

§ 44. Кут зачеплення і його вибір

Лінія зачеплення нахилена до лінії центрів під кутом α — кут нахилу лінії зачеплення. Кут, який складає лінія зачеплення із спільною дотичною до початкових кіл, зветься *кутом зачеплення* (кутом тиску). Позначимо його через φ (рис. 172).

Очевидно:

$$\varphi = 90^\circ - \alpha. \quad (126)$$

Як видно з рисунку 173, із збільшенням кута φ :

а) робоча частина ніжки збільшується.

б) ступінь перекриття зменшується, бо довжина лінії зачеплення зменшується:

$$\overline{A_2B_2} < \overline{A_1B_1};$$

с) корисна складова сила ($P_{\text{окр}}$), при сталому нормальній тиску на зубець, зменшується.

Пункт а) говорить про корисність збільшення кута φ ; пункти б) і с) — про шкідливість.

Далі ми дізнаємося, що при збільшенні кута φ мінімальна кількість зубців на колесі зменшується. Це теж позитивно позначається на конструкції, бо габарити механізму зменшуються.

Зазначені міркування і міркування, які наводяться в курсах „Деталі машин“ про залежність зношування і питомого тиску на зубець від кута φ , привели до того, що в практиці спинилися на куті

$$\varphi = 14,5^\circ \div 25^\circ.$$

В СРСР ОСТ'ом введено два стандартні кути φ : 15° і 20° .

Про це докладніше буде з'ясовано в розділі: „Виготовлення зубчастих коліс“.

§ 45. Найменше число зубців малого колеса. Діаграма інж. Фогеля

На рисунку 174 позначено:

O_1 — центр обертання меншого колеса (веденого);

O_2 — центр обертання більшого колеса (ведучого);

N_1N_1 і N_2N_2 — відповідно їх початкові кола;

U_1U_2 і U_2U_2 — допоміжні (твірні) кола;

V_1V_1 і V_2V_2 — кола виступів;

AB — лінія зачеплення, проведена під кутом $\alpha = 75^\circ$ до лінії O_1O_2 ;

M_1 і M_2 — основи перпендикулярів, опущених з центрів O_1 і O_2 на лінію зачеплення, або, що те ж саме, точки дотику лінії зачеплення з твірними колами;

A_1 і B_1 — точки перетину кіл виступів з лінією зачеплення (відрізок A_1B_1 — робоча частина лінії зачеплення).

Перш за все покажемо, що точки A_1 і B_1 не повинні виходити за межі відрізка M_1M_2 .

У випадку збігання точки A_1 з точкою M_1 (як це ми маємо на рисунку 174) шестерня I — з центром обертання O_1 — зветься *граничною*.

Цілком очевидно, що граничною шестернею може бути тільки менша, бо коли точка A_1 не дійде до своєї границі (точки M_1), то точка B_1 і поготів не збіжиться з точкою M_2 , тому що PM_2 більше PM_1 .

Коли б коло виступів — V_2 — перетнуло лінію AB за точкою M_1 , наприклад у точці M'_1 , то, переносячи в цю точку ніжку зубця колеса I , ми знайдемо, що профіль ніжки обернений опуклістю до точки M_1 , і нормаль до цього профіля MM не пройде через полюс зачеплення P . Виходить, зачеплення за точкою M_1 буде невірним, тобто передатне число не буде сталим. Частина головки зубця великого колеса, що виступає за коло, яке проходить через M_1 , треба зрізати.

Визначимо найменшу кількість зубців на меншій шестерні при умові нормальної висоти головки $h_1 = m$.

Найменшу кількість зубців звичайно матиме гранична шестерня, в нашому випадку — шестерня I (точка A_1 збігається з точкою M_1).

З трикутника O_1PM_1 знаходимо:

$$PM_1 = R_1 \cos \alpha.$$

З трикутника O_2PM_1 одержуємо:

$$(O_2M_1)^2 = (O_2P)^2 + (PM_1)^2 + 2\overline{O_2P} \cdot \overline{PM_1} \cdot \cos \alpha.$$

Підставивши в це рівняння

$$O_2M_1 = R_2 + h_1; \quad O_2P = R_2; \quad PM_1 = R_1 \cos \alpha$$

і замінивши

$$R_1 = \frac{z_1 m}{2}; \quad R_2 = \frac{z_2 m}{2}; \quad h_1 = m,$$

де R_1 і z_1 — радіус початкового кола і кількість зубців на колесі I , R_2 і z_2 — те ж саме для колеса II , а m — модуль зачеплення, h_1 — висота головки, одержимо:

$$\left(\frac{z_2}{2} + 1\right)^2 = \left(\frac{z_2}{2}\right)^2 + \left(\frac{z_1}{2}\right)^2 \cos^2 \alpha + 2 \frac{z_1 z_2}{4} \cos^2 \alpha.$$

Замінивши в цьому рівнянні z_2 через z_1 , на підставі рівності $\frac{z_2}{z_1} = i$, або $z_2 = z_1 i$ (згідно з прийнятим визначенням передатного числа, див. § 37), матимемо найменшу допустиму кількість зубців:

$$z_1 = \frac{2i + 2\sqrt{i^2 + (1 + 2i)\cos^2\alpha}}{(2i + 1)\cos^2\alpha} \quad (127)$$

Треба твердо пам'ятати, для того, щоб не допустити непорозуміння, що в цій формулі i є неправильний дріб, бо при виведенні цієї формули за менше колесо з кількістю зубців z_1 взяте ведене колесо.

Виходить, для визначення найменшої кількості зубців при $i = \frac{1}{2}$ підставляти в формулу треба $i = 2$ так само, як і для передачі з $i = 2$.

Коли за формулою (127) вирахувати мінімальну кількість зубців для різних передатних чисел, то результат можна зобразити графіком $z_1 = f(i)$.

Подібний графік показано на рисунку 175. Це — діаграма інж. Фогеля („Werkstattstechnik“, № 14, 1929).

На діаграмі побудовано сім кривих залежностей z_1 від i : три для нормальної висоти головки, для $\varphi = 15^\circ, 20^\circ, 25^\circ$; три для зниженої головки ($h_1 = 0,8m$) — для тих же кутів зачеплення і одна для зубців AEG з висотою головки на малому колесі $h'_1 = 1,5m$ і висотою ніжки $h''_1 = 0,7m$. На великому колесі висота головки $h'_2 = 0,5m$, а висота ніжки $h''_2 = 1,7m$. Кут тиску $\varphi = 15^\circ$.

Профілі зубців AEG¹, як і профілі із зниженою головою, відносяться до, так званих, коригірованих профілів (див. §§ 46, 52).

З діаграми інж. Фогеля видно, що профілі AEG корисно вибирати при $\frac{z_2}{z_1} \leq 2$, тоді шестерню можна побудувати з дуже малою кількістю зубців, навіть меншою, ніж при $\varphi = 20^\circ$.

Це значно зменшує габарити механізму — механізм буде компактніший.

При передатному числі, близькому до одиниці, профілі AEG користі не дають.

Цифри на кривих показують ступінь перекриття для граничного випадку (коли точка A_1 збігається з M_1).

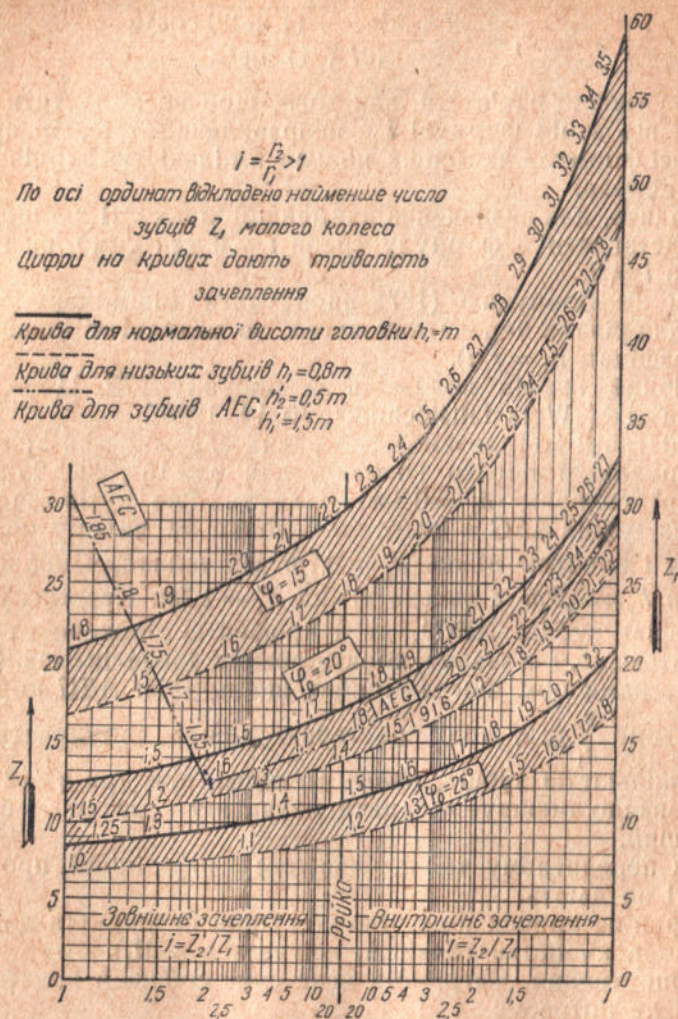
Користування діаграмою ясне саме собою й додаткових пояснень не потребує.

З формули (127) і з діаграми інж. Фогеля ясно видно, що при збільшенні φ мінімальна кількість зубців зменшується, а при збільшенні передатного відношення кількість зубців збільшується при зовнішньому зачепленні і зменшується при внутрішньому зачепленні.

¹ Зубці AEG є окремий випадок V-передач, докладно нами розібраний в § 52.

§ 46. Поняття про коригування¹ зубців

Зуб, розміри елементів якого визначаються за формулами § 39, і профіль якого побудований при куті зачеплення $\varphi = 15^\circ$, зветься нормальним².



Останнім часом в практиці машинобудування широко стали

¹ Від латинського дієслова corrigere — виправляти.

² Ця назва встановилась тоді, коли в нас кут $\varphi = 15^\circ$ був єдиний стандарт. Тепер назва „нормальний“ краще стосувалася б до профіля з кутом зачеплення $\varphi = 20^\circ$.

застосовувати так звані кориговані зубці, тобто зубці, елементи яких відрізняються від нормальних.

В сучасній практиці зустрічаються три види корекцій: а) висотна, б) кутова і с) тангенціальна. Четвертий тип корекції — профільна — перебуває в стадії експериментальної проробки і в практиці майже не зустрічається.

а) Висотна корекція, при якій змінюються елементи по висоті зубця, — має три варіанти:

1) Змінюються висоти головок і ніжок, а повна висота зубця лишається нормальною, наприклад:

Висота головки малої шестерні	$h'_1 = 1,5 m$
„ „ великої „	$h'_2 = 0,5 m$
„ ніжки малої „	$h''_1 = 0,7 m$
„ „ великої „	$h''_2 = 1,7 m$

Повна висота зубців на шестернях $h = 2,2m$ (нормальна).

2) Висоти головок і ніжок на обох шестернях беруть однакові, але знижені, тому повна висота зубця зменшується, наприклад:

Висота головок	$h'_1 = h'_2 = 0,8 m$
„ ніжок	$h''_1 = h''_2 = m$
Повна висота зубця	$h = 1,8 m$

3) Висоти головок (а, значить, і ніжок) беруть різні, і повна висота зубців не нормальна, а зменшена, наприклад:

Висота головки малої шестерні	$h'_1 = 1,2 m$
„ „ великої „	$h'_2 = 0,7 m$
„ ніжки малої „	$h''_1 = 0,85 m$
„ „ великої „	$h''_2 = 1,35 m$

Повна висота зубця $h = 2,05 m$.

б) Кутова корекція, при якій кут зачеплення (кут тиску) беруть інший від нормального.

с) Тангенціальна корекція, при якій зубці на колесах беруть неоднакової товщини: на малій шестерні, де зубець більше „підрізається“, беруть товщий, а на великій — тонший, чим забезпечується однакова міцність зубців біля основи.

д) Профільна корекція полягає в тому, що профіль зубців з різних сторін вирисовується за різними законами. Наприклад: з лівої сторони — при $\varphi = 20^\circ$, а з правої — при $\varphi = 40^\circ$. Звичайно такі зубці можуть працювати раціонально лише при обертанні коліс в одну сторону. Коли колеса обертаються в другу сторону, виникатиме великий тиск на вальниці (вали розпираються).

Профільну корекцію можна здійснити ще й так: ніжку зубця обрисовувати при $\varphi = 20^\circ$, а головку при $\varphi = 30 \div 40^\circ$, що змен-

шити підрізання і питомий тиск на початок зачеплення (кромка веденого зубця буде тупіша), і не буде зскрібання мастила з ведучої шестерні в момент початку зачеплення.

§ 47. Циклоїдальні профілі зубців. Теорема Камуса

Коло I котиться без ковзання по колу II (зовні). На рисунку 176:

точка A кола I вирисовує епіциклоїду AA_1A_2 ;

A, P_1, P_2 — миттєві центри обертання;

$A_1P_1, A_2P_2 \dots$ — миттєві радіуси обертання.

Миттєві радіуси обертання є нормалі до епіциклоїди, яку вирисовує дана точка.

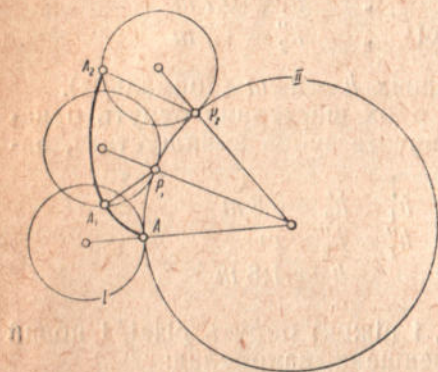


Рис. 176

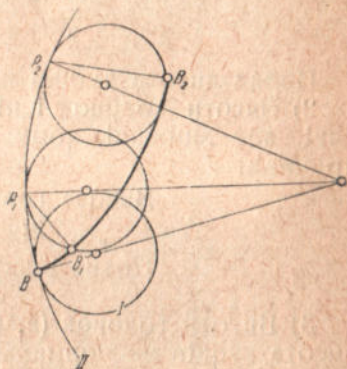


Рис. 177

Коло I котиться по колу II без ковзання (всередині). На рисунку 177:

точка B кола I вирисовує гіпоциклоїду — BB_1B_2 ;

точки $B_1, P_1, P_2 \dots$ — миттєві центри обертання;

$B_1P_1, B_2P_2 \dots$ — миттєві радіуси обертання.

Миттєві радіуси обертання є нормалі до гіпоциклоїди, яку вирисовує дана точка.

Два зубчасті колеса O_1 і O_2 мають початкові кола N_1 і N_2 , що дотикаються в полюсі P (рис. 178).

Коло T_1 , що знаходиться всередині кола N_1 , має з колами N_1 і N_2 спільну точку дотику P .

При коченні кола T_1 по колу N_1 точка P вирисовує гіпоциклоїду hP , а при коченні його по N_2 — епіциклоїду — eP .

Коли взяти гіпоциклоїду hP за профіль ніжки зубця колеса O_1 , а епіциклоїду eP — за профіль головки зубця колеса O_2 , то легко показати, що такі профілі відповідатимуть умовам раціонально побудованих супряжних профілів.

Дійсно, при обертанні коліс початкові кола котяться одно по одному без ковзання. Припустимо, що і коло T_1 при цьому котиться по них без ковзання. Тоді при довільному повороті

коліс точки, що лежать на цих трьох колах і в початковий момент збігаються з полюсом P , перемістяться в положення a, a_1, A ; при чому $\cup Pa = \cup Pa' = \cup PA$.

Гіпоциклоїда hP займе положення h_1a ; епіциклоїда eP займе положення e_1a' .

Ясно, що в нових положеннях гіпоциклоїда h_1a і епіциклоїда e_1a' дотикатимуться в точці A , бо при зупинці кіл N_1 і N_2 і коченні по них кола T_1 , точка A вирисовує якраз ці криві.

Миттєвий радіус обертання точки A (AP) буде їх загальною нормаллю.

Поворот коліс ми взяли довільний, тому вибрані профілі завжди дотикатимуться, і спільна нормаль, проведена в точку дотику, проходить через полюс, тобто такі профілі відповідають умовам теореми Віліса.

Для вирисовування повного профіля зубця треба взяти друге допоміжне коло T_2 всередині N_2 .

При коченні його по колах N_1 і N_2 точка P вирисовує епіциклоїду Pe' — профіль головки зубця колеса O_1 — і гіпоциклоїду Ph' — профіль ніжки зубця колеса O_2 .

Доведене нами положення про супряжність профілів hP і eP можна сформулювати в загальному вигляді так.

Рулеті, утворені однією й тією ж точкою допоміжного кола (коло T_1 , рулеті hP і eP), що котяться без ковзання по основних (початкових) колах (N_1 і N_2) являють собою обвідну (обгинаючу) і обведену (обгинаему).

Це є формулювання теореми Камуса (1733 р.).

З доведення і з рисунку 178 видно, що циклоїдальні профілі завжди дотикаються на дугах допоміжних кіл, що являтимуть лінію зачеплення.

Тому що $\cup PA = \cup Pa$, робимо висновок: в циклоїдальних колесах довжина дуги зачеплення дорівнює довжині лінії зачеплення.

Практичну побудову циклоїдальних профілів покажемо на прикладі.

Побудувати циклоїдальні профілі зубців для коліс, що мають: $z_1 = 20$; $z_2 = 40$; $m = 10$.

Діаметр початкового кола першого колеса $D_1 = 10 \cdot 20 = 200$ мм.

Діаметр початкового кола другого колеса $D_2 = 10 \cdot 40 = 400$ мм.

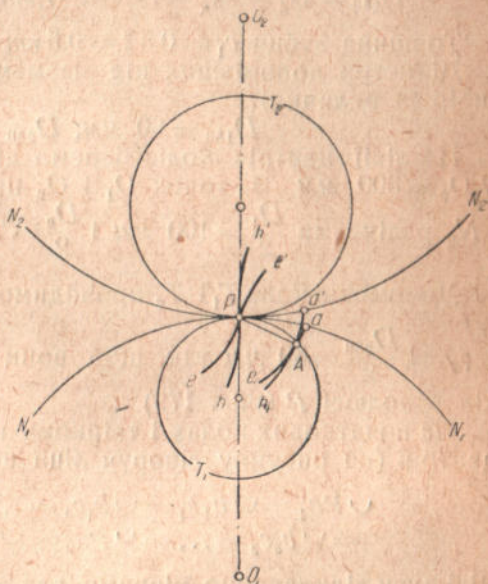


Рис. 178

Відстань між центрами коліс $O_1O_2 = \frac{D_1 + D_2}{2} = 300$ мм.

Діаметри виступів:

$$D_{1\text{вст}} = D_1 + 2h_1 = D_1 + 2t = 220 \text{ мм},$$

$$D_{2\text{вст}} = D_2 + 2h_1 = D_2 + 2t = 400 + 20 = 420 \text{ мм}.$$

Діаметри западин:

$$D_{1\text{зп}} = D_1 - 2h_2 = D_1 - 2 \cdot 1,2t = 176 \text{ мм},$$

$$D_{2\text{зп}} = D_2 - 2h_2 = D_2 - 2 \cdot 1,2t = 400 - 24 = 376 \text{ мм}.$$

Товщина зубця $c_1 = 0,5t = 0,5 \pi t = 15,5$ мм.

Діаметри допоміжних кіл візьмемо (нижче буде сказано про вибір їх величин):

$$D_{1\text{дп}} = 80 \text{ мм}; D_{2\text{дп}} = 160 \text{ мм}.$$

На лінії центрів коліс беремо дві точки O_1 і O_2 на відстані $O_1O_2 = 300$ мм. З точок O_1 і O_2 проводимо початкові кола N_1 і N_2 радіусами $\frac{D_1}{2} = 100$ мм і $\frac{D_2}{2} = 200$ мм.

Допоміжні кола T_1 і T_2 проводимо радіусами $\rho_1 = \frac{D_{1\text{дп}}}{2} = 40$ мм і $\rho_2 = \frac{D_{2\text{дп}}}{2} = 80$ мм так, щоб вони дотикалися до початкових кіл в полюсі P (рис. 179).

На початкових колах і твірному колі T_1 по один бік від лінії центрів (на рисунку ліворуч лінії центрів) відкладаємо дуги:

$$\cup Pa_1 = \cup a_1b_1 = \cup b_1c_1 = \dots = \cup Pa_2 = \cup a_2b_2 =$$

$$= \cup b_2c_2 = \dots = \cup Pa_0 = \cup a_0b_0 = \cup b_0c_0 = \dots$$

(Всі дуги відкладаємо рівними для зручності, але це не обов'язково. Необхідно лише, щоб відповідні дуги були рівні: $\cup a_0b_0 = \cup a_1b_1 = \cup a_2b_2$; або $\cup b_0c_0 = \cup b_1c_1 = \cup b_2c_2$).

По другий бік лінії центрів відкладаємо такі ж дуги на початкових колах і на другому допоміжному колі T_2 .

З центрів a_1 , b_1 , c_1 і т. д. (що лежать по обидва боки лінії центрів) радіусами, відповідно рівними Pa_0 , Pb_0 , Pc_0 і т. д., проводимо дуги.

Обвідна цих дуг ліворуч O_1O_2 буде гіпоциклоїда Pz_1 (ніжка зубця першого колеса), а праворуч O_1O_2 — епіциклоїда Pe_1 (головка зубця першого колеса).

Тими ж радіусами проводимо дуги з центрів a_2 , b_2 , c_2 і т. д.

Обвідна цих дуг ліворуч O_1O_2 буде епіциклоїда Pe_2 (головка зубця другого колеса), а праворуч O_1O_2 гіпоциклоїда Pz_2 (ніжка зубця другого колеса).

Для остаточного закінчення побудови профілів знайденими радіусами проводимо кола виступів V_1 і V_2 та кола западин W_1 і W_2 , відкладаємо на початкових колах $\cup PS_1 = PS_2 = \frac{c_1}{2} = 7,75$ мм.

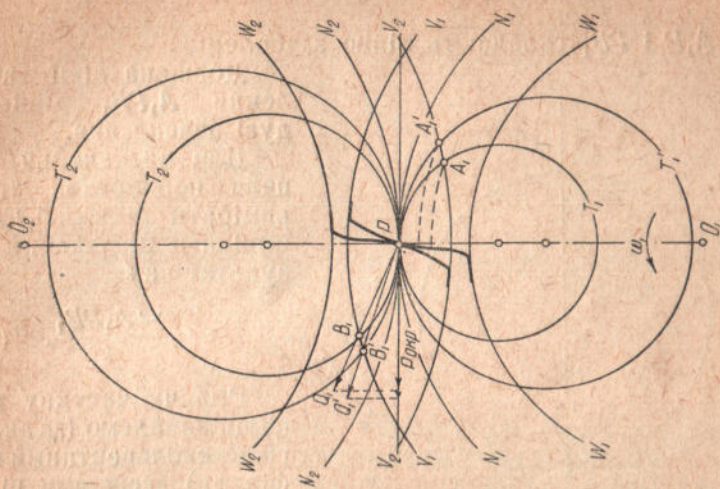


Рис. 180

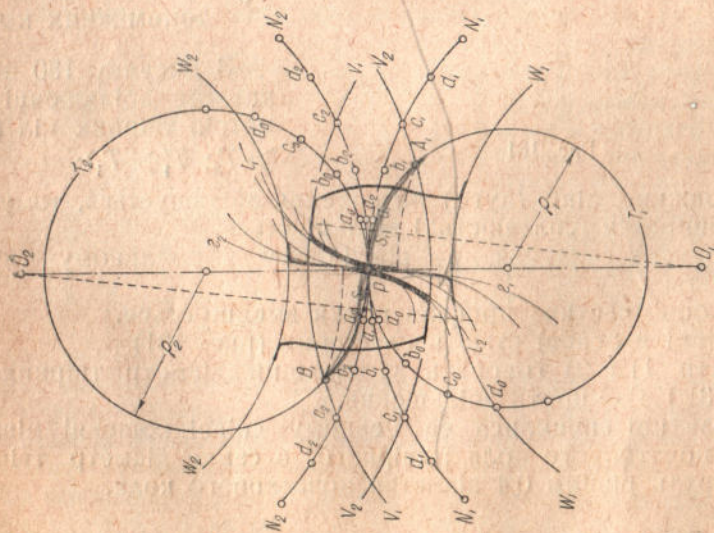


Рис. 179

(половину товщини зубця), проводимо лінії O_1S_1 і O_1S_2 — лінії симетрії зубців — і другі сторони профілів будуємо симетрично.

Кола виступів перетнулися з допоміжними колами в точках A_1 і B_1 .

Дуги A_1P і PB_1 складають лінію зачеплення.

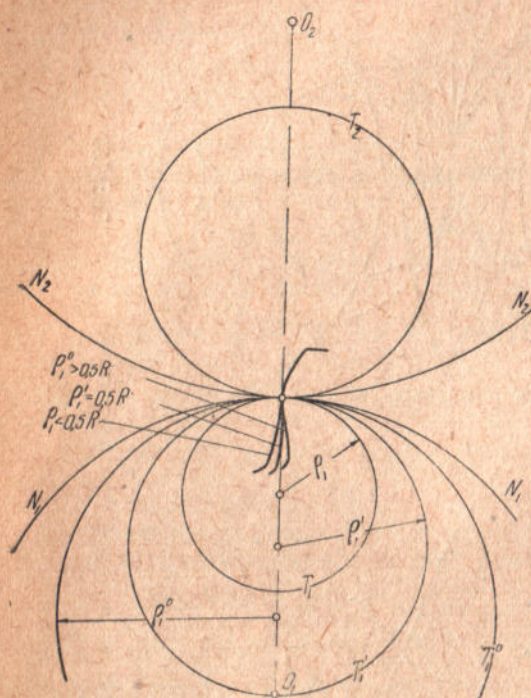


Рис. 181

Довжина лінії зачеплення A_1PB_1 дорівнює дузі зачеплення.

Для визначення ступеня перекриття треба виміряти лінію A_1PB_1 і поділити одержаний результат на t :

$$\tau = \frac{\overset{\smile}{A_1PB_1}}{t}. \quad (128)$$

Робочу частину профілів знайдемо (за аналогією з евольвентними профілями) засічками ніжок з центрів O_1 і O_2 радіусами O_1A_1 і O_2B_1 , як це показано на рисунку 179.

§ 48. Вибір діаметрів допоміжних кіл

З рисунку 180 видно, що при збільшенні діаметрів твірних кіл ($T_2' > T_2$; $T_1' > T_1$):

1) Довжина лінії (дуги) зачеплення збільшується, тому ступінь перекриття („плавність“) збільшується.

2) Корисна складова при постійному нормальному тискові збільшується.

3) Робоча частина профіля ніжки зменшується.

4) Зубці в основі стають слабшими (рис. 181).

Пункти 1) і 2) говорять за більший діаметр твірних кіл; пункти 3) і 4) — проти збільшення.

В практиці спинилися на певному співвідношенні між діаметром початкового кола і твірного, а саме: діаметр твірного кола беруть рівним 0,4 діаметра початкового кола.

§ 49. Порівняння евольвентних і циклоїдальних профілів

а) Побудова евольвентних профілів зубців не зв'язана з початковими колами і з нахилом лінії зачеплення (або з кутом φ),

тобто профілі зубців при різних кутах нахилу лінії зачеплення (кут α), але при незмінних допоміжних (основних) колах будуть однакові, бо це будуть евольвенти однієї і тієї ж еволюти.

Це значить, що коли профілі зубців побудовані для коліс, які мають початкові кола N_1 і N_2 , при відстані між центрами a і кутові $\alpha = 70^\circ$ (рис. 182), а їх встановили на віддалі $a+x$ (рис. 183) (де x — допустима похибка при монтажі), то спільна дотична до допоміжних кіл (AB — лінія зачеплення) матиме інший напрям ($\alpha < 70^\circ$); початковими колами (кола, що котяться без ковзання одно по одному) вже будуть N'_1 і N'_2 , але колеса працюватимуть правильно, бо евольвенти точок P і P_1 будуть тожні (допоміжні кола від похибки не змінилися).

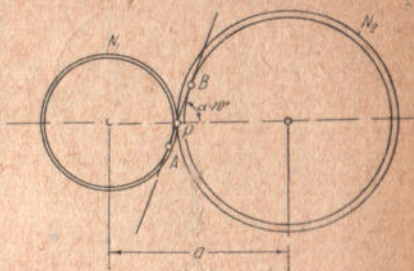


Рис. 182

Звідси робимо висновок: евольвентні колеса допускають неточність установлення (допускають розцентрування).

Це дуже важлива властивість цих коліс, бо, поперше, ми знаємо, що абсолютно точного встановлення досягти неможливо, а подруге, при зношуванні підшипників більш-менш точно встановлені вали все таки розцентруються.

Легко переконатися, що цієї властивості не мають колеса з циклоїдальними профілями, бо побудова їх зв'язана з початковими колами. Коли початкові кола зміняться (при розцентруванні), то повинні змінитися і елі-гіпоциклоїди.

б) Евольвентний профіль зубця даного колеса будується незалежно від другого колеса, яке з ним працюватиме, тобто евольвентний профіль зубця одного колеса не залежить від кількості зубців на другому колесі.

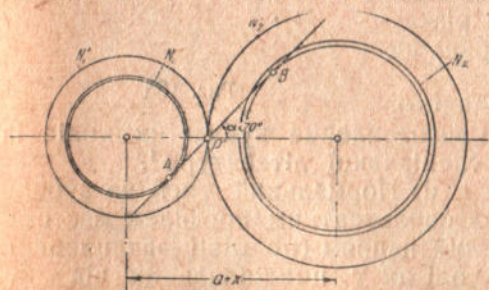


Рис. 183

Звідси: евольвентні колеса правильно працюють в комплекті, для чого потрібна лише рівність модулів і кутів зачеплення. (Комплектними зубчастими колесами звється набір не менше трьох коліс, з яких кожне може працювати з кожним).

Легко показати, що для застосування циклоїдальних коліс в комплекті треба, щоб вони мали однакові твірні кола.

Візьмемо найпростіший комплект, який складається з трьох коліс. Перше колесо має працювати з другим (рис. 184) і з третім (рис. 185), а друге колесо в свою чергу, повинно працювати з третім (рис. 186).

Головка зубця першого колеса Pc утворюється коченням допоміжного кола T_2 по початковому N_1 (рис. 184) і коченням допоміжного кола T_3 по початковому N_1 (рис. 185). Виходить, що діаметр кола T_2 має дорівнювати діаметрові кола T_3 .

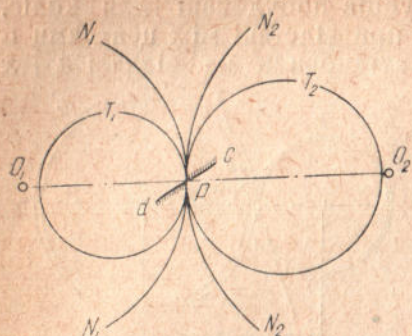


Рис. 184

Аналогічно головка зубця другого колеса Pd утворюється коченням допоміжного кола T_1 по N_2 (рис. 184) і коченням допоміжного кола T_3 по колу N_2 (рис. 186). Виходить, діаметр кола T_1 повинен дорівнювати діаметрові кола T_3 .

Порівнюючи перший висновок з другим, матимемо: $T_1 = T_2 = T_3$, що й треба було довести.

Комплектні колеса застосовуються в різних коробках швидкостей, де передатні числа бувають з великою дистанцією між найменшим і найбільшим. Це потребує наявності великої різниці між діаметрами найменшого і найбільшого зубчастих коліс. Для таких же коліс взяти діаметри твірних кіл рівними — неможливо, як це видно з § 48.

с) Виготовлення евольвентних зубчастих коліс дуже просте, особливо за методом Маага, при якому різальний інструмент (зубчаста рейка) виготовляється дуже легко.

Той, хто хоче, може познайомитися з новішими способами виготовлення зубчастих коліс із спеціальної літератури¹.

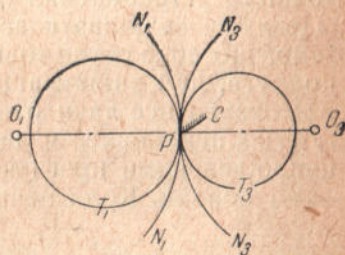


Рис. 185

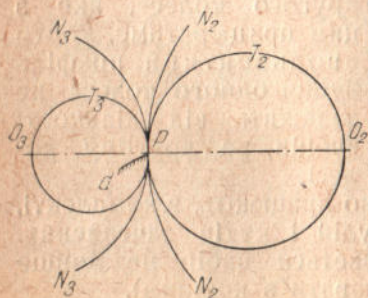


Рис. 186

d) Нормальний тиск на зубець з евольвентним профілем має сталий напрям (по лінії зачеплення), тоді як у циклоїдальних він змінюється (рис. 187).

Тому евольвентні колеса працюють спокійніше й не розхитують фундаменту.

е) Зубці з евольвентними профілями при рівних умовах будуть міцніші, тому їх застосовували раніше в так званих силових передачах (механізми, які передають великі зусилля при невеликих

¹ А. Константинов — Изготовление зубчатых и червячных передач. Москва, 1929; М. Кружилин — Зуборезный станок „МААГ“, 1933; Н. П. Чапаев — Зуборезное производство по способу Феллоу, 1933.

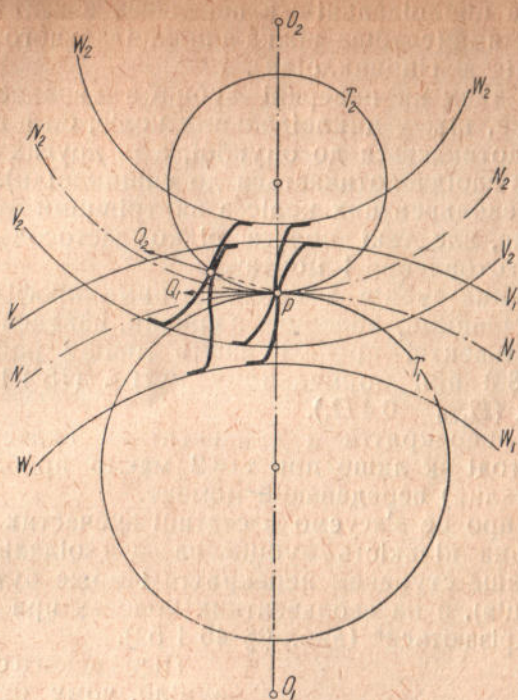


Рис. 187

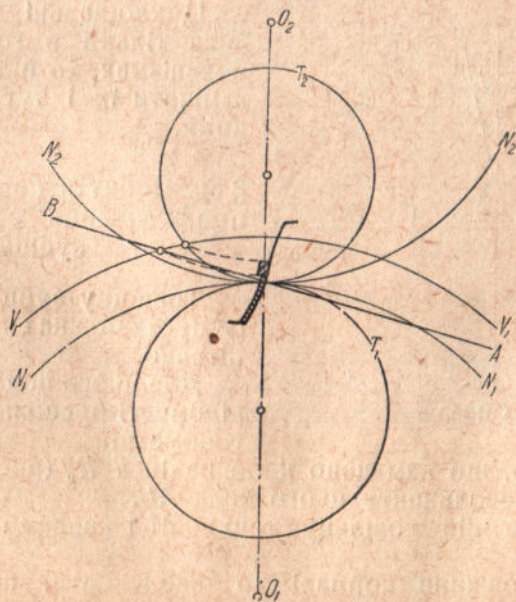


Рис. 188

швидкостях), а циклоїдальні — в передачах з великими окружними швидкостями (слабша ніжка в циклоїдального зубця зумовлюється угнутістю гіпоциклоїди).

f) Питомий тиск на поверхні зубців з евольвентними профілями більший, ніж у циклоїдальних коліс, бо в перших опукла поверхня дотикається до опуклої, а в других — опукла до угнутої (гіпоциклоїда дотикається до епіциклоїди).

Правда, в евольвентних коліс з внутрішніми зубцями цього недоліку немає, але такі колеса рідко застосовуються через складність виготовлення і монтажу.

g) Зношування зубців з евольвентними профілями більше, ніж з циклоїдальними, поперше, з причин, наведених у п. f), а, подруге, евольвентні профілі мають меншу робочу частину ніжки (рис. 188) при нормальному куті α (75°) і нормальних твірних колах ($D_{\text{дп}} = 0,4 D_1$).

h) Ступінь перекриття в евольвентних колесах звичайно менше двох, тоді як лише при $\tau = 2$ маємо приблизно сталий (при $i = 1$ — сталий) передаваний момент.

Докладно про це з'ясуємо в статті зубчастих коліс.

i) Мінімальна кількість зубців на циклоїдальних колесах лімітується лише ступенем перекриття і може бути дуже мала (6—7 зубців), а на евольвентних колесах при малій кількості зубці „підрізаються“ (див. §§ 45 і 52).

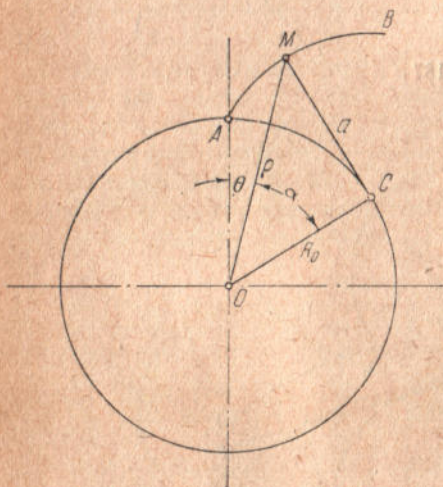


Рис. 189

Після всього сказаного зрозуміло, чому останнім часом, майже виключно, застосовуються евольвентні колеса.

Циклоїдальні зубці лишилися тільки в годинникових механізмах, та й то є спроби замінити їх і тут евольвентними.

§ 50. Поняття про аналітичне профілювання евольвентних зубців

Товщину зубця на різних радіусах можна визначити аналітично.

Для цього подаємо основні відомості з евольвентної тригонометрії.

Припустимо, що нам дано коло радіуса R_0 (рис. 189).

Побудуємо евольвенту цього кола AB .

Візьмемо на ній довільну точку M і зведемо такі позначення:

$MC = a$ — довжина нормалі до евольвенти, проведеної в точку M ;

$OM = \rho$ — довжина радіуса-вектора;
 θ — полярний кут — кут, утворений радіусом-вектором з початковим радіусом;
 α — кут між радіусом-вектором і радіусом основного кола, проведеним в точку дотику твірної з основним колом. Коли вважати, що кути α і θ виражені в радіанах, то можна встановити такі основні залежності (з трикутника MOC):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{R_0} \quad \text{і} \quad \rho = \frac{R_0}{\cos \alpha}. \quad (129)$$

Але

$$\sphericalangle AC = a = R_0(\alpha + \theta).$$

Тоді залежності (129) перепишуться так:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{R_0(\alpha + \theta)}{R_0} = \alpha + \theta,$$

або

$$\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha \quad (130)$$

і

$$\rho = \frac{R_0}{\cos \alpha}. \quad (131)$$

Ці два рівняння дають основні математичні залежності між елементами евольвенти. З їх допомогою аналітично визначаються профілі евольвентних зубців.

Покажемо на прикладі, як це робиться.

Дано: $z = 20$; $m = 10$; $\varphi = 20^\circ$. Визначити товщину зубця по колу виступів (рис. 190).

$$\text{Радіус початкового кола } R = \frac{zm}{2} = \frac{20 \cdot 10}{2} = 100 \text{ мм.}$$

$$\text{Радіус виступів } R_{\text{вст}} = R + m = 100 + 10 = 110 \text{ мм.}$$

$$\text{Радіус основного кола } R_0 = R \cos \varphi = 100 \cdot \cos 20^\circ = 100 \cdot 0,940 = 94 \text{ мм.}$$

Проведемо:

OA — радіус основного кола, проведений в початкову точку евольвенти зубця;

OP — радіус початкового кола — він же радіус-вектор евольвенти, проведений в полюс зачеплення;

OM — радіус-вектор евольвенти, проведений до точки перетину евольвенти з колом виступів;

OC — вісь симетрії зубця.

На підставі попередніх позначень для точки P евольвенти буде:

$$\sphericalangle AOP = \theta_1 \text{ — полярний кут;}$$

$\sphericalangle POC = \alpha_1$ — кут між радіус-вектором і радіусом основного кола, проведеним в точку дотику твірної з основним колом.

Очевидно, що в даному випадку (для полюса зачеплення) він рівний кутіві φ , тобто

$$\alpha_1 = \varphi = 20^\circ = \frac{20^\circ \pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{9} \text{ рад.}$$

Відповідно для точки M евольвенти:

$$\angle AOM = \theta_2;$$

$$\angle MOD = \alpha_2,$$

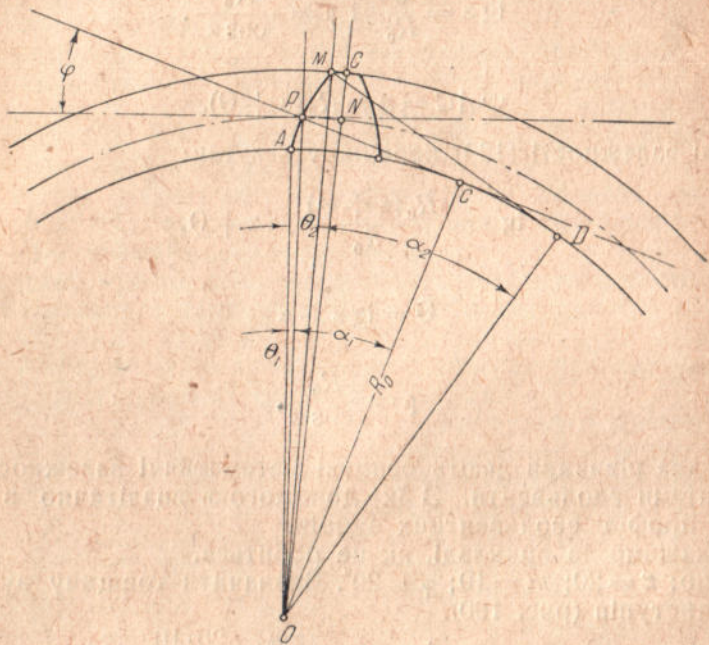


Рис. 190

За рівнянням (130):

$$\theta_1 = \operatorname{tg} \alpha_1 - \alpha_1 = \operatorname{tg} \frac{\pi}{9} - \frac{\pi}{9} = 0,0149 \text{ рад.}$$

За рівнянням (131):

$$R_{\text{вст}} = \frac{R_0}{\cos \alpha_2};$$

звідки

$$\cos \alpha_2 = \frac{R_0}{R_{\text{вст}}} = \frac{94}{110} = 0,8545$$

і

$$\alpha_2 = 31^\circ 19' = \frac{31 \frac{19}{60} \pi}{180} \text{ рад}$$

а

$$\theta_2 = \operatorname{tg} \alpha_2 - \alpha_2 = \operatorname{tg} 31^\circ 19' - \frac{31 \frac{19}{60} \pi}{180} = 0,06183 \text{ рад.}$$

Обчисливши кути θ_1 і θ_2 , далі знаходимо кут

$$\angle MOC = \angle PON + \theta_1 - \theta_2.$$

Кут $PON = \frac{\overset{\frown}{PN}}{R}$, де PN є дуга початкового кола, що відповідає половині товщини зубця, тобто

$$\overset{\frown}{PN} = \frac{\pi m}{4} = \frac{3,14 \cdot 10}{4} = 7,85 \text{ мм,}$$

у випадку зачеплення без зазору.

Значить:

$$\angle PON = \frac{7,85}{100} = 0,0785 \text{ рад.}$$

$$\angle MOC = 0,0785 + 0,0149 - 0,06183 = 0,03157 \text{ рад.}$$

Тоді шукана товщина зубця по колу виступів буде:

$$2 \cdot MC = 2 \cdot R_{\text{вст}} \cdot 0,03157 = 2 \cdot 110 \cdot 0,03157 = 6,9454 \text{ мм.}$$

Аналогічним способом можна обчислити товщину зубця на будьякому радіусі і на підставі одержаних результатів побудувати профіль зубця.

Для полегшення обчислень функцій: $\theta = \operatorname{tg} \alpha - \alpha$ — користуються таблицями, наведеними в спеціальній літературі¹.

§ 51. Поняття про виготовлення циліндричних зубчастих коліс

Найпростіший спосіб виготовлення зубчастого колеса це— виливання його за готовою моделлю. Але профілі зубців при виливанні виходять не точні, тому й не відповідають тим вимогам, які зараз ставляться до зубчастих коліс: великі швидкості, передача значних потужностей, відсутність шуму.

Тому зубчасті колеса зараз майже виключно виготовляються з обробленими зубцями: виливається або виковується заготовка і на ній нарізаються зубці.

Зубці нарізаються з допомогою дискових фрез і методом обточування.

Перший спосіб — нарізання зубців дисковими фрезами — найбільш поширений (в розумінні, звісно, місць виробництва, а не в розумінні кількості виготовлених шестерень), бо при ньому не потрібне спеціальне обладнання, а потрібні лише фрезерний

¹ Е. Бакінгем — Цилиндрические зубчатые колеса; И. Г. Бармас и В. Н. Кедринский — Зуборезное дело; Решетов — Корригирование эвольвентных зацеплений і ін.

верстат (його іноді замінюють спеціальним приладом до токарного верстата), подільна головка і набір зуборізних фрез.

Зуборізна дискова фреза — це диск (рис. 191) з нарізаними на ньому зубцями, профіль яких відповідає профілеві западини майбутнього зубця.

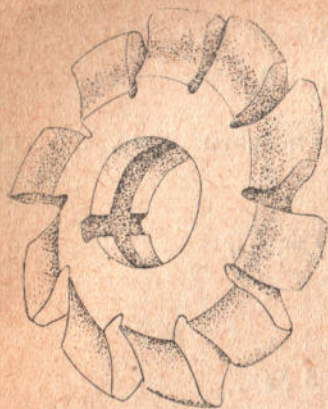


Рис. 191

Нарізання здійснюється за схемою, поданою на рисунку 192.

На оправці *AB* (на рисунку не показана) щільно закріплюється фреза, яка має робочий, обертальний рух.

Нарізуване колесо закріплюється на окремій осі *CD* подільної головки (вісь не показана на схемі), встановленої на столі фрезерного верстата. Стіл рухається перпендикулярно до осі фрези (рух подачі — на рисунку праворуч).

По вертикалі стіл встановлюється так, щоб фреза могла заглиблюватись в заготовку на висоту зубця.

Після прорізу однієї западини стіл відводиться ліворуч (на нашому рисунку) у вихідне положення. З допомогою поділь-

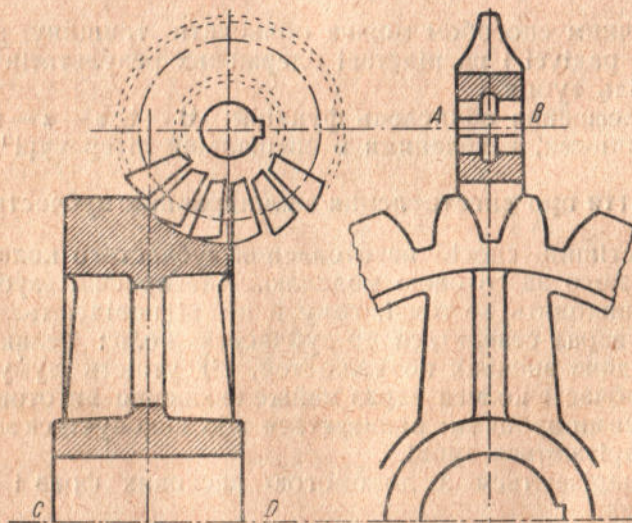


Рис. 192

ного пристрою нарізуване колесо повертається навколо осі *CD* на кут, який відповідає крокові зачеплення ($\frac{1}{z}$ оберта) і процес повторюється знову.

Профіль западини залежить від кута зачеплення, модуля і кількості зубців.

Коли навіть прийняти єдиний кут зачеплення, встановлений ОСТ'ом — 20° , і то виходить, що треба мати дуже багато фрез для нарізання зубців на всяких шестернях.

Приймаючи до уваги, що при малій різниці між кількістю зубців профілі їх мало відрізнятимуться один від одного, в практиці зупинилися на восьми номерах фрез для кожного модуля, а саме:

№ 1 (№ 8)	фреза для шестерень від 135 зубців до рейки включно
№ 2 (№ 7)	" " " " 55 " " 134 зубців включно
№ 3 (№ 6)	" " " " 35 " " 54 " "
№ 4 (№ 5)	" " " " 26 " " 34 " "
№ 5 (№ 4)	" " " " 21 " " 25 " "
№ 6 (№ 3)	" " " " 17 " " 20 " "
№ 7 (№ 2)	" " " " 14 " " 16 " "
№ 8 (№ 1)	" " " " 12 " " 13 " "

(Номерація фрез буває обернена, як зазначено в дужках).

Такими фрезами точно нарізаються лише шестерні з відповідно мінімальною кількістю зубців. Так, фрезою № 1 точно нарізається лише шестерня з 135 зубцями, фрезою № 2 — з 55 зубцями, фрезою № 3 — з 35 зубцями і т. д. Профілі всіх інших коліс будуть наближені.

Для точнішого виготовлення застосовуються іноді проміжні номери: $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ і т. д.; серія фрез тоді складається з 16 номерів.

З наведеного ясно, що з допомогою дискових фрез точно виготовити профілі неможливо. Навіть шестерні з 12, 14, 17, 21, 26, 35, 55 і 135 зубцями матимуть не зовсім точний профіль, завдяки похибкам при виготовленні самої фрези і зміні її профіля при гартуванні.

Другий спосіб — виготовлення шестерень методом обкочування — дає можливість виготовити профіль зубців майже з математичною точністю. Шестерні методом обкочування виготовляють на спеціальних зуборізних верстатах, які працюють за принципами довальних і фрезерних верстатів.

Уявимо різальний інструмент у вигляді зубчастої рейки (рис. 193), яка рухається обернено-поступним рухом по вертикалі. На рисунку 193 рейка *A* і заготовка *B* показані в плані; робочий рух рейки перпендикулярний до площини рисунку; заготовка має рух подачі.

Спочатку рух подачі заготовки напрямлений перпендикулярно до модульної прямої рейки (рис. 193) — поперечна подача. (Модульна пряма рейки — середня пряма, по якій товщина зубця дорівнює ширині западини і рівна половині кроку зачеплення).

Коли зубці рейки вріжуться на достатню глибину (рис. 194) (в нормальних — „нульових“ — колесах це буде, коли початкове коло й модульна пряма дотикаються), поперечна подача при-

пинається і заготовка починає рухатись вздовж модульної прямої, одночасно обертаючись навколо своєї осі. Рухи ці погоджені так, що початкове коло заготовки котиться без ковзання по модульній прямій (рис. 195).

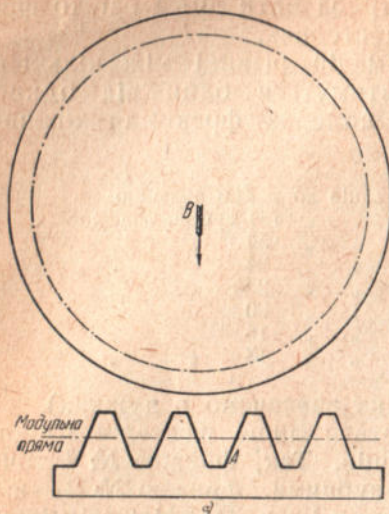


Рис. 193

Рейка має 6—8 зубців, тому після перекочування заготовки на один або два кроки зачеплення заготовку переводять за стрілкою x без обертання знову в початкове положення і продовжують процес до закінчення нарізання шестерні. Цілком зрозуміло, що рухи подачі (поперечний і поздовжній—кочення) як і в усіх довбальних верстатах,— періодичні і відбуваються тоді, коли рейка знаходиться у верхньому положенні, тобто після холостого ходу (перед робочим).

Простота виготовлення різального інструменту (обрис різальних кромок по прямих лініях) і забезпечує точне виготовлення зубців.

У нас в СРСР ОСТ'ом встановлено три типи виробничих рейок, показаних на рисунках 196, 197, 198.

Перший тип (рис. 196) застосовується при виготовленні зуб-

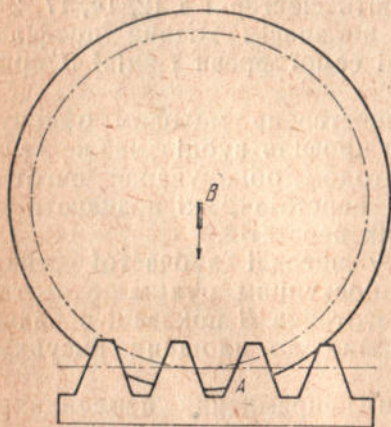


Рис. 194

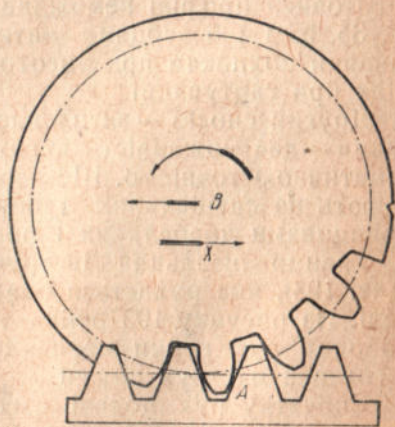


Рис. 195

частих коліс для існуючого обладнання (тип для переходового періоду від 15° до 20° зачеплення).

Рейками другого типу (рис. 197) нарізаються зубці для нового обладнання—це є основний профіль на найближчі роки.

Рейки третього типу (рис. 198) дають спеціальний укорочений зубець.

Показаний спосіб обробки зубців з допомогою виробничих рейок (верстати швейцарської фірми Maag) має дві основні хиби:

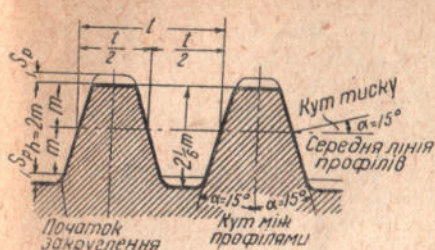


Рис. 196

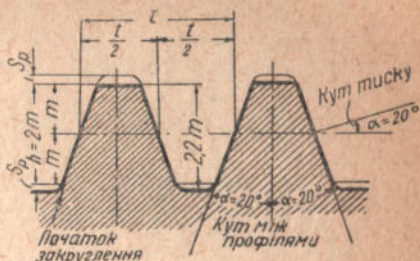


Рис. 197

1) Неможливість нарізати колеса з внутрішніми зубцями.

2) Неєкономічність виробничого процесу (у верстатах, які працюють за принципом довбального і стругального, майже 50% часу витрачається на холості ходи).

Перша хiba усувається на верстатах Fellow тим, що замість рейки застосовується різальний інструмент у вигляді зубчастого колеса („довбняк Феллоу“).

Друга хiba усувається застосуванням замість рейки червячної фрези (у верстатах Пфаутера, Лоренца і ін.).

З роботою таких верстатів можна познайомитися із спеціальною літературою.

На підставі всього сказаного про виготовлення зубців методом обкочування треба підкреслити, що ніжку зубця між допоміжним колом і колом западин треба будувати як обвідну до системи трахоїд, яку описують точки різального інструмента, як це показано на рисунку 199 (де для більшої наочності підрізання висота головки зубця взята $h'_1 = 1,2 m$).

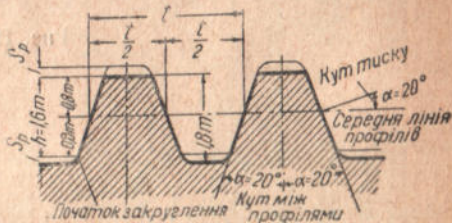


Рис. 198

§ 52. Коригування зубців зсуванням рейки

Сучасна виробнича практика широко застосовує виготовлення коригованих зубців зсуванням виробничої рейки.

При нарізанні нормальних („нульових“) зубців, як говорилося вище, початкове коло колеса котиться без ковзання по модульній прямій виробничої рейки (рис. 200).

В дальшому вважатимемо за пряму виступів рейки — лінію, яка проходить на відстані m від модульної прямої (вершина

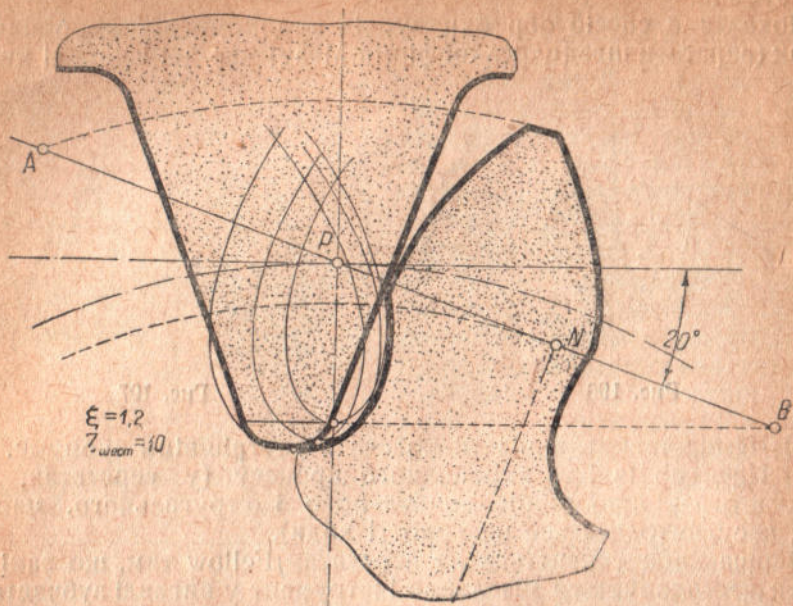


Рис. 199

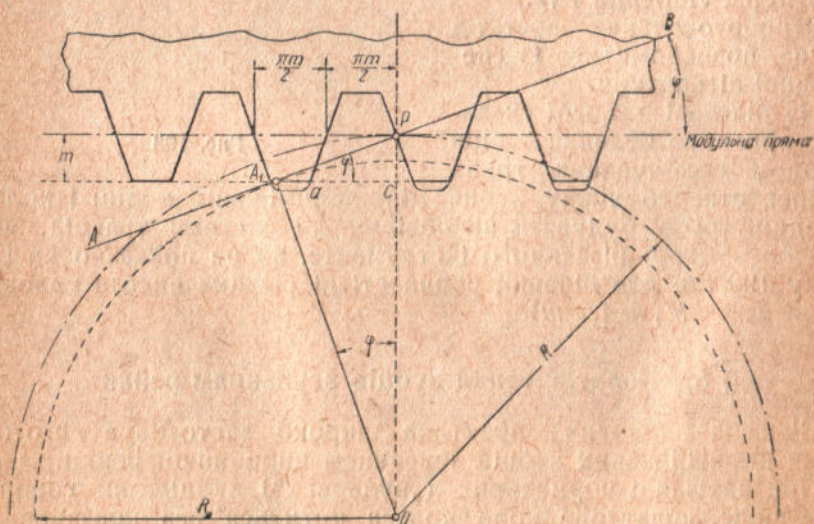


Рис. 200

в точці a), бо вся інша частина служить для вирізання лише радіального зазору і в утворенні евольвентної частини профіля зубця участі не бере.

Зрозуміло, що заглиблювати рейку можна лише доти, поки зазначена пряма виступів не дійде до основи перпендикуляра (точка A_1), опущеного з центра колеса на лінію зачеплення AB . На рисунку 200 поданий граничний випадок, коли, при дотиканні початкового колеса з модульною прямою, пряма виступів проходить якраз через точку A_1 .

Цей випадок відповідає мінімальній кількості зубців, яку можна нарізати на колесі без підрізання.

При дальшому зменшенні кількості зубців пряма виступів перетинатиметься з лінією зачеплення за точкою A_1 , зубці на

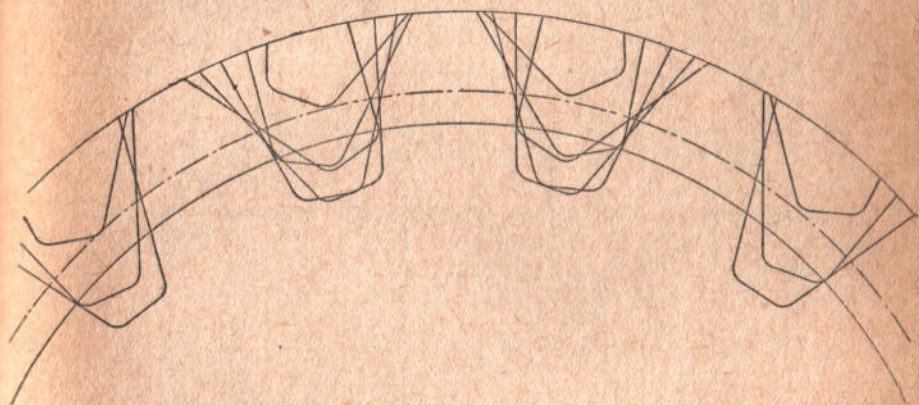


Рис. 201

колесі будуть „підрізані“, що виявляється в *ослабленні ніжки* і в зрізанні частини *або навіть і всієї евольвенти* між основним і початковим колами.

Це ясно видно з рисунків 201, 202, 203, де показано обкочування рейки, яка має кут зачеплення 20° . Коли колесо має 14 зубців, зрізування евольвенти майже непомітне; при 10—12 зубцях воно збільшується, а при 8 зубцях буде зрізана вся евольвента між основним і початковим колами, і ніжка зубця вийде дуже ослаблена.

За рисунком 200 можна легко визначити граничну мінімальну кількість зубців, яку можна нарізати без підрізання.

З трикутників PA_1C і CA_1O маємо:

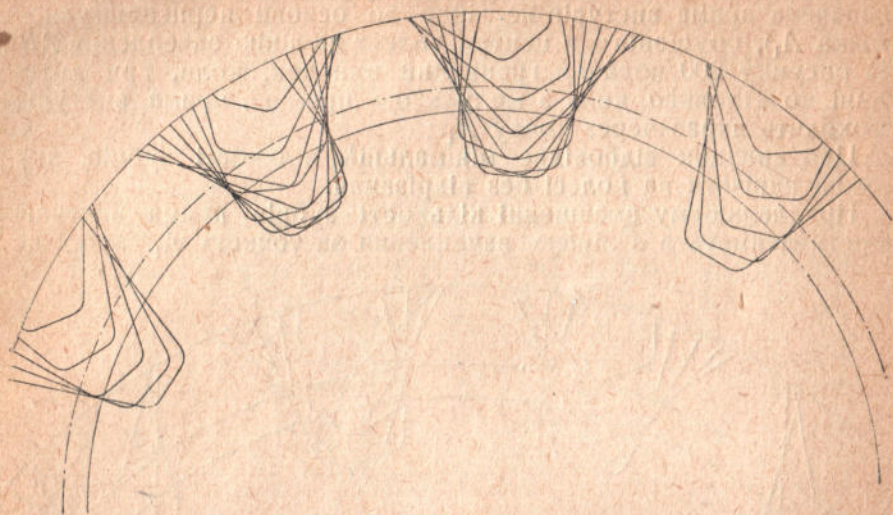
$$PC = A_1P \sin \varphi = m$$

$$A_1P = OP \sin \varphi;$$

звідки:

$$m = OP \cdot \sin^2 \varphi = R \sin^2 \varphi = \frac{zm}{2} \sin^2 \varphi,$$

$$z = \frac{2}{\sin^2 \varphi}. \quad (132)$$



с. 202

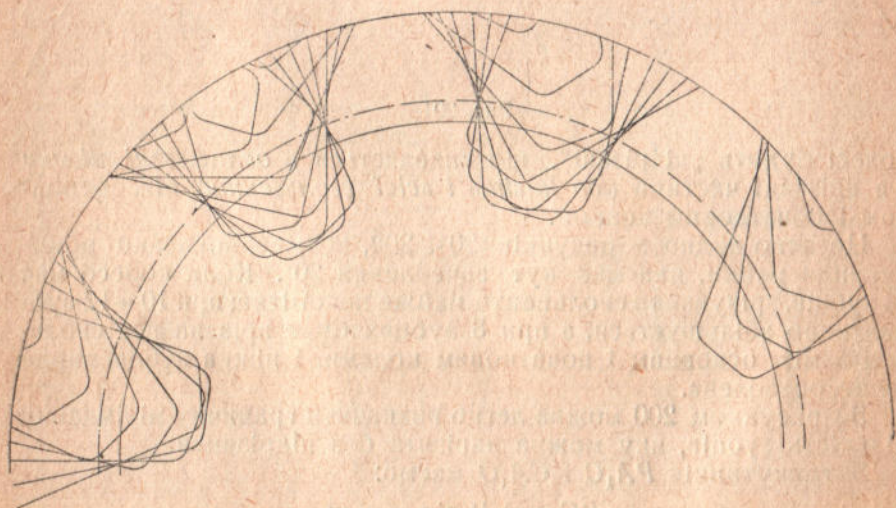


Рис. 203

Формулу (132) можна вивести і безпосередньо з формули (127) § 45, коли прирівняти $1:i$ до нуля.

В дальшому позначатимемо гранично мінімальну кількість зубців, яку можна нарізати без підрізання, — через z_0 .

Для рейки типу I (рис. 196) ($\varphi = 15^\circ$):

$$z_0 = \frac{2}{\sin^2 15^\circ} \cong 30 \text{ зубців.}$$

Для рейки типу II (рис. 197) ($\varphi = 20^\circ$):

$$z_0 = \frac{2}{\sin^2 20^\circ} \cong 17 \text{ зубців.}$$

Для рейки типу III (рис. 198) ($\varphi = 20^\circ$; $h'_1 = 0,8 m$):

$$z_0 = \frac{2 \cdot 0,8}{\sin^2 20^\circ} \cong 14 \text{ зубців.}$$

Сучасне машинобудування потребує малих габаритів механізмів, які б могли передавати великі потужності. Звідси — потреба у виготовленні шестерень з малою кількістю зубців без ослаблення ніжки і без зменшення плавності (ступеня перекриття) зачеплення.

Припустимо, що нам треба нарізати на шестерні 12 зубців, тобто менше мінімальної кількості зубців, яку може дати будь-яка стандартна рейка.

Візьмемо рейку з нормальною висотою зубця і, щоб запобігти підрізання, зсунемо її від центра колеса (зупинимо рух поперечної подачі заготовки раніше, до стикування початкового кола з модульною прямою) на таку величину, щоб пряма виступів рейки проходила якраз через основу перпендикуляра, опущеного на лінію зачеплення (рис. 204). Початкове коло не стикатиметься з модульною прямою. Позначимо відстань між ними через xm , це й буде, так званий, зсув рейки (m — модуль; x — коефіцієнт зсуву). В такому положенні і здійснюється процес нарізання. Початкове коло котитиметься тепер без ковзання по прямій PM , яка знаходиться на відстані xm від модульної прямої.

Величина коефіцієнта зсуву — x — визначається з рисунку 204 так:

$$FC = R \sin^2 \varphi,$$

звідки:

$$m - xm = \frac{zm}{2} \sin^2 \varphi,$$

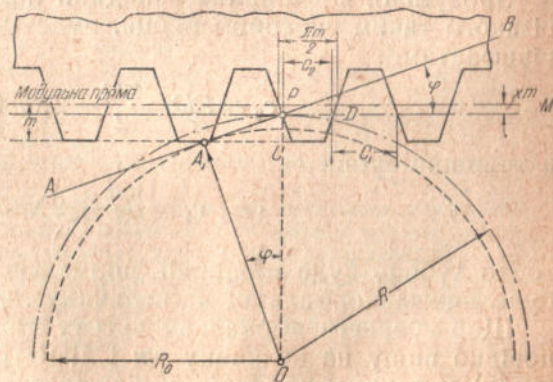


Рис. 204

або

$$1 - x = \frac{z}{z_0} \text{ (на підставі рівняння 132),}$$

а

$$x = \frac{z_0 - z}{z_0}. \quad (133)$$

Таким чином, коли рейка має кут зачеплення $\varphi = 15^\circ$, коефіцієнт зсуву визначатиметься за формулою:

$$x = \frac{30 - z}{30}; \quad (134)$$

при $\varphi = 20^\circ$:

$$x = \frac{17 - z}{17}. \quad (135)$$

Допускаючи майже непомітне підрізання, в практиці користуються такими формулами для визначення коефіцієнта зсуву:

$$\text{при } \varphi = 15^\circ \quad x = \frac{25 - z}{30}; \quad (136)$$

$$\text{при } \varphi = 20^\circ \quad x = \frac{14 - z}{17}. \quad (137)$$

Зрозуміло, що ширина западини по початковому колу у нарізаного таким способом зубця, буде менша, ніж півкроку і дорівнюватиме:

$$c_2 = PD = \frac{\pi m}{2} - 2xm \operatorname{tg} \varphi, \quad (138)$$

а товщина зубця

$$c_1 = \frac{\pi m}{2} + 2xm \operatorname{tg} \varphi. \quad (139)$$

тобто зубець буде міцніший нормального; ніжка такого зубця буде нижча нормальної на величину xm .

Щоб зберегти нормальну висоту зубця, головку роблять відповідно вищу на величину xm і діаметр заготовки (діаметр виступів) у даному випадку дорівнюватиме:

$$D_{\text{вст}} = D_{\text{поч}} + 2m + 2xm.$$

У паристого колеса, очевидно навпаки, ніжка має бути вища нормальної, а головка — нижча. Звичайно при виготовленні його рейку треба зсувати до центра колеса.

Зсування рейки *від центра* колеса звуть додатним, а нарізану шестерню звуть V_+ (фау-плюс, V_- — перша літера німецького слова *Verschibung* — зсув).

Зсування до центра звуть від'ємним, а зубчасте колесо — V_- (фау-мінус).

Зрозуміло, що зсувати рейку до центра можна лише при нарізанні коліс з кількістю зубців, більшою від гранично мінімальної, щоб не було підрізання.

Коли паристі шестерні мають зсуви чисельно рівні, а знаком протилежні, то вони складають, так зване, фау-нуль зачеплення (V_0 -зачеплення).

При чисельно різних зсувах ми маємо фау-зачеплення (V -зачеплення).

Звичайні колеса, нарізані без зсуву рейки, утворюють нульове зачеплення (0-зачеплення).

Легко показати, що при V_0 -зачепленні кут зачеплення, відстань між центрами і висота зубців лишаються ті ж самі, що й при 0-зачепленні.

При V -зачепленнях ці величини змінюються, тому розрахунок і монтаж таких коліс ускладняється¹.

Власне, можна констатувати, що гострої потреби в застосуванні V -зачеплення сучасна практика й не має, бо, застосовуючи рейку типу III і допускаючи практично можливе підрізання, можна мати паристі шестерні з сумою зубців $22 \div 24$, що цілком задовольняє вимоги машинобудування.

§ 53. Контрольні запитання і задачі

1. Що зветься передатним числом і як воно визначається для циліндричних фрикційних коліс і циліндричних зубчатих коліс?

2. Як формулюється теорема Вилліса?

3. Як виражають елементи зубця через крок зачеплення? Через модуль?

4. Яка залежність між модулем і пігчем?

5. Яка залежність між діаметром початкового кола, кількістю зубців і модулем?

6. Як визначити модуль, коли відомий діаметр виступів і кількість зубців (визначення модуля існуючого колеса)?

7. Чи можна за профіль зубця циліндричного колеса взяти радіальну пряму?

8. Яким умовам повинні відповідати раціонально побудовані профілі?

9. За якими кривими найчастіше обрисовуються профілі зубців?

10. Як будується евольвента, циклоїда, гіпоциклоїда і епіциклоїда?

11. Які їх властивості використовуються в теорії зачеплення?

12. Що зветься лінією зачеплення? Дугою зачеплення? Кутом зачеплення?

13. Як визначити довжину робочої частини лінії зачеплення?

14. Як визначається дуга зачеплення?

15. Що зветься ступенем перекриття (плавністю)?

16. Яка залежність між довжинами дуги і лінії зачеплення в евольвентних і циклоїдальних колесах?

17. Що таке гранична шестерня?

18. Як визначається робоча частина профіля?

19. Як побудувати за даним профілем йому супротивний?

20. Що таке підрізання зубців? Чи може бути підрізаний зубець при циклоїдальних профілях?

21. Яка залежність між мінімальною кількістю зубців на колесі і кутом зачеплення?

22. Яка залежність між мінімальною кількістю зубців і передатним числом.

23. Що таке коригований зубець?

¹ Докладно познайомитись з цим питанням можна з книжки: Е. Бакингом — „Цилиндрические зубчатые колеса“. ОНТИ НКТП СССР, 1935.

24. Які типи корекції зустрічаються в практиці і суть кожного з них?
 25. Які міркування покладаються в основу при виборі діаметрів твірних кіл для циклоїдальних коліс?
 26. Яка залежність між діаметром твірного і початкового кола береться практично?
 27. Як формулюється теорема Камуса?
 28. Які переваги мають евольвентні профілі перед циклоїдальними?
 29. Які недоліки евольвентних профілів?

З а д а ч і

1. Модельник обточує заготовку для наклеювання зубців моделі зубчастого колеса, що має $m = 20$; $z = 30$.
 Визначити, за яким діаметром йому треба обточити заготовку (зубці нормальні).
 2. За яким діаметром треба обточити чавунну заготовку для нарізання $z = 25$ зубців з модулем $m = 10$ мм (зубці нормальні).
 3. Коло виступів має діаметр 312 мм, кількість зубців колеса $z = 24$. Знайти модуль (зубці нормальні).
 4. Побудувати евольвентні профілі зубців для зовнішнього зачеплення при $z_1 = 30$; $z_2 = 60$; $m = 20$ (зубці нормальні). На рисунку показати довжину робочої частини лінії зачеплення, робочу частину профілів, визначити довжину дуги зачеплення і ступінь перекриття.
 5. Теж для внутрішнього зачеплення.
 6. Теж для зачеплення зубчастого колеса з рейкою.
 7. Побудувати евольвентні профілі зубців для зовнішнього зачеплення при $z_1 = 15$; $z_2 = 60$; $m = 20$; $\varphi = 15^\circ$ (застосувати висотну корекцію). Визначити ступінь перекриття.
 8. Теж при $z_1 = 12$; $z_2 = 42$; $m = 15$ і застосуванні кутової корекції.
 9. Побудувати циклоїдальні профілі зубців для зовнішнього зачеплення при $z_1 = 15$; $z_2 = 30$; $m = 20$. На рисунку показати довжину робочої частини лінії зачеплення, робочої частини профілів; визначити ступінь перекриття.
 10. Теж для внутрішнього зачеплення.
 11. Довести, що формула (127) для внутрішнього зачеплення матиме такий вигляд:

$$z_1 = \frac{2i + 2\sqrt{i^2 - (2i-1)\cos^2\alpha}}{(2i-1)\cos^2\alpha} \quad (128)$$

12. Вивести формули мінімальної кількості зубців, коли висота головки великого колеса дорівнює xm . Порівняти одержані формули з формулами (127) і (128).

13. Виробнича рейка у верстаті Маага має модуль $m = 20$ і кут зачеплення 15° . Побудувати профілі зубців колеса:

$$\begin{aligned} z_1 &= 16 \text{ при змішенні рейки } xm = +0,5 m \\ z_2 &= 80 \text{ " " " " } xm = -0,5 m. \end{aligned}$$

14. Побудувати евольвентні профілі зубців з V_0 -зачепленням за такими даними:

$\varphi = 15^\circ$;	$z_1 = 16$;	$z_2 = 45$;	$m = 10$
$\varphi = 15^\circ$;	$z_1 = 20$;	$z_2 = 40$;	$m = 10$
$\varphi = 15^\circ$;	$z_1 = 20$;	$z_2 = 30$;	$m = 15$
$\varphi = 20^\circ$;	$z_1 = 15$;	$z_2 = 30$;	$m = 12$
$\varphi = 20^\circ$;	$z_1 = 10$;	$z_2 = 20$;	$m = 20$

ПЕРЕДАЧА ОБЕРТАЛЬНОГО РУХУ НАВКОЛО ОСЕЙ, ЩО ПЕРЕТИНАЮТЬСЯ І СХРЕЩУЮТЬСЯ

§ 54. Конічні фрикційні котки

Передача обертального руху навколо осей, що перетинаються, здійснюється головним чином фрикційними котками, конічними зубчастими колесами і з допомогою шарнірів Гука.

Припустимо, що треба передати обертальний рух від вала O_1O_1 до вала O_2O_2 , які перетинаються в точці K під будьяким кутом. Передачу здійснюємо з допомогою двох конічних котків $ABCD$ і $CDEF$ (рис. 205), закріплених на даних валах і притиснених один до одного так, щоб сила тертя, яка виникає на спільній твірній DC (лінія дотику конічних поверхонь), була достатня для обертання вала O_2O_2 .

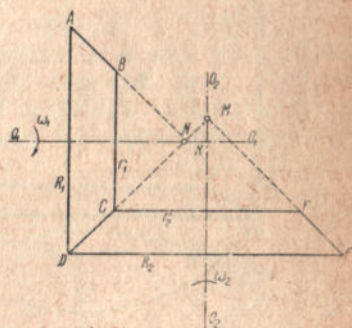


Рис. 205

Звичайно, передача буде лише тоді раціональна, коли котки котитимуться один по одному без ковзання, тобто коли існують такі залежності:

$$\left. \begin{aligned} r_1\omega_1 &= r_2\omega_2, \\ R_1\omega_1 &= R_2\omega_2. \end{aligned} \right\} \quad (140)$$

де:

- ω_1 — кутова швидкість вала O_1 ;
 - ω_2 — " " " " " O_2 ;
 - r_1 і r_2 — радіуси менших основ конічних котків;
 - R_1 і R_2 — " " більших " " " " "
- З рівнянь (140) знаходимо:

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \quad \text{і} \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2},$$

звідки, перемноживши їх, маємо:

$$\frac{r_1 R_2}{r_2 R_1} = \frac{\omega_2 \omega_1}{\omega_1 \omega_2} = 1. \quad (141)$$

Ця умова тягне за собою таку: вершини ковусів повинні збігатися з точкою K — точкою перетину валів.

Дійсно, припустимо, що вершини конусів є точки M і N .
З рисунку 205 маємо:

$$\frac{r_1}{R_1} = \frac{\overline{CN}}{\overline{DN}} \quad \text{і} \quad \frac{r_2}{R_2} = \frac{\overline{CM}}{\overline{DM}},$$

або, поділивши першу пропорцію на другу:

$$\frac{r_1 R_2}{R_1 r_2} = \frac{\overline{CN} \cdot \overline{DM}}{\overline{DN} \cdot \overline{CM}}.$$

Звідки, на підставі рівняння (141)

$$\frac{\overline{CN} \cdot \overline{DM}}{\overline{DN} \cdot \overline{CM}} = 1,$$

або

$$\overline{CN} \cdot \overline{DM} = \overline{DN} \cdot \overline{CM}.$$

Але:

$$\overline{CN} = \overline{CM} - \overline{MN}$$

$$\text{і} \quad \overline{DN} = \overline{DM} - \overline{MN}.$$

Звідки:

$$\begin{aligned} (\overline{CM} - \overline{MN}) \overline{DM} &= \\ &= (\overline{DM} - \overline{MN}) \overline{CM}, \end{aligned}$$

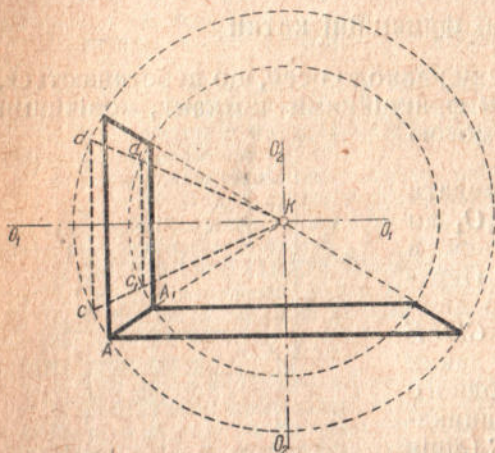


Рис. 206

або

$$\overline{CM} \cdot \overline{DM} - \overline{MN} \cdot \overline{DM} = \overline{DM} \cdot \overline{CM} - \overline{MN} \cdot \overline{CM};$$

$$\overline{MN} \cdot \overline{DM} = \overline{MN} \cdot \overline{CM};$$

$$\overline{MN}(\overline{DM} - \overline{CM}) = 0. \quad (142)$$

Це рівняння можливе лише при $MN=0$ (бо $\overline{DM} \neq \overline{CM}$), тобто коли точки M і N збігаються з точкою K (рис. 206).

§ 55. Конічні зубчасті колеса

Для передачі значних потужностей фрикційні котки непридатні. В таких випадках застосовують конічні зубчасті колеса. Конуси, які відповідають конічним фрикційним коткам, правлять за початкові конуси, тобто ніжки зубців ніби вирізані на фрикційних котках, а головки на них наклеєні.

Зубець має змінний поперечний переріз, при чому поверхні, які утворюють зубець, сходяться в спільній точці K — вершині початкових конусів.

На рисунку 207 показано зубець конічного колеса в двох проекціях.

Профіль зубця $abcd$ зватимемо зовнішнім, профіль $a_1b_1c_1d_1$ — внутрішнім.

Ці профілі утворюються перетином зубця з конічними поверхнями додаткових конусів, твірні яких перпендикулярні до твірної початкового конуса.

На рисунку 207:

KL — твірна початкового конуса;

LL_1 — твірна зовнішнього додаткового конуса;

MM_1 — твірна внутрішнього додаткового конуса, при чому:

$$LL_1 \perp KL \text{ і } MM_1 \perp KM.$$

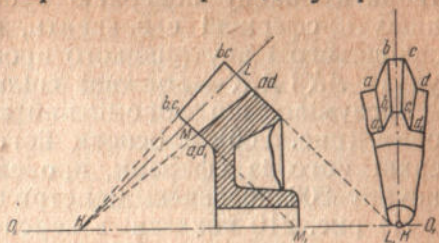


Рис. 207

Зовнішній профіль $abcd$ і внутрішній $a_1b_1c_1d_1$ треба будувати на сферах.

Дійсно, для утворення бокової поверхні головки циклоїдального зубця треба допоміжний зрізаний конус M (рис. 208), що має спільну вершину K з початковим зрізаним конусом N , котили без ковзання по цьому конусові (початковий конус N).

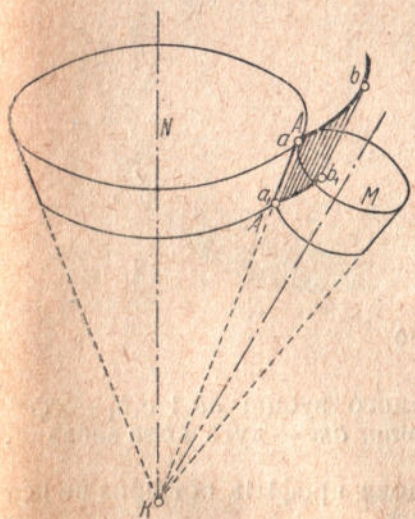


Рис. 208

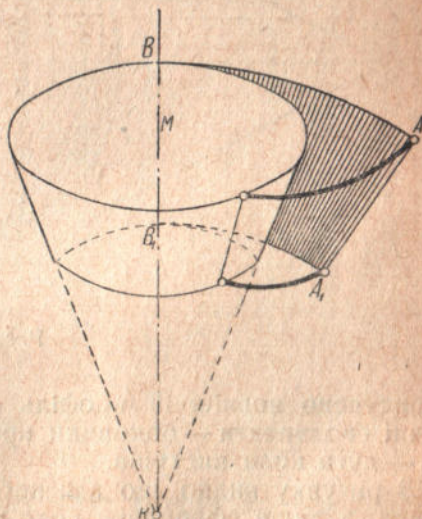


Рис. 209

Точка A , яка лежить на більшій основі допоміжного конуса, опише сферичну¹ епіциклоїду, що й буде правити за частину (боковину) зовнішнього профіля головки зубця (сфера має радіус AK). Аналогічно сферична епіциклоїда a_1b_1 утворить бокову частину внутрішнього профіля головки зубця (сфера має радіус A_1K).

¹ Точка A при коченні знаходиться на сталій віддалі, рівній довжині спільної твірної AK , від точки K .

Для утворення бокової поверхні евольвентного зубця (рис. 209) треба поясок сектора ABB_1A_1 , що являє частину розгортки допоміжного конуса, нагорнути на цей конус, тоді відрізок AA_1 утворить бокову поверхню зубця, а точка A і A_1 відповідно опишуть сферичні евольвенти, що правлять за бокові частини зовнішнього і внутрішнього профіля, при чому радіусами сфер будуть AK і A_1K — довжина спільної твірної початкових конусів.

Зрозуміло, що допоміжний конус має спільну вісь з початковим (рис. 206), а основи його — кола перетину бокової поверхні його із сферами, проведеними радіусами AK і A_1K (на рисунку 206 позначені діаметри цих кіл — відповідно — cd і c_1d_1).

На рис. 210 показані в перспективі — початковий конус AKL і допоміжний конус cKd , вписані в сферу з центром K . На сфері

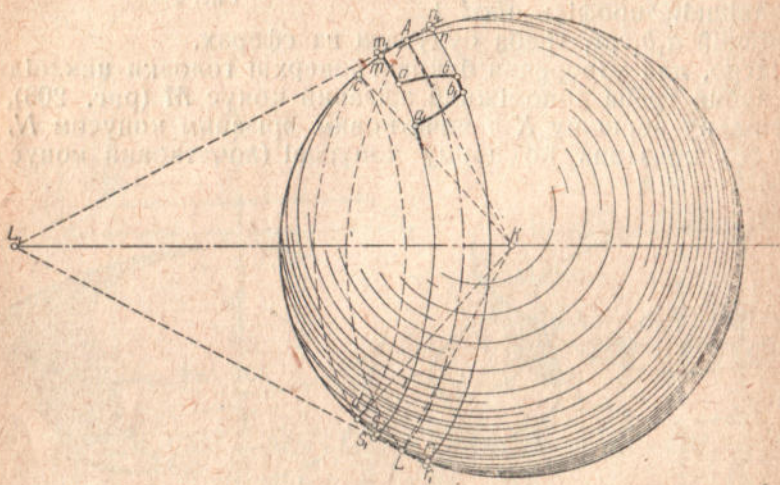


Рис. 210

вирисовано зовнішній профіль одного зубця: ab і a_1b_1 — сферичні евольвенти — боковини профіля, am — дуга кола западин, bb_1 — дуга кола виступів.

З рисунку видно, що для побудови профілів потрібна не вся сфера, а лише сферичний пояс mnr_s .

Але сферичні поверхні не можна розгорнути на площині, тому побудова профілів ускладнюється. Для спрощення Тредгольд запропонував будувати профілі на конічному пояску $m_1n_1r_1s_1$, поверхня якого перпендикулярна до бокової поверхні початкового конуса.

З рисунку видно, що поверхні поясків mnr_s і $m_1n_1r_1s_1$ мало відхиляються одна від одної, тому похибка при побудові методом Тредгольда буде дуже мала. Отже, профілі зубців конічних коліс будуються на розгорнутих поверхнях додаткових конусів.

$$\left. \begin{aligned} z_1 t_{\text{вн}} &= 2\pi r_1, \\ z_2 t_{\text{вн}} &= 2\pi r_2; \end{aligned} \right\} \quad (144)$$

$$\left. \begin{aligned} z_1 t_{\text{зовн}} &= 2\pi R_1, \\ z_2 t_{\text{зовн}} &= 2\pi R_2. \end{aligned} \right\} \quad (145)$$

Розрахунком кінчних зубчастих коліс визначається $t_{\text{ср}}$; за ним з рівняння (143) визначається $r_{1\text{ср}}$ і $r_{2\text{ср}}$, а далі можна побудувати початкові конуси, коли відома довжина зубця AD .

Для цього від точки K по осі O_1O_1 відкладаємо $r_{2\text{ср}}$, а по осі O_2O_2 — $r_{1\text{ср}}$; з одержаних точок поставимо перпендикуляри, які перетнуться в точці G .

Точку G сполучаємо з точкою K ; лінія GK — буде спільна твірна початкових конусів. Відклавши на ній в обидві сторони від G по половині довжини зубця, одержимо точки A і D .

Перпендикуляри, опущені з цих точок на O_1O_1 і O_2O_2 і будуть радіусами r_1, R_1, r_2, R_2 .

Лінія $QR \perp AK$ дасть нам довжини твірних зовнішніх додаткових конусів $QA = \rho_1$ і $AR = \rho_2$.

Одержаними радіусами ρ_1 і ρ_2 проведемо кола, що дотикаються в точці

P . (P — полюс зачеплення — на рисунку 211 збігається з точкою A). Через точку P проводимо лінію зачеплення A_1B_1 (рис. 212) і звичайним способом будуюмо евольвентний профіль з зовнішнім кроком $t_{\text{зовн}}$.

Внутрішні профілі можна побудувати аналогічним способом, взявши за радіуси початкових кіл довжини твірних внутрішніх додаткових конусів SD і DT . Звичайно крок зачеплення дорівнюватиме $t_{\text{вн}}$, що визначиться з рівнянь (144).

Поряд з графічним способом визначення елементів кінчних коліс дамо аналітичні залежності, якими користуються на практиці.

Позначивши половини кутів при вершинах початкових конусів відповідно через α_1 і α_2 , маємо (рис. 211)

$$\text{tg } \alpha_1 = \frac{r_{1\text{ср}}}{r_{2\text{ср}}} = \frac{z_1}{z_2}; \quad (146)$$

$$\text{tg } \alpha_2 = \frac{r_{2\text{ср}}}{r_{1\text{ср}}} = \frac{z_2}{z_1}. \quad (147)$$

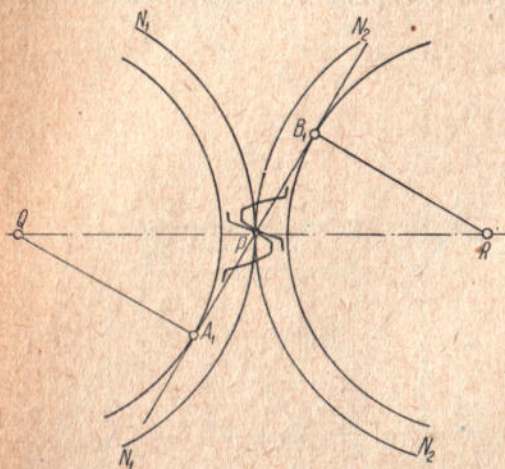


Рис. 212

Довжина зубця

$$AD = b = \psi t_{cp}, \quad (148)$$

(Коефіцієнтом ψ — задаються).

$$r_{1cp} = \frac{z_1 t_{cp}}{2\pi}; \quad (149)$$

$$r_{2cp} = \frac{z_2 t_{cp}}{2\pi}; \quad (150)$$

$$r_1 = r_{1cp} - \frac{b}{2} \sin \alpha_1; \quad (151)$$

$$R_1 = r_{1cp} + \frac{b}{2} \sin \alpha_1. \quad (152)$$

$$r_2 = r_{2cp} - \frac{b}{2} \sin \alpha_2; \quad (153)$$

$$R_2 = r_{2cp} + \frac{b}{2} \sin \alpha_2. \quad (154)$$

Помноживши рівняння (154) на 2π , одержимо

$$2\pi R_2 = 2\pi r_{2cp} + \pi b \sin \alpha_2,$$

або на підставі рівнянь (149) і (150):

$$z_2 t_{зовн} = z_2 t_{cp} + \pi b \sin \alpha_2.$$

Звідки:

$$t_{зовн} = t_{cp} + \frac{\pi b}{z_2} \sin \alpha_2. \quad (155)$$

Аналогічно:

$$t_{зовн} = t_{cp} + \frac{\pi b}{z_1} \sin \alpha_1; \quad (155a)$$

$$t_{вн} = t_{cp} - \frac{\pi b}{z_1} \sin \alpha_1; \quad (156)$$

$$t_{вн} = t_{cp} - \frac{\pi b}{z_2} \sin \alpha_2. \quad (156a)$$

З рисунку 211 також маємо:

$$\rho_1 = \frac{R_1}{\cos \alpha_1}; \quad (157)$$

$$\rho_2 = \frac{R_2}{\cos \alpha_2}. \quad (158)$$

Рівняння (157) і (158) дають:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{R_1 \cos \alpha_2}{R_2 \cos \alpha_1} = i^2. \quad (159)$$

Наведені рівняння дають можливість за заданими z_1 і z_2 і визначеним (розрахунком на міцність) $t_{ср}$ знайти всі елементи кінцевих зубчастих коліс.

§ 56. Шарнір Гука

Коли осі перетинаються під кутом, який мало відрізняється від 180° , а особливо, коли цей кут в процесі роботи змінюється (у фрезерних верстатах, автомобілях і ін.), то передачу обертань здійснюють з допомогою шарніра Гука.

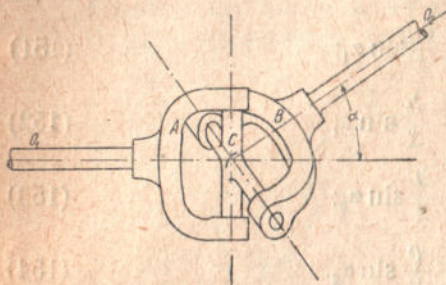


Рис. 213

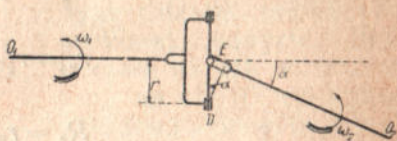


Рис. 214

Шарнір Гука в найпростішому конструктивному оформленні складається з двох однакових вилок A і B , закріплених на кінцях валів (O_1 і O_2).

Хрест C своїми кінцевими цапфами лежить у підшипниках, які є на кінцях вилок (рис. 213).

Кут, під яким перетинаються вали, дорівнює $180^\circ - \alpha$, де α — кут відхилення осі вала O_2 від продовження осі вала O_1 . Як зазначалось, важливою ознакою шарніра Гука є те, що передача обертань здійснюється при будь-якому значенні кута α , меншому за 90° .

Краще, як звичайно це й буває, коли кут α — малий.

Зазначена властивість дуже важлива для практики і це зумовлює досить широке застосування шарніра Гука. Але він має також і велику хибу, яка з другого боку обмежує його застосування.

Ця хибка така: при постійній кутовій швидкості ведучого вала O_1 кутова швидкість веденого вала O_2 за один оберт змінюватиметься від максимуму до мінімуму і знову до максимуму.

Покажемо, як виражають максимальну і мінімальну кутові швидкості вала O_2 через кутову швидкість вала O_1 — $\omega_1 = \text{const}$ і кут α .

На рисунках 214 і 215 схематично показано шарнір Гука в двох положеннях: коли вилка A знаходиться у вертикальній і горизонтальній площинах.

В першому випадку (рис. 214) маємо швидкість точки D , яка

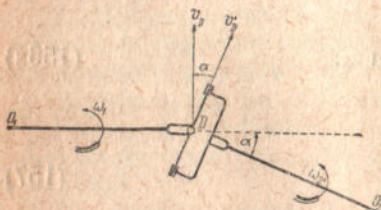


Рис. 215

лежить на осі цапфи (вилка A) на віддалі r від осі O_1 ; вона дорівнює:

$$v_D = r\omega_1. \quad (160)$$

Коли вважати, що ця точка обертається навколо O_2 , то

$$v_D = \overline{ED} \cdot \omega_2. \quad (161)$$

Рівняння (160) і (161) дають при $ED = r \cos \alpha$:

$$\omega_2 = \frac{r\omega_1}{ED} = \frac{r\omega_1}{r \cos \alpha} = \frac{\omega_1}{\cos \alpha} = \omega_2 \max. \quad (162)$$

При другому положенні (рис. 215) маємо:

$$v_D \cos \alpha = v'_D = r\omega_2,$$

звідки

$$\begin{aligned} \omega_2 &= \frac{v_D \cos \alpha}{r} = \frac{r\omega_1 \cos \alpha}{r} = \\ &= \omega_1 \cos \alpha = \omega_2 \min. \end{aligned} \quad (163)$$

Формули (162) і (163) показують, що коливання кутової швидкості ω_2 буде тим більше, чим більший кут α . При $\alpha = 0$:

$$\omega_2 \max = \omega_2 \min = \omega_2 = \omega_1 = \text{const.}$$

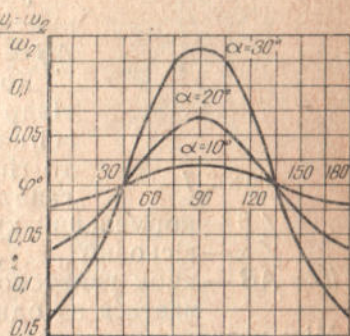


Рис. 216

На рисунку 216 показані графіки зміни швидкостей обертання валів, сполучених шарніром Гука¹.

Зрозуміло, що застосовуючи послідовно два шарніри Гука, можна передавати обертання з постійною кутовою швидкістю.

§ 57. Гвинтові колеса

Передача обертання навколо осей, що перехрещуються, здійснюється з допомогою гіперболоїдальних коліс, гвинтових коліс і черв'ячної пари.

Гіперболоїдальні колеса мають замість початкових циліндрів у циліндричних колесах або початкових конусів — у конічних, — початкові однопорожністі гіперболоїди (рис. 217).

Гіперболоїд A обертається навколо осі O_1O_1 , а гіперболоїд B — навколо O_2O_2 . При обертанні їх поверхні завжди дотикаються по прямій.

Відомо, що відносний рух їх є гвинтовий (а не звичайне кочення, як у попередніх випадках).

В даному разі спільна твірна ab , по якій вони дотикаються, зветься миттєвою віссю обертання — ковзання.

¹ Докладне дослідження кінематики передач з допомогою шарніра Гука (карданна передача) є в книжці проф. *Е. А. Чудакова* — „Расчет автомобиля“. Звідси і взяті наведені нами графіки.

Коли увявити на гіперboloїдальних поясках A і B зубці, що мають напрям спільної твірної ab , то при роботі таких коліс виникатиме тертя ще і вздовж зубців, бо при взаємному коченні гіперboloїдів ми маємо на їх поверхнях (початкові поверхні) не чисте кочення, а кочення-ковзання, що разом із складністю виготовлення таких коліс стало причиною того, що їх ігнорують на практиці.

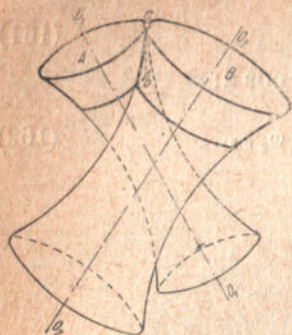


Рис. 217

Значно частіше зустрічаються гвинтові колеса.

Уявимо циліндр діаметра D і прямокутний трикутник ABC , який має сторону $AB = \pi D$ і $\angle BAC = \beta$ (рис. 218).

Коли трикутник ABC нагортати на циліндр так, щоб сторона його AB весь час збігалася з колом нижньої основи циліндра, то гіпотенуза AC утворить на циліндрі гвинтову лінію aa_1 ,

$\angle \beta$ — нормальний кут нахилу гвинтової лінії,
 $\angle \alpha$ — вісьовий
 $h = AB$ — крок гвинтової лінії — висота, на яку вона підіймається за один оберт.

Між названими елементами маємо таку залежність:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{\pi D}. \quad (164)$$

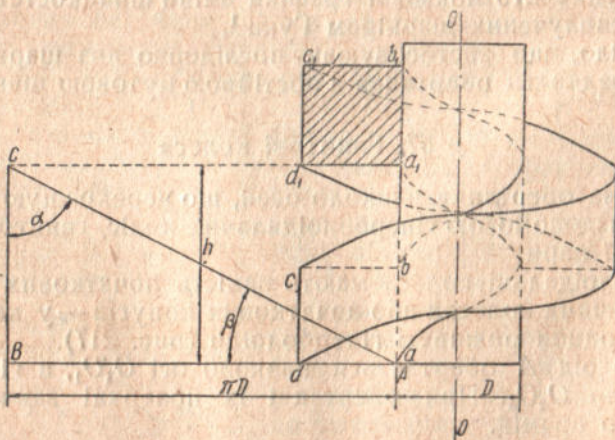


Рис. 218

Візьмемо квадрат $abcd$, сторона якого $ab = \frac{h}{2}$, і переміщуватимемо його так, щоб точка a рухалась по гвинтовій лінії, а площина квадрата завжди проходила через вісь циліндра OO_1 .

Таким чином, утвориться однокходовий (однонитковий, однокінцевий) гвинт з квадратною різьбою правого ходу.

Коли взяти два квадрати, сторони яких між собою рівні й дорівнюють $\frac{h}{4}$, а віддаль між ними теж дорівнює $\frac{h}{4}$ (рис. 219), і рухати їх так само, то утвориться двоходовий гвинт з квадратною різьбою правого ходу.

Аналогічним способом можна утворити гвинти з трикутною, трапеціодальною і іншою різьбою.

Товщина різьби плюс ширина проміжку (западнини) зветься кроком різьби:

h_p — крок різьби.

(Для трикутної і трапеціодальної різьби товщину її і ширину проміжку треба брати по середньому діаметру різьби).

Коли позначити число ходів (ниток) гвинта через a , то матимемо таку залежність:

$$h = ah_p. \quad (165)$$

Крок гвинтової лінії дорівнює кроку різьби, помноженому на число ниток.

Гвинтове колесо являє собою багатонитковий короткий гвинт із спеціальним профілем різьби (рис. 220).



Рис. 220

Число зубців є числом ниток.

В дальшому гвинтові колеса зображати-

мемо схематично у вигляді заштрихованого прямокутника (рис. 221). Нахил штрихових ліній до осі колеса дорівнює осьовому куту нахилу гвинтової лінії (α). Коли штрихи вважати за середні лінії (осі) зубців, то:

ab — торцевий крок зачеплення (t);
 ac — нормальний крок зачеплення (t_n).

Залежність між зазначеними елементами,

очевидно, буде така:

$$t_n = t \cos \alpha = t \sin \beta. \quad (166)$$

Зрозуміло, що для можливості зачеплення двох коліс необхідна рівність нормальних кроків зачеплення.

У двох гвинтових колісах A і B (рис. 221), які мають: а) рівні

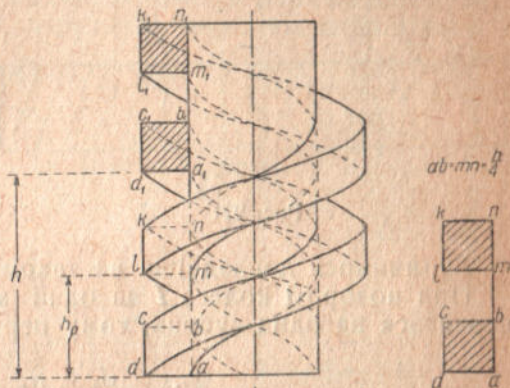


Рис. 219

нормальні кроки; б) рівні нормальні (осьові) кути нахилу різьби; с) різні ходи різьби (на рисунку колесо *A* має правий хід, а колесо *B* — лівий), — при зачепленні осі будуть паралельні — це будуть колеса Гука.

Коли дві останні умови не додержані, то осі перехрещуватимуться, як це видно з рисунків 222 і 223, при чому при однаковому ході різьби менший кут між перехрещеними осями дорівнюватиме сумі осьових кутів (рис. 222), а при різних ходах різьби — різниці (рис. 223).

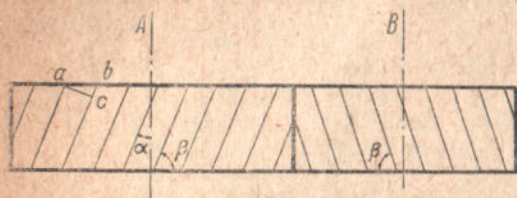


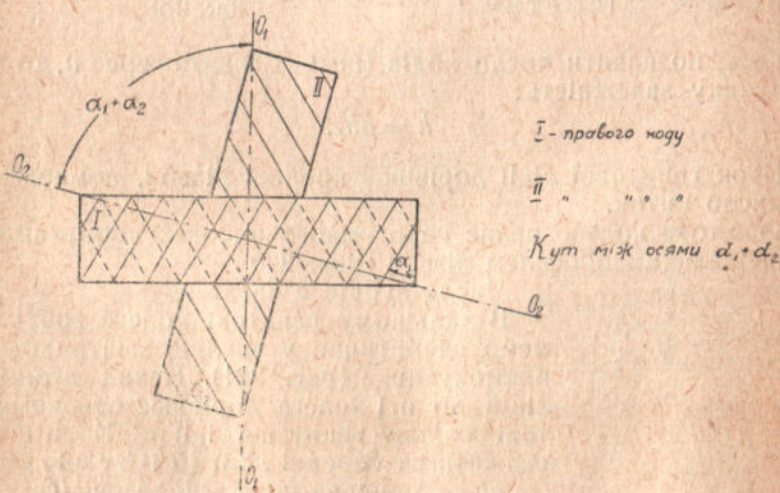
Рис. 221

В практиці найчастіше кут між осями 90° , тобто $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$ ($\beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$).

Зупинимося докладніше на такому випадкові.

При повороті колеса *I* на один зубець и колесо *II* теж повернеться на один зубець, тому передатне число буде

$$i_{12} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{z_1}{z_2},$$



I — правого ходу

II " " " "

Кут між осями $\alpha_1 + \alpha_2$

Рис. 222

як і для циліндричних коліс з прямими зубцями.

Позначимо:

D_1 і D_2 — початкові діаметри коліс;

t_1 і t_2 — торцеві кроки зачеплення;

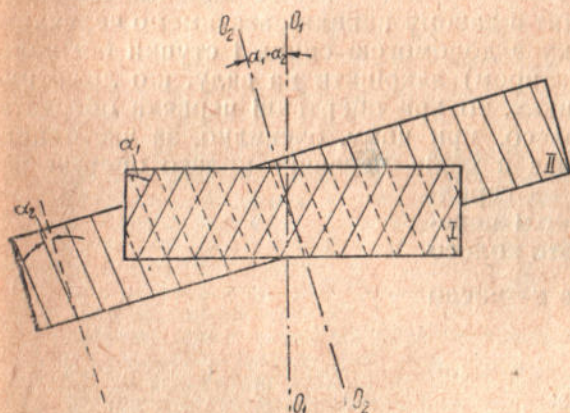
β_1 і β_2 — нормальні кути нахилу.

Тоді маємо:

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= \frac{\pi D_1}{t_1}; \\ z_2 &= \frac{\pi D_2}{t_2}. \end{aligned} \right\} \quad (167)$$

Беручи до уваги рівність (166) і рівність нормальних кроків зачеплення в обох колесах, передатне число визначимо так:

$$\begin{aligned} i_{12} &= \frac{z_1}{z_2} = \frac{\pi D_1}{t_1} : \frac{\pi D_2}{t_2} = \frac{D_1 \sin \beta_1}{t_n} : \frac{D_2 \sin \beta_2}{t_n} = \\ &= \frac{D_1 \sin \beta_1}{D_2 \sin \beta_2} = \frac{D_1}{D_2} \cdot \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{D_1}{D_2} \operatorname{ctg} \alpha_1. \end{aligned}$$



I - правого коду

II - лівого коду

Кут між осями α_1, α_2

Рис. 223

$$\left. \begin{aligned} i_{12} &= \frac{D_1}{D_2} \cdot \operatorname{tg} \beta_1; \\ i_{12} &= \frac{D_1}{D_2} \cdot \operatorname{ctg} \alpha_1. \end{aligned} \right\} \quad (168)$$

Зрозуміло, що рівності (168) справедливі лише для випадку, коли осі коліс схрещуються під прямими кутами.

Висновок: передатне число в гвинтових колесах залежить не лише від діаметрів коліс, а також від кутів нахилу гвинтової лінії.

Зубці в гвинтових колесах теоретично дотикаються в точці. Крім того, є значне ковзання супротивних профілів. Наслідок цього — велике зношування зубців.

§ 58. Червячна передача

Уявимо гвинт з трапецідальною різьбою, вгвинчений у довгу гайку.

Виріжимо з цієї гайки вузьку смужку, як показано на рисунку 224.

Коли однокерованому гвинту надати обертального руху, а гайці поступного, то при одному оберті гвинта гайка переміститься на один крок.

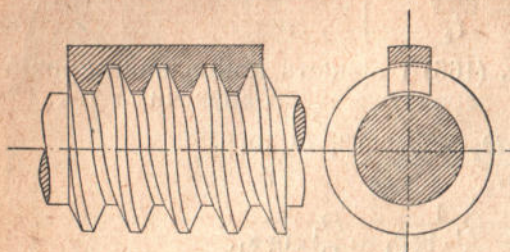


Рис. 224

В загальному випадку при одному оберті гвинта гайка переміститься на крок гвинтової лінії, тобто на at_p , де a —число ходів (ниток) гвинта, t_p — крок різьби.

Вирізано з гайки смужку зігнемо в кільце (рис. 225). Одержимо так зване

червячне колесо, а гвинт в даному випадку зватимемо черв'яком.

Коли зігнуту смужку з допомогою спиць і ступки (як показано на рисунку пунктиром) закріпити на валу, що лежатиме в нерухомих підшипниках, то при обертанні червяка обертатиметься і червячне колесо, при чому, очевидно, за час одного оберта червяка, що має a ходів, червячне колесо обертається на a зубців, бо точка на середньому (початковому) колі переміститься на at_p мм, тобто колесо зробить $\frac{a}{z}$ оберта, де z —число

зубців на ньому.

Таким чином передатне число даного механізму буде:

$$i = \frac{a}{z} : 1 = \frac{a}{z};$$

$$i = \frac{a}{z}. \quad (169)$$

Червячна передача являє окремий випадок гвинтових коліс, де одно колесо має малу кількість зубців (червяк), а друге—значну (червячне колесо).

Тому формули (168) можна застосовувати і для червячної передачі. Тоді формулу (169) легко з неї вивести:

$$i_{12} = \frac{D_1}{D_2} \operatorname{tg} \beta = \frac{D_1}{D_2} \frac{h}{\pi D_1} = \frac{at_p}{\pi D_2} = \frac{at_p}{zt_p} = \frac{a}{z}.$$

В червячних механізмах рух звичайно передається від червяка до колеса (передача сповільнена) і надзвичайно рідко—

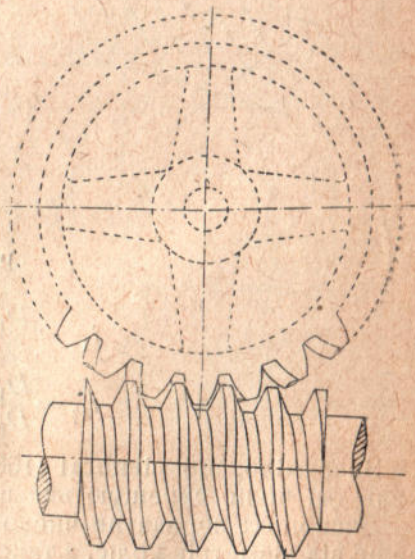


Рис. 225

навпаки — при дуже великих значеннях кута $\beta_{\text{ч}}$ (нормальний кут нахилу гвинтової лінії червяка).

В звичайних передачах найчастіше $\beta_{\text{ч}} = 8^\circ \div 30^\circ$, при одночотириниткових червяках.

Число зубців на колесі $z \geq 30$.

Передатне число коливається від $\frac{1}{5}$ до $\frac{1}{300}$ (найчастіше

$$i = \frac{1}{15} \div \frac{1}{50}).$$

Профіль різьби червяка — рівнобока трапеція з кутом при основі 75° (коли кут зачеплення $\varphi = 15^\circ$); через це профіль зубця на колесі обрисовується за евольвентою.

Червячна передача має дуже широке застосування і для легких передач, і для великих потужностей.

§ 59. Контрольні запитання і задачі

1. Яка умова передачі кінчними котками без ковзання?
2. Що таке додаткові конуси в кінчних колесах?
3. Що зветься діаметром, кроком, модулем кінчних коліс?
4. Що зветься середнім кроком кінчних коліс?
5. Як визначається передатне число в кінчних колесах через кути при вершинах початкових конусів?
6. Як визначається передатне число в кінчних колесах через довжини твірних (ρ_1 і ρ_2) додаткових конусів?
7. Як визначається зовнішній крок через середній і інші елементи?
8. В чому полягає метод Тредгольда?
9. Які профілі, обрисовані за методом Тредгольда, матимуть більшу похибку: на більшому колесі, чи на меншому?
10. В яких колесах можна взяти меншу мінімальну кількість зубців у кінчних чи циліндричних, при однакових інших умовах?
11. Які властивості шарніра Гука?
12. Як виражається максимальна і мінімальна кутові швидкості веденого вала? (Вали сполучені шарніром Гука).
13. Чому гіперболоїдальні колеса не мають широкого застосування?
14. Що зветься нормальним і осьовим кутом нахилу гвинтової лінії?
15. Що таке одно-, дво-, многоходовий гвинт?
16. Яка залежність між кроком різьби і кроком гвинтової лінії?
17. Що таке нормальний і торцевий кроки в гвинтових колесах і яка між ними залежність?
18. Як виражається передатне число в гвинтових колесах, осі яких перевершуються під прямим кутом?
19. В якому випадку осі гвинтових коліс будуть паралельні?
20. Яка залежність між осьовими кутами двох гвинтових коліс і кутом між осями?
21. В яких випадках застосовуються гвинтові колеса?
22. Як можна уявити утворення червячної передачі?
23. Як виражається передатне число червячної передачі через число ниток червяка і число зубців колеса?
24. Чи можна виразити передатне число в червячній передачі через діаметри червяка і червячного колеса?
25. Як впливає нормальний кут нахилу гвинтової лінії червяка на передатне число?

Задачі

1. Побудувати зовнішні і внутрішні профілі зубців конічних коліс за даними:

$$\text{Кут між осями } \alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$$

$$\text{Модуль } m = 10$$

$$\text{Передатве число } i = 2$$

$$\text{Довжина зубця } b = 10 m$$

$$\text{Кут зачеплення } \varphi = 20^\circ$$

2. Знайти побудовою довжини твірних додаткових конусів за даними: $m = 15$
 $z_1 = 30$; $z_2 = 45$; $b = 10 m$; кут між осями $\alpha_1 + \alpha_2 = 120^\circ$.

3. Розв'язати попередню задачу для кута між осями:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 60^\circ$$

4. Побудувати зовнішній профіль зубців конічних коліс, осі яких перетинаються під прямим кутом за даними:

$$f_{\text{ср}} = 30 \text{ мм}; b = 90 \text{ мм}; z_1 = 25; z_2 = 50; \text{ кут зачеплення} = 20^\circ$$

5. Рух від вала I, що робить 300 об/хв, передається з допомогою шарніра Гука до вала II. Кут відхилення вала II $\alpha = 10^\circ$. Визначити $\omega_{2 \text{ max}}$ і $\omega_{2 \text{ min}}$.

6. Осі гвинтових коліс схрещуються під прямим кутом. Ведуче колесо має: $D_{1 \text{ поч}} = 300 \text{ мм}$; $\alpha_1 = 30^\circ$; $n_1 = 600 \text{ об/хв}$; $z_1 = 30$; ведене — $z_2 = 60$.

Визначити: i_{12} ; n_2 ; $D_{2 \text{ поч}}$.

7. Діаметри гвинтових коліс $D_1 = 320 \text{ мм}$, $D_2 = 400 \text{ мм}$, кут між осями $\alpha_1 + \alpha_2 = 90^\circ$.

Визначити α_1 і α_2 , коли $i_{12} = 1$.

8. Двоходовий черв'як робить 800 об/хв. Червячне колесо має 50 зубців. Визначити число обертів червячного колеса.

9. Визначити діаметр початкового кола двоходового червяка, що має модуль $m = 10$, нормальний кут нахилу гвинтової лінії $\beta = 15^\circ$.

10. Визначити кут β для одноходового червяка, що має модуль $m = 12$, а діаметр початкового кола $D_{1 \text{ поч}} = 120 \text{ мм}$.

- а) зміни напрямку обертання валів,
 б) зменшення габариту механізму, коли віддаль між валами значна.

Коли, наприклад, не застосувати паразитної шестерні при передачі руху від вала O_1 до вала O_3 , то потрібні були б шестерні розмірів, показаних на рисунку 226 пунктиром, і габарит механізму значно збільшився б.

Передатне число потрібне для визначення кількості обертів. На практиці потрібно знати не лише кількість обертів даної шестерні, а й напрям обертання.

Тому введемо поняття про знак передатного числа.

Додатним передатним числом вважатимемо передатне число між двома валами, які обертаються в одну сторону.

Коли вали обертаються в протилежні сторони, то передатне число буде від'ємне.

При зовнішньому зачепленні коліс напрям обертання змінюється, а при внутрішньому — зберігається.

Коли рядове зачеплення має паристе число зовнішніх зачеплень (непаристе число паразитних шестерень), то передатне число буде додатне (добуток паристого числа від'ємних множників). В протилежному разі — від'ємне.

Таким чином, в даному випадку його можна виразити в загальному вигляді так:

$$i = (-1)^{k+1} \cdot \frac{z_1}{z_n}, \quad (173)$$

де k — число паразитних шестерень.

В дальшому ми користуватимемося графічним методом дослідження кінематики складних зубчастих механізмів, яке складається з побудови картин лінійних і кутових швидкостей.

Проведемо $KL \parallel O_1O_3$. Коли осі O_1, O_2, O_3, \dots знаходяться не в одній площині, треба їх випрямити (помістити в одну площину), від чого, звичайно, кінематика даного механізму не порушиться (рис. 226).

Спроекуємо точки O_1, O_2, O_3, \dots , а також і полюси зачеплення на KL ; одержимо відповідно точки $O_1, P_{12}, O_2, P_{23}, O_3, \dots$. Від точки P_{12} по перпендикуляру в ту чи ту сторону відкладаємо відрізок $P_{12}a_{12}$, який у вибраному масштабі виражатиме колдову швидкість коліс I і II .

Лінія O_1a_{12} — є картина розподілу лінійних швидкостей точок колеса I .

Лінія O_2a_{12} і продовження її O_2a_{23} (до перетину з перпендикуляром, поставленим з P_{23}) — є картина розподілу лінійних швидкостей точок колеса II .

Лінія O_3a_{23} — є картина розподілу лінійних швидкостей точок колеса III .

Візьмемо на KL довільну точку S і проведемо через неї лінію, перпендикулярну до KL .

Відкладемо на одержаній прямій відрізок Sn_1 , який у вибра-

ному масштабі виражатиме число обертів колеса *I*. (Відкласти можна в ту чи ту сторону).

Через точку n_1 проведемо $n_1b \parallel O_1a_{12}$ і через одержану точку *b*:

$$\overline{bn_2} \parallel \overline{O_2a_{12}};$$

$$\overline{bn_3} \parallel \overline{O_3a_{23}}.$$

Утворена фігура є план кутових швидкостей або чисел обертів.

Відрізки Sn_2 і Sn_3 виражатимуть у прийнятому масштабі числа обертів коліс *II* і *III*.

Дійсно:

$$\triangle Sn_1b \sim \triangle O_1P_{12}a_{12}$$

і

$$\triangle Sn_2b \sim \triangle O_2P_{12}a_{12}.$$

З подібностей трикутників маємо:

$$\frac{\overline{Sn_1}}{\overline{Sb}} = \frac{\overline{P_{12}a_{12}}}{\overline{O_1P_{12}}}; \quad (174)$$

$$\frac{\overline{Sn_2}}{\overline{Sb}} = \frac{\overline{P_{12}a_{12}}}{\overline{O_2P_{12}}}. \quad (175)$$

Поділивши рівняння (174) на рівняння (175), одержимо:

$$\frac{\overline{Sn_1}}{\overline{Sn_2}} = \frac{\overline{O_2P_{12}}}{\overline{O_1P_{12}}}. \quad (176)$$

Але

$$\frac{\overline{O_2P_{12}}}{\overline{O_1P_{12}}} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}.$$

Значить, рівність (176) перепишеться так:

$$\frac{\overline{Sn_1}}{\overline{Sn_2}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}. \quad (177)$$

Тобто відрізки Sn_1 і Sn_2 — пропорціональні кутовим швидкостям або числам обертів коліс *I* і *II*, що й треба було довести.

Аналогічне можна довести і для відрізка Sn_3 .

§ 61. Кратні передачі

Кратною передачею, або зачепленням з шестернями, зветься така складна передача, в якій рух від першого колеса передається до другого, а далі від третього, закріпленого на одному валу з другим, — до четвертого і т. д. (рис. 227).

Характерною ознакою такої передачі є те, що на першому і останньому валу закріплено по одній шестерні, а на проміжних валах — по дві.

сел обертів нічим не відрізняється від попереднього випадку; вона ясна з рисунку без докладних пояснень.

Тут $P_{12}a_{12}$ — виражає в прийнятому масштабі вираховану колову швидкість колеса I по заданому числу обертів його.

$$\overline{O_1 a_{12}}; \overline{O_{23} a_{12}}; \overline{O_{23} a_{34}}; \overline{O_{45} a_{34}}; \overline{O_{45} a_{56}};$$

$\overline{O_6 a_{56}}$ — картини розподілу лінійних швидкостей точок коліс I, II, III, IV, V і VI .

$Sn_1; Sn_{23}; Sn_{45}; Sn_6$ — виражають у прийнятому масштабі числа обертів валів

O_1, O_{23}, O_{45}, O_6 .

При побудові проведено:

$$\overline{n_1 b} \parallel \overline{O_1 a_{12}};$$

$$\overline{bn_{23}} \parallel \overline{a_{12} a_{34}};$$

$$\overline{bn_{45}} \parallel \overline{a_{34} a_{56}};$$

$$\overline{bn_6} \parallel \overline{a_{56} O_6}.$$

Цілком зрозуміло, що для вірності побудови треба схематично механізму рисувати в масштабі.

Коли модулі в усіх коліс рівні, від-
різки $\overline{O_1 P_{12}}, \overline{P_{12} O_{23}}$,

$\overline{O_{23} P_{34}}$ і т. д. будуть пропорціональні кількостям зубців на колесах.

Зазначену передачу часто зовуть *редуктором* (Reduction — зменшення), бо при передачі від вала O_1 до вала O_6 число обертів зменшується.

Можна передавати рух і від вала O_6 до вала O_1 ; це в тому випадку, коли треба збільшити число обертів. Тоді механізм зветься *мультиплікатор* (Multiplication — множення).

Найпростіші типи редукторів, або мультиплікаторів складаються з двох коліс — ведучого й веденого.

На рисунку 228 маємо тип так званого соосного редуктора (зворотний ряд), який має широке застосування в практиці завдяки своїм конструктивним особливостям.

На цьому ж рисунку для нього побудовані картини лінійних швидкостей і чисел обертів, які зрозумілі самі собою і окремих пояснень не потребують.

§ 62. Епіциклічні передачі

Епіциклічними передачами зовуться такі, що мають колеса, вали яких обертаються навколо інших осей. Ланку механізму,

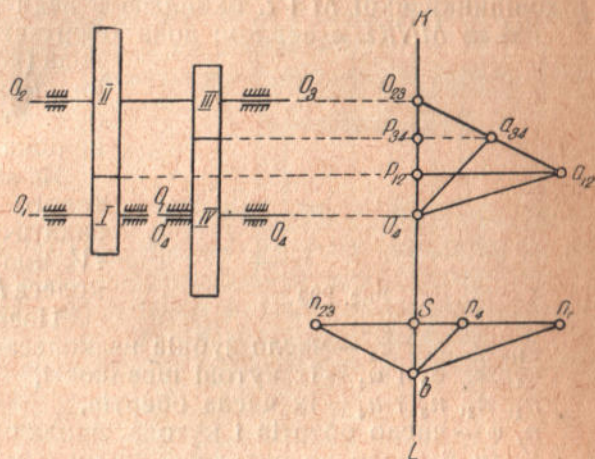


Рис. 228

в якій закріплені рухомі осі коліс, будемо звати верлом (ручкою, або рамкою).

На рисунку 229 зображено такий механізм. На валу O_1 закріплене колесо I , яке рухається від певного привода і робить n_1 обертів за хвилину.

З ним зчеплюється колесо II , закріплене на спільній втулці з колесом III . Останнє колесо зачеплюється з колесом IV , вісь якого збігається з віссю колеса I .

Спільна втулка коліс II і III може вільно обертатися навколо осі NK , що являє сторону прямокутної рамки, кінцеві підшипники якої M і L охоплюють вали O_1 і O_4 .

Рамка $MNKL$ є верлом; вона обертається від другого привода (перший і другий приводи—механізми, які передають рух до відповідної ланки, — не показані на рисунку).

Як знайти передатне число такого механізму? Тобто, як знайти число обертів колеса IV , коли задано число обертів колеса I і число обертів верла?

Позначимо:

- z_1, z_2, z_3 і z_4 — число зубців на колесах,
- $\omega_1, \omega_2, \omega_3$ і ω_4 — їх кутові швидкості,
- n_1, n_2, n_3 і n_4 — їх числа обертів,
- n, ω — число обертів і кутова швидкість верла.

Коли б верло не рухалося, то ми б мали звичайний соосний редуктор, показаний на рисунку 228, і передатне число визначилося б так:

$$i_{14} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}. \quad (181)$$

(Взято із знаком $+$, бо в механізмі два зовнішні зачеплення).

Для зведення нашого (епіциклічного) механізму до звичайного соосного редуктора надамо всій системі обертального руху, протилежного рухові верла, з такою ж кутовою швидкістю. Тоді верло зупиниться, а кутові швидкості і числа обертів коліс I і IV будуть:

$$\begin{array}{l} \omega_1 - \omega \qquad \qquad i \qquad n_1 - n \\ \omega_4 - \omega \qquad \qquad \qquad \qquad n_4 - n \end{array}$$

Коли ж ми маємо тепер звичайний механізм, то на підставі рівняння (181) можемо написати:

$$\frac{\omega_4 - \omega}{\omega_1 - \omega} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} \quad \text{або} \quad \frac{n_4 - n}{n_1 - n} = \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4}. \quad (182)$$

Формули (182) напишемо в загальному виді так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_k - \omega}{\omega_1 - \omega} &= \pm i_{1k}, \\ \frac{n_k - n}{n_1 - n} &= \pm i_{1k}. \end{aligned} \right\} \quad (183)$$

Це і є вирази формули Вілліса, дуже корисної при дослідженні кінематики епіциклічних механізмів.

Треба твердо пам'ятати, що в цій формулі i_{1k} — означає передатне число даного механізму, коли б верло було нерухоме, тобто механізм перетворився б на звичайний.

З формули (183) легко визначити ω_k або n_k , а потім передатне число механізму:

$$i = \frac{n_k}{n_1}.$$

Зауважимо, що в сучасних механізмах часто одно з центральних коліс (I або IV) закріплюється, тоді механізм звать планетарним, бо рух його коліс уподібнюється рухові планет.

Центральне (закріплене) колесо звать планетаркою, а колеса, що котяться по ньому, сателітами (супутниками).

Передатне число планетарного механізму на підставі формул (183) визначається так:

При $n_1 = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{n_k - n}{-n} &= \pm i_{1k}; \quad -\frac{n_k}{n} + 1 = \pm i_{1k}; \\ 1 - (\pm i_{1k}) &= \frac{n_k}{n} = i. \end{aligned} \quad (184)$$

При $n_k = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{-n}{n_1 - n} &= \pm i_{1k}; \quad \frac{n_1 - n}{-n} = \frac{1}{\pm i_{1k}}; \quad -\frac{n_1}{n} + 1 = \frac{1}{\pm i_{1k}}; \\ 1 - \frac{1}{\pm i_{1k}} &= \frac{n_1}{n} = \frac{1}{i}; \quad i = \frac{\pm i_{1k}}{\pm i_{1k} - 1}. \end{aligned} \quad (185)$$

Зауважимо, що виведені формули застосовуються лише для простих редукторів. Коли ми маємо складний редуктор (наприклад, типу заводу Demag¹), то його треба розглядати як складовий з кількох (для згаданого типу — з двох) простих і до кожного з них застосовувати виведені формули.

Розв'язавши сукупно написані рівняння, знаходять потрібні кінематичні величини.

Для кращого засвоєння цього, досить важливого типу механізмів, розглянемо кілька прикладів. При чому кінематику

¹ Див. кінець цього розділу — приклад п'ятий.

кожного механізму будемо досліджувати трьома способами: з допомогою миттьових центрів, формули Вілліса і графічним.

Приклад перший. На рисунку 230 маємо схему планетарного редуктора „Рольс-Ройс“. Шестерня *I* із внутрішнім зачепленням закріплена на колінчастому валу мотора, що робить 1800 об/хв.

З шестернею *I* зачеплюється шестерня *II*, вал якої вільно проходить через верло *S*, закріплене на валу пропелера.

На спільному валу з шестернею *II* сидить шестерня *III*, яка зачеплюється з нерухомою (закріплена до картера) шестернею *IV*.

Число зубців шестерень:

$$z_1 = 120; \quad z_2 = 45; \quad z_3 = 27; \quad z_4 = 48.$$

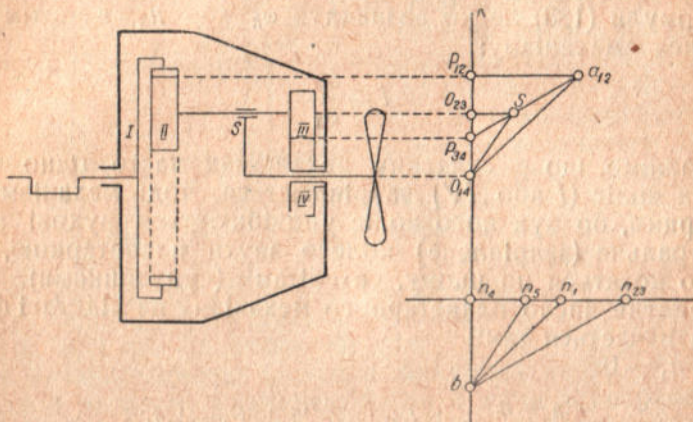


Рис. 230

Визначити числа обертів всіх шестерень і пропелера. Модуль в усіх коліс $m = 2$.

Графічний аналіз кінематики механізму.

Визначаємо швидкість точки P_{12} (полюс зачеплення коліс *I* і *II* з рівняння

$$v_1 = r_1 \omega_1 = \frac{120 \cdot 2}{1000 \cdot 2} \cdot \frac{\pi \cdot 1800}{30} = 22,6 \text{ м/сек.}$$

Вирисовуємо механізм точно в масштабі.

На довільній віддалі проводимо лінію KL , перпендикулярну до осей коліс, зносимо на неї полюси зачеплення P_{12} і P_{34} і осі коліс O_{23} і O_{14} .

З точки P_{12} ставимо перпендикуляр (в яку завгодно сторону); на ньому відкладаємо у вибраному масштабі швидкість v_1 .

У нас: 1 мм — 1 м/сек, тому $\overline{P_{12}a_{12}} = 22,6$ мм. Точку a_{12} сполучаємо з O_{14} . Лінія $\overline{O_{14}a_{12}}$ — картина розподілу швидкостей точок шестерні *I*. Сполучивши точку P_{34} з a_{12} , одержуємо лінію $\overline{P_{34}a_{12}}$ — картину розподілу лінійних швидкостей точок шестерень *II* і *III*.

Перпендикуляр, поставлений до KL з точки O_{23} до перетину з цією лінією в точці S , дасть у вибраному масштабі лінійну швидкість осі коліс II і III (колова швидкість ручки).

Сполучивши точку S з точкою O_{14} , одержимо лінію SO_{14} — картину розподілу лінійних швидкостей точок ручки.

Для побудови картини кутових швидкостей (картини чисел обертів) проводимо лінію перпендикулярно до KL .

Визначимо точку перетину цих ліній через n_4 (колесо IV закріплено, $n_4 = 0$).

Від точки n_4 відкладемо праворуч відрізок $\overline{n_4 n_1}$, який у вибраному масштабі зображатиме число обертів колеса I .

У нас: $1 \text{ мм} — 100 \text{ об/хв}$; $n_4 n_1 = 18 \text{ мм}$.

Через точку n_1 проводимо лінію, паралельну до $O_{14} a_{12}$ (картина розподілу лінійних швидкостей колеса I) до перетину з KL в точці b .

Коли через точку b провести лінії $\overline{bn_s} \parallel \overline{SO_{14}}$; $\overline{bn_{23}} \parallel \overline{P_{34} a_{12}}$, то ці лінії і відсічуть на лінії чисел обертів (лінія $n_4 n_1$) відрізки, які у вибраному масштабі виразять числа обертів пропелера і коліс II — III .

У нас $n_4 n_s = 10,8 \text{ мм}$; $\overline{n_4 n_{23}} = 30,5 \text{ мм}$.

Таким чином число обертів пропелера:

$$n_s = 100 \cdot 10,8 = 1080 \text{ об/хв.}$$

Число обертів коліс II і III :

$$n_{23} = 100 \cdot 30,5 = 3050 \text{ об/хв.}$$

Визначення чисел обертів зубців з допомогою миттьових центрів

Визначимо картину розподілу лінійних швидкостей на проекції механізму на площину профіля (рис. 231).

Картина, очевидно, буде цілком аналогічна побудованій на рисунку 230.

Миттьовий центр обертання коліс II і III буде P_{34} .

Знайдено раніше:

$$v_1 = \frac{36\pi}{5} = 22,6 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$$

З рисунку 231 маємо:

$$\frac{v_1}{v_s} = \frac{r_2 + r_3}{r_3} = \frac{z_2 + z_3}{z_3} = \frac{72}{27} = \frac{8}{3};$$

$$v_s = v_1 \cdot \frac{3}{8} \frac{\text{м}}{\text{сек}};$$

$$\omega_s = \frac{v_s}{r_s} = \frac{v_1 \cdot 3}{8 \cdot 0,075} = \frac{36\pi \cdot 3}{5 \cdot 8 \cdot 0,075} \frac{1}{\text{сек}};$$

$$n_s = \frac{30 \omega_s}{\pi} = \frac{30 \cdot 36 \pi \cdot 3}{\pi \cdot 5 \cdot 8 \cdot 0,075} = 1080 \text{ об/хв.}$$

(У формулі ми замість радіусів змогли поставити числа зубців тому, що модулі всіх коліс однакові).

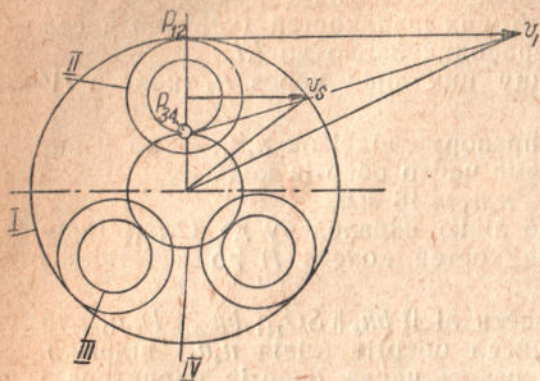


Рис. 231

Число обертів коліс II і III визначиться так:

$$\omega_{23} = \frac{v_1}{r_2 + r_3} = \frac{36 \pi}{5 \cdot 0,075},$$

$$n_{23} = \frac{30 \omega_{23}}{\pi} = \frac{30 \cdot 36 \pi}{\pi \cdot 5 \cdot 0,075} = 3000 \text{ об/хв.}$$

Визначення чисел обертів за формулою Вілліса

Формула Вілліса для даного випадку напишеться так:

$$\frac{0 - n_s}{1800 - n_s} = -\frac{120 \cdot 27}{45 \cdot 48} = -\frac{3}{2}.$$

Звідки:

$$2n_s = 5400 - 3n_s,$$

або

$$n_s = 1080 \text{ об/хв.}$$

Прикладаючи далі формулу Вілліса лише до останніх двох коліс, маємо:

$$\frac{0 - 1080}{n_{23} - 1080} = -\frac{27}{48} = -\frac{9}{16}.$$

Звідки:

$$9n_{23} = 9 \cdot 1080 + 16 \cdot 1080 = 25 \cdot 1080,$$

або

$$n_{23} = 3000 \text{ об/хв.}$$

Таким чином, бачимо, що формула Вілліса дає можливість якнайшвидше визначити числа обертів зубчастих коліс в планетарних механізмах.

Приклад другий. На рисунку 232 показана схема планетарної передачі від двигуна Деймлера F-2 до компресора. Такі передачі зветься мультиплікаторами (іноді їх звать також редукторами, що невірно). Колесо I прикріплене до картера.

Дані такі:

$$\begin{aligned} z_1 &= 92; & z_2 &= 20; & \text{модуль } m_{12} &= 2,5 \text{ мм;} \\ z_3 &= 62; & z_4 &= 28; & & m_{34} &= 2 \text{ мм.} \end{aligned}$$

Число обертів мотора (тобто число обертів рамки) $n_m = n_s = 2000$ об/хв.

Визначити числа обертів зубчастих коліс.

Розв'язка:

Визначаємо радіуси

$$\begin{aligned} r_1 &= 115 \text{ мм}; & r_2 &= 25 \text{ мм}; \\ r_3 &= 62 \text{ мм}; & r_4 &= 28 \text{ мм}; \\ r_s &= r_4 + r_3 = r_1 - r_2 = 90 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Графічний аналіз робимо за попереднім прикладом.

$O_{23}S - v_s$ — лінійна швидкість обертання осі вала II—III—рівна:

$$(r_1 - r_2) \omega_s = \frac{(r_1 - r_2) \pi n_s}{30} = \frac{r_s \pi n_s}{30}$$

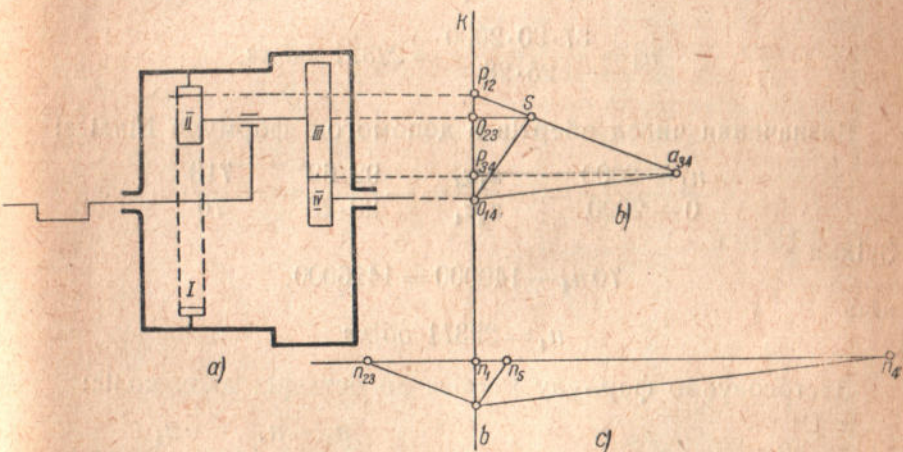


Рис. 232

$\overline{O_{14}S}$ — картина розподілу лінійних швидкостей точок ручки;

$\overline{P_{12}a_{34}}$ — картина розподілу лінійних швидкостей точок коліс II і III;

$\overline{O_{14}a_{34}}$ — картина розподілу лінійних швидкостей точок колеса IV;

$$\overline{n_1 n_s} = n_s = 2000 \text{ об/хв};$$

$$\overline{bn_s} \parallel \overline{O_{14}S}; \quad \overline{bn_4} \parallel \overline{O_{14}a_{34}}; \quad \overline{bn_{23}} \parallel \overline{P_{12}a_{34}};$$

$\overline{n_1 n_4} = n_4$ — число обертів колеса IV;

$\overline{n_1 n_{23}} = n_{23}$ — число обертів коліс II і III.

Визначення чисел обертів з допомогою миттєвого центра робимо на підставі картини лінійних швидкостей (рис. 232 б):

$$\omega_{23} = \frac{v_s}{r_2}; \quad n_{23} = \frac{30 \omega_{23}}{\pi} = \frac{30 v_s}{\pi r_2} = \frac{30 \pi n_s r_s}{\pi r_2^2 30} = \frac{n_s \cdot r_s}{r_2} =$$

$$= \frac{2000 \cdot 90}{25} = 7200 \text{ об/хв.}$$

$$\frac{v_4}{v_s} = \frac{r_2 + r_3}{r_2} = \frac{25 + 62}{25} = \frac{87}{25};$$

Звідки:

$$v_4 = \frac{87 v_s}{25} = \frac{87 \cdot r_s \pi n_s}{25 \cdot 30};$$

$$n_4 = \frac{30 \cdot v_4}{\pi r_4} = \frac{30 \cdot 87 \cdot r_s \pi n_s}{\pi r_4 \cdot 25 \cdot 30} = \frac{87 \cdot r_s n_s}{25 r_4};$$

$$n_4 = \frac{87 \cdot 90 \cdot 2000}{25 \cdot 28} = 22371 \text{ об/хв.}$$

Визначення чисел обертів з допомогою формули Вілліса:

$$\frac{n_4 - 2000}{0 - 2000} = - \frac{z_1 z_3}{z_2 z_4} = - \frac{92 \cdot 62}{20 \cdot 28} = - \frac{713}{70}.$$

Звідки

$$70 n_4 - 140000 = 1426000,$$

або

$$n_4 = 22371 \text{ об/хв.}$$

Застосовуємо формулу Вілліса до останніх двох коліс:

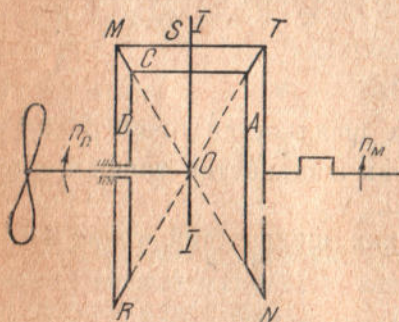


Рис. 233

$$\frac{n_4 - n_s}{n_{23} - n_s} = - \frac{z_3}{z_4},$$

або

$$\frac{22371 - 2000}{n_{23} - 2000} = - \frac{62}{28}$$

Звідки

$$n_{23} = -7200 \text{ об/хв.}$$

Знак (—) показує, що колеса II і III обертаються в сторону, протилежну верту і колесу IV, що видно з картини чисел обертів (рис. 232 с).

Приклад третій. На рисунку 233

подано схему редуктора мотора Іспано-Суїза. Потужність мотора 650 к. с. при $n_m = 2000$ об/хв.

Число зубців коліс: $z_a = 45$; $z_c = 26$; $z_d = 45$. Модуль зачеплення $m = 5$ (для зовнішніх профілів).

Визначити числа обертів сателіта (навколо осі I—I) і пропелера.

Графічне дослідження кінематики редуктора

Розгортаємо колеса в площині (рис. 234), де ковчичні колеса позначені колами, проведеними зовнішніми радіусами. Проведемо лінію KL паралельно до лінії центрів розгорнутих коліс.

Спроекуємо центри валів і полюси зачеплення на лінію KL . З точки P_{ac} поставимо перпендикуляр і відкладемо на ньому відрізок $\overline{P_{ac}\alpha}$, що у вибраному масштабі виражатиме лінійну швидкість на зовнішньому початковому колі колеса A :

$$\overline{P_{ac}\alpha} = v_A = \frac{\pi R_a n_m}{30} = 23,55 \text{ м/сек.}$$

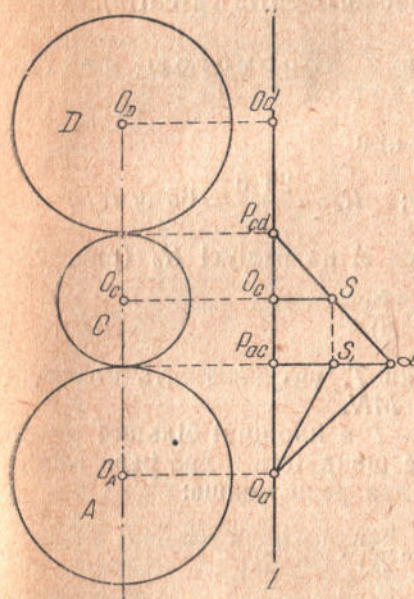


Рис. 234

Лінія $\overline{O_a\alpha}$ — картина розподілу лінійних швидкостей точок колеса A . Лінія $\overline{P_{cd}\alpha}$ — картина розподілу лінійних швидкостей точок колеса C .

Колесо D нерухоме (прикріплене до картера).

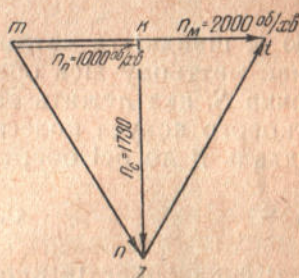


Рис. 235

Відрізок $\overline{O_c S}$ у вибраному масштабі зображає лінійну швидкість осі $I-I$.

Спроекуємо точку S на $\overline{P_{ac}\alpha}$ і, сполучивши S_1 з O_a одержимо лінію $\overline{O_a S_1}$ — картину розподілу лінійних швидкостей точок ручки (осі $I-I$).

Картина чисел обертів будується так (рис. 235). Проводимо вектор \overline{mt} , що у вибраному масштабі зображатиме число обертів вала мотора.

У нас $1 \text{ мм} = 40 \text{ об/хв}$; $mt = 50 \text{ мм}$.

Вектор \overline{mt} напрямляємо по горизонталі праворуч, бо колесо A , коли дивитися справа, крутиться за годинниковою стрілкою. Розкладаємо цей вектор на два — по напрямках MN і TR (проводимо $\overline{mn} \parallel \overline{MN}$; $\overline{tr} \parallel \overline{TR}$); це — напрями твірних початкових конусів.

Вектори \overline{mn} і \overline{rt} виражають відповідно числа обертів колеса A навколо осей MN і RT .

Лінійні швидкості точки T для колеса A і C однакові, тому вектор \overline{mn} виражатиме також і число обертів колеса C навколо осі MN .

Розкладаємо вектор \overline{mn} по двох напрямках: горизонтальний \overline{mk} — напрям осі пропелера, і вертикальний — \overline{kr} — напрям осі $I-I$.

Вектор $\overline{mk} - n_{np} = 1000 \text{ об/хв}$ (число обертів пропелера).

Вектор $\overline{kr} - n_c = 1730 \text{ об/хв}$ (число обертів сателіта).

Визначення чисел обертів з допомогою миттєвого центра

Радіуси зовнішніх початкових кіл:

$$R_a = R_d = \frac{45 \cdot 5}{2} = 112,5 \text{ мм}; \quad R_c = \frac{26 \cdot 5}{2} = 65 \text{ мм}.$$

Лінійна швидкість точок колеса A на радіусі R_a (рис. 235):

$$v_a = R_a \frac{\pi n_m}{30}.$$

Цю ж швидкість матиме і точка T , що належить колесу C , яке має миттєву вісь обертання MN .

Точка S , яка лежить на осі $I-I$ в площині більшої основи початкового конуса колеса C , має швидкість в два рази меншу, бо віддаль її до осі обертання в два рази менша:

$$v_s = \frac{1}{2} R_a \frac{\pi n_m}{30}.$$

Тоді число обертів пропелера визначиться так:

$$n_{np} = \frac{30 v_s}{OS \cdot \pi} = \frac{30 v_s}{R_a \cdot \pi} = \frac{30 \cdot \pi \cdot n_m \cdot R_a}{30 R_a \cdot \pi \cdot 2} = \frac{n_m}{2} = 1000 \text{ об/хв}.$$

Число обертів сателіта навколо осі $I-I$:

$$n_c = \frac{v_s \cdot 30}{sM \cdot \pi} = \frac{R_a \cdot \pi \cdot n_m \cdot 30}{2 \cdot 30 \cdot R_c \cdot \pi} = \frac{R_a n_m}{2 R_c} = \frac{112,5 \cdot 2000}{2 \cdot 65} = 1730,7 \text{ об/хв}.$$

Визначення числа обертів пропелера за формулою Вілліса

Формула Вілліса для даного випадку напишеться так:

$$\frac{n_d - n_{np}}{n_m - n_{np}} = - \frac{z_a}{z_d}$$

(знак мінус в правій частині поставлений тому, що при закріплених осях колеса A і D обертаються в протилежні сторони).

Підставивши значення $n_d = 0$; $n_m = 2000$; $z_a = z_d = 45$, одержимо:

$$\frac{0 - n_{пр}}{2000 - n_{пр}} = -1,$$

звідки

$$n_{пр} = 1000 \text{ об/хв.}$$

Приклад четвертий. На рисунку 236 подано схему редуктора мотора BMW-7. Потужність мотора 710 к. с. при числі обертів $n_m = 1650 \text{ об/хв.}$

Редуктор складається з конічної шестерні A , закріпленої на корінному валу мотора, конічної шестерні D , закріпленої до

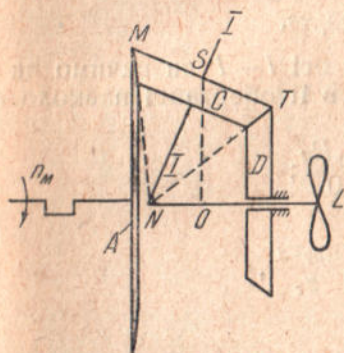


Рис. 236

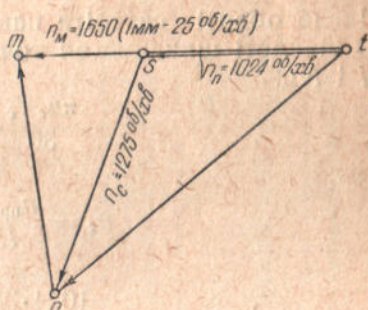


Рис. 237

картера, і сателітних конічних шестерень C , що вільно обертаються навколо осі $I-I$ і разом з нею обертається навколо осі пропелера (вісь $I-I$ являє одно ціле з віссю пропелера).

Дані: $z_a = 54$; $z_c = 27$; $z_d = 33$.

Модуль зачеплення для зовнішніх профілів $m = 5,5 \text{ мм}$. Визначити числа обертів пропелера і сателіта.

Графічне визначення чисел обертів показано на рисунку 237— tm — вектор кутової швидкості мотора; $mn \parallel MN$; $tn \parallel TN$; $sn \parallel SN$. На рисунку позначено знайдені швидкості.

Для визначення чисел обертів з допомогою миттєвого центра знайдемо лінійні швидкості точок M і S .

Зовнішні радіуси:

$$R_a = \frac{54 \cdot 5,5}{2} = 148,5 \text{ мм};$$

$$R_c = \frac{27 \cdot 5,5}{2} = 74,25 \text{ мм};$$

$$R_d = \frac{33 \cdot 5,5}{2} = 90,75 \text{ мм}.$$

Швидкість точки M :

$$v_M = R_a \frac{\pi n_M}{30} = 25,65 \text{ м/сек.}$$

Швидкість точки S вдвоє менша за v_M (точки S і M обертаються навколо миттєвого центра T)

$$v_S = \frac{R_a \pi n_M}{60}.$$

Тоді число обертів пропелера буде:

$$n_{\text{пр}} = \frac{30 v_S}{\pi \cdot OS} = \frac{30 v_S \cdot 2}{\pi (R_a + R_d)} = \frac{30 \cdot 2 \cdot R_a \cdot \pi \cdot n_M}{60 \cdot \pi (R_a + R_d)} = \frac{R_a n_M}{R_a + R_d} = \frac{148,5 \cdot 1650}{148,5 + 90,75}$$
$$n_{\text{пр}} = 1024 \text{ об/хв.}$$

Число обертів сателіта навколо осі $I-I$ визначимо на підставі рівності швидкостей точки T в її обертанні навколо осей $I-I$ і NL :

$$\frac{\pi n_c R_c}{30} = \frac{\pi n_{\text{пр}} R_d}{30},$$

звідки:

$$n_c = \frac{n_{\text{пр}} R_d}{R_c} = \frac{n_{\text{пр}} z_d}{z_c},$$

або

$$n_c = \frac{1024 \cdot 33}{27} = 1252 \text{ об/хв.}$$

Одержані результати майже цілком збігаються з результатами на графіку.

За формулою Вілліса число обертів пропелера одержується дуже легко:

$$\frac{n_d - n_{\text{пр}}}{n_M - n_{\text{пр}}} = - \frac{z_a}{z_d}.$$

При $n_d = 0$; $n_M = 1650$; $z_a = 54$; $z_d = 33$ одержимо:

$$\frac{0 - n_{\text{пр}}}{1650 - n_{\text{пр}}} = - \frac{54}{33} = - \frac{18}{11};$$

звідки

$$11 n_{\text{пр}} = 1650 \cdot 18 - 18 n_{\text{пр}},$$

а

$$n_{\text{пр}} = 1024 \text{ об/хв.}$$

Приклад п'ятий. На рисунку 238 подано схему складного редуктора заводу Demag.

Редуктор використовується для руху барабана підйимального коловорота S електромотором M . R — нерухома коробка редуктора. До барабана прикріплені два зубчасті колеса 3 і 6 — з внутрішніми зубцями.

На валу мотора закріплена шестерня 1, яка з допомогою шестерні 2 передає рух до колеса 3. Вісь колеса 2 обертається навколо осі KL (збігається з віссю мотора) колеса 4. Рух від колеса 4 через паразитну шестерню 5 передається колесу 6.

Визначити передатне число редуктора.

Позначимо числа зубців на шестернях і колесах через $z_1, z_2, z_3, z_4, z_5, z_6$.

Позначимо також:

$$\frac{z_3}{z_1} = k_1; \quad \frac{z_6}{z_4} = k_2.$$

Застосувавши формулу Вілліса для першого ступеня редуктора (колеса 1, 2, 3), маємо:

$$\frac{n_3 - n}{n_1 - n} = -\frac{1}{k_1}. \quad (186)$$

Для рядового зачеплення (колеса 4, 5, 6):

$$\frac{n_4}{n_6} = -k_2. \quad (187)$$

Але:

$$n_4 = n \text{ і } n_2 = n_6. \quad (188)$$

Розв'язуючи разом рівняння (186), (187) і (188), маємо:

$$\frac{n_3 + k_2 n_6}{n_1 + k_2 n_6} = -\frac{1}{k_1};$$

або:

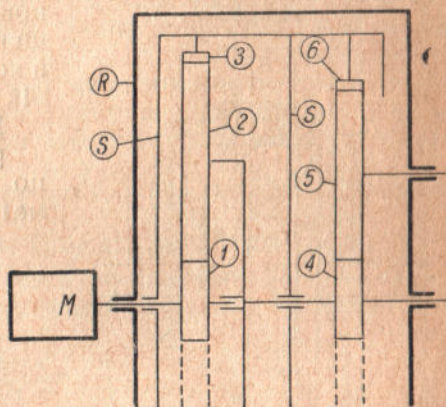
$$n_3 k_1 + k_1 k_2 n_3 = -n_1 - k_2 n_3.$$

Звідки:

$$n_1 = -n_3 (k_1 + k_1 k_2 + k_2),$$

а передатне число редуктора:

$$i_{ред} = \frac{n_3}{n_1} = -\frac{1}{k_1 + k_1 k_2 + k_2}. \quad (189)$$



Приклад шостий. На рисунку 239 показана схема автомобільного диференціала. На півосях O_1 і O_2 , на яких закріплюються задні колеса автомобіля, закріплені конічні зубчасті колеса A і B . Останні зчеплюються з шестернями C і D . Шестерні C і D вільно надіті на осі O_3 і O_4 , які закріплені в диференціальній коробці M . До диференціальної коробки пригвинчується конічне зубчасте колесо E .

Колесо E рухається від карданної шестерні K , яка приводиться в рух від мотора через коробку швидкостей, карданний шарнір і карданний вал.

Коли автомобіль рухається прямолінійно, вся система (колесо E , коробка M , зубчатки A, B, C і D , півосі O_1 і O_2) обертаються як одне ціле, тобто:

$$n_E = n_A = n_B,$$

а

$$n_C = n_D = 0,$$

де n_E, n_A, n_B, n_C, n_D — числа обертів за хвилину відповідних коліс навколо їх осей.

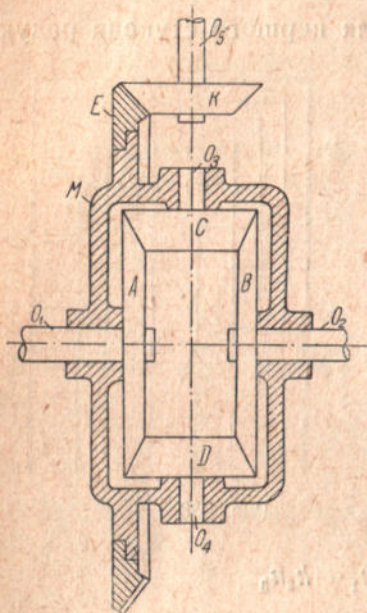


Рис. 239

При повертанні автомобіля колесо, яке рухається по внутрішній кривій, повинне рухатися з меншою швидкістю, ніж середня точка осі, а колесо, яке рухається по зовнішній кривій — з більшою (рис. 240).

Позначимо:

ρ — радіус повороту, автомобіля по середній точці задньої осі в метрах;

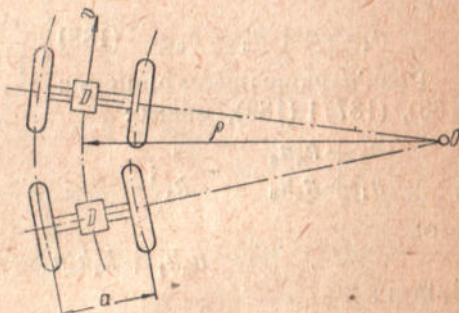


Рис. 240

v — швидкість середньої точки задньої осі автомобіля в м/сек;
 R — радіус коліс.

Тоді колова швидкість зовнішнього колеса по відношенню до центра повороту виразиться так:

$$v \frac{\rho + \frac{a}{2}}{\rho} = \frac{\pi R}{30} n_A,$$

а внутрішнього

$$v \frac{\rho - \frac{a}{2}}{\rho} = \frac{\pi R}{30} n_B.$$

Зазначені рівняння дають (відніманням):

$$v \frac{a}{\rho} = (n_A - n_B) \frac{\pi R}{30}.$$

Таким чином, на повороті колеса A і B матимуть різні числа обертів за хвилину й різниця їх дорівнюватиме:

$$n_A - n_B = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{a}{R \cdot \rho} v. \quad (189a)$$

Знайдемо число обертів шестерні C (сателіта) в цей момент.

Коли вважати напрям руху автомобіля, як зазначено на рисунку 240, то коробка M разом з колесами A і B обертається за годинниковою стрілкою, якщо дивитись на неї справа (рис. 239).

Припустимо, що сателіт C обертається навколо своєї осі теж за годинниковою стрілкою, коли дивитись зовні (на рисунку 239 зверху), і робить n_C обертів за хвилину. Тоді він прискорюватиме рух колеса A на число обертів, рівне $n_C \cdot \frac{z_C}{z_A}$, і сповільнюватиме рух колеса B на таке ж саме число обертів ($z_A = z_B$). Це й відповідатиме рухові автомобіля на повороті.

Числа обертів коліс A і B в даному випадку виразяться так:

$$\left. \begin{aligned} n_A &= n_E + n_C \frac{z_C}{z_A}; \\ n_B &= n_E - n_C \frac{z_C}{z_A}. \end{aligned} \right\} \quad (189b)$$

З рівнянь (189b) одержимо:

$$n_A + n_B = 2n_E \quad (189c)$$

(сума обертів обох півосей завжди дорівнює подвійному числу обертів диференціальної коробки) і

$$n_A - n_B = 2n_C \frac{z_C}{z_A}. \quad (189d)$$

Порівнюючи рівняння (189a) і (189d), знайдемо число обертів сателіта C навколо його осі на повороті автомобіля:

$$n_C = \frac{15}{\pi} \cdot \frac{a}{R \rho} v \cdot \frac{z_A}{z_C}. \quad (189e)$$

Звичайно сателіт D робить таку ж кількість обертів за хвилину в оберненому напрямі, коли дивитися з тієї ж лозиції, що й на сателіт C .

§ 63. Контрольні запитання і задачі

1. Яка передача зветься рядовим зачепленням?
2. Чому дорівнює передатне число рядового зачеплення?
3. Які шестерні зветься паразитними? Чому їх так названо?
4. Коли передатне число механізму вважають додатним, а коли від'ємним?
5. Для чого вживаються паразитні шестерні?
6. Яка передача зветься кратною?
7. Чому дорівнює передатне число кратної передачі?
8. Що таке редуктор? Мультиплікатор? Соосний редуктор?
9. Яка передача зветься епіциклічною? Планетарною?
10. Як пишеться формула Вілліса?
11. Що виражає права частина формули Вілліса (рівняння 183)?
12. Якими методами досліджуються епіциклічні механізми?
13. В чому полягає кожен з цих методів.
14. Як визначати передатне число простого епіциклічного механізму? Складного?

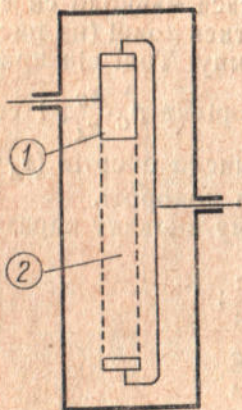


Рис. 241

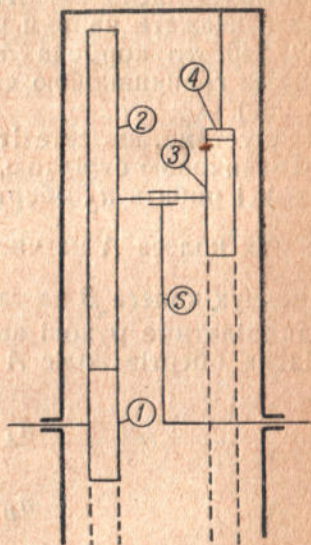


Рис. 242

Задачі

1. Визначити передатне число й побудувати картини лінійних і кутових швидкостей для редуктора, зображеного на рисунку 241.

$$z_1 = 20; z_2 = 80.$$

2. Те саме для редуктора, зображеного на рисунку 242.

$$z_1 = 20; z_2 = 60; z_3 = 20; z_4 = 100.$$

Модуль в усіх коліс однаковий.

3. Те ж для редуктора Demag (рис. 238).

$$z_1 = 15; z_2 = 36; z_3 = 87; z_4 = 15; z_5 = 30; z_6 = 75.$$

Модуль в усіх коліс однаковий.

4. Те ж для редуктора заводу Ректин (рис. 243).

$$z_1 = 22; z_2 = 36; z_3 = 94; z_4 = 20; z_5 = 39; z_6 = 98.$$

Модуль коліс другого ступеня в 1,25 раза більший модуля коліс першого ступеня.

В зазначеному редукторі:
 R — нерухома коробка, до якої прикріплені два колеса — 3 і 6 з внутрішнім зачепленням;

S_1 і S_2 — рамки, на яких вільно надіті колеса 2 і 5.

Шестерня 1 закріплена на валу мотора, а шестерня 4 — на осі рамки S_1 . Осі рамок і вала мотора збігаються. Передатне число редуктора дорівнює відношенню числа обертів рамки S_2 до числа обертів мотора.

5. Те ж для редуктора Albatros Werke (рис. 244), в якому:

$$z_1 = 21; z_2 = 42; z_3 = 21; z_4 = 84; z_5 = 24; z_6 = 54; z_7 = 138.$$

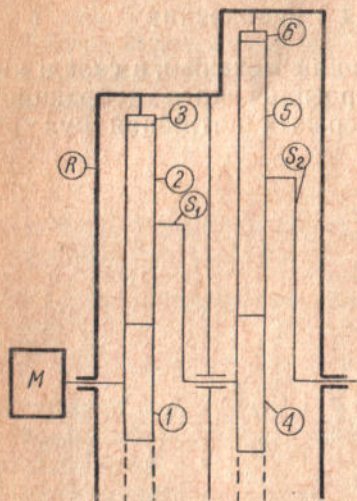


Рис. 243

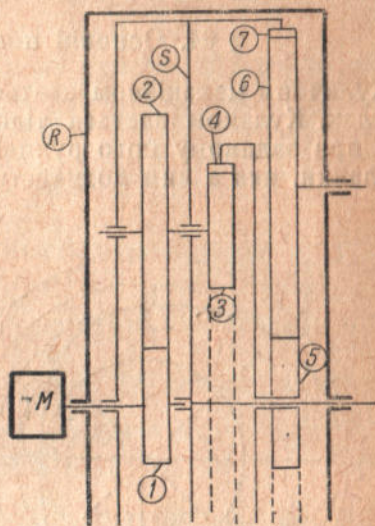


Рис. 244

Модуль в усіх коліс однаковий.

В зазначеному редукторі:

R — нерухома коробка;

S — барабан, до якого з внутрішнього боку прикріплене зубчасте колесо 7 з внутрішніми зубцями.

В барабані є підшипники для вала, на якому закріплені колеса 2 і 3.

Колесо 1 закріплено на валу мотора, колесо 3 зчеплюється з колесом 4 (з внутрішніми зубцями), яке скріплене з шестернею 5. Паразитне колесо вільно обертається навколо осі, закріпленої в коробці R .

Передатне число редуктора дорівнює відношенню числа обертів барабана S до числа обертів мотора.

6. Вивести загальний вираз для передатного числа (за прикладом п'ятим попереднього параграфу) редукторів Пекрун і Альбатрос — рисунки 243 і 244.

7. Передатне число редуктора Пекрун (рис. 243)

$$i_{\text{ред}} = \frac{4}{169}, z_1 = z_4 = 20 \text{ (колеса нерівномодульні).}$$

Модуль коліс другого ступеня дорівнює 1,5 модуля коліс першого ступеня. Визначити графічно число зубців на колесах 2, 3, 5 і 6.

8. Визначити методом Вілліса число обертів коліс 2 і 3 відносно барабана S в редукторі Альбатрос (рис. 244). Взяти дані з задачі 5. Число обертів мотора $n_1 = 1000 \text{ об/хв.}$

§ 64. Основні поняття і визначення

Кулачним механізмом зветься такий механізм, в складі якого є кулак. Кулаком зветься тіло, профіль якого добраний так, щоб при заданому його рухові одержати потрібний рух веденої ланки, яка з ним дотикається.

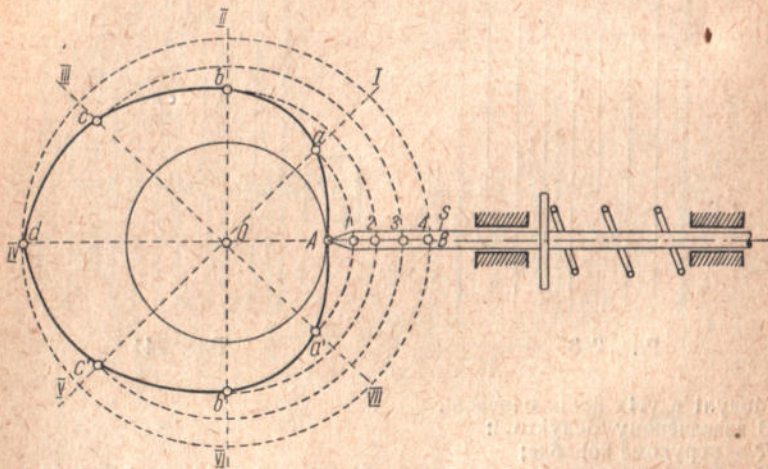


Рис. 245

Наприклад, нам потрібно, щоб стрижень S (рис. 245) з свого крайнього лівого положення, що визначається положенням вістря в точці A , рівномірно рухаючись, перейшов за певний проміжок часу (t сек) в крайнє праве положення, що визначається положенням вістря його в точці B ; потім, не зупиняючись, повернувся таким же рухом в початкове положення і, далі, повторював такий же обернено-поступний прямолінійний рух.

Для здійснення такого руху на валу O , що знаходиться на віддалі OA від початкового положення вістря, треба закріпити тіло з відповідним профілем: $Aabcdc'b'a'A$.

Цей профіль будуюмо так:

З точки O радіусом, рівним OA , проводимо коло (тіло кулака).

Продовжуємо радіус OA ліворуч (Od) і ділимо обидві половинки кола на рівні частини променями $O-I$, $O-II$ і т. д. На рисунку 245 обидві половинки поділені на чотири рівні частини. На стільки ж частин треба поділити і путь вістря AB . Радіусом $O-I$ засічемо промені $O-I$ і $O-VII$ (точки a і a'), радіусом $O-II$ засічемо промені $O-II$ і $O-VI$ (точка b і b') і т. д.

Сполучивши точки $A, a, b, c, \dots, b', a', A$ плавною лінією, ми одержимо профіль, який при рівномірному обертанні з швидкістю $n = \frac{30}{t}$ обертів за хвилину забезпечить нам потрібний рух ланки S .

Дійсно, через кожні 45° повороту кулака він дотикатиметься до вістря послідовно точками a, b, c, \dots і т. д.; віддалі цих точок від точки O відповідно рівні:

$$OA + \frac{AB}{4}; OA + \frac{2AB}{4}; OA + \frac{3AB}{4}; \dots$$

Значить, стрижень S посуватиметься рівномірно в ту і другу сторону.

Подруге, коли кулак робить $\frac{30}{t}$ обертів за хвилину, то один оберт він зробить за $\frac{t}{30}$ хвилин, або за $2t$ секунд, а півоберта за t секунд, і за цей час стрижень зробить одне хитання праворуч. За наступні півоберта (за t секунд) стрижень зробить зворотний рух і т. д.

Таким чином, завдання про добір потрібного профіля розв'язане. Побудований на рисунку 245 кулак зветься серцевидним.

Обрисований він, як це видно з попереднього, по Архімедовій спіралі. Застосовується в механізмах, які мають невеликі швидкості і невеликі рухомі маси (механізм для намотування нитки в швацькій машині), бо в крайніх положеннях стрижня S швидкість його змінюється з $+v$ на $-v$, тобто прискорення в ці моменти теоретично дорівнює нескінченності. Значить, і сили інерції мають бути нескінченно великі, які повинні б були зруйнувати механізм. В дійсності цього не буває завдяки пружності матеріалу, з якого побудовано механізм, від чого швидкість змінюється з $+v$ на $-v$ не за одну мить, а за певний проміжок часу.

При конструюванні кулачних механізмів треба, як і для всяких механізмів, дотримувати умови, щоб кут передачі дорівнював прямому або був дуже близький до нього.

Кутом передачі зветься кут між дотичними до абсолютної і відносної траєкторій точки дотику веденої ланки (відносну траєкторію беруть по відношенню до ведучої ланки). На рисунку 247 побудований кут передачі (кут φ) для одного типу кулачних механізмів.

Вивчення кулачних механізмів охоплює два завдання:

1) Даний механізм. Дослідити його кінематику (аналіз механізму).

2) Даний закон руху веденої ланки. Побудувати профіль кулака (синтез).

Обидва ці завдання мають велике практичне значення.

В дальшому розберемо різні методи розв'язання цих завдань.

§ 65. Загальний метод дослідження кінематики кулачних механізмів

Цей метод полягає в тому, що за даною схемою механізму і основними розмірами його будується крива переміщень (лі-

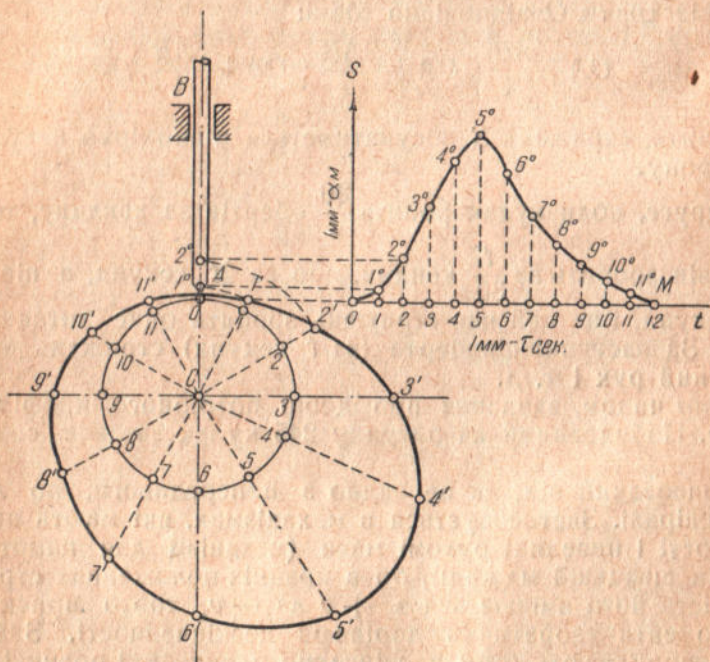


Рис. 246

нійних або кутових — залежно від типу механізму) веденої ланки. Диференціюванням цієї кривої одержується крива швидкостей, а далі новим диференціюванням — крива прискорень.

Покажемо як це робиться на окремих типах механізмів.

Тип I. Кулак довільного профіля рівномірно обертається з швидкістю n об/хв. Ведена ланка дотикається до нього вістрям. Рух ланки прямолінійний. Вісь її проходить через вісь обертання кулака (рис. 246).

З центра кулака (вісь обертання C) найменшим радіусом кулака проводимо коло. Кулак для зручності дальших побудов

розташовуємо так, щоб точка дотику проведеного кола з профілем кулака лежала на осі веденої ланки (штанги AB , див. рис. 246).

Цей момент вважаємо за початковий. Поділимо коло на кілька рівних частин (на 12 частин) і проведемо промені CO , $C1$, $C2$... Коли продовжити ці промені до перетину з профілем кулака в точках $1'$, $2'$, $3'$..., то відрізки $11'$, $22'$, $33'$... і виражатимуть переміщення точки A — вістря штанги, а разом з тим і самої штанги (в тому ж масштабі, в якому побудовано кулак) за час повороту кулака на відповідний кут ($11'$ — за час повороту на 30° ; $22'$ — за час повороту на 60° ; $33'$ — за час повороту на 90° і т. д.).

Криву $[s, t]$ будуємо так:

Через точку O (вона ж і A) проводимо лінію, перпендикулярну до осі штанги AB ; вважаємо її за вісь абсцис. На ній в певному масштабі відкладатимемо час. В напрямі осі ординат відкладатимемо переміщення.

Припустимо, що відрізок OM , відкладений по осі Ot , виражає у вибраному стандартному масштабі τ (§ 15) $\frac{60}{n}$ секунд — час одного оберту кулака.

Поділимо відрізок OM на стільки ж рівних частин, на скільки ми ділили коло (у нас — на 12).

Для зручності поділу в нашому випадку можна взяти довжину відрізка OM , кратну 12 (60 мм, 120 мм, 180 мм), відступивши від стандартного масштабу.

Відкладаємо ординати 11° , 22° , 33° ,... відповідно рівні $11'$, $22'$, $33'$...

Це відкладання можна зробити графічно, як показано для положення кулака $C2'$.

Коли точки O , 1° , 2° , 3° ... сполучити плавною лінією, то одержимо шукану криву $[s, t]$, при чому масштаб переміщень α — залежатиме від масштабу, в якому побудовано кулак.

Визначиться він за такою табличкою:

Масштаб кулака	Масштаб переміщень
1:5	0,005
1:2	0,002
1:1	0,001
2:1	0,0005
5:1	0,0002

Масштаб часу

$$\tau = \frac{60 \text{ сек}}{n \cdot OM \text{ мм}}$$

де OM — подано в міліметрах.

Далі за відомими нам правилами графічного диференціювання можна побудувати криві $[v, t]$ і $[w, t]$.

На практиці для зменшення тертя між кулаком і веденою ланкою на кінці останньої ставлять ролик, який котиться по профілю кулака (рис. 247).

В даному випадку переміщення штанги (осі ролика A) за час відповідного повороту кулака не дорівнюватиме відрізкам радіусів кулака, що знаходяться між проведеним дотичним колом і профілем, як це ясно видно з рисунку 247, бо точка дотику ролика до профіля M не лежатиме на осі штанги, і переміщення виразиться відрізком ac , більшим, у даному положенні, ніж відповідний відрізок радіуса кулака ab .

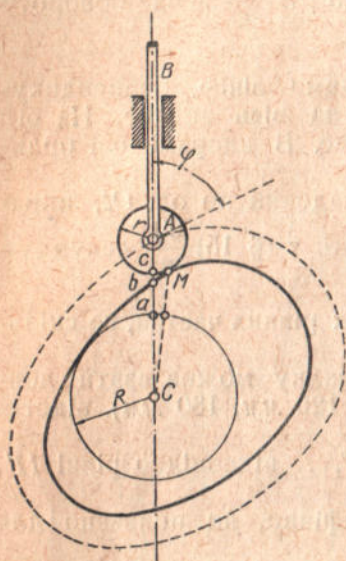


Рис. 247

Приймаючи до уваги, що вісь ролика завжди знаходитиметься на віддалі радіуса ролика r від профіля кулака, робимо висновок, що кінематика штанги не зміниться, коли замість ролика буде вістря, яке збігається з віссю ролика і дотикається до нового профіля, що знаходиться на відстані r від заданого.

Такий профіль звать еквідистантним¹ (іноді звать його теоретичним, ідеальним).

Будується він так.

На дійсному профілі береться ряд точок за центри, з яких проводяться дуги радіусом r . Обвідна цих дуг і буде шуканий профіль. Таким чином, коли штанга кінчається роликом, то будують раніше еквідистантний профіль, вісь ролика вважають за вістря штанги, і дослідження роблять так, як розглянено вище.

Тип II. Відрізняється він від попереднього тим, що вісь веденої ланки (штанга AB) не проходить через вісь обертання кулака (рис. 248), а зсунена відносно неї на величину a (звичайно в сторону, протилежну обертанню кулака).

Для побудови механізму так, щоб штанга знаходилася в найнижчому положенні, проводимо вісь штанги на відстані a від центра кулака C . З точки C радіусом $R+r$ робимо засічку осі штанги. Це й буде найнижче положення осі ролика, коли рух униз штанги не обмежується (буртиком, упором і ін.).

Кулак рисуємо у відповідному положенні (коло, проведене найменшим радіусом, дотикається до ролика).

Далі будуюмо еквідистантний профіль кулака і проводимо допоміжне коло радіусом a .

Ділимо допоміжне коло на кілька рівних частин, починаючи від точки дотику його з продовженням осі штанги.

¹ Що значить „рівновіддаленим“.

Нумерацію частин робимо проти обертання кулака (на рис. 248 допоміжне коло для ясності поділено всього на вісім частин).

Через точки поділу 1, 2, 3... проводимо дотичні 11', 22', 33'... , де точки 1', 2', 3'... є точки перетину дотичних з еквідистантним профілем.

Зрозуміло, що при повороті кулака на 45° ($\frac{1}{8}$ кола) дотична 11' займе вертикальне положення, а точка 1' — положення 1° (засічка осі штанги з центра C радіусом CI'). Значить,

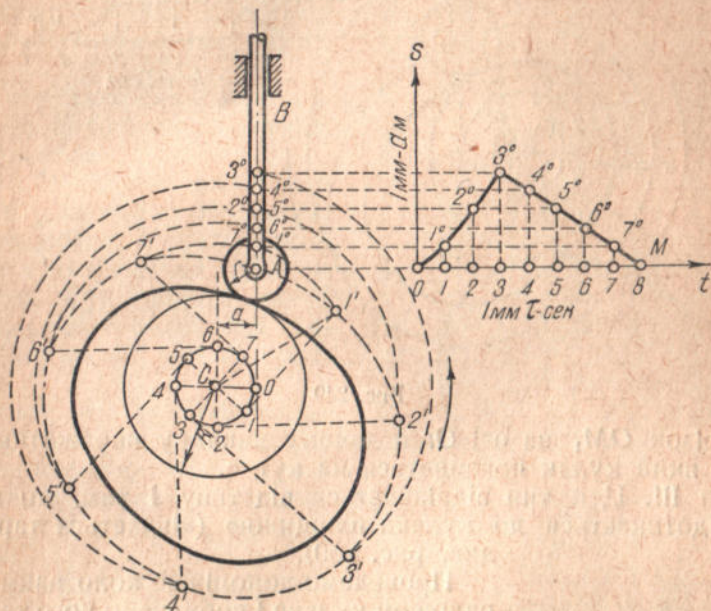


Рис. 248

вісь ролика переміститься на величину AI° . Це переміщення перенесемо на діаграму $[s, t]$ і одержимо ординату 11' (абсцису $O-1$ одержано, як і в попередньому випадку, діленням відрізка OM , що відповідає часові одного оберта кулака, на вісім рівних частин).

Цілком аналогічним способом знайдемо точки 2', 3'... Сполученням знайдених точок плавною кривою закінчимо побудову діаграми $[s, t]$.

Визначення масштабів α і τ і далі дослідження робиться, як і для попереднього типу.

Коли профіль кулака добраний так, що штанга рухається з вистояванням (рис. 249 — штанга рухається під час обертання кулака на кут α і стоїть, поки кулак повернеться на кут $\beta = 360^\circ - \alpha$), то від радіуса CO потрібно відкласти в сторону,

протилежну обертанню кулака, кут α , поділити його на рівні частини, а далі робити описаним вище способом.

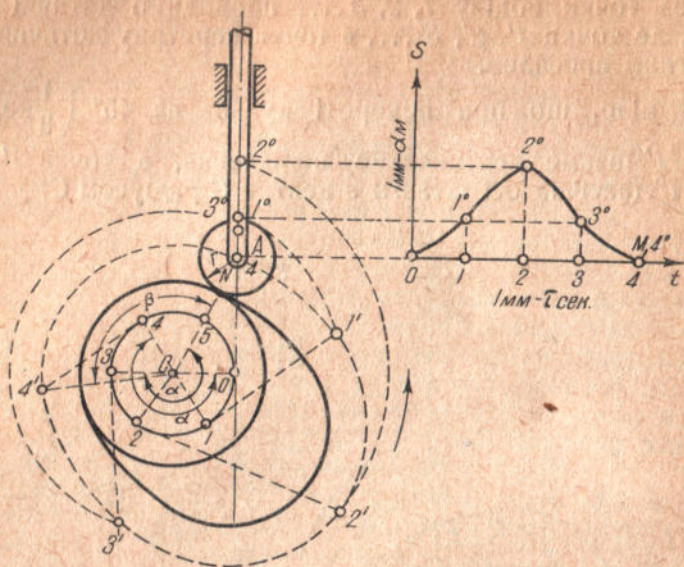


Рис. 249

Відрізок OM_1 на осі Ot в даному випадку виражатиме вже час, за який кулак повернеться на кут α .

Тип III. Цей тип відрізняється від типу I тим, що ведена ланка дотикається до кулака площиною (кінчається тарілкою, див. рис. 250).

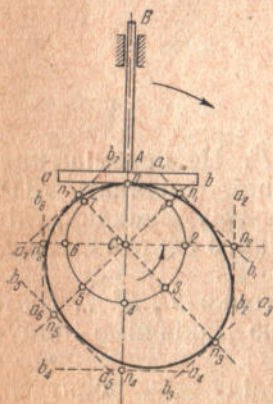


Рис. 250

Проведемо допоміжне коло найменшим радіусом кулака і побудуємо його так, щоб допоміжне коло дотикалося до площини веденої ланки ab . Допоміжне коло поділимо на вісім рівних частин і проведемо промені $C1, C2, C3, \dots$

Прийmemo нарисоване положення за початкове і припустимо, що кулак обертається проти годинникової стрілки.

Коли надати всій системі обертального руху в сторону, протилежну рухові кулака (за годинниковою стрілкою) з такою ж кутовою швидкістю, то кулак зупиниться, а ведена ланка AB , крім поступного руху, ще обертається навколо точки C .

Площина її ab весь час дотикатиметься до профіля кулака.

Таким чином, при повертанні всієї системи на 45° площина веденої ланки займе положення a_1b_1 і відстань її від центра

кулака буде Cn_1 , тобто збільшиться від початкової на величину $Cn_1 - Cn = 1n_1$.

При повороті системи на 90° площина буде в положенні a_2b_2 , відстань — Cn_2 , а збільшення відстані — $2n_2 = Cn_2 - Cn$ і т. д.

Зрозуміло, що лінії $a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3, \dots$ треба проводити так, щоб вони дотикалися до профіля кулака і були перпендикулярні до своїх радіусів $C1, C2, C3$ і т. д.

Відрізки $1n_1, 2n_2, 3n_3, \dots$ виражатимуть переміщення веденої ланки (в тому ж масштабі, в якому побудовано кулак) відносно напрямних за час повороту системи (або в дійсності кулака) на $45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, \dots$

На підставі цих даних діаграму $[s, t]$ будуюмо попереднім способом.

Тип IV. Кулак довільного профіля рівномірно обертається з швидкістю n об/хв. Ведена ланка дотикається до нього роликком. Рух веденої ланки коливальний — обертання навколо нерухомої осі O (рис. 251).

Відомо, що при обертальному рухові тіла кінематика його характеризується кутовим переміщенням, кутовою швидкістю і кутовим прискоренням.

Тому дослідження наше зводиться до вирисовування кривої $[\varphi, t]$ для ланки OA . Криві $[\omega, t]$ і $[\varepsilon, t]$ побудуються графічним диференціюванням.

Побудуємо (хоч це й необов'язково) кулак в такому положенні, коли він дотикається до ролика кінцем найменшого радіуса (вписане допоміжне коло дотикається до кола ролика). Це положення вважатимемо за початкове.

Далі будуюмо еквідистантний профіль кулака і з центра O проводимо дугу AB радіусом OA (AB — траєкторія осі ролика).

З точки C проводимо ряд променів, які пересічуть еквідистантний профіль в точках $1, 2, 3, \dots$ (промені можна проводити під довільними кутами).

Зрозуміло, щоб точка 1 збігалася з віссю ролика, треба кулакові повернутися на кут $1C1^\circ$. Ведена ланка AO повернеться за цей час на кут $AO1^\circ$, де точка 1° знайдеться за січкою дуги AB радіусом $C1$.

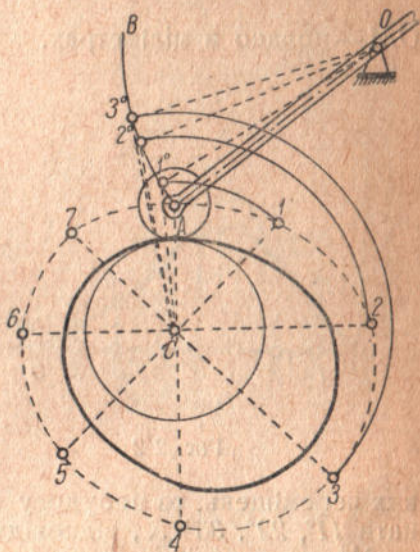


Рис. 251

Подібні залежності можна подати в такій таблиці:

Кут повороту кулака	Відповідний кут повороту важеля OA
$1C1^\circ$	$AO1^\circ$
$2C2^\circ$	$AO2^\circ$
$3C3^\circ$	$AO3^\circ$
і т. д.	і т. д.

На підставі цієї таблицки діаграму $[\varphi, t]$ будуємо так, як показано на рисунку 252.

По осі абсцис відкладаємо відрізок OM , що виражатиме в певному масштабі (стандартному) час одного оберту кулака.

$$1 \text{ мм} \text{ --- } \tau \text{ сек, де } \tau = \frac{60 \text{ сек}}{n \cdot \overline{OM} \text{ мм}}$$

\overline{OM} — подано в міліметрах.

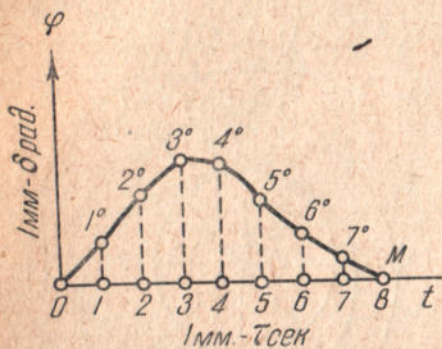


Рис. 252

По цій же осі відкладаємо відрізки $O1, O2, O3 \dots$, які виражатимуть у вибраному масштабі відповідно час, за який кулак повертається на кути $1C1^\circ, 2C2^\circ, 3C3^\circ, \dots$

На ординатах, проведених через точки 1, 2, 3, відкладаємо у вибраному масштабі відповідні кути повороту важеля OA .

Сполучивши кінці ординат, одержимо шукану криву $[\varphi, t]$.

Коли не додержувати стандартного масштабу для кутових переміщень, то побудову можна спростити, відклавши ординати $1I^\circ, 2I^\circ, 3I^\circ \dots$, відповідно рівні дугам $A1^\circ, A2^\circ, A3^\circ, \dots$

Масштаб кутових переміщень (δ) в такому випадку дорівнюватиме:

$$\delta = \frac{1 \text{ рад}}{AO \text{ сек}}$$

де \overline{AO} подано в міліметрах.

Дійсно:

$$\varphi_1 = \overline{1I^\circ} \cdot \delta = \sphericalcap A1^\circ \cdot \frac{1}{AO} = \frac{\sphericalcap A1^\circ}{AO}$$

$$\varphi_2 = \overline{2I^\circ} \cdot \delta = \sphericalcap A2^\circ \cdot \frac{1}{AO} = \frac{\sphericalcap A2^\circ}{AO}$$

і т. д.

Попередня побудова незручна тим, що доводиться вимірювати багато кутів, при чому сторони їх $C1^\circ, C2^\circ, C3^\circ, \dots$ і $O1^\circ, O2^\circ, O3^\circ, \dots$ згущені на рисунку, тому для уникнення похибок потрібні велика уважність і чіткість при виконанні рисунку.

При побудові діаграми $[\varphi, t]$ теж треба знаходити окремо відрізки $O1, O2, O3, \dots$

На рисунку 253 показано інший спосіб, який значно простіше дає необхідні результати. Спосіб цей заснований на прийомі, застосованому для попереднього типу.

Надамо всій системі руху оберненого обертання кулака. Тоді кулак зупиниться, а ведена ланка (важіль OA), крім власного руху, ще обертатиметься навколо кулака з постійною кутовою швидкістю n об/хв. Точка O опише коло радіуса CO . Поділимо це коло на кілька рівних частин, починаючи від точки O (у нас поділено на вісім частин).

Позначимо точки поділу через $O_1, O_2, O_3 \dots$. Точки ці сполучимо з центром кулака C і з центрів, зробимо засічки еквідистантного профіля кулака радіусами OA .

Засічки $A_1, A_2, A_3 \dots$ сполучимо з відповідними центрами $O_1, O_2, O_3 \dots$. Цілком зрозуміло, що різниця між кутами CO_1A_1 і COA буде кут повороту важеля OA за час повороту системи (в дійсності кулака) на 45° , тобто на $\frac{1}{8}$ повного

оберту.

Або

$$\varphi_1 = \angle CO_1A_1 - \angle COA;$$

і далі аналогічно:

$$\varphi_2 = \angle CO_2A_2 - \angle COA,$$

$$\varphi_3 = \angle CO_3A_3 - \angle COA,$$

$$\varphi_4 = \angle CO_4A_4 - \angle COA,$$

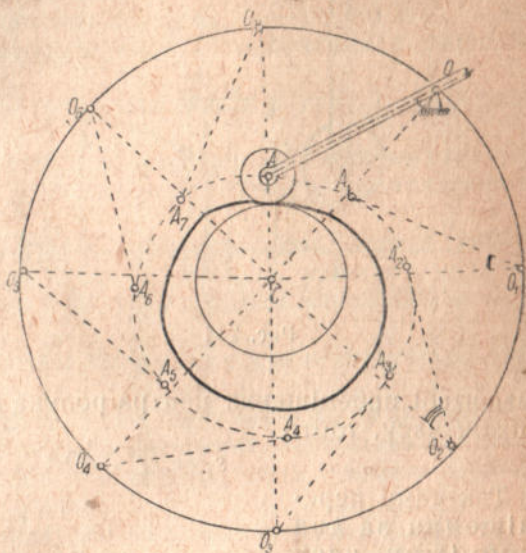


Рис. 253

Таким чином, робота зводиться до вимірювання восьми кутів, які рівномірно розташовані по всьому рисунку (що значно полегшує роботу) і, крім того, відрізок OM на діаграмі ділиться просто на вісім рівних частин, бо кути $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$ відповідають рівним кутам повороту кулака.

Тип V. Кулак і ведена ланка рухаються поступним рухом. Ведена ланка кінчається роликком. Закон руху кулака даний функцією $s' = f(t)$. Побудувати діаграму $[s, t]$ для веденої ланки (рис. 254).

Будуємо еквідистантний профіль кулака.

Вибираємо початкове положення. З центра ролика опускаємо перпендикуляр на напрям руху кулака, лінію MN . Основу перпендикуляра позначаємо через O .

Від точки O в сторону, протилежну рухові кулака, відкладаємо відрізки, що виражають переміщення кулака (в тому ж

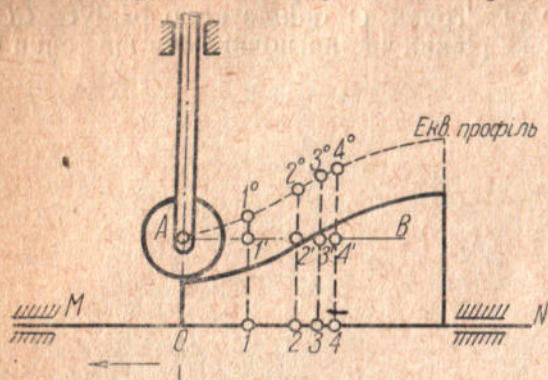


Рис. 254

масштабі, в якому вивисовано кулак) за певний проміжок часу (припустимо за 1 секунду). Ці переміщення визначаємо з заданого рівняння $s' = f(t)$.

З одержаних точок ставимо перпендикуляри до MN , до перетину з еквідистантним профілем в точках $1'$, $2'$, $3'$...

Очевидно, різниця відрізків $\overline{1'1}$ і OA виражатиме у вибраному масштабі переміщення центра ролика за перший вибраний проміжок часу, тобто

$$s_1 = \overline{1'1} - OA = \overline{1'1}^{\circ}$$

Так само переміщення за два проміжки часу буде:

$$s_2 = \overline{2'2} - OA = \overline{2'2}^{\circ}$$

а

$$s_3 = \overline{3'3} - OA = \overline{3'3} \text{ і т. д.}$$

Точки $1'$, $2'$, $3'$... утворилися перетином лінії AB , паралельної до MN , з проведеними ординатами.

На підставі одержаних даних звичайним способом будуємо діаграму $[s, t]$.

Очевидно, коли кулак рухається рівномірно, діаграма $[s, t]$ буде тотожня з еквідистантним профілем його.

Тип VI. Кулак рухається поступним рухом. Ведена ланка кінчається роликком і має коливальний рух навколо нерухомої точки O (рис. 255).

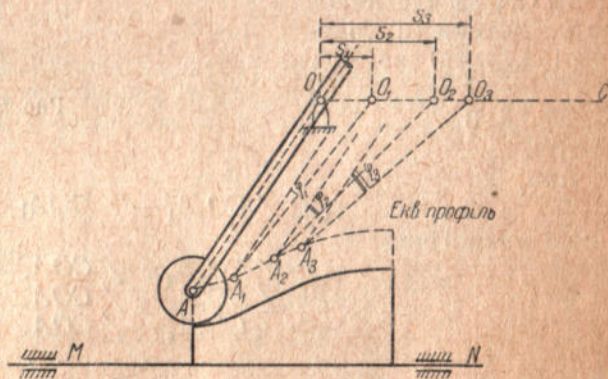


Рис. 255

Рух кулака заданий функцією $s=f(t)$. Побудувати діаграму $[\varphi, t]$ для веденої ланки.

Будуємо еквідистантний профіль кулака в початковому положенні (крайнє праве положення кулака).

Надаємо всій системі руху, оберненого рухові кулака за тим же законом.

Тоді кулак зупиниться, точка O рухатиметься по прямій OC , а ведена ланка матиме плоский рух (поступний разом з точкою O і обертальний — навколо точки O).

Відкладаємо по OC значення s_1, s_2, s_3, \dots — переміщення, які відповідають певним проміжкам часу і визначаються заданою функцією $s=f(t)$.

Ці переміщення точки O треба відкласти в тому ж масштабі, в якому вирисовано кулак.

З точок O_1, O_2, O_3, \dots радіусами, рівними OA , зробимо засічки еквідистантного профіля. Одержимо відповідні положення центра ролика A_1, A_2, A_3, \dots .

Коли через точки A_1, A_2, A_3 провести лінії, паралельні до OA , то вони з відрізками $A_1O_1, A_2O_2, A_3O_3, \dots$ утворять кути $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots$, які будуть кутами повороту веденої ланки OA за відповідні проміжки часу.

Діаграма $[\varphi, t]$ на підставі одержаних даних будується звичайним способом.

Розглянені шість основних типів плоских кулачних механізмів знайомлять нас з дослідженням таких механізмів методом діаграм, який застосовується у випадках, коли профіль кулака обрисований по довільній кривій.

Але ми знаємо, що метод цей має велику хибу, — неточність побудови, особливо діаграми прискорень. Тому при спеціальних профілях кулаків застосовуються інші методи, з якими ми познайомимося в дальших параграфах.

§ 66. Дослідження кулачних механізмів методом зведення їх до механізмів з нижчими парами

Для ознайомлення з цим методом розглянемо два приклади, які часто зустрічаються на практиці.

1. Кулак спеціального профіля діє на площину веденої ланки. Кулак рівномірно обертається з швидкістю n об/хв. Хід веденої ланки — h ; ведена ланка має вистій (не рухається) в нижньому положенні протягом півоберта кулака, за решту півоберта підіймається і опускається за однаковими законами (рис. 256 а).

Профіль кулака в даному випадку обрисовується трьома радіусами: R — радіус тіла кулака; ρ — радіус бокових дуг; r — радіус дуги при вершині. На практиці найчастіш зустрічаються такі співвідношення між h, R і ρ :

$$R = 2h,$$

$$\rho = 15h.$$

(На рисунку зазначені співвідношення не додержані з технічних причин).

Таким чином за даним h визначаються R і ρ , будується основне коло радіусом R і відмічаються на ньому точки M і L — точки дотику бокових дуг до тіла кулака (за даними нашого прикладу вони знаходяться на кінцях діаметра, бо вистій відбувається протягом півоберта кулака), а потім будується профіль за звичайними законами геометрії.

Побудовою визначить-ся r .

На рисунку 256 *a* побудовано механізм у положенні, коли кулак дотикається до площини боковою дугою, а поряд (рис. 256 *b*) — куліса Вольфа — механізм кінематично тотожний на час, поки тарілка дотикається до дуги MN .

Перетворення зроблене відомим нам методом (§ 11) заміни вищої пари двома нижчими.

Коли вважати, що механізм вирисовано в натуральну величину, то A_0a_1 дорівнюватиме переміщенню куліси (а тим самим і веденої ланки) від найнижчого положення.

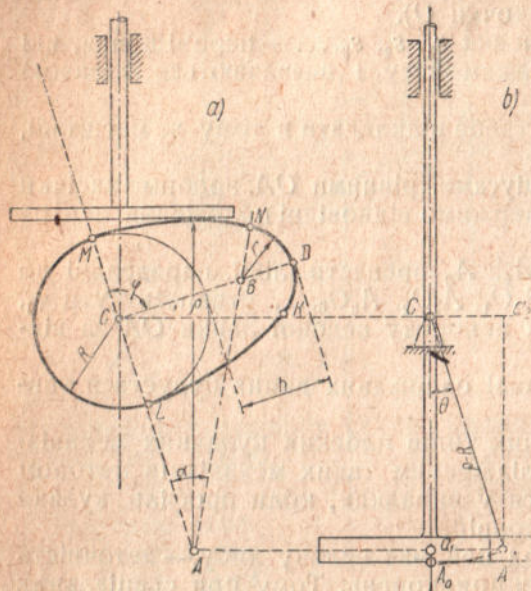


Рис. 256

Трикутник Ca_2A буде повернений план швидкостей, при чому:

$$\begin{aligned} v_A &= \overline{OA} \frac{\pi n}{30} \frac{m}{сек}; & v'_A &= \overline{a_2A} \frac{\pi n}{30} \frac{m}{сек}; \\ v_A^e &= v_{кул} = v_{вед. л.} = \overline{Ca_2} \cdot \frac{\pi n}{30} \frac{m}{сек}. \end{aligned} \quad (190)$$

(Відрізки \overline{OA} , $\overline{a_2A}$, $\overline{Ca_2}$ — в метрах).

Трикутник CAa_1 — повернений план прискорень, в якому:

$$\begin{aligned} \overline{w}_A &= \overline{AC} \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 \frac{m}{сек^2}; & \overline{w}'_A &= \overline{Aa_1} \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 \frac{m}{сек^2}; \\ w_A^e &= w_{кул.} = w_{вед. л.} = \overline{a_1C} \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 \frac{m}{сек^2}. \end{aligned} \quad (191)$$

Порівнюючи трикутники Ca_2A і CAa_1 , бачимо, що вони рівні, тому в дальшому будуватимемо лише один ($\triangle CAa_1$), в якому

$a_1 A$ буде довжина вектора швидкості точок веденої ланки, бо $a_1 A = \overline{Ca_2}$.

Взявши положення, коли кулак дотикається до площини веденої ланки дугою при вершині (рис. 257 *a*), перетворюємо його в другий кулісний механізм Вольфа (рис. 257 *b*), для якого аналогічно знаходимо переміщення (відстань від верхнього положення) куліси, швидкість і прискорення.

Відстань від верхнього положення $S = B_0 b_1$.

$$v_{\text{кул}} = v_{\text{вед. л.}} = \overline{Cb_2} \frac{\pi n}{30} = \overline{b_1 B} \frac{\pi n}{30} \frac{m}{\text{сек}}; \quad (192)$$

$$\omega_{\text{кул}} = \omega_{\text{вед. л.}} = \overline{b_1 C} \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 \frac{m}{\text{сек}^2}. \quad (193)$$

Значить, в даний момент ведена ланка рухається сповільнено, бо прискорення напрямлене в сторону, протилежну рухові (від b_1 до C).

Зазначеним способом можна знайти переміщення, швидкість і прискорення для цілого ряду положень кулака і на підставі одержаних результатів побудувати графіки.

Покажемо, як це найпростіше зробити. Досліджуватимемо лише підймання веденої ланки, бо опускання відбувається за тим же законом.

На початку підймання кулак дотикається до тарілки точкою M , на кінець точкою — D .

Назвемо час, коли кулак дотикається до тарілки боковою дугою MN , першим періодом, а час, коли він дотикається дугою ND , — другим періодом.

Очевидно, кут, на який повертається кулак за перший період, буде $\alpha = \angle CAB$ (рис. 256 *a*), бо на початок підймання CA є перпендикуляр до тарілки, а на кінець першого періоду — перпендикуляром буде BA (точка дотику N).

Кут повороту кулака за другий період $\varphi - \alpha = \angle CBA$, де φ — кут, утворений радіусом CM і віссю симетрії кулака (в нашому прикладі $\varphi = 90^\circ$).

В граничному стані, коли кулак дотикається до тарілки точ-

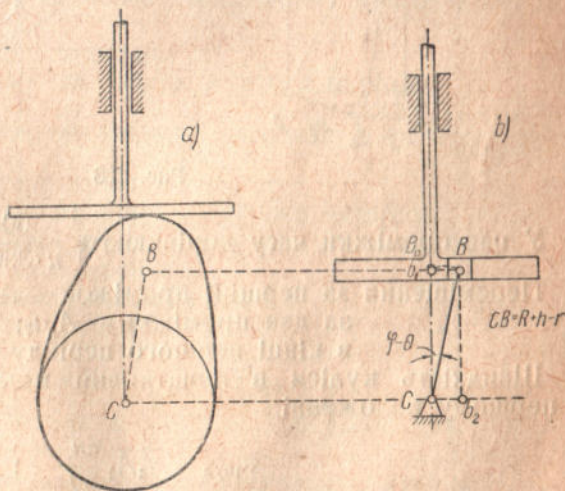


Рис. 257

кою N , сторона AB трикутника CBA (рис. 256 *a*) займе вертикальне положення.

В такому положенні цей трикутник вирисовано на рисунку 258 *a*, де він позначений як CB_0A_3 .

Тут дуга A_0A_3 , яку описує вісь каменя першої куліси (перший період), а дуга B_0B_3 — є траєкторія осі каменя другої куліси (другий період).

Поділивши дугу A_0A_3 на кілька рівних частин (у нас на три), визначимо положення осі каменя A через певні проміжки часу і знайдемо переміщення, швидкості й прискорення для цих положень куліси.

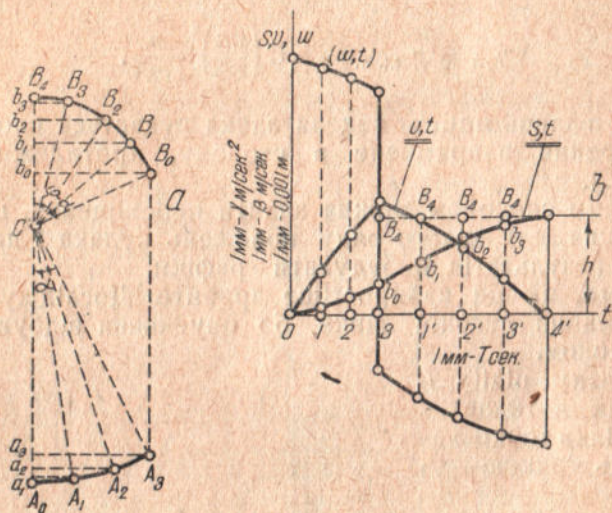


Рис. 258

У нас проміжки часу дорівнюють $\frac{60\alpha}{n \cdot 360^\circ \cdot 3} = \frac{\alpha}{18^\circ n}$ сек.

Переміщення за перший проміжок — A_0a_1 ;

” за два проміжки — A_0a_2 ;

” в кінці першого періоду — A_0a_3 .

Швидкість куліси в початковий момент дорівнює нулеві, в першому положенні

$$v_{1\text{кул}} = \overline{a_1A_1} \frac{\pi n}{30} \frac{м}{сек};$$

в другому положенні

$$v_{2\text{кул}} = \overline{a_2A_2} \frac{\pi n}{30} \frac{м}{сек};$$

в кінці першого періоду

$$v_{3\text{кул}} = \overline{a_3A_3} \frac{\pi n}{30} \frac{м}{сек}.$$

Прискорення куліси:
в початковий момент

$$\omega_{0\text{кул}} = \overline{A_0 C} \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 \frac{M}{\text{сек}^2};$$

в першому положенні

$$\omega_{1\text{кул}} = \overline{a_1 C} \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 \frac{M}{\text{сек}^2};$$

в другому положенні

$$\omega_{2\text{кул}} = \overline{a_2 C} \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 \frac{M}{\text{сек}^2};$$

в кінці першого періоду

$$\omega_{3\text{кул}} = \overline{a_3 C} \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 \frac{M}{\text{сек}^2}.$$

Аналогічні побудови робимо і далі для другого періоду.

Дугу $B_0 B_4$ ділимо на кілька рівних частин (у нас на чотири). Тоді проміжки часу дорівнюватимуть

$$\frac{60(\varphi - \alpha)}{n \cdot 360^\circ \cdot 4} = \frac{\varphi - \alpha}{24^\circ n} \text{ сек.}$$

Відповідні відстані від верхнього положення куліси (веденої ланки)

$B_4 b_0$ — початок першого періоду,

$B_4 b_1, B_4 b_2, B_4 b_3$ і нуль — на кінець другого періоду.

Швидкості виразяться векторами (масштаб: $1 \text{ мм} = \frac{\pi n}{30} \frac{M}{\text{сек}}$).

$\overline{b_0 B_0} = \overline{a_3 A_3}$ — на початок другого періоду;

$b_1 B_1, b_2 B_2, b_3 B_3$ і нуль — на кінець другого періоду.

Прискорення (напрявлені до низу) виразяться векторами:

$b_0 C$ — на початку другого періоду;

$b_1 C, b_2 C, b_3 C$ — в проміжних положеннях і

$b_4 C$ — на кінець другого періоду.

Масштаб прискорень: $1 \text{ мм} = \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2 \frac{M}{\text{сек}^2}$.

Довжини векторів — всюди в метрах. Одержані дані легко нанести на діаграму.

На рисунку 258 *b* таким способом побудовані діаграми (s, t), $[\omega, t]$, і $[\omega, t]$ на самих координатних осях.

Відрізок $O4'$ — виражає в масштабі τ — час повороту кулака на кут φ ; відрізки — $\overline{O1} = \overline{12} = \overline{23}$ — виражають кожний по $\frac{\alpha}{18^\circ \cdot n}$

секунд; відрізки $\overline{31'} = \overline{1'2'} = \overline{2'3'} = \overline{3'4'}$ — виражають кожний по $\frac{\varphi - \alpha}{24^\circ \cdot n}$ секунд.

На ординаті, яка проходить через $4'$, відкладено h і через одержану точку проведена горизонтальна лінія, від якої відклали вниз на відповідних ординатах відстані $B_4b_3, B_4b_2, B_4b_1, B_4b_0$.

Переміщення $\overline{A_0I}, \overline{A_02}$ відкладені від точок I і 2 .

Для спрощення побудови діаграм $[v, t]$ і $[w, t]$ на них відкладені відповідні вектори, взяті з рисунку 258 *a* (планів швидкостей і прискорень), від чого масштаби вийшли, звичайно, не стандартні, а саме:

$$\text{для швидкостей } \beta = \frac{\pi n}{30 \cdot 1000} \frac{M}{\text{сек}};$$

$$\text{для прискорень } \gamma = \left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 \frac{1}{1000} \frac{M}{\text{сек}^2}.$$

2. Кулак тангенціального профіля обертається рівномірно з швидкістю n об/хв і діє на ролик веденої ланки. Ведена ланка має поступний рух; вісь її проходить через вісь кулака.

Хід веденої ланки — h . Вистій у нижньому положенні — протягом $\frac{2}{3}$ оберта кулака (звичайно в практиці вистій може бути який завгодно).

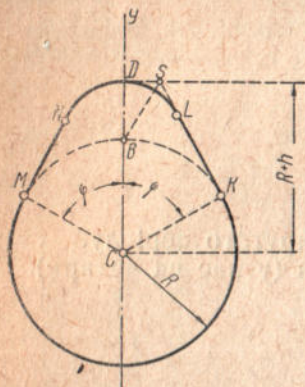


Рис. 259

За останні $\frac{1}{3}$ оберта кулака ведена ланка підіймається і опускається за одними й тими ж законами (рис. 259).

Кулак з тангенціальним профілем для передачі руху веденій ланці без верхнього вистою будується за даним ходом веденої ланки h — так.

Радіусом тіла кулака $R = (2 \div 4)h$ проводимо коло з центра C . Центральна лінія CY — правитиме за вісь симетрії кулака.

Від неї в обидві сторони відкладаємо кут φ .

Величина кута $2\varphi = \angle MCK$ задається, бо вона залежить від режиму роботи механізму (наприклад, коли ведена ланка діє на клапан, — від тривалості часу відкриття клапана).

Через точки M і K проводимо дотичні MN і KL .

Відкладаємо по лінії CY відрізок $CD = R + h$ і з точки D ставимо перпендикуляр до CY . Відмічаємо точку перетину перпендикуляра з якоюнебудь з дотичних (у нас S).

Проводимо бісектрису кута DSK . Точка перетину бісектриси з CY і буде центр дуги при вершині профіля кулака, яка дотикатиметься ліній MN і KL в певних точках — у нас N і L .

Поки ролик котитиметься по прямій ділянці профіля кулака (MN), то закон підймання веденої ланки буде один (перший період); при коченні ролика по кривій частині профіля ($\cup ND$) — закон підймання його буде інший (другий період).

Перетворивши заданий механізм, за відомими нам правилами,

на механізм з нижчими парами, ми побачимо, що на час першого періоду кінематично-еквівалентним йому механізмом буде куліса CM_1N_1 , що обертається рівномірно навколо C (рис. 260 *a, b*).

Вісь цієї прямолинійної куліси (середня лінія прорізу M_1N_1) має бути на відстані від C , рівній $R+r$, де r — радіус ролика.

Для другого періоду кінематично-еквівалентним механізмом буде кривошипно-шатунний механізм ABC (рис. 261), в якому кривошип BC (звуть його кривошипом, хоч він і не може робити повного оберту) дорівнює віддалі між центром кулака і центром дуги при вершині кулака, а шатун $AB = r_1 + r$, де r_1 — радіус останньої дуги.

Для одержаних механізмів легко побудувати плани швидкостей і прискорень.

Коли вважати, що механізм вирисовано в натуральну величину і за масштаби швидкостей і прискорень взяти відпо-

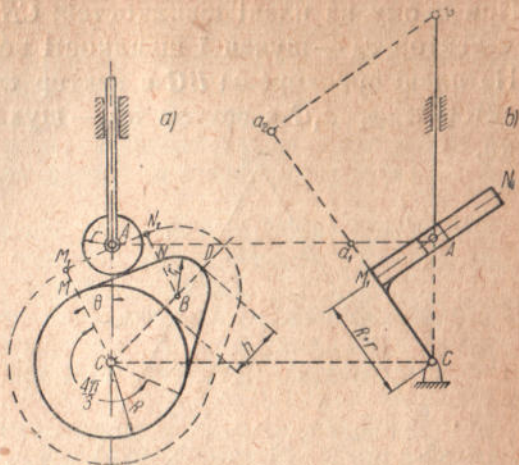


Рис. 260

відно: $1 \text{ мм} = \frac{\pi n}{30} \frac{m}{\text{сек}}$ і $1 \text{ мм} =$

$\left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 \frac{m}{\text{сек}^2}$, то ACa_1 — буде повернений план швидкостей, побудований для довільного положення першого механізму (рис. 260 *b*), а ACa_2a_3 — повернений план прискорень для цього ж положення.

При цьому на плані швидкостей: \overline{CA} є вектор v_A^e ; a_1C є вектор v_A^r — швидкості ковзання каменя по кулісі; a_1A є вектор v_A — шуканої швидкості веденої ланки.

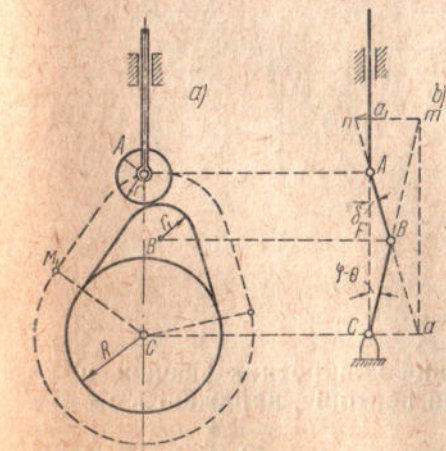


Рис. 261

На плані прискорень: \overline{AC} є вектор w_A^e ; $\overline{Ca_2} = 2\overline{Ca_1}$ є вектор w_A^k — коріолісового прискорення; a_2a_3 є вектор w_A^r ; Aa_3 є вектор w_A — шуканого прискорення веденої ланки. (Проведено: $Aa_1 \perp AC$; $Ca_2 \perp M_1N_1$; $a_2a_3 \perp Ca_2$).

Аналогічно, для другого механізму (рис. 261b): CBa — повернений план швидкостей для довільного положення; $CBna_1C$ — повернений план прискорень, побудований способом Мора.

При цьому на плані швидкостей: \overline{CB} є вектор v_B ; \overline{Ba} — $v_{A(B)}$; \overline{Ca} є вектор v_A — шуканої швидкості веденої ланки.

На плані прискорень: \overline{BC} є вектор ω_B ; \overline{nB} є вектор $\omega_{A(B)}^n$; a_1n є вектор $\omega_{A(B)}^t$; a_1C є вектор ω_A — шукане прискорення веденої ланки.

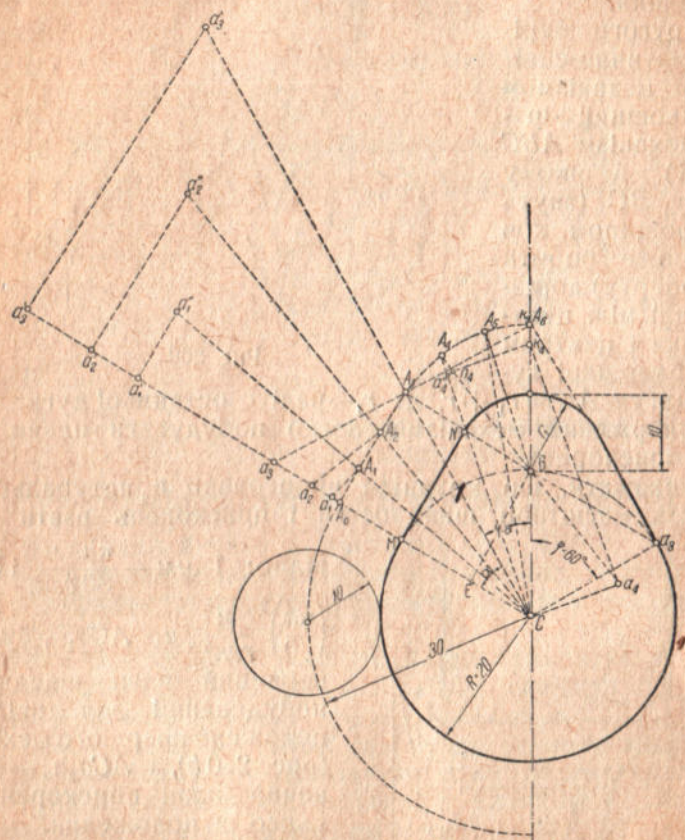


Рис. 262

Підкреслюємо, що для одержання конкретних значень швидкостей і прискорень треба довжини векторів, виражені в метрах, помножити на масштаб.

Для повного дослідження кулачного механізму треба взяти кілька положень, для яких і побудувати зазначеним способом плани швидкостей і прискорень.

Одержані результати можна перенести потім на діаграми, побудувавши таким чином криві $[v, t]$ і $[\omega, t]$, як це зроблено для попереднього прикладу.

Для спрощення побудови планів швидкостей і прискорень для різних положень механізмів роблять так, як це показано на рисунку 262.

Тут за даними — $h = 10$ мм; $\varphi = 60^\circ$; $R = 20$ мм; $r = 10$ мм — побудований дійсний профіль кулака (суцільна лінія) і еквідистантний (пунктирна лінія) в масштабі 2:1, тобто в масштабі довжини: 1 мм — 0,0005 м¹.

Еквідистантний профіль і плани швидкостей та прискорень побудовано лише для однієї половини кулака, бо кулак симетричний, а значить, і для другої половини результати побудов будуть ті самі.

Зупинимо кулак, надавши всій системі руху, оберненого руху кулака. Тоді вісь ролика рухатиметься по лінії $A_0, A_1, A_2, \dots, A_6$ — еквідистантний профіль кулака.

Зрозуміло, що кут, на який система (в дійсності кулак) повернеться за перший період (тобто за період, коли ролик дотикається до прямого профіля кулака), дорівнюватиме $\alpha = \angle A_0CA_3$.

Кут повороту за другий період є $\varphi - \alpha = \angle A_3CA_6$.

Поділимо кожен з цих кутів на рівні частини. У нас кожен з них поділений на три рівні частини. Можна ділити на різне число частин.

Одержані точки поділу A_1, A_2, A_3 будуть положеннями осі ролика через проміжки часу $= \frac{60\alpha}{n \cdot 360^\circ \cdot 3}$ сек, а точки A_4, A_5, A_6 —

є положення осі ролика через проміжки часу рівні $\frac{60(\varphi - \alpha)}{n \cdot 360^\circ \cdot 3}$ сек у другому періоді.

Для кожного з цих положень будуються плани швидкостей і прискорень наведеним вище способом.

На рисунку 262 побудовані плани для всіх положень першого періоду і для двох положень (A_3 і A_4) — другого періоду. Побудови зрозумілі без додаткових пояснень.

Масштаб швидкостей тут буде: 1 мм — 0,0005 $\frac{\pi n}{30}$ $\frac{м}{сек}$.

Масштаб прискорень: 1 мм — 0,0005 $\left(\frac{\pi n}{30}\right)^2 \frac{м}{сек^2}$.

Довжини векторів вимірюються в міліметрах.

На рисунку 262 аналогічно з рисунками 260 b і 261 b швидкості веденої ланки виражаються відрізками: $A_1a_1; A_2a_2; A_3a_3 = Ca_3; Ca_4$ відповідно в першому, другому, третьому і четвертому положеннях (в початковому положенні швидкість дорівнює нулеві), при чому:

$$A_1a_1 \perp CA_1; A_2a_2 \perp CA_2; Ca_3 \perp CA_3; Ca_4 \perp CA_4.$$

Прискорення веденої ланки виражають вектори:

$A_0a'_1$ — в початковий момент,

¹ Рисунок зменшено вдвічі.

$A_1 a_1''$ — в першому положенні,
 $A_2 a_2''$ — в другому положенні,
 $A_3 a_3''$ — в кінці першого періоду,
 $A_3 C$ — на початку другого періоду,
 $a_4'' C$ — в четвертому положенні (друге положення другого періоду).

На рисунку 263 побудовані діаграми $[v, t]$ і $[w, t]$ з допомогою знайдених вище векторів швидкостей і прискорень. З рисунку видно, що прискорення в момент, коли ролик переходить з прямолінійної на криволінійну частину профіля, змінюється з додатного на від'ємне (ведена ланка починає рухатись сповільнено).

Примітка. При побудові плану прискорень способом Мора для початку другого періода відносне тангенціальне прискорення одержано рівним нулеві. Точки a_2 і a_3''' збіглися з точкою A_3 , тому на рисунку вони не позначені.

§ 67. Аналітичне дослідження кінематики кулачних механізмів

Аналітичний метод, як зазначалось в § 33, застосовується лише в найпростіших випадках.

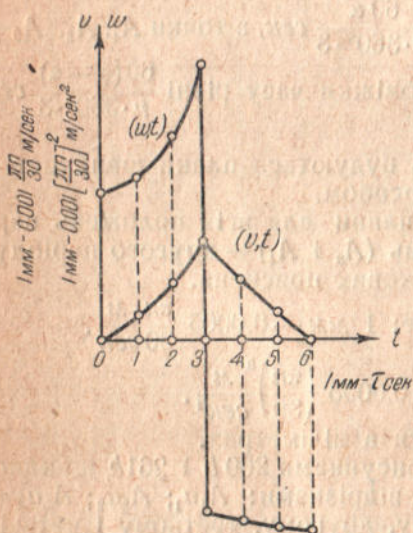


Рис. 263

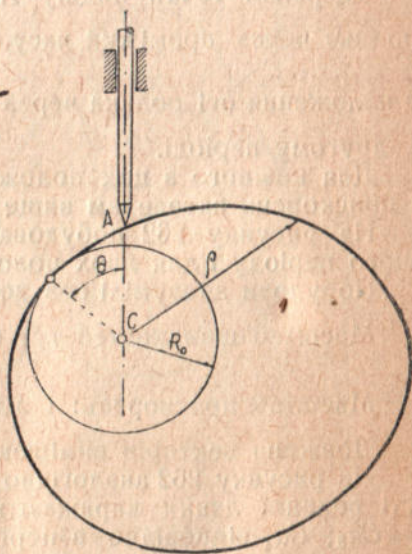


Рис. 264

Покажемо застосування цього методу у випадку перетворення обертального руху кулака на прямолінійний зворотно-поступний рух веденої ланки. Схему такого механізму показано на рисунку 264.

Коли заданий закон руху кулака

$$\Theta = f(t) \quad (194)$$

і рівняння профіля кулака в полярних координатах

$$\rho = F(\Theta), \quad (195)$$

то закон руху веденої ланки в даному випадку легко скласти.

Дійсно: переміщення веденої ланки

$$s = \rho - R_0, \quad (196)$$

де R_0 — найменший радіус кулака. Кут повороту кулака відлічуємо від найменшого радіуса.

На підставі рівнянь (194) і (195) рівняння (196) можна написати так:

$$s = F[f(t)] - R_0, \quad (197)$$

або

$$s = F_1(t). \quad (198)$$

Це й буде шуканий закон руху веденої ланки.

Покажемо застосування аналітичного методу до розібраних нами механізмів із спеціальними профілями кулаків.

1. Кулак рівномірно обертається і діє на площину веденої ланки (рис. 256, 257 і 258).

Для першого періоду закон переміщення веденої ланки напишеться так (рис. 256 б):

$$s_1 = A_0 a_1 = (\rho_1 - R)(1 - \cos \Theta), \quad (199)$$

де $\Theta = \frac{\pi n}{30} t$ змінюється від нуля до α .

Для другого періоду переміщення веденої ланки від найнижчого положення буде (рис. 257 б):

$$s_2 = h - B_0 b_1,$$

або

$$s_2 = h - (R + h - r)[1 - \cos(\varphi - \Theta)], \quad (200)$$

де Θ змінюється від α до φ .

Закон зміни швидкостей одержуємо диференціюванням рівнянь (199) і (200). Подвійним диференціюванням цих рівнянь одержимо закон зміни прискорень для першого і другого періодів.

При диференціюванні треба мати на увазі, що ρ , R , r , h і φ — сталі величини, а $\Theta = \frac{\pi n}{30} t$, або $\Theta = \omega t$.

Таким чином одержано:

Закон зміни швидкості на перший період

$$v_1 = s'_1 = (\rho - R) \omega \sin \Theta. \quad (199a)$$

Закон зміни прискорення за перший період

$$w_1 = s''_1 = (\rho - R) \omega^2 \cos \Theta. \quad (199b)$$

Закон зміни швидкості за другий період

$$v_2 = s_2' = (R + h - r) \omega \sin(\varphi - \Theta). \quad (200a)$$

Закон зміни прискорення за другий період

$$\omega_2 = s_2'' = -(R + h - r) \omega^2 \cos(\varphi - \Theta). \quad (200b)$$

Кут Θ в цих формулах змінюється в тих же межах, що і у формулах (199) і (200).

2. Кулак тангенціального профіля рівномірно обертається із швидкістю n об/хв і діє на ролик веденої ланки.

Закон переміщення веденої ланки для першого періоду буде (рис. 260 а):

$$s_1 = AC - M_1C = \frac{R+r}{\cos \Theta} - (R+r),$$

або

$$s_1 = (R+r) \frac{1 - \cos \Theta}{\cos \Theta}, \quad (201)$$

де $\Theta = \frac{\pi n}{30} t$ і змінюється від 0 до α .

Кут α визначається рівнянням (рис. 262):

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{A_0 A_3}{A_0 C} = \frac{BE}{A_0 C} = \frac{(R-r_1) \operatorname{tg} \varphi}{R+r}. \quad (202)$$

Закон переміщення веденої ланки для другого періоду (рис. 261):

$$s_2 = AC - M_1C = (AF + FC) - M_1C = AB \cos \delta + BC \cos(\varphi - \Theta) - (R+r) = (r_1+r) \cos \delta + (R+h-r_1) \cos(\varphi - \Theta) - (R+r). \quad (203)$$

Але

$$\cos \delta = \sqrt{1 - \sin^2 \delta},$$

а $\sin \delta$ визначається з пропорції:

$$\frac{BC}{\sin \delta} = \frac{AB}{\sin(\varphi - \Theta)},$$

або

$$\frac{R+h-r_1}{\sin \delta} = \frac{r_1+r}{\sin(\varphi - \Theta)}.$$

Звідки:

$$\sin \delta = \frac{(R+h-r_1) \sin(\varphi - \Theta)}{r_1+r},$$

а

$$\cos \delta = \sqrt{1 - \frac{(R+h-r_1)^2 \sin^2(\varphi - \Theta)}{(r_1+r)^2}}.$$

Вставимо одержане значення в рівняння (203):

$$s_2 = (r_1 + r) \sqrt{1 - \frac{(R + h - r_1)^2 \sin^2(\varphi - \theta)}{(r_1 + r)^2}} + \\ + (R + h - r_1) \cos(\varphi - \theta) - (R + r).$$

Або остаточно:

$$s_2 = \sqrt{(r_1 + r)^2 - (R + h - r_1)^2 \sin^2(\varphi - \theta)} + \\ + (R + h - r_1) \cos(\varphi - \theta) - (R + r), \quad (204)$$

де R, r, r_1, h, φ — сталі величини, розміри яких задаються (R і r_1 визначається за вказівками попереднього параграфа), а θ змінюється від α до φ .

Першим і другим диференціюванням рівнянь (201) і (204) знайдемо закон зміни швидкостей і прискорень для першого і другого періодів.

При диференціюванні треба пам'ятати, що $\theta = \omega t = \frac{\pi n}{30} t$.

Легко помітити, що навіть у цьому спеціальному, простому випадковій подвійне диференціювання рівняння (204) зв'язане з складними викладками. Це зайвий раз підкреслює основну хибу аналітичного методу.

§ 68. Профілювання кулаків за заданим законом руху веденої ланки

В цьому параграфі покажемо, як розв'язується обернена задача (задача синтезу механізмів): побудувати профіль кулака за заданим законом руху веденої ланки.

Найпростішу задачу такого роду ми розглянули для ілюстрації визначення кулака (побудова серцеподібного кулака).

Для того щоб задача була визначена, треба насамперед задатися схемою кулачного механізму, бо один і той же закон руху веденої ланки можна здійснити кулаками різних профілів, залежно від схеми передачі руху: кулак діє на площину веденої ланки, кулак діє на ролик, вісь веденої ланки проходить через вісь кулака або вона зсунена і т. д.

Крім того, треба зазначити, що ведена ланка може рухатися за різними законами.

Наприклад, у механізмі (рис. 259) ведена ланка стоїть нерухомо в нижньому положенні, поки кулак повернеться на кут, рівний $\frac{4\pi}{3}$, потім підіймається за одним законом, поки кулак дотикається до ролика прямою частиною профіля; далі підіймається за другим законом до найвищого положення (ролик дотикається профіля в точці D) і зараз же, без верхнього вистоя (часто механізм з тангенціальним кулаком конструюється з верхнім вистоем) починає опускатися за тими ж законами лише в оберненому порядку.

Сукупність всіх законів, за якими рухається ведена ланка, будемо звати характером руху веденої ланки.

Значить, для визначеності задачі треба задати:

- схему механізму,
- характер руху веденої ланки.

Вважаємо, звичайно, що схема механізму обумовлює закон руху самого кулака (кулак або рівномірно обертається, або коливається, або рухається поступним рухом за певним законом).

Характер руху веденої ланки може бути заданий:

- кривою її переміщень $[s, t]$, або $[\varphi, t]$,
- кривою швидкостей $[v, t]$, або $[\omega, t]$,
- кривою прискорень $[w, t]$, або $[\varepsilon, t]$.

Вважатимемо, що нам дана крива переміщень веденої ланки. В протилежному випадку ми легко її знайдемо інтегруванням кривої швидкостей (або подвійним інтегруванням кривої прискорень) графічним способом, як це розібрано в розділі III, а хоч графо-аналітичним, який докладно розглядаємо нижче (див. приклади).

Припустимо, що передача руху від кулака до веденої ланки відбувається за схемою, зображеною на рисунку 265 а.

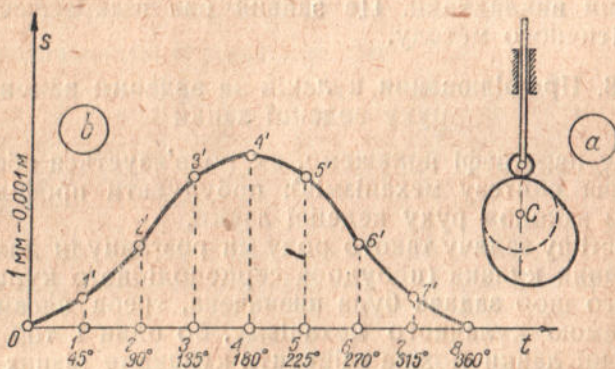


Рис. 265

Кулак обертається рівномірно з швидкістю n об/хв.

Характер руху веденої ланки протягом одного оберту кулака даний діаграмою $[s, t]$ (рис. 265 б).

На цій діаграмі переміщення відкладені в натуральну величину.

Відрізок $0-8$, який виражає час одного оберту кулака, поділений на вісім рівних частин. Таким чином, кожна частина виражатиме час повороту кулака на 45° , що теж зазначено на діаграмі.

Профіль кулака за цими даними будується просто (рис. 266).

З вибраного центра кулака — точки C — проводимо два кола радіусами R і $R+r$, де R — радіус тіла кулака вибираємо з конструктивних міркувань залежно від ходу веденої ланки (ордината $4-4'$); r — радіус ролика — вибираємо з конструктивних міркувань.

Ділимо ці кола променями $CI, CII, CIII \dots$ на вісім рівних частин.

Відмічаємо точки перетину променів з колом, проведеним радіусом $R+r$, через $a_1, a_2, a_3 \dots a_8$. На променях відкладаємо відрізки: $a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3 \dots a_7b_7$, відповідно рівні ординатам кривої $[s, t]$: $11', 22', 33' \dots 77'$.

Сполучивши точки $a_8, b_1, b_2 \dots b_7$ плавною кривою, одержимо еквідистантний профіль.

Обвідна дуг, проведених з точок на еквідистантному профілі радіусом ролика, буде дійсний профіль кулака.

Коли б передача руху відбувалася за схемою, зображеною на рисунку 267 а, а характер руху веденої ланки був даний діаграмою $[s, t]$ рисунку 267 б, яка показує, що ведена ланка рухається лише протягом часу, який відповідає поворотові кулака на 270° , а решту часу стоїть в нижньому положенні, то профіль кулака будувався б так (рис. 268).

З центра кулака C описуємо три кола радіусами: a (зсув осі веденої ланки), R і $R+r$.

До першого кола проводимо дотичну AB — напрям осі веденої ланки.

Точку перетину дотичної AB з третім колом позначаємо O .

Відкладаємо по дотичній відрізки $O1, O2, O3 \dots$, відповідно рівні ординатам $11', 22', 33' \dots$ кривої $[s, t]$.

Від радіуса CA , проти напрямку обертання кулака, відкладаємо кут 270° ,

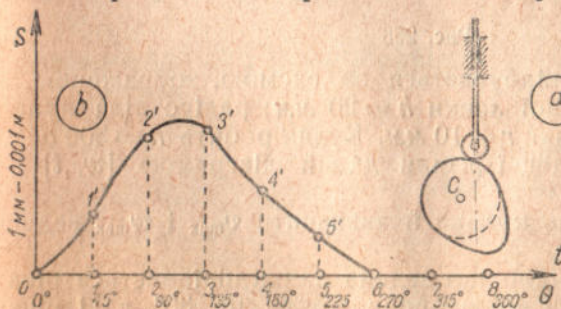


Рис. 267

тобто кут повороту кулака, що відповідає рухові веденої ланки.

Ділимо цей кут на шість рівних частин, за числом інтервалів кривої $[s, t]$.

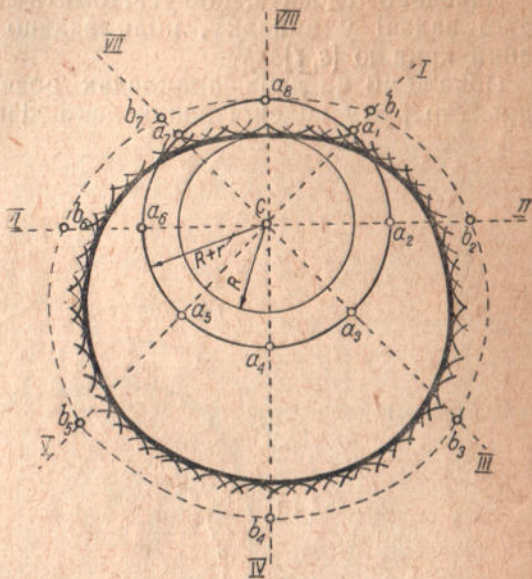


Рис. 268

Проводимо дотичні $I^{\circ}-I, 2^{\circ}-II, 3^{\circ}-III \dots$. З центра кулака C засікаємо ці дотичні відповідно радіусами: $C1, C2, C3, \dots$; точки перетину позначаємо через $a_1, a_2, a_3 \dots$.

Плавна крива $Oa_1a_2a_3a_4a_5a_6$ разом з частиною третього кола a_6O дасть еквідистантний профіль кулака.

Дійсний профіль знайдемо попереднім способом.

Наведеного досить, щоб усвідомити методи розв'язання поставленої задачі у випадку, коли задано характер руху веденої ланки кривою $[s, t]$.

Покажемо на двох прикладах розв'язання цієї задачі, коли характер руху веденої ланки дано діаграмою $[\omega, t]$.

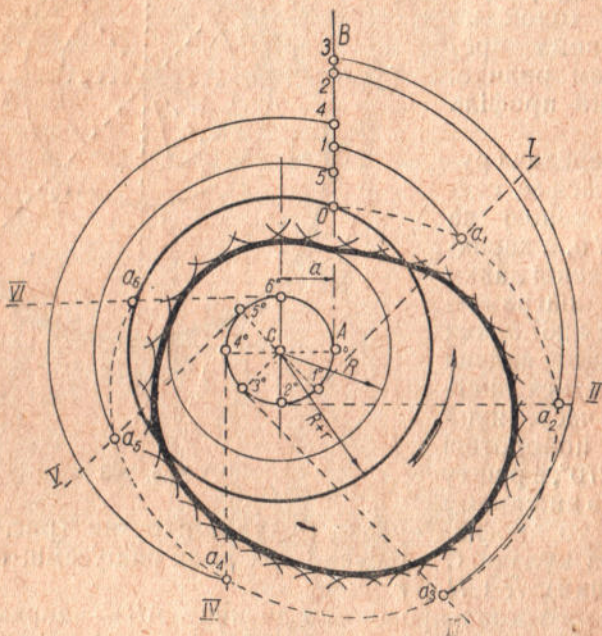


Рис. 268

1. Передача руху відбувається за схемою, зображеною на рисунку 270. Хід веденої ланки $h=20$ мм; радіус тіла кулака $R=40$ мм; радіус ролика $r=10$ мм. Кулак робить $n=300$ об/хв.

Характер руху веденої ланки даний діаграмою $[\omega, t]$ рисунку 269 а.

Побудувати профіль кулака й визначити v_{\max} і ω_{\max} веденої ланки.

З діаграми $[\omega, t]$ видно, що ведена ланка підіймається рівномірно-прискорено, поки кулак повернеться на 30° , далі рівномірно-сповільнено (прискорення напрямлене вниз) до повороту кулака на 90° . В цей момент площа додатної діаграми дорівнюватиме площі від'ємної. Значить, швидкість дорівнює нулеві — ланка зупинилася і почала далі рухатися рівномірно-прискорено

вниз. Після повороту кулака на 150° , вона рухається вниз рівномірно-сповільнено (прискорення напрямлене вгору).

При повороті кулака на 180° прискорення дорівнює нулеві, швидкість теж дорівнює нулеві, бо знову площа додатної діаграми дорівнює площі від'ємної. Значить, протягом другої половини оберту кулака ведена ланка не рухається.

Масштаб τ легко визначається.

Один оберт кулака відбувається за $\frac{60}{300} = \frac{1}{5}$ сек, а поворот

на 180° за $\frac{1}{5} : 2 = 0,1$ сек.

Цей час виражений відрізком $OM = 120$ мм.

Значить

$$\tau = 0,1 : 120 = \frac{1}{1200} \text{ сек/мм.}$$

Масштабом прискорень γ ми задатися не можемо, бо це дало б уже певні прискорення

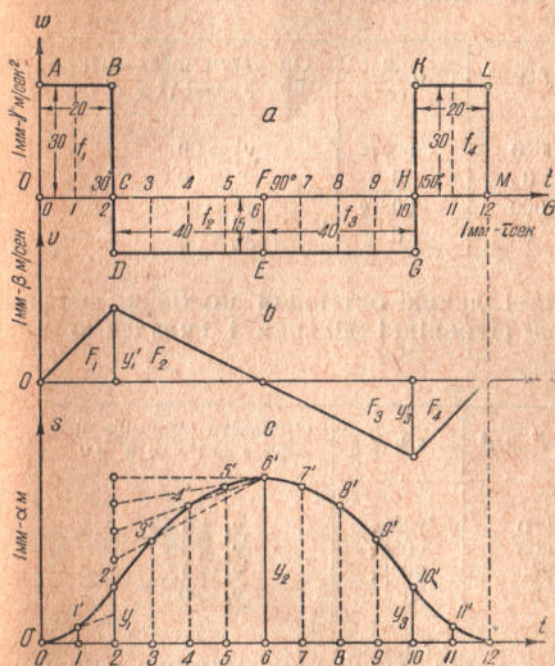


Рис. 269



Рис. 270

за перший (до 30°) і другий (від 30 до 90°) період руху вгору веденої ланки

$$\left(30\gamma \frac{M}{\text{сек}^2} \quad \text{і} \quad 15\gamma \frac{M}{\text{сек}^2} \right),$$

на підставі яких переміщення визначилося б формулою:

$$h = \frac{30\gamma t_1^2}{2} + \frac{15\gamma t_2^2}{2}, \quad (205)$$

(де t_1 і t_2 — час першого і другого періоду), що могло б суперечити заданій величині.

Звичайно за даними h і вирахованими t_1 і t_2 можна з рівняння (205) визначити масштаб γ , але ми далі покажемо, як знайти його простіше.

Інтегруванням кривої $[\omega, t]$ одержимо діаграму $[v, t]$.

Інтегрування проведемо графо-аналітичним методом.

Позначимо площу діаграми $OABC$, що відповідає першому періодові, через f_1 , площу $CDEF$ — через f_2 , площу $FEGH$ — через f_3 , площу $HKLM$ — через f_4 .

Очевидно, що $f_1 \alpha \tau$ — буде швидкість в кінці першого періоду, $[f_1 + f_2] \alpha \tau$ — швидкість в кінці другого періоду і т. д.

Коли відкласти одержані швидкості в певному масштабі на відповідних ординатах, то одержимо діаграму $[v, t]$ (рис. 269 б).

Для полегшення роботи складемо таблицку:

№№ п. ч.	f мм ²	$\sum f$ мм ²	v $\frac{м}{сек}$	Ординати швидкості при $\beta = 30$ $\gamma\tau$ в мм
1	600	600	600 $\gamma\tau$	$y'_1 = 20$
2	-600	0	0	$y'_2 = 0$
3	-600	-600	-600 $\gamma\tau$	$y'_3 = -20$
4	600	0	0	$y'_4 = 0$

Побудовану на підставі даних останньої колонки діаграму $[v, t]$ розбиваємо теж на відповідні ділянки і складаємо нову таблицку:

№№ п. ч.	F мм ²	$\sum F$ мм ²	s в м	Ординати переміщень при $\alpha = 15$ $\beta\tau$ в мм
1	200	200	200 $\beta\tau$	$y_1 = 13,3$
2	400	600	600 $\beta\tau$	$y_2 = 40$
3	-400	200	200 $\beta\tau$	$y_3 = 13,3$
4	-200	0	0	$y_4 = 0$

Ординати, подані в останній колонці, виражатимуть у певному масштабі переміщення, що відповідають кінцеві першого періоду, другого періоду і т. д.

Протягом кожного періоду крива переміщень змінюватиметься за законом квадратної параболи, бо швидкість змінюється за законом прямої.

Тому, відклавши ординати $y_1 = 22'$, $y_2 = 66'$, $y_3 = 1010'$ між точками 0 і 2, 2 і 6, 6 і 10, 10 і 12, будуємо квадратні параболи відомим способом (рис. 269 с).

Найбільша ордината побудованої кривої є $y_2 = 40$ мм, а задане переміщення $h = 20$ мм.

Значить, масштаб переміщення: $\alpha = 0,0005$ (1 мм рисунку — 0,5 мм, або 0,0005 м натурі).

Тепер легко знайти масштаби β і γ :

$$\alpha = 15\beta\tau \text{ (див. другу таблицку), або } 0,0005 = 15\beta \cdot \frac{1}{1200}.$$

Звідки

$$\beta = \frac{0,0005 \cdot 1200}{15} = 0,04 \frac{\text{м}}{\text{сек} \cdot \text{мм}}$$

Далі: $\beta = 30\gamma$ (див. першу табличку), або $0,04 = 30 \cdot \gamma \cdot \frac{1}{1200}$.

Звідки

$$\gamma = \frac{0,04 \cdot 1200}{30} = 1,6 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2 \cdot \text{мм}}$$

Максимальна швидкість:

$$v_{\text{max}} = 20 \cdot 0,04 = 0,8 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$$

Максимальне прискорення:

$$w_{\text{max}} = 30 \cdot 1,6 = 48 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}$$

За рівнянням (205) ми, звичайно, одержали б таке ж значення для γ .

Дійсно:

$$t_1 = \frac{1}{5} \text{ сек} : 12 = \frac{1}{60} \text{ сек};$$

$$t_2 = \frac{1}{5} : 6 = \frac{1}{30} \text{ сек};$$

$$h = 0,02 \text{ м.}$$

Підставивши ці значення в рівняння (205), одержимо:

$$0,02 = \frac{30\gamma \left(\frac{1}{60}\right)^2}{2} + \frac{15\gamma \left(\frac{1}{30}\right)^2}{2} = \frac{\gamma}{240} + \frac{\gamma}{120} = \frac{\gamma}{80}$$

Звідки

$$\gamma = 0,02 \cdot 80 = 1,6 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2 \cdot \text{мм}}$$

На рисунку 271 побудовано профіль кулака в натуральну величину за одержаною діаграмою $[s, t]$, для чого на променях $CI, CII, CIII \dots$ відкладалися відрізки $I'I', 2'2', 3'3' \dots$ вдвоє менші, ніж відповідні ординати кривої $[s, t]$.

Сама побудова зрозуміла, бо нічим не відрізняється від докладно поясненої на рисунку 266.

Кулак цей зветься кулаком сталого прискорення, або кулаком Морена.

2. В розподільних механізмах теплових машин під час нижнього вистою веденої ланки ролик не повинен дотикатися до тіла кулака; між роликом і тілом кулака має бути щілина (за-

зор) — $\epsilon = 0,3 \div 0,5$ мм, щоб забезпечити щільне закривання клапана при здовженні стрижня від нагрівання під час роботи (рис. 272а). На рисунку 272 б дійсний профіль кулака замінено еквідистантним, ведена ланка закінчується вістря, що відповідає осі ролика.

Вістря починає дотикатися профіля кулака лише в точці *b*, з цього моменту і починається рух веденої ланки.

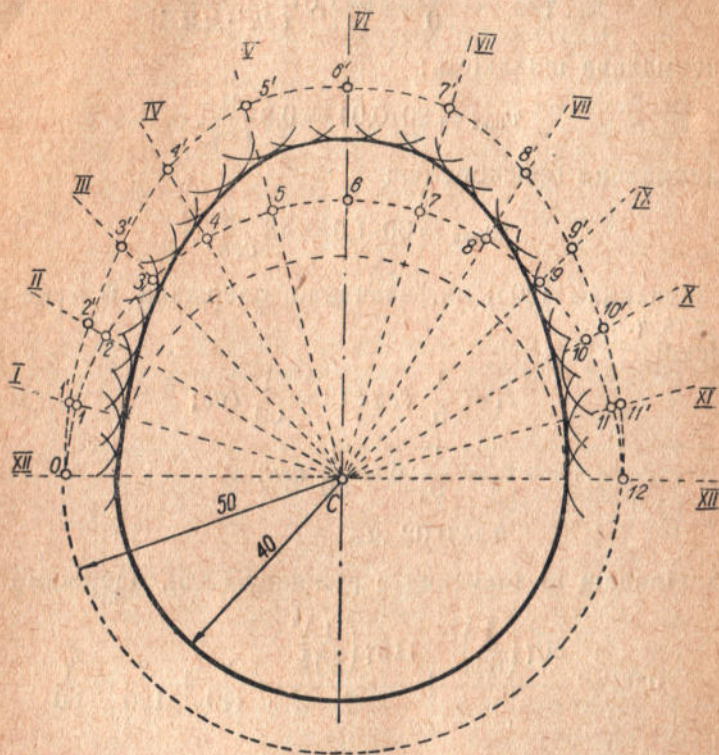


Рис. 271

Частина профіля кулака *ab*, так би мовити, — неробоча, тому її можна побудувати довільно; але при здовженні стрижня *AB* зазор зменшиться, і вістря почне дотикатися до профіля десь у проміжній точці між точками *a* і *b*.

Тому треба, щоб і на цій ділянці закон руху веденої ланки був такий, як і за точкою *b*, тоді для простоти міркування краще вважати, що ведена ланка (товкач *AB*) завжди дотикається своїм вістря до кулака, а між товкачем і клапанним стрижнем є щільна ϵ .

Схема такого механізму показана на рисунку 273. Закони руху товкача *AB* і клапана *D* будуть одні й ті ж, з тією тільки різницею, що товкач почне підійматися, коли вістря попаде на

точку a , тобто, коли радіус кулака Ca займе вертикальне положення; клапан же почне підійматися лише після додаткового повороту кулака на кут $\alpha_0 = \angle aCb$.

Кут α будемо звати *кутом повороту кулака для заповнення щілини*.

Після цих зауважень розглянемо ще один приклад побудови профіля кулака.

Дано:

- схема механізму на рисунку 273;
- хід клапана — $h = 11,5$ мм;
- радіус тіла кулака $R = 30$ мм;
- радіус ролика $r = 10$ мм;
- щілина $\varepsilon = 0,5$ мм;
- кут, на який кулак повертається за час підймання і опускання клапана $2\varphi = 120^\circ$ (цей кут диктується режимом машини, тобто зале-

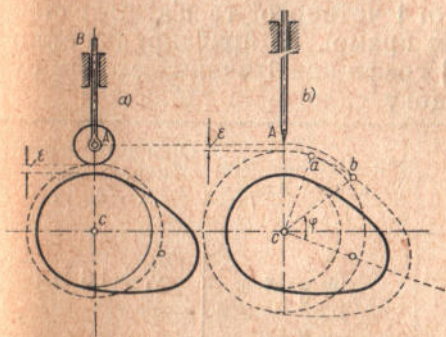


Рис. 272

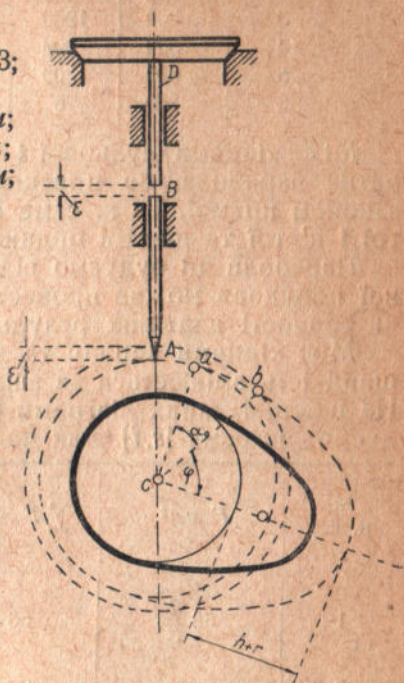


Рис. 273

жить від потрібного часу, протягом якого клапан повинен бути відкритий):

- кулак робить $n = 600$ об/хв;
- характер руху веденої ланки (товкача клапана) даний діаграмою $[w, t]$ (рис. 274 а).

На цій діаграмі показано, як змінюються прискорення залежно від часу протягом підймання товкача AB .

Опускання його здійснюється за тими ж законами.

Відрізок OM виражає час, протягом якого повертається кулак на кут $\varphi + \alpha_0$, бо в цей час відбувається підймання товкача AB .

Тому що α_0 залежить від профіля кулака, ми його зараз визначити не можемо. Звідси випливає, що ми не можемо знайти зараз і масштабу τ .

На підставі даних діаграми $[w, t]$ будемо діаграму $[v, t]$, для чого складаємо таку таблицю:

№ п. ч.	$f \text{ мм}^2$	$\sum f \text{ мм}^2$	Швидкість товкача v в $\frac{\text{м}}{\text{сек}}$	Ординати швид- кості при $\beta = 30 \text{ } \gamma\tau$
1	300	300	300 $\gamma\tau$	$y_1' = 10 \text{ мм}$
2	600	900	900 $\gamma\tau$	$y_2' = 30 \text{ мм}$
3	300	1200	1200 $\gamma\tau$	$y_3' = 40 \text{ мм}$
4	-300	900	900 $\gamma\tau$	$y_4' = 30 \text{ мм}$
5	-600	300	300 $\gamma\tau$	$y_5' = 10 \text{ мм}$
6	-300	0	0	$y_6' = 0$

Між кінцями нульової і першої ординат крива $[v, t]$ є квадратна парабола, бо прискорення змінюється на цій ділянці за законом прямої. Те ж саме буде між кінцями другої та четвертої і п'ятої та шостої ординат (рис. 274 б).

Параболи ці будуюмо відомими нам способами (замість точної побудови можна провести довільні криві; це не позначається на точності дальших результатів).

Між кінцями першої та другої і четвертої та п'ятої ординат швидкість змінюється за законом прямої, бо прискорення стало. На підставі даних діаграми $[v, t]$ графо-аналітичним методом будуюмо діаграму $[s, t]$, для чого знову складаємо таблицю:

№ п. ч.	$F \text{ мм}^2$	$\sum F \text{ мм}^2$	Переміщення тов- кача s в м	Ординати перемі- щень при $\alpha = 40 \text{ } \beta\tau$
1	$66 \frac{2}{3}$	$66 \frac{2}{3}$	$66 \frac{2}{3} \beta\tau$	$y_1 = 1,6 \text{ мм}$
2	400	$466 \frac{2}{3}$	$466 \frac{2}{3} \beta\tau$	$y_2 = 11,6 \text{ мм}$
3	$733 \frac{1}{3}$	1200	$1200 \beta\tau$	$y_3 = 30 \text{ мм}$
4	$733 \frac{1}{3}$	$1933 \frac{1}{3}$	$1933 \frac{1}{3} \beta\tau$	$y_4 = 48,4 \text{ мм}$
5	400	$2333 \frac{1}{3}$	$2333 \frac{1}{3} \beta\tau$	$y_5 = 58,4 \text{ мм}$
6	$66 \frac{2}{3}$	2400	$2400 \beta\tau$	$y_6 = 60 \text{ мм}$

Ординати, позначені в останній колонці цієї таблиці, вираховані діленням значення переміщення s товкача (див. у передостанній колонці) на масштаб α .

Масштаб α ми прийняли рівним $40 \beta\tau$ для того, щоб максимальна ордината y_6 в стандартному масштабі виражала переміщення товкача, яке дорівнює $h + \varepsilon = 12 \text{ мм}$.

Тому що $y_6 = 60$ мм, масштаб переміщень $\alpha = 0,0002 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$ (1 мм рисунку відповідає 0,2 мм, або 0,0002 м натурі).

Відклавши одержані ординати в координатних осях $[s, t]$ (рис. 274 с), побудуємо між кінцями нульової і першої, другої і четвертої, п'ятої і шостої ординат кубічні параболи, а між кінцями першої і другої, четвертої і п'ятої — квадратні параболи.

Одержана крива і буде шукана діаграма $[s, t]$.

Відкладемо на останній ординаті відрізок МК, що в одержаному масштабі виражатиме щілину ε (у нас МК — 2,5 мм), і проведемо лінію, паралельну осі t до перетину її з кривою $[s, t]$ в точці L .

Очевидно OL буде крива підймання товчача до заповнення щілини.

Після точки L товчач підійматиметься разом з клапаном за законом кривої LP . Таким чином, точка L відповідає початковій руху клапана, а відрізок LK виражатиме час повороту кулака на кут φ .

Відрізок же ON , зрозуміло, виражатиме час повороту кулака на кут α_0 — кут повороту кулака для заповнення щілини. Кулак обертається рівномірно, значить:

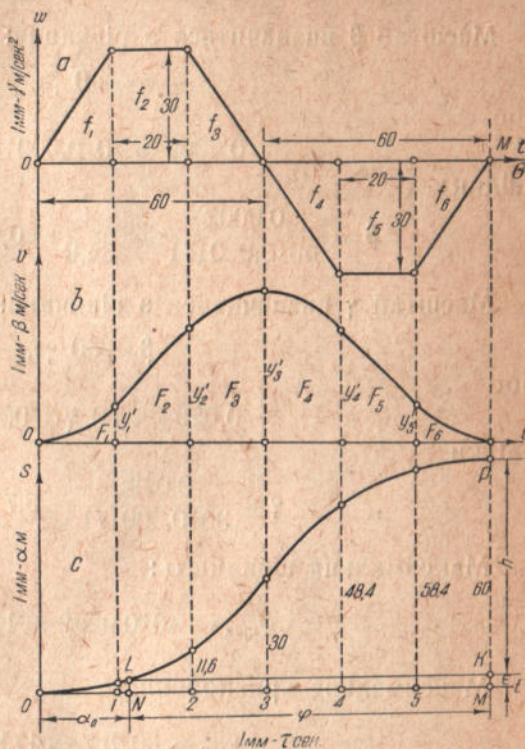


Рис. 274

$$\frac{\alpha_0}{\varphi} = \frac{ON}{NM};$$

звідки

$$\alpha_0 = \frac{ON}{NM} \varphi. \quad (206)$$

Підставивши $ON = 23$ мм і $NM = 97$ мм (розміри взяті з рисунку), одержимо:

$$\alpha_0 = \frac{23}{97} \cdot 60^\circ = 13,8^\circ.$$

Так само можна визначити всі масштаби, максимальну швидкість, максимальне прискорення і побудувати профіль кулака.

Масштаб ε визначиться з рівняння

$$\tau = \frac{60(\varphi + \alpha_0)}{n \cdot 360^\circ \text{ ОМ}},$$

або

$$\tau = \frac{60 \cdot 73,8^\circ}{600 \cdot 360^\circ \cdot 120} = 0,000171 \text{ сек/мм.}$$

Масштаб β визначиться з рівняння:

$$\alpha = 40 \beta \tau,$$

або

$$0,0002 = 40 \cdot 0,000171 \cdot \beta,$$

звідки

$$\beta = \frac{0,0002}{40 \cdot 0,000171} = \frac{1}{34,2} = 0,0292 \frac{\text{м}}{\text{сек. мм}}.$$

Масштаб γ визначиться з рівняння:

$$\beta = 30 \gamma \tau,$$

або

$$0,0292 = 30 \gamma \cdot 0,000171;$$

звідки

$$\gamma = \frac{0,0292}{30 \cdot 0,000171} = 5,7 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2 \text{ мм}}.$$

Максимальна швидкість:

$$v_{\max} = 40 \cdot 0,0292 = 1,17 \frac{\text{м}}{\text{сек}}.$$

Максимальне прискорення:

$$w_{\max} = 30 \cdot 5,7 = 171 \frac{\text{м}}{\text{сек}^2}.$$

Профіль кулака будуємо так (рис. 275). З центра C кулака проводимо два кола радіусами R і $R+r$.

Через точку C проводимо вертикальну лінію CA — вісь симетрії кулака.

Відкладаємо по обидві сторони від CA кути $\alpha_0 + \varphi = 73,8^\circ$.

Точки перетину сторін цих кутів (промені CO і $CXII$) з другим колом позначаємо точками a_0 і a_{12} .

Ділимо кожен з цих кутів на шість рівних частин (за числом інтервалів на кривій переміщень).

Проводимо промені CI , CII , $CIII \dots CX$, CXI .

Відмічаємо точки перетину цих променів з другим колом a_1 , a_2 , $a_3, \dots, a_{10}, a_{11}$.

Відкладаємо від одержаних точок на променях відрізки, рівні відповідним переміщенням вістря в даний момент, тобто орди-

нати кривої $[s, t]$, помножені на масштаб (у нас: $a_1 b_1 = \frac{y_1}{5}$; $a_2 b_2 = \frac{y_2}{5}$ і т. д.).

Одержані точки: $a_0, b_1, b_2, \dots, b_{10}, b_{11}$.

Сполучивши точки $a_0, b_1, b_2, \dots, b_{10}, b_{11}, b_{12}$, одержимо еквідистантний профіль.

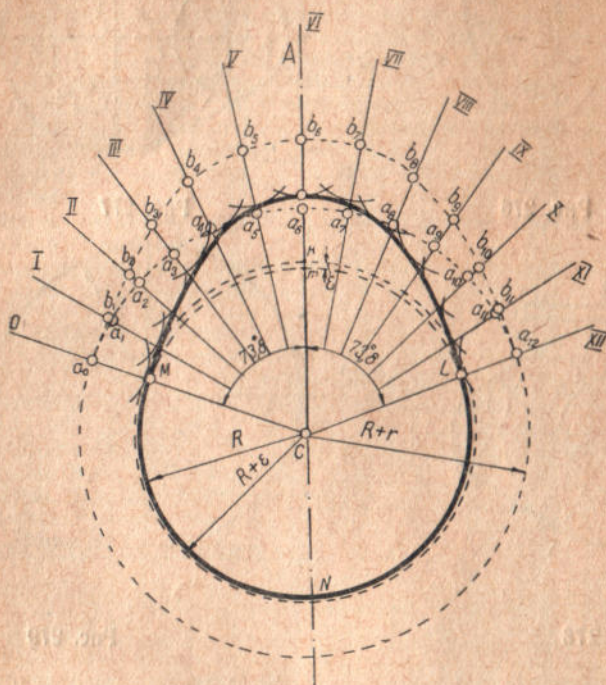


Рис. 275

Обвідна дуг, проведених з точок, які лежать на цьому профілі, радіусом ролика, разом з частиною першого кола MNL і дасть нам певний обрис профіля кулака.

§ 69. Контрольні запитання і задачі

1. Що зветься кулаком?
2. За якою кривою обрисовується серцеподібний кулак і якого руху надає він веденій ланці.
3. Які хиби серцеподібного кулака і коли він застосовується?
4. Які основні задачі розв'язують при вивченні кулачних механізмів?
5. В якому випадку при дослідженні кулачних механізмів застосовується метод кінематичних діаграм?
6. Що таке еквідистантний (теоретичний, ідеальний) профіль кулака і як його побудувати?
7. Чим відрізняються аналізи кулачного механізму з зсуненою віссю веденої ланки і механізму, в якому вісь веденої ланки проходить через вісь кулака?

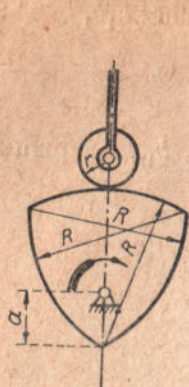


Рис. 276

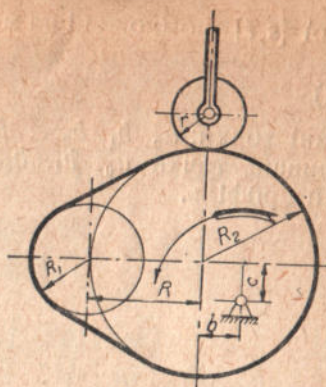


Рис. 277

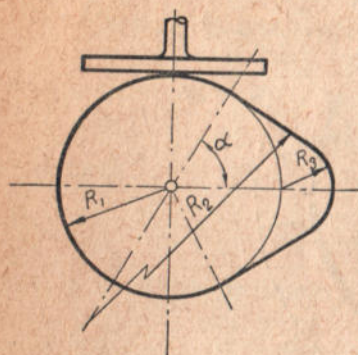


Рис. 278

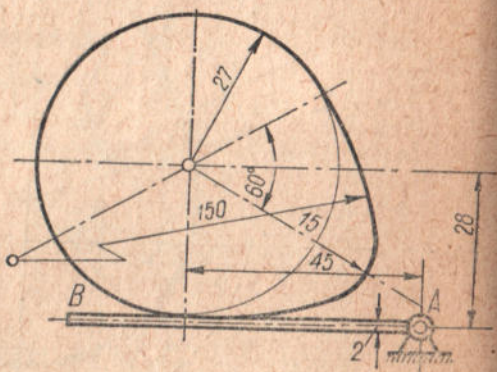


Рис. 279

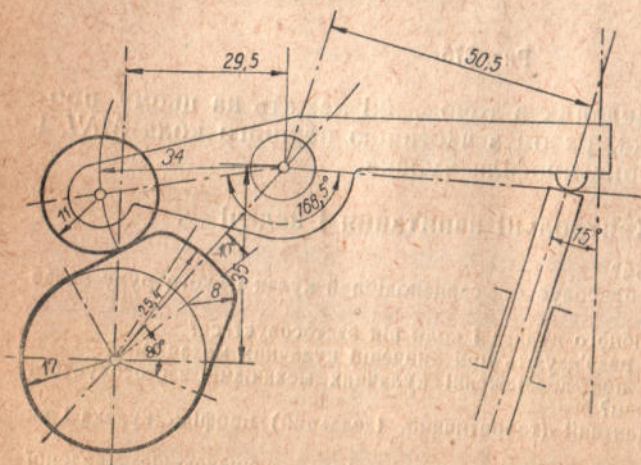


Рис. 280

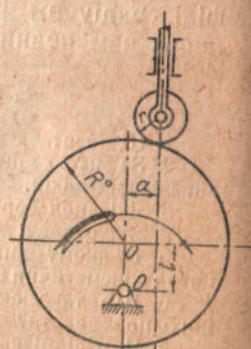


Рис. 281

8. Який особливий спосіб ми застосували при дослідженні механізмів типу III, IV, VI?

9. В чому полягає дослідження кулачних механізмів методом зведення їх до механізмів з нижчими парами?

10. Чи можна застосувати цей метод при дослідженні механізму з будь-яким профілем кулака?

11. Як знайти масштаб часу τ , коли робочий кут кулака (кут повороту кулака, за який ведена ланка закінчує свій період руху) дорівнює α , відрізок, відкладений по осі абсцис, дорівнює m , а кулак рівномірно обертається з швидкістю n об/хв?

12. Чому дорівнює масштаб переміщень діаграми $[s, t]$, коли схема механізму вирисована в масштабі 2:1, а при відкладанні ординат відповідні переміщення веденої ланки, взяті з схеми, збільшувалися в п'ять раз?

13. Чому дорівнюють масштаби швидкостей і прискорень діаграм $[v, t]$ і $[w, t]$, побудованих на підставі результатів повернених планів швидкостей і прискорень, коли механізм вирисовано в $1/5$ натуральної величини, а вектори з планів перенесли на діаграми зменшені вдвоє?

14. Як зміняться формули (199) і (200), коли верхнє положення веденої ланки взяти за початкове?

15. Чи впливає величина ρ (§ 67, п. 1) на величини швидкостей і прискорень веденої ланки? Дослідити.

16. В одному кулачному механізмі—кулак Морена, а в другому—кулак, що надає веденій ланці руху характеру, зображеного на рисунку 274. Всі інші дані однакові.

В якому механізмі ведена ланка має більше максимальне прискорення?

17. Які переваги має кулак з трапецієдальною діаграмою прискорень над кулаком Морена?

18. Синусоїдальний кулак має криву $[s, t]$ синусоїду. За яким законом змінюється прискорення веденої ланки в механізмі з таким кулаком?

Задачі

1. Побудувати криву переміщень веденої ланки для механізму, зображеного на рисунку 276.

Дано: $n=800$ об/хв; $r=30$ мм; $R=150$ мм; $a=50$ мм.

2. Профіль кулака являє собою два кола, сполучені дотичними. Відстань між центрами $a=60$ мм (рис. 277). Побудувати криву переміщень веденої ланки. Дано: $R_1=30$ мм; $R_2=60$ мм; $r=20$ мм; $b=20$ мм; $c=20$ мм; $n=200$ об/х.

3. Побудувати криву переміщень для плоского товчача. Кулак вирисовано трьома дугами (рис. 278).

Дано: $R_1=30$ мм; $R_2=200$ мм; $R_3=13$ мм; $\alpha=60^\circ$. Число обертів кулака $n=1000$ об/х.

4. Побудувати криву кутових переміщень для веденої ланки AB (рис. 279). Число обертів кулака $n=1000$ об/х.

5. Побудувати криву переміщень для клапана авіадвигуна BMW-VI (рис. 280). Розміри дані на рисунку; $n=720$ об/х.

6. Кулак має профіль круглого диска (рис. 281), в якому $R_0=100$ мм; $l=50$ мм; $a=30$ мм; $r=20$ мм; $n=240$ об/х.

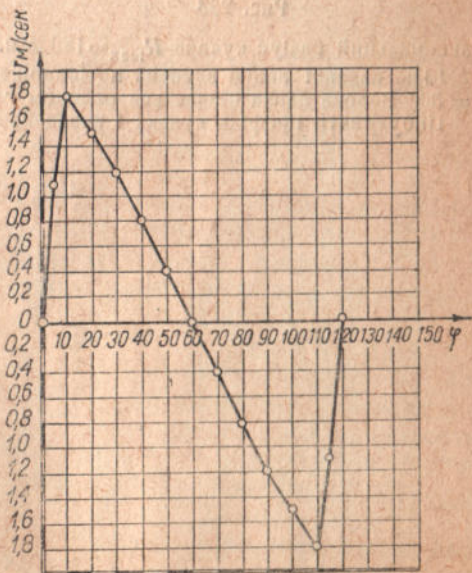


Рис. 282

Дослідити кінематику веденої ланки методом планів швидкостей і прискорень (побудувати плани швидкостей і прискорень для 8 — 12 положень і на підставі одержаних результатів—діаграми).

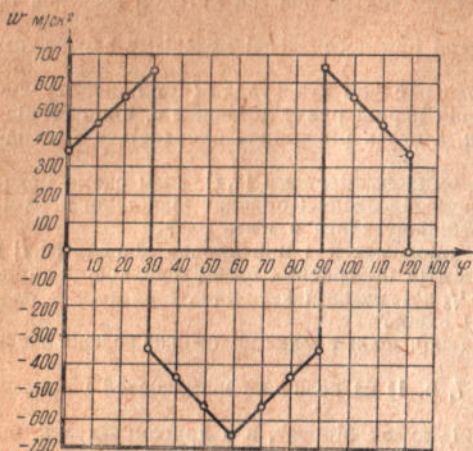


Рис. 283

Максимальний радіус кулака $R_{\max}=180$ мм. Мінімальний радіус— $R_{\min}=60$ мм.

Вісь веденої ланки зсунена по відношенню до центра обертання кулака на $a=30$. Ведена ланка кінчається роликком $r=20$ мм.

Побудувати профіль кулака і визначити число його обертів за хвилину.

7. Дано закон зміни швидкостей (рис. 282) клапана з плоским товкачем; $n=900$ об/хв; мінімальний радіус-вектор кулака $R_{\min}=20$ мм.

Побудувати профіль кулака і визначити висоту підймання товкача і найбільше від'ємне прискорення.

8. Дано закон зміни прискорень клапана (рис. 283). Вісь клапана проходить через центр обертання кулака. Клапан на кінці має ролик $r=10$ мм. Число обертів кулака $n=900$ об/хв, мінімальний радіус $R_{\min}=20$ мм.

Побудувати профіль кулака і визначити максимальну швидкість і переміщення клапана.

9. Дано рівняння прискорення веденої ланки $w=500 \cos \alpha$ м/сек².

§ 70. Пасова передача

Передачі гнучким зв'язком застосовуються при значній віддалі між осями і поділяються, залежно від органа, що передає рух, на пасову, ланцюгову і канатну.

Перші дві передачі в сучасному машинобудуванні застосовуються дуже широко, канатну ж передачу останнім часом застосовують дедалі менше.

Пасова передача здійснюється з допомогою двох шківів (рис. 284 і 285), які охоплюються нескінченною стрічкою (пасом). Коли пас не перехрещений (рис. 284), то обертальний рух обох шківів буде одного напрямку. Коли — перехрещений (рис. 285), то шківів рухатимуться в протилежні сторони.

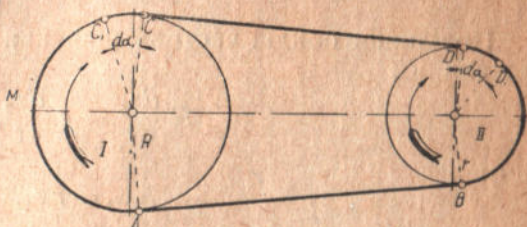


Рис. 284

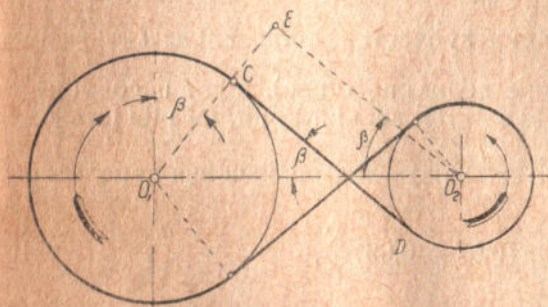


Рис. 285

Для можливості передачі руху пас має бути туго натягнений. Натяг цей здійснюється різними способами, які вивчаються в курсі „Деталі машин“.

Ми в дальшому вважатимемо, що між пасом і ободом шківів немає ковзання. В дійсності, звичайно, цього не буде, бо коли на-

віть пас натягнений в достатній мірі, буде, так зване, пружне ковзання, яке виникає від неоднакового натягу ведучого і веденого кінця паса (на рис. 284, коли вважати шків I за ведучий, а II — за ведений, то AB буде ведучий кінець паса, а CD — ведений). Пас на шків I (рис. 284) набігає в точці A і збігає з нього в точці C. Центральний кут, що відповідає дузі AMC, зветься

кутом обхвату. (Точки A, B, C і D одержуються як точки дотику прямих AB і CD до кіл, проведених радіусами шківів. В дійсності, звичайно, це не є точки збігання і набігання — через провисання паса).

У відкритій передачі (рис. 284) кут обхвату на малому шківі завжди менший за 180° , а на великому — більший за 180° . Кут обхвату має велике значення в пасовій передачі; це з'ясовується в „Статиці машин“.

Коли ковзання немає, то частини паса $CC_1 = ds_1$ і $DD_1 = ds_2$, які збігають за нескінченно малий проміжок часу з ведучого шківа I і набігають на ведений шків II , будуть рівні.

Тобто:

$$ds_1 = ds_2,$$

або

$$R d\alpha_1 = r d\alpha_2. \quad (207)$$

Поділивши обидві частини рівняння (207) на елемент часу (dt), одержимо:

$$R \frac{d\alpha_1}{dt} = r \frac{d\alpha_2}{dt},$$

або

$$R \omega_1 = r \omega_2, \quad (208)$$

де ω_1 — кутова швидкість першого шківа, а ω_2 — кутова швидкість другого шківа.

З рівняння (208) одержуємо, як і для циліндричних зубчастих коліс з прямими зубцями:

$$\frac{R}{r} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = i. \quad (209)$$

Тільки для циліндричних зубчастих коліс вираз $i = \frac{R}{r}$ буде точний (передатне число є величина стала), а для пасової передачі через пружне ковзання — так званий крип, ця рівність буде наближена.

Звичайно на практиці вживають для визначення передатного числа вираз:

$$i = (0,97 \div 0,99) \frac{R}{r}, \quad (210)$$

тобто на просковзування паса покладають $1 \div 3\%$.

За дослідями Джоунза

$$i = \frac{R + 0,7 \cdot S}{r + 0,7 \cdot S}. \quad (211)$$

У формулах (209), (210) і (211) R — радіус ведучого шківа, r — радіус веденого шківа і S — товщина паса.

Довжина паса для відкритої передачі визначиться, коли для

радіусів лишити ті ж позначення, а віддаль між центрами шківів позначити через l , так (рис. 286):

$$L = \overline{CD} + \overline{AB} + (\pi + 2\alpha)R + (\pi - 2\alpha)r. \quad (212)$$

Але

$$CD = AB = O_2E = \sqrt{O_1O_2^2 - O_1E^2} = \sqrt{l^2 - (R-r)^2}.$$

Підставивши це значіння в рівняння (212), одержимо такий вираз для визначення довжини паса:

$$\left. \begin{aligned} \text{або} \quad L &= 2\sqrt{l^2 - (R-r)^2} + (\pi + 2\alpha)R + (\pi - 2\alpha)r, \\ L &= 2\sqrt{l^2 - (R-r)^2} + \pi(R+r) + 2\alpha(R-r), \end{aligned} \right\} \quad (213)$$

де α визначається з рівняння

$$\sin \alpha = \frac{R-r}{l},$$

або

$$\alpha = \arcsin \frac{R-r}{l}.$$

Аналогічно одержуємо довжину паса для перехресної передачі (рис. 285):

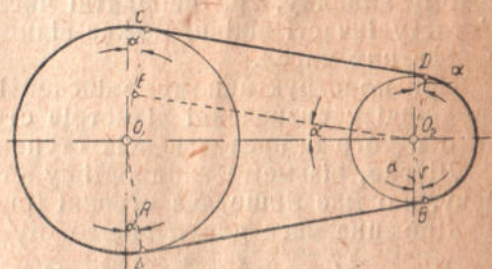


Рис. 286

$$\left. \begin{aligned} \text{або} \quad L &= 2\sqrt{l^2 - (R+r)^2} + (\pi + 2\beta)R + (\pi + 2\beta)r, \\ L &= 2\sqrt{l^2 - (R+r)^2} + (\pi + 2\beta)(R+r), \end{aligned} \right\} \quad (214)$$

бо кути обхвату на малому і на великому шківів при перехресній передачі однакові.

Тут β визначається з рівняння:

$$\sin \beta = \frac{R+r}{l},$$

або

$$\beta = \arcsin \frac{R+r}{l}.$$

Зауважимо, що у виразах (213) і (214) при обчисленні довжини частин паса, що охоплюють ободи шківів, не враховано товщини паса.

На виробництві часто буває потрібно надавати веденому шківові змінне число обертів при сталому числі обертів ведучого шківів.

Для цього застосовують ступінчасті шківів, схема яких показана на рисунку 287.

Коли пас надтий на першому ступені, то передатне число на підставі рівняння (209), буде:

$$i_1 = \frac{R_1}{r_1};$$

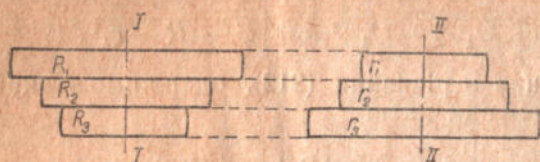


Рис. 287

на другому ступені

$$i_2 = \frac{R_2}{r_2};$$

на третьому ступені

$$i_3 = \frac{R_3}{r_3}.$$

Таким чином, з допомогою одного паса можна здійснити, в даному випадку, три передатні числа. Коли взяти чотири- або п'ятиступінчасті шківви, можна відповідно мати чотири або п'ять передатних чисел.

При конструктивному здійсненні таких передач виникають труднощі у визначенні діаметрів ступенів шківви при умові одного й того ж паса для всіх ступенів.

Дійсно, візьмемо найпростішу ступінчасту перехресну передачу, що має лише два ступені (рис. 288).

Довжина паса для першого ступеня за формулою (214):

$$L_1 = 2\sqrt{l^2 - (R_1 + r_1)^2} + (\pi + 2\beta_1)(R_1 + r_1),$$

де

$$\sin \beta_1 = \frac{R_1 + r_1}{l}.$$

Довжина паса для другого ступеня:

$$L_2 = 2\sqrt{l^2 - (R_2 + r_2)^2} + (\pi + 2\beta_2)(R_2 + r_2),$$

де

$$\sin \beta_2 = \frac{R_2 + r_2}{l}.$$

Цілком зрозуміло, що в даному випадку, умова $L_1 = L_2$ здійснюється при

$$R_1 + r_1 = R_2 + r_2. \quad (215)$$

Таким чином, для перехресної передачі для всіх ступенів тим самим пасом при однаковому натягові треба лише здійснити умову, щоб сума радіусів шківви була величина стала.

Це конструктивно здійснити дуже легко.

Але перехресна передача для ступінчастих шківви застосовується дуже рідко, через трудність переведення паса. У відкритій же передачі питання це набагато складніше.

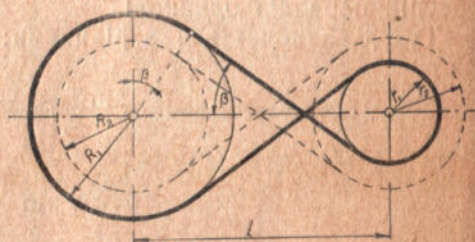


Рис. 288

Для відкритої ступінчастої передачі (рис. 289) маємо:
Довжини паса для першого ступеня за формулою (213)

$$L_1 = 2\sqrt{l^2 - (R_1 - r_1)^2} + \pi(R_1 + r_1) + 2\alpha_1(R_1 - r_1), \quad (213a)$$

де

$$\sin \alpha_1 = \frac{R_1 - r_1}{l}.$$

Довжина паса для другого ступеня:

$$L_2 = 2\sqrt{l^2 - (R_2 - r_2)^2} + \pi(R_2 + r_2) + 2\alpha_2(R_2 - r_2), \quad (213b)$$

де

$$\sin \alpha_2 = \frac{R_2 - r_2}{l}.$$

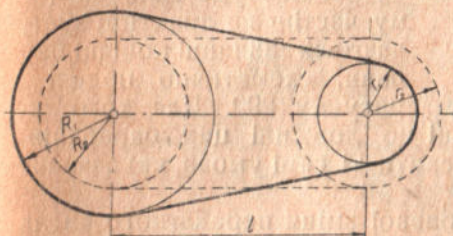


Рис. 289

Тут умова $L_1 = L_2$ здійснюється лише при

$$R_1 + r_1 = R_2 + r_2$$

і

$$R_1 - r_1 = R_2 - r_2. \quad (216)$$

Зрозуміло, що одночасно задовольнити рівняння (216) неможливо, тому відкрита передача тим же самим

пасом при однаковому натягові на ступінчастих шківів неможлива.

Все ж таки практично її досить часто застосовують, при чому при виборі діаметрів ступенів шківів задовольняють лише першу з умов (216), тобто ту саму, що й для перехресних передач:

$$R_1 + r_1 = R_2 + r_2.$$

Щоб невиконання другої умови $R_1 - r_1 = R_2 - r_2$ не дуже впливало на сталий натяг паса при роботі його на тому чи іншому ступені, беруть:

$$\frac{R_{\max} - r_{\min}}{l} \leq 0,05.$$

Тоді останні члени у формулах (213a) і (213b) будуть дуже малі, а $(R_1 - r_1)^2$ і $(R_2 - r_2)^2$ дуже малі, порівняно з l^2 . Нехтуючи ними, одержимо:

а

$$\left. \begin{aligned} L_1 &\cong 2l + \pi(R_1 + r_1), \\ L_2 &\cong 2l + \pi(R_2 + r_2). \end{aligned} \right\} \quad (217)$$

Рівняння (217) і дають при $R_1 + r_1 = R_2 + r_2$;

$$L_1 = L_2.$$

З допомогою ступінчастих шківів одержують обмежену кількість передатних чисел.

Коли через вимоги виробництва передатне число треба раз-у-раз змінювати в певних межах, то замість ступінчастих шківів беруть конічні барабани (рис. 290).

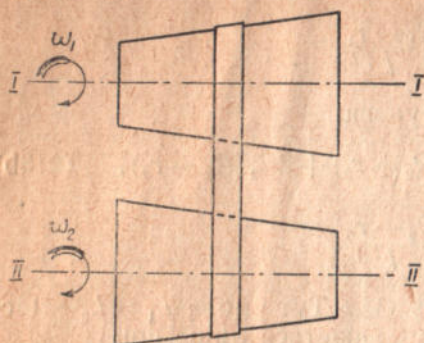


Рис. 290

Поверхні цих барабанів можна також добрати так, що за сталою кутовою швидкістю ведучого вала ω_1 кутова швидкість веденого вала ω_2 змінюватиметься за будь-яким законом.

Але виготовлення таких барабанів буде складним, тому частіш на практиці зустрічаються звичайні конічні барабани, схематично подані на рисунку 290. Для того щоб пас працював при переміщенні по довжині цих барабанів з однаковим натягом, треба здійснити ті самі умови, які зазначені вище для ступінчастих шківів.

За останні часи для неперервної зміни передатного числа в певних межах стали широко застосовувати, так звані *варіатори*.

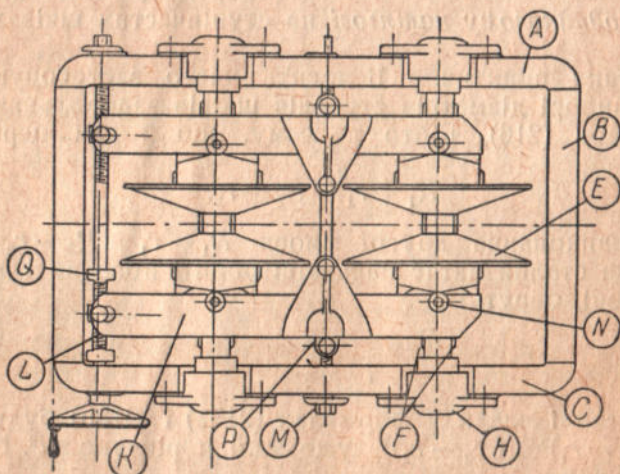


Рис. 291

На рисунку 291 показана схема, а на рисунку 292 фотографія варіатора фірми Reeves.

На двох паралельних валах, змонтованих на цупкій фасонній рамі *ABC*, довгими призматичними шпонками *F* закріплено

по два конуси *E*, обернені вершинами один до одного. Конуси *E* можуть переміщуватися вздовж валів з допомогою важелів *K*, які діють на конуси через спеціальні сполучники в точках *N*. Важелі опираються в точках *P* і своїми кінцями приєднуються до гайок. Гайки мають різні напрями різьби (одна — праву, друга — ліву) і нагвинчені на відповідну різьбу гвинта *L*. Коли обернути маховичок, надітий на кінці гвинта *L*, то гайки або розходяться, або наближаються; тоді важелі *K* повертаються навколо точки *P* і одну пару конусів розсуватимуть, а другу — наближатимуть. Рух гайок обмежується стопорним кільцем *Q*. Кожна пара конусів утворює таким чином клинчастий барабан змінного діаметра, чим і досягається змінне передатне число.

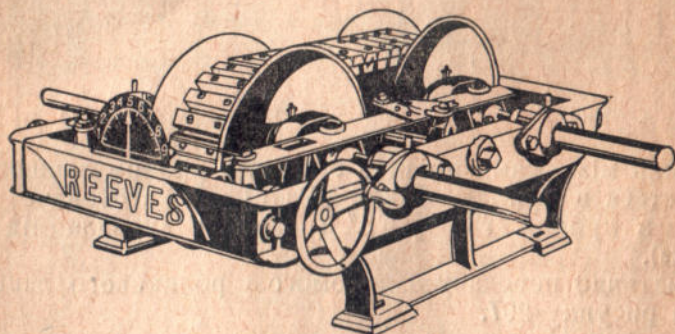


Рис. 292

Рух від однієї пари конусів до другої передається з допомогою паса спеціальної конструкції. Його виготовляють із гумованої бавовняної тканини з прикріпленими до неї, з допомогою гвинтів пластинками з твердого дерева (подібно до гусениці в гусеничних тракторах). Торці пластинок мають такий же кут нахилу, як і твірні конусів.

З допомогою таких варіаторів передатне число можна змінювати від $\frac{1}{4}$ до 4, тобто досягти діапазону зміни числа обертів веденого вала від 1 до 16.

§ 71. Ланцюгова передача

Ланцюгова передача має ряд переваг над пасовою. Головні з них такі: а) сталість передатного числа і б) можливість здійснення передачі при найближчій віддалі між осями валів.

Ланцюгова передача складається з нескінченного ланцюга, який охоплює два шківів, закріплені на валах.

Залежно від конструкції ланцюга змінюється і конструкція шківів.

Звичайно в передачах застосовуються роликові (рис. 293) і зубчасті — „безшумні“ ланцюги (рис. 294). Але у вантажних ма-

шинах, ледіаках, конвеєрах зустрічаються також і інші, дуже різноманітні конструкції. На рисунку 295 показаний нормальний якірний ланцюг (ОСТ 1412). Шків в даному випадку звуться ланцюговими блоками, або зірками.

Розглянемо передачу з допомогою роликів ланцюга. Конструкція його подана на рисунку 296.

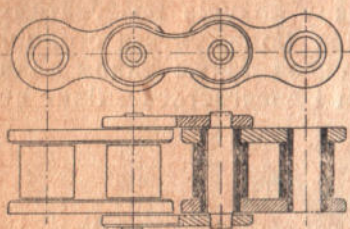


Рис. 293

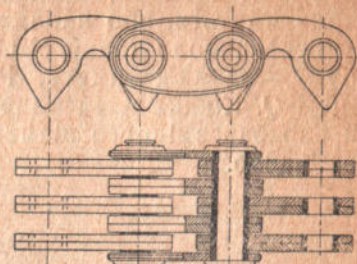


Рис. 294

Віддаль між осями роликів t зветься кроком ланцюга. Крок визначається в дюймах. Завод „Ракомза“ виготовляє роликів ланцюги з кроком $t = \frac{1}{2} \div 3''$ (розривні зусилля від 750 до 40 000 кг).

Схематично передачу з допомогою роликів ланцюга подано на рисунку 297.



Рис. 295

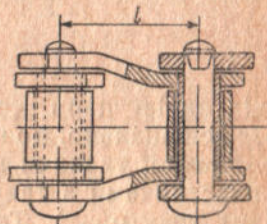


Рис. 296

Позначимо:

n_1 і n_2 — числа обертів ведучої і веденої зірки;

z_1 і z_2 — числа зубців на них;

L — довжина ланцюга в міліметрах;

t — крок ланцюга в міліметрах;

z — число ланок ланцюга $= \frac{L}{t}$.

Звичайно, що за час, коли перша зірка повернеться на один зубець, друга зірка теж повинна повернутися на один зубець. Тому передатне число для ланцюгової передачі визначиться так, як і для зубчастих коліс:

$$i = \frac{n_2}{n_1} = \frac{z_1}{z_2}.$$

Ланцюгові передачі добре працюють при передатних числах

$$i \geq 1:7.$$

В потрібних же випадках можна, в крайньому разі, доходити до $i_{\min} = 1:10$ — для роликкових ланцюгів і до $i_{\min} = 1:15$ — для зубчастих.

За час повороту на один зубець кожна з зірок повертається відповідно на кут:

$$\alpha_1^\circ = \frac{360^\circ}{z_1} \quad \text{і} \quad \alpha_2^\circ = \frac{360^\circ}{z_2}. \quad (218)$$

За хвилину по першій (ведучій) зірці пробігає $n_1 z_1$ ланок, а через те що всього ланок в ланцюгу $z = \frac{L}{t}$, то за хвилину

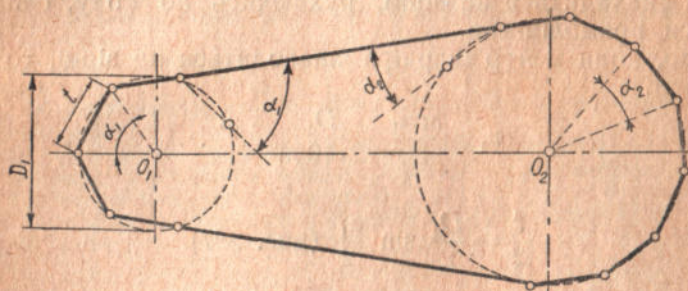


Рис. 297

кожній ланці доведеться пробігати по ведучій зірці $\frac{n_1 z_1 t}{L}$ раз.

При набіганні ланки на зірку вона повинна повернутися навколо осі шарніра на кут α_1 і при збіганні з зірки — на такий же кут. Але кут

$$\alpha_1 = \frac{360^\circ}{z_1}.$$

Звідси сума кутів повороту ланки (по черзі в ту і другу сторону) за хвилину при оббіганні її навколо ведучої зірки буде:

$$\theta_1^\circ = 2 \frac{360^\circ}{z_1} \cdot \frac{n_1 z_1 t}{L} = \frac{720^\circ n_1 t}{L}. \quad (219)$$

Такими ж міркуваннями дійдемо, що сума кутів повороту ланки навколо осі шарніра за хвилину при оббіганні її навколо веденої зірки буде:

$$\theta_2^\circ = 2 \frac{360^\circ}{z_2} \cdot \frac{n_2 z_2 t}{L} = \frac{720^\circ n_2 t}{L}. \quad (220)$$

В результаті кожна ланка повертається за хвилину на кут:

$$\Theta^\circ = \Theta_1^\circ + \Theta_2^\circ = \frac{720^\circ t}{L} (n_1 + n_2),$$

або в радіанах

$$\Theta = \frac{4\pi t}{L} (n_1 + n_2).$$

(221)

Рівняння (221) показують, що кут повороту ланки прямо пропорціональний крокові. Тому, виходить, вигідніше брати ланцюги коротколанкові; тоді зношування їх буде менше, працюватимуть вони довше.

Менше зношування і більш спокійну роботу коротколанкових ланцюгів можна пояснити ще й тим, що в шарнірах відбуваються удари, через неоднакову швидкість шарніра в момент, коли він знаходиться на зірці, рухаючись по колу, і коли він рухається прямолінійно.

Дійсно, коли центр шарніра знаходиться на зірці, то швидкість його

$$v_1 = \frac{\pi n_1}{30} \frac{D_1}{2 \cdot 1000} \frac{m}{сек}. \quad (222)$$

Але

$$\frac{t}{2} = \frac{D_1}{2} \sin \frac{\alpha_1}{2} \quad (\text{рис. 297}). \quad (223)$$

Підставивши значення D_1 в рівняння (222), одержимо:

$$v_1 = \frac{\pi n_1 t}{60000 \sin \frac{\pi}{z_1}}. \quad (224)$$

Коли центр шарніра рухається по прямій, то швидкість його буде:

$$v_2 = \frac{z_1 n_1 t}{60 \cdot 1000} = \frac{z_1 n_1 t}{60000} \frac{m}{сек}. \quad (225)$$

Поділивши рівняння (225) на (224), одержимо:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{z_1 \sin \frac{\pi}{z_1}}{\pi}. \quad (226)$$

Або, розіклавши $\sin \frac{\pi}{z_1}$ в ряд:

$$\begin{aligned} \frac{v_2}{v_1} &= \frac{z_1}{\pi} \left[\frac{\pi}{z_1} - \left(\frac{\pi}{z_1}\right)^3 \cdot \frac{1}{3!} + \left(\frac{\pi}{z_1}\right)^5 \cdot \frac{1}{5!} - \left(\frac{\pi}{z_1}\right)^7 \cdot \frac{1}{7!} + \dots \right] = \\ &= 1 - \frac{1}{3!} \left(\frac{\pi}{z_1}\right)^2 + \frac{1}{5!} \left(\frac{\pi}{z_1}\right)^4 - \frac{1}{7!} \left(\frac{\pi}{z_1}\right)^6 + \dots < 1 \end{aligned} \quad (227)$$

Відношення $\frac{v_2}{v_1}$ тим більше наблизатиметься до одиниці, чим більше z_1 , що при певному діаметрі зірки дасть зменшення кроку. Це й пояснює сказане вище.

§ 72. Контрольні запитання і задачі

1. Які бувають види передачі гнучким зв'язком?
2. Коли застосовується відкрита пасова передача і коли перехресна?
3. Що зветься кутом обхвату паса?
4. На якому шківі при відкритій передачі буде кут обхвату більший — на більшому, чи на меншому? А при перехресній передачі?
5. Як визначаються кути обхвату, коли відомі радіуси (діаметри) шківів і віддалі між валами?
6. Чому дорівнює передатне число в пасовій передачі. Чи є воно сталою величиною?
7. Як визначається довжина паса для відкритої і перехресної передач?
8. Як досягається змінне число обертів веденого шківі при сталому числі обертів ведучого?
9. Які умови потрібні для того, щоб рух ступінчастих шківів передавати одним пасом?
10. Чому дорівнює передатне число в ланцюгових передачах? Чи є воно сталою величиною?
11. Які переваги має ланцюгова передача перед пасовою?
12. Як можна з допомогою ланцюга передавати рух одного вала до другого з протилежним напрямом обертання?
13. Як впливає величина кроку ланцюга на зношування?
14. Як впливає довжина ланцюга на зношування?

Задачі

1. Діаметр ведучого шківі $D_1 = 1400$ мм; число його обертів $n_1 = 180$ об/хв; діаметр веденого шківі $D_2 = 560$ мм. Визначити число обертів веденого шківі, враховуючи на „крип“ 2%.
 2. Діаметр веденого шківі $D_2 = 630$ мм, число його обертів $n_2 = 450$ об/хв; діаметр ведучого шківі $D_1 = 280$ мм. Визначити число обертів ведучого шківі, враховуючи на „крип“ 2%.
 3. Не зважаючи на „крип“, визначити числа обертів n_1 , n_2 і n_3 другого вала (рис. 287), коли число обертів першого вала $n = 250$ об/хв, а $R_1 = r_3 = 180$ мм; $R_2 = r_2 = 140$ мм; $R_3 = r_1 = 100$ мм.
 4. Визначити довжину паса для попередньої задачі, коли $l = 1600$ мм. Задачу розв'язати для перехресної і відкритої передач.
 5. Визначити діаметри початкових кіл зірок для ланцюгової передачі, коли крок ланцюга $t = 2'' = 50,8$ мм, а числа зубців $z_1 = 12$ і $z_2 = 44$.
- Примітка:* Початковими колами зірок для ланцюгових передач звать кола, проведені через центри шарнірів ланцюга, які при охоплюванні ланцюгом зірки розташовуються по вершинах правильного багатокутника з стороною, рівною t .
6. Довести, що передатне число в ланцюгових передачах не дорівнює відношенню діаметрів початкових кіл, за винятком випадку, коли $i = 1$.

§ 73. Елементарний синтез шарнірних механізмів

Завдання синтезу механізмів, як зазначалося ще в § 1, полягає в тому, щоб викласти методи побудови нових механізмів, які б відповідали даним умовам. Не зважаючи на те, що, як каже проф. А. П. Малишев, синтез механізмів такий же старий, як і людство, бо виникнення приладів для добування вогню, полювання тварин, риб і т. п. губиться в давноминулій історії людства, досі ще не розроблений загальний метод розв'язання завдання синтезу через його надзвичайну трудність.

Розв'язати його намагався цілий ряд авторів: Рело, Бурместер, Рузьський, Сомов, Ассур, Грюблер, Кутцбах і інші.

Проф. А. П. Малишев, працюючи над цим питанням ще з 1918 року, розробив основи синтетичної побудови механізмів в оригінальній формі¹.

Не спиняючись на шляхах, якими шли згадані вище автори для розв'язання завдання синтезу, розглянемо кілька прикладів, які ілюструватимуть методи розв'язання завдань синтезу окремих механізмів.

Зауважимо, що задача синтезу механізмів поділяється на дві частини: перша — вибір типу механізму і друга — визначення основних розмірів його ланок.

Друга частина завдання для окремих механізмів (наприклад, кулачних, див. § 68) зараз досить широко розроблена. Теорема Грасгофа (див. § 10) дає основні залежності між довжинами ланок чотириланкового механізму, що обумовлюють той чи інший рух ланки.

В цьому параграфі ми розберемо ще кілька прикладів синтезу чотириланкового механізму.

Приклад перший. Дано два положення в одній площині рухомої ланки A_1B_1 і A_2B_2 (рис. 298). Побудувати чотириланковий механізм для здійснення цих положень.

За теоремою Шаля всякого переміщення незмінної системи паралельно даній площині можна досягти одним обертанням навколо осі, перпендикулярної до даної площини.

Положення осі обертання ми знайдемо, коли, сполучивши

¹ Проф. А. П. Малишев — Кинематика механізмів, ч. III, 1933. Гизлегпром Москва.

точки A_1 і A_2 , а також B_1 і B_2 , з середин відрізків A_1A_2 і B_1B_2 поставимо перпендикуляри $\alpha\alpha$ і $\beta\beta$. Точка перетину цих перпендикулярів P_{12} і буде положенням шуканої осі.

Очевидно, коли взяти на лініях $\alpha\alpha$ і $\beta\beta$ довільні точки O_1 і O_2 і сполучити їх між собою і з точками A_1 і B_1 , то чотириланковий механізм $O_1A_1B_1O_2$ з стояком O_1O_2 відповідатиме поставленій вимозі — при переміщенні ланки O_1A_1 в положення O_1A_2 ланка A_1B_1 займе положення A_2B_2 .

Довільний вибір точок O_1 і O_2 на перпендикулярах $\alpha\alpha$ і $\beta\beta$ показує, що задача має нескінченно багато розв'язань.

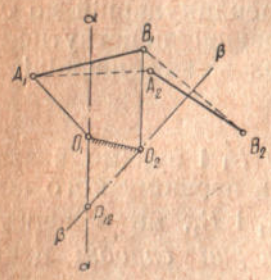


Рис. 298

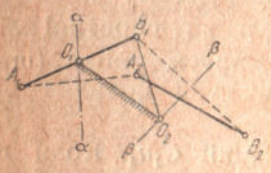


Рис. 299

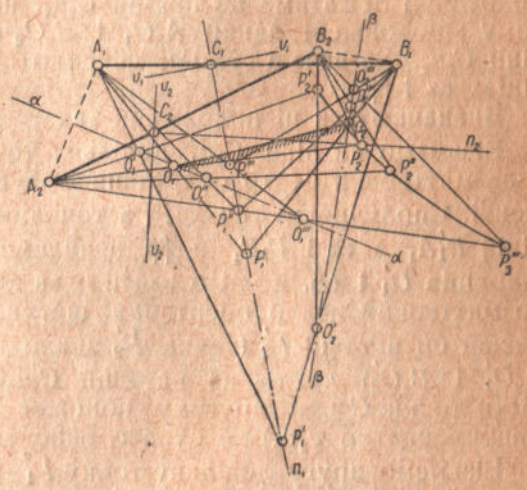


Рис. 300

Для того щоб мати певне розв'язання завдання, треба ще додати якінебудь обмежуючі умови.

Приклад другий. Дано два положення шатуна A_1B_1 і A_2B_2 чотиришарнірного механізму O_1ABO_2 . Побудувати механізм при умові, щоб ведена ланка O_2B знаходилася в мертвому положенні в той момент, коли шатун знаходиться в положенні A_1B_1 .

Очевидно, що шарніри O_1 і O_2 повинні лежати, як і в попередньому прикладі, на лініях $\alpha\alpha$ і $\beta\beta$, проведених перпендикулярно до A_1A_2 і B_1B_2 через їх середини. Але для задоволення поставленої умови точка O_1 повинна лежати на відрізьку A_1B_1 (рис. 299). Положення ж точки O_2 на прямій $\beta\beta$ можна взяти довільно.

Приклад третій. Дано два положення шатуна A_1B_1 і A_2B_2 чотиришарнірного механізму. Побудувати механізм при умові, що точка C , яка лежить на шатуні, в перший момент (в положенні C_1) має швидкість, напрямлену по v_1v_1 , а в другий момент (в положенні C_2) швидкість її напрямлена по v_2v_2 (рис. 300).

На підставі міркувань, наведених у прикладі першому, центри шарнірів O_1 і O_2 повинні лежати відповідно на лініях $\alpha\alpha$ і $\beta\beta$. Для визначення їх положення використаємо обмежуючу умову: задані напрями швидкостей точки C в першій і другий моменти.

Очевидно, що миттєвий центр обертання шатуна в першому положенні лежатиме на прямій C_1n_1 , перпендикулярній до v_1v_1 ; тому продовжені ланки A_1O_1 і B_1O_2 повинні перетнутися на лінії C_1n_1 (бо A_1O_1 перпендикулярна до швидкості точки A_1 , а B_1O_2 перпендикулярна до швидкості точки B_1).

Аналогічно: миттєвий центр обертання шатуна в другому положенні лежатиме на прямій C_2n_2 , перпендикулярній до v_2v_2 ; тому продовжені ланки A_2O_1 і B_2O_2 повинні перетнутися на лінії C_2n_2 . Зазначені умови фіксують положення шарнірів на лініях $\alpha\alpha$ і $\beta\beta$.

Визначаються ці положення так.

Візьмемо на лінії C_1n_1 довільну точку P'_1 і будемо вважати її за миттєвий центр обертання шатуна в першому його положенні. Сполучивши точку P'_1 з точками A_1 і B_1 , ми в перетині ліній P'_1A_1 з $\alpha\alpha$ і P'_1B_1 з $\beta\beta$ знайдемо *перші спробні* центри шарнірів O'_1 і O'_2 . Коли б взяти їх за дійсні положення шарнірів, то миттєвий центр обертання шатуна в другому положенні лежав би в точці P'_2 (точка P'_2 знаходиться на перетині ліній $A_2O'_1$ і $B_2O'_2$), тобто не на лінії C_2n_2 , і друга умова (швидкість точки C при другому положенні шатуна повинна бути напрямлена по v_2v_2) не була б виконана.

Візьмемо другу довільну точку P''_1 на лінії C_1n_1 . Коли вважати її за миттєвий центр обертання шатуна в першому його положенні, то аналогічними побудовами (точку P''_1 сполучаємо з точками A_1 і B_1 : в перетині ліній P''_1A_1 з $\alpha\alpha$ і P''_1B_1 з $\beta\beta$ знаходимо *другі спробні* центри шарнірів O''_1 і O''_2 ; перетин ліній $A_2O''_1$ і $B_2O''_2$ дасть P''_2) можна знайти миттєвий центр обертання шатуна в другому положенні — точку P''_2 . Знайдені точки O''_1 і O''_2 теж не відповідають другій умові, бо точка P''_2 не лежить на лінії C_2n_2 .

Робимо ще кілька таких же побудов (на рисунку 300 зроблено всього три побудови) і знаходимо положення миттєвих центрів обертання шатуна в другому положенні: P_2''' , P_2'''' ...

Коли сполучити точки P_2' , P_2'' , P_2''' , P_2'''' ... плавною лінією, то одержимо геометричне місце миттєвих центрів обертання шатуна в другому положенні. Точка перетину цієї лінії з прямою C_2n_2 дасть нам дійсне положення миттєвого центра P_2 , після чого легко знайти дійсне положення шарнірів O_1 і O_2 . Для цього сполучаємо точку P_2 з точками A_2 і B_2 ; точка перетину P_2A_2 з $\alpha\alpha$ буде дійсне положення шарніра O_1 , а точка перетину P_2B_2 з $\beta\beta$ буде дійсне положення шарніра O_2 . При правильній побудові

дові продовження ліній B_1O_2 і A_1O_1 повинні перетнутися якраз на лінії C_1n_1 .

Приклад четвертий. Дано три положення шатуна A_1B_1 ; A_2B_2 і A_3B_3 чотиришарнірного механізму. Побудувати механізм (рис. 301).

Для того щоб шатун мав можливість зайняти положення A_1B_1 і A_2B_2 , центри шарнірів O_1 і O_2 повинні лежати відповідно на прямих $\alpha\alpha$ і $\beta\beta$. Для переміщення шатуна з положення A_2B_2 в положення A_3B_3 центри шарнірів O_1 і O_2 повинні лежати відповідно на прямих $\gamma\gamma$ і $\delta\delta$. При чому $\gamma\gamma$ проведено перпендикулярно до відрізка A_2A_3 через його середину, а $\delta\delta$ перпендикулярно до B_2B_3 теж через його середину. Точка перетину $\alpha\alpha$ з $\gamma\gamma$ дасть положення шарніра O_1 , а точка перетину $\beta\beta$ з $\delta\delta$ дасть положення шарніра O_2 .

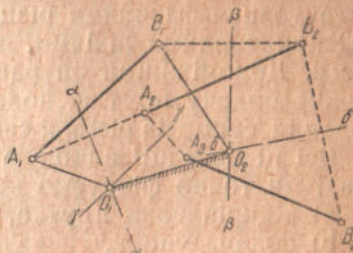


Рис. 301

Таким чином, положення стояка O_1O_2 цілком визначене.

Наведені приклади синтезу чотиришарнірного механізму є найелементарніші, і ними ні в якому разі не вичерпується все те, що на даний момент розроблено в галузі синтезу зазначених механізмів, а тим більше не вичерпуються всі відомості про синтез механізмів з нижчими парами. Докладно з цим питанням можна познайомитися з статті інж. Н. Г. Бруевича¹, де вказана й відповідна література.

Фасонний різець

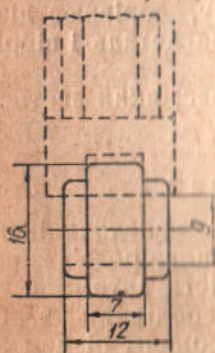


Рис. 302

§ 74. Кінематичний синтез автомата

Автоматом зветься машина, яка самостійно, без участі робітника, виконує певний закінчений виробничий процес, що складається з однієї або кількох операцій.

Таким чином, найпростіші автомати для обробки металів конструюються для виготовлення однієї якоїнебудь деталі. Є, звичайно, так звані *універсальні автомати*, які можна *настроїти* для виготовлення різних деталей.

При проектуванні автоматів одним з найважливіших завдань є складання кінематичної схеми машини.

Покажемо розв'язання цього завдання на конкретному прикладі.

Скласти кінематичну схему автомата для виготовлення втулок ланцюга Ренольда (рис. 302). Розв'язувати завдання будемо в певній послідовності.

¹ Инж. Н. Г. Бруевич. Современное состояние теории механизмов в Германии. „Вестник металлопромышленности“ № 4 і 5, 1934.

1. Виявлення необхідних операцій

Подібні деталі виготовляються з прутків каліброваного металу.

Умовимося операції автомата по безпосередньому зніманню стружки звати *робочими*, а всі інші (підведення інструмента до виготовлюваного предмета, подачу матеріалу і ін.) — *допоміжними*. Тоді робочі операції у нашому прикладі зведуться до обточування фасонним різцем, форма якого показана на рисунку 302 пунктирними лініями, і просвердлювання дірки діаметром 9 мм. Допоміжними операціями будуть: подача упора, що обмежує подачу прутка, подача прутка, закріплення прутка, підведення супортів різця й свердла до виробу, відведення супортів.

Всі ці операції виконуються приблизно в такій послідовності (далі ми точно фіксуємо кожну операцію):

- a) відкріплення прутка,
- b) подача упора,
- c) подача прутка,
- d) закріплення прутка,
- e) відведення упора,
- f) подача супорта різця до виробу,
- g) фасонне обточування,
- h) відведення супорта різця,
- i) подача супорта свердла до виробу,
- j) свердління,
- k) відведення супорта свердла.

Операція відрізання виробу від прутка відпадає, бо діаметр заточки, яку робить фасонний різець на прутку, дорівнює діаметрові свердла, тому просвердлюванням готова деталь і відрізується від прутка.

Зазначені операції здійснюються за певний час, який зветься *циклом роботи*.

2. Складання циклової діаграми

Компанування циклової діаграми є одне з найскладніших питань поставленого завдання, бо від того чи іншого розв'язання цього питання залежатиме також і продуктивність автомата.

За вихідний момент тут треба взяти час, необхідний на робочі операції. Прийmemo швидкість різання фасонним різцем

$$v = 30 \text{ м/хв.}$$

Прирівнюючи її до колової швидкості на зовнішньому діаметрі прутка, знайдемо число обертів шпінделя, в якому закріплюється пруток, за рівнянням:

$$v = \pi d n.$$

Звідки:

$$n = \frac{v}{\pi d},$$

або

$$n = \frac{30}{3,14 \cdot 0,016} \cong 600 \text{ об/хв.}$$

Подачу фасовного різця (переміщення його в напрямі, перпендикулярному до осі прутка за час одного оберту прутка) приймаємо рівною $s_1 = 0,025 \text{ мм.}$

За час робочої операції різець має пройти путь, рівну піврізниці зовнішнього і внутрішнього діаметрів втулки, тобто путь, рівну $\frac{16-9}{2} = 3,5 \text{ мм.}$

При подачі $s_1 = 0,025 \text{ мм}$ цю путь різець пройде за час, який відповідає $3,5 : 0,025 = 140$ обертам шпінделя, тобто за

$$\frac{140}{600} = 0,234 \text{ хв} = 14 \text{ сек.}$$

Це й буде час першої робочої операції.

Подачу свердла (переміщення його в напрямі осі прутка за час одного оберту прутка) приймаємо рівною

$$s_2 = 0,1 \text{ мм.}$$

Для виконання операції свердло має пройти путь, рівну довжині отвору у втулці плюс надвишку $0,3 d_1$ на врізання вістря (d_1 — діаметр свердла).

Таким чином, величина путі буде:

$$12 + 0,3 \cdot 9 = 14,7 \text{ мм,}$$

а час, потрібний для цього, відповідатиме $\frac{14,7}{0,1} = 147$ обертам шпінделя, тобто дорівнює

$$\frac{147 \cdot 60}{600} = 14,7 \text{ сек.}$$

Це буде час другої робочої операції.

Відповідно до часу, потрібного на робочі операції, вибираємо час, потрібний для допоміжних операцій:

Відкріплення прутка	2,8 сек
Подача упора	3,5 "
Подача прутка	2,8 "
Закріплення прутка	2,8 "
Відведення упора	1,4 "
Подача супорта різця до виробу	2,8 "
Відведення супорта різця	1,4 "
Подача супорта свердла до виробу	2,8 "
Відведення супорта свердла	1,4 "

На підставі всіх цих даних і враховуючи можливість проведення деяких операцій одночасно, складена циклова діаграма у вигляді замкненого кола (рис. 303). Довжина кола відповідає повному циклові роботи. В автоматах цикл роботи відпо-

відає часові одного оберту розподільного вала. Для зручності підрахувань коло поділимо на 100 частин. З діаграми видно, що механізм, який приводить в рух упор, треба сконструювати так, щоб подача упора закінчилася за час повороту розподільного вала на 12,5 ділень (від 2,5 до 15-го ділення), тобто за $\frac{12,5}{100} = 0,125$ оберта.

Далі, протягом $\frac{15}{100} = 0,15$ оберта (15 ділень — від 15-го до 30-го) упор має бути нерухомим, а протягом $\frac{5}{100} = 0,05$ оберта (5 ділень — від 30-го до 35-го) упор відводиться, і решту часу циклу відведений упор також нерухомий.

Аналогічно можна простежити по цикловій діаграмі режим руху кожного механізму автомата.

Таких механізмів у нашому автоматі буде п'ять:

- 1) механізм подачі упора,
- 2) механізм подачі прутка,
- 3) механізм закріплення прутка,
- 4) механізм для переміщення супорта різця і
- 5) механізм для переміщення супорта свердла.

Режими руху всіх цих механізмів розмічені на концентричних колах (рис. 304).

3. Вибір типів механізмів

Для подачі упора і супорта різця вибираємо механізми з дисковими кулаками. Для подачі супорта свердла вибираємо механізм з циліндричним кулаком. Тип механізмів для подачі закріплення прутка вибираємо залежно від конструкції пристосувань для цих операцій.

Зупинимося на такій конструкції (рис. 305):

На порожнистий шпіндель *A* нагвинчена головка *B*, носик якої всередині розточений на конус.

В центральній частині шпінделя знаходяться дві трубки *C* і *D*, всунені одна в одну.

Трубка *C* правим кінцем упирається в *затискний* патрон *E*; лівий кінець її упирається в плечі колінчастих важелів *F*, які можуть обертатися навколо осей, закріплених у муфті, наглухо надягненій на шпіндель.

В правий кінець трубки *D* вгвинчений *подавальний* патрон *G*, а на лівому — закріплена муфта *H*. Трубки *C* і *D* служать для всіх розмірів прутків, які можуть оброблятися на даному автоматі, а подавальний і затискний патрони виготовляють для кожного розміру і профіля прутка окремо, з таким розрахунком, щоб внутрішні отвори їх точно відповідали розмірам прутка.

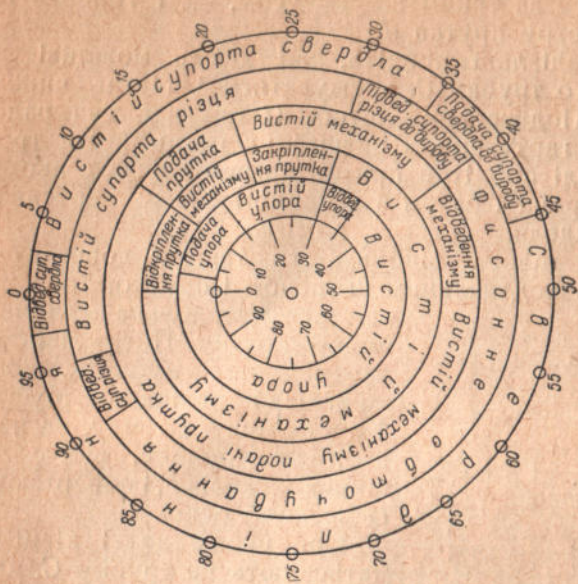


Рис. 304

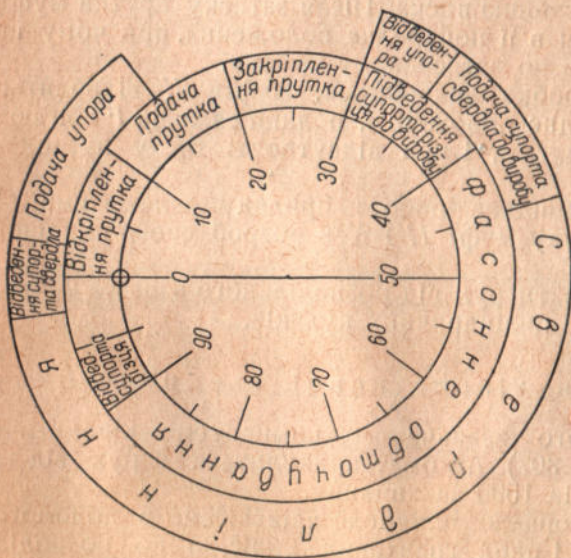


Рис. 303

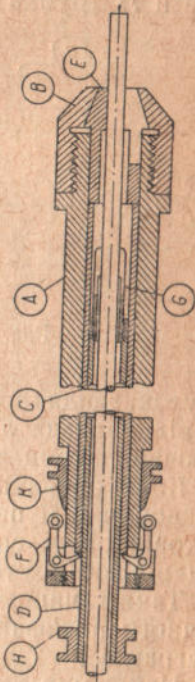


Рис. 305

Патрони в збільшеному масштабі показані окремо на рисунку 306. Виготовляються вони із сталі. Головка затискного патрона зовні обточується за таким же конусом, як і головка *B*, а всередині — по діаметру прутка *d*.

Патрон має три радіальні прорізи, які дають можливість, при натискові на нього трубки *C*, звужуватися і таким чином затискувати пруток. Подавальний патрон *G* теж має два радіальні прорізи. Перед гартуванням розрізаний носик його трушки сплющується, тоді продітий пруток затримується в ньому силою пружності патрона і разом з патроном зможе пересуватися вздовж осі шпінделя.

Робота приладу в цілому відбувається так: з допомогою муфти *H* трубка *D* з подавальним патроном і прутком пере-

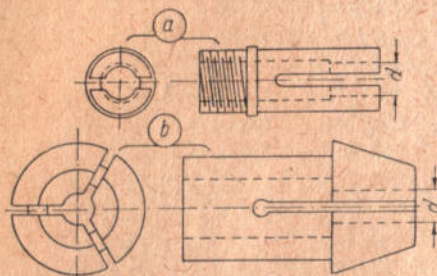


Рис. 306

щується праворуч на величину подачі прутка. Потім ліворуч переміщується муфта *K*, вільно надіта на шпіндель. Муфта *K* має конічну заточку, на яку набігають ролики, що є на кінцях важелів *F*, і повертають їх навколо осей.

При цьому другі кінці їх натискають на трубку *C*, яка своєю чергою тисне на патрон *E*. Останній, ледве-ледве переміщуючись праворуч, затискує

пруток, завдяки звужуванню носка. Після затиску прутка муфта *H* відводиться ліворуч в її попереднє положення, при чому подавальний патрон ковзає по затисненому прутку.

Коли операції обробки закінчаться, муфта *K* відводиться праворуч в її попереднє положення, ролики важелів *F* збігають з конічної поверхні муфти, і при відсутності тиску патрон *E* відкріплює пруток.

Таким чином, правильна робота приладу залежатиме від точного пов'язання руху муфт *H* і *K* з розробленою цикловою діаграмою.

Найкраще передавати рух від розподільного вала до муфт *H* і *K* теж з допомогою циліндричних кулаків.

4. Компанування кінематичної схеми автомата

На підставі всього зазначеного компануємо кінематичну схему автомата (рис. 307). Автомат приводиться в рух від мотора з числом обертів 1500 за хвилину.

Передачу від мотора до шпінделя здійснюємо з допомогою ланцюгової передачі і пари гвинтових коліс, а до розподільного вала — з допомогою двох ланцюгових передач і черв'ячної. Шпіндель за попередніми нашими розрахунками має робити 600 об/хв.

Коли на валу мотора O_1 встановити ланцюгову зірку A , а на валу O_2 зірку B з передатним числом $i = \frac{2}{5} \left(i = \frac{n_2}{n_1} \right)$, то вал O_2 робитиме $1500 \cdot \frac{2}{5} = 600$ об/хв і пара зубчастих коліс, яка передає рух від вала O_2 до шпінделя O_3 , матиме передатне число, рівне одиниці.

Для визначення передатного числа другої ланцюгової передачі (зірки E і F) і черв'ячної, які передають рух від мотора через вал O_2 до розподільного вала O_5 , треба раніше обчислити число обертів розподільного вала.

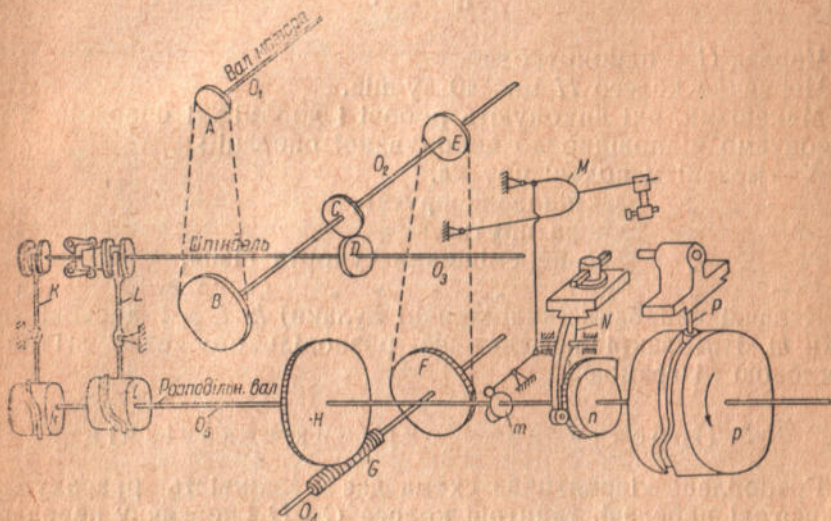


Рис. 307

Це легко зробити на підставі циклової діаграми.

Процес обточування фасонним різцем здійснюється протягом часу, який відповідає половині оберту розподільного вала (на цикловій діаграмі від 40-го ділення до 90-го). Вище ми підраховували, що час цей дорівнює 14 секундам. Звідси: розподільний вал має робити повний оберт за 28 секунд, тобто $\frac{60}{28} = 2\frac{1}{7}$ оберта за хвилину.

Визначаємо передатне число між валами O_2 і O_5 :

$$i_{25} = \frac{n_5}{n_2} = \frac{2\frac{1}{7}}{600} = \frac{15}{7 \cdot 600} = \frac{1}{280}.$$

Коли взяти роликів ланцюг, то він добре працює навіть при передачі 1 : 7, тому передатне число розбиваємо так:

$$i_{25} = \frac{1}{280} = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{40}.$$

Ланцюгову передачу від вала O_2 до вала O_4 беремо з передатним числом

$$i_{24} = \frac{1}{7}.$$

Червячну передачу від вала O_4 до вала O_5 беремо з передатним числом

$$i_{45} = \frac{1}{40}.$$

Червяк G — однопітквий.

Червячне колесо H має 40 зубців.

Механізми, які виконують робочі і допоміжні операції, розташовуємо відповідно до виконуваної операції:

K — механізм подачі прутка,

L — " закріплення прутка,

M — " упора прутка,

N — " для переміщення супорта різця,

P — " " " свердла.

Кулачні барабани (циліндричні кулаки) k, l, p і дискові кулаки m і n закріплюються на розподільному валу згідно з цикловою діаграмою.

5. Проектування окремих механізмів

Розроблена кінематична схема дає можливість розрахувати ланцюгові передачі, гвинтові колеса C і D і червячну передачу, встановити віддалі між валами і намітити орієнтовно розміри всього автомата.

Після цього з'ясовують розміри важелів, які передають рух від кулаків до знярядь, і приступають до проектування окремих механізмів.

До супорта різця за схемою рух передається з допомогою дискового кулака і двоплечого важеля.

Пара — важіль-кулак — не замкнена. Потрібне силове замикання. В таких випадках застосовують пружини (рис. 308).

Коли з попереднього з'ясувалося, що плечі важеля AB мають певні співвідношення, наприклад:

$$O_1A : O_1B = 2 : 1,$$

то задача побудови профіля кулака стає цілком визначеною.

Переміщення точки B складається з робочої подачі (переміщення різця під час знімання стружки), яку ми вираховували раніше і яка дорівнює 3,5 мм, і холостої подачі (підведення

різця до прутка). Прийmemo останню рівною 1,5 мм. Тоді повне переміщення точки *B* дорівнюватиме 5 мм, а

$$h = 5 \cdot \frac{O_1A}{O_1B} \text{ мм.}$$

Кути α , β і γ визначаємо на підставі циклової діаграми.

Кут α дорівнює кутіві повороту розподільного вала за час подачі різця до прутка. На цикловій діаграмі цей час відповідає 10 діленням (від 30-го до 40-го). Звідси:

$$\alpha = 360^\circ \cdot \frac{10}{100} = 36^\circ.$$

Кут β дорівнює кутіві повороту розподільного вала за час фасонного обточування, тому

$$\beta = 360^\circ \cdot \frac{50}{100} = 180^\circ.$$

Кут γ дорівнює кутіві розподільного вала за час відведення супорта різця, тому

$$\gamma = 360^\circ \cdot \frac{5}{100} = 18^\circ.$$

Задавшись законом руху різця в кожний період, будемо профіль кулака за правилами, встановленими в розділі IX.

До супорта свердла рух передається з допомогою циліндричного пазового кулака. Ролик, який рухається по пазу, розташовується або над барабаном, або збоку барабана. В механізмах *K* і *L* (рис. 307) ролик розташований збоку, вісь його горизонтальна; це дає можливість застосовувати передачу руху від кулака до знаряддя з допомогою двоплечих важелів.

В розглядуваній передачі до супорта свердла ролик поміщений над циліндром; тому вісь його цупко сполучається із супортом, і форма паза повинна давати переміщення осі ролика, які точно дорівнюють переміщенню супорта свердла (рис. 309 а).

Для побудови паза розгорнемо циліндр на площині (рис. 309 б).

Поділимо розгортку на 100 рівних частин, відповідно до ділень циклової діаграми.

На 35-му діленні візьмемо початкове положення осі ролика, за яке лічимо початок подачі супорта свердла до виробу.

Припустимо, що величина холостої подачі свердла дорівнює *a*; тоді в початковий момент свердління вісь ролика повинна бути на 45-му діленні — вище від першого положення на *a* мм.

Аналогічно знаходимо положення осі ролика в кінці сверд-

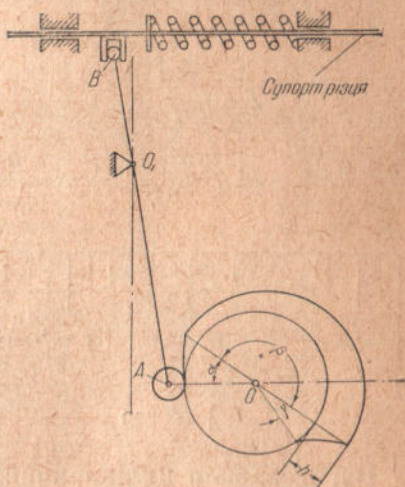


Рис. 308

ління на 97,5 діленні, при чому для нашого випадку $b = 14,7$ мм (величина робочої подачі свердла), а також на початок вистою супорта свердла (на 2,5 діленні і на одній горизонталі з початковим положенням).

Задавши законами руху супорта в кожний період, побудуємо криві переміщень осі ролика. Паз вирісується як обвідна кіл, проведених з центрів, які лежать на знайдених кривих радіусом, рівним радіусові ролика.

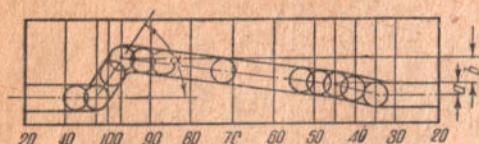
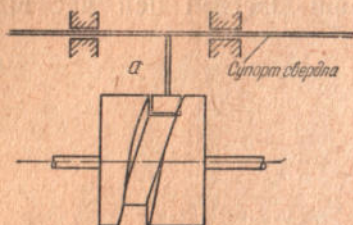


Рис. 309

При побудові рисунку 309b прийнято, що рух супорта в кожний період рівномірний, тому знайдені точки на діленнях 35, 45, 97,5 і 2,5 сполучені прямими лініями.

Зауважимо, що кут α не повинен бути більше за 55° , в противному разі кут передачі буде малий і в механізмі виникатимуть значні зусилля. Ця умова при великих подачах тягне за собою збільшення діаметра циліндра, що легко зрозуміти.

Виготовлення циліндричних пазових кулаків коштує дуже дорого, і на практиці частіше такі кулаки виготовляються у вигляді гладких циліндрів з пригвинченими полосами, вигнутими відповідно до поверхні барабана. В такому випадку циліндри можуть бути використані для різних виробничих операцій; треба лише замінювати полоси-кулаки.

На схемах механізмів K і L (рис. 307) показані циліндри з пригвинченими кулаками. Побудову цих кулаків за заданими переміщеннями муфт K і H і вибраним співвідношенням плеч важелів можуть зробити самі студенти.

Таку ж задачу треба розв'язати і для механізму з дисковим кулаком, який надає рух упорові за законом циклової діаграми.

ЛИТЕРАТУРА

I. Підручники

1. Г. Г. Баранов — Кинематика и динамика механизмов, 1932.
2. С. В. Вяхирев — Кинематика механизмов, 1935.
3. В. В. Добровольский — Теория механизмов, ч. I. 1936.
4. В. В. Добровольский — Динамика кинематической цепи, ч. II. 1931.
5. Д. С. Зернов — Прикладная механика, 1925.
6. А. П. Иванов и др. — Прикладная механика, 1934.
7. Д. М. Карлин — Прикладная механика в примерах, 1933.
8. Н. И. Колчин — Прикладная механика в заданиях, 1932—1934.
9. Л. Б. Левенсон — Кинематика механизмов, 1934.
10. А. П. Малышев — Кинематика механизмов, 1933.
11. Л. П. Смирнов — Кинематика механизмов и машин, 1926.
12. Я. В. Столяров — Теория механизмов, 1926.
13. Н. А. Яковлев — Кинематика механизмов, ч. I и II, 1933.
14. R. Beyer — Technische Kinematik, 1931.

II. Задачники

1. А. П. Иванов и др. — Сборник задач по прикладной механике, 1934.
2. Б. А. Тайц и Н. А. Яковлев — Сборник задач по прикладной механике, 1935.

III. Спеціальна література

1. И. И. Артоболевский — Пространственные механизмы (труды В. В. А. № 10).
2. Л. В. Ассур — Исследование плоских стержневых механизмов с низшими парами с точки зрения их структуры и классификации. Изд. СПб Политехн. ин-та, 1913—1918.
3. Н. С. Ачеркан — Расчет и конструирование металлорежущих станков, 1936.
4. Е. Бакингом — Цилиндрические зубчатые колеса, 1935.
5. Н. Г. Бруевич — Кинематика и кинестатика плоских механизмов (труды В. В. А. № 10).
6. Готе, Заксе, Келле, Крейль — Настройка автоматов (пер. с нем.) 1929.
7. Р. Девилльер — Легкие двигатели внутреннего сгорания, 1931.
8. В. А. Добровольский — Ременная передача, 1934.
9. А. К. Зданюкевич — Токарные автоматы, 1936.
10. Н. Ф. Руденко — Планетарные передачи, 1936.
11. С. К. Руженцев и Б. А. Иванов — Зубчатая и червячная передачи. Редакторы, 1930.
12. А. Шибель — Зубчатые колеса, 1931.

ЗМІСТ

	Стор.
Передмова	3
Розділ I. Вступ	
§ 1. Зміст курсу прикладної механіки	5
§ 2. Механічна система	6
§ 3. Класифікація механічних систем	6
§ 4. Контрольні запитання	9
Розділ II. Загальна теорія механізмів	
§ 5. Структура механізмів. Ланки та кінематичні пари	10
§ 6. Кінематичний ланцюг	12
§ 7. Степені вільності кінематичного ланцюга	13
§ 8. Механізм — окремий випадок кінематичного ланцюга	14
§ 9. Мертві точки	15
§ 10. Чотириланковий механізм — основний тип механізму з нижчими парами	17
§ 11. Методи перетворення механізмів	18
§ 12. Поняття про класифікацію механізмів	23
§ 13. Контрольні запитання і задачі	26
Розділ III. Дослідження механізмів методом діаграм	
§ 14. Складання схеми механізму	29
§ 15. Масштаби, їх розмірність і числова величина	30
§ 16. Побудова траєкторій окремих точок механізму. Спосіб засічок. Спосіб шаблонів	32
§ 17. Путь точки. Побудова діаграми путі за часом	39
§ 18. Побудова діаграм швидкості і прискорення за часом методом графічного диференціювання	41
§ 19. Графічне інтегрування	44
§ 20. Виключення спільної змінної	48
§ 21. Контрольні запитання і задачі	50
Розділ IV. Дослідження механізмів методом планів швидкостей і прискорень	
§ 22. Визначення швидкостей з допомогою миттєвого центра швидкостей (М.Ц.Ш.). Теорема Аронгольда-Кенеді	52
§ 23. Побудова планів швидкостей, нормальних і повернених	56
§ 24. Визначення кутових швидкостей ланок механізму	62
§ 25. Побудова планів прискорень	63
§ 26. Побудова повернених планів прискорень. Графічне визначення нормального відносного прискорення	67
§ 27. Спосіб Мора	71
§ 28. Визначення кутових прискорень ланок механізму	72
§ 29. Визначення радіусів кривини траєкторій точок механізму	73

§ 30.	Побудова планів швидкостей і прискорень для кулісних механізмів	74
§ 31.	Побудова планів швидкостей і прискорень для механізмів в трипо- відковими групами	81
§ 32.	Контрольні запитання і задачі	90

Розділ V. Аналітичний метод дослідження механізмів

§ 33.	Аналітичне дослідження кінематики нормального кривошипно-шатун- ного механізму	103
§ 34.	Аналітичне дослідження дезаксіального кривошипно-шатунного ме- ханізму	110
§ 35.	Контрольні запитання і задачі	111

Розділ VI. Зубчасті колеса

§ 36.	Обертальний рух	113
§ 37.	Циліндричні фрикційні котки	116
§ 38.	Теорема Віллєса. Профілювання зубців циліндричних коліс	118
§ 39.	Елементи циліндричних зубчастих коліс	120
§ 40.	Побудова супряжного профіля методом Рело	123
§ 41.	Побудова евольвентних профілів зубців	124
§ 42.	Побудова відносної траєкторії головки	133
§ 43.	Дуга зачеплення. Ступінь перекриття. Робоча частина профіля	134
§ 44.	Кут зачеплення і його вибір	136
§ 45.	Найменше число зубців малого колеса. Діаграма інж. Фогеля	136
§ 46.	Поняття про коригування зубців	140
§ 47.	Циклоїдальні профілі зубців. Теорема Камуса	142
§ 48.	Вибір діаметрів допоміжних кіл	146
§ 49.	Порівняння евольвентних і циклоїдальних профілів	146
§ 50.	Поняття про аналітичне профілювання евольвентних зубців	150
§ 51.	Поняття про виготовлення циліндричних зубчастих коліс	153
§ 52.	Коригування зубців зсуванням рейки	157
§ 53.	Контрольні запитання і задачі	163

Розділ VII. Передача обертального руху навколо осей, що перетинаються і схрещуються

§ 54.	Конічні фрикційні котки	165
§ 55.	Конічні зубчасті колеса	166
§ 56.	Шарнір Гука	172
§ 57.	Гвинтові колеса	173
§ 58.	Червячна передача	177
§ 59.	Контрольні запитання і задачі	179

Розділ VIII. Складні зубчасті передачі

§ 60.	Рядове зачеплення	181
§ 61.	Кратні передачі	183
§ 62.	Епіциклічні передачі	185
§ 63.	Контрольні запитання і задачі	200

Розділ IX. Кулачні механізми

§ 64.	Основні поняття і визначення	202
§ 65.	Загальний метод дослідження кінематики кулачних механізмів	204
§ 66.	Дослідження кулачних механізмів методом зведення їх до механізмів з нижчими парами	213
§ 67.	Аналітичне дослідження кінематики кулачних механізмів	222
§ 68.	Профілювання кулаків за заданим законом руху веденої ланки	225
§ 69.	Контрольні запитання і задачі	237

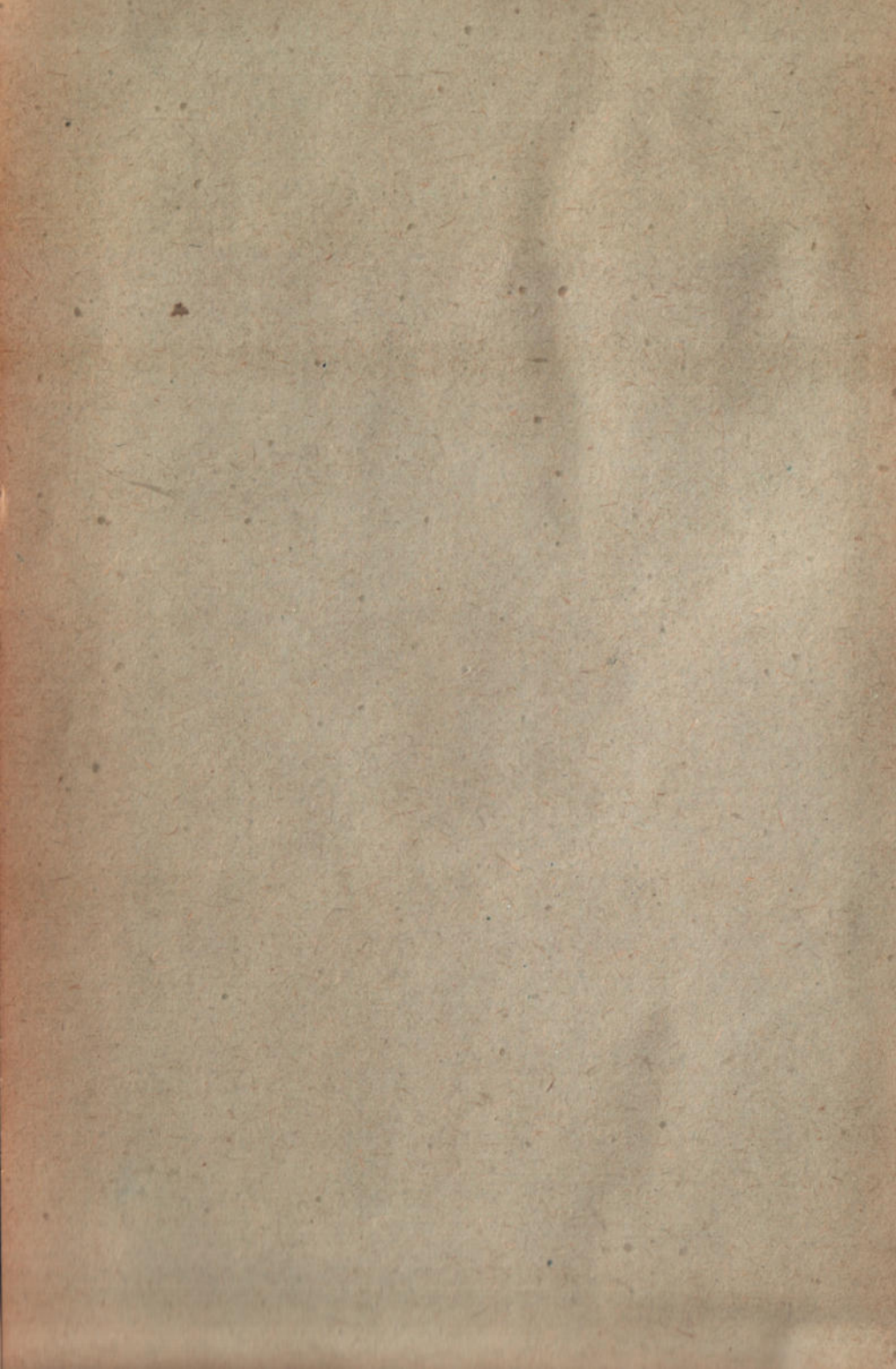
Розділ X. Передача гнучким зв'язком

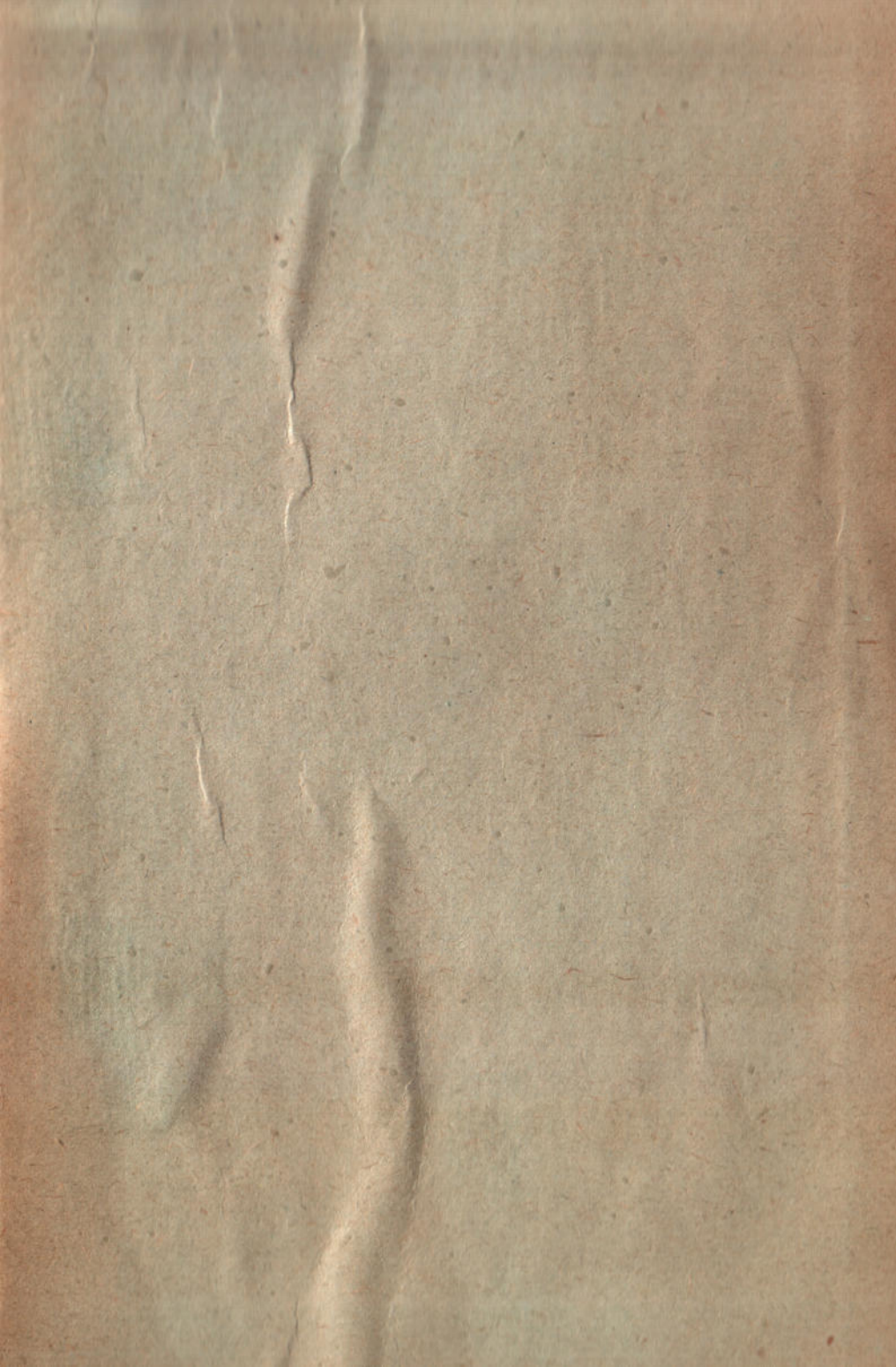
§ 70. Пасова передача	241
§ 71. Ланцюгова передача	247
§ 72. Контрольні запитання і задачі	251

Розділ XI. Синтез механізмів

§ 73. Елементарний синтез шарнірних механізмів	252
§ 74. Кінематичний синтез автомата	255







1125

ЦІНА 3 КРБ. 50 КОП.

Оправа 75 коп.

5-2

