проходить молекула між двома стиканнями, надзвичайно малий: він, очевидно дорівнюватиме частці

$$\frac{450\ м}{7{,}5 \cdot 10^9} = 6 \cdot 10^{-6}\ см = \frac{1}{16}\ \text{мікрона}.$$

[1]) Ми робимо при цьому припущення, що форма молекули — сферична. Таке припущення, зрозуміло, не точне, але воно в багатьох випадках є припустимим.

На рис. 203 дано ніби моментальний знімок молекул, які містяться в маленькому газовому шарі, що має форму тонкого паралелепіпеда; лінійні розміри картини збільшені проти дійсних приблизно в мільйон разів. На рисунку показано стикання двох молекул; стрілки вказують напрям швидкостей молекул до і після їх стикання.

Подана на стор. 184 таблиця 11 містить деякі числові дані для ряду газів, взятих при нормальних умовах (0° C і $p=1$ *ат*). У першому стовпчику таблиці вміщені значення середньої швидкості молекул $\bar{u}$:

$$\bar{u}=\frac{u_1+u_2+u_3+\ldots}{N},$$

де N — число молекул, справжні швидкості яких виписані у вигляді доданків в чисельнику.

У другому стовпчику таблиці вміщені значення так званої середньої квадратичної швидкості c, що відограє, як ми побачимо далі, важливу роль у молекулярно-кінетичних розрахунках. Ця величина c являє *квадратний корінь з середнього значення квадратів справжніх швидкостей молекул:*

$$c=\sqrt{\frac{u_1^2+u_2^2+u_3^2+\ldots}{N}}.$$

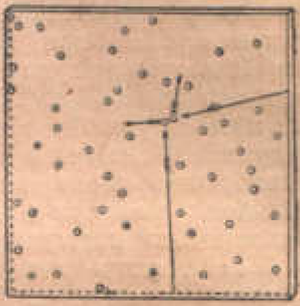


Рис. 203. Картина молекул тонкого шару газу нормальної густини (при збільшенні приблизно в мільйон разів).

Очевидно, що величина $\frac{mc^2}{2}$, де m є маса молекули, являє середнє значення енергії поступного руху молекул газу.

Обчислення, виконуване на підставі формули (1), показує, що середня швидкість $\bar{u}$ трохи менша за середню квадратичну швидкість c. Ці дві величини зв'язані співвідношенням:

$$\bar{u}=\sqrt{\frac{8}{3\pi}}\cdot c=0{,}92\cdot c.$$

Швидкість, що найчастіше трапляється, — найімовірніша швидкість ρ [див. формулу (1) і рис. 202] — теж менша середньої квадратичної швидкості і менша середньої швидкості:

$$\rho=\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot c=0{,}815\cdot c.$$

У третьому стовпчику таблиці 11 вказані величини вільних пробігів — середні величини шляху, що його проходить молекула між двома стиканнями. Довжини вільного пробігу виражені в мільйонних частках сантиметра. В четвертому стовпчику вказано число співударянь (у мільярдах), що його в середньому зазнає кожна молекула газу за 1 *сек.* В п'ятому стовпчику вказана тривалість середнього пробігу (в мільярдних частках секунди). В останньому, шостому, стовпчику наведено діаметри молекул в ангстремах, тобто в стомільйонних частках сантиметра ($1 Å=10^{-8}$ *см*).

Таблиця 11.

Назва газу і хемічна формула	При 0° С і при тиску в 1 *ат*[1]					Діаметр молекули $= x \cdot 10^{-8}$ *см*
	Середня швидкість молекул $\bar{u} = x$ *м/сек*	Середня квадратична швидкість молекул $c = x$ *м/сек*	Середній вільний пробіг $= x \cdot 10^{-6}$ *см*	Число співударів за секунду $= x \cdot 10^9$	Тривалість вільного пробігу $= x \cdot 10^{-10}$ *сек*	
Водень H_2	1692	1840	11,2	15,1	0,66	2,3
Кисень O_2	425	461	6,5	6,55	1,52	2,9
Азот N_2	454	493	6,0	7,55	1,32	3,1
Аргон Ar	381	414	6,35	6,02	1,66	2,8
Гелій He	1204	1305	18	6,9	1,47	1,9
ВуглецьII - оксид CO	454	493	5,8	7,8	1,28	3,2
ВуглецьIV - оксид CO_2	362	393	4	9,05	1,10	3,2
Пара води H_2O	566	615	4	14,1	0,71	2,6

Для правильного розуміння молекулярно-кінетичної теорії важливо найбільш наочно уявити собі наведені вище числа. Щоб зрозуміти добре, наскільки малі молекули і наскільки велике їх число в кожному кубічному сантиметрі повітря, Вільям Крукс радить уявити собі такий дослід.

Візьмемо ампулку (невеличку скляну герметично запаяну посудинку) емністю якраз в 1 *см*³. Припустимо, що ця ампулка зовсім порожня, тобто не містить у собі повітря. Якимнебудь способом (наприклад, з допомогою індукційної іскри) проб'ємо в стінці ампулки якнайтонший отвір, а саме такий, щоб через нього за 1 *сек* проникало всередину ампулки по 100 мільйонів молекул повітря. Постає питання, через скільки часу ампулка наповниться повітрям до нормальної густини повітря ($2{,}7 \cdot 10^{19}$ молекул в 1 *см*³), якщо наповнятиметься вона ввесь час зазначеним темпом. Підрахунок показує, що чекати цього моменту доведеться 9000 років[2]). Протягом цього величезного строку тиск повітря в ампулці буде (згідно із зробленим припущенням) рівномірно зростати, збільшуючись на 1 *мм* ртутного стовпа через кожні 12 років.

Едсер зазначає, що коли взяти число цеглин, яке дорівнює числу молекул в 1 *см*³ повітря при нормальних умовах, то, щільно вкладені, ці цеглини покрили б поверхню всієї суші земної кулі шаром висотою в 120 *м*, тобто висотою, яка перевищує в 4 рази висоту семиповерхового будинка.

Наведемо ще одну ілюстрацію того самого числа. Візьмемо малу краплю води об'ємом тільки в $^1/_{12}$ *мм*³ (число молекул води в такій краплині приблизно дорівнює числу молекул повітря в 1 *см*³ його при нормальних умовах). Уявимо собі, що нам вдалося якось відмітити всі молекули води, які містяться в цій краплі. Уявимо собі тепер, що ця крапля впала в Чорне море, і зачекаємо часу, коли вода, з якої складається крапля, рівномірно перемішається з усією водою цього найглибшого моря (середня глибина — близько 1 *км*, площа — приблизно 400 тис. *км*²). Якщо тепер зачерпнути відро води в якому завгодно місці і на якій завгодно глибині Чорного моря, то виявиться, що в кожному відрі води міститься сотня відзначених нами молекул.

§ 141. Основне рівняння кінетичної теорії газів. Виведемо дуже важливе рівняння, яке встановлює зв'язок між тиском p газу, його об'ємом v і кінетичною енергією $\mathcal{E}$ поступного руху його молекул.

---

[1]) Значення середньої швидкості $\bar{u}$, середнього пробігу і діаметрів молекул взято з „Chemiker Kalender", 1933, II Teil, S. 184. Решта величин обчислені за ними.

[2]) Рік має $3{,}15 \cdot 10^7$ *сек*:

$$\frac{2{,}7 \cdot 10^{19}}{100 \cdot 10^6 \cdot 3{,}15 \cdot 10^7} = 9000 \text{ років.}$$

Для простоти виводу вважатимемо, що оболонка, в яку вміщено газ, має форму кулі радіуса R; проте, остаточне рівняння буде справедливе незалежно від того, яку форму має оболонка, і навіть від того, чи існує вона взагалі.

Ми зробимо таке припущення: розглядаиий газ настільки розріджений абож молекули його настільки малі, що стикання молекул відбувається не дуже часто, отже, кожна молекула може кілька разів ударитися об стінки оболонки перше, ніж вона зіткнеться з іншою молекулою. (Ми робимо це припущення теж тільки для того, щоб спростити наші міркування; його можня було б і не робити, при чому ми прийшли б до тих самих висновків, але через складніші розрахунки).

Щодо самих стикань, то ми припустимо, що вони відбуваються за законами удару цілком пружних куль.

Розглянемо рух одніеї з молекул всередині посудини. Нехай маса молекули буде m, швидкість її — u. Нехай вона рухалася по лінії AB і в точці B ударилася об стінку. Рис. 204 зображае переріз сферичної посудини, зроблений через центр її O і через лінію AB. Легко зміркувати, що розглядана молекула буде рухатися в площині цього перерізу ввесь час, поки не зіткнеться з іншою молекулою, що шлях її буде складатися з рівних хорд BC, CD і т. д. і що кути удару її об стінки і відбиття від стінок кожного разу матимуть ту саму величину φ.

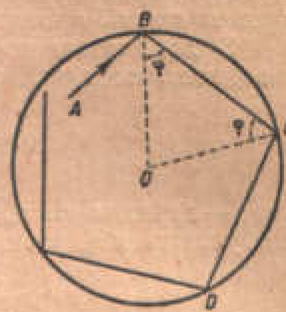


Рис. 204. До виведення основного рівняння кінетичної теорії газів.

Наше завдання — підрахувати тиск p газу, тобто ту силу, з якою молекули діють на одиницю поверхні оболонки через удари. Для цього спершу визначимо імпульс, що його передае оболонка молекулі при кожному стиканні. Цей імпульс дорівнюе приростові кількості руху молекули, а через те що при ударі об стінку змінюеться тільки нормальна складова кількості руху молекули, зазначений імпульс дорівнює, отже, різниці $mu \cdot \cos\varphi - (-mu \cdot \cos\varphi) = 2mu \cdot \cos\varphi$. На підставі третього закону Ньютона таку ж величину імпульсу передае молекула оболонці при кожному ударі. Через те що шлях, який проходить молекула за секунду, є u і через те що від одного удару об оболонку до другого молекула проходить шлях $2R \cdot \cos\varphi$ (рівний хорді), то число ударів даної молекули за секунду дорівнюватиме $\frac{u}{2R \cdot \cos\varphi}$; а тому сумарний імпульс, переданий оболонці розгляданою молекулою за секунду, буде

$$2mu \cdot \cos\varphi \frac{u}{2R \cdot \cos\varphi} = \frac{mu^2}{R}.$$

Сумарний же імпульс, передаваний оболонці за 1 *сек* в с і м а молекулами, буде $\frac{1}{R}\Sigma mu^2$, де підсумовування поширюється на всі молекули (різні молекули мають різну швидкість, вони можуть мати також різну масу: наш газ може являти собою сумішку газів).

Тепер легко вже знайти тиск газу. Це буде не що інше, як сумарний імпульс, одержуваний за секунду одиницею поверхні оболонки, а саме:

$$p = \frac{\Sigma mu^2}{R \cdot 4\pi R^2} = \frac{\Sigma mu^2}{4\pi R^3} = \frac{\frac{1}{3}\Sigma mu^2}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{\frac{2}{3} \cdot \sum\frac{mu^2}{2}}{\frac{4}{3}\pi R^3}.$$

Але $\sum\frac{mu^2}{2}$ є кінетична енергія $\mathcal{E}$ поступного руху молекул газу, а $\frac{4}{3}\pi R^3$ є об'єм v газу, а тому остання формула перепишеться так:

$$p=\frac{\frac{2}{3}\mathcal{E}}{v}; \tag{2}$$

це означає:

тиск газу чисельно дорівнює двом третинам енергії поступного руху молекул, які містяться в одиниці об'єму газу. Знайдене рівняння і є основне рівняння кінетичної теорії газів. Його можна переписати ще й так:

$$pv=\frac{2}{3}\mathcal{E}. \tag{3}$$

Суть формули (3) така: *добуток тиску на об'єм газу дорівнює двом третинам енергії поступного руху молекул газу.*

З допомогою цього рівняння легко зробити висновок про величину швидкості поступного руху молекул. Перетворимо це рівняння так:

$$pv=\frac{1}{3}\sum mu^2=\frac{1}{3}mN\cdot\frac{1}{N}\sum u^2=\frac{1}{3}Mc^2,$$

де c — середня квадратична швидкість (§ 140), а M — маса газу. Добуваючи квадратний корінь, дістанемо:

$$c=\sqrt{\frac{3pv}{M}}. \tag{4}$$

§ 142. Досліди з молекулярним пучком. В останні двадцять п'ять років придумано досліди, які дозволяють безпосередньо спостерігати рух газових молекул і швидкість цього руху.

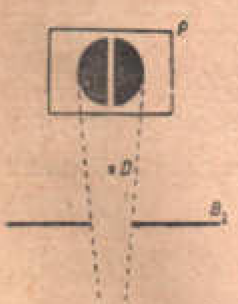


Рис. 205. Молекулярні промені.

Якщо з посудини, наповненої газом, молекули будуть крізь маленький отвір вилітати у зовсім порожній простір, то рух їх буде прямолінійний і рівномірний. Слід цього руху можна відзначити так (Дюнуайє, 1911; рис. 205): у зовсім порожньому просторі поміщають джерела молекул A (в дослідах Дюнуайє це був кусочок натрію, який у порожньому просторі давав пару); B_1 і B_2 — дві перегородки з круглими отворами, які виділяють конічну область, що заповнена летючими частинками. Якщо частинки дійсно поширюються прямолінійно, то на екрані P повинен утворитися наліт натрію у формі кружка. Це і спостерігалося в дійсності. Якщо на шляху молекулярного пучка помістити перепону (наприклад, дротину D), то на екрані позначиться „тінь“ цієї перепони (на рисунку екран P зображено повернутим на 90° від свого справжнього положення).

Особливо цікаво було довідатися, чи збігається швидкість молекулярного пучка з її теоретичним значенням. Відповідний дослід зробив Штерн (1920). Ідея досліду подана на рис. 206. V є посудина, в якій повітря доведено до якнайбільшого степеня розрідження. Всередині посудини є джерело молекул A (посріблений платиновий дріт, розжарюваний електричним струмом). Частинки пари срібла з середньою швидкістю, яка відповідає температурі дроту, злітають по прямих траекторіях в навколишній простір. З допомогою однієї або кількох перегородок B з отворами відокремлюється молекулярний пучок, що розширяється; цей пучок дає срібний наліт на пластинці P (частинки срібла вже при кімнатній температурі мають властивість, попадаючи на скло, прилипати до нього). Отворам у перегородках надано такої форми, щоб утворювана пляма мала вигляд прямої риски. Якщо обертати весь прилад навколо перпендикулярної до напряму молекулярного пучка (і перпендикулярної також до площини рисунка) осі, яка проходить через A, то срібна пляма на скляній пластинці P трохи зміститься в напрямі, протилежному напрямові обертання. Справді, поки молекули срібла летять від A до пластинки P, пластинка встигає зсунутися на якусь віддаль, отже і слід, що його залишають молекули, лежатиме на такій самій віддалі від попереднього сліду.

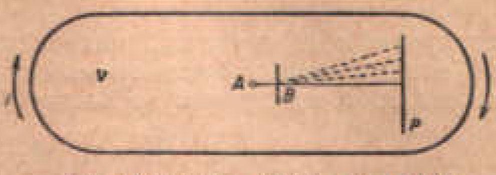


Рис. 206. Схема дослідів Штерна.

Нехай l — віддаль від A до P; час, протягом якого пролетить від A до P молекула, яка має швидкість u, буде $t = \frac{l}{u}$. При ν оборотах приладу за секунду шлях, пройдений пластинкою за час t, буде:

$$s = 2\pi l \cdot \nu t = 2\pi \frac{l^2 \nu}{u}.$$

При $\nu = 50$ *сек*$^{-1}$, $l = 10$ *см*, $u = 500$ *м/сек* було б $s = 6$ *мм*.

Швидкості молекул розподіляються за законом Максвелла (§ 139), отже, і значення s будуть мати певний „розподіл", в результаті чого пляма буде трохи розмитою. Можна було б, навпаки, з розподілу густоти нальоту вивести закон розподілу молекулярних швидкостей.

§ 143. Закон Дальтона. Нехай в об'ємі v є сумішка газів 1, 2, 3 і т. д. Тиск p газової сумішки є сумарний результат ударів всіх молекул сумішки; отже, можна написати:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \ldots, \tag{5}$$

де p_1, p_2, p_3 і т. д. є тиски, що їх роблять молекули кожної компоненти [1]) зокрема.

Закон Дальтона полягає в тому, що *тиск кожної компоненти має таку величину, ніби розглядана компонента заповнювала об'єм одна, тобто ніби інших компонент не було.*

Тиски p_1, p_2, p_3 і т. д. називаються *парціальними* [2]) тисками.

Закон Дальтона випливає з основного рівняння кінетичної теорії газів (§ 141, рівняння **2**). Дійсно, енергія поступного руху молекул сумішки газів (оскільки припускається, що між молекулами нема помітних сил взаємодіяння) дорівнює сумі енергій газів, які входять до складу сумішки:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \ldots$$

Для сумішки в цілому справедливе рівняння

$$pv = \frac{2}{3}\mathcal{E}.$$

[1]) Компонентою (від латинського compono — складаю) називають хемічно індивідуальну складову частину сумішки.

[2]) Парціальний (від латинського pars — частина) — окремий, частковий.

Те саме рівняння справедливе, звичайно, і для кожного газу, взятого окремо; якщо кожний з цих газів ми візьмемо в тій кількості, в якій цей газ входить до складу сумішки, при тому самому властивому йому значенні енергії $\mathcal{E}_1$ або $\mathcal{E}_2$ і т. д. і дамо йому змогу займати об'єм v, то ми зможемо написати таку систему рівнянь:

$$p_1 v = \frac{2}{3}\mathcal{E}_1,$$

$$p_2 v = \frac{2}{3}\mathcal{E}_2$$

і т. д.

Підсумувавши ці рівняння, використавши написану вище рівність для суми енергій газів, які входять до складу сумішки, і скоротивши одержані рівняння на v, приходимо до закону Дальтона:

$$p = p_1 + p_2 + p_3 + \dots$$

§ 144. Вагомість газів з погляду молекулярно-кінетичної теорії. В кожний даний момент тільки незначна частина молекул газу дотикається до стінок і дна посудини; вага решти молекул у цей момент не може передатися дну посудини, бо нема сил взаємодіяння. Виникає запитання: як же виходить, що, хоч більша частина молекул у кожний даний момент безпосередньо і не впливає на рівновагу терезів, все ж вага газу дорівнює сумарній вазі всіх його молекул?

„Вагою" газу ми називаємо надвишкову силу тиску його на дно посудини у порівнянні з тиском, який газ робить на верхні стінки посудини. Цей надвишковий тиск виникає в наслідок прискорення, що його набувають молекули газу під час руху в полі тяжіння. Для простоти міркування уявимо собі, що всередині кубічного ящика, дві основи якого горизонтальні, рухається одна молекула газу. Мисленно розкладемо векторіально швидкість молекули на три взаємно перпендикулярні складові: на одну вертикальну (позначимо її через u) і на дві розміщені в горизонтальній площині. Ці останні для нас нецікаві: вони зумовлюють тиск молекули на бічні стінки посудини, і поле тяжіння на них не впливає. Коли молекула ударяється об верхню або нижню стінку, її вертикальна складова швидкості змінює знак на супротивний, і, отже, імпульс кожного удару, рівний геометричній зміні кількості руху, дорівнює $mu - (-mu) = 2\,mu$. Позначимо вертикальну складову швидкості молекули поблизу верхньої стінки посудини через u_1 і поблизу нижньої стінки через u_2. Тоді в наслідок кожного пробігу молекули від верхньої стінки до нижньої виникає різниця тисків на ці стінки, яка дорівнює $2\,mu_2 - 2\,mu_1$.

Нехай t є час пробігу молекули від верхньої стінки до нижньої і n — число ударів молекули в кожну з цих стінок за секунду. Через те що удар у кожну з цих стінок, наприклад, у верхню, відбувається через проміжок часу, рівний $2t$, то очевидно: $n = {}^1/_2t$.

Тиск, що його зазнає нижня стінка, дорівнює $2mu_2n$, тиск на верхню стінку дорівнює $2mu_1n$, різниця їх:

$$p_2 - p_1 = 2m\,(u_2 - u_1)\,n = m\frac{u_2 - u_1}{t}.$$

Але, якщо g є прискорення сили тяжіння, то очевидно, що

$$u_2 = u_1 + gt,$$

звідки

$$p_2 - p_1 = mg.$$

Отже, к о ж н а молекула газу робить надвишковий тиск на дно посудини порівняно з тиском на верхню стінку посудини, який дорівнює вазі цієї молекули.

Наведені міркування примушують поставити питання: якщо кожна молекула газу під час свого руху згори вниз набуває деякого прискорення, то чи не означає це, що температурна рівновага газу в полі тяжіння характеризуватиметься неоднаковим значенням середньої швидкості молекул у верхніх і нижніх шарах газу? На перший погляд може видатися, що середня швидкість внизу буде більша, ніж у верхніх шарах. Це, проте, не так. Справа в тому, що поле тяжіння впливає не тільки на вертикальну складову швидкості молекул, але також і на розподіл густості молекул. При температурній рівновазі в газу, що знаходиться в полі тяжіння, густість змінюється з висотою за барометричним законом. Кількість молекул в одиниці об'єму, що мають якусь швидкість u, в нижніх шарах газу більша, ніж у верхніх. Тому, як показує точний розрахунок, середнє значення швидкості у верхніх і в нижніх шарах однакове. Наприклад, якщо в якомунебудь місті число жителів певного віку вдвоє більше числа жителів того самого віку в іншому місті і це співвідношення має місце для всіх віків, то середній вік жителів в обох містах все ж таки однаковий.

Для правильного розуміння зачепленої вище проблеми, яку перший розглянув Максвелл (вона відома під назвою „парадокса Максвелла"), важливо зрозуміти, що барометрична зміна тиску і зміна, що її робить поле, вертикальної складової швидкості молекул ідеального газу — це два способи виразу одного і того ж факту. Різниця тисків, що її робить поле тяжіння, в двох розміщених один над одним горизонтальних шарах газу, спричиняється зміною вертикальної складової швидкості молекул, які рухаються з верхнього шару в нижній і з нижнього в верхній. З цієї ж причини відбувається ущільнення нижніх шарів газу, і цим забезпечується рівність середніх швидкостей.

Ми бачимо, таким чином, що з однаковим правом вагомість газів можна розглядати або як наслідок прискорення молекул під час їх руху вниз, або як вияв барометричної різниці тисків.

§ 145. Закон Авогадро. Граммоль. Граммолекулою, граммолем (скорочено *г-моль*) або просто молем називають кількість речовини, що містить таке число грамів, яке дорівнює молекулярній вазі цієї речовини [1]). Наприклад, граммоль кисню дорівнює 32 *г* кисню.

Легко зміркувати, що моль якої завгодно речовини містить те саме число молекул. Це число дорівнює **$6{,}06 \cdot 10^{23}$**; воно називається ч и с л о м А в о г а д р о.

Закон А в о г а д р о (що, подібно до інших газових законів, є точним для ідеальних газів і наближенним для реальних) полягає в тому, що *в рівних об'ємах двох газів міститься однакове число молекул, якщо ці гази перебувають при однаковій температурі й однаковому тиску.*

Звідси виходить, що при певній температурі і певному тиску *моль якого завгодно газу буде займати той самий об'єм.* Так, при 0° С і при тиску 760 *мм* граммоль якого завгодно газу займає **22,41** *л*.

§ 146. Виведення рівняння Клапейрона з законів Бойля і Ге-Люсака. Відомо, що розріджені гази підлягають законам Б о й л я і Г е - Л ю с а к а. Закон Б о й л я полягає в тому, що при ізотермічному стиску газу тиск змінюється обернено пропорціонально об'емові. Отже, при $t = \mathrm{const}$

$$pv = \mathrm{const.}$$

---

[1]) Молекулярною вагою речовини називають відношення маси молекули цієї речовини до однієї шістнадцятої частки маси молекули кисню. (Звідси видно, що молекулярна вага є число абстрактне).

Згідно з законом Ге-Люсака нагрівання газу на 1° С при постійному тиску спричинює його розширення на $\frac{1}{273,1}$ частину того об'єму, який він займає при 0° С і при тому ж незмінному тиску.

Отже, якщо v_0' є об'єм, що його займає газ при 0°С і при тиску p, а v є об'єм, що його займає цей газ при t° С і при тому ж тиску p, то

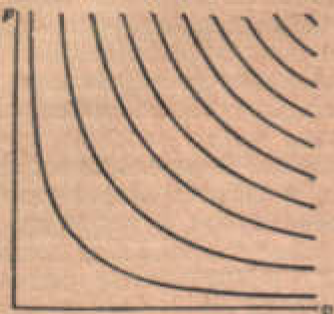


Рис. 207. Ізотерми газу за законом Бойля.

$$v - v_0' = \frac{v_0'}{273,1}t.$$

Умовимося зображати „стан" газу точкою на діаграмі p, v (координати будьякої точки на цій діаграмі показують числові значення тиску p і об'єму 1 *г* або 1 моля газу; на рис. 207 нанесені лінії, для кожної з яких $pv = \text{const}$; це ізотерми газу[1]).

Уявимо собі, що газ був узятий в якомусь довільно вибраному стані C, при якому його температура є t, тиск p і занятий ним об'єм v. Охолодимо його до 0° С, не змінюючи тиску p (рис. 208). На підставі закону Ге-Люсака можна написати, що

$$v = \frac{v_0'}{273,1}(t + 273,1).$$

Тепер, підтримуючи температуру на 0° С, будемо стискати газ або, якщо потрібно, надамо йому можливості розширятися доти, поки його тиск не стане рівним одній фізичній атмосфері. Цей тиск позначимо через p_0, а об'єм, що його в результаті займе газ (при $p_0 = 1 am$ і 0° С),— через v_0. На підставі закону Бойля:

$$pv_0' = p_0v_0.$$

Помножаючи почленно першу рівність на другу і скорочуючи на v_0', дістанемо:

$$pv = \frac{p_0v_0}{273,1}(t + 273,1). \qquad (6)$$

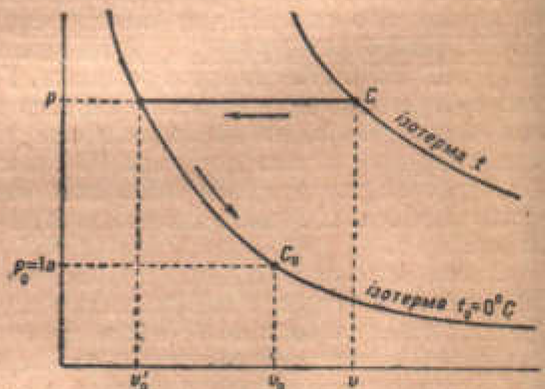


Рис. 208. Діаграма, яка пояснює виведення рівняння Клапейрона з закону Бойля і Ге-Люсака.

Це рівняння відоме під назвою рівняння Клапейрона. Температура $T = t + 273,1$ має назву абсолютної температури (докладніше про абсолютну температуру буде сказано в § 149 і 217). Сталу величину $\frac{p_0v_0}{273,1}$ називають *газовою константою.*

§ 147. Універсальна газова стала. Граммолекула якого завгодно газу при 0° С і $p = 1$ *am* займає об'єм, що дорівнює 22,41 *л* (§ 145). Отже, числове значення газової константи $\frac{p_0v_0}{273,1}$ для всіх газів, взятих у кіль-

[1]) Ці лінії являють собою гіперболи. Чим вища температура, тим більше значення має добуток pv і тим далі від початку координат розміщена відповідна ізотерма (рівняння 6).

кості однієї граммолекули, має бути однакове, незалежно від їх хемічної природи.

Газову константу для 1 моля газу звичайно позначають літерою R і називають *універсальною газовою сталою*:

$$R = \frac{p_0 v_0}{273{,}1}, \quad \text{де } p_0 = 1 \ am \text{ і } v_0 = 22{,}41 \ л.$$

Якщо в об'ємі v (а, значить, і v_0) міститься не 1 моль газу, а ν молів, то очевидно:

$$pv = \nu RT. \qquad (7)$$

Числове значення універсальної газової сталої залежить від того, в яких одиницях виміряні величини p і v, що стоять у лівій частині рівняння Клапейрона. Наприклад, якщо тиск вимірювати в $кг^*/см^2$ і об'єм у $см^3$, то $p_0 = 1{,}033 \ кг^*/см^2$ і $v_0 = 22\,410 \ см^3$; звідси:

$$R = \frac{1{,}033 \cdot 22\,410}{273{,}1} = 84{,}80 \ \frac{\text{кілограмсантиметр}}{\text{градус} \cdot г\text{-}моль}.$$

Нижче дано значення газової сталої, вираженої в різних часто вживаних одиницях.

Коли газова стала входить у формулу, всі члени якої виражені в калоричних одиницях енергії, то й газова стала повинна бути виражена в калоріях; наближено $R \approx 2 \dfrac{м.\ кал}{\text{градус} \cdot г\text{-}моль}$; точніше:

$$R = 1{,}987 \ \frac{м.\ кал}{\text{градус} \cdot г\text{-}моль}.$$

Таблиця 12.

Одиниці, в яких виміряно тиск	Одиниці, в яких виміряно об'єм газу	„Нормальний" тиск p_0, виражений в одиницях, зазначених у першому стовпчику	Об'єм v_0 1 г-моля газу при нормальних умовах, виражений в одиницях, зазначених у другому стовпчику	Числове значення універсальної газової сталої $R = \frac{p_0 v_0}{273{,}1}$
$\frac{дин}{см^2}$	$см^3$	1 013 250	22 410	$8{,}315 \cdot 10^7 \ \frac{\text{ерг}}{\text{градус} \cdot г\text{-}моль}$
$\frac{кг^*}{см^2}$	$см^3$	1,0333	22 410	$84{,}80 \ \frac{\text{кілограмсантиметр}}{\text{градус} \cdot г\text{-}моль}$
$\frac{кг^*}{м^2}$	$м^3$	10 333	0,02241	$0{,}848 \ \frac{\text{кілограмметр}}{\text{градус} \cdot г\text{-}моль}$
am	$см^3$	1	22 410	$82{,}06 \ \frac{\text{атмосферасантиметр}^3}{\text{градус} \cdot г\text{-}моль}$
am	$л$	1	22,41	$0{,}08206 \ \frac{\text{атмосфералітр}}{\text{градус} \cdot г\text{-}моль}$
мм ртутного стовпа	$см^3$	760	22 410	$6{,}237 \cdot 10^4 \ \frac{мм\ \text{ртуті} \cdot см^3}{\text{градус} \cdot г\text{-}моль}$

§ 148. Питома (характеристична) газова стала. В технічних розрахунках часто користуються рівнянням Клапейрона, написаним для 1 *кг* газу. Якщо будемо розуміти під v — об'єм, зайнятий 1 *кг* газу, то величина ν в формулі (7) буде означати число молів, які містяться в 1 *кг* газу. Через те що моль становить M грамів (де M — молекулярна вага газу), очевидно, в 1 *г* газу міститься $\frac{1}{M}$ часток моля і, отже, в 1 *кг* газу міститься $\frac{1000}{M}$ молів. Отже:

$$pv = BT, \text{ де } B = \frac{1000}{M} R.$$

Сталу величину B, яка входить у це рівняння Клапейрона, написане для 1 *кг* газу, називають питомою (або характеристичною) газовою сталою.

Через те що x кілограмів газу займає об'єм у x разів більший, ніж 1 *кг* газу, взятий при тих самих термічних умовах, то очевидно, що в загальному випадку, коли v означає об'єм x кілограмів газу, рівняння Клапейрона треба писати так:

$$pv = xBT. \tag{8}$$

Питома (характеристична) газова стала $B = \frac{1000}{M} R$ легко може бути обчислена з універсальної газової сталої R, якщо відома молекулярна вага газу M. Але всі реальні гази тією або іншою мірою (і при цьому неоднаково) відхиляються від закону Авогадро (§ 145); отже, при точніших розрахунках користуються характеристичними газовими сталими, здобутими не з універсальної газової сталої, а обчисленими безпосередньо з густини газів при нормальних умовах за формулою[1]): $B = \frac{p_0 v_0}{273,1}$, де $p_0 = 1$ *ат* і v_0 — об'єм 1 *кг* газу при нормальних умовах.

В таблиці 13 наведено значення характеристичних газових сталих B для випадку, коли тиск у рівнянні Клапейрона (8) виражено в *кг*^{2}/*м*^{2} і об'єм виражено в *м*^{3}.

Таблиця 13.

Речовина	Хемічна формула	Характеристична газова стала $B = \frac{\text{кілограмметр}}{\text{градус - кілограм}}$
Повітря	—	29,27
Водень	H_2	422,6
Кисень	O_2	26,47
Азот	N_2	30,13
АзотII - оксид	NO	28,19
АзотI - оксид	N_2O	19,20
ВуглецьII - оксид	CO	39,26
ВуглецьIV - оксид	CO_2	19,14
Сульфіт - ангідрид	SO_2	13,15
Метан (болотний газ)	CH_4	52,95
Етилен	C_2H_4	30,26
Пара води	H_2O	47,06
Пара спирту	C_2H_6O	18,42
Пара бензолу	C_6H_6	10,86

[1]) Для газів, які і навіть при невеликому стиску виявляють помітне відхилення від рівняння Клапейрона, характеристичну сталу обчислюють особливим методом графічної екстраполяції.

§ 149. Молекулярно-кінетичне розуміння абсолютної температури. Основне рівняння кінетичної теорії газів (§ 141) було нами виведене для найзагальнішого випадку, тобто для якої завгодно сумішки газів. Тепер ми спинимося на газі хемічно індивідуальному, всі молекули якого мають ту саму масу m. Напишемо основне рівняння для 1 *г-моля* розгляданого газу:

$$pv = \frac{2}{3}\,\varepsilon.$$

Тут

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\cdot \Sigma mu^2$$

є енергія поступного руху молекул, які містяться в 1 *г-молі* газу.

З другого боку, ми знайшли рівняння Клапейрона для 1 *г-моля* газу:

$$pv = RT.$$

Зіставлення обох рівнянь дає:

$$\varepsilon = \frac{3}{2}\,RT.$$

Поділимо обидві частини цієї рівності на число молекул в 1 *г-молі*, тобто на $N = 6{,}06 \cdot 10^{23}$; при цьому в лівій частині буде середня енергія поступного руху однієї молекули:

$$\frac{\varepsilon}{N} = \frac{3}{2}\,kT, \quad \text{де } k = \frac{R}{N} = 1{,}37 \cdot 10^{-16}\ \frac{\text{ерг}}{\text{градус}}.$$

Коефіцієнт пропорціональності k, що є універсальною газовою сталою, „віднесеною до однієї молекули", має назву сталої Больцмана.

Ми бачимо, що *абсолютна температура T газу лише сталим множником $\frac{3}{2}k$, спільним для всіх газів, відрізняється від середньої енергії поступного руху однієї молекули.* Можна сказати, що мірою абсолютної температури є середня енергія поступного руху газової молекули. Можна повторити ці міркування для газової сумішки; середня енергія поступного руху однієї молекули знову таки буде дорівнювати $\frac{3}{2}kT$.

Із сказаного випливає наочне уявлення про „абсолютний нуль" температури. Абсолютний нуль (що відповідає $-273{,}1°$ C) є та температура, при якій поступні рухи молекул завмирають.

§ 150. Поняття про число степенів вільності. Під числом степенів вільності розуміють число незалежних рухів (або, що те саме, число координат, які визначають положення тіла або частинки в просторі). В одноатомних газів, тобто таких, молекула яких містить лише один атом (такими є аргон, гелій, пара металів), кожна молекула може мати три незалежних рухи вздовж трьох взаємно перпендикулярних координатних осей; отже, вона має три степені вільності. Молекула двоатомного газу (сюди належать: водень H_2, азот N_2, кисень O_2, вуглецьII-оксид CO та ін.) має п'ять степенів вільності, бо, крім трьох поступних рухів, вона може мати ще два обертальні рухи навколо двох взаємно перпендикулярних осей, які утворюють прямий кут з лінією, що сполучає обидва атоми. Обертання двоатомної молекули навколо цієї останньої лінії не треба брати до уваги. Формально воно не повинне братися до уваги тому, що при обертанні навколо цієї осі, що є віссю симетрії, положення молекули в просторі, визначуване її геометричним обрисом, не змінюється; з фізичного ж погляду воно не повинне братися до уваги тому, що через малий момент інерції енергія обертального руху молекули навколо цієї осі мала. З цієї ж причини при визначенні числа степенів вільності молекули одноатомного газу не беруть до уваги її обертальних рухів.

Молекули триатомного газу (якщо центри трьох атомів не розміщені на одній прямій) мають шість степенів вільності: з них три степені поступного руху і три степені обертального руху. Ці ж шість степенів вільності властиві всякій молекулі, яка містить більш ніж три атоми.

Якщо двоатомна або взагалі многоатомна молекула летить з особливо великою швидкістю, то при стиканні вона має шанс зазнати сильного удару, в наслідок чого атоми, які входять до її складу, починають коливатися біля своїх середніх положень. Цим створюються нові степені вільності. Зрозуміло, що з підвищенням температури число молекул, які дістали такі додаткові степені вільності, буде збільшуватися.

§ 151. Закон рівномірного розподілу енергії. Максвелл встановив закон рівномірного розподілу енергії по степенях вільності.

На кожний степінь вільності (незалежно від характеру руху і незалежно від хемічної природи речовини) припадає в середньому цілком певна енергія ε, яка пропорціональна абсолютній температурі тіла. Коефіцієнтом пропорціональності служить половина больцманівської сталої (§ 149). Отже:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} kT. \tag{9}$$

Через те що молекула якого завгодно газу має три поступних степені вільності, із закону Максвелла випливає, що середня енергія поступного руху молекули якого завгодно газу дорівнює $\frac{3}{2} kT$; цей результат ми знайшли в § 149, виходячи з основного рівняння кінетичної теорії газів і з газових законів.

§ 152. Внутрішня енергія ідеального газу. Позначимо літерою i число степенів вільності однієї молекули. Для одноатомного газу $i=3$, для двоатомного $i=5$ і для триатомного $i=6$. Якщо не брати до уваги внутрішньоатомну енергію (§ 138), то на підставі закону Максвелла легко вивести вираз внутрішньої енергії U одного граммоля ідеального газу (де молекули не зазнають дії інших сил, крім сил удару при стиканнях):

$$U = N \cdot i \cdot \frac{1}{2} kT = \frac{i}{2} \cdot NkT = \frac{i}{2} RT;$$

тут R — універсальна газова стала. Якщо умовимось вимірювати внутрішню енергію в калоріях, то треба взяти $R \approx 2$ (§ 147); ми будемо мати:

$$U = iT \ \frac{\textit{кал}}{\textit{г-моль}}. \tag{10}$$

§ 153. Теплоємності C_v і C_p ідеального газу. Якщо температура T газу підвищиться на 1°, то, як легко бачити з останньої формули, внутрішня енергія одного граммоля збільшиться на i калорій. Цей результат надзвичайно важливий.

Уявимо собі, що ми нагріваємо газ при незмінному об'ємі. Тоді вся надавана газові теплота піде на збільшення його внутрішньої енергії. Ми бачимо, що для нагрівання одного моля газу на 1° при сталому об'ємі треба витрачати i калорій. Отже:

для одноатомного газу $C_v = 3$ *м. кал* на 1 *г-моль*,
для двоатомного газу $C_v = 5$ *м. кал* на 1 *г-моль*,
для многоатомного газу $C_v = 6$ *м. кал* на 1 *г-моль*.

Цей висновок теорії Максвелла близько відповідає дійсності, якщо його застосовувати до слабко стиснутих газів, які перебувають при температурах не дуже низьких і не надмірно високих. При високих температурах не тільки з'являються коливні степені вільності, але настає дисоціація[1]) газу, тобто деякі молекули розпадаються на дві або на більше число дрібніших молекул; залежність теплоємності від температури в наслідок цього ускладнюється.

Із зазначеного вище випливає такий дуже важливий вираз внутрішньої енергії одного моля ідеального газу:

$$U = C_v T. \tag{11}$$

Якщо робити розрахунок не на один моль, а на один грам, то матимемо аналогічну формулу

$$U_{1г} = c_v T, \tag{12}$$

де c_v — „грамова" (питома) теплоємність при незмінному об'ємі.

Якщо нагрівати газ при незмінному тиску, то підвищенню температури одного моля на 1° знову таки буде відповідати збільшення внутрішньої енергії U на i калорій; але, крім того, газ, який розширяється, виконає роботу проти зовнішнього тиску, яка дорівнює $p \cdot \Delta v$, де Δv є приріст мольного об'єму v при нагріванні на 1° (див. § 223).

Для обчислення роботи $p \cdot \Delta v$ напишемо два рази рівняння Клапейрона:

$$pv = RT,$$
$$p(v + \Delta v) = R(T + 1^\circ).$$

Віднімаючи перше рівняння від другого, дістанемо $p \cdot \Delta v = R$. Для виконання цієї роботи буде потрібна додаткова витрата тепла в кількості 2 *кал*. Повна витрата тепла, що дорівнює $i + 2$ *кал*, або, що те саме, $C_v + 2$ *кал*, має назву *граммолекулярної теплоємності газу при постійному тиску* і позначається через C_p. Отже[2]):

$$C_p = C_v + 2 \, \frac{кал}{градус \cdot г\text{-}моль} \tag{13}$$

З цієї формули легко обчислити для різних газів C_p, а також відношення $\frac{C_p}{C_v}$, що відограє досить важливу роль у багатьох термодинамічних розрахунках. Дістанемо:

Таблиця 14.

Газ	C_p	$\frac{C_p}{C_v}$
Одноатомний	5	1,67
Двоатомний	7	1,4
Триатомний	8	1,3

[1]) Від латинського dissociatio — роз'єднання.

[2]) Для теплоємностей, розрахованих на 1 *г* газу, очевидно, буде існувати аналогічне співвідношення:

$$c_p - c_v = \frac{R}{M},$$

де $\frac{R}{M}$ — питома газова стала (на 1 *г*).

13*

§ 154. Внутрішній, або молекулярний, тиск. Потенціальна енергія молекул. Поки молекули газу перебувають одна від одної на віддалях, які перевищують приблизно одну десятимільйонну частку сантиметра (10^{-7} *см*), між ними не помічається притягальних сил; але якщо при ущільненні газу середня віддаль сусідніх молекул стане менша, ніж 10^{-7} *см*, то між цими молекулами виявляється взаємне притягання. Розглянемо ефект цього притягання.

Уявимо всередині газу площинку в 1 *см*^{2}. Зовнішній тиск p передається на цю площинку згідно з законом Паскаля; отже, на площинку діє по нормалі сила, яка чисельно дорівнює p. Але це ще не є повна сила, що діє на нашу площинку. Нехай $ABCD = 1$ *см*^{2} (рис. 209) буде нашою площинкою; уявимо на ній як на основі дві прямі призми, при чому висота кожної призми дорівнює 10^{-7} *см*; молекули, які містяться всередині однієї призми, притягують до себе молекули, які містяться всередині другої призми. В наслідок такого притягання виникає рівнодійна сила, що нормальна до площинки $ABCD$ і посилює собою гідростатичний тиск p.

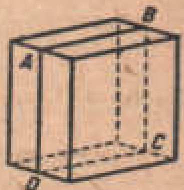


Рис. 209.

Уявимо собі, що число молекул в о д н о м у з призматичних об'ємів збільшилося вдвоє, і тут замість кожної окремої молекули стало дві таких самих молекули; ясно, що в цьому разі і рівнодійна сила, прикладена до площинки $ABCD$, збільшиться вдвоє. Якщо ж кількість молекул подвоїться не в одному тільки, а в обох призматичних об'ємах, то рівнодійна сила на площинку $ABCD$ повинна буде збільшитися в чотири рази. Звідси виходить: сила, зумовлена зчепленням молекул газоподібного середовища і діюча на одиничну площинку всередині середовища як деякий тиск, пропорціональна квадратові густини середовища або, інакше сказати, обернено пропорціональна квадратові питомого об'єму середовища. Цю силу називають **в н у т р і ш н і м т и с к о м**, або **м о л е к у л я р н и м т и с к о м**. Його математичний вираз буде $\frac{a}{v^2}$, де a — стала для даного газу величина.

Взаємним притяганням молекул зумовлюється наявність запасу потенціальної енергії в газі. Ми можемо знайти математичний вираз цієї потенціальної енергії, виходячи з того, що робота сил внутрішнього тиску дорівнює убуткові потенціальної енергії [1]):

$$d\Pi = \frac{a}{v^2}\,dv,$$

звідки

$$\Pi = \int \frac{a}{v^2}\,dv = -\frac{a}{v} + \text{const}. \qquad (1$$

Умовимося вважати, що молекулярно-потенціальна енергія дорівнює нулеві, якщо газ приведений до стану нескінченної розпорошеності молекул у просторі; це означає, що для $v = \infty$ ми вважаємо $\Pi = 0$; тоді для всякого скінченного об'єму молекулярно-потенціальна енергія Π є величина від'ємна, що дорівнює $-\frac{a}{v}$.

---

[1]) Величина a/v^2 являє собою силу, яка діє на площинку в 1 *см*^{2}. Сила F, що діє на площу S, дорівнює $\frac{a}{v^2} \cdot S$. Коли відбувається зміна об'єму на dv, то можна уявити собі, що площинка S переміщується на віддаль dl, а саме на таку віддаль, що $dv = Sdl$. При цьому виконується робота $Fdl = \frac{a}{v^2} Sdl = \frac{a}{v^2}\,dv$.

§ 155. Внутрішня енергія реального газу. Для такого газу, молекули якого взаємно притягаються, як це було описано в попередньому параграфі, внутрішня енергія U буде виражатися сумою двох членів:

$$U = C_v T - \frac{a}{v}. \tag{15}$$

Тут перший член $C_v T$ той самий, як і для ідеального газу; він виражає собою молекулярно-кінетичну енергію (якщо нема коливних степенів вільності); другий член $\left(-\frac{a}{v}\right)$ виражає молекулярно-потенціальну енергію. Перший член значно більший другого.

Отже, для реального газу внутрішня енергія є функція температури і питомого об'єму, тоді як для ідеального газу вона є функцією самої тільки температури.

§ 156. Рівняння Ван-дер-Ваальса. Розглянемо питання, як треба змінити рівняння Клапейрона $pv = RT$, щоб дістати рівняння стану реального газу, тобто такого газу, де між молекулами діють сили зчеплення і де молекули мають скінченний об'єм.

1. Перша поправка буде полягати в тому, що на місце тиску p з причин, зазначених у § 154, стане сума зовнішнього і внутрішнього тисків $p + \frac{a}{v^2}$. Рівняння стану набуває вигляду:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right) v = RT. \tag{16}$$

Можна мотивувати цю поправку ще й так. Тиск p газу на оболонку є результат двох протилежних ефектів: з одного боку, відштовхних сил між молекулами (що виявляються при стиканнях), з другого боку — сил взаємного притягання молекул. Перший ефект вимірюється членом $\frac{RT}{v}$ (це випливає з молекулярно-кінетичної теорії), другий — членом $\frac{a}{v^2}$. Тиск p дорівнює різниці обох ефектів:

$$p = \frac{RT}{v} - \frac{a}{v^2}, \tag{17}$$

що збігається з (16).

2. Друга поправка, яку треба зробити в рівнянні Клапейрона $pv = RT$, для того, щоб перейти до рівняння Ваальса, полягає в заміні множника v виразом $v - b$, де b — ще одна стала, характерна для даного газу. Отже, рівняння стану Ваальса матиме вигляд:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT. \tag{18}$$

Вияснимо суть величини b. Для цього зіставимо рівняння Ваальса з рівнянням Клапейрона. Якщо в останньому рівнянні вважатимемо $p \to \infty$ [1]), то звідси буде виходити, що $v \to 0$, тобто нескінченно великим тиском можна перетворити об'єм (ідеального) газу на нуль; звідси випливає необхідність припущення, що молекули ідеального газу не займають простору, тобто є точками. Насправді, звичайно, молекули займають якийсь об'єм; з тому природною є думка, що необмеженим збільшенням зовнішнього тиску можна добитися перетворення на нуль не всього об'єму тіла,

[1]) Треба читати: „p прямує до нескінченності".

а лише тієї частини об'єму, яка не зайнята молекулами. Якщо в рівнянні Ваальса вважатимемо $p \to \infty$, то повинно бути $(v - b) \to 0$; отже, різницю $v - b$ треба розглядати як об'єм, вільний від молекул, а b — як об'єм, зайнятий молекулами.

Слід відзначити, що рівняння Клапейрона являє собою граничний випадок рівняння Ван-дер-Ваальса при v, яке необмежено збільшується.

На рис. 210 подана група ізотерм, побудованих за рівнянням Ваальса. Чим вище розміщена ізотерма, тим вища температура, яка їй відповідає.

Ізотерми Ваальса, що відповідають більш високим температурам, подібні до гіперболічних ізотерм ідеального газу; ізотерми ж, які відповідають температурам більш низьким, мають у середній частині характерний хвилеподібний згин. Між ізотермами обох цих типів є одна, середня частина якої майже горизонтальна (4 на рисунку); ця ізотерма називається **критичною ізотермою**, а її температура — критичною температурою.

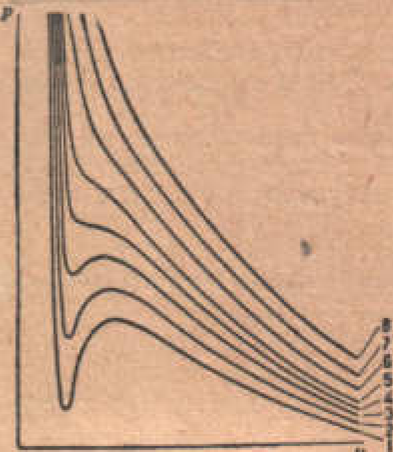


Рис. 210. Ізотерми за рівнянням Ван-дер-Ваальса.

З фізичним поясненням цих фактів ми ще зустрінемося.

§ 157. Процес паротворення. Пара насичена і перегріта. Критична точка. Розглянемо процес поступового нагрівання рідини і перетворення її на пару.

I. Нехай ми маємо 1 *кг* чистої води, яка не містить повітря. Нехай ця вода займає нижню частину великого циліндра, зробленого з речовини, що добре проводить теплоту і прикрита поршнем, який щільно прилягає до неї. Спершу температура води дорівнює 0° C, а тиск, що діє через поршень на воду, дорівнює 1 нормальній атмосфері. В дальшому нехай тиск залишається незмінним, отже, процес, розгляданий нами, буде **ізобаричним**[1]), тобто таким, що відбувається при постійному тиску. Будемо зображати перебіг цього процесу графічно в координатних осях v, p (рис. 211); початковий стан розгляданого кілограма води зобразиться точкою a, взятою так, що її абсциса дорівнює (майже) 0,001 $м^3$, а ордината — 1 *ат*.

Будемо нагрівати воду. Температура води підвищуватиметься; об'єм її спершу трохи зменшиться, потім почне збільшуватися, тому точка, що зображає стан води, буде переміщуватися по „ізобарі" (отже, по горизонталі) вправо. Кінець-кінцем, температура води підвищиться до 100° C; в цей момент об'єм взятої кількості води буде приблизно на 4% більший початкового об'єму. Цей стан води умовно[2]) зображено точкою A.

Зауважимо, що вбирана водою в розгляданому процесі теплота дорівнює приблизно $q = 100$ *кг-кал*. Частина цієї теплоти витрачається на роботу проти зовнішнього тиску, а друга збільшує собою запас внутрішньої енергії води. Перша частина порівняно дуже мала; а тому можна вважати, що вся теплота q іде на приріст внутрішньої енергії води.

II. Будемо продовжувати початий ізобаричний процес, надаючи воді нових кількостей теплоти. Вода відразу почне давати пару; об'єм, зайнятий водою і парою, буде швидко зростати. Пара у власному розумінні є газ; але в циліндрі над водою буде сумішка газоподібної води з захопленими при паротворенні найдрібнішими краплинками рідкої води (так

[1]) Від грецьких слів isos — **рівний**, barys — **важкий**.

[2]) Умовність полягає в тому, що на рисунку не додержано масштабу.

сумішку в техніці називають „вологою парою“ або „мокрою парою“, на відміну від „сухої пари“, яка не містить водяних краплинок). Один з подібних станів нашої системи подано на діаграмі точкою *C*. В міру перетворення на пару щораз більшого проценту рідини об'єм системи буде й далі зростати, і точка *C* пересуватиметься в правий бік. При цьому температура системи залишатиметься рівною 100°.

Нарешті, настане момент, коли випариться вся рідина до останньої краплі. В цей момент ми будемо мати в циліндрі с у х у н а с и ч е н у п а р у; температура її все ще 100° C. Стан системи буде тепер зображений точкою *B* (ця точка *B* називається „точкою пари“, а точка *A* — „точкою рідини“).

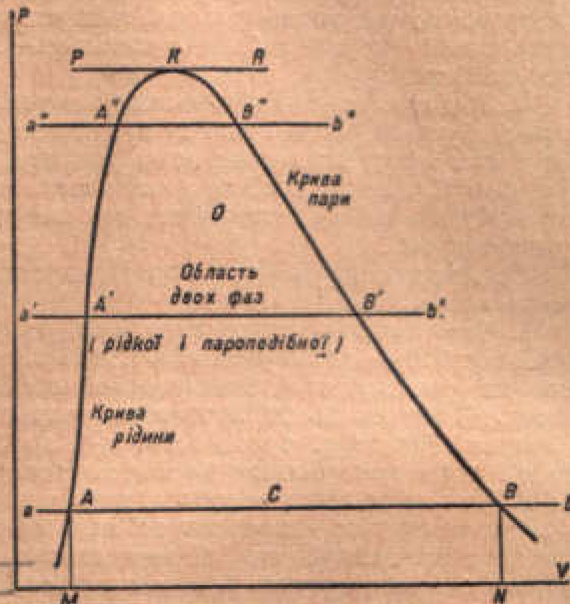


Рис. 211. До аналізу процесу паротворення.

Важливо відзначити, що на дільниці *AB* наш процес є не тільки і з о б а р и ч н и м, а й і з о т е р м і ч н и м: увесь час, поки в циліндрі є дві „фази“ тієї самої речовини — рідка і пароподібна,— температура обох фаз залишається сталою і дорівнює „температурі переходу“ з однієї фази в другу; справді, при тиску $p = 1$ *ат* і при температурі $t = 100°$ C може і вода випаровуватися (якщо їй надавати тепла), може і пара конденсуватися в рідину (якщо від неї забирати теплоту).

Всю кількість тепла, що її дістає 1 *кг* рідини в процесі паротворення, називають питомою з а х о в а н о ю т е п л о т о ю п а р о т в о р е н н я і позначають літерою r; при $t = 100°$C (для води) r дорівнює 539 *кг-кал*. З цієї кількості 41 *кг-кал* витрачається на зовнішню роботу, зв'язану з розширенням системи, решта ж, 498 *кг-кал*, становить приріст внутрішньої енергії 1 *кг* сухої насиченої пари при 100° C у порівнянні з рідкою водою[1]).

Частину захованої теплоти паротворення, яка йде на збільшення внутрішньої енергії системи, називають в н у т р і ш н ь о ю з а х о в а н о ю т е п л о т о ю п а р о т в о р е н н я і позначають літерою ρ; частину, яка йде на зовнішню роботу, називають з о в н і ш н ь о ю з а х о в а н о ю т е п л о т о ю п а р о т в о р е н н я; вона еквівалентна роботі розширення $p(v_2 - v_1)$, де p — тиск насиченої пари, а v_2 і v_1 — об'єми 1 *кг* пари і 1 *кг* рідини.

Якби діаграма була складена в правильному масштабі, то робота паротворення $p(v_2 - v_1)$ графічно виразилася б площею *ABMN*.

III. Можна продовжувати ізобаричний процес ще далі, підводячи до системи нові кількості тепла. При цьому пара відразу перестає бути насиченою і стає „перегрітою“ (або „ненасиченою“); температура її буде поступово підвищуватися. І тут вбиране тепло іде частково на збільшення запасу внутрішньої енергії, частково — на зовнішню роботу. Процес

[1]) Більша частина цієї енергії набуває форми потенціальної молекулярної енергії; це зв'язано з значним розсуванням молекул одна від одної при перетворенні рідини на пару.

перегрівання можна продовжувати до високих температур. Графічно цей процес зображається дільницею Bb.

Головна відмінність між парою насиченою і перегрітою полягає в тому, що насичена пара може безмежно довгий час залишатися у „рівновазі“ з своєю рідиною, тоді як для перегрітої пари це неможливо: якщо перегріту пару ввести в один простір з її рідиною однакової з нею температури, то рідина буде випаровуватись.

IV. Можна було б уявити собі зворотний процес, що відбувається по лінії $bBAa$; на дільниці BA цього процесу буде мати місце конденсація пари в рідину. Процес супроводитиметься поступовим забиранням тепла від системи; це тепло утворюється частково коштом зменшення запасу внутрішньої енергії системи, частково — коштом роботи, що її виконує зовнішній тиск.

V. Ми простежили процес паротворення при тиску $p = 1$ *ат*. Але так само відбувався б цей процес і при іншому тиску, меншому або більшому, ніж 1 *ат*. І тут, як в описаному випадку, початкова температура рідини була б 0° C, але всі інші величини змінили б свої значення. На рис. 211 над ізобарою $aABb$ показані ще дві ізобари, які відповідають більш високим тискам.

На діаграмі ми відразу помічаємо такі зміни в перебігу процесу залежно від величини тиску p.

1. Чим вище розміщена ізобара, тим більша абсциса точки, аналогічної точці A — „точці рідини“ (A', A'' і т. ін.). Це означає, що чим більший тиск на систему, тим більше розширюється рідина перше, ніж починає кипіти. Причина цього зрозуміла: адже щоб рідина почала кипіти під збільшеним тиском, треба нагріти її до більш високої температури кипіння і тому вона більше розширюється.

2. Чим вище лежить ізобара, тим меншу абсцису має точка пари (B, B', B''). Це означає, що 1 *кг* насиченої пари при тиску, що підвищується (отже, і при температурі, що підвищується), займає щораз менший об'єм (інакше сказати, густина її збільшується).

Із сказаного видно, що в міру підвищення тиску (і температури) точка рідини й точка пари зближуються і ізотерма-ізобара (AB, $A'B'$, $A''B''$...) стає щораз коротшою. Дослід показує, що при підвищенні тиску і температури процесу кінець-кінцем точка рідини і точка пари зливаються між собою; таке злиття відбувається в точці K, так званій к р и т и ч н і й т о ч ц і. Температуру речовини в критичній точці називають к р и т и ч н о ю т е м п е р а т у р о ю, а відповідні цій точці тиск і об'єм називають к р и т и ч н и м т и с к о м і к р и т и ч н и м о б'є м о м. Кожна речовина має свої особливі значення критичних величин: для води критична температура дорівнює 374° C, а критичний тиск дорівнює 217 *ат*.

Злиття точки рідини і точки пари в критичній точці означає, що *в критичній точці зникає відмінність між рідким і пароподібним станом речовини*. Якщо ми будемо вести процес паротворення по ізобарі PK, то захована теплота паротворення дорівнюватиме нулеві. Це і зрозуміло: у точці K немає відмінності між рідиною і парою, отже, тут не доводиться витрачати тепло на перетворення рідини на пару.

VI. З попереднього видно, що для насиченої пари тиск і температура збільшуються одночасно. Крива, що виражає залежність тиску насиченої пари від її температури (рис. 212), має досить характерний вигляд: у критичній точці K вона обривається. Знайдено, що вище 1 — 2 *ат* аж до критичної точки тиск і температура насиченої пари зв'язані формулою

$$p = (a + bt)^4,$$

де a і b — сталі.

Для води ця формула потребує деяких змін; проте, і тут у деяких границях справджується (хоча і грубо) співвідношення

$$p=\left(\frac{t}{100}\right)^4.$$

На стор. 202 поміщена таблиця 15, де для різних температур зазначені: тиск насиченої пари води, питомі об'єми рідини й пари, теплота паротворення води r, її частина, що йде на роботу розширення, і внутрішня теплота паротворення.

VII. Всі „точки рідини" A, A', A'' і т. д. до точки K включно визначають собою якусь криву, що її називають кривою рідини. Так само всі „точки пари" визначають криву пари $KB''B'B$. Обидві ці криві, змикаючись у критичній точці K, становлять граничну криву. Ця крива розмежовує на нашій діаграмі області, що відповідають різним станам речовини. Так, усередині граничної кривої в якій завгодно точці C, D і т. д. ми маємо сумішку двох станів або двох „фаз": рідкої і пароподібної. Ліворуч від кривої рідини речовина перебуває в рідкому стані, праворуч від кривої пари — в пароподібному стані.

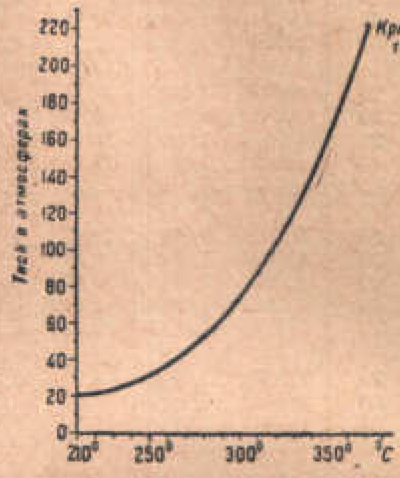


Рис. 212. Тиск насиченої пари води як функція температури.

§ 158. Безперервність рідкого і газоподібного станів. Перехід рідини в пару і навпаки, що супроводиться різкою зміною об'єму і вбиранням або виділенням тепла, може мати місце тільки всередині граничної кривої. Але і вище граничної кривої ми можемо уявити процес, що починається при малому об'ємі і закінчується при великому об'ємі,— починається в області рідкого стану і закінчується в області газоподібного стану. Ясно, що протягом цього процесу ми ніде не спостерігаємо різкого переходу рідини в газ; звідси виходить, що цей процес відбувається безперервно. Безперервність рідкого і газоподібного станів була встановлена на досліді англійським фізиком Ендрюсом у 1866 р. На думку Ендрюса в подібному процесі речовина переходить через такі стани, в яких її не можна назвати ні рідкою, ні газоподібною.

§ 159. Ізотерми реального газу і рідини. Всі горизонтальні хорди граничної кривої на рис. 211 являють собою відрізки ізотерми. Виникає запитання: який вигляд матимуть продовження цих ізотерм в область пароподібного стану і в область рідкого стану?

Відповідь маємо на рис. 213. Ізотерми пари (або реального газу) будуть подібними до гіперболічних ізотерм ідеального газу; ізотерми рідини будуть підніматися майже вертикально (бо незначне зменшення об'єму рідини потребує дуже значного тиску). На рис. 213 показано також критичну ізотерму і дві ізотерми, які відповідають температурам вище критичної.

Порівняємо цей рисунок з рис. 210, що зображає теоретичні ізотерми Ваальса. Ми бачимо велику подібність критичної ізотерми і ізотерм вищих; для температур нижче критичної будуть подібними також частини, що відповідають рідині і перегрітій парі. Цей факт означає, що рівняння Ваальса може вважатися охоплюючим не тільки газоподібний, а й рідкий стан.

Таблиця 15.

Вода і її насичена пара від 0° до 220°

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Температура пароутворення t° C	Тиск p у кг/см²	Об'єм v 1 кг рідини в літрах	Об'єм v_s 1 кг пари в м³	Питома вага пари в кг/м³	Теплота рідини q в кг-кал/кг	Теплота пароутворення r у кг-кал/кг	Повна теплота $q+r$ в кг-кал/кг	Зовнішня теплота пароутворення $p(v_s-v)$ в кг-кал/кг	Внутрішня теплота пароутворення ρ в кг-кал/кг
0	0,0062	1,0001	206,5	0,004843	0,00	594,8	594,8	30,4	564,4
5	0,00889	1,0000	147,1	0,006798	5,03	592,2	597,2	30,6	561,6
10	0,01252	1,0003	106,4	0,009398	10,05	589,5	599,5	31,3	558,2
15	0,0174	1,0009	77,95	0,01283	15,05	586,9	601,9	31,8	555,1
20	0,0288	1,0018	57,81	0,01730	20,05	584,3	604,3	32,3	552,0
25	0,0323	1,0029	43,38	0,02305	25,04	581,7	606,7	32,8	548,9
30	0,0433	1,0043	32,93	0,03037	30,03	579,2	609,2	33,4	545,8
35	0,0573	1,0060	25,24	0,03962	35,0	576,6	611,6	33,9	542,7
40	0,0752	1,0078	19,54	0,05118	39,9	574,0	613,9	34,4	539,6
45	0,0977	1,0098	15,28	0,06545	44,9	571,3	616,2	34,9	536,4
50	0,1258	1,0121	12,02	0,08370	49,9	568,5	618,4	35,4	533,1
55	0,1602	1,0145	9,581	0,10437	54,9	566,7	620,6	36,0	529,7
60	0,2028	1,0167	7,677	0,13026	59,9	562,9	622,8	36,5	526,4
65	0,2547	1,0198	6,200	0,16129	64,9	560,0	624,9	37,0	523,0
70	0,3176	1,0227	5,046	0,1982	69,9	557,1	627,0	37,5	519,6
75	0,3929	1,0258	4,123	0,2425	74,9	554,1	629,0	38,1	516,0
80	0,4827	1,0290	3,406	0,2936	79,9	551,1	631,0	38,6	512,5
85	0,5893	1,0324	2,835	0,3527	84,9	548,0	632,9	39,1	508,9
90	0,7148	1,0359	2,[illegible]70	0,4219	88,9	545,0	634,9	39,6	505,4
95	0,8619	1,0396	1,988	0,5030	95,0	541,9	636,9	40,2	501,7
100	1,0333	1,0433	1,674	0,5974	100,0	538,7	638,7	40,7	498,0
105	1,2319	1,0473	1,420	0,7036	105,0	535,4	640,4	41,1	494,3
110	1,4608	1,0513	1,210	0,8254	110,1	532,1	642,2	41,5	490,6
115	1,7237	1,0556	1,038	0,9709	115,2	528,7	643,9	41,8	486,9
120	2,0242	1,0592	1,891	1,122	120,2	526,3	645,5	42,2	483,1
125	2,3662	1,0635	0,771	1,297	125,3	521,7	647,0	42,6	479,1
130	2,7538	1,0678	0,668	1,497	130,5	518,2	648,7	43,0	475,2
135	3,1914	1,0725	0,581	1,721	135,6	514,6	650,2	43,3	471,3
140	3,6835	1,0772	0,508	1,968	140,7	510,9	651,6	43,7	467,2
145	4,2352	1,0825	0,446	2,242	145,8	507,4	653,2	44,1	463,3
150	4,8517	1,0878	0,3926	2,547	150,9	503,8	654,7	44,5	459,3
155	5,5373	1,0936	0,3470	2,882	156,1	500,2	656,3	44,8	455,4
160	6,2886	1,0995	0,3074	3,253	161,2	496,6	657,8	45,1	451,[illegible]
165	7,1414	1,1060	0,2725	3,600	166,4	493,0	659,4	45,4	447,6
170	8,0714	1,1124	0,2431	4,114	171,6	489,4	661,0	45,7	443,7
175	9,0937	1,1192	0,2170	4,608	176,8	485,8	662,6	46,0	439,8
180	10,245	1,1260	0,1945	5,141	182,0	482,2	664,2	46,2	436,0
185	11,443	1,1334	0,1743	5,737	187,3	478,5	665,8	46,5	432,0
190	12,785	1,1407	0,1574	6,353	192,6	474,7	667,3	46,8	427,9
195	14,246	1,1487	0,1417	7,057	197,8	470,8	668,6	47,0	423,8
200	15,834	1,1566	0,1287	7,770	203,1	467,0	670,1	47,3	419,7
205	17,56	1,165	0,1167	8,569	208,5	462,9	671,4	47,5	415,4
210	19,43	1,173	0,1059	9,443	213,8	458,8	672,6	47,7	411,1
215	21,45	1,182	0,0963	10,38	219,2	454,6	673,8	47,8	406,8
220	23,62	1,191	0,0879	11,38	224,6	450,2	674,8	48,0	402,2

Проте, нам впадає в око і істотна різниця між обома рисунками: ізотерми, що їх дає дослід, не мають хвилеподібної частини. Це пояснюється тим, що на хвилеподібній частині Ваальсової ізотерми речовина перебуває або в метастабільних (малостійких) станах, здійснюваних на досліді лише при особливих запобіжних заходах[1]), або навіть у стані зовсім нестійкому і тому нездійсненному.

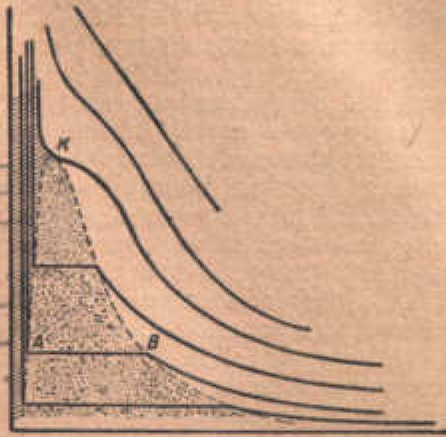


Рис. 213. Дійсний хід ізотерм.

§ 160. Конденсація газів і діставання низьких температур. Всякий газ являє ненасичену пару деякої рідини, а тому може бути перетворений в рідкий (а також і в твердий) стан.

Для можливості зрідження будь-якого (хемічно-індивідуального) газу необхідно, щоб його температура стала н и ж ч а к р и т и ч н о ї. Якщо вона лише не набагато нижчий критичної температури, то для зрідження газу доведеться його піддати тискові, який буде лише не набагато нижчий критичного тиску; із зниженням температури газу знижується і потрібний тиск; це зрозуміло з двох попередніх рисунків.

На таблиці 16 подано критичні температури і тиски різних речовин, розміщених у порядку критичних температур[2]), які знижуються.

Т а б л и ц я 16.

Р е ч о в и н а	Критична температура в °C	Критичний тиск в *ат*
Вода H_2O	374	217
Бензол C_6H_6	288,5	47,7
Вуглець-сульфід CS_2	273	76
Етиловий спирт C_2H_6O	243	63
Етиловий ефір $C_4H_{10}O$	194	35
Нітрат-ангідрид NO_2	158	100
Сульфіт-ангідрид SO_2	157	78
Хлор Cl_2	144	76
Метил-хлорид CH_3Cl	143	66
Амоніак NH_3	132	112
Ціан C_2N_2	128	59
Водень-сульфід H_2S	100	89
Водень-хлорид HCl	51,5	82
АзотI-оксид N_2O	36,5	71,7
ВуглецьIV-оксид CO_2	31	73
Етилен C_2H_4	— 9,7	51
Криптон Kr	— 62,5	54
Метан CH_4	— 83	46
АзотII-оксид NO	— 94	65
Кисень O_2	—118,8	50
Аргон Ar	—122,4	48
ВуглецьII-оксид CO	—139	35
Азот N_2	—147	33,5
Неон Ne	—228	26
Водень H_2	—240	12,8
Гелій He	—267,9	2,25

---

[1]) Маємо на увазі стани „перегрітої“ рідини і „пересиченої“ пари.

[2]) За винятком перших п'яти речовин, решта є газами при звичайній температурі і при звичайному тиску.

З цієї таблиці видно, наприклад, що, застосовуючи тиски в кілька десятків атмосфер, можна перетворити в рідину вуглекислоту вже при звичайній температурі; щоб перетворити в рідкий стан етилен, треба охолодити його нижче 10° С, але для перетворення кисню на рідину потрібний холод нижче — 118,8° С, а для перетворення водню нижче — 240° С.

Якщо, з одного боку, засобом для зрідження газів є низька температура, то, з другого боку, газ, згущений в рідину і в тверде тіло, сам служить джерелом ще нижчої температури. Так, щоб амоніак згустити в рідину при кімнатній температурі, його треба піддати тискові в 7 — 8 *ат*; якщо ж зменшити тиск над рідким амоніаком до 1 *ат* (наприклад, помістивши його на відкритому повітрі), то він закипає (подібно до води, поміщеної під ковпак повітряного насоса), температура його в наслідок витрати тепла на паротворення знижується при цьому до — 33° С. Швейцарський фізик Пікте розробив (1877) ідею — поступово досягати щораз більш і більш низьких температур, користуючись газами, легше зріджуваними, як джерелом холоду, яке дозволяє згустити гази, важче зріджувані.

Наприкінці XIX ст. англійський фізикохемік Дьюар і незалежно від нього німецький інженер Лінде застосували для зрідження газів особливий принцип, що випливає з так званого явища Джоуля — Томсона. Це явище полягає ось у чому: якщо газ переходить від вищого тиску до нижчого, то розширення, що при цьому відбувається, взагалі супроводиться зміною температури газу. При більш високих температурах газ, який розширяється, буде нагріватися, при більш низьких він буде охолоджуватися. Температура, погранична між тією й іншою областями, називається температурою інверсії[1]). Температура інверсії становить для повітря + 248° С, для азоту + 233° С, для водню — 80° С, якщо газ від тиску 100 *ат* розширяється до тиску 1 *ат*.

Одержуване через розширення спадання температури може бути дуже значним. Наприклад, якщо повітря при — 100° С і 136 *ат* тиску розширюється до 1 *ат*, то температура його знижується на 93°, а цього досить для перетворення його в рідкий стан (рідке повітря під тиском 1 *ат* має температуру — 190° С).

Безпосередньо застосувати спосіб Дьюара — Лінде для зрідження водню неможливо, бо температура інверсії цього газу надто низька (— 80° С), але якщо водень перед цим охолоджено рідким повітрям нижче вказаної температури, то конденсація його процесом Лінде не становить вже особливих труднощів.

Найважчим завданням в області конденсації газів було перетворення гелію в рідкий і твердий стан. Рідкий гелій був добутий в 1908 р. голландським фізиком Камерлінг-Оннесом, який організував при Лейденському університеті (близько 1890 р.) лабораторію, спеціально пристосовану для діставання низьких температур. Оннес використав складну комбінацію методу Пікте і методу Дьюара — Лінде.

Для гелію температура інверсії дорівнює — 258° С. При кипінні під атмосферним тиском він має температуру — 269° С (тобто трошки більше 4° С, рахуючи від абсолютного нуля). Нарешті, випарюючи рідкий гелій під дуже малим тиском у 0,013 *мм*, Оннес дістав температуру трохи нижче 0,9°, рахуючи від абсолютного нуля: це — найнижча температура, досягнута досі. При цих умовах гелій залишався рідким. Перетворення гелію в твердий стан вдалося вже після смерті Оннеса його співробітникові Кесому не через дальше охолодження рідкого гелію, а через стискання його.

Водень і гелій у конденсованому стані відзначаються своєю малою густиною: густина рідкого водню під атмосферним тиском 0,07 *г/см³*

[1]) Латинське inversio — перевертання.

(тобто він у 14 разів легший води); густина твердого водню 0,08 *г/см³*; густина рідкого гелію приблизно в 7 разів менша густини води.

Для зрідження повітря, крім способів Пікте і Лінде, вживається ще третій спосіб, розроблений французом Клодом. У способі Клода холод дістають у наслідок виконання повітрям „зовнішньої" роботи, тим часом як у способі Лінде головну роль відограє витрата тепла газом на виконання „внутрішньої" роботи, яка йде на подолання сил взаємного притягання молекул повітря при збільшенні віддалей між ними.

§ 161. Рівняння стану Камерлінг-Оннеса. Рівняння Ваальса, що дає правильну відповідь на ряд питань якісного характеру відносно рідкого і газоподібного станів, відносно критичного стану і т. ін., далеко не є точним кількісним законом. Не тільки в рідкій, але навіть у газоподібній області воно дає значні відхилення від даних досліду.

Камерлінг-Оннес поставив собі завдання дати емпірично таке рівняння стану, яке з достатньою точністю відбивало б результати дослідів і в рідкій, і в газоподібній, і в проміжній областях. Запропоноване ним рівняння стану має такий вигляд:

$$pv = RT\left(1 + \frac{B}{v} + \frac{C}{v^2} + \frac{D}{v^4} + \frac{E}{v^6} + \frac{F}{v^8}\right), \qquad (19)$$

де

$$B = b_1 + \frac{b_2}{T} + \frac{b_3}{T^2} + \frac{b_4}{T^4} + \frac{b_5}{T^6},$$

і такими ж многочленами виражаються C, D, E, F. Разом рівняння Камерлінг-Оннеса містить $5 \cdot 5 = 25$ сталих коефіцієнтів, визначуваних з досліду.

§ 162. Внутрішня енергія твердого тіла. В твердих тілах молекули роблять коливні рухи. Тут поряд з енергією руху велику роль відограє енергія взаємодіяння молекул.

Для точного опису прямолінійного коливного руху матеріальної точки повинні бути вказані дві координати: одна з них визначає положення центра коливань на прямолінійній траєкторії, друга визначає зміщення точки, яка коливається. А тому матеріальна точка, яка робить прямолінійні коливання, має два степені вільності. Енергія одного степеня вільності — потенціальна, енергія другого степеня вільності — кінетична.

У багатьох твердих (кристалічних) тілах кожний атом коливається самостійно, при чому він робить одночасно три прямолінійні коливання навколо трьох взаємно перпендикулярних осей. Звідси виходить, що кожний атом твердого тіла має шість степенів вільності. Застосовуючи закон рівномірного розподілу енергії (§ 151), знайдемо, що внутрішня енергія одного граматома[1]) твердої речовини буде виражатися, як для ідеального газу, формулою:

$$U = iT = C_v T. \qquad (20)$$

§ 163. Теплоємність твердих речовин. Закони Дюлона й Пті і Неймана — Коппа. Міркуючи, як і про гази (§ 153), легко знайти, що граматомна теплоємність C_v всякої простої речовини в твердому стані повинна дорівнювати 6 *кал*, для твердих же хемічно складних речовин теплоємність одного граммоля C_v повинна дорівнювати $6n$ калоріям, де n — число атомів у молекулі.

При звичайних температурах граматомна теплоємність (C_v) більшості хемічно простих твердих речовин дійсно близька до 6 *кал*. Цей факт

[1]) Граматом простої речовини — це кількість речовини, виражена в грамах, яка дорівнює атомній вазі даної речовини.

відомий фізикам вже понад 100 років і має назву закону Дюлона і Пті.

Для твердих хемічних сполук існує закон, відкритий Нейманом і пізніше старанно перевірений Коппом: граммолекулярна теплоемність хемічної сполуки, взятої в твердому стані, дорівнює сумі граматомних теплоемностей елементів, що входять до її складу. Проте, щоб застосувати закон Неймана—Коппа, в багатьох випадках доводиться вважати граматомну теплоемність елемента відмінною від шести калорій.

§ 164. Незастосовність закону рівномірного розподілу енергії при низьких температурах. Закони Дебая і Грюнейзена. При низьких температурах закони Дюлона й Пті і Неймана—Коппа зовсім не виправдуються. При зниженні температури теплоємність твердої речовини меншає і при температурі, близькій до абсолютного нуля, стає зникаючо-малою. А тому при низьких температурах вже не існує пропорціональності між внутрішньою енергією твердого тіла і абсолютною температурою T.

Отже, в області низьких температур або є неправильним принцип рівномірного розподілу енергії по степенях вільності, або відбувається зміна (зменшення) числа степенів вільності. Обидві ці можливості приводять до потреби переглянути класичну статистику. Цей перегляд зробив перший у 1907 р. Ейнштейн на основі розвиненої Планком теорії квантів, а пізніше — багато інших авторів. Значного успіху досяг Дебай, який встановив зокрема, що при дуже низьких температурах внутрішня енергія твердого тіла пропорціональна четвертому степеневі температури T, відліченої від абсолютного нуля, тобто тут

$$U = aT^4, \tag{21}$$

де a — сталий множник.

Для обчислення теплоемності C_v треба вирахувати приріст внутрішньої енергії dU при елементарно малому прирості температури dT і поділити dU на dT; дістанемо:

$$C_v = \frac{dU}{dT} = 4aT^3. \tag{22}$$

Отже, при дуже низьких температурах теплоємність C_v буде пропорціональною кубові абсолютної температури. Звідси видно, що поблизу абсолютного нуля теплоємність твердої речовини надзвичайно мала, а тому тут надання твердому тілу надзвичайно малої кількості теплоти спричиняє дуже помітне підвищення температури тіла.

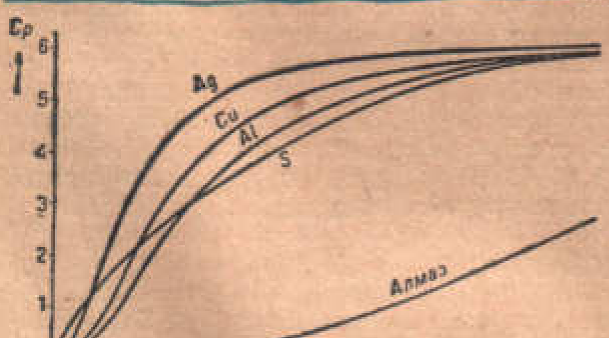


Рис. 214. Зміна граматомних теплоемностей залежно від температури: срібла Ag, міді Cu, алюмінію Al, сірки S і алмаза за даними Нернста.

Закон кубів Дебая (формула 22) тільки при найнижчих температурах — поблизу абсолютного нуля — правильно передає залежність теплоемності від температури. Дослідження Нернста показали, що залежність теплоемності від температури є складною.

На рис. 214 подано для деяких елементів криві $C_p = f(T)$, нарисовані за даними дослідів Нернста. На осі ординат відкладено значення граматомної теплоемності твердих елементів (кожна поділка цієї осі відповідає 1 *кал*); на осі абсцис відкладено температури, відлічені від абсолютного нуля. Ми бачимо, що тільки при 250° — 300° абсолютної шкали, тобто тільки поблизу 0° С граматомна теплоємність наближається до того значення (6 *кал*), яке вона повинна була б мати незмінно при всіх температурах, якби для всіх температур був справедливий Максвеллів закон рівномірного розподілу енергії по степенях вільности.

Три останні десятиріччя були періодом, коли питання про залежність теплоємності від температури („проблема теплоємності") особливо привертало увагу фізиків. Загальний напрям досліджень полягав у прагненні обчислити величину внутрішньої енергії тіла, беручи за основну величину, що визначає властивості тіла, власну частоту коливань атомів. Було запропоновано багато формул, які зв'язують власну частоту коливань атомів ν з різними фізичними величинами. Серед них є, безсумнівно, деякі, що близько відповідають істині. Але нема жодної, про яку можна було б з певністю сказати, що вона цілком точна.

При зниженні температури паралельно зменшенню теплоємності меншає коефіцієнт теплового розширення α $\left[\alpha=\frac{1}{v}\left(\frac{\Delta v}{\Delta t}\right)\text{ при } p=\text{const}\right]$; відношення теплоємності до коефіцієнта теплового розширення залишається при цьому майже незмінним: $\frac{C_v}{\alpha}=\text{const}$ (не залежить від T).

Цей закон був встановлений емпірично[1]) Грюнейзеном.

§ 165. Виродження газів. При низьких температурах усі многоатомні гази поводяться щодо теплоємності як одноатомні, тобто їх теплоємність C_v спадає до 3 *кал.* За деякими даними, при температурах, близьких до абсолютного нуля (— 273° С), теплоємність газів стає, як і в твердих речовин, зникаючо-малою. Класична статистика не передбачає факту меншання теплоємності при зниженні температури. Формальне пояснення цього факту дається новою квантовою статистикою, яку створили Бозе, Ейнштейн і Фермі. В області звичайних і високих температур висновки класичної і квантової механіки збігаються. Але в області надзвичайно низьких температур квантова статистика приводить до зовсім інших висновків, ніж класична статистика.

Одно з найцікавіших тверджень квантової статистики полягає в тому, що при надзвичайно низьких температурах дуже розріджені (щоб уникнути конденсації) гази повинні приходити в особливий стан, коли тиск газу перестає залежати від температури, а теплоємність газу виявляє залежність від питомого об'єму: настає так зване виродження газу.

§ 166. Рівновага і передача внутрішньої енергії. Внутрішня енергія тіла може залишатися в рівновазі при тій необхідній умові, що температура в усіх точках тіла однакова. Якщо ця умова не виконана або якщо є причина, яка змінює температуру хоча б на поверхні тіла, то рівноваги не буде; відбуватиметься передача енергії від одних частинок тіла до інших, звичайно супроводжувана переходом енергії або з навколишнього середовища до розгляданого тіла, або з розгляданого тіла в навколишнє середовище. При цьому завжди має місце таке правило: *внутрішня енергія передається від місць з більш високою температурою до місць більш холодних.*

Розглянемо конкретний випадок. Нехай залізний котел містить всередині холодну воду, а зовні обмивається гарячими газами топки. Частина внутрішньої енергії цих газів буде передаватися залізним стінкам котла, частина внутрішньої енергії залізних стінок у свою чергу буде

---

[1]) Емпірично, тобто на основі даних досліду (а не шляхом теоретичних міркувань), від грецького empeiria — дослід.

передаватися воді; нарешті, у воді виникне інтенсивна передача енергії від одних місць до інших, супроводжувана рухом частин самої води.

Ми маємо тут кілька способів передачі енергії: 1) через „випромінювання" (так головне відбувається нагрівання стінок котла гарячими газами); 2) через „теплопровідність" (так відбувається передача енергії через товщу стінок котла); 3) через „конвекцію" (без конвекції нагрівання води стінками котла відбувалося б надзвичайно повільно). У § 174—177 ми розглянемо ці три способи передачі енергії докладніше.

§ 167. Променяста енергія. При високих температурах атоми всіх тіл мають здатність сильно „випромінювати", тобто випускати з себе в формі так званих квантів значну кількість енергії — променястої енергії. Кожний квант є одночасно і матеріальною частинкою, яка має певну масу, і системою хвиль, що характеризується певною частотою.

Кванти променястої енергії летять (у просторі, що не містить молекул або містить лише малу кількість їх, наприклад, у слабко стиснутому газі) по прямих лініях з швидкістю $c = 3 \cdot 10^{10}$ *см/сек* („швидкість світла"); шлях кванта є те, що в оптиці називається променем. Кількість енергії, що її несе один квант, виражається формулою:

$$\varepsilon = h\nu, \tag{23}$$

де ν — частота, властива квантові, h — так звана стала Планка. Якщо ε виражати в ергах, ν — в герцах (тобто число коливань за 1 *сек*), то h буде мати розмірність добутку ергів на секунди (величини, які мають розмірність добутку енергії на час, мають назву „дії"):

$$h = 6{,}55 \cdot 10^{-27} \text{ ергів} \cdot \text{сек}.$$

Попадаючи на поверхню будьякого тіла, квант має шанс відбитися від неї, але якщо ця поверхня не є „дзеркальною", то найімовірніше, що квант буде увібраний будьяким з поверхневих атомів тіла і піде на збільшення запасів внутрішньої енергії тіла; звичайно вбирання тілом великого числа квантів позначається підвищенням температури тіла.

Кожного разу, коли є тіла різної температури, розділені великою або малою віддаллю, між ними відбувається передача енергії через випромінювання: більш нагріте тіло втрачає енергію, менш нагріте набуває її. Не треба, проте, думати, що тіло більш нагріте тільки втрачає енергію, а тіло менш нагріте тільки набуває її. Процес цей справді взаємний; тіло менш нагріте також випромінює; висилані ним кванти, попадаючи на тіло більш нагріте, вбираються ним. Але в загальному підсумку більш гаряче тіло зазнає втрати енергії, тоді як запас енергії більш холодного тіла зростає.

§ 168. Закон Стефана — Больцмана. Існує дуже важливий закон, виведений теоретично і підтверджений експериментально, який дозволяє підрахувати кількість енергії, випромінювану тілом. Цей закон виражається формулою:

$$\mathcal{E} = \sigma \cdot T^4, \tag{24}$$

де T — абсолютна температура випромінюючого тіла, $\mathcal{E}$ — кількість променястої енергії (в ергах), випромінювана 1 *см*^{2} поверхні тіла за 1 *сек*, σ — стала величина (константа Стефана):

$$\sigma = 5{,}71 \cdot 10^{-5} \text{ ерг/см}^2 \cdot \text{сек} \cdot \text{градус}^4.$$

Якщо випромінювану енергію $\mathcal{E}$ виміряти не в ергах, а в калоріях, то

$$\sigma = 1{,}36 \cdot 10^{-12} \text{ кал/см}^2 \cdot \text{секг} \cdot \text{радус}^4.$$

Згідно з формулою (24): *інтенсивність випромінювання пропорціональна четвертому степеневі абсолютної температури*. Це закон Стефана—Больцмана.

Закон Стефана—Больцмана є точним законом природи лише в тому разі, якщо причиною випромінювання є нагрітість тіла, а не якась інша обставина (наприклад, не електричний розряд), і якщо випромінююче тіло — абсолютно чорне (тобто якщо воно має здатність вбирати всю променясту енергію, яка падає на нього зовні, нічого не відбиваючи і нічого не пропускаючи крізь себе). Практичним здійсненням абсолютно чорного тіла є вичорнена порожнина всередині твердої оболонки, яка має невеликий отвір (рис. 215). Промінь світла, що увійшов через невеликий отвір у вичорнену всередині порожнину, перше ніж вийде назовні, повинен буде багато разів відбитися від стінок порожнини; через те ж, що кожного разу буде відбита тільки частина енергії променя, а друга частина буде увібрана стінкою, — в результаті майже вся енергія променя буде увібрана стінками (пригадаймо звичайний факт: дивлячись здаля вдень через відкрите вікно всередину кімнати, яка має лише це вікно, ми бачимо внутрішній простір цієї кімнати темним, майже чорним).

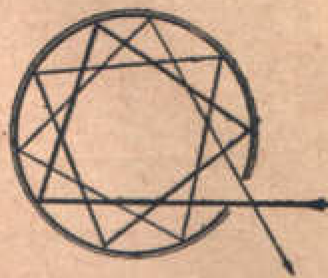


Рис. 215. Промінь, що попадає через невеликий отвір у вичорнену порожнину, майже цілком вбирається. А тому випромінювання такої порожнини близьке за характером до випромінювання абсолютно чорного тіла.

§ 169. Рівноважне випромінювання всякого тіла тотожне з випромінюванням чорного тіла тієї самої температури. Уявимо собі, що будь-яке більш або менш нагріте тіло поміщено в простір, обмежений з усіх боків твердою оболонкою, внутрішня поверхня якої, подібно до ідеального дзеркала, відбиває всі промені, які падають на неї. Залежно від хемічної природи тіло буде випромінювати енергію переважно тих або інших частот (частота характеризує „колір" променів). Здавалося б тому, що наш простір, обмежений дзеркальною оболонкою, буде в результаті заповнений променястою енергією саме тих частот, які відповідають кольорові взятого нами тіла. У перший момент часу це буде справді так. Проте, далі спектральний склад випромінювання зміниться, і розподіл променястої енергії по частотах набуде деякого цілком певного характеру, зовсім незалежного від хемічних властивостей випромінюючого тіла. Спектральний склад випроміненої енергії буде спочатку змінюватися тому, що відбиті від дзеркальних стінок промені, падаючи знову на поверхню випромінюючого тіла, будуть почасти вбиратися цим тілом, при чому процент вбираної енергії буде не однаковий для променів різних частот. Коли між випроміненою енергією і тілом встановиться, нарешті, рівновага, то виявиться, що ця рівноважна промениста енергія кількісно і за спектральним складом тотожна з випромінюванням абсолютно чорного тіла, що має температуру, однакову з температурою взятого нами нечорного тіла.

Що все це дійсно відбуватиметься так, у цьому неважко переконатися, міркуючи так. Припустимо, що з самого початку всередині нашої оболонки були поміщені два тіла однакової температури: одно, вибране нами довільно, друге — абсолютно чорне. Зачекаємо, коли встановиться рівновага цих тіл з випроміненою ними енергією. В стані рівноваги кількість променястої енергії, що проходить за 1 *сек* через будьяку мислено виділену нами всередині об'єму площинку в одному напрямі, буде такою ж, як і кількість енергії, що проходить за 1 *сек* через ту саму площинку в зворотному напрямі; це справедливо, очевидно, і для сумарного потоку енергії і для енергії якої завгодно частоти (рис. 216*a*);

тому рівновага не порушиться, якщо ми тепер поділимо розглядаций нами об'єм дзеркальною (з обох боків) стінкою на дві частини, відокремивши таким чином перше довільне тіло від другого — абсолютно чорного (рис. 216*b*). В кожній з цих частин випромінювання залишиться таким самим, яким воно було в усьому об'ємі до того, як ми поставили зазначену перегородку; отже, *за сумарною кількістю енергії, що припадає на одиницю об'єму простору, і за своїм спектральним складом випромінювання, що перебуває в рівновазі з нашим довільно вибраним тілом, цілком тотожне з випромінюванням абсолютно чорного тіла тієї ж температури.*

Рис. 216*a*.

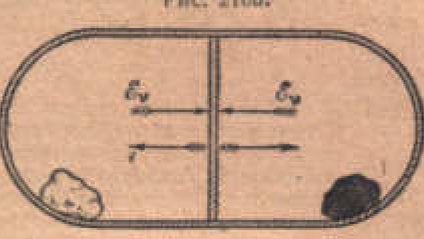


Рис. 216*b*.

§ 170. Спектральний склад чорного (рівноважного) випромінювання. Формула Планка. Закон Віна. Спектральний склад випромінювання характеризується частотою випромінювання ν абож довжиною хвилі λ ($\lambda = \frac{c}{\nu}$, де c — швидкість поширення; див. § 129). Чим вища температура тіла, тим більша частина випромінюваної тілом енергії припадає на більші частоти (короткі хвилі). Подібно до того, як у газі існує деякий цілком певний розподіл молекулярних швидкостей (§ 139), так і в чорному (рівноважному) випромінюванні є певний розподіл частот. Формулу, що дозволяє розрахувати, яка частина енергії випромінювання чорного тіла припадає на ті чи інші частоти, знайшов у 1900 році на основі теоретичних міркувань М. Планк. Досліди підтвердили, що формула Планка є цілком точною.

Позначимо через $\mathcal{E}_{\nu,\nu+d\nu}$ ту частину енергії, випромінюваної 1 $см^2$ поверхні чорного тіла за 1 *сек*, яка складається з квантів з частотами, що лежать у границях ν і $\nu + d\nu$. За формулою Планка:

$$\mathcal{E}_{\nu,\nu+d\nu} = \frac{2\pi\nu^2}{c^2}\,\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}\cdot d\nu. \qquad (25)$$

Тут T — абсолютна температура; h — стала Планка (§ 167); k — стала Больцмана (§ 149) і c — швидкість поширення променястої енергії.

Якщо замість частоти ν для характеристики спектрального складу випромінювання ми виберемо довжину хвилі λ, то ту саму формулу Планка треба буде переписати так[1]):

$$\mathcal{E}_{\lambda,\lambda+d\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda^5}\,\frac{hc^2}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}-1}\cdot d\lambda. \qquad (26)$$

На рис. 217 показано ряд вирисуваних за формулою Планка кривих розподілу променястої енергії по довжинах хвиль для різних температур. На осі абсцис відкладено виражені в мікронах значення довжин хвиль випромінювання (частоти зростають у напрямі, зворотному зростанню довжин хвиль); величина $\mathcal{E}_{\lambda,\lambda+d\lambda}$ на цій діаграмі виражена пло-

[1]) Формулу (26) дістаємо з формули (25), замінюючи ν через $\frac{c}{\lambda}$ і $d\nu$ через $-\frac{c}{\lambda^2}\,d\lambda$.

щею вузьких вертикальних смужок, що мають ширину $d\lambda$ і обмежені зверху кривою розподілу; відповідно до цього на осі ординат (аналогічно рис. 202) відкладено значення $\frac{\mathcal{E}_{\lambda, \lambda+d\lambda}}{d\lambda}$.

Вся площа під кожною з кривих розподілу зображає сумарну енергію $\mathcal{E}$ всіх довжин хвиль, випромінювану 1 *см*² поверхні абсолютно чорного тіла за 1 *сек*.

Розглядаючи цей графік, ми бачимо, що сумарна енергія $\mathcal{E}$ швидко зростає із збільшенням температури (пропорціонально четвертому степеневі T, як того вимагає закон Стефана—Больцмана). Далі ми бачимо, що чим вища температура, тим більша в процентному відношенні частина енергії припадає на короткі довжини хвиль, тобто на кванти з великою частотою. Кожній температурі відповідає певна довжина хвилі λ_m, на яку припадає переважаюча роль у випромінюванні; графік дозволяє легко визначити ці довжини хвиль; для цього треба тільки з вершин кривих опустити перпендикуляри на вісь абсцис (на рис. 202 маємо величину, аналогічну величині λ_m; це — найімовірніша швидкість молекул ρ). Довжину хвилі λ_m, якій при температурі T відповідає максимальна енергія випромінювання, можна точно обчислити за формулою Планка. Якщо λ_m виміряти в мікронах, то дістанемо:

$$\lambda_m \cdot T = 2890. \qquad (27)$$

Цю формулу називають законом зміщення Віна. Закон Віна дістав широкого застосування при визначенні температур оптичним способом з допомогою особливих приладів — пірометрів.

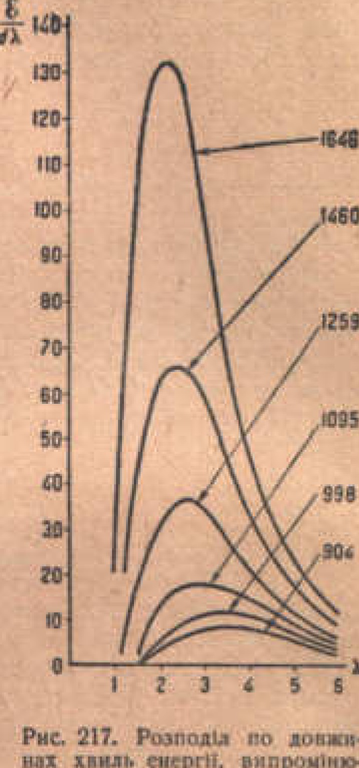


Рис. 217. Розподіл по довжинах хвиль енергії, випромінюваної абсолютно чорним тілом.

§ 171. Формули для густини рівноважного випромінювання. У § 168 ми позначили через $\mathcal{E}$ потік енергії, випромінюваної 1 *см*² поверхні чорного тіла за 1 *сек*. Нехай випромінювання абсолютно чорного тіла рівномірно заповнює якийсь об'єм. Тоді величина $\mathcal{E}$ являтиме собою кількість енергії, яка проходить протягом 1 *сек* через яку завгодно довільно виділену всередині розглядaного об'єму площинку в 1 *см*² [1]).

Позначимо через U і назвемо густиною випромінювання ту кількість променистої енергії, яка міститься в кожному кубічному сантиметрі цього об'єму. Неважко зрозуміти, що густина випромінювання U повинна так само зростати з температурою, як і кількість випромінюваної чорним тілом енергії $\mathcal{E}$.

Якщо розгляданий нами об'єм складається з двох частин (з двох середовищ, що межують одно з одним) і якщо в одній частині швидкість

---

[1]) Маємо на увазі енергію, яка проходить в одному будьякому напрямі (в зворотному напрямі через площинку проходить така сама кількість енергії); треба враховувати промені, які пронизують площинку під усіма кутами від 0° до 90°. Величину $\mathcal{E}$ часто називають напівсферичним випромінюванням на відміну від інтенсивності, під якою розуміють аналогічний потік енергії, але з урахуванням тільки тих променів, які пронизують площинку під кутами, що містяться всередині одиничного кута, який охоплює нормаль до площинки. Для рівноважного випромінювання напівсферичне випромінювання $\mathcal{E}$ в π разів більше, ніж інтенсивність випромінювання.

поширення променястої енергії буде більша, ніж у другій, то очевидно, що густина променястої енергії буде менша там, де швидкість поширення більша. Можна передбачати, отже, що густина променястої енергії U буде пропорціональна частці від ділення величини $\mathcal{E}$ на швидкість поширення променястої енергії c. Розрахунок показує, що

$$U-4\frac{\mathcal{E}}{c}. \tag{28}$$

Кількість енергії $\mathcal{E}$, випромінюваної чорним тілом, пропорціональна четвертому степеневі абсолютної температури (§ 168); отже, і густина рівноважного випромінювання також пропорціональна четвертому степеневі абсолютної температури (закон Стефана — Больцмана):

$$U=aT^4, \tag{29}$$

де

$$a=4\frac{\sigma}{c}=7{,}62\cdot10^{-15}\frac{\text{ерг}}{\text{см}^3\cdot\text{градус}^4}.$$

Аналогічно до величини $\mathcal{E}_{\nu,\,\nu+d\nu}$ введемо густину спектральної компоненти випромінювання $U_{\nu,\,\nu+d\nu}$; це — та частина енергії, що міститься у кожному кубічному сантиметрі рівноважного випромінювання, яка припадає на промені, що мають частоти від ν до $\nu+d\nu$. Між величинами $U_{\nu,\,\nu+d\nu}$ і $\mathcal{E}_{\nu,\,\nu+d\nu}$ існує таке саме співвідношення, як і між сумарними величинами U і $\mathcal{E}$. А тому формула Планка, написана для густини енергії спектральної компоненти рівноважного випромінювання, матиме такий вигляд:

$$U_{\nu,\,\nu+d\nu}=\frac{8\pi\nu^2}{c^3}\frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1}\cdot d\nu. \tag{30}$$

§ 172. Випромінювання нечорних тіл. Коефіцієнти променевбирання. Закони Кірхгофа. Випромінювання може бути спричинене не самим тільки нагріванням, а й іншими причинами, наприклад, електричним розрядом, хемічною реакцією, флюоресценцією під діянням променів Рентгена і т. ін. Тут, як і раніше, ми будемо говорити тільки про температурне випромінювання. Висновки даного параграфа, як і попередніх, не можна застосувати до решти видів випромінювання.

Візьмемо яке завгодно нечорне тіло, наприклад, кусок металу, дерева, скла. Кількість енергії, випромінюваної 1 *см*² поверхні цього тіла за 1 *сек*, позначимо через E на відміну від $\mathcal{E}$, що означає аналогічну величину для абсолютно чорного тіла. Під $E_{\nu,\,\nu+d\nu}$ (аналогічно величині $\mathcal{E}_{\nu,\,\nu+d\nu}$, що стосується чорного тіла) будемо розуміти ту частину вказаної кількості енергії, яка припадає на промені, що мають частоти від ν до $\nu+d\nu$.

Під коефіцієнтом променевбирання A_ν ми умовимося розуміти дріб, що показує, яка частина падаючої на поверхню тіла енергії променів певної кольоровості вбирається тілом. Зрозуміло, що чим ближче тіло підходить своїми властивостями до абсолютно чорного тіла, тим ближче A_ν (для всіх частот) до одиниці; для ідеального дзеркала $A_\nu=0$.

Оскільки A_ν вказує частку ввібраної енергії, то очевидно $(1-A_\nu)$ визначає частку відбитої енергії.

Вище (§ 169) було доведено, що рівноважне випромінювання якого завгодно тіла тотожне своїм складом з випромінюванням чорного тіла. Звернемося до рис. 216 (стор. 210) і зафіксуємо увагу на лівій частині цього рисунка, де схематично зображено тіло, оточене своїм рівноваж-

-ним випромінюванням. Поставимо своїм найближчим завданням написати **умови рівноваги** відповідно до спектральної компоненти випромінювання, що характеризується частотами, які лежать у границях від ν до $\nu+d\nu$.

На кожний квадратний сантиметр поверхні розглядаого нами (довільно вибраного) *нечорного* тіла за 1 *сек* **падає** в області зазначених частот енергія $\varepsilon_{\nu,\nu+d\nu}$. Частина цієї енергії, а саме A_ν - та частина, **вбирається** тілом; друга частина, а саме енергія $(1-A_\nu)\cdot\varepsilon_{\nu,\nu+d\nu}$ **відбивається** поверхнею тіла. Щоб була рівновага, очевидно, необхідно, щоб ця відбита поверхнею тіла енергія $(1-A)_\nu\cdot\varepsilon_{\nu,\nu+d\nu}$ в сумі з енергією, випромінюваною (в області тих самих частот) самим тілом, тобто в сумі з енергією $E_{\nu,\nu+d\nu}$, точно дорівнювала енергії $\varepsilon_{\nu,\nu+d\nu}$, яка падає на тіло:

$$E_{\nu,\nu+d\nu}+(1-A_\nu)\cdot\varepsilon_{\nu,\nu+d\nu}=\varepsilon_{\nu,\nu+d\nu}.$$

Сукупність цих рівностей, написаних послідовно для всіх областей частот, і є необхідною і достатньою умовою рівноваги. Легко бачити, що члени $\varepsilon_{\nu,\nu+d\nu}$, які стоять і в лівій і в правій частинах рівності, взаємно знищуються. Отже, умовою рівноваги є сукупність (для всіх частот) таких рівнянь:

$$E_{\nu,\nu+d\nu}=A_\nu\cdot\varepsilon_{\nu,\nu+d\nu}. \tag{31}$$

Беручи до уваги, що величина A_ν (коефіцієнт променевбирання) являє правильний дріб, ми повинні звідси зробити висновок, що для якої завгодно ділянки спектра випромінювання $E_{\nu,\nu+d\nu}$ нечорного тіла завжди менше, ніж випромінювання $\varepsilon_{\nu,\nu+d\nu}$ абсолютно чорного тіла тієї ж температури. Чим більший коефіцієнт променевбирання якогось тіла для даної ділянки спектра, тим більшу кількість енергії випромінює тіло в цій ділянці спектра[1]). Якщо тіло не вбирає будьяких променів, то воно і не випромінює їх.

Рівняння (31) має назву **диференціального закону Кірхгофа**. Закон **Кірхгофа** встановлює, отже, що *всяке тіло вбирає переважно ті промені, які воно в найбільшій мірі само випромінює.*

Звичайно коефіцієнт променевбирання A_ν буває неодинаковим для різних ділянок спектра. Якщо в якогось тіла коефіцієнт променевбирання той самий для променів усіх „кольоровостей" (усіх частот) і якщо він менший одиниці, то таке тіло називають **абсолютно сірим** тілом (випадок $A_\nu=1$ при всіх ν відповідає абсолютно чорному тілу).

Умовимося розуміти під **коефіцієнтом тепловбирання** A правильний дріб, що показує, яка частина енергії, випроміненої чорним тілом і падаючої на поверхню даного тіла, вбирається даним тілом (беручи до уваги енергія променів **усіх частот**). Повторюючи наведені вище міркування, ми знайдемо, що (*сумарна для всіх частот*) *енергія* E, *випромінювана нечорним тілом, у стільки разів менша енергії* ε, *випроміненої чорним тілом тієї ж температури, у скільки разів коефіцієнт тепловбирання даного тіла менший одиниці*:

$$E=A\cdot\varepsilon. \tag{32}$$

Це — **інтегральний закон Кірхгофа**[2]).

В дальшому параграфі наведено коефіцієнти тепловбирання деяких тіл.

---

[1]) А тому коефіцієнт променевбирання A_ν називають також **монохроматичною випромінювальною здатністю** тіла.

[2]) Згідно з інтегральним законом **Кірхгофа**, будьяке нечорне тіло при заданій температурі випромінює тим більшу кількість енергії, чим більший його коефіцієнт тепловбирання A; а тому коефіцієнт A часто називають **випромінювальною здатністю** тіла.

§ 173. Застосування закону Стефана — Больцмана до нечорних тіл. Інтегральний закон Кірхгофа дозволяє застосувати закон Стефана — Больцмана (§ 168) до випромінювання нечорних тіл; маємо:

$$E = A \cdot \sigma T^4. \tag{33}$$

Тут E — кількість енергії, випромінюваної 1 $см^2$ поверхні тіла за 1 *сек*, A — коефіцієнт тепловбирання, σ — константа Стефана.

Для сірих тіл (для тіл, які однаково вбирають промені різної кольоровості) коефіцієнт A легко можна визначити дослідним шляхом, бо в цьому разі він збігається з коефіцієнтом променевбирання. Але для решти тіл є труднощі у точному визначенні коефіцієнта A.

Важливо, проте, що у всіх випадках (за винятком чорних тіл, коли $A \approx 1$) *коефіцієнт A сам великою мірою залежить від температури тіла*; звичайно при підвищенні температури коефіцієнт тепловбирання швидко зростає, і тому випромінювальна здатність тіла зростає не за законом пропорціональності 4-го степеня абсолютної температури, а за складнішим законом, наприклад, пропорціонально 5-му степеневі T, при вищій температурі же (для того ж тіла) пропорціонально 6-му степеневі T і т. д.

У техніці часто користуються деякими середніми значеннями коефіцієнта тепловбирання A (що їх одержують звичайно з припущення, що тіло є абсолютно сірим); такого роду спрощення виправдує себе при наближених обчисленнях, якщо температура тіла змінюється у порівняно вузьких межах. Ми наводимо тут таблицю, де дано для деяких тіл наближені значення коефіцієнта тепловбирання, придатні до застосування в області температур від 0° С до 200° С.

Таблиця 17.

Середні коефіцієнти тепловбирання для температур від 0° С до 200° С.

Метали при оксидованій поверхні	A	Різні речовини	A	Будівельні матеріали	A
Залізо [1]	0,9	Сажа	0,95	Дерево гладке	0,8
Сталь	0,8	Скло	0,90	Каміння	0,4 — 0,7
Чавун	0,6	Вода	0,67	Кам'яна кладка	0,9
Мідь [2]	0,5	Лід	0,64	Пісок	0,75
Цинк	0,2	Папір	0,80	Штукатурка	0,8
Латунь	0,6	Шерсть, шовк	0,76	Крейда	0,85
Свинець	0,6	Бавовн. тканина	0,73	—	—
Алюміній	0,1	—	—	—	—
Нікель	0,4	—	—	—	—

Для металів коефіцієнт тепловбирання малий при свіжій поверхні металу (при невисоких температурах — кілька сотих) і значний при оксидованій поверхні; у таблиці 17 наведено значення A для оксидованих поверхень металів, бо на практиці тільки з такими поверхнями доводиться мати справу.

§ 174. Стефано-Больцманівський закон охолодження. Уявимо собі дві поверхні, кожна з площею S, противопоставлені одна одній. Одна з них, більш нагріта, має абсолютну температуру T; друга, менш нагріта, — абсолютну температуру T_0. За попереднім параграфом перша поверхня за час

[1] Для заліза при блискучій полірованій поверхні $A = 0,3$.
[2] Для міді при блискучій полірованій поверхні $A = 0,13$.

dt випромінює $A\sigma \cdot T^4 \cdot S \cdot dt$ ергів, але від другої поверхні вона за той самий час дістане приблизно[1]) $A\sigma \cdot T_0^4 \cdot S \cdot dt$ ергів, отже, в підсумку витрата енергії першої поверхні за час dt становитиме:

$$\partial Q = A \cdot \sigma \cdot (T^4 - T_0^4) \cdot S \cdot dt. \tag{34}$$

Тією ж формулою виразиться витрата внутрішньої енергії з поверхні тіла, яке має абсолютну температуру T і оточене повітряним середовищем при температурі T_0. Ця формула має назву **Стефано-Больцманівського закону охолодження тіл.**

В разі **стаціонарного** потоку випромінюваної енергії (це має місце при незмінному в часі значенні температур T і T_0) формулу (34) можна віднести до скінченного проміжка часу t. В технічних розрахунках виражають звичайно витрату енергії в *кг-кал*, площу S вимірюють у квадратних метрах, а під t розуміють число годин, а не секунд. У цих одиницях **стала Стефана** дорівнює (§ 168):

$$\sigma = \frac{1{,}36 \cdot 10^{-12}}{1000} \cdot 100^2 \cdot 60 \cdot 60 = 4{,}90 \cdot 10^{-8} \frac{\text{кг-кал}}{\text{м}^2 \cdot \text{год} \cdot \text{градус}^4}.$$

Формулу для обчислення стаціонарної втрати енергії на випромінювання звичайно записують так:

$$Q = A \cdot 4{,}9 \left[\left(\frac{T}{100}\right)^4 - \left(\frac{T_0}{100}\right)^4\right] \cdot S \cdot t \ \text{кг-кал} \tag{35}$$

(тут t — число годин і S виражено в квадратних метрах).

§ 175. Ньютонів закон охолодження. Стефано-Больцманівський закон охолодження (34) може бути спрощений, якщо різниця $T - T_0$ дорівнює **невеликому** числу ΔT градусів. Тоді:

$$\partial Q = A \cdot \sigma \cdot [(T_0 + \Delta T)^4 - T_0^4] \cdot S \cdot dt =$$
$$= A \cdot \sigma \cdot [4T_0^3 \cdot \Delta T + 6T_0^2 \cdot (\Delta T)^2 + 4T_0 \cdot (\Delta T)^3 + (\Delta T)^4] \cdot S \cdot dt.$$

Через те що в дужках кожний дальший член значно менший попереднього, наближено можемо написати:

$$\partial Q = A \cdot 4\sigma T_0^3 \cdot (T - T_0) \cdot S \cdot dt. \tag{36}$$

Це — **Ньютонів** закон охолодження тіла. Він полягає в тому, що при **невеликій різниці температур** між тілом і навколишнім середовищем секундна витрата енергії тіла пропорціональна різниці температур. Виходячи з цього закону, інтегруванням можна вивести залежність між температурою тіла і часом. Ця залежність виражається так:

$$T = T_0 + (T_1 - T_0) e^{-at}, \tag{37}$$

де T_1 — початкова температура тіла, t — час, що минув від початку охолодження тіла, a — стала величина.

§ 176. Теплопровідність. Повернемося до зазначеного в § 166 процесу передачі внутрішньої енергії від тіла до тіла. Внутрішня енергія гарячих газів, які обмивають залізний котел, передається стінкам котла головне за допомогою квантів променястої енергії. Але почасти передача енергії

---

[1]) При точнішому обчисленні треба взяти до уваги коефіцієнт тепловбирання другої поверхні, бо від нього залежить кількість випромінюваної нею енергії; якщо віддаль між поверхнями значна або площі їх неоднакові, то треба взяти до уваги ще, яка частина енергії, випроміненої другою поверхнею, впаде на першу поверхню.

відбувається тут ще іншим шляхом. Молекули газу, що мають у середньому дуже велику кінетичну енергію, стикаючись з молекулами стінок котла, передають їм частину своєї енергії. Отже, молекули, які лежать у зовнішньому шарі стінок, дістають більшу проти попереднього енергію: поперше, за рахунок вбираних ними квантів, подруге — за рахунок механічної передачі живої сили. Обома цими способами, і тепер уже переважно другим з них, буде передаватися енергія і далі, щораз до глибших і глибших шарів стінок. Справді, атом заліза, що ввібрав квант, через деякий (дуже короткий) час напевне віддасть його якомусь іншому атомові; крім того, можливі і стикання одних атомів з іншими, в наслідок чого атоми з більшою швидкістю будуть взагалі втрачати енергію, а атоми з меншою швидкістю — набувати її. І через те що зовнішня поверхня стінок перебуває при більш високій температурі, ніж внутрішня, ми ввесь час будемо мати всередині стінок потік енергії, що передається в тому напрямі, вздовж якого має місце поступове зниження температури. В даному разі цей напрям буде збігатися з напрямом нормалі до стінок.

Такий процес поступового переміщення енергії в наслідок різниці температур на двох поверхнях тіла може відбуватися як у твердій речовині, так і в рідкій або в газоподібній. Описаний процес прийнято називати теплопровідністю. Точний підрахунок явищ теплопровідності роблять на основі такого закону Фур'е: *кількість енергії* (звичайно називана „кількістю тепла") δQ, *що проходить за елемент часу* dt *через взяту всередині тіла площинку* dS, *нормальну до тієї лінії* l, *вздовж якої тече потік енергії, пропорціональна часові* dt, *площинці* dS *і температурному „градієнтові"* $\frac{dT}{dl}$, де T — температура [1]). Якщо літерою k назвемо коефіцієнт пропорціональності, то закон теплопровідності виразиться такою формулою [2]):

$$\delta Q = k \cdot \frac{dT}{dl} \cdot dS \cdot dt. \quad (38)$$

Множник k називають коефіцієнтом внутрішньої теплопровідності або просто коефіцієнтом теплопровідності речовини. З наведеної формули видно, що коефіцієнт теплопровідності може бути визначений як те число калорій, яке протече у розгляданій речовині за одиницю часу через площинку в одиницю площі (нормальну до потоку енергії) при температурному градієнті, що дорівнює одному градусові на одиницю довжини. Речовини, для яких k має великі значення, називають добрими провідниками теплоти, а ті, для яких k має малі значення, — поганими провідниками теплоти. Кращими провідниками є метали [3]), гірше проводять дерево, скло, тваринні і рослинні тканини; нарешті, поганими провідниками є гази і рідини (за винятком рідких металів).

В технічних розрахунках користуються звичайно другою системою одиниць і записують закон теплопровідності для стаціонарного потоку

---

[1]) Температурний градієнт може бути визначений як різниця температур на кінцях відрізка в 1 *см*, взятого вздовж потоку енергії.

[2]) Рекомендуємо читачеві звернути увагу на формальну аналогію між законом теплопровідності і законом Ома: $q = k \cdot \frac{V}{l} \cdot S \cdot t$, де q — кількість електрики, що протекла за час t під діянням різниці потенціалів V по провіднику, який має довжину l, поперечний переріз S і електропровідність k.

[3]) Добра теплопровідність металів зумовлюється наявністю в них вільних електронів. Кожний такий електрон, відірвавшись від одного з атомів металу, блукає між атомами доти, поки знову не включиться в систему будьякого атома. Вільні електрони служать переносниками молекулярно-кінетичної енергії від місць більш нагрітих до місць менш нагрітих.

енергії (при градієнті температури, що не змінюється в часі) у вигляді такої формули:

$$Q = K \cdot \frac{T_2 - T_1}{l} \cdot S \cdot t \text{ кг-кал.} \tag{39}$$

Тут Q означає кількість теплоти (виражену в *кг-кал*), що протікає протягом t годин через стіну площею S *м*² завтовшки l *м* при різниці температур на протилежних поверхнях стіни $T_2 - T_1$.

Неважко зміркувати, що коли у формулі (38) δQ виражено в *г-кал*, температурний градієнт виміряно в градусах на 1 *см*, площинка dS виміряна в *см*² і час dt — в секундах, то коефіцієнт k у цій формулі буде зв'язаний з коефіцієнтом K у формулі (39) таким співвідношенням:

$$k = \frac{K}{360}.$$

Таблиця 18.

Коефіцієнти теплопровідності.

	Залізо	Мідь	Бетон і цегляна кладка	Дерево	Корок, гірса	Вода, скло	Гази
$K = \frac{\text{кг-кал}}{\text{м} \cdot \text{год} \cdot \text{град.}}$ . .	40 — 60	260 — 340	0,7 — 1,2	0,1 — 0,4	0,05	0,5	0,02 — 0,04
$k = \frac{\text{г-кал}}{\text{см} \cdot \text{сек} \cdot \text{град.}}$	0,11—0,17	0,7 — 0,95				0,0014	$5 \cdot 10^{-5}$—10^{-4}

§ 177. Конвекція внутрішньої енергії. У прикладі § 166 ми натрапляємо ще на один спосіб поширення внутрішньої енергії.

Енергію, передану крізь стінки котла, дістає вода. Головну роль у передачі теплоти від більш нагрітих стінок котла до менш нагрітої води відограють стикання молекул. Зрозуміло, що насамперед збільшиться запас внутрішньої енергії, а, отже, підвищиться температура тих шарів води, які безпосередньо прилягають до стінок; підвищення температури спричинить розширення цих частин води і випливання їх угору; на їх місце стануть більш холодні частини води, що прийшли зверху. Відбуватиметься круговорот води, що сприяє вирівнюванню її температури; одночасно ця температура буде поступово підвищуватися. Ми бачимо, що тут перенесення внутрішньої енергії відбувається разом з перенесенням тих частин рідкої речовини, які збагатилися на внутрішню енергію, порівнюючи з іншими частинами. Такий спосіб поширення внутрішньої енергії називають конвекцією[1]).

Зрозуміло, що конвекція внутрішньої енергії можлива тільки в тілах рідких і газоподібних. Зрозуміло також, що роль конвекції є істотною лише в тому разі, якщо нагрівання відбувається знизу, а охолодження — зверху (виняток — вода нижче 4° С). У прикладі води, нагріваної в котлі, деяка кількість внутрішньої енергії передається через воду в наслідок теплопровідності води, але ця кількість дуже незначна у порівнянні з тією кількістю енергії, перенесення якої відбувається через конвекцію.

---

[1]) Латинське convectio — супровідність.

РОЗДІЛ IX.

МОЛЕКУЛЯРНА ФІЗИКА.

§ 178. Статистичний метод у фізиці. Фізичні тіла складаються з величезної кількості надзвичайно дрібних частинок, які при цьому перебувають у надзвичайно швидкому русі; а тому лише в рідких випадках з допомогою особливих пристроїв фізик має змогу стежити за рухом якоїнебудь одніеї певної частинки (іона або електрона). Крім цих випадків, питання про рух найдрібніших частинок у фізичних тілах (молекул, атомів, електронів, квантів) доводиться розв'язувати на основі особливого математичного методу — так званого с т а т и с т и ч н о г о м е т о д у. Статистичний метод застосовується взагалі до вивчання „масових" явищ, тобто таких явищ, які являють собою сукупність величезної кількості більш простих „індивідуальних" явищ, при чому ці індивідуальні явища подібні своїми якостями і (хоча б до деякої міри) незалежні одно від одного. Прикладом масового явища служить стан ідеального газу. Ми знаємо, що газ складається з величезного числа молекул, які рухаються незалежно одна від одніеї; рух кожної окремої молекули можна розглядати як індивідуальне явище.

Якщо індивідуальне явище до деякої міри обслідуване, то, застосовуючи статистичний метод і загальну математичну теорію масових явищ (так звану „теорію імовірностей"), що є його розвиненням, ми можемо встановити і закони масового явища. В теорії газів індивідуальне явище, тобто рух окремої молекули, вивчається на основі законів механіки; звідси з допомогою теорії імовірностей дістають закони газового стану і закони різних явищ (в'язкості, теплопровідності, дифузії) в газоподібних тілах.

Звичайний підхід теорії імовірностей до вивчуваних нею фізичних явищ полягає в обчисленні так званої „імовірності" будьякої події або, інакше сказати, числа тих способів, з допомогою яких дана подія може здійснитися. Наведемо один важливий приклад.

Коли газоподібне тіло перебуває в рівновазі поза взаємодіянням зовнішніх сил, то густина цього газу скрізь однакова; це означає, що коли ми мислено розіб'ємо простір, зайнятий газом, на малі (але не надзвичайно малі) елементи або клітини, то в кожній з таких клітин буде однакове число молекул.

Проте, глибше проникнення в суть явища наводить на думку, що з цього правила можуть бути винятки. Справді, молекули ідеального газу зовсім не зв'язані одна з одніею, рух їх цілком хаотичний; а тому чи могло б, наприклад, статися, що якась частина посудини, що містить газ, буде на кілька моментів порожньою, тоді як усі молекули газу зберуться в другій частині? Вичерпне пояснення цього питання дає теорія імовірностей, при чому міркують так.

Нехай ідеальний газ складається з досить великого числа N молекул і нехай об'єм, зайнятий цим газом, розбито на досить велике число m рівних клітин. Для означеності приймемо $m = 1000$ (хоча правильніше було б прийняти, скажімо, $m = 10^{10}$). В даний момент ми можемо з однаковим правом сподіватися знайти яку завгодно молекулу в якій завгодно з клітин; а тому можливий такий розподіл молекул, коли всі молекули зосереджені в одній клітині. Через те що маємо $m = 1000$ клітин, можливі $m = 1000$ подібних розподілів. Далі, можливі такі розподіли, коли $N-1$ молекул зосереджені в одній клітині і одна молекула міститься в другій клітині. Очевидно, що можна N способами розбити N молекул на такі ж самі групи; а через те що дані два предмети в $m = 1000$ клітинах укладаються $m(m-1) = 1000 \cdot 999$ способами, то число можливих розподілів розглядуваного типу буде $N \cdot m(m-1) = N \cdot 1000 \cdot 999$. Аналогічно знайдемо, що число розподілів, коли в одній клітині міститься $N-2$ молекул, а в другій дві молекули, буде $\frac{N(N-1)}{1 \cdot 2} \cdot 1000 \cdot 999$. Ми помічаємо, що чим рівномірніше розподіляються молекули по клітинах, тим більшим стає число можливих розподілів. Найбільше число можливих розподілів буде тоді, коли різниці кількостей молекул у різних клітинах будуть наближатися до нуля, і підрахунок показує, що в цьому разі число можливих розподілів буде величезне у порівнянні з числом усіх інших розподілів, разом узятих. Через те ж, що всі індивідуальні розподіли рівноправні, є величезна імовірність, що фактично в кожний момент буде здійснюватися один з розподілів згаданого типу, тобто розподіл, що відповідає однаковій густині газу в усіх місцях. Ми можемо сказати, що імовірність такого розподілу густин „близька до достовірності". Проте, можливі і розподіли, які відхиляються від умови рівномірної густини; але чим більші такі відхилення, тим менш імовірне їх здійснення. Б о л ь ц м а н говорить, що газ, уміщений в оболонку і залишений на самого себе, може зосередитися ввесь в одній половині цієї оболонки, при чому друга половина залишиться порожньою; але імовірність такої події у багато разів менша, ніж імовірність того, що в той самий день незалежно виникнуть пожежі в усіх будинках великого міста.

З розв'язанням питання про розподіл молекул газу в просторі звичайно пов'язується розв'язання складнішого питання про розподіл молекулярних швидкостей у газі (що перебуває в рівновазі). І тут можливі такі типи розподілів, які мають дуже малу імовірність здійснитися внаслідок того, що їх здійснення можливе лише порівняно невеликим числом способів. Прикладами можуть бути: 1) такий тип розподілу, коли в розглядуваний момент швидкість кожної молекули напрямлена вздовж однієї з осей прямокутних координат; 2) такий тип розподілу, коли в розглядуваний момент усі молекули мають однакову величину швидкості; 3) такий тип розподілу, коли в розглядуваний момент в одній частині простору, зайнятого газом, групуються молекули, які мають більші швидкості, тоді як у решті того ж простору будуть молекули, які мають менші швидкості (отже, тут газ сам по собі розподілився на дві частини, які мають різну температуру). З другого боку, статистична теорія показує, що є один тип розподілу молекулярних швидкостей, імовірність якого велика порівняно з імовірностями всіх інших типів і який через те справді здійснюється як правило; це — той тип, при якому число молекул, що мають ту або іншу величину швидкості, визначається законом М а к с в е л л а (§ 139); крім того, молекули, що мають будьяку дану величину швидкості, рівномірно розподілені по об'єму газу, і, нарешті, в кожній даній клітині швидкості цих молекул рівномірно розподілені по всіх напрямах. Це так званий м а к с в е л л і в р о з п о д і л, що характеризує собою „молекулярний хаос".

Треба підкреслити, що подані тут висновки щодо розподілу як самих молекул, так і їх швидкостей мають місце лише в тому разі, якщо число молекул даного газу дуже велике, бо тільки тоді буде мати силу „закон великих чисел", що служить основою статистичного методу [1]).

Одним з окремих способів, властивих статистичному методові, є обчислення середніх значень різних величин, які зазнають індивідуальних коливань. Так, у попередньому розділі ми зустрілися з середньою молекулярною швидкістю і середньою енергією поступного руху однієї молекули.

§ 179. Закон Максвелла і *e*-положення Больцмана. Максвеллів закон розподілу молекулярних швидкостей може бути виражений такою формулою (§ 139):

$$n_0 = \frac{4N_0}{\sqrt{\pi\rho^3}} e^{-\frac{u^2}{\rho^2}} \cdot u^2 du.$$

Тут n_0 є число молекул (із загального числа їх N_0), для яких поступна швидкість лежить між границями u і $u + du$; ρ — найімовірніша швидкість.

В результаті застосування цього закону якраз і утворюється той графік, що його зображено на рис. 202.

Закон Максвелла має місце тоді, коли на молекули газу не діють ніякі сили, крім сил удару при стиканнях. Больцман узагальнив закон Максвелла на випадок, коли такі сили є (найпростіший приклад: газ у полі тяжіння). В узагальненій формі закону показник степеня при e містить поряд з квадратом u^2 швидкості поступного руху ще потенціал зовнішніх сил χ.

Больцманів розподіл може бути виражений формулою:

$$n = \frac{4N_0}{\sqrt{\pi\rho^3}} e^{-\frac{u^2 + 2\chi}{\rho^2}} \cdot u^2 du.$$

Тут n є число молекул в одиниці об'єму, які мають швидкості, що лежать у границях u і $u + du$; N_0 — загальне число молекул в одиниці об'єму у тому місці, для якого потенціал зовнішніх сил χ дорівнює нулеві.

Нагадаємо (§ 140 і 149), що найімовірніша швидкість ρ зв'язана з абсолютною температурою T і з константою Больцмана k таким співвідношенням:

$$\frac{m\rho^2}{2} = kT.$$

Підставимо звідси вираз для ρ в показник степеня наведених вище формул Максвелла і Больцмана: потенціальну енергію молекули $m\chi$ позначимо через φ і поділимо формулу Больцмана на формулу Максвелла; тоді дістанемо:

$$\frac{n}{n_0} = e^{-\frac{\varphi}{kT}}. \tag{1}$$

---

[1]) Закон великих чисел формулюється так: при достатньо великому числі незалежних випробувань слід з імовірністю, скільки завгодно близькою до достовірності, чекати, що відношення числа настань події до числа випробувань буде скільки завгодно близьке до імовірності події.

Ось простий приклад для ілюстрації цього закону. Нехай є кубик з однорідного матеріалу, грані якого позначені цифрами від 1 до 6. Кубик підкидають як завгодно вгору, після чого він падає на стіл. Імовірність того, що кубик ляже певною гранню вгору (приміром, тією, де цифра 4), виражається відношенням 1 : 6. З другого боку, якщо багато разів так кидати кубик, то число появ грані 4 („подія") буде відноситися до числа кидань („випробувань"), як 1 : 6.

Положення, виражене останньою формулою, часто називають „e-положенням Больцмана“.

Для випадку поля тяжіння e-положення приводить до барометричної формули (§ 83); e-положення можна застосувати до якого завгодно поля зовнішніх сил, наприклад, до поля електричних сил. Для притяжних сил $\varphi < 0$; ми бачимо, що коли абсолютна величина потенціальної енергії зростає в арифметичній прогресії, то концентрація молекул n зростає в геометричній прогресії. У тих діляниках простору, де діють „відштовхні сили“ ($\varphi > 0$) за тим самим законом геометричної прогресії, має місце з м е н ш е н н я числа молекул n в одиниці об'єму.

Рідина відрізняється від газу тим, що в ній діють інтенсивні притяжні сили між молекулами; кожна молекула перебуває в полі сил, які виходять від інших молекул. Отже, для розв'язання питань, що стосуються молекулярного розподілу в рідинах, часто використовують e-положення Б о л ь ц м а н а (що, проте, не завжди є законним, бо e-положення, строго кажучи, стосується тільки поля зовнішніх сил).

Важливо підкреслити, що і закон Максвелла, і e-положення Больцмана цілком строго правильні лише у тому випадку, коли тіло перебуває в макроскопічному спокої [1]).

§ 180. Гіпотези про взаємодіяння молекул. Молекули більшості газів складаються з кількох атомів; кожний атом складається з позитивного ядра і негативних електронів, при чому той самий електрон може перебувати то на тій, то на іншій орбіті. При сполученні атомів у молекулу складові частини атомів, безсумнівно, зазнають якоїсь перестановки, характеру якої ми ще не знаємо, а тому дуже мало можемо сказати про те, як побудовані молекули більшості газів з їх елементарних частин. Головне, що ми знаємо, це те, що зовнішня частина молекули зайнята переважно електронами, ядра ж містяться переважно всередині. Кожного разу, як дві однакові молекули приходять у близький контакт, між ними, як правило, починає діяти відштовхна сила, зумовлена взаємодіянням однорідних зарядів. Проте, за яким законом взаємодіють ці заряди на найближчих віддалях — нам не цілком відомо, а в наслідок складної будови молекули питання про величину сили взаємодіяння молекул, які стикаються, ще більш утруднюється. Тим часом для плодотворного застосування статистичного методу, хоча б до газів, дуже важливо знати, за яким законом відштовхуються молекули, що наблизилися одна до одної. На велике щастя для науки, виявляється, тут можна зробити дві гіпотези, безперечно дуже грубі, які, проте, дають цілком задовільне розв'язання багатьох питань. Обидві ці гіпотези були створені ще тоді, коли вчені не мали ніякого уявлення про складність будови молекул. Перша з них, що висунута 200 років тому петербурзьким академіком Д. Б е р н у л л і і яка має досі найширше застосування, полягає в тому, що молекули, які зблизилися, відштовхуються так, ніби вони були ідеально пружними кульками [2]). Друга гіпотеза, розвинена спершу близько 1860 року М а к с в е л л о м, а в пізніший час значно удосконалена Ч е п м е н о м, припускає, що молекули взаємодіють з силами, обернено пропорціональними якомусь (у Максвелла — п'ятому) степеневі віддалі між молекулами. Отже, замість дуже складного явища природи, ще недоступного для наукового аналізу, створюється той або інший конкретний образ („модель“), взятий з таким розрахунком, щоб його властивості і його прояви в ши-

---

[1]) Термін „макроскопічний“ (грецьке macros — в е л и к и й) протиставиться термінові „мікроскопічний“. Якщо рух або спокій називаються макроскопічними, то це означає, що мають на увазі рух або спокій значних сфер матерії, які містять дуже багато молекул. Безладний рух молекул не заважає макроскопічному спокоєві.

[2]) З цієї гіпотези Д. Б е р н у л л і вивів, між іншим, основне рівняння кінетичної теорії газів.

років області давали приблизний збіг з фактами, спостережуваними експериментально. Підкреслимо, що обходитися без таких конкретних образів у науці було б неможливо: приміром, якби ми захотіли відмовитися від уявлення про молекули як про пружні тільця або як про центри сил, обернено пропорціональних n-ому степеневі віддалі, то нам довелося б і всю кінетичну теорію газів викинути з науки. Ці гіпотези приблизно правильно, приблизно вірно відбивають об'єктивну реальність; критерієм їх правильності є практика, експеримент.

Застосування подібних моделей має, проте, і деякі мінуси. Оскільки модель недосконала, остільки наслідки, що випливають з її застосування, є не цілком точними; щоб їх поліпшити, доводиться ускладняти модель, яка таким чином втрачає початкову простоту. Приклад: кінетична енергія двох молекул, які стикаються, витрачається на їх деформацію; коли ця деформація досягла найбільшої величини, тоді центри ваги обох молекул є на найближчій віддалі один від одного, і зрозуміло, що деформація буде тим більшою, найменша віддаль центрів буде тим меншою, чим більша поступна швидкість молекул, тобто чим вища температура газу. Виходить, що, стоячи на грунті гіпотези пружних кулеподібних молекул, ми повинні будемо приписати цим кулькам своєрідну особливість: їх діаметр повинен зменшуватися при підвищенні температури газу (бо найменша віддаль центрів молекул, які стикаються, і є те, що мовою нашої моделі називається діаметром молекули). Оскільки ми використовуємо цей новий конкретний образ, остільки одержувані наслідки виявлять більшу погодженість з дослідом.

Вживання моделей дає ще й ту користь, що теорія стає простішою математично. Наприклад, якби ми цілком точно знали, як змінюється розподіл складових частин двох молекул при їх стиканні, то врахувати математично всі ці зміни було б, звичайно, дуже важко; гіпотеза пружних кульок звільняє нас від цих труднощів. Подібно до цього ми нерідко (особливо в орієнтовних підрахунках) свідомо вводимо в теорію фактично неправильні припущення, щоб виграти в простоті міркувань, які приводять нас до наближеного (іноді навіть грубо наближеного), але все ж цінного результату. В цьому розумінні в кінетичній теорії газів є дуже корисним спрощуючий спосіб, запропонований Д ж о у л е м, що полягає ось у чому. Замість того, щоб уявляти собі молекули газу літаючими по всіх напрямах і з найрізноманітнішими швидкостями, припустимо, що поступна швидкість усіх молекул — однакова, а саме, що вона дорівнює середній швидкості $\bar{u}$; далі припустимо, що всі молекули поділяються на шість рівних потоків, які рухаються по трьох взаємно перпендикулярних напрямах; отож якщо уявимо в газі належним чином орієнтований кубічний об'єм, що дорівнює 1 $см^3$, то через кожну його грань будуть протікати два протилежні за напрямом молекулярні потоки. За елемент часу dt кожний потік просунеться на $\bar{u}dt$; об'єм газу в потоці, що проходить за цей час через грань кубика, буде $1\ см^2 \times \bar{u}dt\ см = \bar{u}dt\ см^3$; якщо густина газу є D, то густина кожного потоку буде $\frac{D}{6}$, а маса газу, що її проносить потік за час dt через грань куба, буде $\frac{D\bar{u}dt}{6}$. За одну секунду через одиничну площинку буде пронесена маса $\frac{D\bar{u}}{6}$.

Спосіб Д ж о у л я не враховує впливу молекулярних стикань; отже, ним можна користуватися лише в тих випадках, коли стикання не відограють ролі. Зокрема він може бути застосований у шарі газу, товщина якого не перевищує довжини середнього молекулярного пробігу (тобто тієї дільниці траєкторії, на якій молекула в середньому не зазнає жодного стикання); це ми пізніше використаємо.

§ 181. Дифузія. Дифузією називається зумовлений хаотичним рухом молекул процес поступового взаємного проникнення двох речовин, що межують одна з одною. Один з перших дослідів по дослідженню дифузії був зроблений німецьким фізиком Лошмідтом; він узяв дві скляні трубки, закриті з одного кінця, що були завдовжки близько півметра, з діаметрі 2,5 *см*; одну трубку він наповнив вуглекислим газом, а другу — воднем і помістив їх у вертикальному положенні так, що відкриті кінці трубок дотикалися; при цьому трубка з вуглекислим газом була внизу (це було необхідно для того, щоб змішування обох газів відбувалося лише в наслідок молекулярних рухів, а не в наслідок різної ваги цих газів). Вміст трубок був досліджений через півгодини; виявилося, що у верхню трубку проникло з нижньої 37% вуглекислого газу.

Якби молекули газу взагалі не стикалися, то завдяки своїм великим швидкостям (§ 140) вони вже за малу частину секунди пробігали б значні віддалі по прямій лінії. А тому процес змішування двох газів, які дотикаються один до одного, відбувався б надзвичайно швидко. Дослід Лошмідта показує, що в дійсності дифузія газу відбувається не дуже швидко. Це видно вже на звичайних явищах: наприклад, якщо в одному кутку кімнати почнеться виділення пахучого газу і якщо повітря в кімнаті перебуває в макроскопічному спокої, то мине чимало часу, перше ніж ми відчуємо появу цього газу в протилежному кутку кімнати.

Порівнююча повільність процесу дифузії є результатом молекулярних стикань, в наслідок яких молекула може бути відкинута назад у той бік, звідки вона прийшла. Ми знаємо, що в наслідок стикань молекула описує надзвичайно заплутану зигзагоподібну траєкторію (рис. 200); за одну секунду вона пройде по цій траєкторії кілька сотень метрів і все ж таки може бути дуже недалеко від вихідного положення. Звідси зрозуміло, що процес дифузії газу відбуватиметься тим повільніше, чим більше число стикань, що їх зазнає молекула за секунду, або, інакше сказати, чим менша віддаль, яку проходить молекула між двома послідовними стиканнями (так званий „вільний пробіг", § 140)[1].

Для конкретності уявлень нагадаємо, що, наприклад, для водню при 0° С і 760 *мм* тиску вільний пробіг в середньому дорівнює 0,000011 *см*. Через те ж, що середня швидкість молекули водню при 0° С становить 1692 *м/сек*, то число стикань, що їх зазнає за секунду молекула водню при 0° і 760 *мм*, буде $1692 \cdot \frac{100}{0{,}000011}$, або близько 10^{10}.

У кінетичній теорії газів доводять, що відношення середньої величини молекулярного пробігу λ до діаметра молекули σ є величина того ж порядку, як відношення всього об'єму, що його займає газ, до об'єму β самого молекул; точніше:

$$\frac{\lambda}{\sigma} = \frac{0{,}12v}{\beta}. \tag{2}$$

Якщо чисельник і знаменник правої частини будемо відносити до одиниці маси газу, то після заміни $v = \frac{1}{D}$ (де D — густина газу) дістанемо:

$$D\lambda = \frac{0{,}12\sigma}{\beta}. \tag{3}$$

[1] Звичайно, вільний пробіг для різних молекул і навіть для однієї молекули в різні моменти має різну величину; для процесу дифузії має значення середня величина вільного пробігу.

При даній температурі газу розміри його молекул не залежать від густини, тому і добуток $D\lambda$ не буде залежати від густини. Отже, при даній температурі середній пробіг обернено пропорціональний густині газу, і тому дифузія в газах (при даній температурі) повинна відбуватися тим швидше, чим більш розріджені ці гази. Це потверджується дослідом.

Далі, кінетична теорія показує, що швидкість дифузії газів (при даному тиску) повинна сильно зростати з підвищенням температури газів (інакше сказати, із збільшенням швидкості молекулярних рухів). Цей висновок теж потверджується дослідом.

Два гази, які дотикаються один до одного, завжди будуть дифундувати (крім того випадку, коли вони моментально сполучаються хемічно). Цього не можна сказати про рідини. Дві рідини будуть дифундувати одна в одну лише в тому разі, коли вони здатні змішуватися одна з одною. А тому можна, наприклад, спостерігати взаємну дифузію води і спирту, води і ефіру, гасу і рослинної олії, але не можна спостерігати дифузію води і ртуті або води і гасу.

Дифузія рідин спостерігається особливо легко в тому разі, коли одна з рідин безбарвна, а друга забарвлена; можна вжити, наприклад, воду і розчин мідного купоросу у воді. Скляний циліндр наповнюють до половини водою, а потім за допомогою лійки з довгою трубкою наливають на дно циліндра важчий розчин мідного купоросу. Межа між обома рідинами, спершу різка, стане поступово розмиватися, але для повного змішування обох рідин потрібно буде кілька місяців. Це показує, що число стикань, яких зазнає молекула в рідкому середовищі, в багато разів більше, ніж для середовища газоподібного. Причина цього, зрозуміло, полягає в тому, що в одиниці об'єму рідини міститься значно більше число молекул, ніж в одиниці об'єму газу. Закон дифузії в рідкому середовищі (придатний також і для середовища газоподібного) був винайдений німецьким фізиком Ф і к о м. Цей закон виражається формулою:

$$q = k\frac{c_1 - c_2}{l}, \quad (4)$$

де q є кількість дифундуючої речовини (наприклад, мідного купоросу), що проходить за одиницю часу через площинку, поверхня якої дорівнює одиниці і розміщена перпендикулярно до напряму, в якому рухається речовина [1]; c_1 і c_2 — концентрації дифундуючої речовини [2]) в двох шарах, які відстоять один від одного на віддалі l; нарешті, k — к о е ф і ц і є н т д и ф у з і ї. Цей коефіцієнт залежить від природи середовища, від природи дифундуючої речовини і від умов, в яких перебувають середовище і дифундуюча речовина (для рідин — від температури; для газів — від температури і густини). При цьому припускається, що концентрація в рідкому або газоподібному стовпі змінюється рівномірно по довжині стовпа, тобто $\frac{(c_1 - c_2)}{l} = \text{const}$, і що стовп перебуває в стаціонарному стані, тобто у кожному перерізі його концентрація з часом не змінюється.

З наведеної формули легко бачити, що коефіцієнт дифузії чисельно дорівнює кількості дифундуючої речовини, яка проникає за одиницю часу через одиницю поверхні при умові, що різниця концентрацій на двох поверхнях, які відстоять одна від одної на одиницю довжини, дорівнює одиниці.

---

[1]) В обох зазначених дослідах цю площинку треба мислити, очевидно, як горизонтальну.

[2]) Концентрація речовини, домішаної до даного середовища, вимірюється кількістю речовини, яка міститься в одиниці об'єму.

Порівнявши формулу, що виражає закон Фіка, з формулами, що виражають закон Фур'є для теплопровідності (§ 176) і закон Ома для електричного струму, легко знайдемо, що всі три закони аналогічні. В разі дифузії різниця концентрацій відограє ту саму роль, яку відограє різниця температур у явищі теплопровідності і різниця потенціалів у явищі електричного струму.

Можуть взаємно дифундувати і тверді тіла. Бельгійський учений Спрінг проробив такий дослід: він клав один на один два циліндрики з різних металів, наприклад, з міді і цинку; поверхні, які дотикалися, були добре відполіровані, крім того, циліндрики були злегка притиснуті один до одного. Через деякий час виявлялося, що коло границі дотикання мідь проникала в цинк, а цинк — у мідь (отже, утворювалася латунь).

При розжарюванні заліза з вугіллям вугілля дифундує в залізо, а залізо дифундує у вугілля.

§ 182. Молекулярна теорія теплопровідності газів. Якщо різні частини газової маси перебувають при різних температурах, то молекули з теплішої частини (в середньому більш енергійні) будуть попадати в холоднішу частину, а молекули з холоднішої частини (в середньому менш енергійні) будуть залітати в теплішу частину; в результаті різниця середніх енергій, а, отже, і різниця температур буде згладжуватися. В цьому полягає процес теплопровідності в газі; подібно до процесу дифузії він відбувається повільно через молекулярні стикання; як і при дифузії, тут відограють важливу роль величина середнього молекулярного пробігу і поступна швидкість молекул.

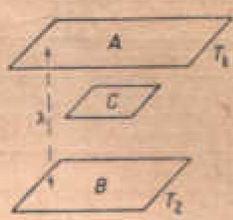


Рис. 218.

Виведемо вираз коефіцієнта теплопровідності газу. Уявимо (рис. 218) в газі площину *A*, в усіх точках якої температура дорівнює T_1, і паралельну їй площину *B*, в усіх точках якої температура дорівнює T_2. Відстань між площинами нехай дорівнює середній довжині молекулярного пробігу λ; T_1 нехай буде трохи більше, ніж T_2. Між *A* і *B* уявимо паралельну їм площинку *C*, що дорівнює 1 *см*². Ми можемо вважати, що всередині області *AB* не відбувається молекулярних стикань, а тому можемо застосовувати тут спосіб Джоуля (§ 180). Протягом секунди через площинку *C* пройде зверху вниз потік молекул, що має масу $\frac{D\bar{u}}{6}$, виходить з місць з температурою T_1 і приходить у місця, де температура T_2. Якби газова маса $\frac{D\bar{u}}{6}$ просто охолоджувалася від температури T_1 до T_2, вона віддавала б у формі тепла енергію, яка дорівнює $\frac{1}{6}\cdot D\bar{u}\cdot c_v\,(T_1-T_2)$, де c_v — питома теплоємність газу при незмінному об'ємі; в даному ж разі ця кількість енергії переноситься зверху вниз через площинку *C*. Зустрічний потік, що переносить знизу вгору молекули менш енергійні, дасть, як легко зміркувати, ефект, який дорівнює ефектові першого потоку. У підсумку за секунду через нашу одиничну площинку *C* пройде кількість тепла, яка дорівнює

$$\frac{2}{6}\cdot D\bar{u}\cdot c_v\,(T_1-T_2)=\frac{1}{3}\cdot D\bar{u}\cdot c_v\,(T_1-T_2).$$

Але на підставі загального закону теплопровідності цю саму кількість тепла можна виразити через $\frac{k(T_1-T_2)}{\lambda}$, де k — коефіцієнт теплопровідності газу, $\frac{(T_1-T_2)}{\lambda}$ — температурний градієнт у розгляданому випадку.

Отже:

$$\frac{D\bar{u}}{3} \cdot c_v (T_1 - T_2) = k \frac{T_1 - T_2}{\lambda},$$

звідки

$$k = \frac{1}{3} \cdot D\bar{u}c_v\lambda.$$

Це рівняння встановлює зв'язок між коефіцієнтом теплопровідності газу k, його густиною D, його питомою теплоємністю при незмінному об'ємі c_v, середньою швидкістю поступного руху молекул $\bar{u}$ і середнім пробігом λ.

§ 183. В'язкість. Рідина або газ можуть бути поставлені в такі динамічні умови, що кожний шар буде ковзати з якоюсь (зникаючо-малою) швидкістю по сусідньому шарові; в наслідок цього два тонких шари, які перебувають один від одного на скінченній віддалі, будуть рухатися в своїх власних площинах з швидкостями, які відрізняються на скінченну величину (рис. 219a).

Рис. 219a.

Якщо проведемо вісь z перпендикулярно до шарів (а, значить, і до швидкостей руху шарів), то похідна $\frac{dv}{dz}$ від швидкості v шарів називається градієнтом швидкості. Якщо швидкість шарів рівномірно зростає із збільшенням координати z, то градієнт швидкості є сталим для всієї маси рідини або газу і може бути виражений також через $\frac{(v_2 - v_1)}{l}$, де v_1 і v_2 — швидкості переміщення будьяких двох тонких шарів, l — їх віддаль один від одного (рис. 219b).

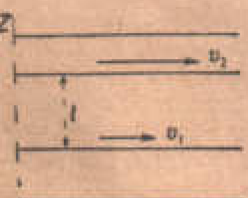


Рис. 219b.

Як рідини, так і гази чинять опір описаному рухові. Цей опір називається в'язким опором, в'язкістю або внутрішнім тертям (§ 66). В'язкість рідин значно більша за в'язкість газів; у свою чергу в'язкість таких рідин, як мед, гліцерин, рицинова олія, значно більша, ніж в'язкість води або спирту. Ньютон знайшов основний механічний закон в'язкості: сила в'язкості F, яку треба подолати для того, щоб два суміжних шари рідини або газу ковзали один по одному, пропорціональна площі S шарів і градієнтові швидкості $\frac{dv}{dz}$. Позначаючи літерою η коефіцієнт пропорціональності, маємо:

$$F = \eta \cdot \frac{dv}{dz} S,$$

де η називається коефіцієнтом в'язкості або коефіцієнтом внутрішнього тертя. (Обернена величина $\frac{1}{\eta}$ має назву коефіцієнта текучості.)

Силу F можна розглядати як суму великої кількості сил, які діють у кожній елементарній площинці dS „площини ковзання“ (так ми називаємо спільну границю S двох шарів, які ковзають один по одному); напрям сили F протилежний напрямові відносної швидкості того шару, до якого вона прикладена. Тому сила в'язкості намагається спинити той з двох суміжних шарів, який рухається швидше, і прискорити той, який рухається повільніше (аналогічно тому, як буває при ковзному терті твердих тіл).

Відомо, що між тертьовими частинами машини вводиться та або інша мастильна речовина (звичайно рідка). Тонкий шар рідини, що утворюється, прилипає своїми поверхнями до обох частин машини, між якими він введений; при відносному русі цих частин, як легко зміркувати, всередині мащуючого шару розвиваються відносні рухи, подібні до описаних вище. Через те ж, що в'язкий опір рідини значно менший опору тертю при ковзанні твердих тіл, завдяки мастилу зменшуються механічні опори в машині.

Подамо дослід, який наочно ілюструє в'язкість газоподібного середовища. Пристосовують невеличку циліндричну склянку так, щоб вона могла обертатися навколо осі своєї фігури; всередині її підвішують на нитці другу, меншу, склянку, яка буде скрізь відокремлена від першої склянки шаром повітря. Починають обертати зовнішню склянку, тоді починає обертатися і внутрішня. Тут шар повітря, що прилип до внутрішньої поверхні зовнішньої склянки, діє силою в'язкості на сусідній шар і захоплює його з собою; другий шар захоплює третій і т. д.; нарешті, шар, що прилип до зовнішньої поверхні внутрішньої склянки, захоплює цю склянку.

З формули $F = \eta \cdot \left(\frac{dv}{dz}\right) \cdot S$ легко бачити, що коефіцієнт η має розмірність:

$$[\eta] = \frac{\textit{дина} \cdot \textit{см}}{\textit{см}^2 \cdot \left(\frac{\textit{см}}{\textit{сек}}\right)} = \frac{\textit{г}}{\textit{см} \cdot \textit{сек}}.$$

1 *г/см · сек* має назву „пуаз“ [1]).

Наведемо числові значення коефіцієнта в'язкості η в пуазах для деяких речовин:

Речовина	Коефіцієнт в'язкості η в пуазах
Вода при 20° С	0,01002
Вода при 100° С	0,00283
Різні машинні масла при 22° С	0,71 → 2,53
Ті ж масла при 44° С	0,25 — 0,71
Повітря при 15° С	0,00018
Повітря при 100° С	0,00022

§ 184. Молекулярна теорія в'язкості. Уявимо собі площину („площина ковзання“) XY (рис. 220 *a*), проведену всередині газу, що рухається так, щоб частини газу, які містяться одна вище, а друга нижче цієї площини, рухалися паралельно цій площині, в тому самому напрямі, але з різними швидкостями: нехай верхня частина рухається швидше за нижню ($v_1 > v_2$). У такому разі молекули верхньої частини в середньому матимуть

Рис. 220*a*.

більшу кількість руху, ніж молекули нижньої частини. В результаті хаотичного руху молекул якесь число їх проникає протягом однієї секунди через площину XY знизу вверх, і таке саме число молекул проникає за той самий час з верхньої частини газу в нижню частину. В наслідок цього загальна кількість руху верхньої частини газу трохи зменшиться протягом секунди, а загальна кількість руху нижньої частини на таку саму величину збільшиться. Зміна кількості руху тіла за одиницю часу, за другим

[1]) На честь французького фізіолога і фізика Пуазеля, який перший провів точні досліди впливу в'язкості на течіння рідини по капілярній трубці.

законом Ньютона (§ 17), дорівнює силі, яка діє на це тіло. Ми бачимо, обидві розглядані частини газу діють одна на одну рівними і протилеж напрямленими силами, які лежать у площині ковзання XY і є в кожно елементі цієї площини; сили, які діють на нижню частину газу, приско рюють цю частину — вони напрямлені вздовж швидкості v_2; сили, діють на верхню частину газу, затримують цю частину, бо вони напрямле протилежно швидкості v_1. Ми маємо тут не що інше, як сили внутр нього тертя; причиною виникнення цих сил є перенесення кількості ру молекулами, які пролітають крізь площину ковзання XY.

Виведемо вираз для коефіцієнта в'язкості газу. В газі, який рухаєтьс так, як це показано на рис. 220*a*, візьмемо будьяку площину ковзання (рис. 220*b*), зверху і знизу її проведемо дві па ралельні їй площини A і B, які відстоять від на середню довжину молекулярного пробі

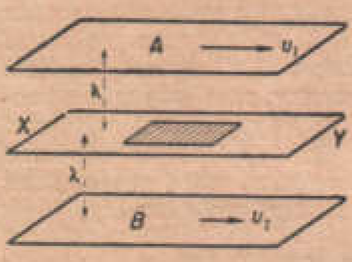


Рис. 220*b*.

Нехай поблизу площини A швидкість, якою рухається газ, дорівнює v_1, а побли площини B швидкість газу нехай дорівнює при чому для означеності вважатимемо, $v_1 > v_2$; отже, градієнт швидкості у цьо просторі буде $\frac{(v_1 - v_2)}{2\lambda}$. Поблизу площини швидкість газу буде $\frac{1}{2} \cdot (v_1 + v_2)$.

На площині XY виділимо площинку $S = 1$ *см*^{2} і, застосовуючи спосі Джоуля (§ 180) спершу до простору AXY, а потім до простору B почнемо підраховувати кількості руху, що їх переносять молекули чере площинку S за 1 *сек*. Молекулярний потік, що рухається в прост AXY через площинку S (зверху вниз), проносить щосекунди масу $\frac{1}{6} \cdot$ яка має кількість руху $\frac{1}{6} \cdot D\bar{u}v_1$, потік же, який іде знизу вгору, за той час проносить таку саму масу з кількістю руху $\frac{1}{6} \cdot D\bar{u}\frac{1}{2}(v_1 + v_2)$. У сумку верхня частина газу втрачає (за 1 *сек* на площинці в 1 *см*^{2}) кіль кість руху, яка дорівнює:

$$\frac{D\bar{u}}{6}\left(v_1 - \frac{v_1 + v_2}{2}\right) = \frac{D\bar{u}}{6} \cdot \frac{v_1 - v_2}{2}.$$

Цей вираз дає і величину сили, яка сповільнює рух верхньої части газу, розрахованої на 1 *см*^{2}; за законом протидіяння така сама сила бу діяти на нижню частину газу, прискорюючи рух її. Зробивши аналогі підрахунок для простору BXY, знайдемо, що рух молекулярних пото у цьому просторі приводить до виникнення ще двох таких самих сил. За галом на верхню частину газу буде діяти сила, яка дорівнює $F =$ $= \frac{1}{6} \cdot D\bar{u}(v_1 - v_2)$ на кожному квадратному сантиметрі; така сама сил буде діяти на нижню частину газу в протилежному напрямі.

Підставимо тепер у формулу Ньютона наші вирази для F, S і градієнта швидкості $\frac{dv}{dz}$; дістанемо:

$$\frac{1}{6} \cdot D\bar{u}(v_1 - v_2) = \eta \cdot 1 \cdot \frac{v_1 - v_2}{2\lambda},$$

звідки

$$\eta=\frac{1}{3}D\bar{u}\lambda. \tag{7}$$

Це і є шуканий вираз коефіцієнта в'язкості газу.

§ 185. Деякі висновки з молекулярної теорії в'язкості, теплопровідності і дифузії. На стор. 223 ми мали формулу:

$$D\lambda=\frac{0{,}12\sigma}{\beta},$$

де σ — діаметр молекули, а β — об'єм молекул в одиниці маси газу. При даній температурі $D\lambda$ не залежить від густини газу. Середня швидкість $\bar{u}$ молекул теж не залежить від густини газу. Отже, і коефіцієнт в'язкості $\eta=\frac{1}{3}\cdot D\bar{u}\lambda$ при даній температурі не залежить від густини газу (закон Максвелла).

1. Одним з виявів в'язкості газів є, приміром, та обставина, що коливання маятника, який гойдається в повітряному середовищі, потроху затухають. Бойль провадив досліди над маятником, поміщаючи його в повітряне середовище різної густини, і знайшов, що зупинка настає завжди через той самий час. Цей наслідок цілком погоджується з законом Максвелла.

Незалежність η від густини газу легко зрозуміти з рис. 220*b*. Якщо газ буде розріджений удвоє, то λ удвоє збільшиться, отже, і об'єм просторів *AXY* і *BXY* удвоє збільшиться; але число молекул в одиниці об'єму вдвоє зменшиться, і, значить, число молекул у просторі *AB*, які переносять кількість руху через площину *XY*, залишиться без змін.

2. Попереднє міркування залишається в силі доти, поки границі простору *AB* не досягнуть стінок оболонки, яка містить газ. Але коли цей момент настане, то при дальшому розрідженні газу λ уже не буде збільшуватися, отже, η буде меншати.

До газів надзвичайно згущених (а також до рідин) попередню теорію не можна застосувати, бо поняття про вільний пробіг тут не має місця.

3. Отже, в газах не дуже розріджених і не дуже густих η залежить тільки від температури і від розміру молекул. Який характер має температурна залежність? У виразі $\eta=\frac{1}{3}D\bar{u}\lambda$ множник $\bar{u}$ зростає з температурою як $\sqrt{T}$ (§ 149); множник $D\lambda$, як видно з формули (3) на стор. 223, зростає із зменшенням діаметра молекули, а, отже, з підвищенням температури. В підсумку коефіцієнт в'язкості газів зростає з температурою трохи швидше, ніж $\sqrt{T}$.

У рідин, навпаки, η з температурою швидко меншає (приблизно як $\frac{1}{T^2}$ або навіть ще швидше).

З цього можна зробити висновок, що молекулярний механізм внутрішнього тертя в рідинах принципіально інший, ніж у газах (а втім, теорія внутрішнього тертя в рідинах ще не розроблена). Бачінський знайшов, що для рідин і стиснутих газів закон Максвелла замінюється іншим законом: величина коефіцієнта в'язкості визначається не температурою рідкої речовини, а її питомим об'ємом.

4. Для коефіцієнта теплопровідності газу ми вивели формулу:

$$k=\frac{1}{3}D\bar{u}c_v\lambda.$$

Порівнюючи цю формулу з виразом для η, знаходимо:

$$k = \eta c_v. \qquad (8)$$

Більш строгий розрахунок приводить до виразу:

$$k = \varepsilon \eta c_v,$$

де ε — числовий множник, який для різних газів має значення приблизно від 1,5 до 2,5.

Це важливе співвідношення між коефіцієнтом теплопровідності газу, його коефіцієнтом в'язкості і питомою теплоємністю при сталому об'ємі підтверджується дослідом. З цього співвідношення випливає: а) що коефіцієнт теплопровідності (у певних границях) не залежить від густини газу; б) що із зростанням температури газу коефіцієнт теплопровідності збільшується швидше, ніж коефіцієнт в'язкості (бо c_v з температурою зростає).

5. Ми бачили, що в газах явища дифузії, в'язкості і теплопровідності мають чимало спільного. Поперше, всі ці явища зумовлюються перенесенням тієї або іншої величини: явища дифузії — перенесенням маси, явища теплопровідності — перенесенням енергії, явища в'язкості — перенесенням кількості руху. Подруге, всі ці явища супроводяться розсіянням енергії. Потрете, в механізмі всіх трьох явищ відограє велику роль величина молекулярного пробігу λ. З цієї останньої причини на підставі дослідів над дифузією або над теплопровідністю або над в'язкістю газів можна обчислювати величину λ; звичайно цей розрахунок роблять на підставі коефіцієнта в'язкості, експериментальне визначення якого являє найменше труднощів.

Коли для будьякого газу обчислено λ, то на підставі формули (3) можна підрахувати і розмір молекули.

§ 186. Поверхневий натяг. Головна відмінність рідини від газу полягає в тому, що рідина займає певний обмежений об'єм, тоді як газ поширюється по всьому наданому йому просторові. Властивість рідин займати лише обмежений об'єм зумовлена двома обставинами: 1) наявністю притяжних сил між молекулами, які утворюють так званий внутрішній тиск (§ 154); 2) тим, що стикання молекул не досягають такої інтенсивності, при якій діяння притяжних сил було б подолане[1]).

З елементарного курсу відомий ряд спостережень і дослідів, які переконливо доводять, що тонкий поверхневий шар рідкого тіла перебуває в особливому стані, який нагадує стан натягнутої гумової перетинки. Один з показових дослідів — це дослід П л а т о з великою масляною краплею.

Треба мати на увазі, що подібно до того, як у кожній точці натягнутої нитки діє сила натягу, напрямлена вздовж нитки, так у натягнутій стрічці діє подібна ж сила, але прикладена не в одній точці, а розподілена по всій ширині стрічки; тому природно вимірювати напруженість цієї сили тією величиною натягу, яка припадає на 1 *см* ширини стрічки. Якщо йде мова не про стрічку, а про перетинку або плівку, натягнуту рівномірно по всіх напрямах, то на кожний лінійний сантиметр, взятий по будьякому напряму в поверхні плівки, буде діяти сила, яка характеризує своєю величиною степінь натягу плівки; сила ця діє перпендикулярно до того відрізка в 1 *см*, у точках якого вона прикладена, і крім того, вона є дотичною до поверхні плівки. Така сила, розрахована на одиницю довжини, називається п о в е р х н е в и м н а т я г о м; розмірність поверхневого натягу буде *дина/см* або *ерг/см*^{2}.

Пояснимо поверхневий натяг з погляду молекулярної теорії.

Пригадаємо, що молекула є сукупність позитивних і негативних електричних зарядів. Заряди однієї молекули, взаємодіючи з зарядами іншої,

[1]) Ми з аємо (§ 159), що рідкий стан можливий лише при температурах нижче критичної. Отже, при критичній температурі відштовхні сили між молекулами уже напевне переборюють притяжні сили.

дають якусь сумарну дію; із збільшенням віддалі між молекулами ця сумарна дія однієї молекули на іншу швидко меншає, стаючи непомітною, якщо віддаль молекул становить близько 10^{-7} *см* („радіус молекулярної дії").

Уявимо молекулу *A*, що лежить під поверхнею рідини глибше, ніж на 10^{-7} *см*. Вона рухається поступно і обертально; при цьому вона оточена з усіх боків іншими молекулами, і діяння цих молекул на молекулу *A* зводиться в кожний даний момент до якогось сумарного ефекту. Проте, якщо ми підсумуємо цей сумарний ефект за скінченний проміжок часу (наприклад, за одну секунду), то в результаті дістанемо майже нуль, бо за скінченний проміжок часу наша обертова молекула майже напевне зазнала однакового впливу по всіх напрямах. Зовсім інше буде з молекулою *B*, яка перебуває на поверхні рідини: така молекула буде зазнавати впливів, які виходять лише від молекул, що лежать глибше за неї і поряд з нею; ясно, що за скінченний проміжок часу, оскільки розглядана молекула не впаде глибше під поверхню, вона буде під дією сили, яка намагається втягнути її вглиб, інакше сказати,— сили, нормальної до поверхні рідини. Через те ж що, за сказаним вище, можливими точками прикладання притяжних сил, які діють на молекулу, є лише деякі точки її, то поверхнева молекула *B* в середньому буде орієнтована досить певно: вона буде обернена до маси рідини одним з тих своїх боків, які найбільше зазнають притяжного впливу з боку решти рідини. Це має місце для всякої поверхневої молекули; отже, у поверхневому шарі завтовшки близько 10^{-7} *см* молекули повинні бути розміщені паралельно одна одній. (Звичайно, хаотичний рух молекул змушує то ту, то іншу поверхневу молекулу переміщатися вглиб, при чому на їх місце стають молекули, які прийшли з глибини.)

Отже, ми бачимо, що поверхневий шар рідини завтовшки приблизно 10^{-7} *см* перебуває в особливому стані; молекули розміщені в цьому шарі у певному порядку, подібно до того, як вони розміщені у твердому тілі. Цей шар і є тим місцем, де діє поверхневий натяг. На підставі відомих нам даних ми можемо навіть оцінити величину поверхневого натягу. Ми знаємо (§ 154), що взаємне притягання молекул стискає рідину з силою приблизно 1000 *ат*, або 10^9 *дин/см*^{2}. Проведемо нормальний переріз поверхневого шару і візьмемо у цьому перерізі прямокутник завширшки 10^{-7} *см*, завдовжки 1 *см*; на площу цього прямокутника, яка дорівнює 10^{-7} *см*^{2}, буде діяти в наслідок молекулярного притягання нормальна сила, яка дорівнює 10^9 *дин/см*$^2 \cdot 10^{-7}$ *см*$^2 = 100$ динам. Ця сила, обчислена для одного лінійного сантиметра рідкої поверхні, дає приблизно величину поверхневого натягу. В дійсності поверхневий натяг, приміром, ртуті становить 450 *дин/см*, води — 75 *дин/см*, етилового спирту — 22 *дин/см* (при кімнатній температурі). Як бачимо, наша груба оцінка правильно визначає порядок шуканої величини.

При підвищенні температури поверхневий натяг зменшується і при критичній температурі перетворюється на нуль.

Відзначимо ще, що величина поверхневого натягу даної рідини трохи змінюється залежно від того, чи перебуватиме над рідиною її власна насичена пара, чи той чи інший сторонній газ, чи порожній простір. Це пояснюється тим, що молекули, які перебувають над рідиною, своїми ударами турбують, так би мовити, поверхневий шар і порушують правильне розміщення молекул у ньому.

§ 187. Вільна енергія рідкої поверхні. У дротяної рамки *ABCD* (рис. 221) один бік *mn* зроблено дуже легким і рухомим: завдяки приладнаним на кінцях його петелькам він може ковзати вздовж напрямних *AB* і *CD*. Між *BC* і *mn* утворюємо рідку плівку (наприклад, з мильної води). Якщо нічим не навантажимо дротик *mn*, то рідка плівка почне вкорочуватися (подібно до натягнутої гумової перетинки) і потягне за собою дротик mn; ми маємо тут надзвичайно наочне виявлення натягу двох поверхневих шарів, що є на одному і на другому боці рідкої плівки[1]). Щоб зрівноважити сили поверхневого натягу, підвісимо до перекладинки mn якийсь тягарець q (найкраще зробити цей тягарець з кількох дротяних гачків). Якщо ми тримаємо рамку у вертикальному положенні, то умова рівноваги плівки матиме вигляд:

$$2\alpha l = q.$$

Тут α — поверхневий натяг, l — довжина перекладинки, αl — сила, з якою тягне перекладинку один бік рідкої плівки, $2\alpha l$ — повна сила, з якою обидва боки плівки діють на перекладинку; нарешті, q — сила тяжіння перекладинки і підвішеного тягарця.

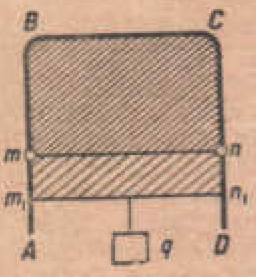


Рис. 221.

Якщо на дуже малу величину збільшимо силу q, то перекладинка разом з тягарцем почне дуже повільно ковзати вниз; дамо їй опуститися на довжину d до положення m_1n_1.

У розглянутому процесі сила тяжіння виконала роботу $qd = 2\alpha ld$, при чому ld дорівнює площі чотирикутника mnm_1n_1, а $2ld = \Delta S$ є приріст поверхні рідини в нашому процесі. Ми бачимо, що *робота, витрачена зовнішніми силами, які намагаються збільшити поверхню рідкого тіла, дорівнює $\alpha\Delta S$, тобто добуткові поверхневого натягу на приріст площі поверхні.* Ця теорема є загальною.

Якби наша система була чисто механічною, то робота зовнішніх сил ішла б на збільшення потенціальної енергії системи. Проте, тут справа складніша[2]), і енергію нашої плівки, яка дістала в даному процесі приріст $\alpha\Delta S$, доводиться позначати особливим терміном: це — так звана „вільна енергія" (§ 257). Вільна енергія системи визначається тим, що її приріст дорівнює роботі зовнішніх сил при умові незмінності температури системи; навпаки, убуток вільної енергії системи визначає величину тієї роботи, яку виконає сама система в ізотермічному процесі.

Через те що приріст вільної енергії рідкої поверхні виражається через $\alpha\Delta S$, то вся вільна енергія в такій поверхні буде αS. Отже: *вільна енергія рідкої поверхні дорівнює добуткові поверхневого натягу α на величину S площі поверхні.*

У термодинаміці доводять, що вільна енергія (подібно до потенціальної енергії механічних систем) прямує до мінімуму; але для вільної енергії умовою цього є незмінність температури.


Рис. 222a.


Рис. 222b.

Прагнення рідкого тіла набути якнайменшого значення вільної енергії позначається в багатьох явищах. Рідкі краплі, коли вони не в полі діяння зовнішніх сил, набувають кулеподібної форми; це тому, що з усіх тіл однакового об'єму куля має найменшу поверхню: через те що S має найменше значення, то і αS має найменше значення. Так само і бульбочки

---

[1]) На відміну від гумової перетинки рідка плівка, вкорочуючись, продовжує тягнути дротинку mn з незмінною щодо величини силою.

[2]) Складність даного випадку полягає в тому, що, крім механічних явищ, тут ще є й теплові. Якби плівку було розтягнуто швидко, то плівка охолоджувалася б, а тому α була б змінною. Щоб уникнути цього, ми проводимо процес повільно; температура плівки при цьому залишається незмінною завдяки теплоті, яка в міру потреби поступає в плівку з навколишнього повітря. Отже, процес розтягу плівки є у нас ізотермічним.

газу в рідині мають кулеподібну форму; тут знову таки здійснюється мінімум поверхні, по якій рідина межує з газом.

Якщо скляною паличкою деформувати масляну краплю Плато, вона виправляється, як тільки буде залишена сама на себе.

Затягнемо плівкою з мильної води контур дротяного кільця і кинемо на цю плівку мокру петлю з шовковинки (рис. 222*a*). Потім зруйнуємо ту частину плівки, яка є всередині петлі (це можна зробити з допомогою дотикання нагрітої дротини): петля раптом набуває форми правильного кола (рис. 222*b*). Тут вкоротилася площа плівки і зменшилася до можливого мінімуму вільна енергія.

Занурюючи у мильну воду різні дротяні фігури, ми будемо мати в них сукупність рідких плівок певної і досить гарної геометричної форми (рис. 223 і 224).

Рис. 223.

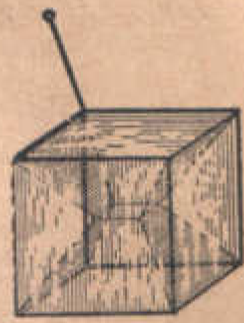


Рис. 224.

§ 188. Формула Лапласа. Гумова куля, мильний пузир можуть залишатися у рівновазі лише при умові, щоб тиск повітря всередині їх був на певну величину більший за тиск зовнішнього повітря. Обчислимо перевищення внутрішнього тиску над зовнішнім.

Нехай мильний пузир має радіус R і нехай надвишок тиску всередині його над зовнішнім тиском дорівнює p. Щоб збільшити об'єм v пузиря на зникаючо-малу величину dv, треба витратити роботу pdv (§ 223). Ця робота піде на збільшення запасу вільної енергії поверхні пузиря, що дорівнює $2\alpha dS$, де α — поверхневий натяг мильної плівки, S — величина однієї з поверхень пузиря (на різницю радіусів внутрішньої і зовнішньої поверхень не зважаємо). Отже, маємо рівняння:

$$pdv = 2\alpha dS.$$

Але

$$v = \frac{4}{3}\pi R^3,$$

тому

$$dv = 4\pi R^2 dR;$$

з другого боку,

$$S = 4\pi R^2,$$

звідси

$$dS = 8\pi R dR.$$

Підставляючи вирази для dv і dS у наведене вище рівняння, дістанемо:

$$p \cdot 4\pi R^2 dR = 2\alpha \cdot 8\pi R dR,$$

звідки

$$p = \frac{4\alpha}{R}.$$

За законом протидіяння якраз таку ж величину має тиск, що його чинить пузир на повітря, яке міститься всередині його.

Якщо замість пузиря, який має дві поверхневі плівки, будемо розглядати краплю, в якої тільки одна поверхня, то прийдемо до висновку, що поверхнева плівка робить на краплю тиск, який дорівнює

$$p=\frac{2\alpha}{R},$$

де R — радіус краплі.

Взагалі кривий поверхневий шар рідини є джерелом сили, напрямленої від опуклої сторони шару до вгнутої сторони.

Лаплас дав формулу, придатну для випадку, коли поверхня рідини має яку завгодно форму, що її допускає фізична природа рідкого стану. Ця формула має такий вигляд:

$$p=\alpha\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right), \tag{9}$$

де R_1 і R_2 мають таке значення. В якійсь точці M у поверхні рідини (рис. 225) треба уявити нормаль MN і через цю нормаль провести дві взаємно перпендикулярні площини, які перетнуть поверхню рідини по кривих AMB і CMD. Радіуси кривизни цих кривих у точці M і позначають через R_1 і R_2.

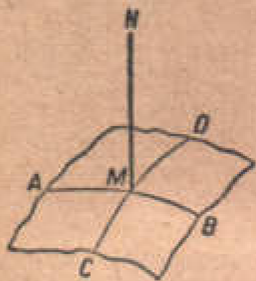


Рис. 225.

Легко бачити з формули Лапласа, що для плоскої поверхні рідини маємо $p=0$, а для сферичної поверхні $p=\frac{2\alpha}{R}$, як це ми вивели раніше.

Якби поверхня була „сідлоподібною", то криві AMB і CMD лежали б по різні сторони від дотичної площини в точці M; тоді радіуси R_1 і R_2 мали б різні знаки. В геометрії показують, що в так званих „мінімальних" поверхнях, тобто таких, які мають при даному контурі найменшу можливу площу, сума $\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}$ скрізь дорівнює нулеві; саме цю властивість будуть мати мильні плівки, які затягують якийнебудь дротяний контур.

Піна є скупчення пузирів, які мають спільні стінки. Кривизна такої стінки $\left(\text{визначувана виразом } \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$ пропорціональна різниці тисків по обидві сторони стінки.

§ 189. Капілярні підняття і опускання. Якщо кінець чистої скляної палички занурити в чисту воду і вийняти паличку, то побачимо на кінці її висячу краплю води. Очевидно, що молекули води сильніше притягуються до молекул скла, ніж одна до однієї.

Подібно до цього мідною паличкою можна підняти краплю ртуті. В такому разі говорять, що тверде тіло змочується рідиною.

Інакше буде, коли опустимо чисту скляну паличку в чисту ртуть або коли скляну паличку, вкриту жиром, опустимо у воду: до палички, вийнятої з рідини, не пристане жодна крапля її. У такому разі говорять, що рідина не змочує твердого тіла.

Якщо занурити у воду вузьку чисту скляну трубку, то вода в трубці підніметься на певну висоту, всупереч силі тяжіння (рис. 226, *a*). Вузькі трубки називаються капілярними[1]), або капілярами, а звідси і саме явище має назву капілярності. Рідини, які змочують стінки капілярної трубки,

[1]) Латинське capillus — волос.

зазнають капілярного підняття. Рідини, які не змочують стінок капіляра (наприклад, ртуть у скляній трубці), зазнають, як показано на рис. 226*b*, опускання. Капілярне підняття і опускання бувають тим більші, чим вужчі капіляри. Ці явища легко пояснюються з допомогою тиску, що його робить викривлена поверхня рідини. Справді, у трубці, яка змочується рідиною, рідина утворює „вгнутий меніск" [1]; згідно з сказаним у попередньому параграфі, поверхня меніска буде розвивати силу, напрямлену знизу вгору, і ця сила підтримуватиме в трубці стовпчик рідини всупереч діянню тяжіння. Навпаки, в трубці, яка не змочується рідиною, утвориться опуклий меніск; він дасть силу, яка напрямлена вниз і яка, отже, знижує рівень рідини.

Виведемо залежність між поверхневим натягом α рідини, її густиною D, радіусом r трубки і висотою h стовпчика, що піднявся в трубці. Нехай рідина „цілком змочує" стінки трубки (як вода — скляну трубку); отже, в місці зустрічі з трубкою поверхня рідини є дотичною до поверхні трубки. Цей дотик має місце по контуру, довжина якого є $2\pi r$; завдяки поверхневому натягу контур буде розвивати силу $2\pi r\alpha$, і ця сила, прикладена до стовпчика, буде зрівноважувати силу його ваги, яка дорівнює $\pi r^2 hDg$, де g — прискорення тяжіння.

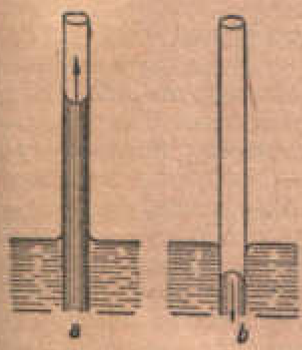


Рис. 226. Стрілками показано сили, з якими поверхневий шар діє на стовпчик рідини, що міститься під ним.

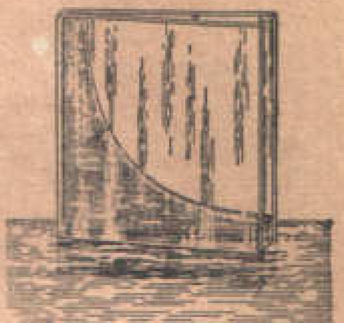


Рис. 227.

Отже,

$$2\pi r\alpha = \pi r^2 hDg,$$

звідки

$$h = \frac{2\alpha}{rDg}.$$

Ми довели, що висота капілярного підняття пропорціональна поверхневому натягові і обернено пропорціональна радіусові трубки і густині рідини.

Вимірювання капілярного підняття є одним з простих способів визначення величини α.

На рис. 227 зображено капілярне підняття рідини між двома пластинками, які утворюють двогранний кут. Неважко зміркувати, що рідина, яка піднялася, буде зверху обмежена гіперболою; асимптотами цієї гіперболи будуть ребра двогранного кута і лінія, що лежить на рівні рідини в посудині.

§ 190. Поверхнево-активні речовини. Ми знаємо (§ 187), що вільна енергія рідкої поверхні прагне набути якнайменшого значення. Ця вільна енергія, як ми бачили, виражається добутком поверхневого натягу на величину поверхні; кожний з цих множників прагне зменшитися, оскільки це можливо. Нам відомі випадки, коли зменшується поверхня; тепер ми ознайомимося з випадком, коли зменшується поверхневий натяг рідкого тіла.

[1] Грецьке meniscos — предмет місяцеподібної форми.

Вода має досить великий поверхневий натяг (близько 70 *дин/см* при кімнатній температурі); поверхневий натяг інших рідин звичайно значно менший (близько 20 — 40 *дин/см*). Припустимо, що ми домішали до води іншу рідину з меншим поверхневим натягом. Тоді молекули цієї другої рідини замінять собою молекули води у поверхневій плівці, яка й буде складатися головне (а, можливо, і цілком) з молекул домішаної речовини. Ясно, що тоді вільна енергія зменшиться на значну величину.

Речовина, яка, будучи домішана до рідини, зменшує поверхневий натяг цієї рідини, називається поверхнево-активною щодо цієї рідини.

Звичайний приклад поверхнево-активної речовини являє мило. Вода, в якій розчинено мило, вкрита поверхневою плівкою, що цілком складається з молекул мила. Мильні плівки, з якими проводять стільки гарних дослідів, складаються з тонкого шару води, обкладеного з обох боків ніби шкірками з молекул мила; цим і зумовлюється міцність такої плівки.

Рис. 228. „Лангмюірівський частокіл“ на поверхні розчину.

Розміщення молекул мила у поверхневій шкірці дуже своєрідне. Треба сказати, що молекула мила, яка має досить складний хемічний склад (наприклад, $C_{18}H_{35}KO_2$), являє ніби довгий ланцюжок з атомів вуглецю, що оточений по всій його довжині атомами водню і закінчується з одного боку маленьким пучком з трьох атомів водню, з другого боку — групою з атомів кисню і калію (або натрію). Обидва ці кінці поводяться різно щодо інших атомів або молекул: водневий пучок дуже „слабкий“ — він не виявляє помітного притягання до інших атомів; навпаки, киснево-калієвий (або натрієвий) кінець дуже „сильний“ — він енергійно притягується, наприклад, до атомів водню, які входять до складу води. В результаті виявляється, що молекули мила, так би мовити, стоять на поверхні води, занурюючись у неї своїм „сильним“ або, як кажуть, полярним кінцем. (Напрошується порівняння з хлібними колосками на полі.) Товщина поверхневої шкірки дорівнює довжині однієї молекули (близько 10^{-7} *см*). Така будова поверхневої шкірки показана схематично на рис. 228.

Протилежно до поверхнево-активних речовин, багато речовин (цукор, різні солі) збільшують поверхневий натяг води. Якщо на чистій водній поверхні плаває легкий, незмочуваний нею порошок (тальк, лікоподій) або уламок сірника і якщо поблизу доторкнемся до поверхні води куском цукру, то тільця, які плавають, притягуються до цукру в наслідок того, що підсолоджена вода має більший поверхневий натяг, ніж чиста (якби ж замість цукру доторкнутися куском мила, то тільця, які плавають, навпаки, віддалялися б від нього).

Контраст у поводженні речовин, які знижують поверхневий натяг води, і речовин, які підвищують його, приводить до того, що речовина другої категорії, будучи додана до водного розчину поверхнево-активної речовини, виштовхує ще нові кількості цієї останньої речовини на поверхню. А тому в техніці миловаріння додають сіль до мильного розчину, щоб виділити з нього мило (така операція називається „висолюванням“). Етиловий ефір має дуже невеликий поверхневий натяг (при кімнатній температурі 16 *дин/см*) і тому щодо води є поверхнево-активним. Якщо достатню кількість ефіру домішати до води, то насамперед вода виштовхне на поверхню шар ефірних молекул у вигляді поверхневої шкірки. Але через слабкість притягання між молекулами ефіру і молекулами води тут нема потреби вдаватися до висолювання, щоб відокремити ефір від води: рідина сама поділиться на два різко відмежовані шари, при чому у верхньому шарі буде ефір з домішкою малої кількості води, а в нижньому шарі — вода з домішкою невеликої кількості ефіру.

§ 191. Краєвий кут. Зробимо досить правдоподібне припущення, що поверхневий натяг мають і тверді тіла. На рис. 229 W є стінка посудини, зроблена з речовини 1, яка змочується рідиною 2; а тому рідина біля стінки посудини піднята. Над рідиною, припустимо, міститься повітря 3. У точці A сходяться три речовини: 1, 2 і 3; тут діють по різних напрямах три поверхневі натяги: α_{12}[1]), α_{13} і α_{23}. Останній з них діє по дотичній до лінії перерізу поверхні рідини площиною рисунка, утворюючи кут φ з поверхневим натягом α_{12}; це так званий краєвий кут.

Рис. 229.

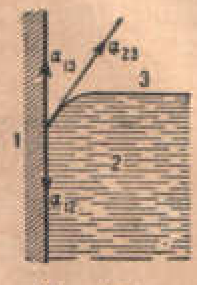


Рис. 230.

Розглянемо, як повинна поводитися частинка рідини A під діянням зазначених трьох сил (на дію тяжіння ми не зважаємо). Горизонтальна складова сили α_{23} зрівноважується притяганням A до стінки; вертикальна ж складова, яка дорівнює $\alpha_{23}\cos\varphi$, складається з силою α_{12}. Частинка A буде у рівновазі, якщо

$$\alpha_{23}\cdot\cos\varphi+\alpha_{12}=\alpha_{13}.$$

Звідси визначається краєвий кут φ, під яким рідина межує з стінкою посудини:

$$\cos\varphi=\frac{\alpha_{13}-\alpha_{12}}{\alpha_{23}}. \tag{10}$$

Рівняння справедливе і для випадку незмочуючої рідини (рис. 230), але тут кут φ — тупий, бо в цьому разі $\alpha_{12}>\alpha_{13}$.

Якщо маємо змочуючу рідину, вираз для φ має зміст тільки тоді, коли він менший одиниці, тобто коли $\alpha_{13}-\alpha_{12}<\alpha_{23}$. Інакше не може бути рівноваги, і частинка рідини безперервно рухається вгору. У цьому випадку говорять, що рідина „цілком змочує" тверде тіло.

З виразу для φ виходить далі, що краєвий кут залежить від природи речовин 1, 2 і 3 і від температури. Якщо, наприклад, нахиляти стінку посудини, то краєвий кут від цього не змінюється. Отже, теорія пояснює і форму краплі, яка лежить на горизонтальній площині. Якщо тверда підставка змочується рідиною, то крапля набуває форми, зображеної на рис. 231a; якщо ж підставка не змочується, то утворюється форма краплі, зображена на рис. 231b, де краєвий кут — тупий.

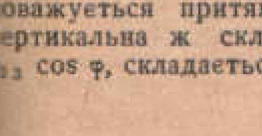


Рис. 231a. Крапля змочуючої рідини.

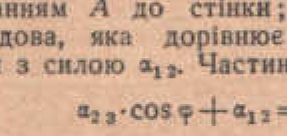


Рис. 231b. Крапля незмочуючої рідини.

Якщо рідина цілком змочує підставку, то крапля не утворюється, а рідина розтікається по всій поверхні. Це буває, приміром, з краплею води на абсолютно чистій скляній пластинці. Але звичайно скляна пластинка буває більш або менш вкрита жиром; цим місцям відповідає вимірний краєвий кут, який перешкоджає дальшому розтіканню краплі.

Якщо в одній точці зустрічаються повітря і дві рідини, як, наприклад, на краю масляної краплі, що плаває на воді (рис. 232), то й тут три поверхневі натяги α_{12}, α_{13} і α_{23} дають одну рівнодійну. Ця рівнодійна перетворюється на нуль, якщо жодний з окремих натягів не більший суми двох інших. Навпаки, якщо, наприклад, $\alpha_{13}>\alpha_{12}+\alpha_{23}$, то молекули, які перебувають на краю краплі, необмежено переміщуються в напрямі поверхневого

[1]) Читається: „альфа один — два".

натягу α_{13}. Інакше сказати, крапля необмежено розтікається по поверхні рідини 1. Якщо, приміром, на воді плаває оливкове масло, то $\alpha_{13}=73$ *дин/см*, $\alpha_{23}=32$ *дин/см* і $\alpha_{12}=20$ *дин/см*. Отже, тут поверхневий натяг на границі повітря і води більший суми обох поверхневих натягів, які має масло як відносно повітря, так і води; ми будемо тому мати необмежене розтікання краплі. Товщина масляного шару дійде розмірів однієї молекули (приблизно 10^{-8} *см*), а потім шар почне розпадатися. Якщо ж вода забруднена, то її поверхневий натяг стає меншим, і тоді на поверхні може залишитися велика масляна крапля, після того як по воді поширився дуже тонкий шар масла.

Рис. 232. Масляна крапля на воді.

§ 192. Флотація. На неоднаковій величині молекулярного притягання одного до одного різних речовин (що, між іншим, виявляється в неоднаковому змочуванні різних твердих тіл різними рідинами), а також на впливі домішки різних солей на поверхневий натяг розчинника базуються ф л о т а ц і й н і[1]) процеси, які відограють дуже важливу роль у техніці збагачення різних руд і у відокремленні різних металів один від одного.

Основну схему флотації дає такий дослід. Треба взяти дві маленькі порожнисті скляні кульки, які були б трохи важчі за витискувану ними воду; одна з кульок трохи важча за другу. Поверхню важчої кульки треба покрити тонким шаром жиру (досить покачати кульку між пальцями). Якщо потім опустити цю кульку в склянку з водою, яка містить досить багато розчиненого газу (для цього придатна содова вода), то на кульку почнуть осідати у великій кількості газові бульбочки, які, кінець-кінцем, піднімуть кульку на поверхню води. Другу, легшу, кульку треба чисто помити милом; опущена в ту саму воду, вона буде ввесь час залишатися на дні.

На практиці флотаційний процес здійснюється так. Руда, яка складається почасти з цінних металів і сполук металів з іншими елементами (як пірит FeS_2, свинцевий блиск PbS і т. д.), частково з нічого не вартих кам'яних порід (вапняк, кварцит і т. ін.), розмелюється на порошок (розмір крупинок 0,1—0,01 *мм*); потім цей порошок збовтують (мішалкою або струменем стиснутого повітря) з водою і з невеликою кількістю якоїнебудь маслянистої речовини, нерозчинної у воді.

При збовтуванні ця сумішка вбирає велику кількість дрібних повітряних бульбочок, які разом з рідкими складовими частинами сумішки утворюють піну; ця піна рівномірно перемішана з твердими частинками. Якщо тепер цю пінисту сумішку залишити в спокої, то кам'янисті частинки і металічні частинки починають поводитися по-різному. Перші краще змочуються водою, ніж маслом; тому вони поступово осядуть на дно посудини, яка містить піну. Металічні ж частинки краще змочуються маслом, ніж водою; завдяки масляній плівці, яка покриває ці частинки, вони міцно прилипають до повітряних бульбочок і разом з ними поступово випливають на поверхню, не зважаючи на свою велику питому вагу. Отже, розділення частинок руди зроблено.

Якщо розділювана руда містить кілька металів, то, вводячи у ванну невелику кількість тих або інших хемічних речовин, можна добитися того, щоб випливали вгору тільки частинки, які містять певний метал; таким чином легко поділити дану сумішку на частини, з яких кожна буде містити лише один метал.

Флотацію застосовують також для розділення сумішок неметалічних речовин. Повна теорія флотаційних процесів ще не створена; її розробляють тепер. Видатне місце тут займають праці нашого радянського вче-

---

[1]) Від французького flotter — п л а в а т и.

ного П. А. Ребіндера і його співробітників. Схема одного з флотаційних апаратів показана на рис. 233. У камері R пульпа (тобто скаламучена у воді подрібнена порода) перемішується гвинтовими мішалками r, які швидко обертаються і засмоктують у пульпу великі кількості повітря; піна, що утворюється, переходить у лійкоподібні посудини S, де кам'яна порода може спокійно осісти на дно, а частинки руди, що випливли на поверхню, переходять поступово через A в устоювальні посудини. Через a вводяться масло і хемічні речовини.

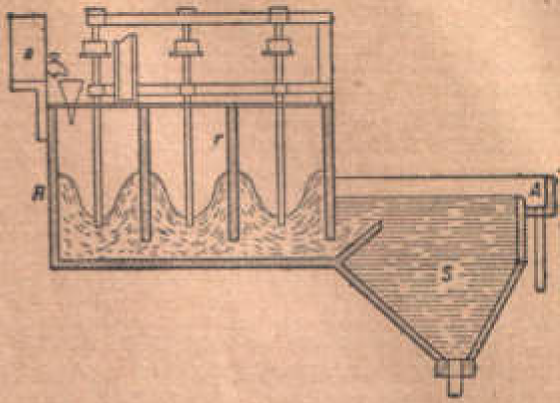


Рис. 233. Схема флотаційного апарата.

§ 193. Термічна дисоціація. За законом рівномірного розподілу енергії (§ 151) на кожний степінь вільності в газі припадає в середньому кількість енергії, яка дорівнює $\frac{1}{2}kT$. В газах з многоатомними молекулами, де, крім поступних і обертальних рухів молекули, є ще коливні рухи атомів у молекулі, енергія цих коливань буде при підвищеній температурі зростати пропорціонально цій температурі. А тому при достатньому підвищенні температури многоатомного газу якась частина його молекул буде зруйнованою, розбитою на простіші молекули. Так, молекула пернітрат-ангідриду N_2O_4 при підвищенні температури розпадається на дві молекули азотIV-оксиду NO_2; збільшення числа молекул у газі одразу виявляється в зміні його густини щодо стандартного газу (повітря або водню).

Зміна хемічного складу речовини, що є результатом розпаду її молекул на простіші, називається взагалі дисоціацією[1]). Оскільки дисоціація відбувається в наслідок підвищення температури (як при N_2O_4), вона називається термічною. Інші особливо характерні випадки термічної дисоціації: при нагріванні водяної пари приблизно до 1000° C значний процент її дисоціює на водень і кисень; у парі сірки при температурі нижче 800° C є молекули S_8, а при температурах вищих молекула S_8 розпадається на три молекули S_2; з допомогою вольтової дуги вдалося розбити двоатомні молекули водню H_2 на одноатомні H (так званий „атомний водень").

Нема сумніву, що взагалі всякий многоатомний газ при достатньому підвищенні температури дисоціює; один із наслідків цієї дисоціації є ненормальне збільшення теплоємності газу C_v [2]).

Якщо, підвищивши температуру газу і добившись так його дисоціації, ми почнемо потім повільно знижувати температуру до вихідної точки, то виявиться, що роз'єднані частини початкових молекул поступово знову сполучилися, тобто газ повернувся до початкового стану. Це значить, що процес дисоціації є процес „оборотний".

Термічної дисоціації можуть зазнавати також рідкі і тверді тіла. Класичним прикладом останнього роду є дисоціація кальцій-карбонату $CaCO_3$ (крейда, мармур, вапняковий шпат) на твердий кальцій-оксид CaO і вуглекислий газ CO_2; при цьому заслуговує на увагу ось що: якщо речовини, які беруть участь у процесі, поміщені в замкнену оболонку і нагріті вище

[1]) Латинське dissociatio — роз'єднання.

[2]) Додаткова витрата теплоти має тут дві підстави: 1) доводиться витрачати тепло, еквівалентне роботі руйнування молекули на простіші, і 2) поступово збільшується число степенів вільності.

температури 450° C (при якій починається дисоціація кальцій-карбонату), то при кожній даній температурі розклад відбувається лише доти, поки тиск вуглекислого газу не досягне деякої цілком певної величини; якщо потім температура не змінюється, то і тиск газу залишається на найвищому досягнутому рівні: настає „рівновага". Тиск газу, який виділився, є (зростаючою) функцією температури. Якщо $CaCO_3$, CaO і CO_2 перебували в рівновазі при температурі t і тиску p і якщо ми, не змінюючи температури, накачаємо туди ж додаткову кількість вуглекислого газу, то тиск спершу підвищиться, а потім повільно спаде до свого вихідного значення p; це означає, що кількість CO_2, яка дорівнює введеній зовні, сполучилася з CaO і дала $CaCO_3$. Ці явища аналогічні тим, які мають місце в системі, що складається з рідини і пари (§ 157).

§ 194. Електролітична дисоціація. Цілком чиста вода не проводить електричного струму. Водень-хлорид HCl (як взагалі гази) теж є непровідником електричного струму. Якщо ж розчинити у воді якусь кількість водень-хлориду, то утворений розчин буде добре проводити електрику.

Можна було б замінити у попередньому прикладі водень-хлорид якоюнебудь іншою речовиною (твердою, рідкою або газоподібною), що належить до великого класу так званих „електролітів"[1]).

Електролітами називаються неорганічні солеподібні речовини (солі, кислоти і основи), які мають властивість при розчиненні у воді надавати їй електропровідності.

Проходження струму через розчин електролітів супроводиться виділенням на електродах складових частин електроліту (електроліз[2]).

Електропровідність розчинів електролітів і явища електролізу пояснюються тим, що вже при самому розчиненні електроліту у воді деякі з його молекул розпадаються на частини, заряджені протилежними електриками (при чому, звичайно, протилежні заряди, які з'явилися, однакові абсолютною величиною). Цей процес називається е л е к т р о л і т и ч н о ю д и с о ц і а ц і є ю; частини, на які розпалася молекула, називаються і о н а м и[3]).

Зрозуміло, що коли в розчин електроліту опустити електроди, з'єднані з батареєю, то позитивні іони почнуть рухатися до негативного електрода і, віддавши йому свій заряд, будуть виділятися на ньому; так само негативні іони будуть виділятися на позитивному електроді.

Водень-хлорид HCl, розчиняючись у воді, дає іони H^+ і Cl^-; подібно до цього натрій-хлорид $NaCl$ дисоціює на Na^+ і Cl^-. Сульфатна кислота H_2SO_4 дає іони H^+, H^+ і $SO_4^{=}$; мідний купорос $CuSO_4$ дає Cu^{++} і $SO_4^{=}$. Їдкий натр $NaOH$ дисоціює на Na^+ і OH^-; гідрат кальцій-оксиду $Ca(OH)_2$ дає іони Ca^{++}, OH^- і OH^-.

Металічні атоми і атоми водню у формі іонів мають позитивний заряд і тому виділяються на негативному електроді (катоді).

§ 195. Кінетика випаровування. Нехай якась кількість води або іншої рідини, перебуваючи на відкритому повітрі, поступово випаровується. Це значить, що молекули рідини проникають крізь її границю і змішуються з молекулами повітря, дифундуючи в ньому. Але ми знаємо, що між молекулами рідини діють досить значні притяжні сили; щоб будьяка молекула A змогла вирватися з сфери притягання інших молекул і вилетіти з рідини, вона повинна мати особливо велику складову швидкості по напряму, перпендикулярному до границі рідини, а мірою того, як ця молекула A підлітає до границі і, нарешті, перетинає останню, її швидкість значно зменшується (подібно до руху артилерійського снаряда, яким хочуть вистре-

---

[1]) Грецьке lyo — р о з к л а д а ю.
[2]) Грецьке lysis — р о з к л а д.
[3]) Грецьке ion — і д у ч и й.

лити по вертикальному напряму з тим, щоб він, подолавши земне притягання, не повернувся на землю; для цього він повинен мати дуже велику початкову швидкість). Отже, рідина, випаровуючись, втрачає молекули, що мають найбільшу швидкість, а тому середня кінетична енергія її молекул мірою випаровування буде меншати: рідина буде охолоджуватися.

Теоретично, проте, важливішим є той випадок, коли випаровування відбувається всередині замкненого простору (об'єм якого, проте, може бути змінюваний), і до того ізотермічно, тобто температура простору, який містить рідину і газову атмосферу над нею, підтримується незмінною (із зазначеного очевидно, що для цього доведеться надати рідині теплоти; це — так звана захована теплота паротворення).

Ми знаємо (§ 157), що для даної рідини при даній температурі тиск насиченої пари має цілком певну величину (ця величина, за законом Д а л ь т о н а, майже не залежить від того, чи домішано до пари якийнебудь сторонній газ, аби цей газ не діяв хемічно на рідину і не розчинявся в ній у надто великій кількості). Цілком певну величину при даній температурі буде мати також густина насиченої пари; отже, і число молекул в одиниці об'єму пари буде при даній температурі цілком певним.

А тому, якщо трохи збільшити об'єм, що його займає рідина і пара (як це буває, наприклад, під час руху поршня в паровій машині, коли пара з котла входить у циліндр), то спершу число молекул в одиниці об'єму пари трохи зменшиться (пара трохи відійде від насиченого стану), але одразу ж нова кількість молекул перейде з рідини у простір над нею, і стан насичення відновиться; настане „рівновага" рідини і пари. Проте, ця рівновага має особливий характер: вона є не статичною, а с т а т и с т и ч н о ю, або, як інакше говорять, р у х о м о ю. Справа в тому, що поряд з вилетами молекул з рідини в атмосферу пари буває і зворотний процес, процес попадання молекул з атмосфери пари всередину рідини: яканебудь молекула *B*, яка надто близько підійшла до рідкої поверхні і летить надто повільно, може бути увібрана рідиною в наслідок притяжної дії молекул рідини (тоді як друга молекула *C*, що підлетіла до рідкої поверхні з більшою швидкістю і відбилася за законами пружного удару, уникає такого вбирання).

Чим вища температура рідини, тим більша середня кінетична енергія її молекул і тим більше знайдеться в ній таких молекул, які через велику швидкість свого руху зможуть проскочити через границю рідини і пари. Звідси зрозуміло, що з підвищенням температури збільшується тиск насиченої пари, а так само збільшується її густина.

Звичайне спостереження показує, що різні рідини відзначаються дуже неоднаковою „летючістю": так, спирт більш леткий, ніж вода, а ефір — більш, ніж спирт. Справа в тому, що при кімнатній температурі (20°) тиск насиченої пари води становить лише 17,4 *мм*, тим часом як спирту 44 *мм*, а ефіру 440 *мм*. У свою чергу, якщо рідина при даній температурі дає велику кількість пари, то, значить, притяжні сили між її молекулами порівняно слабкі; взаємне притягання молекул води велике, у спирту воно менше, а в ефіру ще менше.

Раніше припускалося, що поверхня, яка відокремлює рідку фазу від пароподібної фази, плоска, отже, молекула, що проникає з однієї фази в іншу, скажемо, по вертикальному напряму, витрачає завжди однакову кількість енергії на те, щоб прорвати поверхневу плівку рідини, незалежно від того, чи переходить молекула з рідини в пару чи з пари в рідину. Інакше буде, якщо поверхня рідини є вгнутою або опуклою (§ 189). Справа в тому, що пробивання кривої поверхні потребує різної витрати роботи, залежно від того, чи напрямлена вибиваюча сила з опуклого боку поверхні, чи з її вгнутого боку; і легко зміркувати, що в другому випадку на це потрібно значно менше роботи, ніж у першому випадку[1]). А тому, якщо рідка фаза обмежена вгнутим меніском, то перехід молекул з рідини в пару утруднюється, а перехід молекул з пари в рідину,— навпаки, полегшується. В наслідок цього *тиск насиченої пари над угнутою рідкою поверхнею буде менший, ніж був би над плоскою поверхнею при тій самій температурі*, і чим більша кривизна вгнутого меніска, тим більше знизиться тиск пари.

Якщо маємо опуклу рідку поверхню (наприклад, коли рідка фаза являє краплю або кілька рівних крапель), тиск пари, зрозуміло, буде підвищений порівняно з тиском пари над плоскою поверхнею; чим більша кривизна поверхні (приміром, чим менший радіус крапель), тим більший буде тиск пари.

Дуже цікавий випадок, коли рідка фаза складається з крапель різного радіуса. Над дрібними краплями тиск пари буде більший, ніж над великими, а тому пара буде переміщатися силою свого тиску від дрібних крапель до великих; на великих вона буде конденсуватися, а на дрібних утворюватися знову. В результаті великі краплі будуть зростати коштом дрібних. Це явище легко спостерігати, дихнувши кілька разів на холодне скло і потім слідкуючи (неозброєним оком або через лупу), як поводитимуться краплі, які утворюються. Аналогічне явище відбувається в природі при конденсації атмосферної вологи.

§ 196. Сублімація твердого тіла. Є немало твердих кристалічних речовин, які, будучи залишені на відкритому повітрі, більш або менш швидко звітрюються. Загальновідомі приклади: нафталін, камфора. Таку ж властивість має лід, а тому мокра білизна, повішена на мороз і, таким чином, спершу зледенівши, через деякий час буде сухою: лід випарувався. Для нафталіну, камфори, льоду тиск пари над твердою речовиною може бути легко виміряний; з другого боку, багато твердих речовин не виявляють помітного звітрювання і не дають вимірного тиску пари, але все таки ми маємо повну підставу припускати, що у всякій твердій речовині хаотичний рух молекул або атомів приводить до того, що час від часу то той, то інший атом відривається з поверхні тіла і летить в навколишню газову атмосферу (а іноді, навпаки, вловлюється твердим тілом з цієї атмосфери).

Випаровування твердої речовини має назву сублімації[2]). Закони сублімації цілком аналогічні законам випаровування рідин. Теплота сублімації відповідає сумі теплоти топлення і теплоти паротворення. Подібно до того, як процесові паротворення відповідає зворотний процес — конденсація пари в рідину, так процесові сублімації теж відповідає зворотний процес — конденсація пари в твердий стан.

§ 197. Рівновага у потрійній точці. У § 195 був пояснений молекулярний механізм рухомої рівноваги системи, яка складається з рідини і пари. Рівновага такої системи можлива при різноманітних температурах, які не перевищують, проте, критичної температури (§ 157). Чим вища температура, тим більші тиск і густина насиченої пари, а, значить, і число молекул, які пролітають за одиницю часу через одиницю поверхні, що розмежовує рідину і пару. Відкладаючи для певної речовини температури T на осі абсцис, тиски p — на осі ординат (рис. 234), ми дістанемо геометричне місце точок, які відповідають рівновазі рідини і пари, у вигляді

---

[1]) Неважко вказати ряд явищ, які підходять під наведене правило. Склепіння витримує дуже великі навантаження, не зазнаючи небезпеки руйнування, але те саме склепіння легко може бути зруйноване силою, яка діє зсередини його, тобто з угнутої поверхні на опуклу. Щоб розбити шкаралупу яйця, ми ударяємо по ньому твердою річчю з помітною силою, а новонароджене курчатко легко руйнує ту саму шкаралупу своїм слабким м'яким носиком через те, що діє зсередини.

[2]) Від латинського sublimis — високо піднятий.

кривої PK, при чому K—критична точка. Крива PK називається **кривою паротворення**.

Для тієї самої речовини будемо розглядати явище рівноваги між твердою і рідкою фазою (тут знову таки число молекул, які проходять за одиницю часу з твердої фази в рідку, дорівнюватиме числу молекул, які проходять за той самий час з рідини в тверду фазу). Геометричним місцем точок рівноваги твердої і рідкої фаз буде крива BP, що її називають **кривою топлення**; вона іде майже вертикально, бо треба дуже змінити тиск, щоб температура топлення речовини трохи змінилася.

Крива паротворення і крива топлення обов'язково зустрічаються одна з одною. Точка зустрічі P характеризується цілком певними значеннями температури і тиску; отже, вона відповідає рівновазі. Але в цій точці до складу нашої системи входять, між іншим, тверда фаза і пароподібна фаза. Значить, ці дві фази перебувають тут у рівновазі (тобто з твердої фази в пару переходить за одиницю часу стільки ж молекул, скільки з пари в тверду фазу).

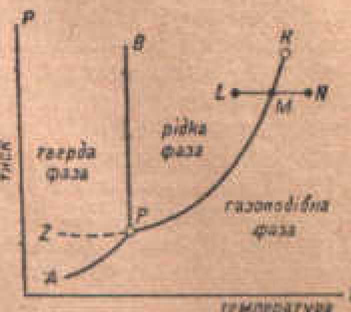


Рис. 234.

Крива AP є **крива сублімації**, тобто геометричне місце точок, які відповідають рівновазі твердої і пароподібної фаз; очевидно, що вона повинна проходити через точку P. Точка P є єдина спільна точка наших кривих; вона називається **потрійною точкою**, бо тільки тут ми маємо рівновагу трьох фаз. Щодо пунктирної кривої PZ, яка є продовженням кривої паротворення PK, то вона відповідає рівновазі переохолодженої рідини і її пари; рівновага тут малостійка.

§ 198. Зниження тиску пари над розчином. Одна з найхарактерніших властивостей твердого стану речовини полягає в тому, що тверде тіло чинить опір проникненню в нього іншого тіла. А тому, якщо ми притиснемо одну до одної, наприклад, мідну пластинку і пластинку вапнякового шпату, то навіть через довгий час ми не помітимо проникнення частинок міді в мінерал і проникнення частинок мінералу в мідь. Проте, ми знаємо (§ 181), що деякі тверді речовини здатні дифундувати одна в одну; це, очевидно, треба пояснити тим, що *притягання частинок речовини I до частинок речовини II більше, ніж притягання частинок I одна до одної, а також більше, ніж притягання частинок II одна до одної*. Так само можна пояснити, чому деякі рідини змішуються між собою, тоді як інші не змішуються, або чому дана рідина розчиняє деякі тверді речовини, а інших не розчиняє. Ми побачимо, що наша гіпотеза пояснює цілий ряд явищ, розуміння яких без того являло б труднощі.

Розчинимо у воді якунебудь нелетку тверду або рідку речовину і почнемо вимірювати тиск водяної пари над таким розчином. *Цей тиск завжди буде меншим порівняно з тим, який був би над чистою водою при тій самій температурі.*

Так, тиск водяної пари над чистою водою при 70° становить 233,7 *мм* ртутного стовпа; якщо ж приготувати розчин з 100 *г* води і 53 *г* цукру, то при 70° тиск насиченої пари над таким розчином буде лише 228 *мм*, тобто на 5,7 *мм* менше, ніж над чистою водою.

Цей процес відбувається так, ніби розчинена речовина перешкоджає молекулам розчинника (наприклад, молекулам води) вилітати з розчину в газову атмосферу. З погляду зробленої вище гіпотези це зрозуміло: молекули розчинника притягуються до молекул розчиненої речовини сильніше, ніж до інших молекул того ж розчинника; і через те, що розчинена речовина (як ми припустили) не може перейти в газову атмосферу, то і для молекул розчинника утруднюється можливість такого переходу; зменшується число молекул розчинника в одиниці об'єму газоподібної фази, а, отже, зменшується і тиск пари.

Для слабких розчинів Рауль знайшов такий закон:

Зниження тиску пари над розчином при даній температурі прямо пропорціональне числу молекул розчиненої речовини, яке міститься в одиниці об'єму розчину, і не залежить від хемічного складу цих молекул [1].

Ця незалежність зниження тиску пари від хемічної природи розчиненої речовини дуже цікава; причина цього явища пояснена в § 202.

Відзначимо одно явище, пояснюване зниженням тиску пари. Якщо взяти речовину, яка у великих кількостях розчиняється у воді, і приготувати міцний розчин її, то тиск пари над розчином легко може стати меншим за тиск водяної пари, яка фактично є в повітрі; в такому разі розчин, залишений на повітрі, не тільки не буде випаровуватися, а, навпаки, кількість води в ньому буде збільшуватися за рахунок вологи, яка надходить з повітря. Неочищена кухонна сіль нерідко „розпливається", ніби притягуючи вологу з повітря; це пояснюється наявністю домішаного до солі магній-хлориду $MgCl_2$, що якраз має описану вище властивість.

§ 199. Підвищення температури кипіння розчинів. Нехай ми нагріли розчин до температури T, при якій чистий розчинник закипів би. Через те що тиск пари над розчином не досягає тієї величини, яка відповідає насиченню, кипіння не настає; щоб воно настало, треба підвищити температуру до $T+\Delta T$. Наприклад, якщо $7\frac{1}{2}$-процентний розчин калій-хлориду у воді нагріти до 100°, то тиск водяної пари над розчином буде тільки 734,1 *мм* (над чистою водою було б 760 *мм*). Щоб даний розчин закипів під атмосферним тиском, його треба нагріти майже до 101°.

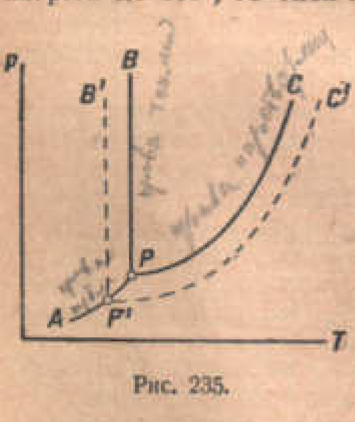


Рис. 235.

Підвищення точки кипіння розчину під даним тиском прямо пропорціональне числу молекул розчиненої речовини, яке міститься в одиниці об'єму, і не залежить від хемічної природи розчиненої речовини (закон Рауля; цей закон справедливий тільки для слабких розчинів).

§ 200. Зниження точки замерзання розчинів. На рис. 235 P є потрійна точка чистого розчинника; в ній сходяться: крива сублімації AP, крива топлення BP і крива паротворення CP. З § 198 і 199 легко зрозуміти, що крива паротворення для розчину (тобто крива рівноваги розчину і пари) буде йти приблизно як $C'P'$; отже, у P' вона зустрінеться з кривою сублімації. Звідси виходить, що P' для розчину буде відогравати роль потрійної точки; тут перебуватимуть у рівновазі розчин, його пара і вимерзаючий з розчину чистий розчинник (в разі водних розчинів — лід) [2].

[1] Часто формулюють цей закон так: зниження тиску пари над розчином при даній температурі пропорціональне концентрації розчину і не залежить від хемічної природи розчиненої речовини. Під „концентрацією" розчину звичайно розуміють число граммолів розчиненої речовини в одному літрі розчину. Той самий закон для слабких розчинів повніше виражається такою формулою:

$$\frac{p_0-p}{p_0}=\frac{n}{N},$$

де p_0 — тиск над чистим розчинником при даній температурі, p — тиск над розчином при тій самій температурі, n — число граммолекул розчиненої речовини в одиниці об'єму розчину, N — число граммолекул розчинника в тій самій одиниці об'єму.

[2] При замерзанні більшості розчинів кристали, які виділяються, складаються з чистого розчинника.

З цього, далі, виходить, що рівновага розчину з льодом повинна мати місце по кривій, яка проходить через P', тобто по якійсь кривій $B'P'$. Через те ж що ця крива лежить лівіше кривої BP, ми бачимо, що *при даному тиску температура топлення (або, однаково, замерзання розчину) знижується порівняно з температурою топлення (замерзання) чистого розчинника.* Отже, наявність розчиненої речовини ніби заважає замерзанню (приклад: морська вода замерзає при нижчій температурі, ніж прісна).

Для слабких розчинів Р а у л ь знайшов такий закон:

Зниження точки замерзання розчину пропорціональне числу молекул розчиненої речовини, яке міститься в одиниці об'єму розчину, і не залежить від хемічної природи цієї речовини. На зниженні точки замерзання розчинів грунтується готування охолоджуючих сумішок. Так, додаючи до подрібненого льоду достатню кількість кухонної солі, можна знизити температуру сумішки навіть до —21°.

§ 201. Про застосування законів Рауля до розчинів електролітів. Якщо розчинена речовина — електроліт, то його молекули розщеплені на іони (§ 194). Виявляється, що для розчинів електролітів закони Р а у л я дійсні лише при умові, що під „числом молекул" розчиненої речовини ми будемо розуміти загальне число іонів, які виникають в наслідок дисоціації, і молекул, що залишилися недисоційованими. Дослідне встановлення цього останнього факту історично якраз було причиною, що змусила вчених визнати електролітичну дисоціацію чимось безсумнівним (§ 378).

§ 202. Осмотичний тиск. Якщо суху, зморхлу ізюминку кинути у воду, ягода набрякає, стає кулеподібною; вона напружена подібно до оболонки гумового м'ячика. Вміст ягоди залишився в ній, та, крім того, всередину увійшла вода, очевидно, з деяким напором.

В даному разі оболонка ягоди являє собою перетинку, проникну для води і малопроникну для цукру та інших речовин, які містяться всередині ягоди. Подібні перетинки або перегородки називаються н а п і в п р о н и к н и м и.

Напівпроникні перегородки часто трапляються в рослинному і тваринному світі, де їх значення дуже велике. Їх можна також виготовляти штучно.

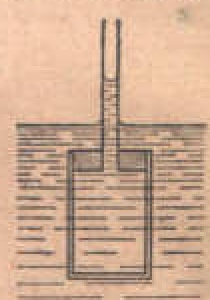


Рис. 236.

Нехай маємо склянку з напівпроникними стінками, які пропускають молекули розчинника (наприклад, води), але зовсім не пропускають молекул розчиненої речовини (наприклад, цукру); склянка закрита корком, крізь який пропущено скляну трубку. Наповнивши склянку водним розчином цукру, занурімо її в чисту воду (рис. 236). Через деякий час ми побачимо, що рідина в трубці буде підніматися, поки не зупиниться на певному рівні. Стовпчик, що піднявся, звичайно, робить на розчин певний тиск. Ми бачимо, що *розчин повинен перебувати під деяким тиском для того, щоб у нього не проникали нові кількості чистого розчинника.*

Цей тиск називається о с м о т и ч н и м[1]) тиском.

Вимірювання осмотичного тиску привели до надзвичайно цікавого результату. Позначимо літерою π осмотичний тиск, літерою V — той об'єм розчину, в якому міститься один моль розчиненої речовини, літерою R — універсальну газову сталу і літерою T — абсолютну температуру розчину: тоді (для розчинів не дуже міцних) виявляється:

$$\pi V = RT.$$

[1]) Терміном „осмос" (грецьке osmos — н а п і р) позначається взагалі процес змішування двох рідин, розділених перегородкою.

Це рівняння формально тотожне з рівнянням Клапейрона; виражений цим рівнянням закон природно тлумачити так:

при невеликій концентрації розчиненої речовини ця речовина підлягає законам Маріотта і Ге-Люсака, тобто поводиться як ідеальний газ; з цього погляду π у попередній формулі є не що інше, як парціальний тиск розчиненої речовини; отже, цей парціальний тиск дорівнює осмотичному тискові розчину.

Примітка. Для пояснення вкажемо аналогічне співвідношення з області газів. Перегородка з металу паладію непроникна для азоту, але проникна для водню. Тому, якщо уявимо замкнений циліндр, поділений на два відділи легкорухомим поршнем з паладію, при чому з одного боку поршня вміщено азот, а з другого — водень, то водень проникає крізь поршень; в наслідок цього поршень починає пересуватися від азоту до водню. Для рівноваги поршня треба буде прикласти до нього в сторону азоту силу, яка дорівнює парціальному тискові азоту (при цьому водень, для якого атмосфера азоту, за законом Дальтона, рівносильна пустоті, буде розподілений рівномірно по всьому циліндру).

Водень аналогічний розчинникові, азот — розчиненій речовині; сила, яка зрівноважує поршень, являє осмотичний тиск.

Це тлумачення було вперше запропоновано Вант-Гоффом.

Тепер ми можемо наочно пояснити підняття стовпчика рідини в осмотичному досліді (рис. 236). Молекули розчиненої речовини, як і молекули газу, натрапляють на непроникну для них поверхневу плівку рідкого стовпчика і відбиваються від неї; звідси виникає сила, яка змушує цю плівку, подібно до поршня, рухатися вгору. Через те ж що плівка тягне за собою і ввесь стовпчик, то, кінець-кінцем, сила тиску молекул розчиненої речовини зрівноважується вагою стовпчика. З допомогою рівняння $\pi V = RT$ легко обчислити осмотичний тиск для якого завгодно розчину. Нехай, наприклад, в 1 *л* міститься 0,1 *г-моля* розчиненої речовини, яка не є електролітом (наприклад, цукру), при температурі 23° C. В такому разі V дорівнює 10 *л/г-моль*, і осмотичний тиск

$$\pi = \frac{RT}{V} = \frac{0{,}082 \cdot 300}{10} = 2{,}46\ am.$$

Ми бачимо, що осмотичний тиск не залежить від хемічної природи ні розчинника, ні розчиненої речовини, якщо ця речовина не є електролітом.

Якщо ж розчинена речовина належить до класу електролітів, то треба взяти до уваги застереження в § 201.

Тепер нам легше зрозуміти причину зниження тиску пари над розчином нелеткої речовини. Молекули розчиненої речовини, натрапивши на поверхневу плівку і відбившись від неї, стикаються з молекулами розчинника, які рухаються назустріч їм, тобто по напряму до плівки; частина цих молекул змогла б прорвати поверхневу плівку й вилетіти в атмосферу пари, але зустрічними молекулами розчиненої речовини вона відкидається вниз. А тому число молекул у парі і, значить, тиск пари зменшується.

Через те що зниження тиску пари над розчином і осмотичний тиск зводяться до тієї самої причини, між величиною осмотичного тиску і величиною раніше описаних явищ повинен існувати зв'язок. І справді, досліди показує, що для слабких розчинів відносне зменшення $\frac{p_0 - p}{p_0}$ тиску пари[1]), підвищення точки кипіння і зниження точки замерзання прямо пропорціональні осмотичному тискові.

§ 203. Абсорбція. Газ, який не діє хемічно на рідину, може, проте, вбиратися нею при дотиканні до неї. Таке явище називається абсорбцією[2]).

---

[1]) Літерою p_0 позначено тиск насиченої пари над чистим розчинником, а літерою p — тиск пари над розчином (при тій самій температурі).

[2]) Від латинського absorbeo — вбираю.

Для конкретності уявимо собі, що на дні закритої посудини є вода, а над водою — газоподібний кисень. Деякі молекули кисню будуть проникати у воду і блукати між її молекулами; інші молекули кисню будуть, навпаки, вилітати з рідини в газову атмосферу над нею. Якщо вода і кисень перебувають у рівновазі, то число молекул кисню, що переходять за одиницю часу з газоподібної фази в рідку, буде дорівнювати числу молекул, що переходять за той самий час з рідкої фази в газоподібну.

Якщо тиск кисню збільшимо вдвоє, то число молекул кисню, які мають шанси бути вбіраними рідиною, збільшиться вдвоє (якщо вбірана раніше кількість молекул газу не така велика, щоб перешкоджати дальшому вбиранню його).

Звідси випливає встановлений дослідом закон Генрі: *при не дуже великих тисках газу абсорбована кількість газу (при даній температурі) пропорціональна тискові його.*

Легко зміркувати, що оскільки справедливий закон Генрі, абсорбований при даній температурі даною кількістю рідини об'єм газу буде при всякому тиску виражатися тим самим числом. Наприклад, 1 об'єм води вбирає при 15° C 1 об'єм вуглекислого газу[1]), 0,03 об'єму кисню, 0,014 об'єму азоту і т. ін. Числа ці, віднесені до 1 об'єму вбираючої рідини, називаються коефіцієнтами абсорбції.

Подібно до того, як у системі рідини і її насиченої пари підвищення температури сприяє переходові молекул з рідкої фази в пароподібну, так у системі рідини і газу, нею абсорбованого, підвищення температури сприяє переходові молекул газу з рідини в газоподібну фазу; це значить, що з підвищенням температури коефіцієнт абсорбції зменшується. А втім, багато металів являють виняток з цього правила.

Здатністю води абсорбувати при зниженій температурі і підвищеному тиску значну кількість вуглекислоти широко користуються для виготовлення шипучих напоїв.

Відомо, що при поступовому нагріванні води з неї виділяється щораз більш і більш газових бульбашок; це є наслідок зменшення коефіцієнта абсорбції. Кип'ятінням можна зовсім звільнити воду від абсорбованих нею газів.

Із сумішки газів рідина вбирає таку кількість кожного газу, яка відповідає його парціальному тискові (закон Дальтона). А тому кількість вбираної вуглекислоти не зростає, якщо в простір, який вона займає над водою, накачати, скажемо, повітря.

Тверді метали теж мають здатність вбирати гази. Так, платина, залізо й інші метали в розжарювальному вогні вбирають водень, а залізо легко вбирає також вуглецьII-оксид CO; гази ці задержуються металами і після охолодження металів (це явище називається оклюзією[2]).

§ 204. Адсорбція. З абсорбцією не слід змішувати адсорбцію[3]). Явище адсорбції полягає (в найхарактернішому випадку) ось у чому. Коли тверде тіло оточене газовим середовищем, на його поверхні утворюється найтонший шар ущільненого газу, який ніби прилипає до тіла. Якщо тіло має багато дрібних пор (приклад: деревне вугілля) або являє собою тонкий порошок, то кількість „адсорбованого" газу на одиницю маси тіла може бути дуже велика. Наприклад, самшитове вугілля вбирає такий об'єм амоніаку, який у 90 раз перевищує його власний об'єм; воно вбирає 55 об'ємів водень-сульфіду і 9 об'ємів кисню. Свіжоприготоване кизілеве вугілля (застосовуване для готування пороху), будучи розтерте

[1]) Приклад вуглекислого газу тут не цілком підходить, бо вуглекислий газ вступає в хемічну сполуку з водою; з цієї ж причини були б ще менш підходящими приклади амоніаку, хлору, водень-хлориду.

[2]) Від латинського occludo — замикаю.

[3]) Від латинських слів ad — до і sorbeo — вбираю.

в порошок, часто само від себе займається. Причиною цього є те, що при адсорбції вугіллям кисню молекулярні сили притягання виконують роботу; при цьому має місце перехід потенціальної енергії в кінетичну молекулярну енергію, а це супроводиться підвищенням температури, достатнім для займання[1]).

Здатністю свіжоприготованого порошкоподібного вугілля сильно адсорбувати гази користуються у вакуумтехніці для видалення решток повітря з пустотних приладів.

Адсорбційна здатність деревного вугілля дуже зростає при особливому його обробленні, наприклад, сильному випалі при наявності водяної пари; таке вугілля називають „активованим"; воно вживається як у техніці, так і у військовій справі — для виготовлення протигазів.

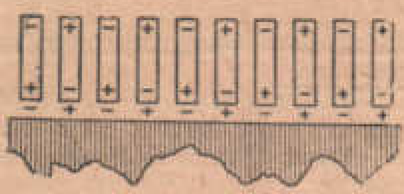


Рис. 237.

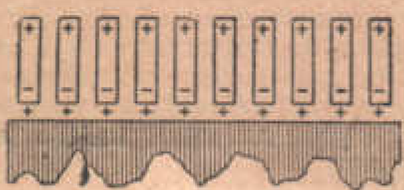


Рис. 238.

Вугілля здатне також адсорбувати рідкі і розчинені речовини. Приміром, фільтруючи рідини через порошок деревного вугілля (або збовтуючи з ним), можна видаляти з них органічні фарби, наприклад, індиго, лакмус. Органічні речовини, розчинені у питній воді, також адсорбуються деревним вугіллям, але воно швидко втрачає свою активність.

Для пояснення адсорбції було запропоновано кілька теорій (Лангмюіром, Ейкеном, Б. В. Ільїним, Полані). Одна з цих теорій, розвинена Лангмюіром і Б. В. Ільїним, полягає ось у чому.

Подібно до того як і в рідини (§ 186), у твердого тіла ряди частинок, що лежать на самій поверхні, перебувають в особливому стані внаслідок того, що вони з одного боку не мають сусідів. Кожний позитивний електричний заряд, який входить до складу якогонебудь атома, є джерелом силових ліній, а кожний негативний — „стоком" цих ліній (§ 299). Силова лінія, яка має один свій кінець на атомі, розміщеному всередині тіла, обов'язково має другий кінець на якомунебудь із сусідніх атомів; але в атомів, які лежать на поверхні, справа інша: тут деякі силові лінії виявляються „ненасиченими", тобто їх другий кінець не примикає ні до якого атома даного тіла. Такі силові лінії є ніби вудками, з допомогою яких тіло виловлює з навколишнього газового середовища окремі молекули (з яких кожна має позитивні і негативні електричні заряди) і притягує їх до себе, встановлюючи їх так, щоб до заряду, який лежить на поверхні, безпосередньо примикав протилежний йому заряд притягнутої молекули.

На рис. 237 і 238 схематично показано адсорбований шар газу на поверхні твердого тіла. Ця поверхня показана заштрихованою; знаками + і — показано заряди атомів, які лежать на поверхні. Рис. 237 відповідає випадкові, коли заряди того і другого знака чергуються, рис. 238 — випадкові, коли всі заряди однойменні. Газові молекули для простоти розглядаються як „диполі", тобто кожній молекулі приписується тільки два заряди або „полюси".

Притягуючи газові молекули до поверхні твердого тіла, електричні сили виконують роботу; в наслідок у системі виділяється еквівалентна кількість теплоти. Це — так звана „теплота адсорбції". Ця теплота досить

[1]) Так само пояснюється самозаймання деяких дрібнорозпорошених речовин, наприклад борошняного пилу, якщо велика кількість його суспендована в повітрі (такі випадки трапляються на великих млинах).

значна: вона становить кілька тисяч малих калорій на кожний моль адсорбованого газу.

На основі щойно зазначених електростатичних уявлень В. В. Тарасов вивів формулу, яка зв'язує мольну теплоту адсорбції з діелектричною сталою адсорбованого газу. Виявляється, що із збільшенням однієї з цих величин збільшується і друга. Дослід підтверджує таку залежність.

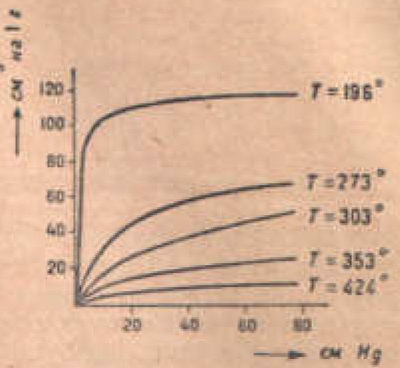


Рис. 239. Ізотерми адсорбції вугаскислоти на вугіллі.

Коли тверде тіло досить довгий час перебуває в атмосфері газу, то між адсорбованим і вільним газом встановлюється статистична (рухома) рівновага. Кількість газу Γ, адсорбованого кожним квадратним сантиметром справжньої поверхні адсорбента, залежить від температури і тиску. При збільшенні тиску кількість адсорбованого газу зростає (проте, вона зростає повільніше, ніж слід було б зростати за законом Генрі); при підвищенні температури кількість адсорбованого газу швидко меншає (рис. 239).

Залежність адсорбції від тиску газу наближено підлягає формулі, встановленій Лангмюіром („ізотерма адсорбції"):

$$\Gamma = \Gamma_\infty \frac{p}{p+b}.$$

З цієї формули виходить, що при малих тисках $p \ll b$ виправдується закон Генрі: $\Gamma = \frac{\Gamma_\infty}{b} \cdot p$; а при великих тисках $p \gg b$ досягається якась границя адсорбції: $\Gamma = \Gamma_\infty = \text{const}$.

Знаючи кількість газу Γ, адсорбованого 1 *см*², можна визначити справжню поверхню адсорбента; так знайдено, що 1 *г* вугілля (вживаного в техніці для адсорбції), через велику пористість, має справжню поверхню, яка дорівнює приблизно 100 квадратним метрам.

РОЗДІЛ X.

ТЕРМОДИНАМІКА.

§ 205. Емпірична база термодинаміки. Термодинаміка [1]) черпає свій зміст дедуктивним методом з кількох законів фізики, встановлених з повною достовірністю дослідним шляхом. Усі її висновки є тому так само достовірними, як і закони, покладені в її основу (звичайно, припускаємо, що в ході міркувань не було допущено будьякої логічної або обчислювальної помилки).

Тепер емпірична база термодинаміки складається з двох основних і одного допоміжного законів. Термодинаміка як самостійна наука виникла тоді, коли були відкриті два основні її закони. Ми будемо називати їх тому принципами термодинаміки. Третій закон (так званий тепловий закон Нернста) був встановлений порівняно недавно і є фундаментом лише для деяких додаткових розділів термодинаміки [2]). Перший і другий принципи термодинаміки можуть бути сформульовані так.

I принцип. *Неможливе виникнення або знищення енергії.*

II принцип. *Неможливий процес, єдиним результатом якого було б перетворення теплоти на роботу.*

§ 206. Неможливість перпетуум мобіле першого і другого роду. Сформулюємо ці принципи інакше, щоб відразу стало очевидним їх значення для техніки. З цією метою введемо уявлення про вічний двигун (перпетуум мобіле) першого і другого роду.

Двигун, який, повторюючи довільне число раз той самий процес, був би здатний виконувати роботу в кількості більшій, порівнюючи з тією кількістю енергії, яку він вбирає зовні, — інакше сказати, двигун, який сам би породжував енергію, називають перпетуум мобіле першого роду.

Під назвою перпетуум мобіле другого роду розуміють такий *тепловий двигун, який, повторюючи довільне число раз той самий процес, був би здатний цілком перетворювати на роботу все тепло, почерпуване ним у будьякого тіла або тіл*, що відограють роль джерел тепла (не потребуючи, отже, інших тіл, що служать для стоку теплоти, не перетвореної на роботу).

Приміром, якби можна було винайти таку парову машину, яка все тепло, взяте з котла, повнотою перетворювала б на роботу і не потребувала б, отже, ні холодильника, ні будьякого тіла, що замінює холодильник [3]), — то ця машина була б перпетуум мобіле другого роду.

[1]) Слово „термодинаміка" походить від грецького therme — теплота і грецького dinamis — сила. Беручи до уваги історію походження слова „термодинаміка", це слово треба розшифровувати так: „наука про сили, зв'язані з теплом" (але зовсім не про рух тепла; вивчання явищ теплопровідності і законів руху тепла не входить у завдання термодинаміки). Про предмет термодинаміки сказано в § 208.

[2]) Тепловий закон Нернста визначає властивості тіл при дуже низьких температурах і має головним чином застосування в хемічній термодинаміці.

[3]) У парових машин холодильником служить конденсатор або (у менш економічних машинах) атмосферне повітря.

Обидві ці машини з погляду потреб людини є особливо привабливими. Якби було збудовано перпетуум мобіле першого роду, людству вже не треба було б більше дбати про паливо, хемічна енергія якого перетворюється в двигунах внутрішнього згорання і в парових машинах на енергію механічну, не треба було б споруджувати греблі на річках для гідросилових установок.

Якби було збудовано перпетуум мобіле другого роду, ми оволоділи б невичерпними природними джерелами теплоти. Простий розрахунок показує, що з допомогою перпетуум мобіле другого роду ми могли б, перетворюючи взяту у води океанів теплоту на роботу, приводити в рух машини всіх заводів, які є по всіх країнах світу, і тільки через 1700 років помітили б, що температура води в океанах знизилася на одну соту градуса.

Була безліч спроб збудувати перпетуум мобіле. Це нікому не вдалося. Чи випадковість це? Чи не слід продовжувати і посилити спроби?

Відповідь на ці запитання дають два принципи термодинаміки.

I принцип говорить: *перпетуум мобіле першого роду неможливе.*

II принцип говорить: *перпетуум мобіле другого роду неможливе.*

Двигуни з описаними властивостями можуть існувати тільки в нашій фантазії; у реальному бутті їм нема місця. Спроби їх здійснити приречені на безплідність. Зусилля треба скерувати не на їх здійснення, а насамперед на те, щоб зрозуміти, чому такі двигуни неможливі.

§ 207. Взаємовідношення статистичної механіки, молекулярної фізики і термодинаміки. Всі тіла побудовані з частинок — молекул, атомів, електронів, малість яких важко собі уявити. Молекула води приблизно в стільки ж разів менша краплі, у скільки разів крапля менша земної кулі. Всі частинки речовини зв'язані силами взаємодіяння і перебувають у безперервному русі. Напрям їх польоту, їх швидкості, їх співударяння, зчеплення їх в агрегати, вибухи цих агрегатів і інші події цього мікросвіту [1]) випадкові. Але в природі нема явищ, які не були б підпорядковані закономірностям. Випадковими подіями керують свої закони і насамперед закон в е л и к и х ч и с е л.

У великих агрегатах молекул вирівнюються випадкові події, і з „хаосу" мікросвіту закономірно народжується упорядкований хід явищ у макросвіті [2]) (статистична закономірність). Це один з найяскравіших прикладів діалектики природи.

Існують три шляхи для вивчання статистичних закономірностей у фізиці.

Перший шлях: наочно уявляють собі картину подій, які відбуваються в мікросвіті, і з допомогою законів механіки і теорії імовірностей наперед визначають, як відіб'ється невпорядкованість мікросвіту на ході процесів, доступних безпосередньому спостереженню. Це — шлях с т а т и с т и ч н о ї м е х а н і к и.

Другий шлях — постійне поєднання теорії з дослідом: на основі фізичних і хемічних дослідів з допомогою здогадів намічають закономірності, які мають статистичний характер; потім мобілізують увесь арсенал наших знань, щоб пояснити, як виявлені закономірності виникають із взаємодій і рухів елементарних частинок речовини. На основі створених так тимчасових і ще далеко недосконалих теорій планують нові серії дослідів для уточнення раніш знайдених закономірностей і для виявлення нових фактів. Це — шлях м о л е к у л я р н о ї ф і з и к и.

Третій шлях своєрідний. Він належить т е р м о д и н а м і ц і. З великого числа здобутих дослідом істин вибирають тільки дві - три, зате най-

[1]) Умовимося під „мікросвітом" розуміти світ молекул, атомів, електронів і т. ін.

[2]) „Макросвіт" — це світ тіл, досить великих щодо розміру порівняно з розміром молекула.

достовірніших, основних за своїм значенням і загальністю, а потім методом строгого логічного виведення наслідків з них встановлюють багато окремих закономірностей, які дозволяють точно визначити наперед хід різних процесів і властивості різноманітних речовин.

§ 208. Предмет термодинаміки. Які ж саме факти становлять предмет термодинамічного дослідження? Історично термодинаміка виникла в результаті вимог, поставлених до фізики теплотехнікою. Але вона давно переросла ці вимоги. Тепер поняття „теплота" і „робота" відограють у термодинаміці хоч і важливу роль, все ж вони ні в якій мірі не визначають предмету термодинаміки.

Предметом термодинаміки служать усі ті факти (об'єкти і явища) фізики й хемії, що являють собою статистично-закономірний результат подій, які відбуваються в мікросвіті.

Типовими прикладами фактів, які підлягають термодинамічному дослідженню, є: дифузія і взагалі невпорядковане проникнення молекул однієї речовини в гущу молекул іншої (розчинення, абсорбція); охолодження і нагрівання, які супроводяться зміною інтенсивності руху окремих елементарних частинок речовини; хемічні реакції; кристалізація, топлення, випаровування і т. ін.

Отже, предмет термодинаміки, статистичної механіки і молекулярної фізики — той самий. Ці три науки споріднені, розвиваються паралельно, але методи їх глибоко різні.

§ 209. Обмеження термодинаміки. Область термодинаміки обмежена щодо розмірів досліджуваних тіл, а саме, розміри досліджуваних тіл повинні бути достатньо великими, щоб було забезпечене вирівнювання випадкових подій мікросвіту. Цій вимозі задовольняють, проте, навіть дуже малі з нашого погляду тіла, бо вже в одній шпильковій головці міститься молекул більше, ніж відер води у Каспійському морі. Однак в результаті прогресу експериментальної техніки (мікроскопи, ультрамікроскопи і т. д.) нашому вивчанню стали доступними крупинки речовини, які складаються з порівняно невеликого числа частинок. Зрозуміло, що для вияснення властивостей кожної такої крупинки, взятої окремо, закони статистики вже непридатні. А тому до таких крупинок речовини не можна застосувати і законів термодинаміки (що випливають з II принципу).

Властивості великого агрегату частинок (властивості „цілого") не є простою сумою властивостей окремих молекул (властивостей складових частин). На якійсь стадії наростання числа частинок в агрегаті народжується нова „якість"[1]). Термодинамічні закони (які випливають з II принципу), незастосовні до окремих молекул і ультрамікроскопічних крупинок речовини, на якійсь стадії скупчення молекул вступають у свої права.

Отже, термодинаміка вивчає процеси, які відбуваються тільки в тілах скінченних (не елементарно малих) розмірів.

§ 210. Поняття „тіло" і „стан тіла". Поняття „тіло" у термодинаміці має зміст, можливо, протилежний тому, який в нього вкладає геометрія. Коли в термодинаміці ми говоримо „тіло", ми розуміємо предмет, зовнішній вигляд якого, форма, колір нам уявляються неістотними: ми цим словом позначаємо *речовину, яка заповнює певний об'єм*, ми зв'язуємо з ним не зорове, як у геометрії, а скорше дотикове враження.

Під словом „тіло" ми розуміємо воду, повітря, залізо, кам'яну сіль, ртуть або якунебудь іншу речовину, взяту в певному об'ємі, яка характеризується деякою пружністю, густиною, степенем нагрітості і ін-

---

[1]) Поняття „якості" у філософії означає всю сукупність основних невід'ємних властивостей предмета, в силу яких цей предмет ми виділяємо з ряду інших. За означенням Гегеля: „Якість є нерозривна з конкретним буттям означеність".

шими безпосередньо або посередньо встановленими фізичними ознаками, які мають об'єктивну міру.

Якщо всі ці ознаки в усіх частинах тіла однакові, ми говоримо про тіло, що воно **фізично однорідне**. Тіло може бути **фізично неоднорідним** щодо густини, щодо пружності, степеня нагрітості, степеня наелектризованості, намагніченості і т. д.

Якщо тіло являє **сумішку** (саме сумішку, а не хемічну сполуку) кількох речовин, то, — якою б тонкою ця сумішка не була, нехай буде це навіть розчин або стоп,— ми говоримо, що це тіло **хемічно неоднорідне**. Так, повітря хемічно неоднорідне, бо являє сумішку кисню з азотом, аргоном і іншими газами. Вода — хемічно однорідна, бо хоча вона і складається з водню та кисню, але тут вони перебувають у хемічному сполученні, а не в сумішці.

Всі ознаки, які характеризують тіло і мають об'єктивну міру, як от: густина, пружність, степінь нагрітості, степінь наелектризованості, процентне співвідношення між кількостями різних речовин, з яких складається тіло, і т. д.,— називають **термодинамічними параметрами стану тіла**.

Коли змінюється хоча б одна з ознак, хоча б навіть тільки в одній невеликій ділянці тіла, говорять, що стан тіла змінюється. Отже, **термодинамічний стан тіла** визначається сукупністю усіх тих ознак (параметрів), що характеризують усі ділянки тіла, які будьчим відрізняються одна від одної.

Стан тіла[1]) може бути змінений нагріванням, охолодженням, стиском, зміною форми (якщо тіло опирається зміненню форми), впливом електричних і магнітних сил і т. д.

Термодинамічний стан залізного прута змінюється, якщо загартувати його, або зігнути, розтягнути, або намагнітити, або просто опустити один його кінець у холодну воду.

Встановивши відповідні умови щодо вибору одиниць і способів вимірювання параметрів, ми дістаємо змогу характеризувати стан тіла зазначенням числових значень параметрів, при чому для того, щоб стан тіла був цілком визначений, треба вказати числове значення всіх параметрів для всіх ділянок тіла.

§ 211. Рівноважні і нерівноважні стани. Розрізняють рівноважні і нерівноважні стани тіла.

Ми говоримо, що *тіло перебуває в рівноважному стані, якщо всі ознаки, які характеризують його (без впливу зовні будьяких процесів), в усіх ділянках тіла будуть залишатися незмінними скільки завгодно довго.*

Тут, отже, дві вимоги, які повинні виконуватися одночасно: поперше, параметри, які характеризують стан тіла, повинні залишатися незмінними в часі; подруге, повинні бути відсутніми процеси (процеси, а не сили), які зовні підтримують цю незмінність параметрів. Якщо хоча б одна з зазначених вимог не виконується, ми говоримо, що тіло перебуває в нерівноважному стані.

Отже, ми повинні назвати стан тіла нерівноважним, якщо параметри змінюються. Ми повинні назвати його нерівноважним і тоді, коли параметри хоча й залишаються незмінними, але ця незмінність їх підтримується будьяким процесом, який зовні впливає на тіло.

Наприклад, термодинамічний стан залізного прута, один кінець якого нагрівають, а другий охолоджують, може бути станом „стаціонарним" (незмінним), але він не є станом рівноважним.

---

[1]) Ми будемо часто, розуміючи „термодинамічний стан тіла", говорити просто „стан тіла".

§ 212. Поняття „фаза" в термодинаміці. *Фізично однорідне тіло або сукупність кількох тотожних за складом тіл, які перебувають у тотожних рівноважних станах, у термодинаміці коротко позначається словом „фаза"* [1]).

При цьому припускається, що кожне з тіл однорідне щодо всіх параметрів свого стану (густина, пружність, температура і т. д.).

Ми, отже, називаємо тіло фазою, якщо певні, що, поділивши тіло яким завгодно способом на довільне число частин (не надмірно малих), виявимо тотожність стану всіх частин.

Візьмемо воду, в якій плаває кусок льоду. В даному разі ми маємо дві фази. Якщо в ній плаває кілька кусків льоду, поняття тверда фаза слід відносити до всіх кусків разом.

Та сама речовина, наприклад, вода, може мати кілька твердих фаз, які відрізняються одна від одної кристалічною структурою. Відомо п'ять модифікацій льоду. Змінюючи температуру льоду і збільшуючи при цьому тиск до кількох тисяч і десятків тисяч атмосфер, можна послідовно діставати кожну з цих модифікацій.

§ 213. Параметри — об'єм і тиск. Основні фізичні і хемічні властивості не залежать від розміру тіл (якщо виключити з зіставлення надзвичайно малі крупинки речовини). А тому загальна м а с а тіла для термодинаміки не має значення. Уявлення про загальну масу тіла, що є основним для механіки, в термодинаміці поступається місцем перед уявленням про густину.

Г у с т и н о ю тіла називають відношення маси тіла до його об'єму або, інакше, масу, яка міститься в одиниці об'єму. Приміром, густина заліза 7,8 *г/см*^{3} (при нормальній температурі).

У термодинаміці часто доводиться мати справу з зміною густини тіл як з результатом стиску, нагрівання і т. ін. При цьому звичайно маса досліджуваного тіла згідно з умовами досліду залишається незмінною, і густина змінюється тільки у зв'язку із зміною об'єму тіла. Через те ж, що густина є відношення маси тіла до його об'єму, зміна густини спричинюється в зазначених випадках зміною знаменника цього відношення.

А тому зручніше розглядати не густину, а обернене їй відношення: відношення об'єму тіла до маси. Цю величину, вимірювану об'ємом, що його зайнято одиницею маси, називають п и т о м и м о б'є м о м і звичайно позначають літерою v. Числове значення питомого об'єму дорівнює, очевидно, одиниці, поділеній на числове значення густини. Звичайно питомий об'єм визначається числом кубічних сантиметрів, зайнятих одним грамом маси. Наприклад, питомий об'єм заліза $v = 0{,}128$ *см*^{3}/*г*.

Часто кількість речовини вимірюють у граммолекулах. Граммолекулою називають кількість речовини, яка містить число грамів, що дорівнює величині її молекулярної ваги. Наприклад, граммолекула води містить 18 *г*, бо молекулярна вага води дорівнює 18. Замість „граммолекула" прийнято скорочено говорити м о л ь. Об'єм, зайнятий одним молем, називають мольним об'ємом (§ 145).

Безпосереднім предметом вивчання термодинаміки є процеси, які відбуваються в нерухомих тілах і в нерухомих системах тіл. Сили, які діють на ці тіла, повинні зрівноважуватися в центрі ваги. Вплив їх може полягати, отже, тільки у деформуванні тіл. А тому в термодинаміці, так само як і в теорії пружності, напруженість зовнішніх сил вимірюють т и с к о м, що його роблять сили на одиницю поверхні тіла (§ 65). Ми будемо позначати літерою p тиск, що його робить тіло на оболонку. Тиск p є величина алгебрична, він позитивний, коли тіло стиснуто і коли, таким

---

[1]) Те саме слово „фаза" вживають в ученні про коливання в зовсім іншому розумінні (§ 117).

чином, тиск напрямлений назовні; він негативний, коли тіло всебічно розтягнуте і коли, таким чином, сили, прикладені з боку тіла до розтягуючої його оболонки, напрямлені всередину.

§ 214. Температура. Найважливішим для термодинаміки параметром є температура (різниця температур). Температура як величина зобов'язана своїм існуванням законові великих чисел, який керує мікросвітом. Закон цей регулює хід теплових явищ і зумовлює особливий вид рівноваги — *теплову рівновагу тіл*.

Різницею температур ми називаємо міру відхилення тіл від стану теплової рівноваги одного з одним. Треба розрізняти температуру емпіричну t і температуру абсолютну T.

Емпіричною температурою ми називаємо міру відхилення тіла від стану теплової рівноваги з танучим льодом, який перебуває під тиском в одну фізичну атмосферу. Угодою, яка була прийнята Міжнародним комітетом мір і ваги у 1877 році, міра емпіричної температури була встановлена *пропорціонально приростові тиску водню, об'єм якого при нагріванні (абож при охолодженні) підтримують строго незмінним.* Цією угодою була встановлена так звана нормальна шкала емпіричної температури. Як одиницю температури взято градус Цельсія, визначуваний тією умовою, що танучому під атмосферним тиском льодові приписують температуру 0° С, а кип'ячій під атмосферним тиском воді — температуру 100° С. Відмінність між шкалою абсолютної температури (про неї докладніше будемо говорити нижче) і нормальною шкалою емпіричної температури полягає насамперед у тому, що абсолютна температура відлічується (теж у градусах Цельсія) від так званого абсолютного нуля, який лежить на 273,1 градуса нижче температури танення льоду (§ 149). З точністю до десятих часток градуса перевід температури з нормальної емпіричної шкали в абсолютну можна робити за простою формулою:

$$T \approx t + 273{,}1. \qquad (1)$$

§ 215. Температура як степінь нагрітості тіла. Часто можна чути твердження, що температура є степінь нагрітості тіла. Само по собі це твердження не помилкове, якщо під „степенем нагрітості" розуміють саме „температуру", тобто якщо розглядати наведену фразу як твердження, що два ці терміни рівнозначні — і тільки. Але, на жаль, багато хто вважає, що ця фраза роз'яснює, що таке температура; при цьому розуміють під степенем нагрітості відчуття, яке виникає при дотику до предмета.

Проте, виникає таке запитання (запитання, яке дозволяє уяснити саму суть справи): чи могли б ми виміряти температуру, якби тіло людини було несприйнятливим до відчуття тепла і холоду, як несприйнятливе воно до відчуття магнітних і електричних сил? Із сказаного у попередньому параграфі ясно, що безперечно могли б. Більше того, ніщо в наявних способах вимірювання температур не змінилося б. Уся справа в тому, що слова: „температура", „степінь нагрітості", так само як і багато інших, наприклад, „звук", „світло" і т. д., мають подвійний зміст: вони одночасно служать для позначення понять фізіологічних і фізичних.

Ми позбавлені здатності відчувати наелектризованість і намагніченість тіл. А тому вислови „степінь наелектризованості", „степінь намагніченості" ні в кого не викликають та й не можуть викликати уявлень, зв'язаних з інтенсивністю наших сприйнять. Але коли починають говорити про температуру, про степінь нагрітості, можуть легко опинитися в полоні звичного суто фізіологічного розуміння цих термінів. Це треба взяти до уваги і, займаючись питаннями фізики, змусити себе відійти від суб'єктивного розуміння температури.

§ 216. Про аналогію між температурою і потенціалом. Якби не існувало факту теплової рівноваги, то не існувало б і температури як величини фізичної. Тоді тепловий стан тіл для нас зробився б подібним до їх запаху і смаку, тобто ми могли б судити про нього, грунтуючись тільки на інтенсивності відчуттів тепла і холоду, як судимо тепер про степінь солодкості або гіркості тіла, про степінь його ароматності або смердючості і т. ін.

Фізика розглядає різні види рівноваги, наприклад, рівноваги тіл у полі тяжіння, рівноваги електричних зарядів на поверхні провідників і т. ін. Для характеристики степеня відхилення тіла від стану рівноваги служить поняття про „різницю рівнів". Це поняття іноді має геометричний зміст (різниця висот), але частіше енергетичний (різниця потенціалів).

Поняття „різниця рівнів" є універсальним, але конкретний його зміст неоднаковий для різних видів рівноваги.

У випадку теплової рівноваги „різницею рівнів" служить різниця температур. Тому між температурою і потенціалом існують деякі риси подібності. Але теплова рівновага за самою суттю своєю (статистичною своєю основою) відмінна від інших видів рівноваги і займає зовсім особливе місце в фізиці. Отже, аналогія між температурою і потенціалом поверхова. Всі справді важливі й цікаві властивості температури починаються там, де аналогія ця закінчується.

§ 217. Абсолютна температура. Особливо важливу роль відограє в термодинаміці поняття про так звану абсолютну температуру. Це поняття тісно зв'язане з суттю другого принципу термодинаміки. Раніше (до виникнення теорії квантів) можна було говорити, що абсолютна температура є величина пропорціональна енергії поступного руху молекул „ідеального" газу, тобто такого газу, молекули якого не взаємодіють одна з одною. З цього простого молекулярно-кінетичного розуміння абсолютної температури випливало (§ 149), що абсолютна температура T дуже просто зв'язана з емпіричною температурою t, виміряною за газовим термометром:

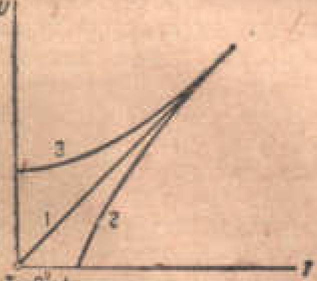


Рис. 240. Залежність внутрішньої енергії ідеального газу від абсолютної температури: за Максвеллом (1), за Бозе і Ейнштейном (2) і за Фермі (3).

$$T = t + 273{,}1.$$

З цього погляду абсолютна температура є та сама „газова температура", відлічена *не* від умовного нуля шкали Цельсія, а від абсолютного нуля, який на 273,1° C лежить нижче точки танення льоду. При цьому під абсолютним нулем можна було б розуміти ту температуру, при якій швидкість руху молекул газу стає зникаючо-малою.

Виявилося, що класична молекулярно-кінетична теорія містить у собі деякі суперечності з фактами. Це змусило Бозе й Ейнштейна (в одному напрямі) і Фермі (в другому) переглянути теорію ідеального газу. Вони прийшли при цьому до висновку, що при дуже низьких температурах енергія руху молекул ідеального газу не пропорціональна абсолютній температурі (рис. 240). Безпосереднього дослідного підтвердження цього висновку нема, але панує думка, що обидві ці теорії — і теорія Бозе-Ейнштейна і теорія Фермі — справедливі; перша — у випадку власне газу, друга — у випадку електронного газу.

Ясно, що сама постановка питання про відшукання співвідношення між абсолютною температурою і енергією руху молекул ідеального газу показує, що під абсолютною температурою розуміють величину, яка встановлена незалежно від наших уявлень про ідеальний газ.

Томсон (Кельвін) у 1848 році на основі другого принципу термодинаміки перший обґрунтував поняття абсолютної температури і вказав, як саме ця величина може бути виміряна без газового термометра. Цей метод був розвинений Клаузіусом. Не заглиблюючись у подробиці, спинятись на яких тут немає ніякої змоги, відзначимо, що для правильного розуміння абсолютної температури треба подолати великі труднощі. Справа в тому, що поняття абсолютної температури тісно зв'язане з другим не менш важливим, але, на жаль, теж важким для засвоєння поняттям „ентропія" (про нього ми будемо говорити нижче). Строго науковий шлях полягає ось у чому: насамперед треба роз'яснити суть другого принципу і на його основі, не користуючись газовими законами, встановити поняття про ентропію; потім треба показати, як поняття про ентропію приводить до уявлення про абсолютну температуру, і роз'яснити, як ця величина може бути вимірювана без газового термометра і чому наближено при не дуже низьких температурах вона дорівнює газовій температурі, відліченій від абсолютного нуля; при цьому уявлення про абсолютний нуль треба дати, не вдаючись до молекулярно-кінетичної картини газу.

В зазначеному напрямі відповідна наукова строгість і загальність були надані методові Кельвіна і Клаузіуса пізнішими авторами і особливо Дюгемом[1]). Аналогічний щодо задуму, але інший щодо способу міркування шлях обґрунтування понять ентропії і абсолютної температури був указаний у 1909 році Каратеодорі і критично розглянутий Т. А. Афанасьевою-Еренфест.

§ 218. Високі і низькі температури. Наведемо кілька чисел, які характеризують температурні інтервали, використовувані в техніці і спостережувані в явищах природи.

Температурний інтервал, властивий поверхні Землі (якщо зіставляти різні географічні широти), порівняно невеликий: приблизно 150° C, з однаковим відхиленням від 0° C в бік жару і в бік морозу. Інтервал температур, якими користується теплотехніка (перегріта пара) і холодильна техніка, разів у 4 ширший.

Техніка спалювання палива розширяє температурний інтервал у бік високих температур до 2000° C (полум'я дерева 1700°, гасове полум'я примуса близько 2000° C). Деякі хемічні реакції дають граничні температури, використовувані технікою: алюмотермічний процес (згорання алюмінію, змішаного у вигляді порошку з оксидами заліза коштом кисню, який міститься в оксидах) 3000° C; лангмюірівський процес (утворення молекулярного водню з атомного) 4000° C.

Рекордом високої температури є температура в 8000° C, досягнута Люмером з допомогою вольтової дуги, запаленої при тиску в 40 *ат*. А втім, на одну мить у лабораторних умовах можуть бути одержані температури ще вищі, якщо пропускати сильні електричні розряди (від батареї конденсаторів) через тонкі дротинки з тугоплавкого металу, які відразу випаровуються. Астрофізики визначають температуру випромінюючої поверхні зір від 3000 до 20 000°.

Найнижчою температурою, досягнутою в кріогенній лабораторії Лейденського університету, є температура в −272,2° C, яка менш ніж на 1° C відстоїть від границі низьких температур (від абсолютного нуля температури).

[1]) Російською мовою виклад цього методу є в курсі термодинаміки проф. М. А. Б и-[illegible]а (ГИЗ, 1928, стор. 36 — 84).

§ 219. Рівняння стану. Три основні параметри: об'єм, тиск і температура не незалежні. Вони зв'язані рівнянням, яке називають **рівнянням стану**:

$$f(p, v, T)=0. \tag{2}$$

Вид функціональної залежності між цими параметрами відшукується для кожної даної речовини дослідним шляхом. Це — важке завдання. Треба визнати, що навіть для речовин, які відограють важливу роль у техніці, рівняння стану, не зважаючи на численні лабораторні дослідження, досі ще не знайдено. Воно встановлене лише для газів, які перебувають у розрідженому стані, і в грубо наближеній формі — для деяких стиснутих газів.

Дослідним шляхом здобуто великий числовий матеріал, який характеризує зміну питомого об'єму рідин і твердих тіл при нагріванні і при стиску. Але в цих рядах чисел звичайно не вдається помітити прості закономірності.

Фізикою давно (вже близько ста років) поставлено завдання: **виходячи з уявлень про будову речовини**, знайти рівняння стану газоподібних, рідких і твердих тіл. Це завдання і по цей день не розв'язане. Його практичне значення для технічних розрахунків надзвичайно велике. Проблема ця цікавила багатьох. Є цілий ряд досліджень, виконаних найвидатнішими вченими, та, на жаль, без істотного успіху.

Задача порівняно легко розв'язується тільки в одному випадку — у випадку, коли віддалі між окремими молекулами тіла такі великі, що взаємодіяння молекул виявляється лише в момент співударяння молекул. Такою є картина розріджених газів. Для розрідженого газу рівняння стану знайдено (якщо температура газу не дуже низька, дістаємо рівняння **Клапейрона**; § 146).

Але коли при ущільненні газу і при конденсації його в рідину виявляється вплив сил взаємодіяння на рух молекул (викривлення траєкторій), то сформульоване вище завдання так ускладняється, що стає неможливим довести його до кінця, не вдаючись до сумнівних, спрощуючих викладки припущень. Не вдалось дістати навіть задовільно наближеного розв'язання питання (рівняння **Ван-дер-Ваальса** і інші є неточні; § 156—161). Крім математичних труднощів, є труднощі принципіальні. Головне, нам все ще невідомий закон, якому підпорядковані сили взаємодіяння молекул (невідомо, як при зближенні молекул зростають сили їх взаємного притягання і відштовхування; невідомо, як залежать ці сили від орієнтації молекул і від „температурної збудженості" молекул).

Проте, немає сумніву, що проблема рівняння стану колинебудь буде розв'язана. Оцінюючи сучасний стан питання, можна думати, що розв'язання її буде знайдене не методами статистичної механіки і молекулярної фізики (ці методи виявилися в даному разі непродуктивними через зазначені труднощі), а скорше методами термодинаміки, після того, звичайно, як удасться розширити емпіричну базу термодинаміки, приєднавши до двох її принципів нові істини, здобуті дослідом і суттю своєю зв'язані з зазначеною проблемою.

§ 220. Теплова одиниця енергії — калорія. За одиницю кількості тепла беруть ту кількість тепла, яка, будучи надана одному грамові води, спричиняє нагрівання води на 1°, а саме, підвищує температуру води від 19,5° C до 20,5° C. Ця кількість тепла має назву **20-градусної малої калорії**. В тисячу раз більшу кількість тепла, здатну нагріти один кілограм води на 1°, називають **великою калорією**. Кількість тепла, здатну нагріти одну тонну води на 1°, називають **термією**:

$$1 \text{ термія} = 1000 \text{ великих калорій} = 10^6 \textit{ м. кал.},$$

Погодження при визначенні калорії про те, щоб нагрівання робити від 19,5° C до 20,5° C, викликане тим, що кількість тепла, потрібна для нагрівання одиниці маси води на 1° залежить, як показали численні дослідження, від температури (рис. 241). Проте, залежність ця невелика, і в практичних розрахунках її можна не брати до уваги. З достатнім для звичайної мети степенем точності можна вважати, що n малих калорій нагрівають 1 *г* води на n градусів.

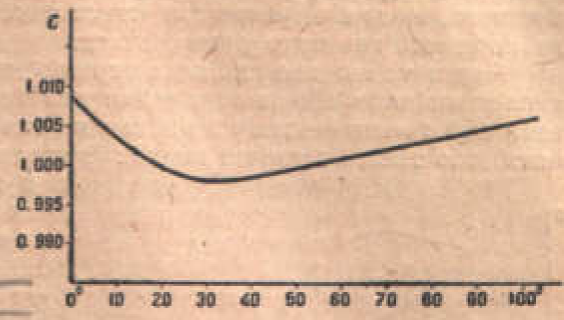


Рис. 241. Залежність теплоємності води від температури.

§ 221. Механічний еквівалент тепла і термічний еквівалент роботи. Завжди, коли відбувається перетворення тепла на роботу (наприклад, у теплових машинах), кожна велика калорія, що перетворилася на роботу, дає 427 кілограмметрів роботи. Число одиниць роботи (число кілограмметрів, число джоулів, число кіловатгодин або інших одиниць роботи), еквівалентне одній калорії, має взагалі назву механічного еквівалента тепла. За сучасним найточнішим вимірюванням:

механічний еквівалент малої калорії становить 4,186 джоуля.

Звідси виходить, що механічний еквівалент великої калорії, виражений у кілограмметрах, дорівнює приблизно 427 *кгм.*

Завжди, коли відбувається перетворення роботи на теплоту, замість кожного витраченого кілограмметра роботи виділяється приблизно $\frac{1}{427}$ великої калорії. Число калорій, еквівалентне одиниці роботи (одному кілограмметрові, одному джоулеві або іншій одиниці), має взагалі назву термічного еквівалента роботи. Термічний еквівалент одного джоуля становить 0,239 *м. кал*[1]).

У термодинамічних розрахунках доводиться в різних випадках користуватися різними одиницями енергії.

Співвідношення між тепловими і іншими одиницями енергії наводимо в такій таблиці:

1 термія еквівалентна 4,186 мегаджоуля або 427 000 кілограмметрів.
1 велика калорія еквівалентна 4,186 кілоджоуля або 427 кілограмметрам або 5688 силосекундам.
1 мала калорія еквівалентна 4,186 джоуля або 0,427 кілограмметра.
1 мегаджоуль еквівалентний 0,239 термії.
1 кілоджоуль еквівалентний 0,239 великої калорії.
1 джоуль еквівалентний 0,239 малої калорії.
1 кіловатгодина еквівалентна 860 великим калоріям.
1 ватгодина еквівалентна 860 малим калоріям.
1 кілограмметр еквівалентний $\frac{1}{427}$ (= 0,00234) великої калорії.
1 силогодина еквівалентна 633 великим калоріям.
1 вольтфарадей еквівалентний 23,06 великої калорії.
1 літратмосфера еквівалентна 24,21 малої калорії.

[1]) Часто розглядають механічний еквівалент тепла і термічний еквівалент роботи як числа, що мають якусь (дробову) розмірність. У цьому нема ніякої потреби. Енергію можна вимірювати з однаковим правом в одиницях роботи або в одиницях тепла. Ми будемо вважати, що теплота і робота мають однакову розмірність.

§ 222. Графічне зображення термодинамічного процесу. Візьмемо будь-яке тіло, наприклад, газ. Помістимо його в циліндр, непроникний для тепла, але який має теплопровідне дно, що може бути, проте, закрите заслінкою, теж непроникною для тепла (рис. 243). Коли тіло перебуває в рівноважному стані, навантаження на поршень повинне дорівнювати добуткові тиску газу p на площу поршня s. Збільшуючи навантаження на поршень, можна змусити газ стискатися; якщо зменшити навантаження на поршень, газ буде розширятися.

Через те що дно циліндра переміщенням заслінки може бути зроблене теплопровідним або непроникним для тепла, при бажанні можна здійснювати або тільки механічні впливи на газ (з витратою або виграшем роботи), або тільки термічні впливи (з наданням або відбиранням тепла), або ті й ті одночасно. Умовимося проводити процес дуже повільно, поступово змінюючи тиск і температуру. Тоді взяте нами тіло (скажімо, газ) буде проходити через ряд нескінченно близьких один до одного рівноважних станів, з яких кожний зображується точкою на діаграмі (p, v). Увесь процес зображується лінією, яка сполучає початковий стан C_0 з кінцевим станом C. Різним способам здійснення цього процесу (різним комбінаціям і чергуванням механічних і термічних впливів) будуть відповідати різні щодо форми лінії, проведені між точками C_0 і C (рис. 242).

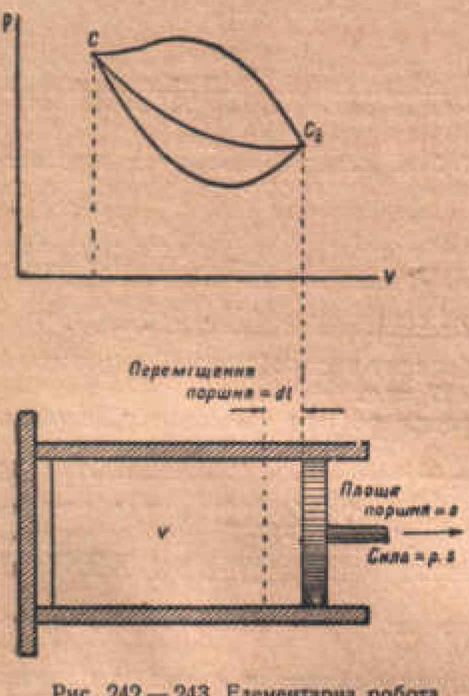


Рис. 242 — 243. Елементарна робота розширення $= pdV$.

§ 223. Робота розширення. Елементарна робота, виконувана тілом (скажімо, газом) при розширенні, дорівнює добуткові сили, яка діє на поршень, тобто величини $p \cdot s$, на нескінченно мале переміщення поршня dl. Але добуток sdl є не що інше як приріст об'єму, зайнятого газом: $sdl = dv$. Отже, елементарна робота δA дорівнює добуткові тиску p на приріст об'єму:

$$\delta A = pdv. \tag{3}$$

У діаграмі (p, v) тиск p зображається ординатою, приріст об'єму dv зображається приростом абсциси, і, значить, елементарна робота, виконувана тілом при розширенні, зображається площею нескінченно вузької вертикальної смужки (рис. 244, стор. 261).

Вся робота, виконувана тілом при розширенні від об'єму, відповідного початковому станові C_1, до об'єму заданого стану C_2, аналітично виражається означеним інтегралом:

$$A = \int_1^2 pdv, \tag{4}$$

де p є функція v, вид якої залежить від „шляху переходу", тобто від порядку чергування механічних і термічних впливів.

Графічно ця робота визначається величиною площі, обмеженої зверху лінією, яка зображає шлях переходу тіла з початкового стану в заданий, і обмеженої з боків двома ординатами (p_1 і p_2), з низу — відрізком осі абсцис. Зазначену площу можна розглядати як величину а л г е б р и ч н у, якщо на лінії, яка зображає шлях переходу, розрізняти два напрями: позитивний напрям у бік зростаючих об'ємів (площа під лінією позитивна, тіло розширяється і виконує роботу) і негативний напрям у бік меншаючих об'ємів (в цьому разі площа під лінією буде негативною, робота витрачається на стискання тіла).

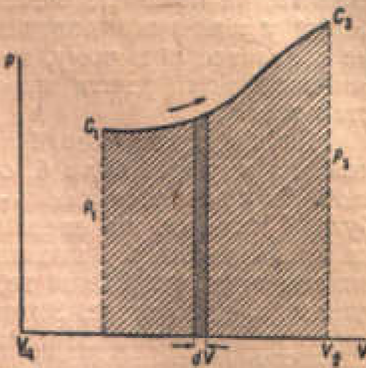


Рис. 244. Графічне зображення роботи, виконуваної тілом при рівноважному розширенні.

§ 224. Залежність роботи і теплоти від шляху процесу. Після поданих у попередньому параграфі роз'яснень досить глянути на рис. 245, щоб побачити, в якій високій мірі робота $(-A)$, витрачувана на здійснення переходу тіла з початкового стану C_0 в заданий C, залежить від шляху переходу.

З допомогою калориметричних вимірів неважко переконатися, що і кількість тепла, яка може бути віддана тілом, великою мірою залежить від шляху охолодження.

§ 225. Внутрішня енергія. Візьмемо якенебудь тіло. Щоб перевести його з одного термодинамічного стану в інший, взагалі кажучи, треба виконати якусь роботу, надати якоїсь кількості тепла і взагалі, отже, треба витратити якусь енергію. Залежно від наміченої зміни стану в окремих випадках ця витрата енергії може бути негативною або дорівнювати нулеві. Але якщо енергія дійсно була витрачена, то чи можна сказати, що ця витрачена енергія з н и к л а? Ні; ми повинні взяти до уваги, що *підводжувана до тіла енергія перетворюється на внутрішню енергію тіла.* Що в даному разі дійсно нема зникнення або виникнення енергії, а є лише перетворення будьяких підведених до тіла видів енергії на внутрішню енергію, — на це вказує зміна термодинамічного стану тіла, що відбувається побіжно.

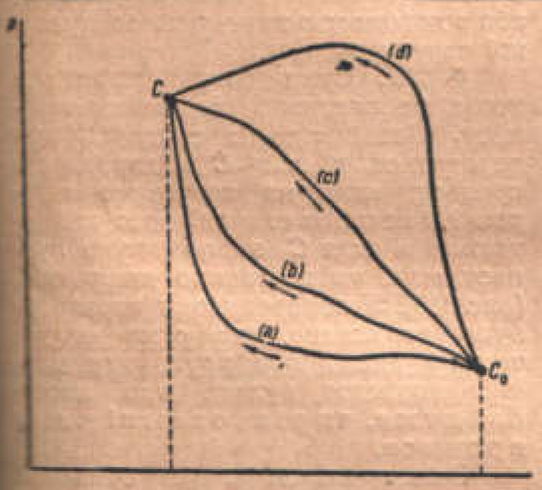


Рис. 245. Різні „шляхи переходу" тіла із стану C_0 в стан C.

Площа під кривими a, b, c, d неоднакова і відповідно неоднакова робота, витрачувана на здійснення переходу $C_0 \to C$.

Внутрішня енергія тіла, так само як і який завгодно інший вид енергії, є в е л и ч и н а р і з н и ц е в а. Це означає, що про внутрішню енергію тіла, взятого в будьякому стані, можна говорити тільки в розумінні зіставлення цього стану тіла з якимось іншим, „початковим" станом того самого тіла.

В н у т р і ш н ю е н е р г і ю тіла, взятого в якомусь стані відносно початкового стану, вимірюють *сумою роботи, яку необхідно витратити, і тепла, яке необхідно надати тілу, щоб перевести це тіло з початкового стану C_0 в заданий стан C.*

Зрозуміло, що при підсумовуванні робота і тепло повинні бути виражені в о д н а к о в и х о д и н и ц я х: або в одиницях механічних (ерг, джоуль, кілограмметр і т. ін.), або в калоріях.

§ 226. Внутрішня енергія є однозначна функція стану тіла. Якщо тіло незмінно продовжує перебувати в тому самому рівноважному стані, то само собою зрозуміло, що в цей час ніякої енергії на нього не витрачається. Але візьмемо яке-небудь тіло і піддамо його яким завгодно механічним і термічним впливам. Чи набуде внутрішня енергія цього тіла початкового значення, коли ми повернемо тіло у вихідний стан? Інакше сказати, чи не може механічне і термічне оброблення залишити такий „слід" у тілі, який полягав би у зміні внутрішньої енергії тіла і більше не виявлявся ні в чому, тобто не був би зв'язаний із зміною числового значення всієї решти параметрів, які характеризують термодинамічний стан тіла?

Якби витрата енергії на здійснення **циклу** виявилася нерівною нулеві, ми змушені були б, очевидно, сказати, що енергія витрачена „ні на що", бо **стан** тіла кінець-кінцем не змінився. Інакше кажучи, ми повинні були б визнати, що енергія зникла, або, якби сума витрат роботи і тепла на виконання циклу виявилася негативною, ми повинні були б визнати, що енергія виникла. Але ні те, ні інше, як твердить перший принцип термодинаміки, неможливе. Значить, у сумі витрата тепла і роботи на виконання якого завгодно термодинамічного циклу дорівнює нулеві. Отже, внутрішня енергія тіла наприкінці циклу набуває початкового значення. Інакше кажучи, внутрішня енергія є однозначною функцією термодинамічного стану.

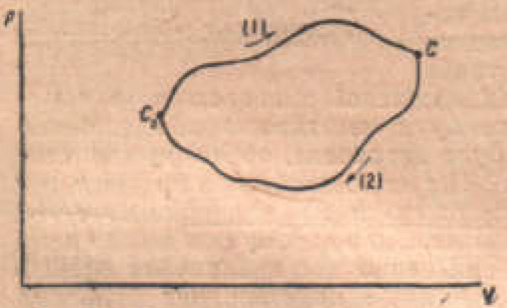


Рис. 246. Сума витраченої роботи і наданого тепла при круговому процесі дорівнює нулеві.

Отже, якщо U є внутрішня енергія тіла і $x, y, z \ldots$ параметри, які в сукупності **однозначно** характеризують стан тіла, то $U = f(x, y, z \ldots)$. Тут f є знак **однозначної** функції. Вид функції f не може бути встановлений з допомогою самих лише законів термодинаміки. Він повинен бути встановлений дослідним шляхом або з допомогою вивчання молекулярної структури тіла.

§ 227. Сума витрат роботи і тепла не залежить від шляху процесу. Нехай тіло із стану C_0 переводиться в стан C з допомогою процесу, який ми позначимо цифрою 1, і нехай із стану C воно повертається в стан C_0 з допомогою процесу, який ми позначимо цифрою 2 (рис. 246). У попередньому параграфі було роз'яснено, що сума витрат тепла і роботи при круговому процесі дорівнює нулеві, при цьому байдуже, чи **рівноважні** чи **ні** **процеси**.

Звідси випливає, що сумарний **виграш** тепла і роботи в процесі 2 дорівнює сумарній **витраті** тепла і роботи в процесі 1.

Звернемо увагу тепер на те, що процеси 1 і 2 були обрані нами цілком довільно. Замінімо процес 1 будь-яким іншим, який ми позна-

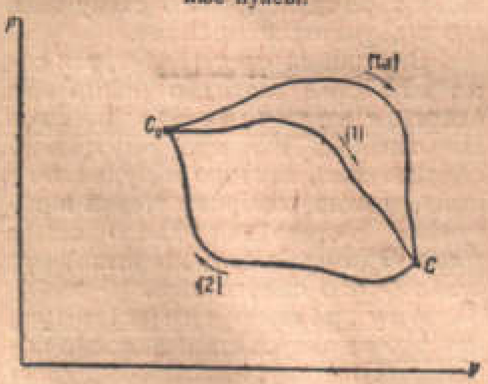


Рис. 247. Сумарна витрата тепла і роботи не залежить від „шляху переходу"

(вона однакова для процесів 1 і 1a, бо для кожного з них процесів вона дорівнює сумарному виграшеві тепла і роботи в процесі 2).

чимо індексом 1a, а замість щойно розглянутого циклу здійснимо цикл $C_0 \underset{\longleftarrow (2) \longleftarrow}{\overset{\longrightarrow (1a) \longrightarrow}{\rightleftarrows}} C$ (рис. 247). Аналогічно попередньому ми можемо сказати що сумарний в и г р а ш тепла і роботи у процесі 2 дорівнює в даному разі сумарній в и т р а т і тепла і роботи в процесі 1*a*.

Звідси (беручи до уваги, що дві величини, нарізно рівні третій, рівні між собою) робимо висновок, що сумарна витрата тепла і роботи в процесах 1 і 1*a* однакова. Через те ж, що процеси ці були обрані нами цілком довільно, ми, завершуючи міркування, можемо сказати, що *сумарна витрата тепла і роботи однакова для всіх процесів (рівноважних і нерівноважних), які переводять тіло з деякого початкового стану в заданий стан*, тобто вона не залежить від „шляху переходу".

§ 228. Термодинамічний зміст понять — теплота і робота. Три величини: енергія, теплота і робота мають однакову розмірність (можуть бути виміряні в однакових одиницях), але поняття, які криються в цих величинах, далеко не рівнозначні.

Треба насамперед провести грань між поняттям „енергія", з одного боку, і споріднених одно з одним поняттями „теплота" і „робота" — з другого.

Коли ми говоримо про роботу, ми маємо на увазі п р о ц е с; коли ми говоримо про енергію, ми уявляємо собі з а п а с можливої, але ще нездійснюваної роботи. Що ж являє в термодинаміці теплота — процес чи запас?

На це запитання слід дати таку відповідь: тільки процес і ні в якому разі не запас. Іншої відповіді не допускає перший принцип термодинаміки. Проте, під впливом теорії теплороду, яка колись панувала і пустила у фізиці глибоке коріння, коли ми говоримо слово „теплота", часто буваємо схильні уявляти якийсь запас, а не процес.

У дуже багатьох книгах можна найти твердження, що теплота нібито є молекулярно-кінетична енергія тіла. В ототожненні теплоти з молекулярно-кінетичною енергією криється невисловлена до кінця зовсім помилкова думка, що найбільша кількість тепла, яке може бути віддане тілом при охолодженні, нібито дорівнює енергії хаотичного руху частинок тіла. Насправді, кількість тепла, що його тіло віддає при охолодженні, залежить великою мірою від умов, в яких відбувається охолодження. Наприклад, при конденсації газу віддавання тепла відбувається головне коштом убутку молекулярно-потенціальної енергії тіла, а не коштом зменшення запасу молекулярно-кінетичної енергії.

Термодинаміка не знає ніяких „запасів тепла". У термодинаміці не може бути й мови про теплоту, коли немає процесу теплопередачі, подібно до того як у механіці не можна говорити про роботу, коли немає процесу, який полягає у переміщенні точок прикладання діючих сил.

Слід пам'ятати, що який завгодно вид енергії є однозначною функцією стану тіла. Енергія не залежить від шляху переходу тіла з одного стану тіла в інший. Робота і теплота не є в и д а м и енергії.

Робота і теплота являють собою дві єдино можливі форми передачі енергії від одного тіла до другого.

Завжди, коли виконується робота, є принаймні д в а тіла: одно, яке розвиває сили, що виконують роботу, і друге, до якого ці сили прикладені. Перше тіло, яке виконує роботу, в і д д а є енергію; друге тіло, на яке робота напрямлена, д і с т а є енергію. Самий процес роботи є, отже, процес передачі енергії від одного тіла до другого.

Так само завжди, коли виявляється теплота, є теж принаймні два тіла: одно, яке віддає енергію, і друге, яке дістає енергію.

Мірою енергії, переданої від одного тіла до другого, служить, залежно від форми переходу, одна з двох еквівалентних одна одній величин: кількість роботи або кількість тепла.

§ 229. Молекулярно-фізична суть розмежування понять роботи і тепла. В чому полягає якісна відмінність понять теплоти і роботи? В тому, що теплота є така форма передачі енергії, яка являє собою сукупність мікрофізичних процесів (обмін енергії при співударянні молекул, випромінювання квантів світла і т. ін.). Робота є макрофізична форма передачі енергії.

Радіохвилі являють собою приклад передачі енергії у формі роботи, виконуваної відправною станцією і напрямленої на збудження електричних струмів в антені приймальної станції. Хвилі (або кванти) світла являють собою приклад передачі енергії у формі тепла.

§ 230. Математичне формулювання першого принципу термодинаміки. Уявимо собі якенебудь тіло. Нехай це тіло з допомогою будьяких впливів (байдуже яких) переводиться з якогось термодинамічного стану C_1, де його енергія дорівнювала U_1, в якийсь новий стан C_2, де його енергія стає рівною U_2.

Енергія може бути надана тілу або системі в двох единоможливих формах: у формі роботи і тепла. Значить, які б не були конкретні особливості процесу, можна твердити, що *приріст повної енергії системи* $(U_2 - U_1)$ повинен *дорівнювати сумі витраченої роботи і наданого системі тепла.* Замість величини витрачуваної роботи введемо величину обернену щодо знака, тобто роботу, виконувану системою. Наведене вище твердження можна перефразувати так: *теплота, надавана системі, витрачається на приріст енергії системи і на роботу, виконувану системою.*

Умовимося, як звичайно, приріст позначати для скорочення символом Δ:

$$\Delta U = U_2 - U_1.$$

Кількість тепла, наданого системі в процесі переходу її із стану C_1 в стан C_2, позначимо літерою Q; виконувану при цьому системою роботу позначимо літерою A. Тоді

$$Q = \Delta U + A. \tag{5}$$

Зрозуміло, що всі величини, які входять у рівняння (5), повинні бути виражені в тих самих одиницях енергії. Якби ми мали на увазі вимірювати теплоту Q і енергію U в калоріях, тоді як A — в одиницях роботи, то в рівнянні (5) ми повинні були б перед A поставити як множника термічний еквівалент одиниці роботи; таке позначення прийняте багатьма. Проте, на практиці таке позначення рівнянь не має ніяких переваг, бо не можна заздалегідь сказати, чи потрібно буде по суті задачі робити викладки в калоріях чи, скажімо, в джоулях.

Щоб не обтяжувати формулу зайвими позначеннями, ми ніде не пишемо символів термічного еквівалента одиниці роботи і механічного еквівалента одиниці тепла, залишаючи, отже, відкритим питання, в яких саме одиницях виражено Q, U і A, — в калоріях чи в одиницях роботи. Треба тільки пам'ятати, що для всіх членів рівняння одиниця енергії при числових викладках повинна бути взята та сама (якщо Q і U виміряні в калоріях, то і A повинне бути виражене в калоріях; якщо A виміряно в джоулях, то і Q і U повинні бути виражені в джоулях і т. д.).

§ 231. „Прямі“ і „зворотні цикли“. Припустимо, що з допомогою ряду механічних і термічних впливів ми змусили тіло виконувати якийсь круговий процес (термодинамічний цикл), який складається з двох рівноважних процесів, а саме, з процесу рівноважного розширення (ми позначимо його символом $C_1 \rightarrow (a) \rightarrow C_2$) і з процесу рівноважного стиску, який вертає тіло в початковий стан (цей другий процес позначимо символом $C_1 \leftarrow (b) \leftarrow C_2$).

Припустимо, що лінія (*a*), яка зображає процес розширення, розміщена **н а д** лінією (*b*), яка зображає процес стиску (рис. 248). Це означає, що робота, виконувана тілом при розширенні, більша роботи, вбираної тілом при стиску. Різниця площ, які зображають ці кількості роботи, дорівнює, очевидно, площі, обмеженій контуром циклу $C_1 \underset{(b)}{\overset{(a)}{\rightleftarrows}} C_2$. Через те що сума витраченої роботи і наданого тілу тепла при круговому процесі дорівнює нулеві, *кількість тепла, витраченого на здійснення циклу*, таким чином, *дорівнює одержаній при здійсненні циклу роботі*[1]); обидві ці еквівалентні (рівні[2]) одна одній величини *зображаються площею, обмеженою контуром циклу.*

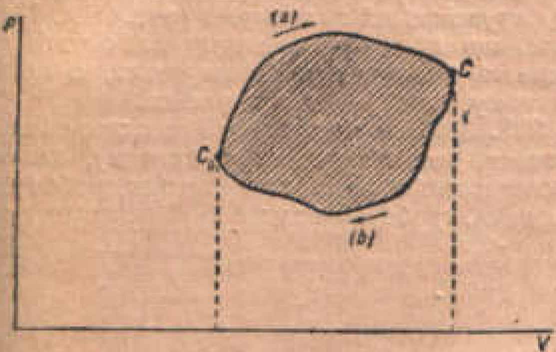


Рис. 248. „Прямий" цикл.

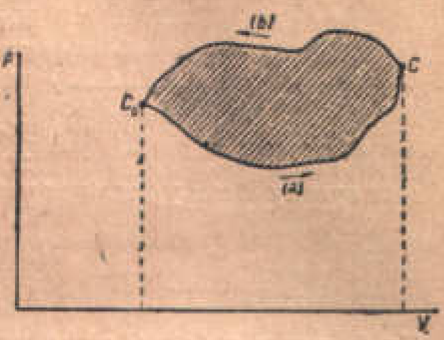


Рис. 249. „Зворотний" цикл.

Може статися, що лінія (*a*), яка зображає процес розширення, розміщена **п і д** лінією (*b*), яка зображає процес стиску (рис. 249). В такому разі площа, обмежена циклом, зображає роботу, витрачувану на здійснення циклу, і еквівалентну цій роботі кількість тепла, одержуваного при здійсненні циклу.

Цикли, здійснювані „робочою речовиною" (парою або газом) у **т е п л о в и х** машинах, належать до першого типу — лінія розширення лежить вище лінії стиску — і мають назву **п р я м и х** циклів. Цикли, здійснювані „робочою речовиною" у **х о л о д и л ь н и х** машинах, належать до другого типу — лінія розширення лежить нижче лінії стиску — і мають назву **з в о р о т н и х** циклів.

§ 232. „Ізопроцеси". Найпростішими термодинамічними процесами є процеси, які відбуваються при незмінності одного якогонебудь параметра. Такі процеси мають назву **і з о п р о ц е с і в**. Процес, що відбувається при незмінному об'ємі, називають **і з о х о р н и м**. Процес, який відбувається при незмінному тиску, називають **і з о б а р н и м**. Процес, який відбувається при незмінній температурі, називають **і з о т е р м і ч н и м**.

До найважливіших термодинамічних процесів належать також процеси, здійснювані в умовах повної термічної ізольованості тіла, тобто без припливу і віддавання тепла. Ці процеси мають назву **а д і а б а т н и х** процесів. Особливо важливу роль відограє у термодинаміці процес **р і в н о в а ж н о г о а д і а б а т н о г о** розширення або стиску тіла. Лінію, яка зображає цей процес, називають **а д і а б а т о ю** (рис. 250).

---

[1]) Це, зрозуміло, справедливе як для рівноважних, так і для нерівноважних циклів.

[2]) Еквівалентні кількості тепла і роботи рівні, якщо вони виміряні в тих самих одиницях (скажімо, в механічних одиницях енергії). Якщо ж допускають, що теплота виміряна в калоріях, а робота — в механічних одиницях, то іноді корисно вживати слово „еквівалентні", не заміняючи його словом „рівні".

Далі, аналізуючи зміст другого принципу термодинаміки, ми побачимо, що кожному тілу властива якась величина, яка, подібно до температури, існує через невпорядкованість молекулярних і внутрішньомолекулярних рухів.

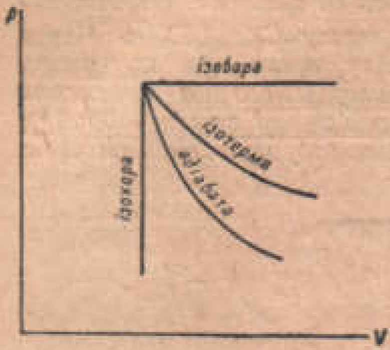


Рис. 250.

Ця величина має назву ентропії. При рівноважних адіабатних процесах вона залишається незмінною. А тому рівноважні адіабатні процеси мають також назву ізоентропійних процесів, а адіабату інакше називають ізоентропою.

На діаграмі *p, V адіабата спадає до осі об'ємів крутіше, ніж ізотерма* (рис. 250). Це показує, що при рівноважному адіабатному розширенні температура знижується, а при адіабатному стиску — підвищується.

§ 233. Робота ізобарного розширення. Ми бачили, що в загальному випадку, коли при розширенні тіла тиск змінюється, роботу, виконувану тілом у наслідок розширення, треба обчислювати за формулою:

$$A=\int_1^2 p\,dV.$$

Ця формула набуває дуже простого вигляду, коли нагрівання і зв'язане з ним розширення тіла відбувається ізобарно, тобто при незмінному тиску. В цьому випадку p як величину сталу можна винести за знак інтеграла:

$$A=p\,(V_2-V_1). \qquad (6)$$

Робота, виконувана тілом при ізобарному розширенні, дорівнює добуткові тиску на приріст об'єму (рис. 251).

Цю формулу найчастіше доводиться застосовувати для розрахунку роботи, виконуваної тілом при зміні агрегатного стану — при кипінні рідин, при топленні; тиск у цих випадках залишається незмінним доти, поки вся рідина не википить або поки все тверде тіло не розтопиться.

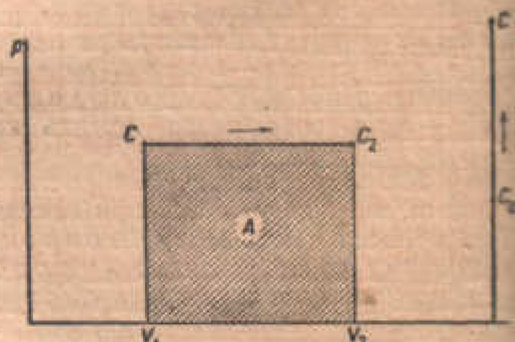


Рис. 251. Робота ізобарного розширення: $A=p\,(V_2-V_1)$.
Для ізохорного процесу $A=0$.

Як приклад на застосування формули ізобарної роботи розрахуємо потужність парової машини, яка працює одним наповненням (тобто працює без припинення впуску пари в циліндр на якійнебудь частині ходу поршня або, як кажуть, без „відсікання пари“). Нехай тиск пари в котлі на 3 *ат* перевищує тиск зовнішнього повітря; об'єм циліндра 10 *л*; вал робить 200 *об/хв*; втрати на тертя 10%.

Щоб дістати роботу в кілограмметрах, виразимо тиск у $кг^*/м^2$ і об'єм у $м^3$. Легко бачити, що 3 $ат = 30\,000$ $кг^*/м^2$ і 10 $л=\frac{1}{100}$ $м^3$. За формулою $A=p\,(V_2-V_1)$, де в даному разі V_2-V_1 є об'єм циліндра, а p — робочий тиск пари, знаходимо, що при кожному ході поршня машина виконує роботу $30\,000\cdot\frac{1}{100}$ $кгм = 300$ $кгм$. Робота, виконувана машиною за 1 *сек* з урахуванням втрати на тертя, дорівнює $A=0{,}9\cdot300\cdot\frac{200}{60}$ $кгм = 900$ $кгм$. Але робота за 1 *сек* є потужність: $W=\frac{A}{t}=900\ \frac{кгм}{сек}$. Щоб дістати потужність машини у кінських силах, треба поділити здобуте число на 75; таким чином знаходимо, що машина має потужність 12 *к. с.*

§ 234. Закон Джоуля і рівняння Роберта Майера. Досліди, проведені в сорокових роках минулого сторіччя Джоулем, Гірном і Томсоном (Кельвіном), показали, що внутрішня енергія газів, якщо газ стиснутий не дуже сильно, залежить тільки від температури. Суть цих дослідів (тут ми не говоримо про деякі ускладняючі справу моменти) полягала в тому, що газові надавали змоги адіабатно розширятися в пустоту; при цьому газ не виконував роботи, не діставав і не віддавав тепла, а тому внутрішня енергія його залишалася незмінною; досліди показали, що температура газу залишається в цьому разі незмінною.

Тими самими дослідами Джоуля і Томсона (Кельвіна) було виявлено, що внутрішня енергія сильно стиснутих газів залежить не тільки від температури, а й від густини: $U=f\ (T,\ v)$. А тому при постійності внутрішньої енергії зміна густини газу — адіабатне розширення в пустоту — має своїм наслідком зміну температури („ефект Джоуля—Томсона").

В технічних розрахунках часто приписують реальним газам властивості ідеального газу.

Під ідеальним газом розуміють такий газ, між молекулами якого зовсім не існують сили притягання, а сили відштовхування виявляються тільки в моменти співударянь молекул. Згідно з теорією Максвелла—Гіббса—Больцмана (§ 141, 149—153) ідеальний газ повинен строго відповідати рівнянню Клапейрона: $pV=RT$ (§ 146—148). Внутрішня енергія ідеального газу повинна бути пропорціональною абсолютній температурі; теплоємність моля ідеального газу при сталому об'ємі C_v повинна незмінно дорівнювати: для одноатомного газу трьом калоріям, для двоатомного — п'яти калоріям і для многоатомного — шести калоріям.

Теплоємність C_v являє собою кількість тепла, що його треба надати тілу, щоб, зберігаючи об'єм сталим, нагріти його на 1°. Оскільки теплоємність газу C_v залишається незмінною, очевидно, що кількість тепла, потрібна для нагрівання одного моля газу від абсолютного нуля до температури T, дорівнюватиме C_vT при умові, що об'єм газу підтримують сталим. У цьому разі газ не виконує роботи і на нього не витрачають роботу; а тому внутрішня енергія газу U, віднесена до стану абсолютного нуля, якраз дорівнює всій наданій газу теплоті:

$$U=C_vT. \tag{7}$$

Це рівняння називають звичайно законом Джоуля. В застосуванні до реальних газів закон Джоуля в такій самій мірі неточний, як і рівняння Клапейрона. Як уже було згадано (§ 165), квантова статистика показує незастосовність закону Джоуля до газів при низьких температурах (в стані „виродження газу"). У наближених розрахунках і особливо в технічних розрахунках закон Джоуля широко використовують і дістають досить часто добру погодженість з даними досліду. Застосовуючи закон Джоуля в області дуже високих температур, треба мати на увазі, що при високих температурах відбувається частковий розпад молекул на атоми, і в зв'язку з цим зростає теплоємність газу.

Якщо, нагріваючи тіло, надаємо йому змоги розширятися, підтримуючи тиск на тіло незмінним, то частина наданої тілу теплоти іде на роботу розширення. А тому кількість тепла, що його треба надати тілу для ізобарного нагрівання його на 1° — теплоємність при сталому тиску C_p — більша, ніж теплоємність при сталому об'ємі C_v (§ 153; зроблений там висновок ми тут обгрунтуємо докладніше).

Уявимо собі, що один моль газу вміщено в циліндр, закритий зверху поршнем, який навантажено гирею, що зрівноважує тиск газу. Під час нагрівання газ буде розширятися і виконає роботу, яка дорівнює $p(V_2-V_1)$. За рівнянням Клапейрона $p(V_2-V_1)=R(T_2-T_1)$. Звідси бачимо, що моль газу, нагріваного при сталому тиску, яким би цей тиск не був, на 1° ($T_2-T_1=1°$), виконує в наслідок розширення роботу, яка саме і дорівнює універсальній газовій сталій. Виражена в теплових одиницях ця робота дорівнює 2 *кал.* Вона однакова для одноатомного, двоатомного і многоатомного газу. Приріст внутрішньої енергії моля газу при нагріванні його на 1° дорівнює C_v. Отже, теплота, потрібна для нагрівання моля газу на 1° при сталому тиску, дорівнює:

$$C_p=C_v+R. \tag{8}$$

Це рівняння має назву **рівняння Роберта Майєра**. З допомогою цього рівняння Майєр, виразивши R у кілограмметрах, а C_p і C_v — у калоріях, перший (в 1842 р.) встановив, якому числу кілограмметрів еквівалентна одна калорія.

Підставляючи в рівняння Роберта Майера значення C_v, ми бачимо, що граммолекулярна теплоємність при сталому тиску C_p одноатомного газу дорівнює 5 *кал*, двоатомного — 7 *кал* і многоатомного — 8 *кал.* Звідси відношення вказаних теплоємностей $\frac{C_p}{C_v}$, яке звичайно позначають грецькою літерою $\varkappa$ (каппа), дорівнює для одноатомних газів $\frac{5}{3}=1{,}67$, для двоатомних $\frac{7}{5}=1{,}40$ і для многоатомних $\frac{8}{6}=1{,}33$.

Відношення теплоємностей $\varkappa=\frac{C_p}{C_v}$ відограє важливу роль у термодинамічній характеристиці тіл.

§ 235. Рівняння Пуассона. Можна уявити собі такі умови досліду, коли газ зазнає рівноважного розширення або стиску адіабатно, тобто без припливу або віддавання тепла. Зрозуміло, що в цьому разі в міру розширення газу буде меншати його тиск, і в зв'язку з убутком внутрішньої енергії, витрачуваної на виконання роботи, буде знижуватися температура газу. Графічно (приміром, на діаграмі p, V) цей процес зображається лінією, яку називають **адіабатою**. Рівняння адіабати ідеального газу дав Пуассон; виведення цього рівняння буде подано нижче, у § 247. Рівняння Пуассона має такий вигляд:

$$pV^{\varkappa}=\text{const},$$

де

$$\varkappa=\frac{C_p}{C_v}. \tag{9}$$

Рівняння Пуассона вказує, що при рівноважному адіабатному розширенні тиск газу меншає обернено пропорціонально $\varkappa$-му степеневі об'єму, а через те, що $\varkappa$ завжди більше одиниці, то на діаграмі p, V адіабата спадає до осі об'ємів крутіше, ніж ізотерма. Адіабата спадає до осі об'ємів тим крутіше, чим більше $\varkappa$; найкрутіше спадання до осі об'ємів мають адіабати одноатомного газу $\left(\text{в цьому випадку } \varkappa=\frac{5}{3}\right)$.

Рівняння Пуассона можна написати інакше, наприклад, так, щоб воно визначало зміну температури залежно від адіабатної зміни об'єму.

Для цього треба підставити в написане вище рівняння замість тиску p його вираз через температуру і об'єм: $p=\frac{RT}{V}$. Таким чином дістанемо:

$$TV^{\varkappa-1}=\text{const.} \tag{10}$$

Звідси ми бачимо, що при рівноважному адіабатному розширенні температура знижується обернено пропорціонально $(\varkappa-1)$-му степеневі об'єму. Отже, найшвидше температура знижується в одноатомного газу; це буває тому, що при однакових температурах запас внутрішньої енергії одноатомного газу не такий великий, як у многоатомного.

Третю форму рівняння Пуассона дістанемо, якщо підставимо у перше з написаних вище рівнянь замість об'єму V його вираз через тиск і температуру: $V=\frac{RT}{p}$. Ліва частина рівняння буде пропорціональна відношенню $\frac{T^{\varkappa}}{p^{\varkappa-1}}$. Оскільки це відношення залишається при рівноважному адіабатному розширенні незмінним, то і корінь $\varkappa$-го степеня з нього буде величиною сталою:

$$\frac{T}{p^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}}=\text{const.} \tag{11}$$

Для зручності користування формулами Пуассона наводимо табличку, де подано значення величин $\varkappa$, $\varkappa-1$ і $\frac{\varkappa-1}{\varkappa}$, які фігурують у формулах Пуассона як показники степеня. В останньому стовпчику цієї таблиці наведено значення $\frac{1}{\varkappa-1}$; ця величина показує, в скільки разів теплоємність моля газу більша універсальної газової сталої[1]).

Таблиця 19.

Газ	$\varkappa$	$\varkappa-1$	$\frac{\varkappa-1}{\varkappa}$	$\frac{1}{\varkappa-1}=\frac{C_v}{R}$
Одноатомний	$\frac{5}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{2}$
Двоатомний	$\frac{7}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{2}$
Многоатомний	$\frac{8}{6}$	$\frac{2}{6}$	$\frac{2}{8}$	$\frac{6}{2}$

Як побачимо нижче, рівняння Пуассона за змістом виведення його можна прикласти тільки до рівноважного адіабатного процесу. Для розрахунку швидкого (а, значить, і нерівноважного) адіабатного стиску або розширення рівнянням Пуассона по суті користуватися не можна. Різко, ударом збільшуючи навантаження на поршень, який затримує газ у циліндрі, ми витрачаємо на стискання газу більше роботи, ніж

[1]) Справді, поділивши почленно на C_v рівняння Роберта Майера $C_p=C_v+R$ дістанемо: $\frac{C_p}{C_v}-1=\frac{R}{C_v}$ або $\varkappa-1=\frac{R}{C_v}$, звідки:

$$C_v=\frac{1}{\varkappa-1}R.$$

потрібно було б при обережному поступовому збільшенні навантаження; у зв'язку з цим температура газу буде зростати швидше, ніж це виходить за рівнянням Пуассона. При нерівноважному розширенні газ виконує меншу роботу, ніж міг би виконати, і тому температура буде спадати повільніше.

Для розрахунку нерівноважних (які швидко відбуваються) адіабатних процесів на практиці часто користуються формулами, тотожними своїм виглядом з наведеними вище формулами Пуассона, з тією, проте, істотною відміною, що величину $\varkappa$, яка у формулах Пуассона означає відношення теплоємностей $\frac{C_p}{C_v}$, розглядають просто як якусь емпіричну константу і добирають таке значення для неї, при якому ці по суті незаконно застосовувані формули дають найкраще погодження з даними досліду.

§ 236. Робота адіабатного розширення газу. Коли стиск або розширення тіла відбувається без припливу або віддавання тепла, однаково — чи рівноважно чи нерівноважно, то робота виконується тілом за рахунок внутрішньої енергії (рис. 252):

$$A = U_1 - U_2. \tag{12}$$

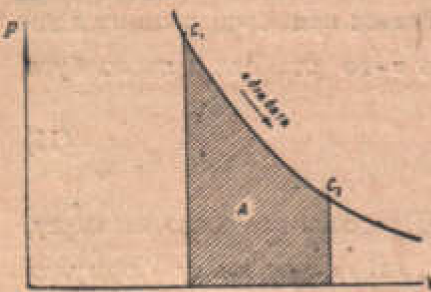


Рис. 252. Заштрихована площа зображає убуток внутрішньої енергії $A = U_1 - U_2$.

Щоб реалізувати, хоча б наближено, умови рівноважного адіабатного стиску або розширення, треба, зрозуміло, ізолювати тіло в тепловому відношенні від навколишніх тіл, наприклад, помістити його в циліндр, одягнений у кожух, виготовлений з „поганих провідників тепла", або, що надійніше, помістити тіло в циліндр, підвішений всередині другого циліндра, який відокремлено від першого безповітряним проміжком.

Легше здійснити нерівноважний адіабатний стиск або розширення. Під час надзвичайно швидкого стиску тіло не встигає віддати помітну кількість тепла навколишньому середовищу, і тому наближено можна вважати, що дуже швидкий стиск відбувається адіабатно. На цій підставі застосовують, наприклад, формулу адіабатної роботи (формула 12) до стиску горючої сумішки в циліндрі двигуна внутрішнього згорання.

Для газів роботу адіабатного розширення можна обчислити за зниженням температури. Дійсно, за законом Джоуля для ν молів газу $U_1 - U_2 = \nu C_v (T_1 - T_2)$ і, таким чином:

$$A = \nu C_v (T_1 - T_2). \tag{13}$$

Якщо адіабатне розширення або стиск відбувалися рівноважно, то згідно з формулами Пуассона, поясненими в попередньому параграфі, повинне мати місце таке співвідношення між параметрами стану газу на початку і наприкінці процесу:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa-1}{\varkappa}}.$$

Використавши це співвідношення, ми напишемо дві формули, які часто застосовують на практиці для обчислення роботи адіабатного розширення газу. Для цього у виразі $A = \nu C_v (T_1 - T_2)$ винесемо T_1 за знак дужок і замінимо[1]) C_v на $\frac{R}{\varkappa - 1}$. Далі, замість відношення абсолютних температур

[1]) Див. примітку на стор. 269.

$\frac{T_2}{T_1}$ підставимо відповідний степінь відношення тисків або оберненого відношення об'ємів. Отже, знаходимо для ν молів газу:

$$\boxed{A = \nu \frac{RT_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\varkappa - 1}\right];} \tag{14}$$

$$\boxed{A = \nu \frac{RT_1}{\varkappa - 1}\left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}}\right].} \tag{15}$$

Ці формули справедливі для ідеального газу, який зазнає рівноважного адіабатного розширення ($A > 0$) або стиску ($A < 0$). На практиці їх застосовують до реальних газів і обчислюють за ними роботу швидкого (отже, нерівноважного) адіабатного розширення або стиску, досягаючи погодженості з дослідом добором константи $\varkappa$. Цими формулами широко користуються, наприклад, при розрахунку газомоторів.

§ 237. Робота ізотермічного розширення газу. Для обчислення роботи ізотермічного розширення тіла за загальною формулою роботи розширення:

$$A = \int_1^2 p\,dV$$

треба знати, як при сталій температурі змінюється тиск залежно від об'єму.

Для ідеального газу, взятого в кількості ν молів, $p = \nu\frac{RT}{V}$. Підставимо цей вираз в наведену вище формулу і, беручи до уваги, що в наслідок ізотермічності процесу T є величина стала, винесемо νRT за знак інтеграла. Тоді під знаком інтеграла будемо мати диференціал натурального логарифма[1]): $\frac{dV}{V} = d\ln V$. Отже, ізотермічна робота ідеального газу дорівнює:

$$A = \nu RT \ln\frac{V_2}{V_1}. \tag{16}$$

Ця формула має широке застосування у наближених термодинамічних розрахунках і тому є однією з найважливіших формул термодинаміки. Відзначимо, що відношення об'ємів $\frac{V_2}{V_1}$ у цій формулі можна замінити оберненим відношенням тисків $\frac{p_1}{p_2}$, бо на ізотермі $pV = \text{const}$:

$$A = \nu RT \ln\frac{p_1}{p_2}. \tag{17}$$

Зрозуміло, що, бажаючи дістати роботу розширення вираженою в кілограмметрах, ми повинні газову сталу R підставити в формулу (16) або (17) вираженою теж у кілограмметрах ($R = 0{,}848$ *кгм*); якщо R виражено в калоріях або в ергах, то відповідно і A буде виражено в калоріях або в ергах (§ 147).

Згідно з законом Джоуля внутрішня енергія ідеального газу не змінюється при ізотермічному розширенні або стиску газу. Це означає,

[1]) Знаком ln позначають натуральний логарифм (при основі $e = 2{,}718\ldots$) на відміну від знака lg, що служить для позначення звичайних логарифмів. Нагадаємо, що $\ln N = 2{,}3 \lg N$.

що *вся надавана газові при ізотермічному розширенні теплота іде на виконання роботи*; *всю роботу, витрачувану на ізотермічний стиск газу, газ віддає у формі тепла*; для ідеального газу при $t = \text{const}$:

$$Q = A. \tag{18}$$

Отже, наведені вище формули можуть однаковою мірою служити як для розрахунку виконуваної газом ізотермічної роботи, так і для розрахунку теплоти Q, потрібної для ізотермічного розширення газу, інакше кажучи, „захованої теплоти" ізотермічного розширення.

§ 238. Термохемічні рівняння. Хемічні процеси звичайно супроводяться або виділенням тепла, або вбиранням тепла. Ті процеси, при яких система виділяє тепло, називають екзотермічними, а ті, при яких система вбирає підводжуване зовні тепло, називають ендотермічними.

Залежно від умов, при яких відбувається хемічна реакція, поряд з виділенням або вбиранням тепла система може в одних випадках виконувати роботу, в інших може статися, що для підтримання хемічного процесу буде потрібна витрата роботи. Значну роботу система здатна виконати в тих випадках, коли утворюються газоподібні продукти реакції. Прикладом може бути вибух пороху. Багато реакцій можуть бути „електрифіковані" з допомогою гальванічних елементів; хемічні процеси, які відбуваються в гальванічному елементі, супроводяться виконанням роботи, яка йде на утворення електричного струму. Протилежний приклад являють реакції, які відбуваються при електролізі; тут хемічний процес потребує витрати роботи.

У термохемії убуток внутрішньої енергії системи називають умовно тепловим ефектом реакції. Насправді убуток внутрішньої енергії може бути відданий частково у формі тепла, частково — у формі роботи. Яка саме частина убутку внутрішньої енергії буде віддана у формі тепла і яка — у формі роботи, це значною мірою залежить від тих умов, у які поставлена хемічна система. Треба пам'ятати, що величина, яку в термохемії називають тепловим ефектом реакції, сполучає в собі обидві ці частини: і теплоту, віддавану системою, і роботу, виконувану системою (виміряну, зрозуміло, в тих самих одиницях, як і теплота; звичайно — в калоріях).

Ми позначали приріст внутрішньої енергії символом ΔU:

$$\Delta U = U_2 - U_1.$$

Величина, супротивна за знаком, являтиме собою убуток внутрішньої енергії; отже, тепловий ефект реакції є $-\Delta U$. Термохемічні рівняння пишуть за такою схемою: ліворуч ставлять внутрішню енергію вихідних речовин U_1, праворуч — внутрішню енергію продуктів реакції U_2 і тепловий ефект реакції $(-\Delta U)$:

$$U_1 = U_2 + (-\Delta U). \tag{19}$$

Внутрішню енергію одного моля будьякої речовини при тій температурі і тому тиску, для якого написано термохемічне рівняння, виражають хемічною формулою речовини. Наприклад, O_2 у термохемічних рівняннях означає внутрішню енергію 32 *г* кисню; CO_2 означає внутрішню енергію 44 *г* вуглекислоти і т. д. Нерідко термохемічні рівняння пишуть не для граммолекул, а для кілограммолекул; у цьому разі O_2 буде означати внутрішню енергію 32 *кг* кисню.

Наприклад, рівняння

$$C_{(тв)} + O_{2(газ)} = CO_{2(газ)} + 97\,000 \textit{ кал}$$

означає, що коли в процесі горіння граматом (12 *г*) твердого вуглецю сполучається з молем газоподібного кисню (32 *г*), то утворюється один моль (44 *г*) вуглекислоти і виділяється в формі тепла і роботи 97 000 *кал*.

У багатьох випадках з допомогою термохемічних рівнянь обчислюють тепловий ефект таких реакцій, для яких безпосередній вимір теплового ефекту дослідним шляхом чомусь буває неможливий. Так, дослідним шляхом не можна визначити теплоту згорання твердого вуглецю у вуглецьII-оксид CO, бо при горінні вуглецю завжди утворюється якась кількість вуглекислоти CO_2; але виміряно теплоту згорання вуглецьII-оксиду у вуглекислоту:

$$CO_{(газ)} + \frac{1}{2}O_{2(газ)} = CO_{2(газ)} + 68\,000 \textit{ кал.}$$

Неважко бачити, що коли це рівняння відняти від написаного вище рівняння, матимемо саме шукану теплоту згорання вуглецю у вуглецьII-оксид:

$$C_{(тв)} + \frac{1}{2}O_{2(газ)} = CO_{(газ)} + 29\,000 \textit{ кал.}$$

У термохемії найчастіше роблять так: дослідним шляхом визначають *теплоти згорання різних елементів і їх сполук*. Віднімають від теплоти згорання будьякої сполуки суму теплот згорання елементів, з яких складається ця сполука; таким чином знаходять *тепловий ефект утворення цієї сполуки з елементів*. Наприклад, припустимо, нас цікавить тепловий ефект утворення вуглець-сульфіду з твердого вуглецю і сірки:

$$C_{(тв)} + 2S_{(тв)} = CS_{2(газ)} + x \textit{ кал.}$$

Щоб визначити x, беремо з термохемічних дослідних визначень теплоти згорання: моля вуглець-сульфіду, одного граматома твердого вуглецю і двох граматомів твердої сірки:

$$CS_{2(газ)} + 3O_{2(газ)} = CO_{2(газ)} + 2SO_{2(газ)} + 208\,000 \textit{ кал};$$
$$C_{(тв)} + O_{2(газ)} = CO_{2(газ)} + 97\,000 \textit{ кал};$$
$$2S_{(тв)} + 2O_{2(газ)} = 2SO_{2(газ)} + 140\,000 \textit{ кал.}$$

Віднімаючи від першого рівняння два дальших або, інакше кажучи, віднімаючи від теплоти згорання вуглець-сульфіду суму теплот згорання C і 2S, знаходимо шуканий тепловий ефект реакції сполучення вуглецю і сірки:

$$C_{(тв)} + 2S_{2(тв)} = CS_{2(газ)} - 29\,000 \textit{ кал.}$$

Ми бачимо, що ця реакція ендотермічна: тепловий ефект її негативний.

§ 239. Другий принцип. „Результати", які супроводять перехід тепла в роботу. Другий принцип термодинаміки такий[1]): *неможливий процес, єдиним результатом якого було б перетворення теплоти в роботу.*

---

[1]) Різні автори по-різному формулювали другий принцип. Наводимо деякі формулювання.

Карно: найбільший коефіцієнт корисної дії теплової машини не залежить від роду проміжного тіла і цілком визначається граничними температурами, між якими машина працює.

Клаузіус: теплота не може переходити від холодного до теплого тіла сама собою, даровим процесом.

Клаузіус: ентропія всякої ізольованої системи прямує до максимуму.

Томсон (Кельвін): неможливо перетворити на роботу теплоту будьякого тіла, не викликуючи ніякої іншої дії, крім охолодження цього тіла.

Оствальд: здійснення перпетуум мобіле другого роду неможливе.

Больцман: природа прагне до переходу від станів менш імовірних до станів більш імовірних.

Планк: неможливо побудувати періодично діючу машину, яка не виконує нічого іншого, крім піднятя вантажу і охолодження резервуара теплоти.

Тут особливу увагу треба звернути на слова „єдиним результатом". Їх суть полягає ось у чому.

Якщо йдеться про перетворення тепла в роботу, значить, є принаймні два тіла: одно, яке віддає енергію у формі тепла і яке тому ми назвемо тепловіддаючим, і друге, яке дістає енергію від першого тіла у формі тепла, а віддає енергію у формі роботи, і яке тому ми назвемо робочим тілом. Процес перетворення тепла в роботу полягає, поперше, в тому, що в зв'язку з тепловіддаванням убуває внутрішня енергія тепловіддаючого тіла і відповідно змінюється його термодинамічний стан (наприклад, знижується температура), і, подруге, в тому, що коштом роботи, виконуваної робочим тілом, зростає запас якихнебудь видів енергії, властивої будьяким тілам. Обидві ці і тільки ці зміни, взяті разом, ми і маємо на увазі, коли хочемо уявити процес, єдиний результат якого полягав би у перетворенні теплоти в роботу (рис. 253).

Другий принцип відзначає, що процес, при якому тепло переходить у роботу, можливий тільки тоді, коли перехід тепла в роботу (і, отже, охолодження тепловіддаючого тіла) є не єдиним результатом цього процесу, повинні існувати ще якісь інші результати. Це означає, що поряд з охолодженням тепловіддаючого тіла обов'язково повинна відбуватися якась зміна термодинамічного стану ще принаймні одного, а то й кількох тіл, що беруть участь у процесі.

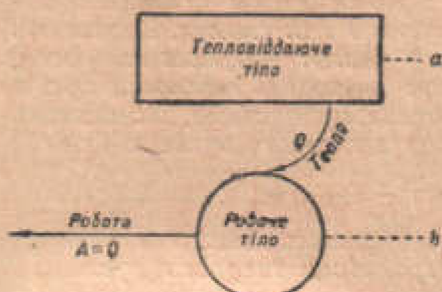


Рис. 253. Схема неможливого процесу перетворення тепла в роботу.

a — термодинамічний стан змінюється;
b — термодинамічний стан наприкінці процесу попередній.

Процеси, при яких відбувається перетворення тепла в роботу, в природі трапляються так само часто, як і процеси переходу роботи в теплоту. На поверхні земної кулі вітри, дощі, річки, водопади постійно виконують роботу коштом теплоти, яку доставляє сонце. Не можна тому розглядати процеси переходу роботи в теплоту як правило, а процеси перетворення тепла в роботу як виняток. Відмінність, що її встановлює між цими процесами другий принцип термодинаміки, полягає не в цьому. Висловлюючись фігурально, природа має однакову схильність як до тих, так і до інших процесів. Але коли відбувається перетворення роботи в теплоту, то з погляду результатів цього процесу справа може обмежуватися зміною термодинамічного стану самого тільки теплоодержуючого тіла (наприклад, при нагріванні тертям); протилежно до цього *завжди, коли відбувається перетворення теплоти в роботу, поряд з охолодженням тепловіддаючого тіла обов'язково відбувається зміна термодинамічного стану ще одного або кількох тіл.*

§ 240. Поняття про компенсацію. Маючи на увазі зазначену обставину, говорять, що перехід тепла в роботу можливий лише в тому разі, коли перехід цей компенсується певною зміною термодинамічного стану тіл, які беруть участь у цьому процесі. *Некомпенсований перехід тепла в роботу неможливий.*

Під компенсацією тут розуміють або зміну стану робочого тіла, або зміну стану будьякого третього тіла чи кількох тіл, що беруть участь у процесі.

Наприклад, ми легко можемо перетворити теплоту в роботу, якщо, нагріваючи робоче тіло, дамо йому змогу розширятися і змусимо його при цьому перемагати тиск, під яким воно перебуває. У цьому разі перехід тепла в роботу компенсується збільшенням того об'єму, що його займає робоча речовина.

Найважливішим для теплотехніки прикладом є такий: робочому тілу надають теплоти і використовують виконувану ним роботу розширення, а потім вертають робоче тіло у початковий термодинамічний стан; далі знову і знову повторюють той самий цикл (§ 265). Але, щоб вернути робоче тіло у початковий стан, його треба стиснути, а для цього треба витратити роботу. Якби ми почали стискати робоче тіло при тій самій температурі, при якій воно розширялося, то на це потрібно було б витратити всю ту роботу, яка була одержана при розширенні, і в результаті ніякого переходу тепла в роботу ми не дістали б. Щоб робота, потрібна на стиск, була менша роботи, одержаної при розширенні, необхідно, щоб процес стиску, хоча б у якійсь своїй частині, відбувався при температурі нижчій. Отже, треба, стискаючи робоче тіло, охолоджувати його, тобто треба залучити до процесу третє тіло, яке служить холодильником,— ми будемо називати його *тепловідхідним* тілом. В результаті здійсненого таким чином циклу (§ 231, прямий цикл, рис. 248) ми дістанемо перехід теплоти в роботу, при чому в роботу перейде тільки частина теплоти, одержаної робочим тілом від тепловіддаючого тіла, а друга частина теплоти буде віддана робочим тілом тепловідхідному тілу. В даному разі *компенсація* переходу тепла в роботу полягає *в нагріванні тепловідхідного тіла* (рис. 254).

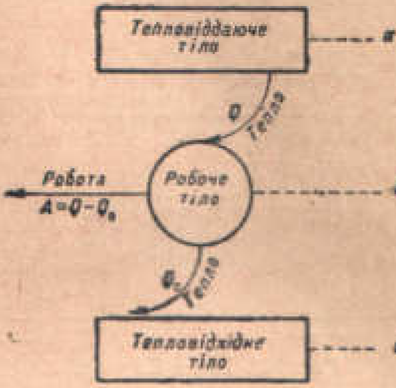


Рис. 254. Приклад компенсованого перетворення тепла в роботу.

a — термодинамічний стан змінюється;
b — термодинамічний стан наприкінці процесу попередній;
c — термодинамічний стан змінюється.

§ 241. Нерівноцінність тепла і роботи. Ми бачимо, отже, що дві єдино можливі форми передачі енергії — теплота і робота — є нерівноцінними формами передачі енергії.

Вони нерівноцінні насамперед тому, що робота може бути *безпосередньо* напрямлена нами на поповнення запасу якого завгодно виду енергії (наприклад, потенціальної енергії тяжіння, електричної, магнітної енергії і т. д.), а теплота безпосередньо, тобто без проміжного перетворення на роботу, може бути напрямлена на поповнення запасу тільки самої внутрішньої енергії тіл. Нерівноцінність теплоти і роботи в зазначеному розумінні є результатом самого змісту цих понять (§ 228 і 229).

Зазначена нерівноцінність тепла і роботи була б неістотною, якби тільки на цьому справа і закінчувалася. Справді, тут поки йшла мова про нерівноцінність тепла і роботи при їх *безпосередньому* використанні. Звичайно, ця їх нерівноцінність була б неістотною, якби можна було без будьяких ускладнень перетворювати теплоту в роботу.

Проте, тут на сцену виступає другий принцип термодинаміки. Він говорить, що *некомпенсований перехід тепла в роботу неможливий*. Отже, у зв'язку з існуванням другого принципу термодинаміки виходить, що теплота справді далеко нерівноцінна роботі.

Перший принцип термодинаміки встановлює (і в цьому полягає його суть), що є дві еквівалентні одна одній і єдино можливі форми передачі енергії — робота і теплота.

Другий принцип термодинаміки встановлює (і в цьому полягає його суть), що *теплота хоч і еквівалентна, але нерівноцінна роботі*.

§ 242. Коефіцієнт корисної дії теплових машин. Під коефіцієнтом корисної дії двигуна розуміють відношення виконуваної двигуном *роботи* до енергії, яка за цей час була надана двигунові. Чи може тепловий дви-гун перетворювати всю надавану йому теплоту на роботу? Чи може к. к. д.[1]) теплового двигуна дорівнювати одиниці?

Легко вказати випадок, коли все тепло перетворюється в роботу. Внутрішня енергія ідеального газу залежить тільки від температури; а тому при ізотермічному рівноважному розширенні ідеального газу внутрішня енергія залишається незмінною, вся надавана газові теплота перетворюється в роботу, виконувану газом, який розширяється. Проте, бажаючи використати газ як робоче тіло в тепловому двигуні, ми, після того як газ розширився, повинні стиснути його до початкового об'єму. На це треба непродуктивно витратити частину роботи, виконаної газом. Треба при цьому залучити до процесу третє тепловідхідне тіло, якому у формі тепла буде віддана робота, витрачена на стиск газу. В результаті частина відданого нагрівником тепла перейде до тепловідхідного тіла, і тільки частина (як ми пере-конаємося нижче — порівняно невелика), яка залишилася, відданого нагрівником тепла буде перетворена в роботу.

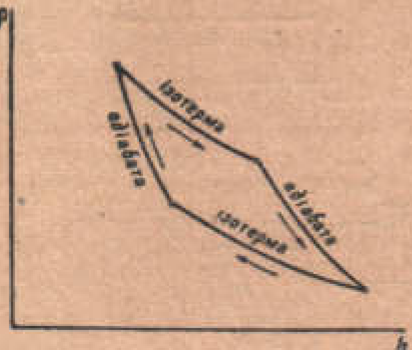


Рис. 255. Цикл Карно.

Завжди, коли з допомогою теплового двигуна ми перетворюємо теплоту (наприклад, теплоту згорання кам'яного вугілля або нафти) в роботу, ми змушені миритися з компенсуванням цього „недозволеного" термодинамікою процесу побічним нагріванням тепловідхідного тіла. Цим тепловідхідним тілом у деяких випадках є повітря (наприклад, при випусканні спрацьованої пари або газу в атмосферу), в інших випадках — вода, що охолоджує конденсатор, в якому згущується спрацьована пара.

Отже, к. к. д. теплової машини, навіть у тому разі, якби вона була сконструйована ідеально (без втрат на тертя), ніколи не може дорівнювати одиниці.

Тепловий двигун повинен бути пристосований до тривалої діяльності. А тому процеси, які відбуваються в тепловому двигуні, повинні замикатися у періодично повторюваний цикл. Кажуть, що цикл має ту або іншу форму, розуміючи під цим зображену графічно послідовність температурних, об'ємних і інших змін, що їх зазнає робоча речовина двигуна (пара або газ). К. к. д. теплової машини залежить від форми циклу, а найбільше він залежить від тих границь температур, в яких робоча речовина машини виконує цикл. Чим вужчі ці границі температур при заданій температурі джерела тепла, тим менший к. к. д. Особливості фізичної і хемічної природи робочої речовини не впливають на к. к. д. Для якої завгодно робочої речовини найвигіднішим для к. к. д. циклом є цикл, вказаний уперше засновником термодинаміки Саді Карно.

У циклі Карно (рис. 255) робоча речовина спершу ізотермічно, потім адіабатно розширяється (в наслідок цього температура спадає), а потім вона у тій самій послідовності — спершу ізотермічно, потім адіабатно — стискується (в підсумку вона набуває вихідної температури і густини). Термодинамічний розрахунок показує, що, працюючи за циклом Карно, теплова машина мала б к. к. д., який дорівнював би

$$\eta = 1 - \frac{T_0}{T},$$

[1]) К. к. д. — загальновживане скорочення слів „коефіцієнт корисної дії".

де T — абсолютна температура, при якій відбувається ізотермічне розширення робочої речовини (наприклад, температура пари, подаваної в циліндр із котла), і T_0 — абсолютна температура, при якій відбувається ізотермічний стиск робочої речовини (наприклад, температура конденсації пари у воду; значить, при випусканні пари в атмосферу $T_0 = 100 + 273{,}1 = 373{,}1°$ K). К. к. д. циклу Карно є максимальним для заданих границь температур T і T_0. На практиці цикл Карно може бути здійснений тільки наближено. А тому справжній термодинамічний к. к. д. теплових машин завжди менший, ніж $\frac{T - T_0}{T}$. Значні втрати тепла в топці і втрати на тертя ще більше знижують повний к. к. д. теплових двигунів.

§ 243. Сума зведених теплот — ентропія. Елементарна робота рівномірного розширення дорівнює добуткові тиску на приріст об'єму: $\delta A = pdV$. В загальнішому випадку тіло може виконувати не тільки одну роботу розширення, але і ще якінебудь інші види роботи. Наприклад, для розділення краплі рідини на дрібніші краплини повинна бути витрачена робота, напрямлена проти сил поверхневого натягу; ця робота буде виражатися так: $\delta A = \sigma dq$, де q — площа поверхні, а σ — поверхневий натяг. Якщо тіло являє собою провідник електрики, заряджений до потенціала φ, то для збільшення електричного заряду тіла e на величину de треба витратити роботу: $\delta A = \varphi de$. Завжди взагалі елементарна робота рівноважного процесу може бути представлена у вигляді добутку такого типу:

$$\delta A = H \cdot dh.$$

Множник H має назву фактора інтенсивності роботи (його називають також „узагальненою силою"); множник h має назву фактора екстенсивності роботи[1] (його називають також „узагальненою координатою"). Об'єм тіла V, площа його поверхні q, його заряд e є фактори екстенсивності; тиск p, поверхневий натяг σ, потенціал φ — фактори інтенсивності (узагальнені сили).

Сумарна робота великою мірою залежить від „шляху процесу":

$$A = \int_1^2 H \cdot dh.$$

Не знаючи, як саме відбувається перехід тіла із стану C_1 в стан C_2 [не знаючи виду функції $H = f(h)$], ми нічого не можемо сказати про те, яка була виконана тілом робота A. Залежно від „шляху процесу" ця робота може бути великою або малою. На діаграмі (p, V) вона завжди буде виражатися площею, розміщеною під кривою $p = f(V)$, яка характеризує шлях процесу і обмежена з лівого і з правого боку ординатами p_1 і p_2 (рис. 244, стор. 261).

Про все це ми згадали ось для чого. Припустимо, що нас цікавить приріст фактора екстенсивності роботи — приріст величини dh. Цей приріст дорівнює, очевидно, різниці $h_2 - h_1$, незалежно від того, по якому шляху відбувається перехід тіла із стану C_1 в C_2. Який би не був шлях процесу, зрозуміло, що сумарний приріст $h_2 - h_1$ складається з елементарно малих приростів dh, при чому кожний з цих елементарно малих

[1] У наведеній формулі $\delta A = H \cdot dh$ і взагалі в даному параграфі (на відміну від інших параграфів) ми користуємося символом A для позначення в одних випадках роботи, виконуваної тілом, а в інших випадках роботи, витрачуваної нами. Відповідно і h є фактор екстенсивності виконуваної тілом роботи абож в інших випадках фактор екстенсивності витрачуваної роботи.

приростів dh дорівнює елементарній роботі, виконуваній тілом, поділен[ій] на фактор інтенсивності роботи H:

$$dh = \frac{\delta A}{H};$$

$$h_2 - h_1 = \int_1^2 \frac{\delta A}{H}.$$

Якщо ми умовимося називати відношення $\frac{\delta A}{H}$ зведеною роботою, то ми повинні будемо сказати, що сума зведених робіт $\int_1^2 \frac{\delta A}{H}$ не залежить від шляху процесу; для якого завгодно рівноважного процесу, що переводить тіло із стану C_1 в C_2, сума зведених робіт дорівнює приростові фактора екстенсивності роботи.

У п'ятдесятих роках минулого сторіччя Клаузіус, розвиваючи ідеї Карно про к. к. д. теплових машин, встановив, що *абсолютну температуру T можна розглядати як фактор інтенсивності тепловіддавання* і що в зв'язку з цим *сума зведених теплот* $\int_1^2 \frac{\delta Q}{T}$ *не залежить від шляху процесу.* Ця, доведена Клаузіусом на основі другого принципу, теорема, що сума зведених теплот однакова для всіх рівноважних процесів, які переводять тіло з якогось початкового стану C_1 в стан C_2, є найважливішою теоремою термодинаміки.

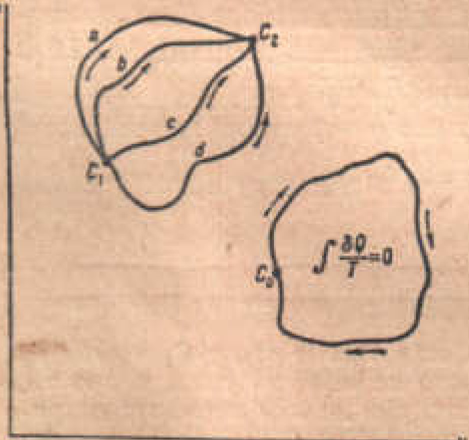


Рис. 256. Ентропія $S_2 - S_1$ дорівнює сумі зведених теплот, знайденій для якого завгодно рівноважного шляху переходу $C_1 \to C_2$ (наприклад, для шляху a, або b, або c і т. ін.). Для рівноважного циклу сума зведених теплот дорівнює нулеві.

Клаузіус назвав суму надаваних тілу зведених теплот ентропією, точніше—приростом ентропії (рис. 256). Ентропію позначають літерою S. Ентропія, так само як і енергія, є величина різницева; про ентропію тіла, взятого в якомусь заданому стані C_2, можна говорити тільки в розумінні зіставлення цього заданого стану C_2 з якимось іншим станом C_1, що його ми обрали як вихідний (початковий) стан. Коли говорять: „ентропія тіла в стані C_2 відносно стану C_1", то мають на увазі ту саму величину, про яку можна інакше сказати, що це є „приріст, якого зазнає ентропія тіла при переході тіла з стану C_1 в стан C_2":

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}. \qquad (21)$$

За суттю сказаного вище *ентропія S являє собою фактор екстенсивності тепловіддавання.* Для всіх видів роботи фактори екстенсивності можуть бути вимірювані безпосередньо, і тому співвідношенням, яке визначає приріст фактора екстенсивності роботи як суму зведених робіт, нема потреби користуватися. Інша справа з ентропією. Ми не знаємо способу безпосередньо вимірювати ентропію і тому змушені обчислювати ентропію як суму наданих тілу зведених теплот.

Важливо пам'ятати, що тут увесь час ми мали на увазі рівноважні процеси. При нерівноважності процесу, при швидкому нагріванні або охолодженні тіло стає неоднорідним щодо температури; температура стає неоднаковою в різних ділянках тіла. Щоб і для цього випадку зберегти поняття зведеної теплоти $\frac{\delta Q}{T}$, треба додатково умовитися, на яку саме температуру ділити надану тілу теплоту.

§ 244. Основне рівняння термодинаміки. Трохи далі ми покажемо, що в уявленні про ентропію відбита суть другого принципу термодинаміки, подібно до того як в уявленні про внутрішню енергію відбита суть першого принципу. Тепер ми напишемо рівняння, яке зв'язує елементарний приріст ентропії dS з елементарним приростом внутрішньої енергії dU. Це рівняння називають основним рівнянням термодинаміки.

З означення ентропії випливає, що

$$dS = \frac{\delta Q}{T}. \tag{22}$$

З другого боку, згідно з першим принципом, надана тілу теплота δQ іде на приріст внутрішньої енергії dU і на виконання роботи δA:

$$\delta Q = dU + \delta A.$$

Отже:

$$\boxed{dS = \frac{dU + \delta A}{T}.} \tag{23}$$

Це і є основне рівняння термодинаміки. За виводом тут δA означає елементарну роботу, виконувану тілом при рівноважному процесі.

Якщо тіло виконує тільки один вид роботи — роботу розширення, то $\delta A = pdV$ і

$$dS = \frac{dU + pdV}{T}. \tag{24}$$

З цього простого рівняння термодинаміка черпає багато висновків відносно зв'язку, який існує між різними фізичними величинами: теплоємностями, захованими теплотами, модулями пружності, коефіцієнтами розширення і тиску і т. д. Застосовуючи основне рівняння до випадків випаровування, топлення, розширення, до хемічних реакцій і т. ін., термодинаміка встановлює ряд закономірностей, зокрема майже всі ті закономірності, що якісно (без виведення формул) були пояснені в двох попередніх розділах на основі молекулярно-кінетичної теорії.

§ 245. Ентропія ідеального газу. Обчислимо ентропію одного моля ідеального газу. Внутрішня енергія U ідеального газу пропорціональна абсолютній температурі, при чому коефіцієнт пропорціональності являє собою теплоємність при сталому об'ємі: $U = C_v T$; отже, $dU = C_v dT$. Тиск газу зв'язаний з об'ємом і температурою рівнянням Клапейрона $p = \frac{RT}{V}$.

Підставимо ці вирази для dU і p в основне рівняння термодинаміки (24) і проінтегруємо його від якогось початкового стану C_0, коли об'єм і температура газу є V_0 і T_0, до якогось заданого нами стану C, коли об'єм і температура газу є V і T:

$$S - S_0 = \int_{(C_0)}^{(C)} \frac{C_v dT + \frac{RT}{V} dV}{T}.$$

Неважко бачити, що інтеграл, який стоїть у правій частині цього рівняння, розпадається на два інтеграли, при чому в першому з них ми маємо під знаком інтеграла добуток сталої величини C_v на диференціал натурального логарифма абсолютної температури $\left(\frac{dT}{T}=d\ln T\right)$; в другому — добуток газової константи R на диференціал натурального логарифма об'єму. Отже, знаходимо:

$$S-S_0=C_v\ln\frac{T}{T_0}+R\ln\frac{V}{V_0}. \qquad (2\ldots)$$

Звичайно це важливе рівняння ентропії ідеального газу записують так: вважають, що раз назавжди умовилися про вибір початкового стану C_0 і що тому члени — $C_v\ln T_0$ і — $R\ln V_0$ є величини сталі; об'єднуючи ці члени, позначають їх у сукупності однією літерою, наприклад, літерою a; далі умовляються розуміти під S ентропію, віднесену до зафіксованого таким чином початкового стану C_0, що дозволяє вважати S_0 рівним нулеві; тоді

$$S=C_v\ln T+R\ln V+a. \qquad (2\ldots)$$

Вище, коли ми замінювали в основному рівнянні термодинаміки величини U і p їх виразами за законами Джоуля і Клапейрона, ми припускали, що маємо справу з **одним** молем газу. Якщо є ν молів газу, то $U=\nu C_vT$, де C_v — граммолекулярна теплоємність і $p=\nu\frac{RT}{V}$. А тому ентропія ν молів газу дорівнює:

$$S=\nu C_v\ln T+\nu R\ln V+\nu a.$$

Ентропія ν молів газу в ν разів більша, ніж ентропія одного моля; маючи це на увазі, говорять, що ентропія газу, так само як і внутрішня енергія газу, є величина **адитивна**. Внутрішню енергію і ентропію реальних тіл звичайно також можна вважати за величини адитивні, крім тих випадків, коли ми хочемо взяти до уваги ефекти, пов'язані з виявом сил поверхневого натягу.

Розмірність ентропії така сама, як і розмірність теплоємності,— відношення енергії до температури; а тому калоричною одиницею ентропії є 1 *кал/град*. Пам'ятаючи, що загальновживаною температурною одиницею в фізиці і в техніці є градус Цельсія, можна, щоб спростити написання, вважати температуру за абстрактне число і виражати ентропію і теплоємність просто в одиницях енергії, краще — в калоріях. Щоб засвоїти формулу ентропії ідеального газу, застосуємо її до двох окремих випадків[1]).

Уявимо собі, що один моль двоатомного газу (наприклад, 22,4 *л* повітря, взятого при 0° С і атмосферному тиску) нагрівають без зміни об'єму від абсолютної температури T_1 до T_2. Приріст ентропії дорівнюватиме:

$$S_2-S_1=C_v\ln\frac{T_2}{T_1},$$

$$\text{де } C_v=5\ \textit{кал}.$$

Звідси бачимо, що ентропія одного моля двоатомного газу зростає на 5 *кал*, коли абсолютну температуру газу через ізохорне нагрівання збіль-

---

[1]) Нагадаємо, що для обчислення натурального логарифма числа N треба звичайний (десятковий) логарифм цього числа помножити на 2,30:

$$\ln N=2{,}30\lg N.$$

шують в 2,72 раза (число 2,72 наближено являє собою основу натуральних логарифмів; $\ln 2{,}72 \approx 1$).

Нехай один моль газу, однаково якого — одноатомного, двоатомного чи многоатомного,— зазнає ізотермічного розширення від об'єму V_1 до об'єму V_2. Тоді приріст ентропії дорівнюватиме:

$$S_2 - S_1 = R \ln \frac{V_2}{V_1},$$

де $R = 2$ *кал*.

Звідси бачимо, що ентропія моля газу зростає на 2 *кал* кожного разу, коли об'єм газу ізотермічно збільшується в 2,72 раза. Легко підрахувати, що зростання ентропії одного моля газу на 1 *кал* відбувається при ізотермічному збільшенні об'єму в 1,65 раза.

§ 246. Ентропія газу як функція T і p та як функція V і p. В одержаній і розглянутій у попередньому параграфі формулі ентропія газу представлена як функція температури і об'єму:

$$S = C_v \ln T + R \ln V + a. \tag{26}$$

Використавши рівняння Клапейрона, можна перетворити цю формулу так, що вона набуде вигляду:

$$S = f_1(T, p)$$

абож

$$S = f_2(p, V).$$

Щоб одержати ентропію як функцію T і p, треба, очевидно, в написаному вище рівнянні (26) об'єм V замінити його виразом через T і p. За рівнянням Клапейрона: $V = \frac{RT}{p}$. Логарифмуючи це відношення $\frac{RT}{p}$, дістанемо три члени. Перший з них $R \ln R$ об'єднаємо з константою a і позначимо суму їх через a_1. Другий член $R \ln T$ сполучимо з першим членом рівняння $C_v \ln T$, винесемо за дужки $\ln T$ і візьмемо до уваги, що $C_v + R = C_p$. Отже, знаходимо:

$$S = C_p \ln T - R \ln p + a_1 \tag{27}$$

$$(a_1 = a + R \ln R).$$

Аналогічно дістанемо S як функцію p і V. Для цього у перше з написаних вище рівнянь підставимо замість абсолютної температури T її вираз із рівняння Клапейрона: $T = \frac{pV}{R}$. Логарифмуючи ці відношення, дістанемо три члени. Перший з них: $C_v \ln p$. Другий член $C_v \ln V$ сполучимо з $R \ln V$, винесемо за дужки $\ln V$ і візьмемо до уваги, що $C_v + R = C_p$. Третій член — $C_v \ln R$ об'єднаємо з константою a і позначимо їх суму через a_2. Отже, дістанемо:

$$S = C_v \ln p + C_p \ln V + a_2 \tag{28}$$

$$(a_2 = a - C_v \ln R).$$

§ 247. Виведення рівняння Пуассона. Адіабата об'єднує ті стани, для яких ентропія однакова; справді, якщо $\delta Q = 0$ і процес рівноважний, то з рівняння $dS = \frac{\delta Q}{T}$ виходить, що $dS = 0$, тобто $S = \text{const}$.

Знаючи ентропію як функцію параметрів стану, ми легко можемо написати рівняння адіабати; для цього треба тільки у рівнянні $S = f(p, V)$ вважати, що величина S залишається незмінною; тоді це рівняння покаже, як змінюється тиск залежно від об'єму при ізоентропійному процесі. Ми переконаємося зараз, що для ідеального газу цей шлях приводить до рівняння Пуассона, яке без виведення було подано в § 235.

Будемо виходити з наведеного наприкінці попереднього параграфа виразу для ентропії ідеального газу (формула 28). Поділимо всі члени цього виразу на C_p, позначимо відношення теплоємностей $\frac{C_p}{C_v}$ через $\varkappa$ і пропотенціюємо [1]) рівняння; тоді дістанемо:

$$pV^{\varkappa} = e^{\frac{S-a_1}{C_v}}.$$

Права частина цієї рівності залежить тільки від ентропії і, отже, при рівноважному адіабатному стиску права, а тому і ліва частини рівності залишаються незмінними:

$$pV^{\varkappa} = \text{const}.$$

Аналогічно з виразів: $S = f_1(T, p)$ і $S = f_2(T, V)$, написаних для ідеального газу (рівняння 27 і 26), можна дістати дві інші форми рівняння Пуассона.

§ 248. Процеси оборотні і необоротні. Коротко резюмуючи суть другого принципу термодинаміки, можна сказати, що некомпенсований перехід тепла в роботу неможливий.

З неможливості одного процесу — процесу некомпенсованого переходу тепла в роботу — випливає неможливість безлічі процесів; *неможливі всі ті процеси, складовою частиною яких повинен був би стати некомпенсований перехід тепла в роботу.*

Це спричиняє поділ усіх процесів, які можуть відбуватися в дійсності, на два класи: процеси оборотні і процеси необоротні.

Терміни „оборотний" і „необоротний" процеси стосуються виключно процесу, що його зазнає ізольована система в цілому.

Під ізольованою системою ми розуміємо таку сукупність тіл (включаючи механізми, що на них впливають), на яку ніяких зовнішніх енергетичних впливів не роблять, яка ізольована від навколишніх тіл непроникною для тепла оболонкою і повна енергія якої в зв'язку з цим не може ні зростати, ні спадати.

Якщо ізольована система зазнає якогось процесу, який символічно ми позначимо так:

$$A \to B$$

(із стану A система переходить у стан B), то може бути два і тільки два випадки.

Поперше, може статися, що здійснити зворотний перехід системи з B в A, не роблячи при цьому ніяких змін в навколишніх тілах, неможливо через те, що для цього треба було б некомпенсовано перетворити в роботу якусь кількість тепла. В цьому разі процес ($A \to B$), що його зазнає ізольована система, ми називаємо *необоротним.*

Подруге, може статися, що зворотний перехід системи з B в A можливий без будьяких змін в навколишніх тілах. У цьому разі процес ($A \to B$), що його зазнає ізольована система, ми називаємо *оборотним.*

Інакше кажучи:

який завгодно процес, що переводить ізольовану систему із стану A в стан B, є процес оборотний, *якщо процес, що має єдиним своїм результатом повернення системи із стану B в A,* можливий;

який завгодно процес, що переводить ізольовану систему із стану

[1]) Нагадаємо, що ln є знак натурального логарифма; якщо $y = \ln x$, то $x = e^y$, де e — основа натуральних логарифмів ($e = 2{,}718\ldots$).

А в стан В, є процес необоротний, *якщо процес, що має єдиним своїм результатом повернення системи із стану В в А,* неможливий.

Тут слова „єдиним результатом" мають той самий зміст, як і в формулюванні другого принципу (§ 239), тобто заборону будьяких змін термодинамічного стану навколишніх (які не входять до складу системи) тіл.

§ 249. Приклади необоротних процесів. Найтиповішим прикладом необоротного процесу є тертя.

При терті, які б не були конкретні умови процесу, робота, напрямлена на подолання сил тертя, іде спершу на нагрівання тертьових поверхень, а потім, завдяки тепловіддаванню,— на нагрівання шарів речовини тертьових тіл, які лежать глибше, і навколишніх тіл. Через те що зворотне некомпенсоване перетворення тепла в роботу неможливе, всякий процес, який супроводиться тертям, є необоротним.

Другим типовим прикладом необоротного процесу є теплообмін при скінченній різниці температур. Цей процес необоротний тому, що *неможливо здійснити процес, який має єдиним своїм результатом зворотний перехід тепла від тіла холодного до більш нагрітого.*

Те, що зворотний перехід тепла від тіла холодного до більш нагрітого не може виникнути і відбуватися самовільно, є очевидним і виходить безпосередньо з поняття температури. Важливо те, що штучно процес цей ні при яких умовах не може бути здійсненим без компенсації.

Справді, щоб перенести тепло від тіла холодного до більш нагрітого, не роблячи ніяких змін у стані навколишніх тіл, необхідно було б: відняти теплоту у холодного тіла (це можливо), перетворити її некомпенсовано в роботу (це неможливо), витратити здобуту роботу на збільшення внутрішньої енергії нагрітого тіла (це можливо). Через те що складовою частиною цього процесу повинне було б бути в дійсності неможливе некомпесоване перетворення тепла в роботу, то і весь процес у цілому неможливий; отже, процес тепловіддавання при скінченній різниці температур є необоротним.

Розглянемо ще один типовий приклад необоротного процесу — нерівноважне розширення.

Уявимо собі ізольовану систему, яка складається з тіла (наприклад, газу), вміщеного в термічно непроникний циліндр з рухомим поршнем. Припустимо, що сам поршень невагомий, але навантажений гирями. Нехай раптом навантаження з поршня знято; тіло зазнає нерівноважного розширення. При цьому воно не виконує роботи і, таким чином, енергія його залишається незмінною. Чи оборотний цей процес? Питання зводиться до того, чи можливий процес, єдиний результат якого полягав би в стиску тіла без зміни його внутрішньої енергії. На стиск тіла треба витратити роботу; щоб внутрішня енергія тіла не збільшувалася, треба відняти від нього еквівалентну кількість тепла; нарешті, щоб ніяких змін в оточенні не сталося, треба було б цю відняту у тіла теплоту некомпенсовано перетворити в роботу, а це — неможливе. Отже, нерівноважне розширення тіл — необоротне.

§ 250. Точний зміст термінів: „рівноважний" і „нерівноважний" процес. *Ми називаємо процес рівноважним, якщо, поперше, зазнаючи цього процесу, система проходить ряд рівноважних станів, які безперервно ідуть один за одним* (§ 211), *і якщо, подруге, зазнаючи зазначеного процесу, система виконує найбільшу роботу, яку вона здатна виконати, проходячи заданий безперервний ряд рівноважних станів.*

Тут, як і завжди, ми говоримо про „виконання роботи" в алгебричному розумінні; може статися, що найбільша робота, яку в заданих умовах система здатна виконати, є величина від'ємна; це означає, що процес через необхідність зв'язаний з витратою роботи; щоб він був рівноважним, необхідно, щоб витрата роботи була мінімальною.

§ 251. Умови, які забезпечують рівноважність процесу. Вкажемо т[і] умови, яких повинно бути додержано, щоб була забезпечена рівноважніст[ь] процесу.

Перша умова полягає в тому, що *забороняється різко, велики[м] стрибком змінювати спричинювані впливи*; наприклад, забороняється різ[ко] змінювати тиск, температуру середовища і т. ін. В силу цієї умови рі[в]новажний процес через необхідність повинен складатися з величез[ної] кількості елементарних ступенів.

Друга умова полягає в тому, що *процес повинен відбуватис[я] дуже повільно.* Ця умова є обов'язковою тому, що для кожного елеме[н]тарного ступеня процесу, який переводить систему з рівноважного ста[ну] в суміжний, теж рівноважний стан, потрібен скінченний, а не елементар[но] малий, проміжок часу; число ж окремих ступенів процесу дуже вели[ке], і тому загальна тривалість процесу надзвичайно велика.

§ 252. Нерівноважність процесу як ознака його необоротност[і]. Нехай нам дано якусь ізольовану систему тіл. Всередині неї може відб[у]ватися ряд процесів, у наслідок яких система переходить з часом із ста[ну] A в B. Можна довести, що коли хоча б один із процесів всередині с[и]стеми відбувався нерівноважно, то в цілому перехід системи $A \to B$ необ[о]ротний. *Необхідна і достатня умова оборотності полягає в тому, щ[об] усі процеси, які відбуваються в системі, проходили рівноважно*[1]).

Чим менш рівноважний процес, чим швидше він відбувається, т[им] більший степінь його необоротності.

Спостережувані в природі і в техніці процеси всі тією або іншою мір[ою] нерівноважні, а тому необоротні. Проте, вивчання ідеалізованих нами обо[ротних] процесів є важливою справою, воно приводить термодинаміку [до] відкриття закономірностей, які іншим шляхом було б важко виявити.

§ 253. Теорема про зростання ентропії. Ми встановили ознаку [не]оборотності процесу; цією ознакою є його нерівноважність. Зрозумі[ло], що ознака ця може бути використана лише в тому випадку, коли точ[но] відомо, як саме відбувався процес.

Проте, з самого означення поняття необоротності виходить, що д[ля] розв'язання питання, чи оборотний чи ні будьякий заданий процес, як[ий] переводить ізольовану систему з стану A в стан B, зовсім нема потре[би] знати, як саме відбувався цей процес. Досить знати тільк[и] вихідний і кінцевий стан системи; зіставляючи ці стани, мож[на] вияснити, чи можливий чи неможливий процес, який має єдиним сво[їм] результатом повернення системи у вихідний стан; якщо — неможливи[й], то, значить, процес $A \to B$ чвляв собою необоротний процес, якщо — мож[]ливий, то, значить, процес $A \to B$ був процесом оборотним.

Звідси треба зробити висновок, що, крім розглянутої вище ознаки [не]оборотності, яка була встановлена відповідно до характеру перебігу про[]цесу, повинна існувати ще одна ознака необоротності, яка базується на зіста[в]ленні кінцевого стану ізольованої системи з початковим станом. Нео[бо]ротність процесу повинна залишати якийсь слід, спричинюваний змін[ою] термодинамічного стану тіл, які входять у систему. Отже, є змога від[шу]кати кількісну міру необоротності. Цією кількісною мірою необоротнос[ті] є зростання ентропії ізольованої системи. Виявляється (це доводять у тер[]модинаміці), що:

ентропія ізольованої системи або залишається незмінною, якщо про[]

---

[1]) На цій підставі часто користуються термінами „оборотний" і „необоротний" там, д[е], строго кажучи, слід було б застосовувати терміни „рівноважний" і „нерівноважний". Тіль[ки] про такий процес, який являє собою перехід ізольованої системи з одного ста[ну в] інший, можна сказати, що він оборотний або необоротний. Якщо ж маємо на увазі неізоль[о]вану систему, то, будучи точними у формулюванні думок, ми повинні застосовувати терм[іни] „рівноважний" і „нерівноважний".

цес, зазнаваний системою, ***оборотний****, абож* ***зростає****, якщо процес —* ***необоротний****. Отже, ні при яких умовах ентропія ізольованої системи не може меншати.*

§ 254. Термодинамічний зміст поняття про ентропію. Із зазначеного в § 248 ясно, що коли б існувала можливість некомпенсовано перетворювати тепло в роботу, то всі процеси були б оборотні. Нехай ізольована система зазнає процесу $A \rightarrow B$. Природною мірою необоротності цього процесу є найменша кількість тепла, яке треба було б некомпенсовано перетворити в роботу, щоб здійснити процес, який має єдиним своїм результатом повернення системи у вихідний стан. Термодинамічний аналіз, проте, показує, що обчислення цього мінімуму тепла являє труднощі. Завдання значно спрощується, якщо ми умовимося при визначенні цього мінімуму тепла не користуватися тепловідхідними тілами, охолодженими нижче 1° абсолютної шкали. *При цій умові мінімум тепла, яке треба було б некомпенсовано перетворити в роботу, щоб „цілком обернути"* [1]) *процес $A \rightarrow B$, якраз дорівнює ентропії системи в стані B відносно стану A.*

Ми розглядаємо ізольовану систему; значить, в обох зіставлюваних нами станах A і B система має рівну щодо величини енергію. Кількісно внутрішня енергія не змінилася. Але чи не повинні ми поряд з кількісним визначенням внутрішньої енергії говорити також і про якість внутрішньої енергії? Так, повинні. При незмінній кількості внутрішня енергія може змінюватися якісно.

Теплота неповноцінна порівняно з роботою (§ 241). Це має своїм наслідком неповноцінність внутрішньої енергії порівняно з іншими видами енергії. На відміну, наприклад, від енергії тяжіння, запаси[2]) внутрішньої енергії ми звичайно не можемо цілком використати у формі роботи: якусь частину внутрішньої енергії ми змушені брати у формі тепла.

Яка саме частина внутрішньої енергії буде віддана обов'язково в формі тепла, а не роботи, це залежить від термодинамічного стану тіла і від тих можливостей, які ми маємо при виборі температури теплоодержуючого тіла.

Якщо тіло поміщено в середовище, з яким воно перебуває в тепловій рівновазі, і якщо ми не маємо тіл з нижчою температурою, то найменша частина внутрішньої енергії, яка обов'язково буде віддана у формі тепла, а не роботи, дорівнює добуткові абсолютної температури тіла на його ентропію (Гельмгольц назвав цю величину TS зв'язаною енергією).

Ентропія є мірою неповноцінності (знеціненості) внутрішньої енергії. Зростання ентропії при необоротних процесах відбувається тому, що нерівноважність процесу ще більшою мірою знецінює внутрішню енергію.

Відзначимо, що замість слів „неповноцінність" і „знеціненість" внутрішньої енергії часто говорять „розсіяння" внутрішньої енергії, „деградація" її, „ентропійність" її. Усі ці терміни означають те саме.

§ 255. Статистичний характер ентропії. Протилежно до першого принципу другий принцип термодинаміки має статистичну основу. Події мікросвіту (співударяння молекул, теплове випромінювання атомів) підлягають законові розподілу випадкових подій, так званому законові великих чисел; це виявляється в неповноцінності тепла порівняно з роботою або, що те саме, в неможливості некомпенсованого перетворення теплоти в роботу.

---

[1]) Взяті тут у лапки слова „цілком обернути" треба розуміти як коротке позначення того, що систему, яка зазнала необоротного процесу, ми х о ч е м о вернути у вихідний стан, не роблячи при цьому ніякої зміни в навколишніх тілах.

[2]) Поняття „запас енергії" базується на зіставленні заданого стану тіла з якимсь початковим станом. Тут ми вважаємо, що початковим вибрано той стан, при якому енергія мінімальна (стан недеформованого кристала при абсолютному нулі).

Другий принцип не можна прикласти до окремої молекули або до малого числа молекул. Іноді кажуть, що він у цьому разі є неправильним. Це не зовсім так. Другий принцип був би неправильним, якби він містив у собі будьякі твердження, що стосуються окремої молекули. Але легко бачити, що другий принцип нічого не говорить з приводу того, якою повинна бути поведінка окремої молекули або малої групи молекул: він у цьому разі нічого не говорить з тієї простої причини, що до окремої молекули не можна застосувати поняття тепла (§ 22 Поняття: тепло, температура, ентропія мають сенс тільки щодо достатньо великого агрегату молекул.

Статистичний характер другого принципу було виявлено з повною ясністю особливо працями Больцмана і Гіббса. Больцман встановив, що з молекулярно-кінетичного погляду суть другого принципу полягає ось у чому:

„Природа прагне від станів менш імовірних до станів більш імовірних". Найімовірнішим є рівномірний розподіл молекул по всьому об'єму, зайнятому тілом. Найімовірнішим є якийсь цілком певний розподіл швидкостей молекул — максвеллів розподіл швидкостей (§ 139). Якщо в системі існує нерівномірний розподіл молекул по об'єму або розподіл швидкостей, який відхиляється від закону Максвелла, то, коли зовнішні впливи на систему будуть усунені, в ній самі собою виникнуть процеси, які, кінець-кінцем, приведуть систему в найімовірніший стан.

З макрофізичного погляду ці процеси будуть полягати у вирівнюванні густини, у вирівнюванні температури, у вирівнюванні тисків, у вирівнюванні так званих хемічних потенціалів і т. ін.

Залежно від умов, у які поставлено тіло, той або інший стан тіла є найімовірнішим. Наприклад, у полі тяжіння найімовірнішим є деякий цілком певний розподіл молекул; для газу це буде той розподіл, який відповідає барометричному законові зміни густини (e-положення Больцмана, § 179).

Якщо всередині тіла ми переставимо молекули, помістивши одну будьяку молекулу на місце другої, а ту — на місце першої, і якщо подібну ж заміну ми зробимо щодо швидкостей молекул, то від цього, зрозуміло, термодинамічний стан тіла не зміниться. Припустимо, що ми підрахували число всіх молекулярних перестановок таких, щоб термодинамічний стан тіла при цьому не змінився. Для різних термодинамічних станів того самого тіла це число буде, взагалі кажучи, неоднакове. Це саме число й називають **термодинамічною імовірністю** стану тіла.

Із зазначеного ясно, що між ентропією тіла та імовірністю стану є зв'язок: обидві ці величини зростають, коли ізольована система зазнає необоротного процесу. Співвідношення, яке існує між цими двома величинами (для газу), можна встановити, грунтуючись на найпростіших властивостях ентропії та імовірності стану. Для цього треба тільки зіставити, як змінюються ці дві величини залежно від кількості речовини при незмінності її термодинамічного стану. Пригадаємо, що ентропія газу пропорціональна його кількості (§ 245). Візьмемо будьякий об'єм газу і обережно, не змінюючи стану газу, розділимо перегородкою цей об'єм газу на дві частини; очевидно, що ентропія всієї кількості взятого газу дорівнюватиме сумі ентропій двох його частин:

$$S = S_a + S_b.$$

Тепер запитаємо себе: чому дорівнює термодинамічна імовірність W усієї взятої кількості газу, якщо термодинамічні імовірності двох його частин дорівнюють W_a і W_b? Щоб правильно відповісти на це запитання, треба мати на увазі, що імовірність будьякої сукупної події дорівнює **добуткові** імовірностей окремих подій. Наприклад, нехай імовірність виграшу в лотерейний білет є P_1; припустимо, що ми маємо ще другий лотерейний білет, для якого імовірність виграшу є P_2; тоді імовірність, що ми виграємо на один з них, буде $P_1 + P_2$, але імовірність, що виграють о д н о ч а с н о обидва білети, дорівнюватиме добуткові $P_1 \cdot P_2$. Аналогічно імовірність стану W усієї взятої кількості газу дорівнює добуткові імовірностей двох його частин:

$$W = W_a \cdot W_b.$$

Отже, підсумовуванню ентропій відповідає множення термодинамічних імовірностей. Такого роду зв'язок між величинами матимемо тоді, коли перша з цих величин S пропорціональна логарифмові другої величини W. Отже, ентропія газу пропорціональна логарифмові його термодинамічної імовірності [1]):

$$S = k \ln W + \text{const.} \tag{29}$$

Б о л ь ц м а н показав, що коефіцієнт пропорціональності k для одного моля дорівнює універсальній газовій сталій R, поділеній на число молекул у молі:

$$k = \frac{R}{N} = 1{,}37 \cdot 10^{-16} \, \frac{\textit{ерг}}{\textit{градус}}.$$

§ 256. Теорема про стійку рівновагу ізольованої термодинамічної системи. Процес, що його зазнає ізольована система, може бути або оборотним або необоротним. У першому випадку ентропія ізольованої системи залишається незмінною, у другому — ентропія зростає. Звідси ясно, що:

коли ентропія системи досягне максимуму, ізольована система перебуватиме в стані стійкої рівноваги. Вона може бути виведена з цього стану тільки з допомогою зовнішніх впливів.

Візьмемо, наприклад, склянку води і, ізолювавши її у тепловому відношенні від навколишнього середовища, кинемо в неї досить великий кусок мідного купоросу. Частина мідного купоросу розчиниться, і при цьому температура води трохи знизиться (розчинення багатьох інших тіл супроводиться, навпаки, підвищенням температури). Розчинення припиниться тоді, коли ентропія системи — в даному разі сума ентропій мідного купоросу і його водного розчину — досягне максимуму.

§ 257. Ізотермічна теплота і робота. Теорема про вільну енергію. На практиці часто доводиться мати справу з системами, які у тепловому відношенні не тільки не ізольовані від середовища, що оточує їх, але, навпаки, поставлені в такі умови, що, не зважаючи на процеси, які в них відбуваються, температура їх увесь час підтримується приблизно сталою.

Якщо ми звернемося до прикладу, наведеного наприкінці попереднього параграфа, то зможемо твердити, що в цьому випадку (коли температуру води підтримують сталою) розчиниться більша кількість мідного купоросу. Стан рівноваги буде інший; він не буде вже відповідати максимумові ентропії купоросу і його водного розчину. Звичайно, і в цьому разі можна застосувати ту саму теорему про максимум ентропії, якщо будемо вивчати ізольовану систему, яка включає в себе в даному разі не тільки склянку з розчином мідного купоросу, а й середовище, в якому ця склянка перебуває. Але це ускладняє справу, і в цьому нема потреби,

[1]) Багато хто вважає, що наведена формула, яка зв'язує ентропію з термодинамічною ймовірністю, справедлива не тільки для газів, але також і для рідин, і для твердих тіл. Розв'язання цього питання ускладняється необхідністю брати до уваги в цьому разі вияв сил поверхневого натягу, в наслідок яких неможливо, наприклад, поділити краплю рідини на дві частини так, щоб термодинамічний стан рідини залишився з о в с і м н е з м і н н и м.

бо для важливого випадку ізотермічних процесів термодинаміка встановлює особливий критерій[1]) рівноваги.

Пригадаймо те, що було сказано в § 254 про величину TS. Ця величина (за термінологією Гельмгольца — зв'язана енергія) являє ту частину внутрішньої енергії тіла, яка може бути одержана нами тільки у формі тепла, якщо забирати тепло при температурах не нижче T. Решта — повноцінна частина внутрішньої енергії $U-TS$ при тих самих умовах може бути одержана у формі роботи. Цю повноцінну частину внутрішньої енергії називають **вільною енергією** і звичайно позначають літерою F.

Нехай система **ізотермічно** переходить із стану C_1 в C_2. Приріст ентропії системи дорівнює зведеній теплоті цього процесу $S_2-S_1=\frac{Q_{t=const}}{T}$. Тут $Q_{t=const}$ є теплота, надана системі; бажаючи відмітити, що температура залишається незмінною, величину $Q_{t=const}$ звичайно називають захованою теплотою: захована теплота топлення, випаровування і т. д. Заховану теплоту часто позначають літерою r ($Q_{t=const}=r$). Ми бачимо, що захована теплота ізотермічного процесу іде на збільшення знеціненої частини внутрішньої енергії:

$$r=T\,(S_2-S_1).\qquad (3\ldots)$$

Роботу, виконувану системою при ізотермічному процесі, позначимо через $A_{t=const}$. Система виконує роботу за рахунок убутку внутрішньої енергії (U_1-U_2) і за рахунок надаваного системі тепла Q. Отже $A_{t=const}=$ $=U_1-U_2+TS_2-TS_1$. Сполучаючи в правій частині цього виразу середні і крайні члени і маючи на увазі, що U_1-TS_1 є вільна енергія F_1, яка властива системі в стані C_1, і U_2-TS_2 є вільна енергія F_2 в стані C_2, ми бачимо, що при ізотермічному процесі система виконує роботу за рахунок убутку вільної енергії:

$$A_{t=const}=F_1-F_2.\qquad (3\ldots)$$

Наприклад, гальванічний елемент виконує роботу (роботу електричного струму), яка дорівнює убуткові вільної енергії речовин, що хемічно реагують в елементі. При ізотермічному дробленні рідини на краплі ми витрачаємо роботу, напрямлену проти сил поверхневого натягу; ця витрачувана нами робота дорівнює приростові вільної енергії рідини (§ 16…).

Одна з найважливіших теорем термодинаміки така: якщо температуру і об'єм системи зберегти незмінними, то всередині системи відбуватимуться тільки такі процеси, які супроводяться убутком вільної енергії або (при рівноважному перебігу) не змінюють її величини.

Коли умовами досліду гарантована незмінність температури і об'єму, станові стійкої рівноваги відповідає мінімум вільної енергії.

§ 258. Тепловміст. Важливим завданням термодинаміки є вивчання процесів якісної зміни речовини: переходу тіла з одного агрегатного стану в інший, хемічних реакцій, розчинення речовини і т. д. В цих випадках ізотермічна теплота являє собою заховану теплоту якісного перетворення речовини: заховану теплоту випаровування, заховану теплоту топлення, заховану теплоту розчинення і т. д. Ми будемо вважати, що вона віднесена до одного моля речовини.

Нехай $V_{рід}$ є об'єм одного моля рідини при температурі T і при тиску p і $V_{пара}$ є об'єм одного моля насиченої пари при тій самій температурі і при тому самому тиску. Процес кипіння відбувається при незмінній тем-

[1]) Ознака; від грецького kritein — відокремлювати, розв'язувати (лат. criterium).

пературі і при незмінному тиску; це є, отже, процес **ізотермічний** і одночасно **ізобарний**. Виконувана при цьому системою робота дорівнює добуткові тиску на приріст об'єму:

$$A = p\,(V_{пара} - V_{рід}).$$

Захована теплота випаровування (теплота паротворення), теплота топлення і т. ін. — кожна з цих кількостей тепла іде на приріст внутрішньої енергії і на виконання роботи розширення:

$$r = (U_{пара} - U_{рід}) + p\,(V_{пара} - V_{рід}). \tag{32}$$

Для зручності обчислень часто об'єднують внутрішню енергію з добутком pV і суму цих величин називають умовно **тепловмістом** (деякі автори називають цю величину **ентальпією**). Часто тепловміст позначають літерою I:

$$I = U + pV.$$

Теплота паротворення являє собою різницю тепловмістів насиченої пари і рідини:

$$r = I_{пара} - I_{рід}. \tag{33}$$

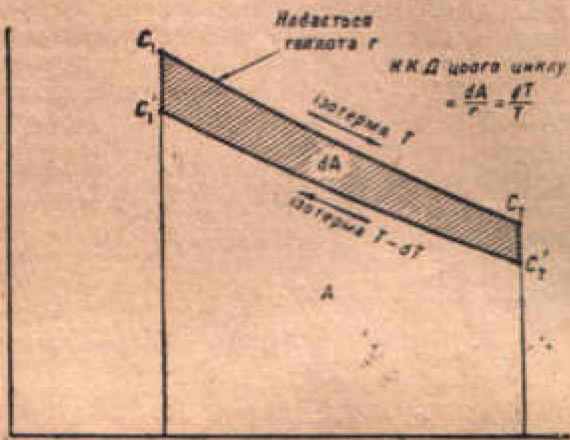


Рис. 257. Схема до виведення рівняння **Гіббса — Гельмгольца**.

Аналогічна рівність справедлива також і для теплоти топлення і для теплоти, фактично виділюваної при хемічній реакції, наприклад, при горінні, якщо реакція ця відбувається під незмінним тиском. Кипіння і топлення відбуваються не тільки ізобарно, але разом з тим ізотермічно. А тому захована теплота паротворення і топлення може бути обчислена також за формулою § 257:

$$r = T\,(S_{пара} - S_{рід}).$$

§ 259. Рівняння Гіббса — Гельмгольца. Ми виведемо рівняння, яке за величиною захованої теплоти ізотермічного процесу r дозволяє наперед визначати, як буде змінюватися ізотермічна робота $A_{t=\text{const}}$, якщо ізотермічний процес проводити при більш високій або більш низькій температурі.

Уявимо собі, що якесь тіло при абсолютній температурі T зазнає ізотермічного процесу і, виконуючи при цьому роботу $A_{t=\text{const}}$, переходить із стану C_1 в C_2. Проведемо через ці два крайні стани C_1 і C_2 ізохори (рис. 257) і поряд з зазначеним ізотермічним процесом розглянемо аналогічний ізотермічний процес між тими ж ізохорами, але при температурі трохи нижчій $T - dT$; у цьому випадку тіло переходить із стану C_1' в C_2' і виконує роботу, яку можна позначити через $A_{t=\text{const}} - d\,(A_{t=\text{const}})$.

Якби ми змусили розглядане тіло виконати цикл: $C_1 \to C_2 \to C_2' \to C_1' \to C_1$, то коефіцієнт корисної дії цього елементарного циклу[1]) дорівнював би відношенню різниці температур dT до абсолютної температури T (§ 242). Виконана при цьому циклі робота дорівнювала б $d\,(A_{t=\text{const}})$, а теплота, віддана нагрівником, являла б собою заховану теплоту ізотермічного про-

[1]) Зазначений елементарно малий цикл відрізняється від циклу **Карно** на величини нескінченно малі другого порядку.

цесу $C_1 \to C_2$, рівну r. К. к. д. циклу є відношення роботи циклу, в даному випадку $d(A_{t=\mathrm{const}})$, до теплоти, відданої нагрівником, у даному разі до r. Отже:

$$\frac{d(A_{t=\mathrm{const}})}{r}=\frac{dT}{T}. \tag{34}$$

Це є рівняння Гіббса—Гельмгольца, яке показує, що коли здійснення ізотермічного процесу потребує витрати тепла ($r>0$), то ізотермічна робота $A_{t=\mathrm{const}}$ зростає при підвищенні температури; якщо ж здійснення розгляданого ізотермічного процесу супроводиться віддаванням тепла ($r<0$), то ізотермічна робота $A_{t=\mathrm{const}}$ убуває при підвищенні температури.

Рівняння Гіббса—Гельмгольца звичайно пишуть трохи інакше. Пригадаємо, що при якому завгодно процесі, зокрема і при ізотермічному, теплота, надавана тілу, іде на приріст внутрішньої енергії і на виконання роботи: $r=(U_2-U_1)+A_{t=\mathrm{const}}$. Якщо замість приросту внутрішньої енергії (U_2-U_1) ми хочемо розглядати убуток внутрішньої енергії (U_1-U_2), то сказане треба перефразувати так: робота виконується коштом внутрішньої енергії і крім того друга частина роботи, що дорівнює $A-(U_1-U_2)$, виконується коштом наданого тілу тепла: $r=A-(U_1-U_2)$. Перепишемо рівняння Гіббса—Гельмгольца так, щоб у лівій частині рівності стояла захована теплота ізотермічного процесу r, і замінимо r різницею виконаної тілом роботи і убутку внутрішньої енергії. Тоді дістанемо:

$$A_{t=\mathrm{const}}-(U_1-U_2)=T\frac{d(A_{t=\mathrm{const}})}{dT}. \tag{34a}$$

З цього часто вживаного написання рівняння Гіббса—Гельмгольца ми бачимо, що ізотермічна робота може бути більша або менша, ніж убуток внутрішньої енергії, залежно від знака похідної, яка стоїть у правій частині рівності. Слід пам'ятати, що по суті виводу величина $d(A_{t=\mathrm{const}})$ у зазначеній похідній означає алгебричне збільшення ізотермічної роботи, спричинюване тільки підвищенням температури на dT, але не якиминебудь іншими причинами; величина $A_{t=\mathrm{const}}$ залежить від початкового і кінцевого об'ємів системи; а тому, зіставляючи ізотермічні процеси при температурі $T+dt$ і при температурі T, треба в обох цих випадках виходити з однакових початкових об'ємів і зводити систему до однакових кінцевих об'ємів.

Пригадаємо, що ізотермічна робота виконується коштом вільної енергії: $A_{t=\mathrm{const}}=F_1-F_2$. Підставивши у рівняння Гіббса—Гельмгольца замість $A_{t=\mathrm{const}}$ убуток вільної енергії, дістанемо третє, теж часто вживане, написання цього найважливішого рівняння термодинаміки:

$$(F_1-F_2)=(U_1-U_2)+T\frac{d(F_1-F_2)}{dT}. \tag{34б}$$

§ 260. Рівняння Клапейрона—Клаузіуса. Застосуємо рівняння Гіббса—Гельмгольца до процесів кипіння і топлення; для цього напишемо це рівняння (34) у такій формі:

$$r=T\frac{d(A_{t=\mathrm{const}})}{dT}.$$

У даному випадку ізотермічна робота $A_{t=\mathrm{const}}$ являє собою одночасно роботу ізобарного розширення від об'єму, що зайнятий одним молем рідини, до об'єму одного моля пари. Температура кипіння залежить від тиску: збільшення тиску на dp має своїм наслідком підвищення температури кипіння на dT; при цьому робота розширення зростає на величину $d(A_{t=const}) = (V_{пара} - V_{рід}) \cdot dp$. Підставляючи цей вираз для $d(A_{t=const})$ у рівняння Гіббса — Гельмгольца, дістанемо:

$$r = (V_{пара} - V_{рід}) \cdot T \frac{dp}{dT}. \tag{35}$$

Це рівняння має назву рівняння Клапейрона — Клаузіуса. З допомогою цього рівняння можна обчислити теплоту паротворення; для цього треба знати залежність тиску насиченої пари від температури або (це те саме) залежність точки кипіння від тиску. На практиці так і роблять: вимірюють при різних температурах тиск насиченої пари. Звідси визначають значення похідної $\frac{dp}{dT}$ для різних температур і з допомогою рівняння Клапейрона — Клаузіуса знаходять величину захованої теплоти паротворення r для різних температур кипіння. Знаючи r як функцію температури за формулами попередніх параграфів (формули 30 і 33), можна обчислити ентропію і тепловміст насиченої пари для яких завгодно температур кипіння.

Складені так таблиці величин r, S і I для води, вуглекислоти, амоніаку та інших рідин мають широке застосування в теплотехніці.

Рівняння Клапейрона — Клаузіуса за суттю виведення можна застосувати не тільки до процесу кипіння рідини, але також і до топлення, розчинення, до ізотермічної реакції і т. ін. Зрозуміло, що в цих випадках у правій частині рівняння замість різниці $(V_{пара} - V_{рід})$ буде відповідна різниця кінцевого і початкового об'ємів системи; p і T будуть означати тиск і температуру рівноваги, наприклад, рівновагу твердого тіла і його розтопу, якщо r означає заховану теплоту топлення.

У багатьох випадках рівняння Клапейрона — Клаузіуса може бути спрощене. Так, при обчисленні захованої теплоти випаровування малолетких рідин, при обчисленні теплоти сублімації (випаровування) твердого тіла, при обчисленні теплоти розчинення поганорозчинних речовин і взагалі в усіх тих випадках, коли густина газоподібної фази дуже мала, можна прийняти такі спрощення: по-перше, можна не зважати на величину мольного об'єму конденсованої фази у порівнянні з величиною мольного об'єму пари; на цій підставі в правій частині рівняння замість різниці об'ємів пишуть просто об'єм пари; по-друге, можна вважати, що мольний об'єм насиченої пари у зазначених випадках визначається газовим рівнянням $V_{пара} = \frac{RT}{p}$. Беручи до уваги, що $\frac{dp}{p} = d \ln p$, дістаємо таку широко застосовувану в фізичній хемії спрощену (наближену) форму рівняння Клапейрона — Клаузіуса:

$$r \approx RT^2 \frac{d \ln p}{dT}. \tag{36}$$

Ця наближена формула зручна тим, що для користування нею нема потреби знати густину або мольний об'єм насиченої пари.

§ 261. Тепловий закон Нернста. Ще раз уявимо собі тіло, яке зазнає рівноважного стиску в циліндрі, що в тепловому відношенні ізольований від навколишнього середовища. Температура тіла при цьому рівноважному адіабатному стиску зростає. Чому? Треба думати тому, що молекули тіла, ударяючись об поршень, що рухається їм назустріч, відлітають з більшою швидкістю; в наслідок цього мірою стиску молекулярно-кінетична енергія тіла збільшується. Слід уявити собі, що поршень рухається нескінченно повільно; яканебудь молекула, ударяючись об поршень, зазна нескінченно малого приросту швидкості, але зате вона раніш, ніж поршень, пройде помітну віддаль, встигне ударитися об поршень безліч разі і в результаті дістане помітний приріст кінетичної енергії.

Але припустимо, що в початковий момент під поршнем перебува кристал, охолоджений до абсолютного нуля. Чи буде цей кристал нагріватися в наслідок рівноважного, отже, нескінченно повільного адіабатного стиску? Якщо при абсолютному нулі молекули нерухомі (а внутрішньоатомні рухи в даному разі нас не цікавлять), то поршень, переміщуваний нескінченно повільно, буде тільки відтісняти молекули, обережно переборюючи діючі між ними сили відштовхування, і не видно, щоб він міг надати молекулам якоїнебудь швидкості коливного руху. Звідси можна зробити висновок, що розпочатий при абсолютному нулі рівноважний адіабатний стиск кристала не спричинить розігрівання кристала. Отже приходимо до цікавого і на перший погляд несподіваного висновку, що *ізотерма абсолютного нуля збігається з адіабатою* (рис. 258).

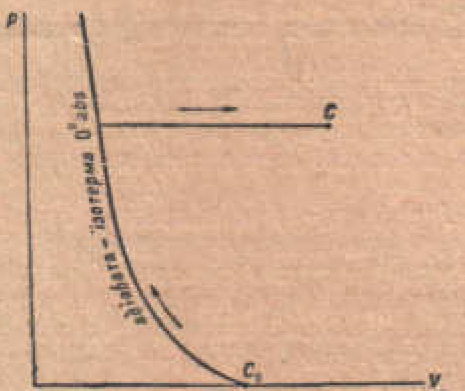


Рис. 258.

Ми розглянули тут процес стиску кристала. Нема підстави думати, що в разі якогонебудь іншого рівноважного процесу буде інакше. А тому можна висловити таке загальніше твердження: який завгодно рівноважний адіабатний процес, розпочатий при абсолютному нулі, не приводить до розігрівання системи. Беручи до уваги, що ентропія за самим означенням залишається незмінною при якому завгодно рівноважному адіабатному процесі, висловлене твердження можна виразити так: *при абсолютному нулі всі рівноважні процеси відбуваються без зміни ентропії.* В цьому твердженні полягає фізична суть закону, встановленого Н е р н с т о м у 1906—1911 рр. на основі вимірювання теплоємностей тіл при низьких температурах[1]).

Пригадаємо, що ентропія, подібно до енергії, являє собою різницеву величину; вона має фізичний зміст тоді, коли вказано початковий стан, з яким зіставляється заданий стан тіла. Умовилися розглядати конденсований стан при абсолютному нулі як початковий; інакше кажучи, конденсованому тілу (кристалові) при абсолютному нулі приписують ентропію, яка дорівнює нулеві, а під ентропією тіла в будьякому іншому стані розуміють суму зведених теплот, що їх треба надати тілу, щоб, виходячи з зазначеного початкового стану, через рівноважний процес привести тіло в даний стан. Обчислені так значення ентропії часто називають абсолютними значеннями ентропії.

Як найпростіше можна обчислити ентропію? Найлегше може бути виміряна теплоємність тіла при сталому тиску C_p. Грунтуючись на законі Н е р н с т а, ми покажемо тепер, що для обчислення абсолютних значень ентропії треба виміряти, як змінюється величина C_p залежно від температури аж до гранично низької температури. Нехай заданий стан тіла, ентропію якого треба обчислити, характеризується абсолютною температурою T і тиском p. Уявимо собі, що ми взяли те саме тіло при $T =$

[1]) Математично закон Н е р н с т а можна формулювати по-різному; одним із таких формулювань є наведене наприкінці даного параграфа рівняння для обчислення ентропії.

і $p=0$. У цьому (початковому) стані його ентропія $S=0$. Піддамо тіло рівноважному адіабатному стискові доти, поки його тиск не досягне заданого значення p. Згідно з законом Нернста нульова адіабата збігається з ізотермою абсолютного нуля (рис. 258), і, отже, ентропія і температура тіла залишаться рівними нулеві. Тепер почнемо нагрівати тіло, зберігаючи тиск на нього незмінним, і будемо нагрівати його так доти, поки температура його не досягне заданого значення T. Коли нагрівають тіло при сталому тиску, то, щоб підвищити температуру тіла на dT, треба кожного разу надавати тілу теплоти $C_p\,dT$, при цьому ентропія його зросте на $dS=\frac{C_p dT}{T}$. Сума (інтеграл) цих величин, взята для всього інтервала температур від 0 до T, буде являти собою абсолютне значення ентропії:

$$S=\int_0^T \frac{C_p dT}{T} \tag{37}$$

(інтегрування проводиться при сталому тиску).

Тут найважливіше те, що для обчислення абсолютного значення ентропії досить знати, як теплоємність тіла C_p змінюється залежно від температури, і нема потреби знати, як вона залежить від тиску (абож від густини) тіла.

§ 262. Про так звану „теплову смерть" всесвіту. Нерідко можна спостерігати, що висновки точних наук, цілком достовірні в тій галузі, для якої ці висновки призначені, проникаючи в філософію, дають грунт для сміливих, але непереконливих узагальнень. Прикладом може бути проблема так званої „теплової смерті" всесвіту. Цій проблемі було приділено чемало уваги і філософами і фізиками, не зважаючи на те, що сама постановка цієї проблеми в корені помилкова.

З термодинамічної теореми про зростання ентропії ізольованої системи (при необоротних процесах) було зроблено неправильний висновок, що ентропія всесвіту прямує до якогось максимуму. Коли цей максимум буде досягнутий, дальше зростання ентропії стане неможливим, усі процеси припиняться, і всесвіт прийде до стану „теплової смерті". Ми постійно спостерігаємо, що самовільно виникаючі процеси завжди відбуваються в напрямі вирівнювання температур або часто в напрямі вирівнювання тисків і інших факторів інтенсивності. Під станом „теплової смерті" розуміють такий стан всесвіту, коли в усіх ділянках всесвіту температура стане однаковою і коли розподіл інших факторів інтенсивності стане таким, що більше не буде вже існувати причин, здатних викликати будьякі процеси.

Якщо справедливе таке узагальнення теореми про зростання ентропії і якщо всесвіт існував вічно, то виникає питання: чому ж стан „теплової смерті" ще не досягнутий? Фізики не могли дати задовільної відповіді; це використали філософи ідеалістичної школи для спекулятивних висновків.

Спробуємо виснити суть методологічної помилки, яка породила цю хибну проблему „теплової смерті" всесвіту.

Завжди, коли ми хочемо зробити якесь узагальнення, ми повинні наперед зважити, чи законне це узагальнення, чи не перейдемо ми, йдучи шляхом узагальнень, тієї границі, де кількість переходить у якість. Приклад: теорема про зростання ентропії правильна і для великих і для малих тіл, але вона втрачає зміст, якщо її прикладати до надто малих крупинок речовини, розміри яких сумірні з розмірами молекул (§ 209); для таких крупинок речовини поняття ентропії позбавлене фізичного змісту.

До таких крупинок не можна прикладати другий принцип термодинаміки з тієї простої причини, що для них стирається відмінність між поняттям роботи і тепла (§ 228).

Якщо ми хочемо будьщо екстраполювати закони термодинаміки на всесвіт у цілому і якщо для цього ми рискуємо розглядати всесвіт як ізольовану термодинамічну систему, то ми обов'язково повинні врахувати *можливість якісної зміни екстрапольованих нами законів і використовуваних нами понять.*

Спробуємо пояснити цю думку порівнянням. Ідучи за фантазією, уявімо собі, що ми дивимось на зоряний світ, як дивимось на склянку води. Ми не могли б розрізнити окремі зорі. Зоряний світ здавався б нам якимось суцільним *супракосмічним тілом.* На такій же підставі і з тих же причин, у наслідок яких ми вважаємо, що вода в склянці перебуває в рівноважному стані, ми, можливо, вирішили б, що спостережуване нами супракосмічне тіло досягло максимуму *супраентропії* і перебуває в якомусь супрарівноважному стані. З погляду „надзоряної термодинаміки" *це є* стан „теплової смерті" світу, так само як з погляду звичайної термодинаміки рівноважний стан води, молекули якої завжди рухаються, є стан „теплової смерті" води.

Небесні тіла носяться у світовому просторі подібно до молекул газу. В житті всесвіту переважне значення мають розподіл небесних тіл у просторі і напрям їх швидкостей. Якщо припустити, що існує така величина, яка заслуговує на назву ентропії всесвіту, то безперечно, що ця величина залежить переважно від „зоряної густини" (число зір у космічній одиниці об'єму) і від „зоряної температури" (середня інтенсивність руху зір), але не від густини зір і не від температури зір. Тому, якщо існує така величина, яка заслуговує на назву ентропії всесвіту, то це є зовсім особлива величина, якась *супраентропія,* яка не має, мабуть, нічого спільного із сумарною *макроентропією* небесних тіл, що входять до складу всесвіту, і вже в усякому разі не дорівнює їй.

Термодинамічний закон зростання макроентропії небесних тіл передбачає напрям процесів, що відбуваються в надрах і на поверхні небесних тіл. Але цей закон нічого не може нам сказати про долю всесвіту в цілому. Для перебігу супракосмічних процесів, у які втягнені мільярди зір, зовсім не має значення, де і коли яканебудь зоря погасне і де виникне нова зоря.

РОЗДІЛ XI.

ФІЗИЧНІ ОСНОВИ ТЕПЛОТЕХНІКИ.

§ 263. Паливо. Сучасний розвиток техніки вимагає величезного витрачання палива. З фізичного погляду всі види палива є акумуляторами[1]) сонячної енергії, проте, процеси нагромадження її відбуваються надзвичайно повільно. Природні палива за геологічним віком можуть бути розміщені в ряд: клітковина, торф, буре вугілля, кам'яне вугілля, антрацит. Наймолодшою за своїм походженням є клітковина, найдавнішим — антрацит. Повільність утворення палив, які мають промислове значення, змушує теплотехніку розглядати їх (крім клітковини і торфу) як акумулятори невідновлюваних запасів енергії.

Близько 90% усіх видів енергії, що їх використовує промисловість, становить енергія палива. Світовий видобуток і споживання кам'яного вугілля за останні сімдесят років зросли майже в 16 раз, досягнувши, заокруглено, 1300 млн. *т*. За шістдесят років світове споживання нафти зросло в 70 раз і оцінювалось на 1924 р. в 141 млн. *т*. Швидкий ріст споживання палив ставить перед сучасною фізикою проблему розв'язання майбутнього „паливного голоду"; поточними ж завданнями теплотехніки є раціональне і економічне використання палива в усіх галузях промисловості і техніки.

В СРСР запаси кам'яного вугілля в умовному паливі[2]) по всіх районах Союзу виражаються в сумі 880 млрд. *т*[3]). Близько 74,5% цих запасів припадає на Кузбас і тільки 12,2% на Донецький басейн. Щождо виробітку, то покищо видобуток кам'яного вугілля розгортається переважно в Донбасі і становить понад 70% загального видобутку; Кузбас і Донбас є найголовнішими паливними базами Союзу як басейни великої потужності і високої якості вугілля.

Нафта є дорогоцінним джерелом не тільки паливним через дуже високу теплотворну здатність (10000 *кг-кал* на 1 *кг*), але й джерелом, що дає ряд цінних продуктів, як бензин, гас, високосортні мастила і т. д. Запаси нафти становлять 5 млрд. *т* умовного палива. За кількістю запасу нафти СРСР стоїть на першому місці серед інших країн.

Запас дров становить 19 млрд. *т*, торфу — 51 млрд. *т* умовного палива.

§ 264. Склад палива і його теплотворна здатність. Склад палива визначається як органічними властивостями палива, що залежать від геологічного походження його, так і умовами видобування його і зберігання.

Позначимо буквами C, H, O, N, S, A, W вагові кількості, що містяться в 1 *кг* палива, відповідно: вуглецю, водню, кисню, азоту, сірки, золи і вологи. Зрозуміло, що

$$C+H+O+N+S+A+W=1 \text{ кг}.$$

---

[1]) Від латинського accumulo — н а г р о м а д ж у ю.

[2]) Умовним прийнято вважати паливо, кілограм якого при повному згоранні виділяє 7000 *кг-кал*.

[3]) „Генеральный план электрификации СССР", т. I, вид. 1932 р.

Органічні властивості палива визначаються кількістю вуглецю (C), водню (H), кисню (O) і азоту (N); суму $C + H + O + N$ називають органічною частиною палива. Кількість сірки (S), золи (A), вологи (W) характеризує засміченість палива; вона в значній мірі залежить від умов видобування і зберігання палива; суму $S + A + W = B$ називають паливним баластом[1]).

Основними горючими елементами є вуглець (C) і водень (H). В більшості випадків вуглець і водень є в паливі у вигляді складних вуглеводнів.

Теплова цінність палива визначається теплотворністю, або так званою теплотворною здатністю палива. Під теплотворністю простого або складного горючого розуміють теплоту, виділювану одним кілограмом палива (а для газоподібного звичайно 1 $м^3$ палива) при його повному згоранні.

Розрізняють два види теплотворності: вищу (калориметричну) і нижчу (робочу). Справа в тому, що водяна пара, яка утворюється в продуктах згорання, конденсуючись, виділяє теплоту паротворення. Під нижчою теплотворною здатністю розуміють ту кількість тепла, яка виділиться при повному згоранні, палива, але в припущенні, що волога продуктів згорання лишається в пароподібному стані. У величину нижчої теплотворної здатності не входить, таким чином, тепло, яке виділилося б з водяної пари при її конденсації. У вищій теплотворній здатності це враховано. В звичайних топочних пристроях температура димових газів, які виходять з топки, така висока, що водяна пара сконденсуватись не може. Тому нижчу теплотворність, яку використовують у звичайних умовах, називають також робочою, або корисною.

1 *кг* водню (H), повністю згораючи в кисні, виділяє 28 700 *кг-кал* (нижча теплотворна здатність); коли ж врахувати тепло, яке утворюється також від конденсації водяної пари, то 34 100 *кг-кал* (вища теплотворна здатність).

1 *кг* вуглецю (C), згораючи цілком у кисні, виділяє 8140 *кг-кал*.

При неповному згоранні:

1 *кг* вуглецю (C), згораючи в кисні з утворенням вуглецьII-оксиду CO, виділяє 2440 *кг-кал*;

1 *кг* сірки (S), згораючи в кисні в SO_2, виділяє 2220 *кг-кал*.

Теплотворна здатність складних палив визначається або спалюванням у спеціальних калориметрах, або підраховуванням за наближеними формулами за складом палива.

Дюлон запропонував для визначення вищої теплотворної здатності користуватись формулою

$$Q_{вищ} = 8140 \cdot C + 34100 \cdot \left(H - \frac{O}{8}\right) + 2500 \cdot S \ кг\text{-}кал.$$

В основі формули лежить передумова, що теплотворна здатність палива є сумою кількостей тепла, виділюваних складовими. Далі, у формулі припускається, що кисень (O), який є в складі палива, зв'язує кількість водню, що дорівнює O/8 (бо за реакцією $2H_2 + O_2 = 2H_2O$ на 1 вагову частину кисню припадає, наближено, $^1/_8$ частина водню). За змістом формули Дюлона цей „зв'язаний" водень при згоранні палива тепла не виділяє, тому при підраховуванні припускається, що тепло виділяє тільки „вільний" водень, кількість якого становитиме $(H - O/8)$.

Щоб знайти нижчу теплотворну здатність, треба з вищої відняти теплоту паротворення всієї кількості водяної пари, наявної в продуктах

[1]) Сірку відносять до баласту умовно, бо надзвичайно шкідливий вплив мають її продукти згорання (SO_2) на метали і на живі організми. Взагалі ж наявність сірки [illegible] характеризувати органічну частину.

згорання. Кількість водяної пари становитиме $9H+W$ [$9H$ виходить за наведеною вище реакцією згорання водню: H_2O вагою в дев'ять раз більше, ніж узято водню H; W — вміст водяної пари в продуктах згорання коштом вологи палива (W — доданок баласту)]. Тоді робоча теплотворна здатність за Дюлоном становитиме:

$$Q_{роб}=8140\cdot C+34100\cdot\left(H-\frac{O}{8}\right)+2500\cdot S-600\cdot(9H+W)\ кг\text{-}кал. \quad (2)$$

Числом 600 наближено оцінюється теплота паротворення 1 *кг* водяної пари.

Такий же характер має часто застосовувана формула Спілки німецьких інженерів:

$$Q_{роб}=8100\cdot C+29000\cdot\left(H-\frac{O}{8}\right)+2500\cdot S-600\cdot W\ кг\text{-}кал. \quad (3)$$

В СРСР дуже поширена формула Д. І. Менделеєва:

$$Q_{роб}=8100\cdot C+30000\cdot H-2600\cdot(O-S)-600\cdot(9H+W)\ кг\text{-}кал. \quad (4)$$

Усі наведені формули мають емпіричний характер і служать тільки для наближених розрахунків. Для газоподібного палива існують аналогічні формули, які дають теплотворність за об'ємним складом.

Приклад обчислення теплотворної здатності палива.

Нехай хемічний аналіз показав, що 1 *кг* кам'яного вугілля містить: 0,72 *кг* C; 0,06 *кг* H; 0,12 *кг* O; 0,02 *кг* S і 0,06 *кг* води.

Знаходимо за формулою Спілки німецьких інженерів робочу теплотворну здатність цього вугілля:

$$Q=8100\cdot 0{,}72+29000\left(0{,}06-\frac{0{,}12}{8}\right)+2500\cdot 0{,}02-600\cdot 0{,}06=5976\ кг\text{-}кал.$$

§ 265. Схема теплосилової установки. Теплові двигуни є перетворювачами внутрішньої енергії палива в механічну роботу. В найзагальнішому вигляді тепловий двигун можна подати схемою, даною на рис. 259.

Рис. 259. Загальна схема теплового двигуна.

Робоче тіло — теплоносій, залишивши теплоджерело і проходячи через органи регулювання, вступає в орган розподілу. Розподільний орган керує впуском теплоносія в робочу порожнину. В робочій порожнині здійснюється процес, у результаті якого частина тепла Q_1, внесеного теплоносієм, переходить в механічну роботу A. Невикористане тепло Q_2 переходить до тепловідхідного тіла.

Теплоджерело і тепловідхідне середовище є обов'язковими елементами установки; без них неможливо побудувати безперервно діючий двигун (§ 240). Співвідношення між параметрами (p_1, v_1, T_1; p_2, v_2, T_2), які характеризують початковий і кінцевий стан робочого тіла, визначають можливу економічність двигуна.

В парових установках теплоджерелом є пароутворювач (котел), а тепловідхідним середовищем — конденсатор, у який вступає спрацьована пара. В двигунах внутрішнього згорання теплоджерелом є зайвята газова сумішка, а тепловідхідним середовищем — атмосферне повітря.

Органи регулювання змінюють кількість теплоносія, що вступає в машину, залежно від витрати енергії споживачем.

Характер робочої порожнини може бути різний. У поршневих двигунах це розширювальний циліндр, так званий робочий циліндр. Теплоносій, вступаючи в нього, розширюється і виконує роботу, переступаючи поршень. Для передачі роботи тут застосовують так званий кривошипний механізм.

В інших двигунах, які називаються лопаточними, теплоносій з регулюючого пристрою вступає в проміжні органи, які відограють роль перетворювачів його внутрішньої енергії в кінетичну енергію. Основним типом цього класу двигунів є турбіни. Набувши великої швидкості, теплоносій прямує в робочі порожнини, утворені лопатками, розміщеними на турбінному колесі. Коштом процесів, що відбуваються в міжлопаточних просторах, створюється обертаючий момент вала турбіни.

§ 266. Двигуни внутрішнього згорання. Конструктивне вдосконалення двигунів внутрішнього згорання відбувалось порівняно повільно. Спочатку двигуни внутрішнього згорання застосовувались тільки в області малопотужних установок; пізніше вони відвоювали собі керівну роль у легкому транспорті і в ряді інших галузей техніки. Авіація зобов'язана своїми успіхами двигунам внутрішнього згорання. В майбутньому двигуни внутрішнього згорання, конкуруючи з паровими машинами і турбінами, очевидно, дістануть перевагу на фронті залізничного і морського транспорту.

Вдала в економічному відношенні ідея двигунів внутрішнього згорання полягає в тому, щоб *саме паливо, вірніше продукти його згорання, перетворити в робочу речовину,* яка здійснює термодинамічний цикл перетворення теплоти в роботу. Спочатку здавалося, що для цього можуть бути використані тільки виключні, далеко не дешеві, види палива — суміш горючих газів з повітрям (світильний газ), але з часом помилковість цього погляду стала очевидною, і двигуни внутрішнього згорання благополучно пройшли знаменний шлях від світильного газу і спирту до бензину, гасу, нафти і, нарешті, до важких нафтових відходів.

Коефіцієнт корисної дії двигунів внутрішнього згорання в $2^1/_2$ рази перевищує коефіцієнт корисної дії парових машин.

Принцип дії і шляхи конструктивного удосконалення двигунів внутрішнього згорання найлегше зрозуміти, проаналізувавши спершу ті термодинамічні цикли, здійснення яких могло б забезпечувати цим двигунам найбільший коефіцієнт корисної дії. Найважливішими є цикл Отто і цикл Дізеля.

§ 267. Цикл Отто. Цикл цей подано в координатах p, V на рис. 260. Початковий стан газу визначається на діаграмі точкою 1. В точці 1 починається адіабатний стиск. За стиском, який закінчується в точці 2, йде нагрівання при незмінному об'ємі: газ дістає теплоту Q. Потім від точки 3 до точки 4 газ адіабатно розширюється. Замикається цикл охолодженням газу при сталому об'ємі: газ віддає теплоту Q_0.

Дуже важливим для розгляданого циклу, так само як і для розглянутого нижче циклу Дізеля, *є стиск робочого тіла перед наданням йому тепла.* Характеристикою стиску є відношення об'ємів на початку і на кінці стиску, яке називається степенем стиску

$$\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}.$$

Обчислення, яке легко може бути виконане з допомогою рівнянь Клапейрона і Пуассона (§ 146 і 235), показує, що термодинамічний коефіцієнт корисної дії циклу Отто дорівнює:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\varkappa - 1}}. \tag{5}$$

Тут $\varkappa$ — показник у рівнянні адіабати.

§ 268. Цикл Дізеля. Замкнений круговий процес, запропонований Дізелем, показано на рис. 261.

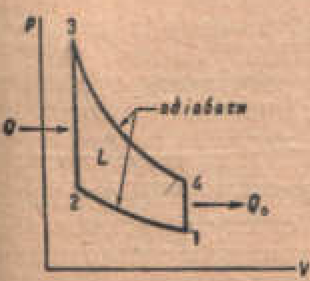


Рис. 260. Цикл Отто.

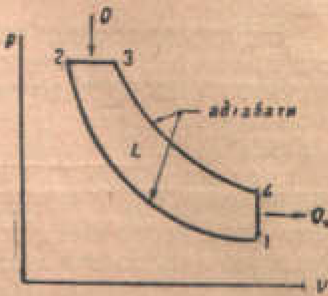


Рис. 261. Цикл Дізеля.

У цьому циклі процесові надання теплоти, яке провадиться при незмінному тиску, теж передує адіабатний стиск газу — лінія 1, 2. Робота виконується газом при ізобарному розширенні 2, 3 і головним чином при дальшому адіабатному розширенні 3, 4. Цикл замикається відніманням тепла при незмінному об'ємі. Обчислення показує, що термодинамічний коефіцієнт корисної дії циклу Дізеля дорівнює:

$$\eta = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\varkappa - 1}} \cdot \frac{\rho^{\varkappa} - 1}{\varkappa(\rho - 1)}, \tag{6}$$

де ε означає степінь стиску $\left(\varepsilon = \frac{V_1}{V_2}\right)$, а ρ є так званий степінь попереднього (ізобарного) розширення:

$$\rho = \frac{V_3}{V_2}.$$

Зіставляючи формули для к. к. д. циклів Отто і Дізеля, бачимо, що кожний з цих циклів тим більш економічний, чим більший степінь стиску ε.

Важливо зіставити ці цикли при однаковому максимальному тиску, бо максимальний тиск почасти визначає умови розрахунку машини на міцність. Наведені нижче числа показують, що при однаковому максимальному тиску цикл Дізеля є більш економічним, ніж цикл Отто:

	$p_{max} = 35\ am$			$p_{max} = 50\ am$		
	ε	ρ	$\eta \cdot 100$	ε	ρ	$\eta \cdot 100$
Цикл Отто	8	—	57%	11	—	62%
„ Дізеля	13	1,5	61%	16	1,4	65%

Цикл Карно (§ 242), здійснений між тими ж границями температур, мав би трохи більший коефіцієнт корисної дії, але процесам, які відбуваються в двигуні внутрішнього згорання, практично неможливо надати такого характеру, щоб дістати цикл Карно.

§ 269. Реальний цикл двигуна внутрішнього згорання. Здійснення в циліндрі двигуна безперервно повторюваного рівноважного і термодинамічно замкненого процесу натрапляє фактично на непереборні труднощі. Стінки циліндра, його дно і поршень у періоди розширення і стиску повинні були б мати властивості повної нетеплопровідності, щоб була забезпечена адіабатність цих процесів. З другого боку, в періоди надання тепла, якщо його підводити ззовні, і в періоди віднімання тепла стінки циліндра повинні були б особливо добре проводити тепло.

Замість ідеальних термодинамічних циклів, побудованих із рівноважних процесів і тому нездійснених на практиці, машинобудівельна техніка висунула свої робочі процеси. Щоб дістати більшу потужність, треба або збільшувати розміри машини або зменшувати час, протягом якого відбувається цикл. Для двигунів внутрішнього згорання час, який витрачається на здійснення одного циклу, вимірюється сотими частками секунди. Звичайно, ні про яку рівноважність при таких умовах не доводиться й думати. Зате саме через швидкість процесів розширення і стиску не встигає відбуватись теплообмін між робочою речовиною й навколишнім середовищем, і цим забезпечується відносна адіабатність зазначених процесів.

Реальний цикл, періодично повторюваний двигуном внутрішнього згорання або паровою машиною, з термодинамічного погляду є, строго кажучи, розімкненим циклом: спрацьований газ або пару видаляють з машини, і для виконання повторного процесу вводять нову кількість його. За короткий проміжок часу можна відвести тепло не інакше, як видаленням з циліндра самого газу або пари.

Цикл парової машини замикається поза циліндром, бо спрацьована пара, випущена в конденсатор або в атмосферу, кінець-кінцем сконденсується у воду, яка матиме в результаті ту саму температуру, як і вода, введена в паровий котел. Трохи інакше з двигунами внутрішнього згорання: викинуті з циліндра спрацьовані гази охолонуть, але в паливо, яке вступило в циліндр, вони не перетворюються. Проте, і в цьому випадку оцінку роботи двигуна можна робити так, як коли б мав місце круговий процес. Це стає навіть неминучим, якщо ми хочемо застосувати до двигуна внутрішнього згорання ту загальну схему теплового двигуна, яка була викладена в § 265. З погляду згаданої схеми у двигунів внутрішнього згорання горюча суміш газу являє собою одночасно і теплоджерело і робочу речовину. Строго кажучи, тут немає тепловіддаючого і теплоодержуючого тіл, а є тільки одно тіло — робоча сумішка газів, але при бажанні ми могли б відокремити процес згорання робочої сумішки від процесу розширення газоподібних продуктів горіння. Ми могли б, наприклад, спалювання горючої сумішки провадити в топці, а циліндр наповнювати раніше заготовленими ще не нагрітими газами, тотожними за хемічним складом з продуктами горіння палива.

Для горючої сумішки газів як для теплоджерела важливим є процес згорання. Але коли ту саму горючу сумішку газу ми розглядаємо як робочу речовину, ми не повинні враховувати зміни хемічної будови, яких зазнає ця речовина в наслідок згорання. Тому, хоч цикл, здійснюваний робочою речовиною двигуна внутрішнього згорання, ні всередині циліндра, ні поза циліндром не є замкненим, але для оцінки економічності двигуна це не має значення.

Для досягнення найбільшого к. к. д. намагаються наблизити реальний цикл до циклів Отто або Дізеля.

Є два типи двигунів внутрішнього згорання: двигуни з чотиритактним процесом і двигуни з двотактним процесом (§ 270 і 271). Реальний цикл кожного з цих типів двигунів, залежно від способу (вірніше від часу) подачі палива в циліндр, може бути наближений або до циклу Отто або до циклу Дізеля.

В двигунах, реальний цикл яких близький до циклу Отто, заряджають циліндр перед стиском сумішкою палива з повітрям абож паливо впорскують в циліндр під час стиску. На кінець стиску, коли в циліндрі повинен статись спалах, введене в циліндр паливо в наслідок інтенсивного перемішування його з повітрям і в наслідок підвищення температури є вже досить добре підготовленим для швидкого згорання. Підготовлена так сумішка займається від електричної іскри і згорає так швидко, що процес згорання відбувається майже при незмінному об'ємі. Щоб уникнути передчасного самозаймання горючої сумішки в двигунах, які працюють за циклом Отто, доводиться обмежуватись порівняно невеликим степенем стиску (від $\varepsilon = 3{,}5$ до $\varepsilon = 7$). К. к. д. цих двигунів становить, якщо враховувати всі втрати, в середньому 25% (це „ефективний" к. к. д.). В двигунах, які працюють за циклом Дізеля, на початку стиску циліндр наповнюється чистим повітрям і паливо впорскується в циліндр в самому кінці стиску, коли температура повітря в циліндрі, стисненого до 30 — 32 *am*, уже значно перевищує температуру самозаймання робочої сумішки. Для подолання тиску стисненого повітря паливо доводиться впорскувати в циліндр з допомогою компресора. Рідке паливо надходить в циліндр у дрібнорозпиленому стані, самозаймається і згорає в міру надходження майже при незмінному тиску. Великий степінь стиску (від $\varepsilon = 12$ до $\varepsilon = 16$) забезпечує двигунам Дізеля досить високий коефіцієнт корисної дії. К. к. д. цих двигунів становить, якщо враховувати всі втрати, приблизно 30 — 35% (ефективний к. к. д.).

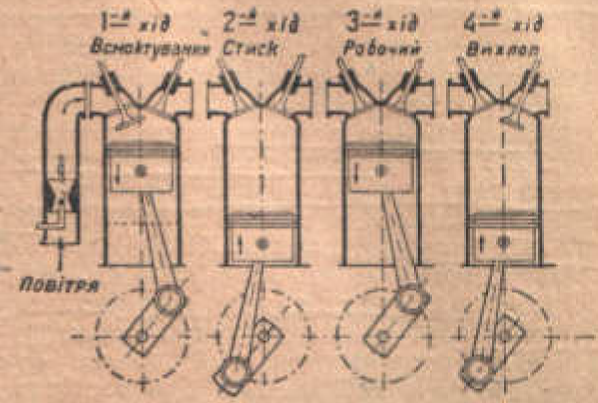


Рис. 262. Схема роботи чотиритактного двигуна.

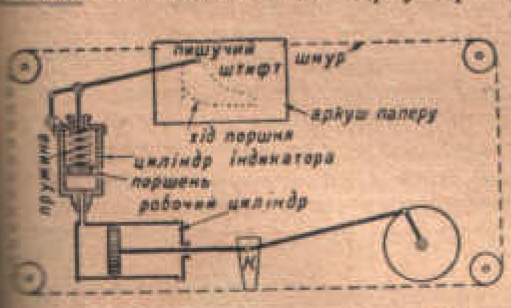


Рис. 263. Індикатор — прилад для вирисовування діаграми циклу.

[illegible] *К* з допомогою шнура, перекинутого через блоки, рухає аркуш паперу. Зміна тиску в робочому циліндрі записується штифтом, скріпленим з поршнем індикатора.

Найвищий коефіцієнт корисної дії (до 37%) мають так звані безкомпресорні дизелі, в яких початкова стадія горіння робочої сумішки відбувається майже при незмінному об'ємі, а наступна стадія горіння триває при тиску, що мало змінюється.

§ 270. Двигуни внутрішнього згорання з чотиритактним процесом. В двигунах даного типу перший хід — всмоктування — відповідає переміщенню поршня за схемою рис. 262 з верхньої „мертвої" точки в низ: під час цього ходу повинен бути відкритий всмоктуючий клапан. [illegible]том утворюваного в циліндрі розрідження відбувається наповнення [illegible] робочим тілом. У кінці ходу (такту) всмоктуючий клапан закривається. Термодинамічний стан робочого тіла в циліндрі двигуна відповідає при цьому початковому станові його в теоретичному циклі[1]) (точка 1 на рис. 260 і 261). При другому ході (такті) відбувається стиск, який триває, поки поршень не прийде знову в крайнє верхнє положення (лінія 1, 2 на рис. 260 і 261). В двигунах, які працюють за циклом Отто, в циліндр всмоктується сумішка горючого з повітрям абож паливо впорскується під час стиску. Запалювання роблять під кінець стиску з допомогою електричної іскри. В двигунах Дізеля в циліндр всмоктується чисте повітря, і в кінці стиску в циліндр через форсунку з допомогою стисненого компресором повітря подається горюче, яке, в наслідок високої температури стисненого повітря, самозаймається і поступово згорає при тиску, що мало змінюється.

За процесом згорання, який замінює надання тепла (лінія 2, 3 на рис. 260 і 261), іде третій такт — так званий робочий хід. Протягом цього ходу поршень виконує роботу в наслідок розширення продуктів згорання (лінія 3, 4 на рис. 260 і 261). Під кінець робочого ходу відкривається вихлопний клапан. У циліндрі різко знижується тиск коштом витоку спрацьованого газу (лінія 4, 1 на рис. 260 і 261).

Дальший, четвертий, такт відбувається при відкритому вихлопному клапані: поршень виштовхує з циліндра продукти згорання (вихлоп).

Чотиритактний робочий процес був запропонований в 1861 р. Бо-Де-Рошем і вперше був технічно застосований в 1877 р. у двигунах Отто.

§ 271. Двигуни внутрішнього згорання з двотактним процесом. Рис. 264 пояснює принцип будови двигунів з двотактним процесом. Уявимо собі, що, коли поршень був у своєму крайньому лівому положенні (лінія 2, 3 на рис. 260 і 261), у циліндрі двигуна відбулося згорання сумішки горючого з повітрям. Газоподібні продукти згорання, розширюючись, переміщають поршень вправо (робочий хід, лінія 3, 4 на рис. 260 і 261).

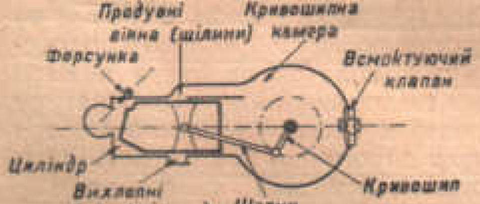


Рис. 264. Схема двотактного двигуна внутрішнього згорання.

Зауважимо, що порожнина, в якій відбувається обертання кривошипа в розгляданих двигунах, робиться герметичною. При пересуванні поршня вправо у цій порожнині, що називається кривошипною камерою, відбуватиметься стиск наявного там повітря. В якийсь момент руху поршня лівий край поршня підійде до наявного в стінці циліндра отвору — „вихлопного вікна". Під час дальшого руху поршня спрацьовані гази вирвуться через це „вихлопне вікно" з циліндра, і тиск у циліндрі спаде.

Трохи пізніше, під час руху поршня в тому ж напрямі, лівий край поршня відкриє „продувне вікно"; стиснуте повітря з кривошипної камери попрямує через вікно у циліндр і витіснить з циліндра рештки спрацьованих продуктів згорання. Звільнення циліндра від спрацьованих продуктів згорання і наповнення його свіжим повітрям триватиме, поки поршень не прийде в праву „мертву" точку і на зворотному шляху його поки не закриється вихлопне вікно; після цього відбувається стиск (лінія 1, 2 на рис. 260 і 261), який триває доти, поки поршень не прийде в ліву „мертву" точку.

Під час стиску (у випадку циклу Отто) або в самому кінці його (у випадку циклу Дізеля) в циліндр впорскується з форсунки рідке

[1]) Тільки для спрощення ми користуємось тут діаграмами теоретичних циклів; слід було б розглядати індикаторну діаграму (рис. 263).

паливо в дрібнорозпиленому стані. В деяких двигунах, що працюють за циклом Отто, замість впорскування рідкого палива циліндр заряджається не чистим повітрям, а сумішкою його з горючим. У кінці стиску тим або іншим способом викликається займання сумішки горючого з повітрям, і вся послідовність розглянутих процесів повторюється в тому самому порядку.

§ 272. Головні причини малої економічності парових машин. Парові машини понад 150 років займали перше місце в промисловості і тільки тепер почали поступатися перед паровими турбінами і двигунами внутрішнього згорання. Щодо економічності парові машини значно поступаються перед двигунами внутрішнього згорання; їх к. к. д. становить часто тільки 10—12%. Низький к. к. д. парових машин пояснюється не якимись їх конструктивними дефектами, а, поперше, *малою різницею температур, між якими відбувається цикл парової машини*, і, подруге, *неминучими втратами тепла в топці*.

Максимальний коефіцієнт корисної дії, що його може мати якась теплова машина, не може перевищити того к. к. д., який при заданих границях температур властивий циклові Карно:

$$\eta = \frac{T - T_0}{T}.$$

Для парової машини T є температура пари в котлі; при тиску в котлі $p = 12$ атмосфер $T = 460°$. T_0 — температура конденсації спрацьованої пари; у випадку випуску спрацьованої пари в атмосферу $T_0 = 373°$; при випуску спрацьованої пари в конденсатор, у якому підтримується тиск у $\frac{1}{10}$ *ат*, $T_0 = 318°$. Для зазначених умов (при тиску в котлі 12 *ат* і при випуску пари в конденсатор) $\eta \cdot 100 = 31\%$. Це означає, що не більше 31% тепла, наданого воді, може бути перетворене в роботу. Але приблизно тільки 70% теплоти згорання палива витрачається на нагрівання води; решта виноситься димовими газами; до 10% становлять втрати на тертя, отже, ефективний к. к. д. парової машини в зазначених умовах не може перевищувати 20%[1]. Якщо тиск пари в котлі дорівнює 5 *ат*, то к. к. д. парової машини буде не більший 16%.

Зрозуміло тому, що у відношенні економічності паровим машинам важко конкурувати з двигунами внутрішнього згорання, в яких і температурні границі циклу ширші і усунуто топочні втрати тепла.

§ 273. Цикл парової машини (цикл Ренкіна). За принципом дії парову машину можна було б пристосувати до здійснення циклу Карно. Проте, практично така машина була б непридатна через сповільнений хід процесів і величезні розміри робочого циліндра. Звичайно намагаються наблизити цикл парової машини до так званого циклу Ренкіна, зображеного на рис. 265.

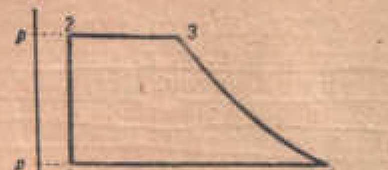


Рис. 265. Цикл Ренкіна.

На рис. 265 точка 1 відповідає термодинамічному станові води, яка поступає в паровий котел. Лінія 1,2 зображає процес нагрівання води в котлі до температури кипіння T при тиску p (точка 2). Ізотерма-ізобара 2, 3 зображає процес паротворення; пара, що утворюється, наповнює робочий циліндр, переміщаючи поршень. Виконувана при цьому поршнем робота зображається площею, що міститься між ізохорами, які проходять через

[1] $0{,}31 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}9 = 0{,}2$

точки 2 і 3, і обмеженою зверху лінією 2, 3; цю роботу називають роботою наповнення. Коли частина циліндра буде наповнена парою, припиняють доступ пари в циліндр; це називається відсіканням пари (точка 3). Наступне розширення пари відбувається приблизно адіабатно, поки тиск пари не впаде до того тиску p_0, який підтримується в конденсаторі. Точка 4 зображає термодинамічний стан пари в конденсаторі (тиск p_0 і температура T_0). Роботу, яку виконує поршень від моменту відсікання пари до моменту, коли починається випуск спрацьованої пари в конденсатор, називають роботою розширення; ця робота зображається площею, розміщеною під лінією 3, 4 і обмеженою зліва і справа ізохорами, які проходять через точки 3 і 4. Заключною стадією циклу є виштовхування спрацьованої пари в конденсатор; при цьому в конденсаторі відбувається конденсація пари у воду тієї ж температури T_0, як і температура води, що надходить у паровий котел.

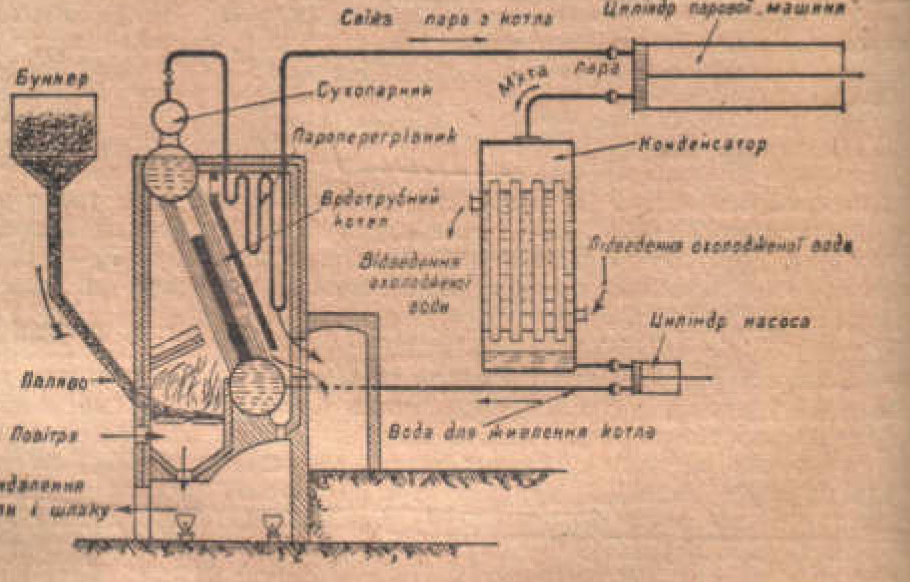


Рис. 266. Схема парової установки.

§ 274. Шляхи удосконалення парових машин. Першим заходом до підвищення к. к. д. парових машин є розширення температурних границь циклу. Для цього намагаються підвищити температуру кипіння води в котлі; звичайно підтримують тиск у котлі 10—16 *am*, що відповідає температурі кипіння 180—200° С. Починають вживати парові котли високого тиску в 60 і навіть 120 *am* (машини Лефлера), що відповідає температурі кипіння 275 і 322° С. Для зниження температури конденсації спрацьованої пари її випускають не в атмосферу, а в конденсатор, де підтримується тиск приблизно 0,1 *am* і де тому пара згущається у воду при 45° С, а не при 100° С, як це було б при випусканні спрацьованої пари в атмосферу.

Другим щодо свого значення заходом до підвищення к. к. д. парових машин є боротьба з передчасною конденсацією пари в циліндрі. Під кінець циклу при випусканні пари в конденсатор стінки циліндра і поршень охолоджуються; тому під час впускання в циліндр нової порції пари з котла частина пари конденсується у воду і у вигляді крапель осідає на стінках циліндра і на внутрішній поверхні поршня. Після відсікання пари під час наступного розширення в наслідок зв'язаного з розширенням зниження температури ще якась частина пари конденсується у воду. Через те що робота виконується паровою машиною в наслідок тиску пари на поршень, а сконденсована пара вже не робить цього тиску, то зрозуміло, що вся передчасно сконденсована частина пари являє собою абсолютно таку саму непродуктивну витрату пари, як і безпосередній витік пари, що відбувається через недосить щільне прилягання поршня до стінок циліндра.

Найкращим заходом проти передчасної конденсації пари є перегрів пари. На шляху з котла в циліндр пару змушують проходити через труби пароперегрівника, які нагріваються топочними газами; пара з насиченої перетворюється в перегріту; звичайно створюють перегрів на 150—200° так, що при впусканні пари в циліндр хоч і відбувається деяке зниження температури пари, але пара все ще залишається перегрітою, і навіть під час розширення стінки циліндра майже не покриваються вологою [1]).

В машинах, які працюють насиченою парою, для зменшення передчасної конденсації зовнішні стінки циліндра нагрівають гарячою парою з допомогою пристрою, який має назву парової обгортки.

Чим ширші температурні границі циклу, тим більш різкого охолодження зазнає кожна нова порція пари, що впускається в циліндр із котла. Тому застосовування високого тиску (високого нагріву пари в котлі), з одного боку, підвищує к. к. д. циклу, але, з другого боку, збільшує втрати, пов'язані з передчасною конденсацією пари. Це змушує будувати машини з кількома (частіше — двома) робочими циліндрами, через які послідовно проходить пара, зазнаючи в кожному циліндрі розширення при поступово падаючій температурі. Цим досягають у кожному циліндрі меншої різниці температури між свіжою парою, що поступає в циліндр, і спрацьованою. Тому стінки кожного циліндра, маючи після вихлопу спрацьованої пари температуру не надто низьку порівняно з температурою свіжої пари, не так сильно охолоджують свіжу пару.

§ 275. Парові турбіни. Активна дія пари на лопатки турбіни. В парових турбінах у механічну роботу перетворюється кінетична енергія пари. З котла пара під великим тиском поступає в напрямні апарати („сопла") турбіни (рис. 267) і в них коштом зниження тиску набуває при виході великої швидкості, приблизно 1000 *м/сек*. Щоб у соплі якнайповніше перетворювалась внутрішня енергія пари в кінетичну енергію, соплу надають форми канала, який до виходу розширюється. Залишивши напрямні апарати, пара поступає на лопатки турбінного колеса, тисне на них і приводять робоче колесо турбіни в обертання.

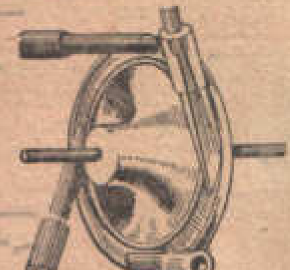


Рис. 267. Сопла і робоче колесо парової турбіни.

Розрізняють два принципи дії пари на лопатки турбін: активну і реактивну. Для пояснення цих принципів наведено схеми рис. 268 і 269.

Схема рис. 268 зображає лопатки турбіни з поставленим перед ними соплом. Лопатки турбіни закріплені на робочому диску, насадженому на вал турбіни. Робочий диск обертається в площині, перпендикулярній до рисунка; u означає колову швидкість диска. Пара з котла поступає при тиску p_1 до сопла і в ньому, набуваючи прискорення, зазнає спадання

[1]) На перший погляд може здатись, що перегрів пари повинен збільшувати к. к. д. парової машини не тільки тому, що цим шляхом усуваються втрати, зв'язані з передчасною конденсацією пари, але також і тому, що перегрів значно розширює температурні границі циклу. Виявляється, проте (термодинаміка дозволяє передбачати це), що форма циклу змінюється при цьому в невигідну сторону, і тому розширення температурних границь циклу шляхом перегріву майже не було б ефективним (в розумінні підвищення к. к. д.), якщо б не виявлялась інша, важливіша роль перегріву, яка полягає в усуненні передчасної конденсації.

статичного тиску до значення p_2. Після виходу із сопла пара з швидкістю c_1 поступає на лопатку; w_1 означає ту відносну швидкість, з якою пара протікає вздовж лопатки. Вигнута лопатка відхиляє струмінь пари; завдяки цьому пара тисне на лопатку турбіни з силою, що дорівнює т... **відцентровій силі**, яку вона розвиває.

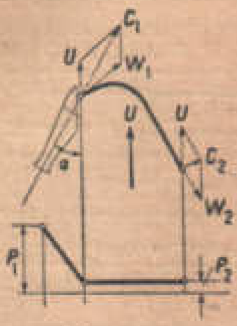


Рис. 268. Активна дія пари на лопатку турбіни.

В наслідок тертя пари об поверхню лопатки відносна швидкість пари трохи знижується; відносна швидкість спрацьованої пари w_2, додана до колової швидкості u, дає абсолютну швидкість виходу пари c_2. Якщо не враховувати втрати на тертя пари, то робота, сприйнята лопатками від кожного кілограма пари, що протікає через робоче колесо турбіни, вимірюється убутком кінетичної енергії пари:

$$K=\left(\frac{c_1^2}{g\cdot 2}-\frac{c_2^2}{g\cdot 2}\right)\ кгм,$$

де c виражено в *м/сек*, а g — в *м/сек²*.

У розгляданому випадку характерні такі явища.

1. Перетворення внутрішньої енергії пари в кінетичну відбувається виключно в напрямних, нерухомих апаратах (у соплах).

2. Тиск пари при виході з сопла (при вході на лопатки) знижений до величини протитиску середовища, отже, при протіканні пари вздовж лопатки тиск лишається незмінним.

3. Оскільки на лопатках тиск пари лишається незмінним, вхідні і вихідні перерізи каналів, утворюваних сусідніми на диску лопатками, роблять однаковими.

Розглянута дія пари дістала назву **активної**. Турбіни, в яких застосовано активний принцип дії пари, називаються **активними турбінами**, або **турбінами рівного тиску**.

§ 276. Реактивна дія пари на лопатки турбіни. На рис. 269 подана схема **реактивної** дії пари на лопатку турбіни. В цьому випадку пара, проходячи через сопло, зазнає не повного розширення, а тільки часткового. Залишаючи сопло, пара має тиск p_1 більший, ніж протитиск середовища p_1'. Тому абсолютна швидкість входу пари на лопатку c_1 у цьому випадку відповідає не повному перепадові тисків, а тільки різниці їх p_1-p_1'. Лопатки вигнуті і розміщені на ободі так, що *міжлопаточні простори являють собою канали із зростаючим перерізом*. Пара, протікаючи між лопатками, продовжує розширюватись, і після виходу з лопаток тиск її знижується до протитиску середовища p_2. Отже, в цьому випадку перетворення внутрішньої енергії пари в кінетичну відбувається в соплах тільки частково і закінчується вже на турбінному колесі в розширених каналах міжлопаточних просторів.

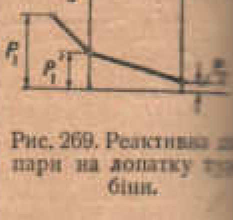


Рис. 269. Реактивна дія пари на лопатку турбіни.

Відносну швидкість течіння пари вздовж лопатки можна дістати так само, як і у випадку схеми рис. 268, розкладом абсолютної швидкості у напрямі колової швидкості і в напрямі дотичної до поверхні лопатки. В наслідок розширення пари в міжлопаточних каналах відносна швидкість зростає від w_1 до w_2; пара дістає **прискорення** і тому робить на лопатку турбіни, крім тиску відхилення струменя, ще тиск **реакції** струменя.

Реактивна дія пари характеризується такими моментами.

1. Перетворення внутрішньої енергії пари в кінетичну відбувається як у напрямних апаратах, так і на робочих лопатках турбіни.

2. Тиск пари при вході на лопатки більший від тиску при виході з них. Таким чином, у реактивній турбіні по сторонах робочого диска тиск неоднаковий; з боку входу є деякий **надвишок тиску**. Цим зумовлена друга назва реактивних турбін — „турбіни надвишкового тиску".

3. Щоб забезпечити найкращі умови для прискорення пари при протіканні її через робоче колесо, вихідні перерізи каналів, утворених лопатками, роблять ширшими, ніж вхідні.

§ 277. Многосхідчасті турбіни. Для забезпечення найбільшого к. к. д. треба, щоб колова швидкість u лопаток турбіни становила у випадку активної турбіни приблизно половину швидкості виходу пари із сопла (§ 80), а у випадку реактивної турбіни колова швидкість повинна майже дорівнювати швидкості виходу пари. Точніше: для активної турбіни потрібно, щоб $u=\frac{1}{2}c_1\cos\alpha$, а для реактивної $u=c_1\cos\alpha$; кут входу α береться якнайменшим, і тому значення $\cos\alpha$ не дуже відрізняються від одиниці.

Навіть при використанні середніх перепадів тисків абсолютні швидкості витікання пари із сопла будуть порядку 1200 *м/сек* (це набагато більше, ніж швидкість кулі).

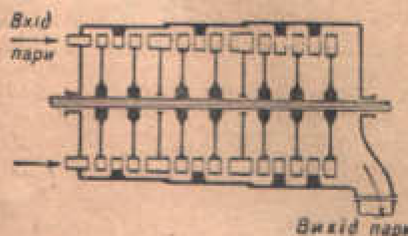


Рис. 270. Схема многосхідчастої турбіни.

Колова швидкість диска активної турбіни повинна, отже, становити приблизно 600 *м/сек*. Такій коловій швидкості при діаметрі робочого колеса 1 *м* відповідає 11,5 тис. оборотів вала на хвилину.

Для зниження числа оборотів турбіни без шкоди для к. к. д. розчленовують роботу пари на кілька східців.

В однодисковій турбіні весь процес перетворення внутрішньої енергії в кінетичну здійснюється з допомогою одного ряду напрямних апаратів, розміщених перед робочим диском. Запровадженням **східців тиску** поділяють перетворення внутрішньої енергії в кінетичну на кілька етапів. Досягається це тим, що за першим рядом напрямних апаратів і першим робочим диском встановлюють другий ряд апаратів і другий робочий диск і т. д. (рис. 270). У такій многосхідчастій турбіні в кожному її робочому колесі використовується тільки частина всього наявного перепаду тисків; дальша частина його використовується в другому східці і т. д. **Східці тиску**, запроваджені **Чарльсом Парсонсом**, допускають роботу пари на лопатках і за активним і за реактивним принципами.

В активних турбінах застосовують ще інший спосіб зниження числа оборотів турбіни, запроваджений **Кертіссом**, — **східці швидкості**.

При застосуванні східців швидкості віддавання кінетичної енергії проводиться парою не в одному робочому диску, а в кількох. Пара після виходу з лопаток першого диска поступає на нерухомі проміжні напрямні лопатки. Призначення цих лопаток — змінити напрям руху пари для можливості її входу на лопатки другого обертового диска з метою дальшого віддавання там частини кінетичної енергії. За другим робочим диском ідуть знову напрямні лопатки і т. д.

§ 278. „Зворотний" цикл. Холодильні машини. Томсонівський принцип динамічного опалення. Цикл, який складається з рівноважних процесів і який потребує для свого проведення **витрати роботи**, ми назвали вище (§ 231, рис. 249) **зворотним циклом**. Уявімо собі, що ми змусили робоче тіло, скажемо, пару якоїнебудь леткої рідини, виконувати **зворотний** цикл. Наприклад, регулюючи тиск пари насосом (компресором), будемо проводити **конденсацію** пари в рідину при великому тиску і при порівняно високій температурі t, а потім **випаровувати** одержувану рідину при малому тиску і, отже, при низькій температурі t_0 (на рис. 271 подано схему холодильної машини, яка здійснює зазначений цикл). При випаровуванні робоча рідина діставатиме теплоту, яка дорівнює захованій теплоті випаровування від тепловіддаючого тіла, що має низьку температуру t_0 (на рис. 271 — розсіл [1]), а при конденсації робоча рідина віддаватиме теплоту теплоодержуючому тілу, що має вищу температуру t (на рис. 271 — вода конденсатора).

Результатом циклу буде перехід тепла від менш нагрітого тепловіддаючого тіла до більш нагрітого теплоодержуючого тіла. Це перенесення тепла від холодного тіла до більш нагрітого не може, проте, бути єдиним результатом циклу (§ 249). Здійснення циклу потребуватиме витрати роботи, перетворюваної в тепло, що йде на додаткове нагрівання теплоодержуючого тіла; пара робочої рідини, конденсуючись при високій температурі, віддаватиме теплоодержуючому тілу більшу кількість тепла, ніж та теплота, яка була при випаровуванні під зниженим тиском одержана робочою рідиною від тепловіддаючого тіла. Отже, більш нагріте теплоодержуюче тіло діставатиме теплоту, еквівалентну роботі компресора, плюс те тепло, яке при випаровуванні робочої рідини було відібране у менш нагрітого тепловіддаючого тіла.

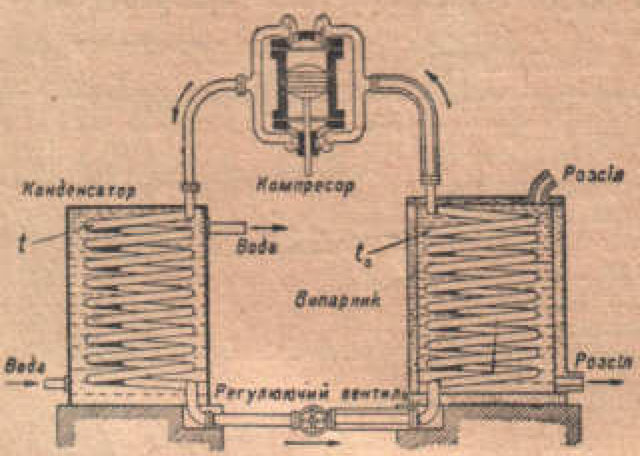


Рис. 271. Схема холодильної машини.

Зазначений цикл може бути використаний для двох цілей відповідно до тих двох ефектів, які спостерігаються при здійсненні цього циклу. Через те що в даному випадку теплота забирається у холодного тіла, яке від того ще більш охолоджується, зазначений зворотний цикл реалізують у холодильних установках (як робочу рідину в холодильних установках застосовують амоніак, вуглекислоту, сульфід-ангідрид). Другий ефект зазначеного циклу полягає в інтенсивному нагріванні теплоодержуючого тіла; завдяки цьому цей цикл можна з успіхом застосовувати для опалення.

Ідею такого „динамічного опалення" висунув у 1853 р. Томсон (Кельвін). Довгий час ця ідея була майже забута і тільки в 1920 р. вона була детально розроблена московським фізиком, проф. В. А. Міхельсоном. Міхельсон знайшов, що відповідно до московських кліматичних умов може бути запропонована така система динамічного опалення, яка з погляду витрачання палива повинна бути вдвоє вигіднішою, ніж звичайні системи опалення.

Може здатись парадоксальним, що тут мова йде про опалення приміщення коштом тепла, яке береться у зовнішнього холодного середовища, наприклад, у зовнішніх водоймах; проте, це і принципіально і практично цілком здійсненне і не пов'язане навіть ні з якими особливими технічними труднощами.

---

[1]) Найпростішим розсолом може бути розчин кухонної солі у воді; якщо в 100 частинах води розчинено 22,4% солі, то розчин замерзає при —21,2° С.

Замість того, щоб спалювати паливо в опалювальних печах, при системі динамічного опалення треба спалювати паливо в топці теплового двигуна, робота якого спрямована на приведення в дію холодильної машини. Теплота палива, перетворена в роботу двигуна, в холодильній машині буде знову перетворена з роботи в теплоту, яка йде на нагрівання опалюваного приміщення; але до цієї кількості тепла, одержаного кінець-кінцем від палива, холодильна машина дістане ще в кілька разів більшу кількість тепла, яке переноситься робочою рідиною машини з холодного зовнішнього середовища в опалюване приміщення. В. А. Міхельсон підрахував, що від спалювання 1 *кг* кам'яного вугілля замість 8000 *кг-кал* (теплотворна здатність кращого вугілля) динамічна система опалення дасть опалюваному приміщенню 21 000 *кг-кал*.

Перехід на систему динамічного опалення — справа недалекого майбутнього.

РОЗДІЛ XII.

ЕЛЕКТРОСТАТИКА І ВЧЕННЯ ПРО МАГНЕТИЗМ.

§ 279. Закон зберігання кількості електрики. Існують два і тіль два роди електрики: одна, одержувана, наприклад, від скла, потерто об амальгамовану шкіру,—„скляна" (позитивна), і друга—від ебоніту або від смоли, потертої об шерсть,—„смоляна" (негативна). Тіла, заряджен однорідно, відштовхуються; тіла, заряджені різнорідно, притягуються.

Немає ні одного явища, при якому створювався б або зникав би заряд одного роду; завжди відбувається тільки той або інший розподіл заряд між різними тілами. При стиканні зарядженого і незарядженого тіла заряд не змінюючись у величині, розподіляється між тілами, які дотикаються. При терті і при всякому іншому способі електризації одно тіло електри зується позитивно, друге—негативно, але так, що алгебрична сума зарядів до і після експерименту залишається незмінною. Це—закон зберігання електричного заряду, який нагадує собою закон зберігання кількості речовини. Електричний заряд ми тому в праві називати кількістю електрики. Закон зберігання кількості електрики є одним з основни законів фізики.

§ 280. Закон Кулона. Сила взаємодії двох наелектризованих тіл, розміщених у повітрі або в пустоті далеко від інших наелектризовани тіл, напрямлена по прямій, яка сполучає ці тіла; за величиною ця сила *пропорціональна добуткові електричних зарядів тіл і обернено пропорціональна квадратові віддалі між тілами.* Це—закон Кулона.

Позначимо силу взаємодії літерою F, електричні заряди—літерами e_1 і e_2, а віддаль між тілами—літерою r. Закон Кулона можна записати у вигляді такої формули:

$$F = K\frac{e_1 e_2}{r^2},$$

де K є числовий коефіціент, величина якого залежить від вибраних одиниць. Зауважимо, що про певну віддаль r між тілами можна говорити тільки тоді, коли самі наелектризовані тіла малі порівняно з цією віддаллю; строго кажучи, закон Кулона виражає силу взаємодії між двома наелектризованими точками. Коли ж лінійні розміри наелектризованих тіл не досить малі порівняно з віддаллю між тілами, то в цьому випадку сила взаємодії визначиться як рівнодійна всіх сил, збуджених усіма наелектризованими точками тіл.

Закон Кулона аналогічний законові Ньютона для сили всесвітнього тяжіння між двома масами, що тяжіють одна до однієї (§ 6). Посутня відмінність цих законів полягає, проте, в тому, що протилежно до сили всесвітнього тяжіння електростатична взаємодія може бути не тільки притягальна, але й відштовхувальна. *Різнойменні заряди притягаються, однойменні—відштовхуються.*

Якщо величини e_1 і e_2 мають однакові знаки, то їх добуток додатний, тому додатний знак сили у формулі Кулона означає відштовхування

Закон взаємодії електричних зарядів був установлений і багато разів перевірений з допомогою прилада, показаного на рис. 272. Кулькам n і m надають однойменного електричного заряду. Щоб зрівноважити силу відштовхування, яка виникає між двома однойменно зарядженими кульками, закручують (з допомогою повертання диска T) тонку дротинку, на якій підвішене коромисло з кулькою m. За кутом кручення дроту визначають силу взаємодії наелектризованих кульок.

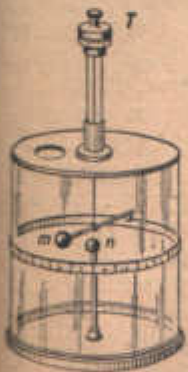


Рис. 272. Крутильні терези, з допомогою яких Кулон у 1785 р. встановив закон взаємодії наелектризованих тіл.

Для розпізнавання наелектризованих тіл служать прилади, які називають **електроскопами**. Схему електроскопа дано на рис. 273. До мідної дротинки D, яка вгорі має мідну кульку C, прироблені два тонкі листочки з алюмінію EE. Дротинка з листочками вміщена з допомогою ебонітової пробки B всередину металічної коробки A із скляним віконцем. Якщо кульці C надати електричного заряду, то алюмінієві листочки наелектризуються і, відштовхнувшись один від одного, утворять якийсь кут.

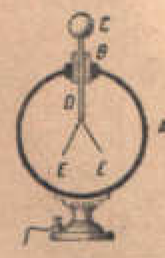


Рис. 273. Електроскоп.

§ 281. Одиниці кількості електрики. Умовились одиницею кількості електрики називати таку кількість, яка діє на рівну їй кількість електрики, що міститься на віддалі одного сантиметра, з силою однієї дини.

Виражаючи цю умову математично, будемо мати: $e_1 = e_2 = 1$, коли $r = 1$ *см* і $F = 1$ дині, при чому $K = 1$.

Закон Кулона, отже, в прийнятих нами одиницях матиме вигляд:

$$F = \frac{e_1 e_2}{r^2} \text{ дин.} \tag{2}$$

Встановлену таким чином одиницю кількості електрики називають **абсолютною електростатичною одиницею**. Далі (§ 320) ми ознайомимося з іншою одиницею кількості електрики, виведеною з законів явищ електромагнетизму, яка має назву **абсолютної електромагнітної одиниці**. Очевидно, що виведені з двох зовсім різнорідних явищ ці дві одиниці неоднакові. Ми будемо абсолютні електростатичні одиниці позначати знаком *CGSE*.

Практичного застосування електростатична одиниця кількості електрики не має, бо вона надто мала, і величини, які зустрічаються на практиці, виражалися б дуже великими числами; тому за **практичну** одиницю кількості електрики приймають один **кулон**, при чому

$$1 \text{ кулон} = 3 \cdot 10^9 \; CGSE.$$

Зрозуміло, що коли заряди e_1 і e_2 виражені в кулонах, r у сантиметрах і F у динах, то коефіцієнт пропорціональності K у формулі Кулона дорівнює вже не одиниці, а $9 \cdot 10^{18}$.

Щоб дістати яскраве уявлення про те, яку величезну кількість електрики являє кулон в порівнянні з електростатичною одиницею, обчислимо силу, з якою 1 кулон діє на інший такий же заряд, що міститься на віддалі 1 *км*. За законом Кулона маємо: $F = \frac{9 \cdot 10^{18}}{(10^5)^2}$ дин $= 9 \cdot 10^8$ дин, або в заокруглених числах $F = 0{,}9$ тонни.

Практично, проте, неможливо наелектризувати тіло так, щоб заряд його дорівнював або був близький до кулона. Такий заряд неможливо втримати на тілі; він проб'є всяку ізоляцію. Ми вміємо приводити в рух величезні кількості електрики, але змушені обмежуватись надзвичайно малими зарядами, коли хочемо мати електричний заряд у спокої.

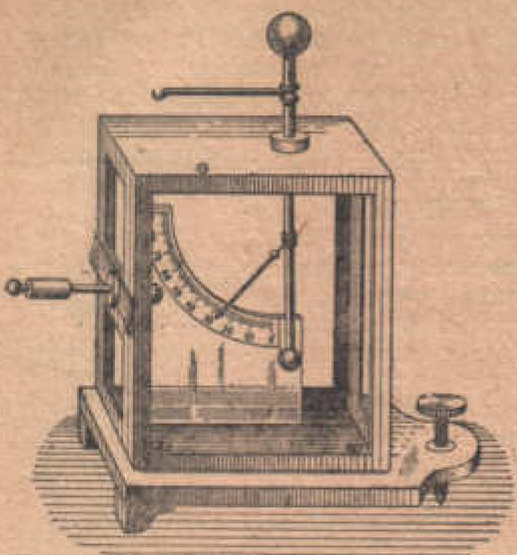


Рис. 274. Електрометр Кольбе.

За кутом відхилення алюмінієвого листочка, який відштовхується від металічного стрижевька, можна судити про величину заряду, наданого електрометрові.

Для визначення величини заряду служать прилади, які називаються **електрометрами**. Один з таких приладів показаний на рис. 274.

§ 282. Розподіл зарядів на провіднику. Коли ми заряджаємо якийнебудь ізолятор тертям або дотиканням іншого зарядженого тіла, то заряди залишаються в ньому в тих самих місцях, де вони збуджені, отже, розподіл зарядів на ізоляторі можна зробити довільним. Ми можемо, наприклад, зарядити один кінець скляної палички позитивною електрикою, а другий кінець або не заряджати зовсім, або навіть зарядити негативною електрикою.

Інакше стоїть справа в провідниках, де електрика може вільно пересуватись; там далеко не всякий розподіл зарядів може лишатись нерухомим. Якщо уявити собі якийнебудь довільний розподіл зарядів на вилученому провіднику, то насамперед різнойменні заряди притягнуться одним одним і взаємно знищаться, а решта однойменних зарядів відштовхуватимуться один від одного доти, поки не займуть крайніх можливих положень на провіднику, тобто поки не досягнуть його поверхні, де провідник межує з ізолятором. Якщо у провідника дві поверхні — зовнішня і внутрішня (наприклад, якщо провідник — порожниста куля), то всі заряди зберуться на зовнішній поверхні, бо її точки віддалені одна від одної далі, ніж точки внутрішньої поверхні.

Взагалі *в провідниках електрика в стані рівноваги розміщається на зовнішній поверхні.* Кількість електрики, яка припадає на одиницю поверхні провідника, називається **поверхневою густиною електрики.**

Рис. 275. Якщо зарядити сітку електрикою і вигинати її в ту й другу сторону, то прикріплені до неї тонкі папірці своїм відхиленням показують, що заряди розміщаються на зовнішній поверхні сітки.

Якщо наелектризований провідник має сферичну форму і віддалений від інших наелектризованих тіл, то поверхнева густина для всіх точок його сферичної поверхні буде однакова. Якщо провідник здовженої форми, то найбільша густина буде на його кінцях, а найменша — в середині. Якою б не була форма наелектризованого провідника, найбільша густина електрики завжди буде в місцях найбільшої опуклості його поверхні, на ребрах і вістрях. Це пояснюється тим, що заряди, взаємно відштовхуючись, намагаються зайняти положення найбільшої віддаленості один від одного, і, таким чином, значна частина загального заряду провідника виявляється витісненою на частини поверхні, що виступають назовні.

§ 283. Вістря провідника. „Електричний вітер". Провідник, який має вістря і наелектризований досить сильно, швидко втрачає свій заряд. При цьому має місце явище, яке дістало назву „електричного вітру". Завдяки тому, що густина електрики на вістрі дуже велика, молекули повітря поблизу вістря зазнають дії значних електричних сил; в полі цих сил молекули повітря розщеплюються на і о н и — частинки, заряджені позитивно і негативно (повітря завжди трохи іонізоване; вістря наелектризованого тіла збільшує його іонізацію). Іони, заряджені однорідно з тілом, відштовхуються від вістря, заряджені ж протилежно притягуються до нього; останні, дотикаючись до тіла, нейтралізуються і поступово розряджають провідник; перші, віддаляючись від вістря, викликають явище „електричного вітру".

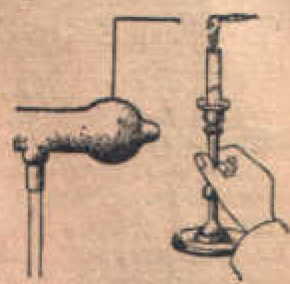


Рис. 276. „Електричний вітер".

Властивість електрики так легко стікати з вістря треба завжди мати на увазі в тих випадках, коли ми хочемо втримати заряд на якомусь провіднику. Для цього недосить оточити цей провідник ізоляторами, але треба ще якнайстаранніше усунути з його поверхні усі вістря або зазублини так, щоб поверхня провідника була абсолютно рівною.

З цієї ж причини всім провідникам, що служать для електричних дослідів і мають вигляд дротин або паличок, надають на кінцях форми гладкої кульки.

§ 284. Явище електростатичної індукції. Один із найцікавіших виявів електростатичних сил полягає в тому, що в якому завгодно провіднику можна дістати електрику без тертя і без дотикання його до зарядженого тіла через самий тільки вплив на цей провідник розміщеного поблизу зарядженого тіла.

В кожному провіднику є завжди позитивна і негативна електрика в рівних кількостях. Коли до провідника наближається наелектризоване тіло, то воно притягує до себе різнойменну і відштовхує однойменну з ним електрику; як тільки обидві ці електрики можуть рухатись по провіднику вільно, вони опиняються на різних кінцях провідника; при цьому на частині поверхні провідника, яка є ближчою до впливаючого тіла, повинна бути електрика, протилежна до впливаючої, тоді як на більш віддалених частинах поверхні — однойменна з впливаючою.

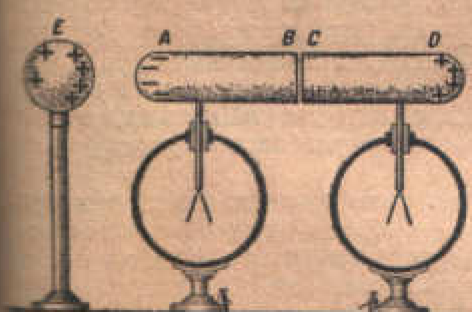


Рис. 277. Електризація через вплив.

При наближенні до провідника *ABCD* позитивно зарядженого тіла *E* в *A* виникає негативний заряд, а в *D* — позитивний заряд. Щоб зберегти ці заряди при відсутності тіла *E*, треба перед тим роз'єднати частини провідника *AB* і *CD*.

Це явище має назву е л е к т р о с т а т и ч н о ї і н д у к ц і ї[1]) або „електризації через вплив". Явище це легко можна демонструвати з допомогою двох електроскопів, кульки яких замінені циліндрами *AB* і *CD* (рис. 277). Якщо привести циліндри в дотикання і наблизити заряджене тіло, то помічається розходження листочків електроскопів. Кількості електрики, одержувані шляхом впливу на циліндрах *AB* і *CD*, дорівнюють одна одній. Це легко довести таким чином. Роз'єднавши *AB* і *CD* в присутності наелектризованого (впливаючого) тіла *E*, заберемо це тіло і знову сполу-

[1]) Слово „індукція" походить від латинського слова induco — н а в о д ж у

чимо AB і CD; тоді побачимо, що листочки обох електроскопів одразу сходяться — заряди електроскопів взаємно знищуються, отже, обидва протилежні заряди рівні величиною.

Через те що явище електростатичної індукції полягає в роз'єднанні зарядів, які раніше були в провіднику, то зрозуміло, що *кількості індуктованої позитивної і негативної електрики завжди однакові.*

В розчинах солей носіями електрики є позитивні і негативні іони. Тут явище електростатичної індукції супроводиться одночасним переміщенням як негативних, так і позитивних зарядів.

У металах рухливість властива тільки негативній електриці, носіями якої є електрони. Позитивні основи атомів (позитивні іони металу) закріплені силами взаємодії у вузлах кристалічних грат. Наближення позитивно зарядженого тіла до куска металу викликає переміщення електронів до поверхні, поверненої до зарядженого тіла; в зв'язку з цим переміщенням електронів на протилежному кінці куска металу виявляється недостача числа електронів у порівнянні з числом позитивних іонів, тобто виявляється рівна величиною позитивна електризація металу. Коли впливаюче заряджене тіло усунуте, електрони одразу рівномірно розподіляються по всьому об'єму металу і рухаються між позитивними іонами.

§ 285. Екранування електростатичних сил. Через те що електричні заряди всередині провідника можуть вільно переміщатись під діянням електростатичних сил, *для рівноваги електрики на провіднику необхідно, щоб дії всіх електричних зарядів взаємно знищувались у всіх точках провідника.*

Якщо незаряджений провідник введений у простір, в якому діють електричні сили, то одразу виникає явище електростатичної індукції, тобто починається роз'єднання і переміщення зарядів, властивих самому провідникові (в розчинах солей — іонів, у металах — електронів). Явище це триває доти, поки індуктовані заряди не розмістяться на поверхні провідника так, що зумовлені цими індуктованими зарядами сили для всіх точок провідника не будуть рівними величиною, але супротивними напрямом до тих сил, які в цих точках існували до явища індукції. Індуктовані заряди зрівноважують для всіх точок провідника сили, викликані дією зовнішніх відносно провідника наелектризованих тіл. Висловлюючись фігурально, можна сказати, що явище індукції має призначенням знищувати електростатичні сили в просторі, зайнятому провідником.

Цю саму думку можна висловити й інакше. Можна сказати, що фізична суть явища електростатичної індукції полягає в екрануванні електричних сил, при чому це *екранування поширюється на весь простір, обмежений поверхнею провідника.*

Це останнє зауваження дуже важливе. Воно означає, що коли в провіднику є порожнини, то, після того як явище індукції закінчилось, у цих порожнинах, так само як і в усіх точках самого провідника, ніяких електростатичних сил не існує. Справді, завжди можна собі уявити, що провідник спочатку не мав порожнин (наприклад, можна уявити собі, що порожнини були заповнені ртуттю) і що порожнини були утворені в ньому після того, як установився стан рівноваги індуктованих зарядів на його поверхні. Оскільки порожнина заповнена (скажемо, ртуттю), в ній, за сказаним вище, при рівновазі не може існувати електричних сил; зрозуміло, що видалення ртуті з порожнини не порушить рівноваги і, отже, немає підстав для виникнення електричних сил у порожнині після того, як ртуть із неї буде видалено.

§ 286. Електричний захист. Із сказаного в попередньому параграфі ми можемо зробити такий висновок. Якщо якенебудь тіло оточене з усіх боків провідною оболонкою і ми наблизимо до цієї оболонки з зовнішнього боку якесь наелектризоване тіло, то хоч на зовнішній оболонці і виникне електрика через вплив, але на тілі, що міститься всередині, ніякого перерозподілу електрики не виявиться.

Ось чому звичайно електроскопи і електрометри мають провідну оболонку; ця оболонка захищає вміщені всередині частини прилада, як, наприклад, алюмінієві листочки, від електричного впливу сторонніх наелектризованих тіл.

Явище електричного захисту перший виявив Фарадей (в 1836 р.), який провів спробу, що демонструє це явище у великому масштабі. Він примістився сам з електроскопом усередині металічної клітки. Клітка була ізольована від землі, і до неї через сильні іскри підводились заряди. Ніяких відхилень електроскопа при цьому не спостерігалось, і сам Фарадей нічого не відчував при проскокуванні електричних іскор на поверхні клітки (клітка Фарадея).

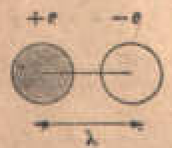


Рис. 278. Момент диполя $= e\lambda$.

§ 287. Явище поляризації діелектриків. У кожній молекулі речовини ізолятора (діелектрика) міститься одночасно і позитивна і негативна електрика в однакових кількостях; можна сказати тому, що молекула діелектрика містить у собі парні електричні заряди — електричні диполі. Добуток величини заряду на віддаль між зарядами називають моментом диполя (рис. 278).

Орієнтування молекулярних електричних диполів настільки різноманітне, що діелектрик у своєму звичайному стані не виявляє помітної електризації. На рис. 280*a* показано такий розподіл парних зарядів у діелектрику, при чому окремі кружечки позначають схематично молекули діелектрика, а білі й чорні їх половини позначають позитивні і негативні заряди.

Якщо тепер наблизити до такого ізолятора наелектризоване тіло, то всі супротивні йому за знаком заряди притягнуться ним, а однойменні відштовхнуться. Хоч у діелектрику і не можуть цілком поділитися парні заряди, як це можливо в провіднику, все таки вони здатні трохи зміщуватись, залишаючись усередині молекули зв'язаними один з одним, а крім того, самі молекули можуть повертатись (рис. 279). При цьому заряд, супротивний зарядові впливаючого тіла, стане трохи ближче до цього останнього, тоді як однойменний заряд відсунеться далі від впливаючого тіла. Результатом такого зміщення парних зарядів буде електризація поверхні ізолятора і, крім того, особливий стан усередині його, який має назву поляризації ізолятора і полягає в певному орієнтуванні всіх його молекулярних диполів і в збільшенні моменту диполів.

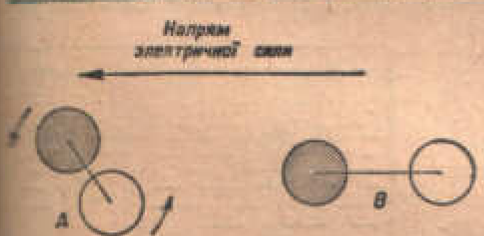


Рис. 279. Орієнтування і збільшення моменту диполя під дією електричної сили.

Звичайно, в наслідок постійного теплового руху молекул і стикання їх одна з одною орієнтування молекулярних диполів буде завжди порушуватись, але коли температура не надто висока, то все таки в середньому результаті буде якесь середнє орієнтування, якась середня поляризація діелектрика і якась середня електризація його поверхні.

Розрізняють „жорсткі" і „м'які" диполі. Якщо під діянням електричної сили молекулярні диполі тільки орієнтуються, але момент їх не зростає (не відбувається зміщення внутрішньомолекулярних електричних зарядів), то такі диполі називаються жорсткими. Якщо момент диполя під діянням електричної сили зростає, то такий диполь називають м'яким.

Речовини, молекули яких від природи (при відсутності електричних сил) являють собою електричні диполі, називають *полярними речовинами*. Типовими представниками таких речовин є вода, амоніак (NH_3), ефір, ацетон і т. д.

Поряд з полярними діелектриками є і неполярні діелектрики, молекули яких (у наслідок симетричного розподілу внутрішньомолекулярних зарядів), взагалі кажучи, не є диполями, проте, вони стають диполями, коли перебувають під діянням електричної сили. Електрична сила розсовує внутрішньомолекулярні електричні заряди так, що центр позитивних зарядів молекули виявляється віддаленим на якусь (звичайно, дуже малу) віддаль λ від центра негативних зарядів молекули. Електричний дипольний момент $e\lambda$ у такої молекули тим більший, чим більша зазначена віддаль λ між центрами її позитивних і негативних зарядів. Ця віддаль зростає при збільшенні електричної сили, що діє на молекулу, тому і електричний момент $e\lambda$ у такого „м'якого" диполя зростає при збільшенні електричної сили, що діє на молекулу; в першому наближенні вважають, що електричний момент м'якого диполя пропорціональний величині сили, яка викликає його:

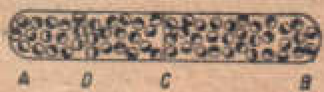


Рис. 280*a*. Парні заряди в діелектрику.

Рис. 280*b*. Поляризація діелектрика.

$$e\lambda = \alpha F.$$

Коефіцієнт пропорціональності α називають поляризованістю молекули. При поділі поляризованого діелектрика AB (рис. 280*b*) на дві частини AC і CB, а також і при дальшому поділі ми ніколи не відокремимо позитивної електрики від негативної, припускаючи, звичайно, що при такому механічному роз'єднанні окремі молекули залишаються цілими.

У провідниках електричні заряди не зв'язані один з одним у межах молекули, а вільно переміщаються по провіднику, в наслідок чого при поділі провідника на дві частини легко можна відокремити один від одного і індуктовані на ньому заряди.

§ 288. Взаємодія наелектризованих тіл, занурених у діелектричне середовище. Взаємодія двох наелектризованих тіл, взагалі кажучи, залежить від того, чи перебувають поблизу них інші тіла чи ні, бо на сусідніх тілах з'являються нові заряди через вплив, і ці заряди в свою чергу взаємодіють з попередніми. Таким чином, завдання розшукання сили взаємодії дуже ускладняється навіть і в тому випадку, коли наявним є тільки одно стороннє тіло. Одна з таких задач має найбільше значення; це саме той випадок, коли стороння речовина, яка не проводить електрики, заповнює собою весь простір між наелектризованими тілами.

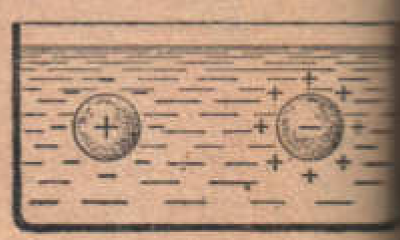


Рис. 281.

Уявимо собі, що дві супротивно наелектризовані кульки взаємодіють одна з одною в пустоті, а потім ми занурюємо їх в ізолюючу рідину, наприклад, гас. Сила взаємодії між кульками при зануренні в гас зменшується приблизно вдвоє проти тієї сили, яка спостерігалась між ними в повітрі або в пустоті. Зменшення сили взаємодії між кульками відбувається від того, що гас поляризується. Біля поверхні позитивно зарядженої кульки зосереджуються негативні заряди молекулярних диполів гасу (рис. 281), а біля негативно зарядженої кульки —

тивні заряди. Легко бачити, що поляризація, яка з'явилася в гасі, повинна зменшити сили взаємодії кульок.

Дослід показує, що *сила взаємодії двох наелектризованих тіл, вміщених в якенебудь діелектричне середовище, завжди менша ніж у пустоті в якесь число раз ε, характерне для даного середовища.* Закон Кулона в цьому випадку треба записати так:

$$F=\frac{e_1 e_2}{\varepsilon r^2}. \tag{3}$$

Величину ε називають **діелектричною сталою** середовища. Діелектрична стала вакууму (порожнього простору) дорівнює одиниці.

§ 289. Діелектрична стала. Числове значення діелектричної сталої речовини визначається електричними властивостями молекул і числом їх в одиниці об'єму. Чим більша полярність і поляризованість речовини, тим більша діелектрична стала. Якщо, проте, число молекул в одиниці об'єму мале, то ефект поляризації позначається слабо, тому діелектрична стала всіх газів дуже близька до одиниці:

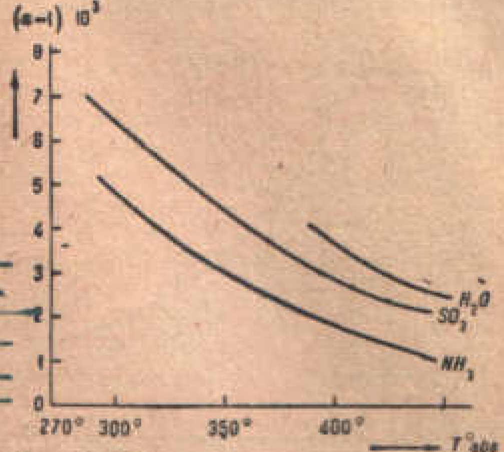


Рис. 282. Залежність діелектричної сталої газів від температури.

На осі ординат відкладені збільшені в 1000 раз значення $\varepsilon - 1$; на осі абсцис — значення абсолютної температури.

	ε		ε
Гелій	1,00007	Повітря	1,00059
Водень . . .	1,00026	Вуглекислота . .	1,00097

Ці дані стосуються газів при нормальному атмосферному тиску і при температурі 0°. Діелектрична стала зростає разом із збільшенням тиску газу і спадає з температурою (рис. 282); величина $(\varepsilon - 1)$ наближено пропорціональна густині газу.

Тверді ізолятори мають діелектричну сталу, яка у великій мірі залежить від їх молекулярного складу і структури.

	ε		ε
Папір	близько 2	Слюда	від 6 до 8
Ебоніт, сургуч, янтар	від 2 до 3	Скло звичайне	» 4 » 6
Парафін	близько 2	Скло оптичне (флінт)	до 10
Сірка	» 4		

Діелектрична стала речовини в рідкому стані звичайно буває більша, ніж діелектрична стала тієї ж речовини в твердому стані:

	ε		ε
Лід	2,85	Форміатна кислота тверда	19,1
Вода	81,7	» » рідка	52,5
Етиловий спирт твердий	3,1	Ціанідна кислота тверда	2,4
» » рідкий	25,7	» » рідка	95,0

З підвищенням температури діелектрична стала рідких речовин зменшується. На рис. 283 показано зміну залежно від температури діелектричної сталої етилового ефіру.

§ 290. Магнітний залізняк. В деяких місцевостях, між іншим у нас на Уралі, зустрічається залізна руда, яка має властивість притягувати до себе залізні предмети. Ця руда є хемічна сполука заліза з киснем Fe_3O_4 і називається магнітним залізняком.

Кусок магнітного залізняка являє собою природний магніт. Залізо, сталь, нікель і в меншій мірі інші тіла в присутності магнітного залізняка набувають магнітних властивостей.

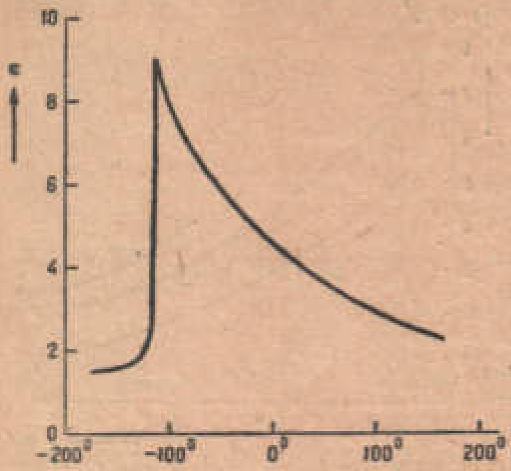


Рис. 283. Діелектрична стала етилового ефіру як функція температури.

Це збудження магнітних властивостей в залізі, в нікелі і т. д. при наближенні до них куска магнітного залізняка являє собою, як побачимо нижче, явище, подібне до поляризації діелектрика.

При наближенні наелектризованого тіла до діелектрика діелектрик поляризується; на його кінці, поверненому до наелектризованого тіла, зосереджуються заряди супротивного знака, і тому діелектрик у пустоті завжди притягується наелектризованим тілом. При усуненні впливаючого наелектризованого тіла, поляризація зникає.

Так само і магнітні властивості заліза, нікелю й інших тіл майже зникають, як тільки усунуто причину, що викликала їх. Усі ці тіла, які в тій чи іншій мірі намагнічуються завдяки тільки наявності куска магнітного залізняка, швидко розмагнічуються при усуненні магнітного залізняка.

Винятком є сталь і деякі спеціальні стопи. Магнітні властивості сталі, збуджені присутністю магнітного залізняка, довго зберігаються при усуненні його. Тому сталь є матеріалом для виготовлення штучних магнітів (особливо хромова, вольфрамова і кобальтова сталь).

§ 291. Полюси магніта. Якісно степінь намагнічування легко можна визначити з величини тих залізних предметів, які, будучи притягнуті магнітом, втримуються ним.

Всякий магніт має найбільшу силу притягання біля кінців (приблизно на $\frac{1}{12}$ довжини від кінця); ця сила поступово зменшується в міру наближення до середини, де вона дорівнює нулеві.

Місця магніта, які мають найбільшу силу притягання, мають назву полюсів.

Обидва полюси магніта цілком подібні своїми притяжними діями, проте, легко довести, що вони не однакові.

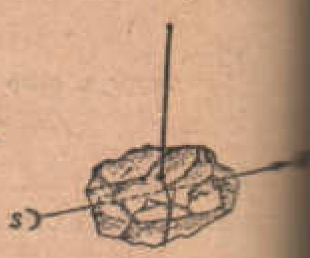


Рис. 284. Кусок магнітного залізняка, підвішений на нитці, встановлюється так, що вісь, яка проходить через його полюси, утворює малий кут з меридіаном.

Для цього досить підвісити магніт на нитці в горизонтальному положенні; він встановлюється тоді в певному положенні так, що один кінець його повернений на північ, другий — на південь. Кінець магніта, повернений на північ, називається північним полюсом, другий кінець його — південним полюсом.

Однойменні полюси магнітів відштовхуються, різнойменні притягуються.

Для пояснення певного орієнтування магніта на Землі треба припу...

стити, що Земля є теж магніт, що її „південний" магнітний полюс міститься десь у північній півкулі, біля північного географічного полюса, а „північний" — у південній; тоді стає зрозумілим, що в наслідок притягання цими полюсами різнойменних полюсів магніта цей останній установлюється в напрямі, близькому до напряму меридіана (рис. 285).

Два різні магніти однакової сили, покладені один на одного різнойменними полюсами, не виявляють ніякої магнітної дії.

Дії двох полюсів завжди супротивні одна одній. Якщо один з них назвати позитивним, то другий можна назвати негативним.

Прийнято позитивний знак приписувати магнетизмові північного полюса, негативний знак—магнетизмові південного полюса.

§ 292. Закон Кулона для магнітних сил. Закони взаємодії магнітних полюсів, як і закони електростатичних взаємодій, були вивчені Кулоном. Трудність цих дослідів полягала *в неможливості відокремити позитивний магнетизм від негативного.*

Рис. 285. Земля являє собою магніт. Магнітні полюси Землі не збігаються з географічними полюсами. На рисунку зображені силові лінії магнітного поля Землі.

Якщо відламати ту частину магніта, в якій ми припускали наявність позитивного магнетизму, то ця частина магніта стає знову цілим магнітом з обома полюсами — північним і південним. Які б малі частини магніта не відокремлювати, в них завжди буде два протилежні полюси. Щоб установити вплив по можливості на один полюс, Кулон користувався дуже довгими магнітами. Через те що магнітні дії з віддаленням від полюса швидко слабнуть, при значній довжині магніта можна вважати, що всієї дії зазнає один найближчий полюс, другий же, хоч і існує в тому ж магніті, але настільки віддалений від місця, яке вивчається, що на його вплив можна не зважати.

Кулон встановив, що полюси дуже довгих магнітів притягуються (різнойменні) або відштовхуються (однойменні) за тим же законом, як і електричні заряди, а саме: *два однойменні магнітні полюси взаємно відштовхуються з силою, пропорціональною добуткові їх магнітних мас і обернено пропорціональною квадратові віддалі між полюсами.*

За одиницю магнетизму, або одиницю магнітної маси, приймають таку кількість магнетизму, яка діє на рівну їй кількість, що міститься на віддалі 1 *см*, із силою в 1 дину. Цю одиницю називають абсолютною магнітною (або електромагнітною) одиницею магнетизму.

В цих одиницях закон Кулона може бути записаний так:

$$F=\frac{m_1 m_2}{r^2} \text{ дин} \qquad (4)$$

(віддаль r між взаємодіючими полюсами тут вимірюється в сантиметрах).

Щоб скласти собі наочне уявлення про величину абсолютної одиниці магнетизму, зазначимо, що магнітна маса полюса для в'язальної спиці товщиною 1 *мм*, намагніченої до насичення, дорівнює приблизно 20 одиницям.

Приклад. Визначити силу взаємодії між двома магнітними полюсами з магнітними масами в 50 і 100 одиниць, розміщеними одна від одної на віддалі 25 *мм* (на дію інших полюсів магнітів не зважати).

Маємо: $m_1=50$, $m_2=100$, $r=2{,}5$ *см*.

Отже:

$$F=\frac{50\cdot 100}{2{,}5^2}=800 \text{ дин}=0{,}81 \text{ г}^*.$$

§ 293. Фізична суть намагнічування. Ні в постійному магніті, ні в залізі, намагніченому через вплив, неможливо виділити й ізолювати магнетизм одного якогонебудь знака.

Те саме спостерігаємо при електростатичній поляризації діелектрика: там відокремлення одного заряду від другого теж неможливе. Магнітна поляризація в багатьох відношеннях аналогічна електростатичній поляризації в діелектриках.

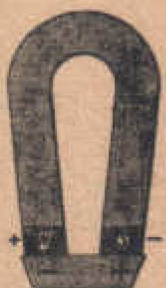


Рис. 286. Залізо намагнічується в присутності магніта, при чому в залізі біля полюсів магніта виникають протилежні за знаком полюси.

Ми уявляємо собі яку завгодно речовину, здатну намагнічуватись, складеною з безлічі молекулярних магнітів, розміщених безладно. Кожній молекулі цієї речовини (заліза, нікелю і т. д.) ми приписуємо, таким чином, властивості елементарного магніта.

Завдяки безладному розміщенню молекулярних магнітів загальна їх дія дорівнює нулеві, і речовина не намагнічена. На ці молекулярні магніти діють, поперше, пружні сили, які їх втримують у стані рівноваги, і подруге, сила, аналогічна тертю,— коерцитивна (затримна) сила. Коли яканебудь речовина, здатна намагнічуватись, наприклад, залізо, внесена в простір, де діють магнітні сили, зовнішні магнітні сили орієнтують молекулярні магнітики; залізо поляризується. Після того, як усі молекулярні магніти вже встановились у напрямі зовнішніх магнітних сил, дальше збільшення поляризації стає неможливим, досягається стан магнітного насичення.

Якщо усунути дію зовнішніх магнітних сил, що викликали намагнічування заліза, пружні сили починають повертати молекулярні магнітики в попереднє положення; проте, в наслідок паралельного орієнтування молекулярні магніти діють один на одного, і пружні сили вже не можуть повернути їх у попередній безладний стан; створюється явище залишкового магнетизму. Орієнтоване розміщення молекулярних магнітиків є по суті нестійким, але воно підтримується коерцитивною силою, про походження якої можна робити різні гіпотези.

З викладеного погляду *речовина є тим більш намагнічена, чим більшого степеня упорядкованості досягнуто в розміщенні молекулярних магнітів.*

Яким би не було походження коерцитивної сили, можна з певністю сказати, що тепловий рух молекул повинен руйнувати орієнтацію молекулярних магнітиків. Справді, дослід показує, що при нагріванні намагнічування ослаблюється.

При сильному нагрізі (заліза до 780°, нікелю до 350°) *речовина втрачає здатність до залишкового намагнічування.*

Сила магнітів зменшується також при струсах, бо струси дезорієнтують молекулярні магніти. Але в процесі намагнічування ті самі струси відограють сприятливу роль, бо вони ослаблюють силу тертя між елементарними магнітиками. Залізний стрижень у присутності магніта намагнічується далеко сильніше, коли вдаряти по цьому стрижню молотком.

Зауважимо, що коли ми хочемо довго зберігати постійні магніти намагніченими, то необхідно насамперед оберігати їх від дії сторонніх магнітів. Для цього найкраще робити їх підковоподібними і замикати їх при зберіганні невеликим куском заліза, так званим якорем (рис. 286).

Крім того, треба захищати магніти від великих струсів і від змін температури.

§ 294. Закон Кулона для взаємодії намагнічених тіл, вміщених у парамагнітне або діамагнітне середовище. Якщо поблизу магніта вмі

...ться інші тіла, то в них теж виникає магнетизм через вплив, у наслі...ок чого розрахунок магнітної взаємодії дуже ускладнюється.

Нам особливо важливо розглянути той ...падок, коли стороннє тіло займає весь ...остір між взаємодіючими магнітними ...люсами. Цей випадок цілком аналогічний ...ому, який було розглянуто вище в § 288, ...е мова йшла про електростатичну взає...одію наелектризованих тіл, занурених у ...іелектричне середовище.

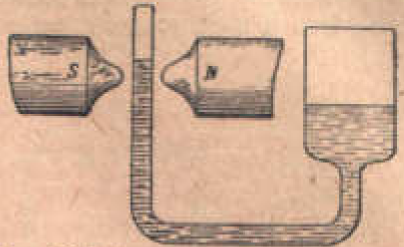


Рис. 287. Магнітні сили втягують парамагнітну рідину в простір між полюсами магніта.

Як результат магнітної поляризації ...ередовища, в яке вміщені розглядані ...агнітні полюси, змінюється величина си... їх взаємодії. Цей результат можна ...вести в розрахунки з допомогою якогось ...оефіцієнта μ, аналогічного діелектричній сталій ε; коефіцієнт μ нази...ють **магнітною проникністю**.

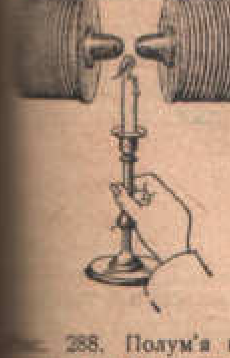
Подібно до закону для електричних зарядів, занурених у діелектрик, ...акон Кулона для магнітних полюсів, уміщених в якенебудь середо...ще, можна написати в такому вигляді:

$$F=\frac{m_1m_2}{\mu r^2}. \tag{5}$$

Зауважимо, що для сильно магнітних речовин, наприклад, для заліза, ...оефіцієнт μ не є стала величина, а залежить від величини діючих маг...тних сил.

Для речовин, які називають **парамагнітними**, μ — **більше оди...иці**; отже, *в парамагнітному середовищі магнітні взаємодії слабіші, ...ж у пустоті.*

Речовини, для яких μ — **менше одиниці**, називають **діагнітними**; *в діамагнітному середовищі полюси магніта взаємодіють сильніше, ніж у пустоті.*



...ис. 288. Полум'я ви...хується з простору ... полюсами магніта, ... які утворюють ...ум'я, **діамагнітні**.

Збільшення сили взаємодії магнітних полюсів у діамагнітному середовищі зумовлюється тим, що діамагнітне середовище намагнічується протилежно до парамагнітного середовища. Парамагнітне тіло, вміщене між полюсами магнітів, намагнічується так, що поблизу позитивного полюса магніта в парамагнітному тілі з'являється негативний полюс. Утворені різнойменні полюси притягуються один до одного, тому *парамагнітні тіла завжди втягуються в простір між полюсами сильного магніта* (рис. 287). Протилежно до цього діамагнітне тіло, вміщене між полюсами магніта, намагнічується так, що поблизу кожного полюса магніта в діамагнітному тілі утворюються **однойменні** магнітні полюси, тому *діамагнітне тіло виштовхується з простору між полюсами магніта* (рис. 288).

§ 295. Магнітна проникність. Числове значення магнітної проникності μ, ...ібно до числового значення діелектричної сталої ε, залежить від струк...ри молекул речовини.

Для величезної більшості тіл μ мало відрізняється від одиниці, лише ... кілька мільйонних часток більше або менше від неї.

Тільки три елементи: **залізо, нікель і кобальт** різко виділяються ...ред усіх інших. Їх парамагнетизм такий сильний, що μ виражається ...тнями і тисячами. Магнітні властивості цих елементів і в інших відно-