НАУКОВО-ДОСЛІДНИЙ ВІДДІЛ ЗЕМЛЕВПОРЯДЖЕННЯ УНДІГІМ

М. Г. ВІДУЄВ

ПРИВ'ЯЗУВАННЯ ТЕОДОЛІТНИХ ХОДІВ ДО ТРИАНГУЛЯЦІЙНОЇ СІТКИ

ДЕРЖАВНЕ ВИДАВНИЦТВО
КОЛГОСПНОЇ І РАДГОСПНОЇ
ЛІТЕРАТУРИ УРСР

НАУКОВО-ДОСЛІДНИЙ ВІДДІЛ ЗЕМЛЕВПОРЯДЖЕННЯ УНДІГІМ

М. Г. ВІДУЄВ

ПРИВ'ЯЗУВАННЯ ТЕОДОЛІТНИХ ХОДІВ ДО ТРИАНГУЛЯЦІЙНОЇ СІТКИ

ПРАКТИЧНИЙ ПОСІБНИК ДЛЯ ЗЕМЛЕВПОРЯДНИКІВ

ДЕРЖАВНЕ ВИДАВНИЦТВО
КОЛГОСПНОЇ І РАДГОСПНОЇ
ЛІТЕРАТУРИ УРСР

КИЇВ 1937 ПОЛТАВА

Друкується на замовлення Управління землевпорядження НКЗС УРСР

Редактор *В. Ф. Глазков*
Технічн. редактор *Г. Г. Аксьонов*
Коректор *М. М. Матійко*

Від науково-дослідного відділу землевпорядження УНДІГІМ

Цей посібник випускається науково-дослідним відділом землевпорядження щоб дати інженерам і технікам землевпорядникам практичні вказівки по прив'язуванню теодолітних ходів до тригуляційної сітки і рівняльних обчисленнях при теодолітних роботах. Він буде конче потрібний при проведенні робіт по внутріколгоспному землевпорядженню. Досвід проведених землевпорядних робіт по закріпленню земель за колгоспами на вічне користування свідчить, що найвужчим місцем в техніці землевпорядження, що значно знижує продуктивність праці, було невміння використати триангуляційну сітку при знімальних роботах.

Вивчення землі, як засобу виробництва, правильна організація території колгоспів, завдання раціонального використання складних сільськогосподарських машин, уже висувають питання сільськогосподарської картографії, докладних великомасштабних знімальних робіт на значних площах, вивчення гіпсометрії і т. д. Розв'язання ж цих питань можливе тільки при поставленні землевпорядних знімальних робіт на триангуляційній сітці. Виконувані на значній площі теодолітні ходи по межах земель колгоспів при землевпорядних роботах по закріпленню земель за колгоспами в безстрокове (вічне) користування, бувши прив'язаними до триангуляційної сітки і обчисленими на основі координат триангуляційної сітки, дадуть потрібну геодезичну основу при наступних роботах по середколгоспному землевпорядженню і розв'язанню інших завдань (шляхове будівництво, меліорація, лісовпорядкування і т. д.).

Цей посібник має 4 розділи.

Перший розділ висвітлює підготівні роботи по прив'язуванню теодолітних ходів до триангуляційної сітки (вивчення триангуляційної сітки, відшукання триангуляційних пунктів на місцевості і складання проекту теодолітних ходів).

Другий розділ викладає техніку безпосереднього прив'язування (спосіб безпосередніх вимірів, „знесення координат", визначення справжнього азимута).

Третій розділ містить різні випадки посереднього прив'язування, що межують з згущенням триангуляційної сітки пунктами

IV і V класів (пряма, обернена і комбінована засічка, вставлення точок і задача Ганзена), при чому по кожному випадку прив'язування даються різні способи розв'язування.

Четвертий розділ висвітлює можливі випадки рівняльних обчислень теодолітних ходів, різних по своїй будові (розімкнуті ходи, системи ходів, що утворють полігони і вузлові точки). В цьому розділі також встановлюється зв'язок між методом рівняльних обчислень і проектуванням теодолітних ходів.

Значна кількість питань, охоплених цим посібником, не претендує на вичерпний виклад поставленого завдання і лишає широке коло діяльності для раціоналізації як прийомів рівняльних обчислень, так і способів прив'язування до триангуляційної сітки теодолітних ходів.

При складанні посібника використано порівняно багато літературних джерел (зокрема III і IV розділи).

Покликання на відповідних авторів як по тексту, так і в кінці книжки зроблено для забезпечення відшукування матеріалу, що трактує питання з теоретичного боку, або глибше з практичного боку.

Всі зауваження по цьому посібнику надсилати на адресу: Київ, Воровського 5, НКЗС УРСР, Науково-дослідний відділ землевпорядження.

РОЗДІЛ I

ПІДГОТІВНІ РОБОТИ ПО ПРИВ'ЯЗУВАННЮ ДО ТРИАНГУЛЯЦІЙНОЇ СІТКИ

Тригонометрична сітка служить основою при проведенні різних видів знімальних робіт. Так при зніманні меж земель колгоспів методом теодолітного знімання, всі теодолітні ходи, при наявності триангуляційної сітки достатньої густоти, починаються і кінчаються коло пунктів тригонометричної сітки, або як кажуть: „Теодолітні ходи по межах земель колгоспів прив'язуються до тригонометричної сітки". Прив'язати точку теодолітного ходу до тригонометричної сітки це значить знайти її координати відносно координат тригонометричної сітки. Координати пунктів тригонометричної сітки, до яких прив'язуються теодолітні ходи, не підлягають змінам, координати ж всіх проміжних точок теодолітних ходів між даними триангуляційними пунктами обчислюються залежно від координат останніх.

Значення прив'язування теодолітних ходів по межах земель колгоспів до триангуляційної сітки таке:

1. Дати можливість використати теодолітні ходи для наступних знімань і для картографії.

2. Забезпечити зведення до єдиної системи координат і простоту зрівняння всіх теодолітних ходів, що прокладаються на значних площах.

Остання обставина при проведенні землевпорядних робіт набуває дуже важливого значення, бо система теодолітних ходів прокладена по межах землекористувань колгоспів і радгоспів є водночас геодезичним обгрунтуванням знімальних робіт і геодезичним обгрунтуванням аналітичного методу в землевпорядному проектуванні (при ліквідації недоліків колгоспного землекористування і при проведенні середколгоспного землевпорядкування). Крім того прив'язування теодолітних ходів, прокладених по межах земель колгоспів до густої тригонометричної сітки, дає можливість в наступному легше відновити загублені межові знаки.

Підготівні роботи по прив'язуванню теодолітних ходів до триангуляційної сітки полягають:

1. У вивченні триангуляційної сітки, розміщеної на території, яка покривається теодолітними ходами.

2. В приведенні координат триангуляційної сітки в одну систему, переобчисленні географічних координат у систему координат Гауса-Крюгера, в переході з зони в зону і ін.

3. У відшуканні в натурі триангуляційних пунктів.

4. В складанні проекту прив'язування теодолітних ходів до триангуляційної сітки.

Вивчення триангуляційної сітки

Вивчення триангуляційної сітки, потрібне перед проведенням прив'язувальних робіт, ставить своїм завданням:

1. Визначити обсяг виконаних триангуляційних робіт на даній території (клас, густота і рік виконання робіт) і встановити обсяг потрібних додаткових триангуляційних робіт, що забезпечують можливість прив'язування до триангуляційної сітки теодолітних ходів.

2. Встановити якість триангуляційних робіт, аналізуючи похибки положення пунктів детальної (згущеної) триангуляційої сітки III, IV і V класів.

Щоб докладно відповісти на поставлене вище перше питання треба твердо знати теперішню і ту, що існувала раніше класифікацію триангуляційних сіток. Утворення системи опорних геодезичних пунктів методом триангуляції починається з прокладання державної триангуляції I і II класів і на її основі докладних (відомчих) сіток III, IV і V класів.

Триангуляція I класу СРСР будується у вигляді рядів трикутників, розміщуваних по меридіанах і паралелях на віддалі 250—300 *км*. З цих рядів трикутників утворюються полігони. Так, на території УРСР розміщені 4, 5, 8 і 9 полігони триангуляції I класу. Триангуляція I класу є дуже точною геодезичною роботою, вимірювання основ робиться з похибкою $\pm 1:1\,000\,000$, а вимірювання кутів з похибкою $\pm 0{,}''6$. Сторони трикутників I класу коливаються в межах 25—30 *км* у рівних місцевостях; в гірських місцевостях досягають до 80—100 *км*.

В межах полігонів I класу розвиваеться триангуляція II класу, яка в свою чергу поділяється на: основні ряди другого класу, основні сітки другого класу і заповнюючу сітку II класу. Основні ряди II класу прокладаються у вигляді рядів трикутників з сторонами 20—25 *км* і ці ряди перетинають першокласні полігони на 4—6 частин. Середня похибка виміряного кута в основному ряду II класу $\pm 1{,}''0$. Утворені полігони з рядів I класу і основних рядів II класу знову розбиваються на 4 частини основними сітками II класу з сторонами трикутників 15—25 *км* при середній похибці вимірювання кутів $\pm 1{,}''5$. Вільні, лишені незаповненими, частини полігона покриваються суцільною сіткою II класу,—трикутниками з довжинами сторін 8—15 *км* і середньою похибкою вимірювання кута $\pm 2{,}''5$.

Стор.	Рядок	Надруковано	Треба читати	З чиєї вини
7	9 зверху	± 25	$\pm 2{,}5$	Друкарні

Державні триангуляційні сітки не можуть бути безпосередньою основою для знімальних робіт, а служать основою для наступного розвитку відомчої (детальної) триангуляції. Так, на підставі заповнюючої сітки II класу розвивається заповнююча сітка III класу[1] з сторонами 5—10 *км* і середньою похибкою вимірювання кутів $\pm 5''$ [2].

В тих випадках, коли заповнююча сітка II класу відсутня, прокладаються основні ряди III класу з сторонами 8—15 *км* і з середньою похибкою вимірювання кутів $\pm 25''$, і на основі їх будується заповнююча сітка III класу. Дальше згущення сітки (IV клас) робиться прямими і оберненими засічками з точністю виміру кутів аналогічно точності прийнятій в заповнюючій сітці III класу. Для поставлення знімальних робіт масштабу 1 : 10 000 триангуляційна сітка III класу згущується V класом (сторони трикутників 1—3 *км* і середня похибка вимірювання кутів $8''$—$12''$), яка у свою чергу може бути згущувана додатковими пунктами (прямою засічкою) або побудованою на V класі мікротриангуляцією з сторонами трикутників до 0,5 *км*.

Розвиток заповнюючих сіток III класу, пунктів IV класу і сіток V класу обумовлюється потрібною кількістю триангуляційних пунктів на знімальну трапецію, яка залежить від масштабу знімання і методу знімання. Так, при контурно-комбінованому аерофотозніманні необхідна кількість пунктів на знімальну трапецію менша, ніж при методі наземного знімання (мензульного або тахеометричного).

До останнього 10-річчя наші триангуляції поділялися тільки на III класи: перший клас—з сторонами від 20 до 50 і більше кілометрів, другий клас—з сторонами від 12 до 20 *км* і третій клас з сторонами від 5 до 10 *км*. При чому пункти III класу визначалися засічками і являли собою здебільшого місцеві предмети (труби заводів, церкви і т. д.).

Основним масштабом проведення знімальних робіт при землевпорядженні на території УРСР є масштаб 1 : 10 000[3] і значить потрібне геодезичне обгрунтування при наземному зніманні здійснюється згущенням сітки до IV або V класів. Проте можливі випадки обгрунтування системи теодолітних ходів на триангуляційній заповнюючій сітці II класу з додатковими пунктами III класу.

Крім описаного вище тригонометричного геодезичного обгрунтування може мати місце і точна полігонометрія, як опорна

---

[1] Проектом інструкції по триангуляції III класу (1935 р.) встановлюється, що при зніманнях масштабу 1 : 50 000 нема потреби в поставленні спеціальної триангуляції III класу, а згущення заповнюючої сітки II класу проектується робити додатковими пунктами III класу, що визначаються засічками з пунктів II класу.

[2] Проектом інструкції по триангуляції III класу передбачається середньоквадратична похибка вимірювання кутів в заповнюючій сітці III класу $\pm 4,''0$, а на пунктах IV класу $\pm 6,''0$.

[3] „Стандартные масштабы топографических съемок", Государственный междуведомственный геодезический совет при НКТП, 17 июля 1934 г.

державна сітка і як детальне (відомче) геодезичне обгрунтування. Точна полігонометрія прокладається, звичайно, по дорогах (особливо по залізницях) в різних лісових місцевостях, вздовж великих річок, в заболочених районах з великими лісовими масивами і в порядку детального обгрунтування у степових і лісостепових районах, де застосування посереднього способу вимірювання віддалей (паралактична полігонометрія) робить рівноцінним (по витраті часу і вартості) триангуляційний і полігонометричний метод геодезичного обгрунтування. Класифікація точної полігонометрії ідентична класифікації триангуляційних робіт[1] так:

а) основні ряди III класу замінюються у степових і лісостепових районах паралактичною полігонометрією II класу, а в лісових районах траверсами II класу;

б) заповнююча сітка III класу — також паралактичною полігонометрією або траверсами III класу;

в) сітки V класу замінюються відповідно полігонометрією V класу (в інструкції по топозніманню масштабу 1 : 10 000 дано технічні вказівки для прокладання полігонометрії V і VI класів).

Точність триангуляційної сітки

Для практичного використання геодезичної основи при прив'язуванні до неї теодолітних ходів потрібне попереднє визначення її точності. Точність геодезичної основи є одним з вирішальних моментів для використання основи при прив'язуванні. Показник точності — похибка в положенні пункту на місцевості.

У триангуляційній сітці ця похибка залежить від похибок кутів вимірів і похибки вихідної сторони сітки вищого класу. Для орієнтовного (наближеного) визначення похибки положення триангуляційного пункту на місцевості у тригонометричній сітці, прокладеній між двома твердими основами, можна користуватися формулою:

$$d = a\,\frac{\sqrt{t_1^2 + t_2^2}}{\sqrt{2}}$$

де: a — довжина боку трикутника триангуляції;

$$t_1 = 0{,}000\,007\ m\sqrt{\frac{p\,(n-p)}{n}};$$

$$t_2 = 0{,}000\,005\,m\sqrt{(p_1 + p_2) - \frac{p_1^2 + p_2^2}{n}},$$

в яких прийнято такі позначення:

d — абсолютна похибка положення пункту на місцевості;

[1] Крім точної полігонометрії в порядку детального геодезичного обгрунтування застосовується також звичайна полігонометрія, що згущує триангуляційну сітку для поставлення міських знімань або інших великомасштабних знімань. Класифікація звичайної полігонометрії інша (див. інструкцію по зніманню міст).

m — середньоквадратична похибка кута в секундах (визначувана за формулою Ферреро:

$$m = \pm\sqrt{\frac{[v^2]}{3n}},$$

де: $[v^2]$ — сума квадратів нев'язок трикутників,

n — число трикутників);

p_1 — порядковий номер сторони вихідної триангуляції, від якої починається досліджування сітка;

p_2 — порядковий номер сторони вихідної триангуляції, до якої примикає досліджувана сітка[1].

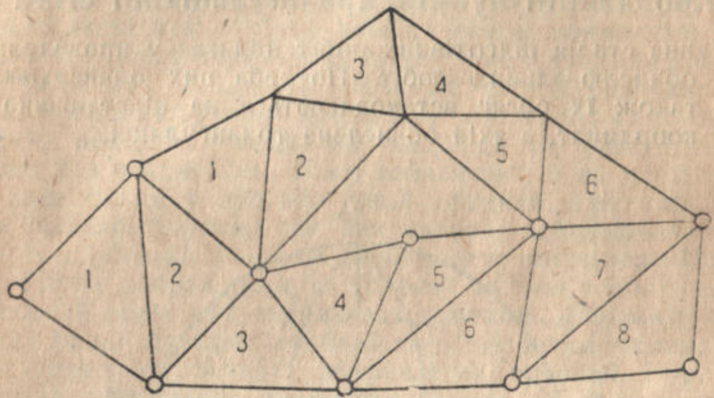


Рис. 1

Наприклад, є заповнююча сітка II класу у вигляді рядів з 8 трикутників між двома твердими боками (рис. 1). Середня квадратична похибка в сітці $\pm 3''$. Між другим і сьомим трикутниками цих рядів прокладена заповнююча сітка III класу в числі 6 трикутників при середній довжині сторони на 5 *км* і середній похибці вимірювання кута $\pm 5''$.

Потрібно визначити похибку в положенні на місцевості пункту 3-го трикутника цієї сітки.

$$t_2 = 0{,}000\,005 \cdot 3\sqrt{(2+7) - \frac{4+49}{8}} = 0{,}000\,023;$$

$$t_1 = 0{,}000\,007 \cdot 5\sqrt{\frac{3\,(6-3)}{6}} = 0{,}000\,042;$$

$$d = \frac{5000\sqrt{0{,}000\,023^2 + 0{,}000\,042^2}}{1{,}4} \simeq 0{,}18 \text{ м}.$$

[1] Щоб судити про ступінь точності триангуляції в цілому треба користуватися складнішими формулами (Изотов—Оценка точности элементов окончательно уравненной цепи триангуляции, „Геодезист" № 2, 1935 г.)

Треба мати на увазі, що сучасні методи проведення тріангуляційних робіт забезпечують одержання точності найвіддаленіших сторін трикутників від баз (вихідних сторін вищих класів) для заповнюючої сітки III класу не нижче 1 : 10 000[1], що дає, приміpно, похибку положення пунктів (при середніх довжинах сторін) заповнюючої сітки III класу 0,5 *м* (як граничне значення в найвіддаленішій стороні). Тому наведений вище спосіб дослідження точності триангуляційної сітки треба застосовувати тільки для сіток, що мають сумнівні дані, а здебільшого досить обмежитися ознайомленням з науково-технічним звітом, що складається після закінчення триангуляційних робіт.

Координати пунктів триангуляційної сітки

Наступна стадія підготівних робіт полягає у проведенні потрібних обчислювальних робіт. Потреба цих обчислювальних робіт, а також їх обсяг встановлюються на підставі вивчення системи координат, в якій обчислена триангуляція.

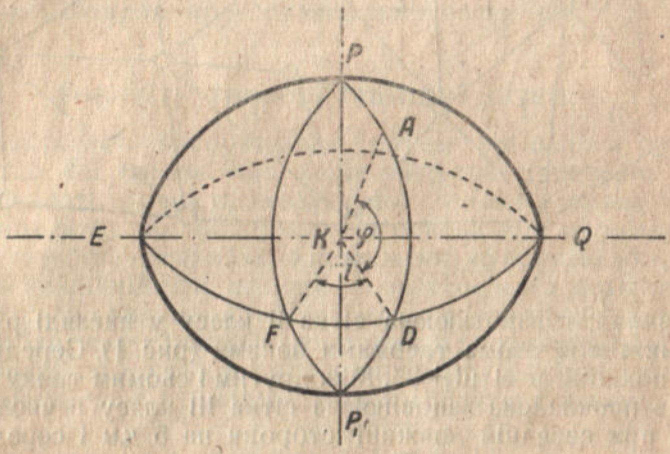


Рис. 2

Положення точки A на поверхні земного сфероіда визначається такими величинами (рис. 2): кутом AKD, утвореним нормаллю до сфероіда в точці A і площиною екватора EQ і кутом l утвореним площиною меридіана точки $A - PAP_1$ з площиною початкового меридіана PFP_1, за який приймається тепер меридіан, що проходить через центр астрономічної обсерваторії у Грінвічі. Перший кут $- AKD = \varphi$, зветься широтою точки A, другий кут, що дорівнює l, зветься довготою точки A (довгота вважається від Грінвіча на схід).

[1] При виникненні в заповнюючій сітці III класу полігональних умов (умов координат) точність визначення найвіддаленішої сторони від вихідних сторін буде не менше 1 : 15 000).

Широти й довготи обчислюються для всіх точок державної триангуляції і потрібні для проведення державних знімань і складання карт.

Ця система географічних кординат[1] потрібна для розв'язання наукових задач геодезії, для геодезичних робіт на значних площах і для загальнодержавної картографії, але використання географічних координат при землевпорядних роботах і при інших інженерних роботах зустрічає значні утруднення; так при землевпорядних роботах і при інших видах інженерних робіт, теодолітні знімальні ходи обчислюються у плоских прямокутних координатах і знімані ділянки земної поверхні, звичайно порівняно незначні по величині, приймаються за плоскі. Тому для практичного використання й координати триангуляційних пунктів також повинні були б бути дані як плоскі прямокутні.

Зазначені вище міркування примусили обчисляти координати триангуляційних пунктів в особливій системі плоских прямокутних координат, званій системою координат Гауса-Крюгера.

Земна поверхня — поверхня еліпсоїда не розвертається на площині без викривлень, тому зображення її на площині може бути дане тільки в тій або іншій проекції, при чому застосування будьякої проекції дає викривлення зображуваних на них контурів порівняно з відповідними контурами на земній поверхні і чим більше зображувана на проекції частина земного еліпсоїда тим важчий облік цих викривлень проекції. Доцільність вибору тієї або іншої проекції визначається, головним чином, можливістю зручно враховувати викривлення проекції. Тому в більшості для зображення земного еліпсоїда приймають проекцію конформну, тобто таку, яка зберігає подібність у безконечно малих частинах.

Конформних проекцій для зображення поверхні земного сфероїда на площині існує дуже багато, але в розумінні простоти наступного практичного використання проекції величезні переваги перед всіма іншими має конформна поперечно-циліндрична проекція (проекція Гауса), яка в СРСР прийнята тепер як єдина проекція для відомчих знімань.

При застосуванні проекції Гауса треба земну поверхню розподілити на зони (однакові частини, утворені проведенням меридіанів через рівні інтервали по довготі) і уявити собі для кожної зони (рис. 3) циліндр з еліптичним поперечним розрізом, що дотичний до сфероїда по середньому меридіану зони; вісь циліндра проходить через центр сфероїда, знаходиться у площині його екватора і перпендикулярна до площини середнього меридіана. На такому циліндрі будується конформне зображення частини поверхні сфероїда, що відповідає обраній зоні, після

---

[1] Географічні координати — широта й довгота, визначені з астрономічних спостережень, звуться астрономічними, а географічні координати, одержані в результаті геодезичних робіт, звуться геодезичними.

чого циліндр розгортається на площині (рис. 4). Зображення середнього (осьового й початкового) меридіана у вигляді прямої

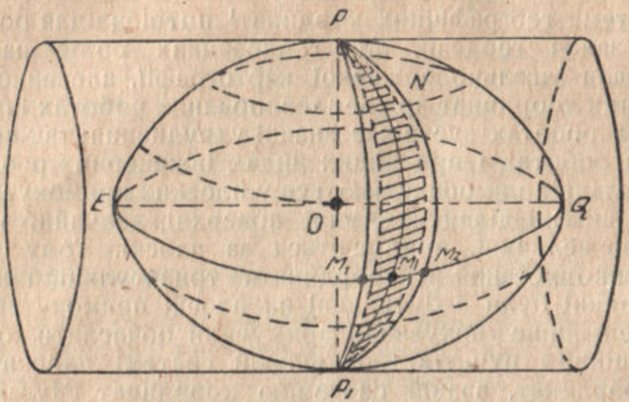


Рис. 3

лінії на цій площині приймається за вісь абсцис, а початок плоских прямокутних координат (спільний для всієї зони) береться в точці, що зображає перетин середнього меридіана з екватором.

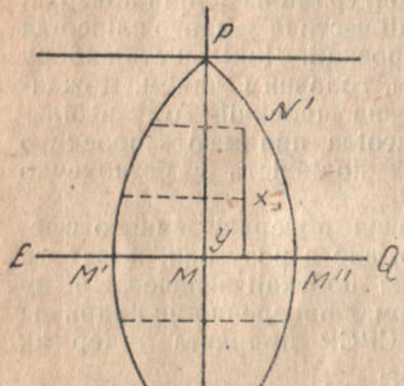


Рис. 4

Таким чином кожній точці N зони сфероіда, що має географічні координати (широту й довготу) відповідатиме на площині точка N', що має прямокутні плоскі координати x і y.

Одержані таким чином координати x і y звуться координатами Гауса-Крюгера[1].

З викладеного видно, що хоч для зображення будьякої зони застосовується один і той же закон, але дія проекції обмежується одною зоною, тому що кожна зона зображується на своєму циліндрі, а тому що інтервали між меридіанами при розподілі на зони приймаються порівняно невеликі, звичайно 3 або 6°, то викривлення проекції бувають також незначні і, що особливо важливо, вони легко враховуються з високим ступенем точності. Так, наприклад, викривлення ліній на краях зони не перевищують:

[1] Назва системи координат—система Гауса-Крюгера, походить від того, що всі потрібні формули проекції Гауса були розроблені вченим Крюгером в 1912 р.

	В 6-градусній зоні	В 3-градусній зоні
На екваторі	$\frac{1}{750}$	$\frac{1}{3\,200}$
На 45 паралелі	$\frac{1}{1\,500}$	$\frac{1}{6\,400}$

Тому що геодезичні роботи при землевпорядженні по своєму характеру є великомасштабними, то прийнято 3-градусний зональний поділ, при якому похибки графічної побудови точки у прийнятих при землевпорядженні масштабах відповідають максимальним викривленням за проекцією.

Лічення границь зон іде від Грінвічського меридіана з заходу на схід, градусні значення яких наведені нижче в таблиці.

Зони	Меридіани		
	Західний	Осьовий	Східний
1	25,5	27	28,5
2	28,5	30	31,5
3	31,5	33	34,5
4	34,5	36	37,5
5	37,5	39	40,5
6	40,5	42	43,5
7	43,5	45	46,5

З введенням системи координат Гауса-Крюгера орієнтування в напрямі всіх ліній треба вести відносно осьового меридіана.

Справжнім або географічним азимутом лінії в даній точці зветься сферичний кут, складений географічним меридіаном і даною лінією; він відлічується по ходу годинникової стрілки від північного кінця меридіана до лінії. Позначається через α (рис. 5).

Сферичним дирекційним кутом лінії в даній точці зветься сферичний кут, утворений малим колом, що проходить через дану точку паралельно осьовому меридіану зони і даною лінією; відлічується від північного кінця малого кола по ходу годинникової стрілки. Позначається через T (рис. 5).

Зближенням меридіанів в даній точці зветься кут, утворений географічним меридіаном і малим колом, паралельно осьовому меридіану зони, що проходить через дану точку. Позначається через γ_0 і має знак мінус, якщо точки лежать до заходу, і знак плюс, якщо точки лежать на схід від осьового меридіана (рис. 5).

Зближення меридіанів обчислюється за формулою (наближеною)

$$\gamma_0 = \lambda \cdot \sin \varphi,$$

де: φ—широта даної точки;

λ—різниця довгот між осьовим меридіаном і меридіаном, що проходить через дану точку.

Плоским дирекційним кутом лінії (дирекційним кутом хорди) зветься кут у початковій або кінцевій точці її, яка міститься

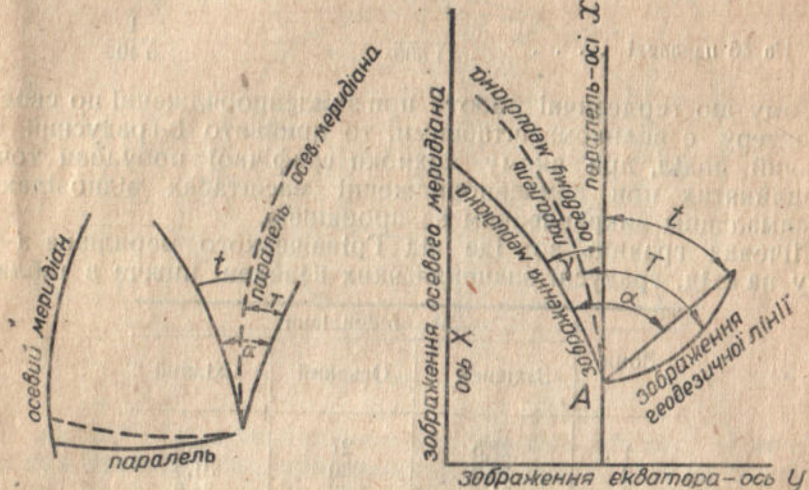


Рис. 5

між прямою, що сполучає кінці зображення геодезичної лінії на площині і прямою паралельною осі X, позначається через t і відшукується за формулою:

$$t = T - \delta$$

де: T — сферичний дирекційний кут;

δ — поправка на кривизну зображення геодезичної лінії на площині у проекції Гауса-Крюгера (кут утворений зображенням геодезичної лінії на площині і хордою, що сполучає кінці зображення геодезичної лінії).

Тому, що величина δ в сітках IV і V класів, а також в теодолітних ходах незначна (порівняно короткі довжини сторін і менша точність виміру кутів)[1], то практично плоский дирекційний кут вважають рівним сферичному, тобто $t = T$ (рис. 6).

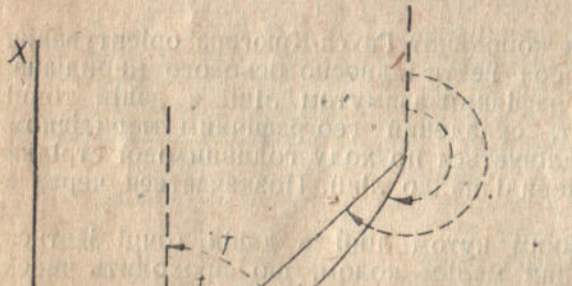


Рис. 6

[1] $\delta = 0$ при сторонах теодолітних ходів менше 1 *км* і $y < 150$ *км*.

Обчислення координат Гауса-Крюгера

Обчислення плоских прямокутних координат Гауса-Крюгера по географічних, провадиться за такою схемою (з настанов по проведенню топографічних робіт УВТ, вип. 1):

	Формули	Сигнал Шимськ	Дзвіниця Коростень
1	φ — широта	58°13′ 32″52	58°11′ 18″25
2	l — довгота	30 44 59 87	30 59 46 73
3	$l - 33° = \lambda$ різниця довгот осьового меридіана	—2 15 0 13	— 2 00 13 27
	λ'' — в секундах	—8 100 13	— 2 13 27
15	$lg\ \gamma\ (7+9)$	3,838039 *n*	3,787491 *n*
9	$+v\ (\lambda \cos\varphi)^2$ — з другої таблиці по аргументу $lg\ \lambda \cos\varphi$	+ 62	+ 49
7	$lg\ \gamma_0\ (4+5)$	3,837977 *n*	3,787442 *n*
5	$lg \sin\varphi$ — по таблицях логарифмів	9,929485	9,929310
4	$lg\ \lambda''$ — теж	3,908492 *n*	3,858132 *n*
6	$lg \cos\varphi$ — теж	9,721459	9,721906
8	$lg\ \lambda \cos\varphi\ (4+6)$	3,629951 *n*	3,580048 *n*
10	$lg \frac{N}{\rho}$ — з першої таблиці по аргументу φ	1,491268	1,491267
11	$lg\ y_0\ (8+10)$	5,121219 *n*	5,071315 *n*
12	$+v\ (\lambda \cos\varphi)^2 - 9$	+ 62	+ 49
13	$-{}^1/_2\ v\ \lambda^2$ — з таблиці другої по аргументу $lg\lambda''$	— 112	— 89
14	$lg\ y\ (11+12+13)$	5,121169 *n*	5,071235 *n*
16	$lg\gamma_0\ y_0\ (7+11)$	8,959196	8,858757
17	$lg\ ½\ \rho$ — постійна величина	4,384545	4,384545
18	$lg \frac{y_0\gamma}{2\rho}\ (16-17)$	3,343741	3,243302
19	${}^3/_2 v\ (\lambda \cos\varphi)^2$ — з графи 9, помноженням на ${}^3/_2$	+ 93	+ 73
20	$-{}^1/_4 v\lambda^2$ — з графи 13, помноженням на ½	— 56	— 44
21	$lg\ (x-B)\ (18+19+20)$	3,343779	3,243331
22	$lg\ \Delta\ 1''$ — з таблиці 1, по аргументу φ	1,490460	1,490457
23	$lg\ \Delta\varphi$ — різниця φ і найближче менше з таблиці 1	2,327400	1,893484
24	$lg\ \Delta B\ (22+23)$	3,817860	3,383941
25	$x-B$ по $lg\ (x-B)$ — знаходимо число	2206,9	1751,2
26	B_0 — з таблиці 1, відповідно градусам і десяткам мінут φ	6449173,3	6449173,3
27	ΔB — по логарифму число	6574,4	2420,7
28	$x\ (25+26+27)$	6457954,6	653345,2
29	y — по логарифму число	—132181,5	—117824,3
30	λ	—1°54′47″	—1°42′10″
31	$lg\ m\ (19)$	0,000093	0,000073

У схемі прийнято такі формули:

$$lg y = lg\ y_0 + v\ (\lambda'' \cos\varphi)^2 - \frac{1}{2} v\lambda'' \quad \ldots\ldots (1)$$

В цій формулі $y_0 = \frac{N}{\rho}\lambda'' \cos\varphi$, де N є радіус кривизни по першому вертикалу і величина $\frac{N}{\rho''}$ береться з таблиці для даної широти;

λ'' — є різниця довгот, визначена в секундах, вважаючи її від осьового меридіана, який в нашому прикладі дорівнює 33°.

Другий член цієї формули, визначений в одиницях логарифму береться по аргументу $lg(\lambda \cos\varphi)$ в таблиці 2 (стор. 117).

Третій член, визначений також в одиницях логарифму, береться з тієї ж таблиці по аргументу $lg\lambda$.

$$lg\ (x-B) = lg\frac{\gamma_0 y_0}{2\rho} + \frac{3}{2}v\ (\lambda\cos\varphi)^2 - \frac{1}{4}v\lambda^2\ .\ .\ .\ .\ (2).$$

В цій формулі x є абсциса даного пункту, а B — довжина дуги меридіана, вважаючи її від екватора до географічної паралелі даного пункту з широтою φ. За цією формулою спочатку відшукуємо різницю $x-B$; до першого члена даної формули входять: наближена величина зближення меридіанів, визначувана за формулою $\gamma_0 = \lambda\sin\varphi$, величина y_0 з попередньої формули і сталий множник $\frac{1}{2}\rho$; другий і третій члени визначені в одиницях логарифму і беруться з згаданої вище таблиці 2 по аргументах $lg\ (\lambda\cos\varphi)$ і $lg\lambda$.

Одержавши різницю $x-B$, по таблиці 1 (стор. 115) обчислюємо величину B так: виписуємо з таблиці величину B_0, що відповідає градусам і десяткам мінут даної широти (у нашому прикладі 58°10′) і визначаємо відрізок дуги меридіана (ΔB) що, відповідає мінутам і секундам даної широти — в нашому прикладі

$$\Delta\varphi = 3'32'',52 = 212'',52.$$

Цей відрізок дуги меридіана (ΔB) визначається за формулою:

$$lg\,\Delta B = lg\ (\Delta 1''\cdot\Delta\varphi).\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (3),$$

де $\Delta 1''$ береться з тієї ж таблиці для широти $\varphi_m = \frac{\varphi_0 + \varphi}{2}$, де широта φ_0 відповідає B_0 (у нашому прикладі 58°10′).

Підсумувавши величини $(x-B) + B_0 + \Delta B$, очевидно й одержимо шукану абсцису x.

Значення величин, що сюди входять, пояснено в попередніх формулах.

$$lg\ m = \frac{3}{2}v\ (\lambda\cos\varphi)^2\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ .\ (4).$$

За цією формулою визначається логарифм масштабу зображення геодезичної лінії у проекції Гауса-Крюгера, потрібний для редуціювання довжин на площину. Він береться з таблиці по аргументу: $lg\ (\lambda\ \cos\varphi)$.

Дані формули є наближені і розраховані для обчислення прямокутних координат 6-значними логарифмами з точністю до 0,1 *м.*

Тому що наведені формули контролю не мають, то обчислення прямокутних координат треба робити на дві руки [1].

Можливі випадки розміщення ділянки покриваної теодолітними ходами у двох суміжних зонах, на роздільному меридіані, тоді координати триангуляційної сітки перечислюються в одну зону. Ці перечислення робляться по таблицях Віровця і Рабіновича (таблиці для перетворення координат Гауса-Крюгера), при відсутності цих таблиць,—шляхом переводу раніше прямокутних координат в географічні, а географічних знову у прямокутні потрібної зони (зона перекриття) [2].

Використання старих триангуляційних сіток

Триангуляція I і II класу обчислюється в географічних координатах на сфероіді Бесселя. Проте при використанні старих триангуляційних сіток можливі випадки, коли ці сітки обчислені на сфероіді Вальбека або Кларка, або сітки обчислені на сфероіді Бесселя, але від початку Юр'їв, а не Пулково, як це було прийнято в 1910 р. Перехід з Юр'ївської системи до Пулковскої (на сфероіді Бесселя) здійснюється з допомогою таких табличок:

Поправка в широті — φ.

Довгота від Пулково	0°	— 1°	— 2°	— 3°	— 4°
Поправка до широти	−4,″06	−4,″07	−4,″07	−4,″07	−4,″07

Поправка в довготі

	55°	54°	53°	52°	51°	50°	49°	48°	47°
−0°00′	+1,″02	+1,″03	+1,″05	+1,″06	+1,″07	+1,″08	+1,″09	+1,″10	+1,″11
20′	05	06	08	09	10	11	12	13	14
40′	09	10	11	12	13	14	14	15	16
−1°00′	12	13	14	15	16	16	17	18	19
20′	16	16	17	18	19	19	20	21	21
40	19	20	20	21	21	22	23	23	24
−2°00′	22	23	23	24	24	25	25	26	26
20′	26	76	26	27	27	28	28	28	28
40′	29	29	30	30	30	31	31	31	31
−3°00′	32	33	33	33	33	33	33	34	34
20′	36	36	36	35	36	36	36	36	36
40′	39	39	39	39	39	39	39	39	39
−4°00′	42	42	42	42	42	42	42	42	42

[1] Крім наведеного спрощеного способу обчислення координат Гауса-Крюгера по географічних існують і інші нескладні способи (Бєлікова, Келя, Когана).

[2] Для перечислення координат Гауса-Крюгера з зони в зону запропоновано багато способів, крім зазначених вище (способи Крюгера, Келя, Нумерова, Ходоровича, Ізотова і ін.).

Порядок користування табличками подано на прикладі: дано в юр'ївській системі такі координати триангуляційного пункту $\varphi = -54°19'53,''65$. $l = 3°57'11,''95$ і потрібно їх перевести в пулковську систему. В пулковській системі матимемо:

$$\varphi = -54°19'53,''65 \qquad l = -3°57'11,''95$$

$$\text{(з I таблиці)} \quad 4,''07 \qquad \text{(з II таблиці)} + 1,''42$$

В пулковській системі $\varphi = -54°19'49,''58$. В пулковській системі $l = -3°57'10,''53$

Схема, каталог, кроки і список трикутників

Після закінчення перших двох стадій камеральних підготівних робіт складається необхідний матеріал для польових робіт. Складається схематичний рисунок триангуляційної сітки на карті найбільшого масштабу (1 : 100 000, 1 : 50 000). При складанні рисунка застосовуються такі умовні знаки (рис. 7 і 8):

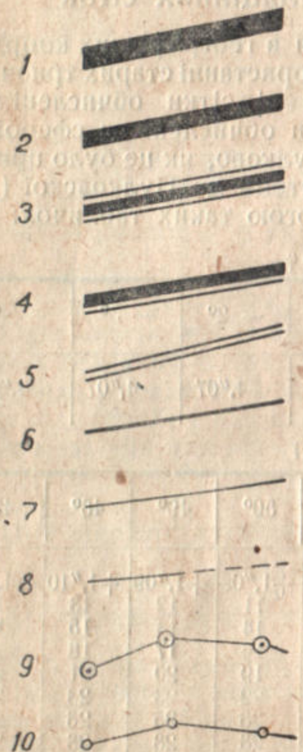


Рис. 7

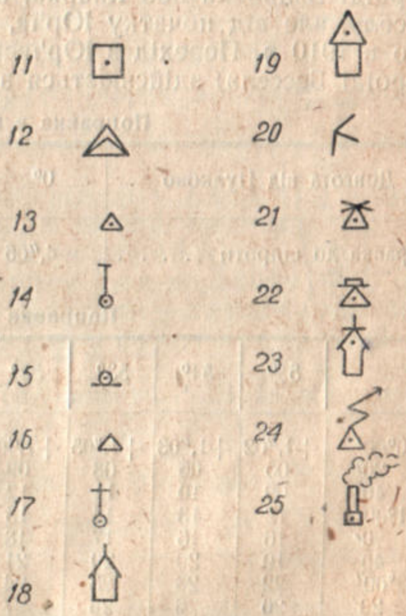


Рис. 8

1. Сторона триангуляції I класу.
2. Сторона основного ряду II класу.
3. Сторона заповнюючої сітки II класу.
4. Сторона основного ряду III класу.
5. Сторона заповнюючої сітки III класу.
6. Сторона триангуляції IV класу.
7. Сторона триангуляції V класу.

8. Сторона додаткових пунктів.
9. Основні теодолітні ходи (полігонометрія V класу).
10. Теодолітні ходи (полігонометрія VI класу).
11. Складний сигнал.
12. Простий сигнал.
13. Піраміда.
14. Віха.
15. Азимутальний стовп.
16. Закладна точка полігонометрії.
17. Дзвіниця.
18. Надбудова на будинку.
19. Силосна башта.
20. Верстовий стовп.
21. Вітряк.
22. Водонапірна будівля.
23. Пожежна каланча.
24. Радіощогла.
25. Труба заводу.

Потім складається каталог пунктів за поданою нижче формою.

Осьовий меридіан 27° (6-градусна зона)

№№ п/п	Назва пунктів	Клас	Координати		Дирекційні кути		Зближення меридіан в
			x	y	0°00′00″	На предмет	
1	Огуречна (піраміда)	IV	5264714,6	5684301,2	23°61′03,″3	Манілово (піраміда)	+1′48,″3
					23°01′04,″8	Іллінка (дзвіниця)	
					34°42′05,″6	Захарівка (завод)	
	і т. д.						

Для кожного пункту в каталозі повинно бути дано три дирекційних кути, при чому один дирекційний кут дається на один з суміжних триангуляційних пунктів видимих з землі і два дирекційних кути на місцеві предмети або азимутні пункти[1].

Щоб забезпечити надалі простоту обчислювальних операцій, виготовляється на район роботи список трикутників за формою:

Назва вершин трикутників	Виміряні кути	Зрівняні кути	Логарифми сторін (у метрах)
Трикутники III класу (заповнююча сітка)			
Яконово (дв. піраміда)	49° 06′ 42″	41″	4,019549
Пурово (церква)	70 32 18	18	4,115521
Дерново (піраміда)	60 41 02	01	4,080130
+ 2″	180 00 02	00	—
і т. д.			

[1] По роботам НКО на кожну трапецію масштаба 1 : 50 000 складається картковий каталог.

Щоб забезпечити відшукання триангуляційних пунктів на місцевості при проведенні триангуляційних робіт, складалися кроки. Кроки складаються на всі пункти вміщені в каталозі, не виключаючи місцевих предметів.

Кроки виготовляються на картках стандартного зразка і мають: 1) план розташовання триангуляційного пункту в масштабі 1:25 000 (2 *см* $\times$ 2 *см*); 2) опис розташовання триангуляційного пункту і закладеного центра з зазначенням віддалей до визначених (характерних) місцевих предметів або контурних точок (орієнтірів), а також назви пунктів видимих з землі; 3) рисунок зовнішнього знака; 4) подовжній розріз центра з зазначенням розмірів усіх елементів.

В тому разі, коли кроки не складалися, то для відшукання триангуляційних пунктів використовуються журнали рекогносціювання.

Відшукання триангуляційних пунктів

Польова підготівна робота полягає в відшуканні наявних на території, що покривається теодолітними ходами, триангуляційних пунктів.

Триангуляційні пункти позначаються (закріплюються) на місцевості тимчасовими (штучними) дерев'яними наземними спорудженнями (сигнали, піраміди, віхи), системою центрів (надземний і підземний) і канавою завглибшки 0,5 *м*, крім того місця розташування триангуляційних пунктів завжди підвищені.

При зберіганні зовнішнього знаку триангуляційні пункти потрібні для прив'язування, легко відшукуються на місцевості; якщо ж зовнішні знаки не збереглися, то користуючись описом знаку (кроками або схемами підходу), картою і розпитуванням місцевих жителів, визначають місце знаку і потім починають відшукувати і розкривати центр. Для цього на початку залізним щупом визначають площадку кладки, потім знімають верхній шар землі лопатою і розбирають кладку руками, щоб не пошкодити і не зрушити центра. Якщо ж верхній центр відсутній, або зрушений, то відшукують внутрішній центр, вживаючи тих же заходів обережності. Відшукавши внутрішній центр, проектують його на поверхню землі з допомогою трьох встановлень теодоліта (через 120°).

В разі неможливості відшукувати триангуляційний пункт зазначеним вище способом, можна застосовувати кілька прийомів: 1) спосіб Марека; 2) спосіб інверсійного трикутника; 3) задача Потенота і в крайному разі 4) спосіб Кулаковського.

Спосіб Марека. Спосіб Марека (рис. 9) полягає в тому, що в районі передбачуваного місця центру *P* вибирають базу *MN* завдовжки близько 40 *м* і з кінців її вимірюють кути між напрямами на ті місцеві предмети, або триангуляційні пункти, на які провадилося спостереження при закладанні центра і обраним напрямом бази MN. Місцеві предмети або триангуляційні пункти, на які провадилися спостереження, звичайно зазначаються в описі центра.

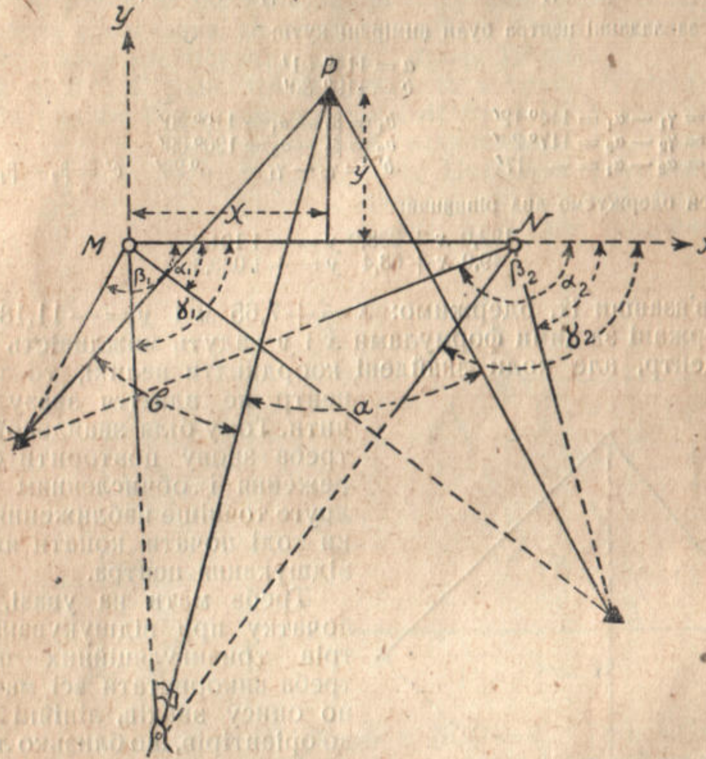


Рис. 9

Взявши точку M за початок координат, напрям MN за вісь x-ів, а перпендикулярне йому за вісь y-ів, обчислюємо координати відшукуваного тригонометричного пункту відносно цих осей. Координати пункту P визначаються з розв'язання двох рівнянь:

$$(a-a_1)\ B=(a_2-a_1)\ x+(b'\ \mathrm{ctg}\ \beta_1-a'\ \mathrm{ctg}\ \alpha_1)\ y$$

$$(b-b_1)\ B=(b_2-b_1)\ x+(c'\ \mathrm{ctg}\ \gamma_1-b'\ \mathrm{ctg}\ \beta_1)\ y$$

де: α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1 і γ_2 кути між напрямом бази і напрямами на місцеві предмети;

$B=MN$ — довжина бази;

a і b — кути відшукуваного тригонометричного пункту на місцеві предмети (беруться з опису знаку): $a_1=\gamma_1-\alpha_1$; $b_1=\beta_1-\gamma_1$; $a'=\alpha_2-\alpha_1$; $a_2=\gamma_2-\alpha_2$; $b_2=\beta_2-\gamma_2$, $b'=\gamma_2-\gamma_1$; $c'=\beta_2-\beta_1$.

Приклад на спосіб Марека. При відшуканні центра були вибрані дві допоміжні точки MN на віддалі $B = 108{,}33$ *м* і виміряні такі кути:

$$\alpha_1 = 16^\circ 48' \qquad \alpha_2 = 17^\circ 05'$$
$$\beta_1 = 257^\circ 28' \qquad \beta_2 = 246^\circ 56'$$
$$\gamma_1 = 131^\circ 00' \qquad \gamma_2 = 134^\circ 29'.$$

При закладанні центра були виміряні кути:

$$a = 114^\circ 01'$$
$$b = 119^\circ 30'$$

$$a_1 = \gamma_1 - \alpha_1 = 114^\circ 12' \qquad b_1 = \beta_1 - \alpha_1 = 119^\circ 20'$$
$$a_2 = \gamma_2 - \alpha_2 = 117^\circ 24' \qquad b_2 = \beta_2 - \alpha_2 = 120^\circ 09'$$
$$a' = \alpha_2 - \alpha_1 = -\ 17' \qquad b' = \gamma_2 - \gamma_1 = \ 3^\circ 29' \qquad c' = \beta_2 - \beta_1 = +32'$$

Звідси одержуємо два рівняння:

$$192{,}0\ x + 238{,}0\ y = -1\,191{,}6$$
$$49{,}0\ x + 63{,}4\ y = +1\,083{,}3$$

Розв'язавши їх, одержимо: $x = +7{,}65$ *м* і $y = -11{,}18$ *м*.

Одержані за цими формулами x і y дадуть можливість відшукати центр, але коли знайдені координати великі, то по них центр не вдається зразу визначити. Тому біля знайденої точки треба знову повторити спостереження і обчисленням знайти друге точніше наближення і тільки тоді почати копати ями для відшукання центра.

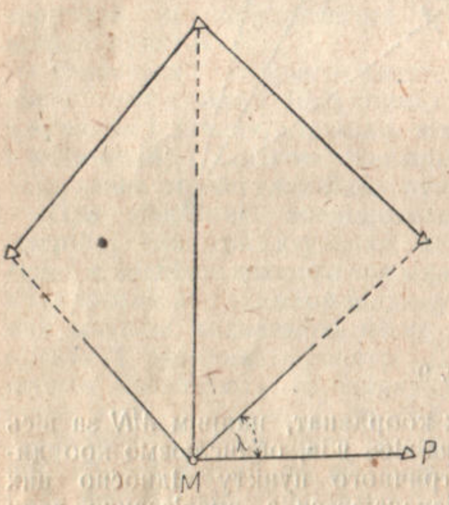


Рис. 10

Треба мати на увазі, що на початку при відшукуванні центрів триангуляційних пунктів, треба використати всі матеріали по опису знаків, лінійні виміри до орієнтірів, що близько лежать, а також щодо триангуляції останніх років, наявність на місцевості курганів і канав, близьких по розміру до вимог інструкції і тільки потім застосовувати спосіб Марека. Можна на початку і не робити всіх обчислень по способу Марека, а застосовувати природні послідовні наближення, вимірюючи кути на послідовному ряді точок до того часу, коли виміряні кути будуть аналогічні виміряним раніше на відшукуваному триангуляційному пункті в межах до півградуса і тоді тільки застосовувати спосіб Марека.

Для відшукування місця триангуляційного пункту можна застосувати задачу Потенота і задачу Ганзена.

Для цього поблизу передбачуваного місця відшукуваного триангуляційного пункту обирають якусь точку M (рис. 10) і визначають її координати по задачі Потенота. Потім за координатами точки M і шуканої точки P визначають довжину й напрям лінії MP, а звідси і кут λ. Цих даних досить, щоб одержати положення точки P на місцевості.

Спосіб проф. В. В. Попова. В тому разі, коли відшукувана точка була прив'язана до триангуляційної сітки за задачею Потенота, то краще застосувати спосіб проф. Попова [1].

Хай A, B і C дані точки (рис. 11), а точка D відшукувана, і на ній раніше були виміряні кути $ADB = \alpha$ і $BDC = \beta$. Оскільки по відношенню до точки D задача Потенота розв'язана, значить у формулярі розв'язання є всі дані для чотирикутника

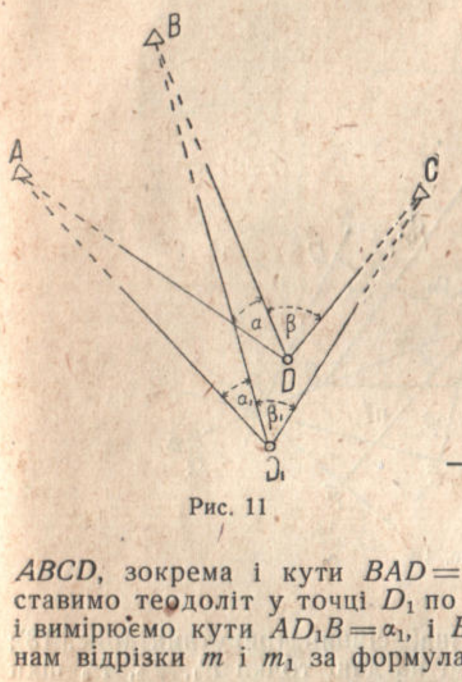


Рис. 11

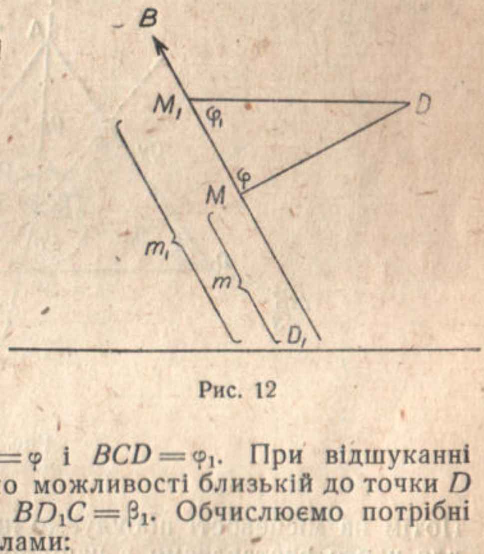


Рис. 12

$ABCD$, зокрема і кути $BAD = \varphi$ і $BCD = \varphi_1$. При відшуканні ставимо теодоліт у точці D_1 по можливості близькій до точки D і вимірюємо кути $AD_1B = \alpha_1$, і $BD_1C = \beta_1$. Обчислюємо потрібні нам відрізки m і m_1 за формулами:

$$m = M(\alpha - \alpha_1) \text{ і } m_1 = M_1(\beta - \beta_1),$$

де коефіцієнти M і M_1 підраховуються завчасно дома за формулами:

$$M = \frac{AD \sin 1'}{\sin \alpha} \text{ і } M_1 = \frac{CD \sin 1'}{\sin \beta}.$$

Потім з допомогою стрічки відкладаємо m і m_1 від точки D_1 в напрямі на середню точку B або у протилежному напрямі, залежно від їх знаків і одержуємо точки M і M_1 (рис. 12).

З допомогою теодоліта в точці M будуємо кут φ, а в точці M_1 кут φ_1 і в перетині збудованих двох прямих знаходимо приблизне положення точки D.

---

[1] Спосіб проф. В. В. Попова викладено в журналі „Геодезист", № 10, 1927 р.

Спосіб інверсійного трикутника. Для застосування способу інверсійного трикутника при відшуканні триангуляційних знаків треба також мати видимість з землі не менше, ніж на три точки, що раніше спостерігалися з шуканого триангуляційного пункту і віддалі від шуканого пункту до видимих точок. На місцевості вибираємо якусь точку P_n, якнайближче до шуканої і з неї вимірюємо теодолітом кути між напрямами на дані точки, одержимо $\alpha_n, \beta_n, \gamma_n$ і порівняємо ці кути з виміряними з шуканої точки, склавши різницю (у мінутах):

$$\alpha - \alpha_n = \Delta\alpha,\ \beta - \beta_n = \Delta\beta \ \text{ і } \ \gamma - \gamma_n = \Delta\gamma.$$

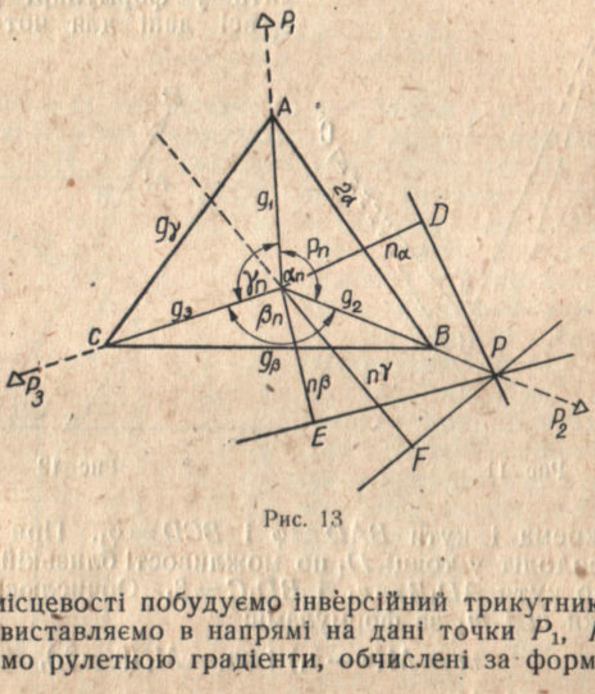


Рис. 13

Потім на місцевості побудуємо інверсійний трикутник (рис. 13); для цього виставляємо в напрямі на дані точки P_1, P_2, P_3 віхи і відкладаємо рулеткою градієнти, обчислені за формулою:

$$g_1 = \frac{3\,438}{S_1},\quad g_2 = \frac{3\,438}{S_2},\quad g_3 = \frac{3\,438}{S_3}$$

де: S_1, S_2, S_3 — відповідно віддалі від шуканої точки до даної (в кілометрах), g — відкладається в дециметрах.

Вимірюємо в дециметрах безпосередньо на місцевості сторони одержаного інверсійного трикутника ABC: g_α, g_β, g_γ, потім обчислюємо коефіціенти поступного переміщення (в метрах):

$$n_\alpha = \frac{1000\,\Delta\alpha}{g_\alpha},\quad n_\beta = \frac{1000\,\Delta\beta}{g_\beta},\quad n_\gamma = \frac{1000\,\Delta\gamma}{g_\gamma}.$$

Потім з точки P_n проведемо перпендикуляри до сторін AB, BC, CA і на них відкладемо (відповідно знакам $\Delta\alpha$, $\Delta\beta$, $\Delta\gamma$) відрізки n_α, n_β і n_γ і через кінці цих відрізків D, E і F проведемо прямі паралельні сторонам інверсійного трикутника, прямі в перетинах дадуть шукану точку P, в разі великого трикутника похибок, зазначені вище дії повторити з нової точки в середині трикутника похибок.

Спосіб П. Кулаковського. В тих випадках, коли треба відшукати загублений підземний центр триангуляційного пункту і з примірного місця розташування його видно тільки один суміж-

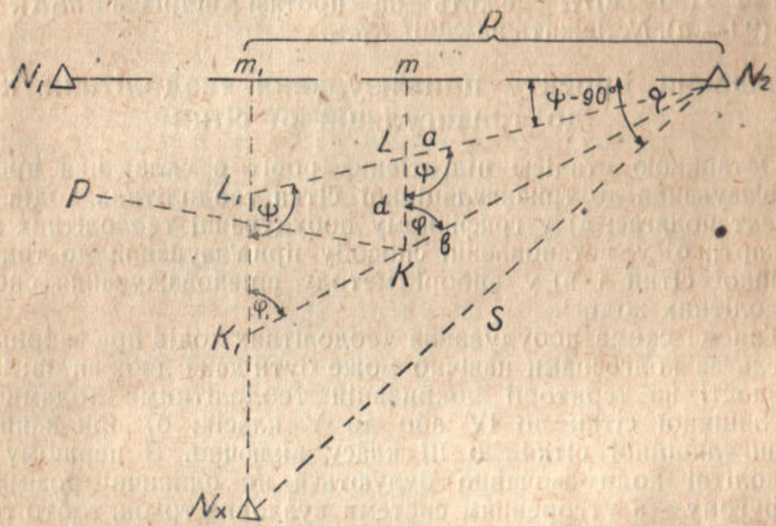


Рис. 14

ний триангуляційний пункт, то застосовують спосіб П. Кулаковського. Для цього поблизу загубленого знака N_x вибираємо точку K, з якої видно один триангуляційний пункт N_2 (рис. 14). Попередньо обчислюємо азимут лінії $N_x m_1$, де m_1 — прямокутна проекція пункту N_x на сторону N_1N_2 і обчислюємо довжину $m_1N_2 = p$. Потім в точці K визначають по сонцю справжній азимут якогось напряму (наприклад KP) і будують кут PKL для позначення на місцевості напряму KL, паралельного лінії $N_x m_1$.

Виміряємо віддаль $KL = d$ і кути $LKN_2 = \varphi$ і $KLN_2 = \psi$, обчислюємо інші сторони трикутника KLN_2 і довжину Km за формулами:

$$LN_2 = a = \frac{d \sin\varphi}{\sin(\varphi+\psi)};\; KN_2 = b = \frac{d\sin\psi}{\sin(\varphi+\psi)} = \frac{a\sin\varphi}{\sin\psi}$$

$$Km = b\cos\varphi = a\cos\psi + d.$$

Для позначення на місцевості напряму $N_x m_1$ обчислюємо з трикутника $N_2K_1m_1$ величину KK_1 і LL_1: $KK_1 = \frac{P}{\sin\varphi} - b$, $LL_1 = \frac{P}{\sin\psi} - a$ і відкладаємо їх на місцевості.

Для перевірки напряму K_1L_1 вимірюємо в точці K_1 кут φ_1. Віддаль K_1N_x обчислюємо за формулою:

$$K_1N_x = S\sin\alpha - p\operatorname{ctg}\varphi$$

або

$$L_1N_x = S'\sin\alpha + p\operatorname{ctg}\psi.$$

При $\varphi > (90 - \alpha)\, N_x$ лежить на протязі відрізка m_1K_1, при $\varphi < (90 - a)$, N_x лежить на лінії K_1m_1.

Складання проекту прив'язування теодолітних ходів до триангуляційної сітки

Останньою стадією підготівних робіт є складання проекту прив'язування до триангуляційної сітки теодолітних ходів. Цей проект полягає: а) у графічному побудуванні теодолітних ходів на карті; б) у встановленні способу прив'язування до триангуляційної сітки і в) у виборі методу врівноважування системи теодолітних ходів[1].

Типова схема побудування теодолітних ходів при закріпленні земель за колгоспами навічно може бути дана двох видів: 1) при наявності на території покриваній теодолітними ходами триангуляційної сітки до IV або до V класів; б) при наявності триангуляційної сітки до III класу включно. В першому разі теодолітні ходи звичайно будуються як одиничні розімкнуті, у другому — з утворенням системи вузлових точок, тобто точок, в яких перетинаються два і більше теодолітних ходів.

Передбачаючи, що точки теодолітних ходів служитимуть геодезичним обгрунтуванням знімання масштабу 1 : 10 000, треба прокласти теодолітні ходи з такою точністю, яка б забезпечила похибку в положенні окремих точок теодолітних ходів не більше 2 *м*.

Звідси можна визначити граничну довжину теодолітного ходу між триангуляційними пунктами. Враховуючи, що прийоми вимірювання довжин ліній і кутів по межах земель колгоспів дають граничну відносну нев'язку в периметрі 1 : 1 500[2] і тому, що при пов'язуванні ходу одержана нев'язка розверстується пропорціонально довжинам ліній на ввесь хід, то можна вважати, що при відсутності грубих обчислень похибка в абсолютному положенні

[1] В ширшому тлумаченні до складу проекту входять також встановлення обсягу робіт, часу і строку виконання робіт, кількості потрібного технічного персоналу, робочої сили, транспортних витрат, добір інструментарію, розрахунок устаткування, матеріалів, а також визначення вартості робіт (кошторис).

[2] Інструкція НКЗ СРСР по складанню і видачі державних актів на закріплення земель за колгоспами в безстрокове (вічне) користування.

точок ходу після пов'язання буде зменшена вдвоє, тобто можна вважати граничну нев'язку в периметрі ходу 4 *м*. Значить позначаючи через L припустиму граничну довжину ходу, одержимо:

$$\frac{L}{1\,500} \leqq 4\ м,\ L = 6\ км.$$

В разі розрідженої тригонометричної сітки буває потреба у прокладанні основних теодолітних ходів з точністю, що перевищує точність зазначених вище знімальних теодолітних ходів, бо знімальні ходи базуватимуться на основних. Так, при наявності триангуляції II класу (заповнююча сітка) з середньою довжиною сторони 10 *км* можна розрахувати потрібну точність основних ходів, інструментарій і методику вимірів для досягнення цієї точності. Середня довжина сторони основних теодолітних ходів — 500 *м*. Кількість сторін ходу $n = 20$. Приймемо припустиму похибку положення середньої точки ходу (найбільша похибка в ході)[1] 1 *м*, тобто згідно попереднього розрахунку нев'язка в периметрі може бути 2 *м* і відносна нев'язка 1 : 5 000. Гранична похибка середнього пункту теодолітного ходу d (хід пов'язується за між двома триангуляційними пунктами), визначається за формулою:

$$d = \pm \frac{1}{2}\sqrt{m_o^2 n + m_o'^2 (n+1)}$$

де: m_o — похибка лінійних вимірів, m_o' — похибка кутових вимірів.
Приймаючи $d = 1\ м,\ m_o = m_o' = m$ і $n = 20$
одержимо:

$$m = \pm \frac{2\mathrm{d}}{\sqrt{n^2 + (n+1)}} \cong \pm 0{,}10$$

Значить, відносна похибка лінійних вимірів повинна бути не нижче 1 : 5 000, що можна досягти тільки в разі проведення лінійних вимірів 20-метровою штриховою стальною стрічкою по сприятливій місцевості. Граничну похибку кутових вимірів одержимо за формулою:

$$m_o' = \pm \frac{m}{500 \cdot \sin 1''} = \pm \frac{0{,}10 \cdot 206\,265}{500} = \pm 40''.$$

Для досягнення цієї точності треба застосувати або 30″ або 1′ теодоліт, вимірюючи кути кількістю прийомів визначуванних за формулою:

$$m_o' = \frac{t}{\sqrt{2n}},$$

де: t — точність верньєра, n — число прийомів.

---

[1] Це положення, що є найслабкішим, в розумінні точності, місцем теодолітного ходу є його середина, треба враховувати і при проектуванні теодолітних ходів, а саме: потрібно паралельні, близько розміщені теодолітні ходи перетинати поперечними ходами, що особливо важливо при ходах граничної довжини.

При 1′ теодоліті $n=2$ і при $30''=1$, звичайно достатньо застосування одномінутного теодоліта з вимірюванням кутів одним повним прийомом при двох повтореннях в кожному напівприйомі (цей наближений розрахунок можна було б зробити і на випадок використання теодолітних ходів при топозніманні для цілей землевпорядження, де теодолітні ходи по межах землекористування замінюють собою і геометричну сітку)[1].

Рис. 15

Так інструкцією по топозніманню масштабу 1:10 000 встановлюється різна точність вимірювання кутів і довжин ліній залежно від довжини теодолітного ходу.

При проектуванні теодолітних ходів треба мати на увазі, що нев'язки в полігонах є не тільки результатом вимірювальних дій, але й похибок в опорних пунктах. Тому розміщення теодолітних ходів відносно даних опорних пунктів має велике значення і впливає на величину нев'язки в теодолітному ході.

Найвигідніше розміщувати полігон у вигляді витягнутого теодолітного ходу між двома триангуляційними пунктами, причому треба намагатися, щоб ці два триангуляційні пункти відносилися до одного і того ж трикутника сітки, тобто щоб лінія, яка з'єднує початковий і кінцевий пункти теодолітного ходу була б лінією двобічного або хоч би однобічного візування (пряма або зворотна засічка). Особливо незадовільні результати бувають в разі прокладання теодолітного ходу між двома триангуляційними пунктами, визначеними оберненою засічкою кожний, та ще й по різних системах триангуляційних пунктів. Таких випадків треба уникати, бо нев'язка в полігоні тут може вийти за припустимі границі тільки в результаті похибок опорних даних.

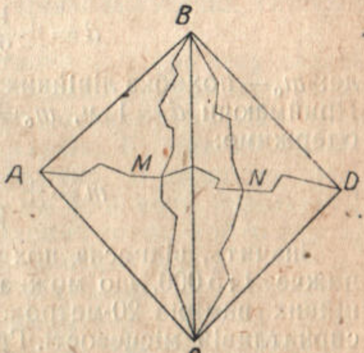


Рис. 16

При складанні проекту теодолітних ходів нема потреби прагнути до утворення обов'язково одиничних ходів, бо при надмірно довгому ході буде недосить надійна середня частина, а при короткому ході матимуть вплив дані опорних пунктів. Створювати велику кількість вузлових точок також недоцільно (максимально 4—5 вузлових точок). Найзручніше утворити одну вузлову точку (рис. 15), або дві (рис. 16).

[1] И. Е. Шатунов,— К вопросу о специальном методе крупно-масштабных съемочных работ для целей землеустройства, „Социалистическое землеустройство", № 14, 1935 г.

Останнє особливо потрібно, коли вузлові точки M і N в силу місцевих умов взято порівняно близько до спільної сторони триангуляції BC.

Ще раз відмічаємо, що треба прагнути до утворення прямолінійних теодолітних ходів між триангуляційними пунктами, або

Рис. 17

вузловими точками, аж до того, що коли в теодолітному ходу AB (рис. 17) в точці C значний вигин, то треба точно виміряти кут α і довжину l та обчислити координати точки C

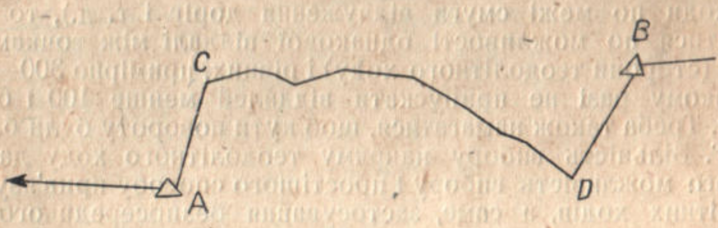


Рис. 18

і пов'язувати хід між точками A і C, як витягнутий. Аналогічно треба розв'язувати задачу і в разі двох вигинів (рис. 18).

Випадок розміщення теодолітного ходу, зображений на рисунку 19, на якому показано плавну зміну напрямів ліній полігона цілком припустимий. Випадок же даний на рисунку 20, де в полігоні лінії проходять під прямим кутом, є найнесприятливим.

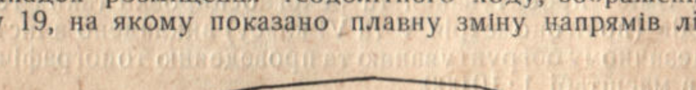


Рис. 19

Величина нев'язки в периметрі в теодолітному ходу визначеної довжини, прокладеному між двома твердими точками, буде тим менша, чим ближче буде полігон укладатися по обидві сторони лінії, яка сполучає тверді точки незалежно від того, чи буде полігон плавно закруглений, чи буде складатися з прямолінійних ділянок [1].

В тому разі, якщо зараз же після закріплення земель за колгоспами на вічне користування повинно бути проведено топографічне мензульне знімання масштабу 1 : 10 000, то при рекогносціюванні треба встановити місця закріплення певних точок теодолітного ходу по типу V класу згідно вимог загальнообов'язкової інструкції по топозніманню масштабу 1 : 10 000.

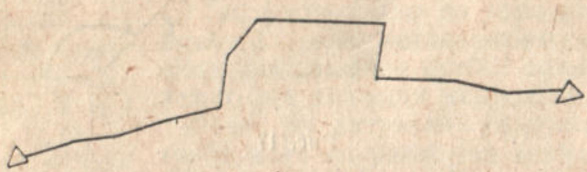


Рис. 20

Якщо є можливість вибрати місце розташування точок повороту теодолітних ходів (випадок магістральних ходів, теодолітні ходи по межі смуги відчуження доріг і т. д.), то треба добиватися по можливості однакової віддалі між точками повороту (сторони теодолітного ходу) і рівних, примірно 300—500 *м* і в усякому разі не припускати віддалей менше 100 і більше 1000 *м*. Треба також намагатися, щоб кути повороту були близькі до 180°. Вільність вибору напряму теодолітного ходу дає здебільшого можливість вибору і простішого способу прив'язування теодолітних ходів, а саме, застосування безпосереднього прив'язування.

При складанні проекту теодолітних ходів в порядку геодезичного обгрунтування топографічного знімання, завдання полягає не тільки в визначенні найвигіднішого положення та форми ходу, а й в найкращому забезпеченні цим ходом наступних знімальних робіт. Зміст проектування та рекогносцировки таких теодолітних ходів (полігонометрія V та VI класу) викладено в інструкції по геодезичному обгрунтуванню та проведенню топографічного знімання в масштабі 1 : 10 000.

[1] Проф. Чеботарев, — Зависимость точности полигона от его формы, „Геодезист", № 11, 1935 г.

Стор.	Рядок	Надруковано	Треба читати	З чиєї вини
31	8 зверху	А і Б	α і β	Автора

БЕЗПОСЕРЕДНЄ ПРИВ'ЯЗУВАННЯ

Безпосередній спосіб прив'язування

Безпосередній спосіб прив'язування полягає у включенні будь-якого триангуляційного пункту безпосередньо в теодолітний хід (рис. 21).

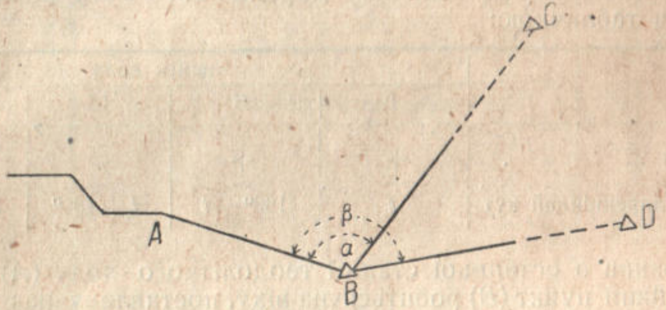


Рис. 21

В цьому разі на триангуляційному пункті вимірюється два прилеглих кути A і B або у крайньому разі один прилеглий кут, але з вимірюванням додаткового до нього кута до 360°.

Обчислення по вихідних координатах дирекційного кута і довжини лінії робиться за такими формулами і схемами[1]:

$$\operatorname{tg} t = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \text{ і } S = \frac{y_b - y_a}{\sin t} = \frac{x_b - x_a}{\cos t}.$$

№№ п/п	Назва пунктів	Віха № 1 і № 17	№№ п/п	Назва пунктів	Віха № 1 і № 17
1	y_b	— 1047,30	8	$x_b - x_a$	+ 201,43
3	y_a	— 916,10	4	x_b	— 615,94
5	$y_b - y_a$	— 131,20	2	x_a	— 817,37
6	$-\lg(y_b - y_a)$	2,11793 n	7	$\lg(y_b - y_a)$	2,11793 n
13	$\lg \sin f$	9,73700	10	$-\lg(x_b - x_a)$	7,69587
15	$\lg S$	2,38093	11	$\lg \operatorname{tg} t$	9,81380 n
14	$\lg \cos f$	3,92321n	12	t	326°55',4
9	$-\lg(x_b - x_a)$	2,30413			

[1] Приклад з „Справочника техника землеустроителя".

Ці обчислення контролюються за формулою:

$$\operatorname{tg}(45^\circ + t) = \frac{\Delta x + \Delta y}{\Delta x - \Delta y}.$$

Проведені обчислення можна зробити на арифмометрі, розмістивши їх в таку схему[1].

№№ точок	$y_в$ $x_в$ $S^2 = \Delta y^2 + \Delta x^2$	y_a x_a S	Δy Δx $\operatorname{tg} t$	$\Delta x + \Delta y$ $\Delta x - \Delta y$ $\operatorname{tg}(45^\circ + t)$	t $45^\circ + t$
Віха № 27	— 455,10	— 414,39	— 40,71	+ 16,96	324°47′
Віха № 1	+ 1813.94	+ 1756,27	+ 57,67	+ 98,38	
	4983,1330	70,59	— 0,70591	+ 0,17239	9°47′

Для судження про величину дирекційного кута можна користуватися табличкою:

	Чверть кола			
	I	II	III	IV
$y_в - y_a$	+	+	—	—
$x_в - x_a$	+	—	—	+
Шуканий дирекційний кут	t	$180^\circ - t$	$t + 180^\circ$	$360^\circ - t$

Візування з останньої станції теодолітного ходу (A) на триангуляційний пункт (B) робиться на віху, поставлену над центром триангуляційного пункту, а не на візирний циліндр триангуляційного знаку. Теодоліт при прив'язуванні ставиться над центром триангуляційного пункту (B) і візування на сусідні триангуляційні пункти (C і D) виконується на візирні циліндри.

Прив'язування до складної віхи

При прив'язуванні до складної віхи, на розбирання і складання якої потрібно багато часу, інструмент встановлюється поблизу віхи (на віддалі не більше 0,5 *м*) і вимірюються елементи центрування, а потім виправляється виміряний кут за позацентрове положення. Елементи центрування: r — віддаль між центром інструменту і центром віхи (вимірюється з точністю до 0,01 *м*), Θ_1 і Θ_2 — кути між напрямами з центру інструменту на центр віхи і з центру інструменту на пункт візування (рис. 22).

Кут Θ_1, відлічується від напряму на віху до напряму на межовий стовп (по ходу годинникової стрілки). Кут Θ_2 відлічується від напряму на віху до напряму на триангуляційний пункт.

[1] Приклад з роботи Загорученка, — Землевпорядче проектування з допомогою арифмометра.

Вимірюємо кут A між напрямами на межовий стовп і триангуляційний пункт. Обчислюємо кути a і b, зазначені на рисунку за формулами:

$$a = 3\,438 \frac{r}{d} \sin \Theta_1, \quad b = 3\,438 \frac{r}{D} \sin \Theta_2;$$

де: d — віддаль між віхою і межовим стовпом (у метрах), D — віддаль між віхою і суміжним триангуляційним пунктом (обчислюється за координатами). Величини a і b одержуються у мінутах.

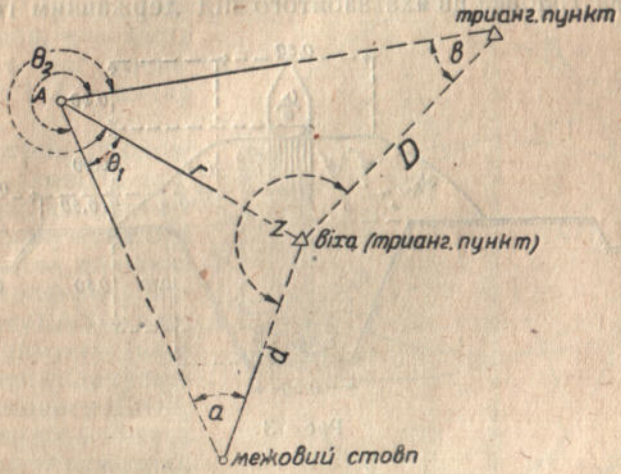


Рис. 22

Потім обчислюється кут при центрі віхи (кут z) за формулою:

$$z = A + (b - a)^{1}.$$

Азимутні пункти

При безпосередньому прив'язуванні до триангуляційного пункту (не нижче IV класу), з якого немає видимості на інші триангуляційні пункти, треба по наявному опису триангуляційного пункту (кроках) знайти ті місцеві предмети, або азимутні пункти, на які були взяті напрями. Такими місцевими предметами могли бути: заводські труби, силосні башти, шпилі високих будівель, млини і т. д., якщо ж таких предметів немає, то при спостереженнях у триангуляції повинні бути взяті і напрями на легко відшукувані на місцевості особливі азимутні пункти, що знаходяться на віддалі 300—500 *м* від триангуляційного

[1] Контроль обчислення кута при центрі віхи може бути зроблений по спеціальній пропорційній номограмі (Горский — Применение номографии в маркшейдерском деле).

пункту. Правда, треба мати на увазі, що вимога брати напрями на місцеві предмети, або азимутні пункти у процесі проведення спостережень у триангуляції не нижче IV класу, виконувалася повністю тільки з 1933 р., а в раніше виконаних триангуляціях цієї вимоги не додержували.

По зовнішньому вигляду (рис. 23) азимутний пункт являє собою дерев'яний стовп завдовжки 1,5 *м*, верхня частина стовпа обтесана, при чому площина затесання повернена в бік пункту, з якого дається дирекційний кут. Під стовпом закладається центр по типу V класу. Точкою наведення при визначенні напряму була головка цв'яха забитого під державним гербом, що

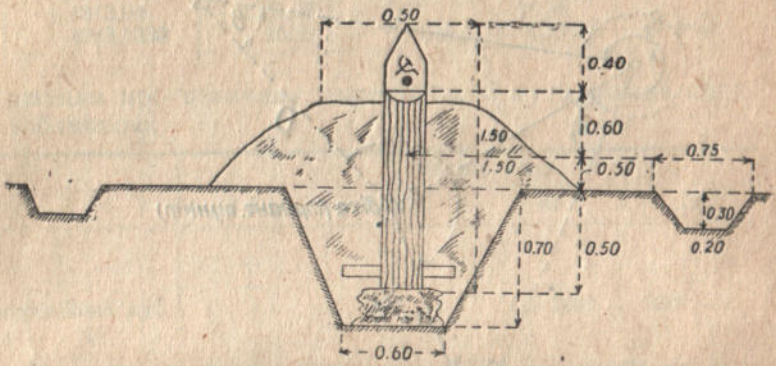


Рис. 23

випікається на обтесаному місці, при чому ця головка цв'яха знаходиться в одній вертикальній площині під центром. Азимутні стовпи обкопуються кільцевою (коловою) канавою, кіпець у формі зрізаного конуса повинен бути укріплений дерном, каміннями, або іншим підручним матеріалом.

Визначення справжнього азимута

При прив'язуванні теодолітних ходів до одного тригонометричного пункту, з якого немає видимості на інші тригонометричні пункти, визначають справжній азимут одної з сторін теодолітного ходу або напряму на будьякий місцевий предмет, видимий з триангуляційного пункту. Це визначення азимута провадиться з вимірювання зенітних віддалей сонця коло першого вертикала[1].

[1] Наведений спосіб визначення справжнього азимута не єдиний. Можуть бути також застосовані способи проф. Красовського (проф. Горячов,— Таблицы азимутов полярной), його ж, але з полегшеними обчислювальними операціями запропонованими Виноградовим („Геодезист", № 7, 192? р.), спосіб Уарда (Маркшейдерские известия, вип. 1926 р.), спосіб Савіна („Геодезист", № 7, 1931 р.) і ряд інших, при чому найвичерпніщий опис азимутальних визначень дано

Вимірювання виконуються двома повними прийомами теодолітом з горизонтальним і вертикальним колами, що дають відліки до 1 хвилини.

Щоб уявити спосіб визначення справжнього азимута по сонцю припустимо, що центр небесної сфери збігається з пунктом спостереже ня і радіус небесної сфери безконечно великий порівняно з рад усом землі. Продовжимо вісь землі до перетину з небесною сферою, одержимо полюси світу: P — північний, P_1 — південний, також продовжимо прямовисну лінію пункту спостереження, яка дасть на сфері дві точки: Z — зеніт і Z_1 — надир (рис. 24).

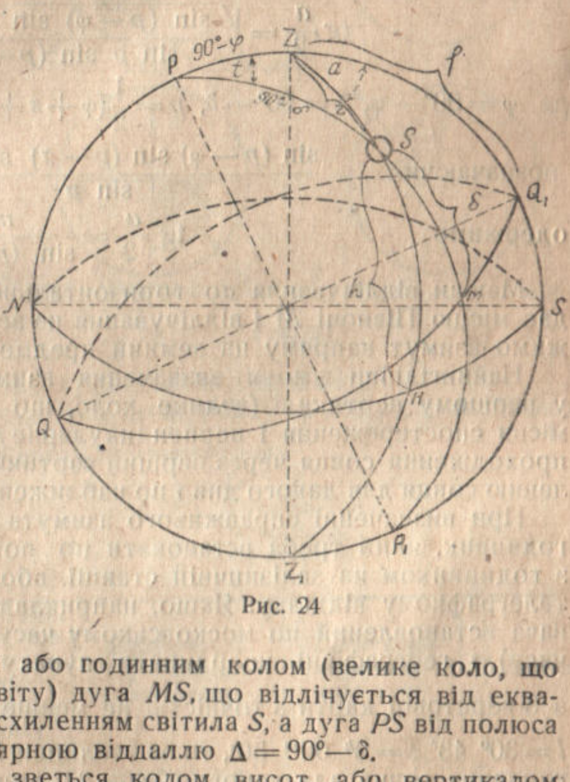


Рис. 24

Аналогічно продовжуючи відповідні площини землі одержимо: QQ_1 площину екватора (велике коло, площина якого перпендикулярна осі світу), NS — площина горизонту (площина, перпендикулярна до прямовисної лінії, що проходить через точку спостереження), $PZSP_1QN$ — площина меридіана (збігається з площиною рисунка).

Велике коло $PSMP_1$ зветься колом схилення або годинним колом (велике коло, що проходить через вісь світу) дуга MS, що відлічується від екватора до світила зветься схиленням світила S, а дуга PS від полюса до світила зветься полярною віддаллю $\Delta = 90^{\circ} - \delta$.

Велике коло $ZSHZ_1$ зветься колом висот, або вертикалом (велике коло, що проходить через прямовисну лінію). Дуга SH від площини горизонту до світила зветься висотою світила (h), а дуга ZS від зеніту до світила (z) зветься зенітною віддаллю (додаток висоти до 90°).

Двогранний кут Q_1ZS (між площиною меридіана і кола висот) — a зветься азимутом світила. Двогранний кут ZPS — t

---

у книзі Цветкова, — Курс практической астрономии, 1934 р., а потрібне попереднє ознайомлення з астрономічною термінологією і застосовуваними в астрономії системами координат у книзі Цветкова, — Курс сферической астрономии, 193[illegible] р. Можна також користуватися для вивчення азимутальних визначень посібником Покровського, — Курс практической астрономии, 1932 р. і Зімовнова, — Определение истинного азимута, 1930 р.

зветься годинним кутом світила. Азимут світила вважається від південної частини меридіа на до кола висот від 0 до 360°, а годинний кут світила від меридіана до кола схилення даного світила.

Сферичний трикутник PZS зветься паралактичним. Визначення азимута земного предмета з спостережень небесних світил зводиться до знаходження азимута цих світил.

По виміряній зенітній віддалі сонця, азимут з паралактичного трикутника визначиться за формулою:

$$tg\frac{a}{2}=\sqrt{\frac{\sin\ (p-\varphi)\ \sin\ (p-z)}{\sin\ p\ \sin\ (p-\Delta)}}$$

де $\varphi=90^o-\varphi$, $\Delta=90^o-\delta$, $p=\frac{1}{2}(\varphi+z+\Delta)$;

позначаючи $$\frac{\sin\ (p-\varphi)\ \sin\ (p-z)\ \ \sin\ (p-\Delta)}{\sin\ p}=m^2$$

одержимо $$\operatorname{tg}\frac{a}{2}=\frac{m}{\sin\ (p-\Delta)}.$$

Маючи відлічування по горизонтальному колу, що відповідає місцю Півночі M і відлічування на земний предмет N, одержимо азимут напряму на земний предмет: $A=N-M$.

Найвигідніші умови визначення азимута по сонцю будуть у першому вертикалі (велике коло, що проходить через зеніт місця спостереження і перпендикулярне меридіану). Цей момент проходження сонця через перший вертикал обчислюється по схиленню сонця для даного дня і по наближеній широті взятій з карти.

При визначенні справжнього азимута по сонцю, треба мати годинник, який треба встановити по поясному часу, звіривши з годинником на залізничній станції, або в місцевому поштово-телеграфному відділку. Якщо, наприклад, годинник спостережувача встановлений по московському часу (другий пояс світового часу) і географічні координати пункту спостереження (взяті з 3-верстової карти з точністю не менше $\frac{1'}{2}$ будуть: $\varphi=58^o12',4$, $l=30^o\ 43',3=2^h\ 02^m\ 50^s$, то за таблицею 3 наближено визначаємо схилення сонця для даного дня — 23 липня, одержимо $+20^o\ 12'$ і потім за таблицею 1 знаходимо годинний кут сонця $t_0=5^h\ 06^m$, значить наближено моменти проходження будуть о 7^h ранку і 17^h вечора. Місцевий час залежно від довготи пункту спостереження може відрізнятися на $\pm 30^m$, але для даного способу ця похибка шкоди не становить.

Порядок спостереження азимута такий:

1. При колі ліво візують на земний предмет і беруть відлічування по горизонтальному колу.

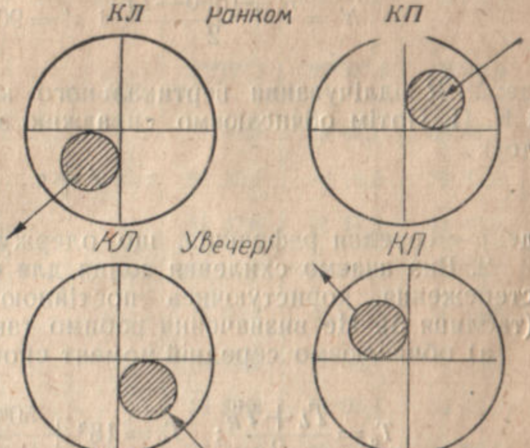
2. Візують на сонце, беруть відлічування по годиннику, горизонтальному і вертикальному колу.

3. При колі право візують на сонце, беруть відлічування по годиннику, по горизонтальному й вертикальному колу.

4. Візують на земний предмет і беруть відлічування по горизонтальному колу.

5. Такий же повний прийом (К. П. і К. Л.) повторюють вдруге.

Перед спостереженням старанно перевіряється інструмент, особливо горизонтальність осі обертання труби і зводиться до мінімуму колимаційна похибка.



Стрілками показано видимий у трубі рух сонця

Рис. 25

Наведення ниток на сонце робиться так, як показано на рисунку 25, тоді середнє з відлічувань горизонтального й вертикального кол відповідатиме положенню сонця в середній момент по годиннику спостерігача.

Рівень вертикального кола при спостереженні сонця треба точно привести на середину.

Спостереження записуються до журналу за поданою формою:

Журнал спостереження

Інструмент . . . .

Дата спостереження: 23 липня 1931 р. — Стан погоди: Ясно, тихо.
Точка спостереження: Тріангуляційний пункт — Шимськ — Спостерігач . . . .

Назва спостережуваних предметів	Положення вертикального кола	Моменти спостереження сонця по годиннику	Відлічування горизонтального кола	Відлічування вертикального кола	Примітка
№ 25	К. Л.		0°04′00″ 00″ 00″		Годинник поставлено по московському часу, що йде на 3 години вперед від грінвічського часу
		$18^h 50^m$	236°46′30″ 15″ 00″	341°37′30″ 30″ 30″	
	К. П.	54^m	56°52′30″ 30″ 30″	18°27′30″ 30″ 30″	
№ 25			180°04′30″ 30″ 30″		
	$T_0 = 18^h 52^m$ $P = 3^h 00^m$ $T_{гр} = 15^h 52^m$		$M = 236°49′ 22′$ $N = 0°04′15″$	$h' = 18°25′00″$ $z' = 71°35′00″$ $p = +2′00″$ $z = 71°57′53″$	

Порядок обчислення азимута такий:

1. Визначаємо видиму зенітну віддаль сонця за формулою:

$$h' = \frac{R + (360 - L)}{2} \text{ і } z' = 90 - h'$$

де: L і R відлічування вертикального кола, відповідно до К. Л. і К. П. Потім обчислюємо справжню зенітну віддаль за формулою:

$$z = z' + \rho$$

де: ρ — середня рефракція, що одержується з таблиці 2.

2. Визначаємо схилення сонця для середнього моменту спостереження, користуючись постійною сонячною ефемеридою (таблиця 3). Це визначення робимо так:

а) обчислюємо середній момент спостереження за формулою:

$$T_0 = \frac{T_L + T_R}{2}; \quad T_0 = 18^h + \frac{50^m + 54^m}{2} = 18^h 52^m;$$

б) обчислюємо цей момент спостереження в середньому грінвічському часі $T\text{гр.} = T_0 - P$, де P — номер пояса міжнародного числення часу (в нашому випадку $P = 3$ годинам, бо московський час переведено на одну годину вперед), тобто

$$T\text{гр.} = 18^h 52^m - 3^h 00^m = 15^h 52^m;$$

в) обчислюємо цей момент спостереження від середнього грінвічського півдня, для якого складено постійні ефемериди (таблиця 3) $T'\text{гр.} = T\text{гр.} - 12^h 00^m$,

тобто $T\text{гр.} = 15^h 52^m - 12^h 00^m = 3_1{}^h,87 = 0{,}161$ дня;

г) виписуємо величини схилень з ефемерид для даного і наступного дня:

23 липня $\delta_0 = 20^0 12',0$ для грінвічського

24 липня $\delta^0 = 19^0 59',8$ півдня

різниця $\Delta\delta_0 = -12'2$;

д) обчислюємо коефіцієнт інтерполяції на даний момент:

$Y = T\text{гр.} + K$, де K поправка за початок року (береться з таблиці 3), $Y = 0{,}161 + (-0{,}149) = +0{,}012$;

е) простою інтерполяцією знаходимо схилення для даного моменту: $\delta_0 = \delta_{23} + \Delta\,\delta_Y$ або підставляючи числові значення матимемо: $\delta_0 = 20^0 12',0 - 12',0 \cdot 0.012 = 20^0 11' 86'' = 20^0 11' 52''$.

3. Обчислюємо середні відліки горизонтального кола при спостереженні Сонця (M) і земного предмета N.

4 Дальші обчислення вміщуємо у схему, в якій зазначено порядок дій.

№№ п/п.	№№ прийомів / Формула	I	II	III
5	$P = \frac{\Delta + z + \psi}{2}$	85°17′,4	85°57′,0	85°30′,8
3	$\Delta = 90 - \delta$	69 48,0	69 48,1	69 48,2
1	z	68 59,2	70 18,3	71 37,9
2	$\psi = 90 - \varphi$	31 47,6	31 47,6	31 47,6
4	$2p = \Delta + z + \psi$	170 34,8	171 54,0	173 13,7
6	$p - \Delta$	15 29,4	16 08,9	16 48,6
7	$p - z$	16 18,2	15 38,7	14 58,9
8	$p - \psi$	53 29,8	54 09,4	54 49,2
9	$P = (p - \Delta) + (p - z) + (p - \psi)$	85 17,4	85 57,0	86 36,7
15	$\lg m = \frac{10 + 11 + 12 + 13}{2}$	9,39077	9,39271	9,39342
10	$\lg \sin (p - \Delta)$	9,42662	9,44467	9,46120
11	$\lg \sin (p - z)$	9,44228	9,43084	9,41247
12	$\lg \sin (p - \psi)$	9,90517	9,90882	9,91241
13	$\lg \csc p$	0,00147	0,00109	0,00076
14	$2 \lg m = 10 + 11 + 12 + 13$	8,78154	8,78542	8,78684
16	$\lg \operatorname{tg} \frac{a}{2} = \lg m - \lg \sin (p - \Delta)$	9,96415	9,94804	9,93222
17	$\frac{a}{2}$	42°38′,3	41°34′,8	40°32′,8
18	M	292 37,5	354 44,2	236 49,4
19	a	85 16,6	83 09,6	81 05,6
20	$M_0 = M + a$	17 54,1	77 53,8	317 55,0
21	N	60 03,5	120 04,5	0 04,2
22	$A = N - M_0$	42 09,4	42 10,7	42 09,2
		Середнє	42°09′,8	

Допоміжні таблиці для визначення справжнього азимута по Сонцю

Годинні кути в першому вертикалі

δ \ φ	$+50°$	$+52°$	$+54°$	$+56°$	$+58°$
0°	$6^h\,00^m$	$6^h\,00^m$	$6^h\,00^m$	$6^h\,00^m$	$6^h\,00^m$
1°	5 55	5 57	5 57	5 57	5 57
2°	53	54	54	55	55
3°	50	51	51	52	52
4°	47	47	48	49	50
5°	43	44	45	46	47
6°	40	41	42	44	45
7°	36	38	40	41	42
8°	33	35	37	38	40
9°	29	32	34	35	37
10°	26	28	31	33	35
11°	22	25	28	30	32
12°	19	22	24	27	29
13°	15	18	21	24	27
14°	12	15	18	21	24
15°	8	12	15	18	21
16°	4	8	12	15	19
17°	1	5	9	12	16
18°	4 57	1	5	9	13
19°	53	4 58	2	6	10
20°	49	54	4 59	3	7
21°	45	50	55	4 00	4
22°	41	46	52	5 57	2
23°	37	43	48	53	4 58
24°	32	39	45	50	55
25°	28	35	41	47	52
26°	23	30	37	43	49
27°	19	26	33	40	46
28°	14	22	29	36	42
29°	9	18	25	32	39
30°	4	13	21	28	35
31°	3 59	8	17	24	32
32°	54	3	12	20	28
33°	48	3 58	8	16	24
34°	42	53	3	12	20
35°	36	48	3 58	8	16
36°	30	42	53	3	12
37°	23	36	48	3 58	8
38°	16	30	42	53	3
39°	9	23	36	48	3 59
40°	1	16	30	42	54

Середня астрономічна рефракція для нормального тиску 760 *мм* і температури + 10°Ц

Видима зенітна віддаль z'	Середня рефракція r'	Зміна на 10'	z'	r'	Зміна на 10'
10°	0'16"	0,2	57°00	30	0",6
11°	11	0,2	30	31	0",6
12°	12	0,2	58°00	33	0",6
13°	14	0,2	30	35	0",6
14°	15	0,2	59°00	37	0",6
15°	16	0,2	30	39	0",7
16°	17	0,2	60°00	41	0",7
17°	18	0,2	30	43	0",7
18°	19	0,2	61°00	45	0",7
19°	20	0,2	30	47	0",8
20°	21	0,2	62°00	49	0",8
21°	22	0,2	30	51	0",8
22	24	0,2	63°00	54	0",9
23	25	0,2	30	56	0",9
24	26	0,2	64°00	59	0",9
25	27	0,2	30	2'02"	0",9
26	29	0,2	65°00	05	0",9
27	30	0,2	30	07	1",0
28	31	0,2	66°00	10	1",0
29	32	0,2	30	13	1",0
30	34	0,2	67°00	17	1",1
31	35	0,2	30	20	1",1
32	36	0",3	68°00	24	1",2
33	38	0",3	30	27	1",2
34	39	0",3	69°00	31	1",3
35°	41	0",3	30	35	1",4
36°	42	0",3	70°00	39	1",4
37°	44	0",3	30	44	1",5
38°	46	0",3	71°00	48	1",6
39°	47	0",3	30	53	1",8
40	49	0",3	72°00	58	1",9
41	51	0",3	30	3'03	1",9
42	53	0",3	73°00	09"	2",0
43	54	0",3	30	3 15	2",1
44	56	0",3	74°00	21	2",1
45	58	0",3	30	28	2",2
46	1'00	0",4	75°00	35	2",3
47	03	0",4	30	42	2",5
48	05	0",4	76°00	3'50"	2",7
49	07	0",4	30	59	3",0
50°00'	09	0",4	77°00	4'08	3",0
50°30'	11	0",4	30	18	4",0
51°00'	12	0",4	78°00	28	4",0
30	13	0",5	30	40	4",0
52°00'	15	0",5	79°00	52	5",0
30	16	0",5	30	5'06"	5",0
53°00'	17	0",5	80°00	20	5",0
30	19	0",5	30	36	6",0
54°00'	20	0",5	81°00	54	6",0
30	22	0",5	30	6'13"	7",0
55°00	23	0",5	82°00	34	8",0
30	25	0",5	30	59	9",0
56°00	26	0",5	83°00'	7'25"	10",0
30	28	0",6	30	56	11",0

Таблиця 3

Постійна сонячна ефемерида

День		Видиме схилення $\delta\odot$
Січень		
Простий рік	Високосний рік	
0	1	−23°07′,6
1	2	03,1
2	3	−22°58′,1
3	4	52,7
4	5	46,9
5	6	40,6
6	7	33,8
7	8	26,6
8	9	18,9
9	10	10,8
10	11	2,3
11	12	−21°53′,3
12	13	43,9
13	14	34,1
14	15	23,9
15	16	13,3
16	17	2,2
17	18	−20°50′,8
18	19	38,9
19	20	26,7
20	21	14,1
21	22	1,1
22	23	−19°47′,7
23	24	34,0
24	25	19,9
25	26	5,4
26	27	−18°50′,6
27	28	35,5
28	29	20,0
29	30	4,2
30	31	−17°48′,1
31	0	31,6
Лютий		
0	1	31,6
1	2	14,8
2	3	−16°57′,8
3	4	40,4
4	5	22,7
5	6	4,8
6	7	−15°46′,6
7	8	28,1
8	9	9,3
9	10	−14°50′,3
10	11	31,0
11	12	11,5

День		Видиме схилення $\delta\odot$
12	13	−13°51′,8
13	14	31,8
14	15	11,6
15	16	−12°51′,2
16	17	30,6
17	18	9,8
18	19	−11°48′,8
19	20	27,6
20	21	6,3
21	22	−10°44′,7
22	23	23,0
23	24	1,2
24	25	−9°39′,2
25	26	17,0
26	27	−8°54′,7
27	28	32,3
28	29	9,8
Березень		
	1	−7°47′,1
	2	24,3
	3	01,4
	4	−6°38′,4
	5	15,3
	6	−5°52′,1
	7	28,9
	8	5,6
	9	−4°42′,2
	10	18,7
	11	−3°55′,2
	12	31,6
	13	8,0
	14	−2°44′,4
	15	20,7
	16	−1°57′,0
	17	3[illegible],3
	18	09,6
	19	−0°45′,9
	20	22,2
	21	+0°01′,5
	22	25,2
	23	48,9
	24	+1°12′,5
	25	36,1
	26	59,7
	27	+2°23′,2
	28	46,7
	29	+3°10′,1
	30	33,5
	31	56,8

День	Видиме схилення $\delta\odot$
Квітень	
1	+4°20′,0
2	43,2
3	+5°06′,2
4	29,2
5	52,1
6	+6°14′,9
7	37,5
8	+7°00′,1
9	22,5
10	44,9
11	+8°07′,1
12	29,1
13	51,0
14	+9°12′,8
15	34,4
16	55,8
17	+10°17′,1
18	38,2
19	59,2
20	+11°19′,9
21	40,5
22	+12°00′,9
23	21,0
24	41,0
25	+13°00′,8
26	20,3
27	39,7
28	58,8
29	+14°17′,7
30	36,3
Травень	
1	+14°54′,7
2	+15°12′,9
3	30,8
4	48,4
5	+16°05′,8
6	23,0
7	39,8
8	56,4
9	+17°12′,7
10	28,7
11	44,5
12	59,9
13	+18°15′,0
14	29,8
15	44,3
16	58,5
17	+19°12′,4
18	25,9

День	Видиме схилення δ☉
19	39,1
20	52,0
21	+20°04′,5
22	16,7
23	28,6
24	40,1
25	51,2
26	+21°02′,0
27	12,4
28	22,5
29	32,2
30	41,5
31	50,4
Червень	
1	+21°59′,0
2	+22°07′,2
3	15,0
4	22,4
5	29,4
6	36,0
7	42,2
8	48,1
9	53,5
10	58,5
11	+23°03′,1
12	7,3
13	11,2
14	14,6
15	17,5
16	20,1
17	22,3
18	24,0
19	25,4
20	26,3
21	26,8
22	26,9
23	26,6
24	25,9
25	24,8
26	23,2
27	21,3
28	18,9
29	16,1
30	13,0
Липень	
1	+23°09′,4
2	05,4
3	01,0
4	+22°56′,1
5	50,9
6	45,3
7	39,3
8	32,9
9	26,2
10	19,0
11	11,4
12	3,5
13	+21°55′,2
14	46,5
15	37,4
16	28,0
17	18,2
18	8,0
19	+20°57′,5
20	46,7
21	35,5
22	23,9
23	12,0
24	+19°59′,8
25	47,2
26	34,3
27	21,1
28	7,5
29	+18°53′,6
30	39,4
31	25,0
Серпень	
1	+18°10′,2
2	+17°55′,1
3	39,7
4	24,0
5	8,1
6	+16°51′,8
7	35,3
8	18,5
9	1,5
10	+15°44′,2
11	26,7
12	08,9
13	+14°50′,9
14	32,6
15	14,1
16	+13°55′,4
17	36,4
18	17,3
19	+12°57′,0
20	38,3
21	18,6
22	+11°58′,6
23	38,1
24	18,1
25	+10°57′,6
26	36,9
27	16,0
28	+9°55′,0
29	33,8
30	12,4
31	+8°50′,9
Вересень	
1	+8°29′,3
2	07,5
3	+7°45′,6
4	23,6
5	01,4
6	+6°39′,2
7	16,8
8	+5°54′,3
9	31,7
10	09,1
11	+4°46′,3
12	23,5
13	00,6
14	+3°37′,6
15	14,5
16	+2°51′,4
17	28,3
18	05,1
19	+1°41′,8
20	18,6
21	+0°55′,2
22	31,9
23	08,5
24	−0°14′,8
25	38,2
26	−1°01′,6
27	25,0
28	48,4
29	−2°11′,8
30	35,2
Жовтень	
1	−2°58′,5
2	−3°21′,8
3	45,1
4	−4°08′,3
5	31,5
6	54,6
7	−5°17′,7
8	40,7
9	−6°03′,6
10	26,4
11	49,2
12	−7°11′,8

(продовження)

День	Видиме схилення $\delta_{\odot}$	День	Видиме схилення $\delta_{\odot}$	День	Видиме схилення $\delta_{\odot}$
13	34,4	8	25,5	4	10,6
14	56,9	9	42,4	5	18,6
15	—8°19′,2	10	—17°00′,1	6	26,3
16	41,4	11	17,0	7	33,5
17	—9°03′,5	12	33,6	8	40,2
18	25,5	13	49,8	9	46,5
19	47,3	14	—18°05′,8	10	52,4
20	—10°09′,0	15	21,5	11	57,8
21	30,6	16	36,8	12	—23°02′,8
22	52,0	17	51,8	13	07,3
23	—11°13′,2	18	—19°06′,4	14	11,3
24	34,2	19	20,8	15	14,9
25	55,1	20	34,7	16	18,0
26	—12°15′,8	21	48,4	17	20,7
27	36,4	22	—20°01′,6	18	22,9
28	56,7	23	14,5	19	24,6
29	—13°06′,8	24	27,0	20	25,9
30	36,7	25	39,2	21	26,6
31	56,4	26	50,9	22	26,9
Листопад		27	—21°02′,3	23	26,8
1	—14°15′,9	28	13,3	24	26,1
2	35,2	29	23,9	25	25,0
3	54,2	30	34,0	26	23,5
4	—15°12′,9	Грудень		27	20,4
5	31,5	1	—21°43′,8	28	18,9
6	49,7	2	53,1	29	15,9
7	—16°07′,7	3	—22°02′,1	30	12,5
				31	08,5

Поправка *K* за початок року

Рік	*K*	Рік	*K*
1931	—0,149	1941	+0,429
32	+0,609	42	+0,187
33	+0,367	43	—0,055
34	+0,125	44	+0,703
35	—0,117	45	+0,461
36	+0,640	46	+0,218
37	+0,398	47	—0,024
38	+0,156	48	+0,734
39	—0,086	49	+0,492
40	+0,672	50	+0,250

Зближення меридіанів

Якщо на триангуляційних пунктах, до яких прив'язані теодолітні ходи визначені і обчислені азимути з астрономічних спостережень або дано географічні азимути, то для одержання дирекційного кута треба обчислити зближення меридіанів за формулою (наближено):

$$\gamma = l \sin \varphi,$$

де: l — значення довготи точки, що відраховується від осьового меридіана, φ — широта точки. Довготу й широту точки (якщо вони не дані) можна брати безпосередньо з карти масштабу не менше 1 : 100 000. При наявності координат Гауса-Крюгера триангуляційного пункту, зближення меридіанів можна обчислити за доданою таблицею, попередньо визначивши ординату (y) з точністю до 0,1 *км*.

φ / x ; y у кілометрах	46°	47°	48°	49°	50°	51°	52°	53°
	5 096	5 207	5 318	5 429	5 540	5 652	5 763	5 874
1	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	0,7	0,7	0,7
2	1,1	1,2	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,4
3	1,7	1,7	1,8	1,9	1,9	2,0	2,1	2,1
4	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	2,9
5	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,6
6	3,3	3,5	3,6	3,7	3,8	4,0	4,1	4,3
7	3,9	4,0	4,2	4,3	4,5	4,6	4.8	5,0
8	4,5	4,6	4,8	5,0	5,1	5,3	5.5	5,7
9	5,0	5,2	5,4	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4
10	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6.6	6,9	7,1
20	11,1	11,5	11,9	12,4	12,8	13.3	13,8	14,3
30	16,7	17,3	17,9	18,6	19,2	19,9	20,7	21,4
40	22,3	23,1	23,9	24,8	25,6	26,6	27,5	28,6
50	27,8	28,8	29,9	31,0	32,1	33,2	34,4	35.7
60	33,4	34.6	35,8	37,2	38,5	39,9	41,3	42.8
70	39,0	40,4	41,8	43,4	44,9	46,5	48,2	50,0
80	44,6	46,2	47,8	49,6	51,3	53,1	55,1	57,1
90	50,1	51,9	53,7	55,8	57,7	59,8	62,0	4,2
100	55,7	57,7	59,7	62,0	64,1	66,4	68,9	71,4

Для одержання дирекційного кута для всіх точок, що лежать на схід від осьового меридіана, зближення меридіанів віднімається від справжнього азимута і для всіх точок, що лежать на захід від осьового меридіана, зближення додається до справжнього азимута.

Наприклад, треба найти γ — зближення меридіанів для пункту, координати якого $y = +198$ *км* і $x = 5602$ *км*. Тоді визначаємо γ для найближчого меншого і більшого x.

	$x = 5\,540$	$x = 5\,652$
100	$64',1$	$66',4$
90	$57',7$	$59',8$
8	$5',1$	$5',3$
198	$126',9$	$131',5$ (різниця $= + 4',6$)

Для $x = 5\,602$ визначаємо γ так:

$$\gamma = 126',9 + 4'6.\left(\frac{5\,602 - 5\,540}{5\,652 - 5\,540}\right) = 126'9 + 2,5 = 2^{0}09'4.$$

Знесення координат

Безпосереднє прив'язування неможливе, або в усякому разі дуже важке, коли триангуляційним пунктом є місцевий предмет. В цьому разі попередньо робиться „знесення координат" якщо воно не було зроблено у процесі триангуляційних робіт.

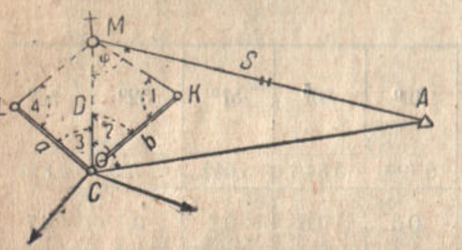


Рис. 26

При виборі місця для знесення координат керуються такими міркуваннями:

1) зручністю прокладання до нього спеціального прив'язувального ходу;

2) можливістю видимості з нього на один з суміжних тригонометричних пунктів.

Завдання знесення координат полягає у визначенні віддалі D і дирекційного кута CM між триангуляційним пунктом M і центром C, що зноситься для одержання даних і обчислення координат знесеного центра (рис. 26). Тому що безпосереднє вимірювання віддалі від знесеного центра до триангуляційного пункту звичайно неможливе, то ця віддаль визначається тригонометрично з двох баз a і b, що прокладаються так, щоб вони по можливості примикали безпосередньо до знесеного центра. Величина й розміщення баз повинні забезпечувати досить надійне визначення потрібної віддалі. Для цього кути засічок не повинні бути менші 30^{0}, а значить, довжина бази повинна бути не менше половини визначуваної віддалі.

Вимірювання баз провадиться 20-метровою стальною стрічкою або стальною рулеткою двічі. Всі кути вимірюються одномінутним теодолітом повним прийомом при чотирьох повтореннях. Якщо об'єкт спостереження біля місцевого предмета великий, наприклад, шар під хрестом, труба заводу і т. д., то наведення робиться на краї і обчислюється бісектриса кута. Віддаль від знесеного центра до місцевого предмета одержуємо два рази з розв'язання двох трикутників MKC і CLM, в яких відомі бази a і b і виміряні кути 1, 2, 3, 4. Розходження окремих результатів у довжині D не повинно перевищувати $\pm$ 10 *см*, за остаточний результат приймається середнє. Потім з знесеного центра візуємо на якийсь тригонометричний пункт і вимірюємо кут Θ, а маючи дирекційний кут (MA) можна обчислити дирекційний кут (CM) за формулою:

$$(CM)=\left[(MA)\pm\frac{D\sin\Theta}{S\sin1''}\right]-\Theta,$$

де: D — віддаль між знесеним центром і місцевим предметом;

S — віддаль між місцевим предметом і видимим триангуляційним пунктом;

Θ — кут між напрямом на місцевий предмет і на тригонометричний пункт, вважаючи по ходу годинникової стрілки;

знак $+$ при Θ від 0 до 180° і знак $-$ при Θ від 180° до 360°.

Маючи дирекційний кут (CM), визначаємо: $(MC)=(CM)-180°$ і координати знесеного центра:

$$x_c=x_m+D\cos(MC) \text{ і } y_c=y_m+D\sin(MC)$$

Якщо ж з знесеного центра інших тригонометричних пунктів не видно, то визначають астрономічний азимут по сонцю якогось напряму, а потім обчислюють дирекційний кут (CM).

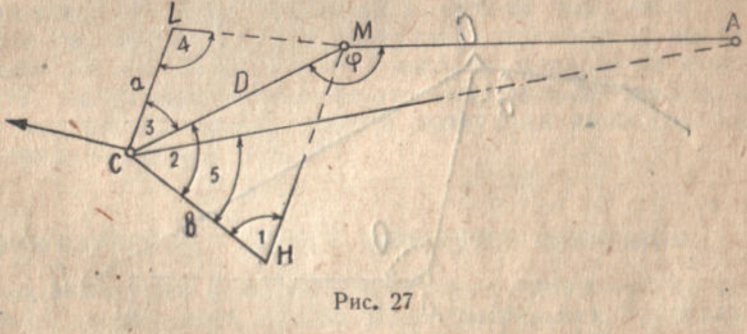


Рис. 27

Для того, щоб спростити і уточнити застосування способу „знесення координат" дуже бажано, коли можливо, виміряти безпосередньо кут φ при точці M. Порядок обчислень у даному разі видно з рисунка 27.

Приклад на „знесення координат".

Координати:

Точка M з координатами: $x=+1\,925{,}412$, $y=-2\,230{,}637$;

Точка A з координатами: $x=0$, $y=0$;

$\alpha=131°11'02''$; $\lg S=3{,}4814917$

$a=43{,}403$ *м*; $b=44{,}493$ *м*.

Виміряні кути:

1. 50°20′30″
2. 68°33′55″
3. 56°22′31″
4. 56° 8′56″
5. 4°51′16″

$lg\ a$	1,63752	$lg\ b$	1,64829
$lg \sin 4$	9,92018	$lg \sin 1$	9,88641
$Cmpl\ lg \sin (3+4)$	0,03499	$Cmpl\ lg \sin (1+2)$	0,05779
$lg\ D$	1,59269	$lg\ D$	1,59249
D	39,146	D	39,129

D середнє $= 39{,}138$

$lg\ D$ середнє	1,59259	Δx	$-15{,}417$
$lg \sin (2-5)$	9,95258	$lg\ \Delta x$	1,18735 n
$Cmpl\ lg\ S$	6,51851	$lg \cos \alpha$	9,59526 n
$lg \sin M$	8,06368	$lg\ D$	1,592 9
M	$0^\circ 39' 48''$	$lg \sin \alpha$	9,96341 n
φ	$115^\circ 37' 33''$	$lg\ \Delta y$	1,55600
α	$246^\circ 48' 35''$	Δy	$-35{,}975$
$x_к$	$+1\,909{,}995$	$y_к$	$-2\,266{,}612$

Допоміжні побудування

В тому разі, коли з якогось тригонометричного пункту, до якого прив'язується теодолітний хід не має видимості на інші тригонометричні пункти, то при наявності місцевих можливостей можна визначити таку допоміжну точку A, з якої видно даний пункт і якийсь суміжний триангуляційний пункт (рис. 28).

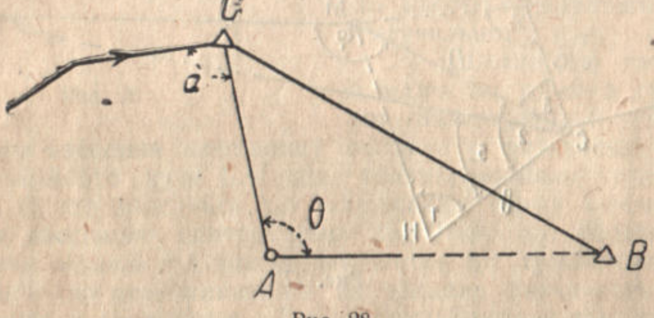


Рис. 28

Дана допоміжна точка замінить собою в такому разі тригонометричний пункт.

При віддалі допоміжної точки A від тригонометричного пункту на 300 — 500 *м*, треба для передавання дирекційного кута виміряти віддаль AC безпосередньо стрічкою і виміряти кути Θ і α. Коли розв'язуючи трикутник ACD по двох сторонах (безпосередньо виміряної AC і одержаної з триангуляції CB) і виміряному куту Θ, одержимо кут BCA, з допомогою якого дирекційний кут (CB) з триангуляції передається до сторони, що прилягає до триангуляційного пункту.

Якщо ж допоміжна точка віддалена на велику віддаль (1—2 *км*), то передавання дирекційного кута провадять або визначенням астрономічного азимута, або розвитком невеликої сітки з базою, як показано на рисунку 29.

В тому разі, коли тріангуляційний пункт, до якого прив'язується теодолітний хід має зовнішній знак у вигляді сигналу (простого або складного), піраміди з підмостям, подвійної піраміди і т. д., і якщо з землі немає видимості на тріангуляційні пункти, то при прив'язуванні застосовують або зазначені вище способи, або встановивши інструмент на столику, попередньо встановлюють на віддалі 500 *м* простий дерев'яний стовп між двома тріангуляційними пунктами так, щоб його було видно з центра тріангуляційного пункту, або безпосередньо з столика передають дирекційний кут на прилеглу сторону теодолітного ходу.

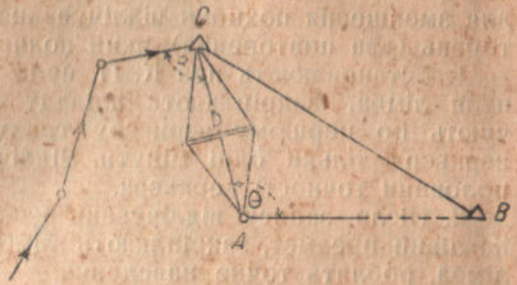


Рис. 29

При спостереженнях з сигналу центр знаку з допомогою теодоліта виноситься на столик для інструменту, проектуючи напрям на центр у трьох площинах з кутами між ними 120°; одержувані при цьому сторони трикутника похибок не повинні бути більше 10 *мм*. Якщо ж центр знаку не попадає на столик сигнала, то інструмент встановлюють над головкою цв'яха забитого в середину столика, проте в цьому разі необхідно визначити елементи приведення.

Прив'язування системи замкнутих полігонів

Система замкнутих полігонів може бути прив'язана до тріангуляційної сітки через прокладання спеціальних прив'язних ходів (рис. 30) завдовжки 1—1,5 *км*. Цей прив'язний хід робиться два рази, припустима кутова нев'язка $0',75\sqrt{n}$, де n число кутів обох ходів, припустима відносна нев'язка в периметрі 1:2500 (від суми периметрів обох ходів), координати кінцевої точки прив'язного ходу обчислюються з висячого ходу і приймаються за тверді при пов'язуванні всієї системи полігонів.

Рис. 30

Спосіб повторень

При вимірюванні прив'язних кутів одномінутним теодолітом для зменшення похибки відлічування, застосовують спосіб повторень (два повторення), який полягає в такому:

1. Встановлюють при К. П. нуль першого верньєра поблизу нуля лімба, закріплюють алідаду і відкріпивши лімб, відлічують по першому верньєру градуси і мінути, а по другому верньєру тільки одні мінути. Відлічування мінут, беруться до половини точності верньєра.

2. Після запису відлічувань наводять грубо лімбом трубу на лівий предмет, закріплюють лімб і мікрометровим гвинтом лімба, роблять точне наведення.

3. Відкріпивши алідаду, грубим рухом її по ходу годинникової стрілки, наводять трубу на правий предмет, закріплюють алідаду і мікрометровим гвинтом алідади роблять точне наведення. Провадять контрольне відлічування градусів і мінут по першому верньєру.

4. Після запису контрольного відлічування (у дужках) відкріплюють лімб і обертаючи його разом з алідадою проти ходу годинникової стрілки, наводять трубу грубо на лівий предмет, закріплюють лімб і мікрометровим гвинтом лімба роблять точне наведення.

5. Відкріплюють алідаду і обертають її вправо по ходу годинникової стрілки і наводять трубу на перший предмет, закріплюють алідаду і мікрометровим гвинтом алідади роблять точне наведення.

6. Провадять відлічування по першому верньєру — градуси і мінути, а по другому верньєру — тільки мінути. Відлічування беруть до половини точності верньєра. Обчислюють різницю між останнім і першим відлічуванням і ділять її на 2 (число повторень). Порівнюють одержаний кут з контрольним відлічуванням.

7. Повторюють вимірювання цього ж кута при другому положенні вертикального кола (К. Л.) в порядку аналогічному зазначеному, змінюючи тільки рух частин інструменту: алідади — вліво лімба вправо, контрольне відлічування при цьому не провадиться.

8. Результати вимірювань одного і того ж кута (n-кратного) при К. П. і К. Л. повинні розходитися не більше 1′, у противному разі треба вимірювання кута повторити.

Вимірювання кута способом повторення записується в журнал (див. таблицю на стор. 51).

Точність вимірювання кутів

При вимірюванні кутів одномінутним і 30-секундним теодолітом спосіб повторень має великі переваги перед способом прийомів, що звичайно застосовується в землевпорядчій практиці, в наслідок більшої точності вимірювання кутів і швидкості

Точка стояння	Точка спостереження	Відлічування: I верньєр °	Відлічування: I верньєр ′	Відлічування: II верньєр ′	Середнє відлічування °	Середнє відлічування ′	Різниця °	Різниця ′	Кут °	Кут ′	Середній кут °	Середній кут ′
	№ 214	0	02,0	02,5	0	02,2	123	07,0	61	33,5		
		61	34	(контрольне відлічування)								
	№ 212	123	09,0	09,5	123	09,2						
	№ 214	196	49,0	49,0	196	49,0	123	07,8	61	33,9	61	33,7
	№ 212	73	41,0	41,5	73	41,2						

самого процесу вимірювань (при даному інструменті і обумовленій похибці вимірювання кута).

Так, середньоквадратична похибка вимірювання кутів способом прийомів визначається за такою формулою:

$$m_\beta = \pm\sqrt{\frac{1}{K}\left(m^2_v + \frac{m_o^2}{2}\right)},$$

де: m_β — середньоквадратична похибка вимірювання кута;

K — кількість повних прийомів;

m_v — середньоквадратична похибка візування зоровою трубою теодоліта;

m_o — середньоквадратична похибка відлічування по одному верньєру.

При вимірюванні кутів способом повторень середньоквадратична похибка вимірювання кута визначається за формулою:

$$m_\beta = \pm\sqrt{\frac{1}{n \cdot K}\left(m^2_v + \frac{m_o^2}{2n}\right)},$$

де позначення лишені попередні і n — кількість повторень у кожному півприйомі.

Для розрахунку кількості потрібних прийомів і повторень приймають:

а) одномінутний теодоліт $m_v = \pm 3''$, $m_o = \pm 30''$

б) тридцятисекундний теодоліт $m_v = \pm 2''$, $m_o = \pm 15''$,

тобто m_v — визначається за формулою: $m_v = \frac{60''}{V}$ [1]

де: V — збільшення зорової труби теодоліта, а m_o за формулою: $m_o = \frac{t}{2}$, де t точність верньєра.

[1] 60″ похибка візування простим оком, справді вона, коливається в межах 0″—60″. Збільшення зорової труби приймається для одномінутних теодолітів—тахеометрів фабрики „Геодезія" 19 ×, для 30 секундних теодолітів заводу „Геофізика" 23—25 × (див. Смирнов, — Исследование геодезических инструментов, 1932 р. стор. 10; Чеботарев, — Современная тахеометрия, Стаття в журналі „Геодезист", 1926 р., № 3—4, стор. 46).

Редукування довжин ліній

При обробці безпосередньо прив'язаного до двох триангуляційних пунктів теодолітного ходу, треба в довжини ліній теодолітного ходу вводити поправки за перехід на проекцію Гауса-Крюгера (редукування довжин ліній). Поправка вводиться за формулою:

$$d = S + S\frac{y_m^2}{2R^2}$$

де: d — довжина лінії у проекції Гауса-Крюгера;

S — виміряна довжина лінії;

$S\frac{y_m^2}{2R^2}$ поправка, що вибирається з таблиці, яка знаходиться нижче по аргументах S і y_m — ординати середньої точки сторони полігона, при чому y_m — визначається по рисунку ходу. Ця поправка вводиться тільки в тому разі, коли $y_m > 120$ *км*, в разі короткого ходу досить як y_m брати величину середньоарифметичну з ординат кінцевих точок ходу.

Таблиця величин $S\frac{y_m^2}{2R_2}$

S (в *м*) \ y (в *км*)	120	140	160	180	200	220	240	260	280	300	320
50	0,01	0,01	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04	0,04	0,05	0,06	0,06
100	0,02	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,10	0,11	0,13
200	0,04	0,05	0,06	0,08	0,10	0,12	0,14	0,17	0,19	0,22	0,25
300	0,05	0,07	0,09	0,12	0,15	0,18	0,21	0,25	0,29	0,33	0,38
400	0,07	0,10	0,13	0,16	0,20	0,24	0,28	0,33	0,39	0,44	0,50
500	0,09	0,12	0,15	0,20	0,25	0,30	0,35	0,42	0,48	0,55	0,63
600	0,11	0,14	0,19	0,24	0,29	0,36	0,43	0,50	0,58	0,67	0,76
700	0,12	0,17	0,22	0,28	0,31	0,42	0,50	0,58	0,68	0,78	0,88
800	0,14	0,19	0,25	0,32	0,39	0,48	0,57	0,67	0,77	0,89	1,01
900	0,16	0,22	0,28	0,36	0,44	0,54	0,64	0,75	0,87	1,00	1,14
1000	0,18	0,24	0,31	0,40	0,49	0,60	0,71	0,83	0,96	1,11	1,26

РОЗДІЛ III

ПОСЕРЕДНЄ ПРИВ'ЯЗУВАННЯ

Посереднє прив'язування до триангуляційної сітки застосовується або в разі дуже рідкої триангуляційної сітки, або у випадках, що полегшують прив'язування порівняно з безпосереднім способом прив'язування. Посереднє прив'язування теодолітних ходів до триангуляційної сітки полягає у включенні у триангуляційну сітку методом оберненої або прямої засічки окремих точок теодолітних ходів.

Включені таким чином точки теодолітних ходів у триангуляційну сітку вже і самі є триангуляційними пунктами. Це звичайно пункти IV або V класів. Віддаль пунктів IV класу від вихідних пунктів встановлюється 3—5 *км*, а пунктів V класу 2—3 *км*. Потреба згущення існуючої триангуляційної сітки пунктами IV або V класу диктується, як міркуваннями зручності прив'язування теодолітних ходів так і загальнообов'язковими інструктивними вимогами (трапеція масштабу 1 : 25 000 повинна бути забезпечена триангуляційними пунктами вище IV класу у кількості не менше 4).

Вимірювання кутів на нововставлюваних пунктах повинно відповідати класу визначуваного пункту. Так на пунктах IV класу середньоквадратична похибка вимірювання кутів повинна бути $\pm 5''$ і значить вимірювання кутів треба робити 30″ теодолітом повним прийомом з чотирма повтореннями в кожному півприйомі. Коливання значень кутів в окремих півприйомах не повинні перевищувати 12″, а при виникненні умови горизонту, відхилення суми середніх значень кутів не повинно перевищувати величини $10'' \sqrt{n}$, де n — число кутів.

Як пункти IV класу, бажано використання постійних предметів на місцевості з наступним виконанням „знесення координат на землю“ для забезпечення безпосереднього прив'язування. При відсутності постійних предметів місцевості, вибираються для пунктів IV класу місця на твердому грунті, поза дорогами, що забезпечують закріплення триангуляційного пункту на тривалий час.

При визначенні пунктів IV класу методом прямої засічки обов'язкове визначення не менше ніж з 3 пунктів вищих класів, при чому кут між двома напрямами повинен бути не менше 30° і кут між третім напрямом і одним з перших двох повинен бути не менше 45° і не більше 135°. Визначення пунктів IV класу методом оберненої засічки повинно бути проведено не менше, ніж з 4 пунктів, при чому кути між трьома напрямами також повинні задовольняти умовам, зазначеним вище для прямої засічки.

При розв'язанні оберненої засічки співвідношення віддалей від найвіддаленішого пункту до найближчого опорного пункту повинно бути не більше 5:2. Так само можливе визначення пунктів IV класу методом сполучених прямих і обернених засічок — комбінована засічка — або побудуванням замкнутого трикутника з кутом при пункті IV класу не менше як 30° і не більше 120°.

Після складання проекту теодолітних ходів виконуються рекогносціювання пунктів IV класу.

При рекогносціюванні ведеться рекогносціювальний журнал, стандартної форми (див. інструкцію по триангуляції III класу).

Порядок закріплення пунктів IV і V класів на місцевість встановлено загальнообов'язковою інструкцією Держплану СРСР— „Інструкція про охорону геодезичних знаків", виданою на розвиток постанови РНК СРСР від 14 травня 1932 р. № 717.

Вимірювання кутів на пунктах V класу робиться або 30″ теодолітом повним прийомом при трьох повтореннях у кожному півприйомі, або одномінутним теодолітом двома повними прийомами при чотирьох повтореннях в кожному прийомі (середньоквадратична похибка вимірювання кута 0′,15).

Задача Потенота

Замість того, щоб прокладати спеціальний прив'язний хід до триангуляційного пункту від системи замкнутих теодолітних ходів застосовують прив'язування за задачею Потенота. Прив'язування за задачею Потенота можливе при наявності видимості з пункту прив'язуваного теодолітного ходу не менше 4 пунктів триангуляції (три потрібних для розв'язування і четвертий для контролю).

Для розв'язання задачі Потенота запропоновано кілька способів. Особливості цієї задачі є неможливість її розв'язання в разі розміщення визначуваного пункту по колу, що проходить через три даних пункти (розв'язання стає неозначеним). Такий випадок у практиці зустрінеться рідко, проте, коли визначувана точка буде розміщена не на самому колі, а близько до нього, розв'язання може бути таким неточним, що практично буде непридатним. Випадком, що добре забезпечує визначення буде взаємне розміщення вихідних і визначуваних точок, що подані на рисунках 31 і 32, тобто коли визначуваний пункт лежить у середині трикутника, що має вихідні пункти, або поза ним, але проти одної з його вершин і між продовженими сторонами.

Спосіб Ансермета. Розв'язання задачі Потенота найшвидше робиться за поданими нижче формулами.

Дано точки A, B і C (рис. 33), потрібно визначити координати

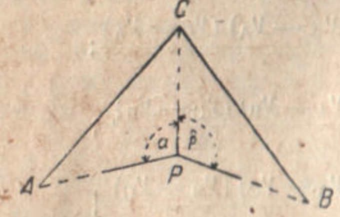


Рис. 31

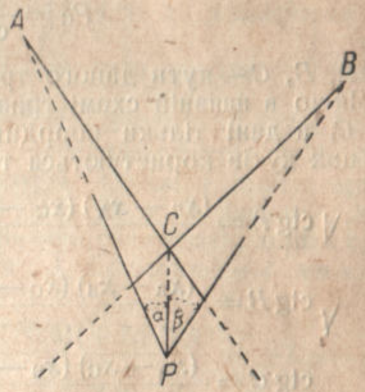


Рис. 32

шуканої точки D (точка теодолітного ходу). Кути навколо точки D — α, β, γ вимірюються теодолітом.

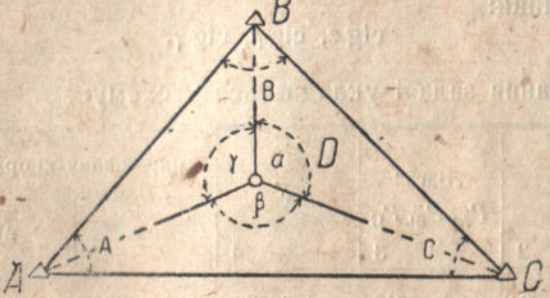


Рис. 33

Розв'язання робиться за формулами:

$$x_D = \frac{x_A P_A + x_B P_B + x_C P_C}{P_A + P + P_C};$$

$$y_D = \frac{y_A P_A + y_B P_B + y_C P_C}{P_A + P_B + P_C};$$

де: x_D і y_D — координати шуканої точки;

x_A, y_A, x_B, y_B, x_C, y_C — координати даних пунктів.

Величини P визначаються за такими формулами:

$$P_A = \frac{1}{\operatorname{ctg} A - \operatorname{ctg} \alpha}; \quad P_B = \frac{1}{\operatorname{ctg} B - \operatorname{ctg} \beta};$$

$$P_C = \frac{1}{\operatorname{ctg} C - \operatorname{ctg} \gamma},$$

де: A, B, C — кути даного трикутника.

Якщо в наявній схемі тріангуляції немає значення кутів A, B і C, а дані тільки координати пунктів, то для обчислення ctg цих кутів користуються такими формулами:

$$\operatorname{ctg} A = \frac{(x_B - x_A)(x_C - x_A) + (y_B - y_A)(y_C - y_A)}{\Delta};$$

$$\operatorname{ctg} B = \frac{(x_A - x_B)(x_C - x_B) + (y_A - y_B)(y_C - y_B)}{\Delta};$$

$$\operatorname{ctg} C = \frac{(x_A - x_C)(x_B - x_C) + (y_A - y_C)(y_B - y_C)}{\Delta};$$

де Δ — площа трикутника визначувана за формулою:

$$\Delta = (y_C - y_A)(x_B - x_A) - (y_B - y_A)(x_C - x_A).$$

З наведених формул видно, що за таблицями вибираються тільки величини:

$$\operatorname{ctg} \alpha, \ \operatorname{ctg} \beta, \ \operatorname{ctg} \gamma.$$

Розв'язування задачі укладається у схему:

Назва вершин 1	x 2	„Вага" P_A, P_B, P_C 3	y 4	Прирощення координат Δx 5	Δy 6	Кути α, β і γ °	′ 7
A	6 167530,2	+0,773153	+30738,4	+7294,8	−3780,5	130	20
B	6 168070,2	+0.902938	+39715,5	+ 540,0	+8977,1	109	30
C	6 160235,4	+0,879719	+34518,9	−7834,8	−5196,6	120	10
		+2,555810				360	00
D	6 165210,1		+35211,2	$\Delta = 6\ 7527619$			

Кути \ ctg	ctg A, ctg α	ctg B, ctg β	ctg C, ctg γ
A, B, C	+0,444 242	+0,753 487	+0,555 440
α, β, γ	−0,849,163	−0,354 009	−0,581 287
Різниці ctg . . .	+1,293 405	+1,107 496	+1,136 727

Порядок заповнення зазначеної схеми такий:

1. Заповнюють графи 1, 2, 4 і 7.

2. Обчислюють прирощення координат, утворюючи різницю координат по ходу годинникової стрілки: $x_B - x_A = +540{,}0$, $x_C - x_B = -7\,834{,}8$, $x_A - x_C = +7\,294{,}8$ і т. д., записуючи їх у графі 5 і 6.

3. Обчислюють площу Δ перемноженням навхрест лежачих прирощень, наприклад:

$$\Delta = (7\,294{,}8)(+8\,977{,}1) - (-3\,780{,}5)(+540{,}0) = 67\,527\,619{,}0.$$

4. Обчислюють безпосередньо на арифмометрі $\operatorname{ctg} A$, $\operatorname{ctg} B$ і $\operatorname{ctg} C$. Для цього, наприклад, беруть перше і друге прирощення координат (Δx) і перемножують їх з їх знаками, потім також перемножують (Δy) і результати складають, ділять одержану суму на площу Δ і результат з оберненим знаком записують у графі $\operatorname{ctg} A$, тобто:

$$\operatorname{ctg} A = \frac{(+7\,294{,}8)(+540{,}0) + (-3\,780{,}5)(+8\,977{,}1)}{67\,527\,619} = +0{,}444\,242.$$

Всі обчислення провадяться на арифмометрі без запису проміжних результатів, а списується з арифмометра тільки остаточний результат, при чому коли результат одержано у вигляді чорних цифр, то ctg позитивний, а якщо у вигляді червоних цифр, то негативний. Аналогічно по 2 і 3 прирощенню обчислюється $\operatorname{ctg} B$ і по 3 і 1 $\operatorname{ctg} C$.

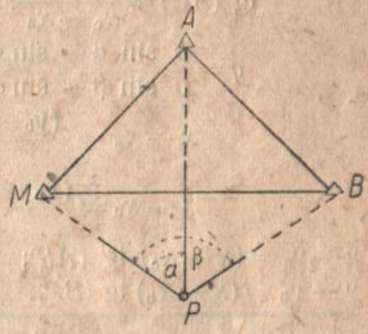


Рис. 34

5. Виписують з таблиць натуральних значень тригонометричних функцій значення $\operatorname{ctg} \alpha$, $\operatorname{ctg} \beta$ і $\operatorname{ctg} \gamma$, утворюють різниці ctg і по них обчислюють на арифмометрі „ваги“, які записують у графі 3.

6. Утворивши суми „вагів“, обчислюють безпосередньо на арифмометрі координати шуканої точки.

Спосіб Максимова. *Для безпосереднього обчислення задачі Потенота за координатами вихідних пунктів M, A, B і виміряних двох кутах α і β не вводячи довжини сторін і їх напрямів, можна застосовувати таку систему формул (рис. 34).*

1. Обчислення допоміжних величин:

$$v_1 = (x_a - x_m)\operatorname{ctg}\alpha - (y_a - y_m)$$

$$v_2 = (x_b - x_m)\operatorname{ctg}\beta + (y_b - y_m)$$

$$V_1 = (y_a - y_m)\operatorname{ctg}\alpha + (x_a - x_m)$$

$$V_2 = (y_b - y_m)\operatorname{ctg}\beta - (x_b - x_m)$$

$$\rho = \frac{V_1 v_2 - v_1 V_2}{(v_1 + v_2)^2 + (V_1 + V_2)^2}$$

2. Обчислення шуканих координат:

$$x_p = x_m + \rho\,(v_1 + v_2)$$
$$y_p = y + \rho\,(V_1 + V_2)$$

3. Контроль обчислень:

$$\operatorname{ctg}\,\alpha = \frac{(x - x_a)\,(x_p - x_m) + (y_p - y_a)\,(y_p - y_m)}{(x_p - x_a)\,(y_p - y_m) - (y_p - y_a)\,(x_p - x_m)};$$

$$\operatorname{ctg}\,\beta = \frac{(x_p - x_m)\,(x_p - x_b) + (y_p - y_m)\,(y_p - y_b)}{(x_p - x_m)\,(y_p - y_b) - (y_p - y_m)\,(x_p - x_b)}.$$

Спосіб Купчинова. Для розв'язання задачі Потенота з допомогою арифмометра, можна застосувати ще й такі формули, (спосіб І. Купчинова[1]), які зручні в наслідок: а) частого контролю обчислень, б) одержання у процесі розв'язання дирекційних кутів на вихідні триангуляційні пункти, що особливо вигідно для безпосереднього прив'язування.

Формули:

$$\operatorname{tg}\,(BC) = \frac{y_c - y_b}{x_c - x_в}; \qquad a = \frac{y_c - y_b}{\sin\,(BC)} = \frac{x_c - x_b}{\cos\,(BC)};$$

$$\operatorname{tg}\,(AC) = \frac{y_c - y_в}{x_c - x_a}; \qquad b = \frac{y_c - y}{\sin\,(AC)} = \frac{x_c - x_a}{\cos\,(AC)};$$

$$q = \frac{b\,\sin\,\alpha}{a\,\sin\,\beta} = \frac{\sin\,\varphi}{\sin\,\varphi}; \qquad \operatorname{tg}\,\varphi = \frac{\sin\,(\varphi - \psi)}{q + \cos\,(\varphi + \omega)};$$

$$x - x_a = \frac{(y_b - y_a) - (x_b - x_a)\,\operatorname{tg}\,(BP)}{\operatorname{tg}\,(AP) - \operatorname{tg}\,(BP)} = \frac{A}{K};$$

$$x - x_b = \frac{(y_b - y_a) - (x_b - x_a)\,\operatorname{tg}\,(AP)}{\operatorname{tg}\,(AP) - \operatorname{tg}\,(BP)} = \frac{B}{K};$$

$$y - y_a = (x - x_a)\,\operatorname{tg}\,(AP); \qquad x = x_a + (x - x_a) = x_b + (x - x_b);$$
$$y - y_b = (x - x_b)\,\operatorname{tg}\,(BP); \qquad y = y_a + (y - y_a) = y_b + (y - y_b).$$

13	tg (BC)	$-12{,}4447$	14	tg (AC)	$+1{,}454163$	1	y_c	:0
16	sin (BC)	$-0{,}996787$	19	sin (AC)	$-0{,}823972$	3	y_b	$+1536{,}65$
17	cos (BC)	$+0{,}080097$	20	cos (AC)	$-0{,}566630$	5	y_a	$+1647{,}69$
21	a	1541,60	22	b	1999,69	7	$y_c - y_b$	$-1536{,}65$
15	(BC)	274°35′39″	—	—	—	8	$y_c - y_a$	$-1647{,}69$
18	(AC)	235°29′04″	—	—	—	9	$y_b - y_a$	$-111{,}04$

2	x_c	0
4	x_b	$-123{,}48$
6	x_a	$+1133{,}08$
10	$x_c - x_b$	$+123{,}48$
11	$x_c - x_a$	$-1133{,}08$
12	$x_b - x_a$	$-1256{,}00$

[1] „Геодезист", № 5. 1935 р.

23	C	39°36′35″	28	$\sin \alpha$	0,974957	50	A (різниця)	$-$ 463,46
24	α	77 09 01	29	$\sin \beta$	0,382137	48	$(x_b - x_a)$ tg (BP)	$+$ 352,42
25	β	157 32 02	31	$m = b \sin \alpha$	1949,61	47	$(y_b - y_a)$	$-$ 111,04
26	Σ	273 47 38	30	$n = a \sin \beta$	589,10	49	$(x_b - x_a)$ tg (AP)	$-$ 1018,17
27	$360° - \Sigma = \varphi + \varphi$	86 12 22	33	$\sin (\varphi + \psi)$	0,997809	51	B (різниця)	$+$ 907,13
37	ψ	16 28 02	32	$q = \frac{m}{n}$	3,309473	52	$x - x_a$	$-$ 424,90
39	φ	69 44 20	34	$\cos (\varphi + \varphi)$	0,066163	54	x_a	$+$ 1133,08
41	$(AP) = (AC) - \psi$	219 01 02	35	$q + \cos (\varphi + \psi)$	3,375635	56	x	$+$ 708,18
42	$(BP) = (BC) + \varphi$	344°19′59″	36	$\mathrm{tg}\, \varphi = \frac{\sin (\varphi + \varphi)}{q + \cos (\varphi + \varphi)}$	0,295592	55	x_b	$-$ 123,48
43	tg (AP)	0,810284	38	$\sin \psi$	0,283466	53	$x - x_b$	$+$ 831,66
44	tg (BP)	$-$ 0,280465	40	$\sin \varphi$	0,938124	59	$(x - x_a)$ tg (AP)	$-$ 344,29
45	$K =$ tg $(AP) -$ $-$ tg (BP)	1,090749	—	—	—	57	y_a	$+$ 1647,69
46	$1 : K$	0,916801	—	—	—	61	y	$+$ 1303,40
						58	y_b	$+$ 1536,65
						60	$(x - x_b)$ tg (BP)	$-$ 233,25

При умові обчислення кількох пунктів на одній і тій же обчислювальній базі, дані по перших 22 графах бувають готові, що скорочує роботу.

Спосіб М. Васильченка. Дуже зручний також спосіб М. Васильченка (спосіб кол) для розв'язання задачі Потенота при наявності попередньо даних довжин сторін трикутників тригонометричної сітки. Розв'язання за способом Васильченка робиться так:

Дано: $a = 1\,122{,}89$; $\alpha = 37°35'$; $c = 615{,}46$; $\beta = 40°08'$; $(BA) = 271°24'$; $x_B = +221{,}85$; $(BC) = 78°22'$; $y^B = -796{,}88$.

$$\text{Розв'язання: } d_1 = \frac{c}{\sin\alpha} = \frac{615{,}46}{0{,}60991} = 1\,009{,}10;$$

$$d_2 = \frac{a}{\sin\beta} = \frac{1\,122{,}89}{0{,}64457} = 1\,742{,}08;$$

$$(BA_1) = (BA) + \alpha - 90° = 218°59';$$

$$(BC_1) = (BC) + \beta + 90° = 128°14';$$

$$\frac{d_2 \sin (BC_1) - d_1 \sin (BA_1)}{d_2 \cos (BC_1) - d_1 \sin (BA)_1} = \frac{+1\,368{,}40 - (-634{,}59)}{-1\,078{,}13 - (-784{,}59)} =$$

$$= 6{,}8236 = \operatorname{tg} 81°40';$$

$$(A_1C_1) = 98°20'; \; A = (A_1\,C_1) - (A_1\,B) = 59°22; \; l = d_1 \sin A_1 = 868{,}28;$$

$$(B_D) = (A_1C_1) + 90° = 188°20';$$

$$x_D = x_B + l \cos (B_D) = -637{,}27;$$

$$y_D = y_B + l \sin (B_D) = -922{,}73.$$

Перевірка: $C = (C_1B) - (C_1A_1) = 29°54'$; $l = d_2 \sin C_1 = 868{,}41$.

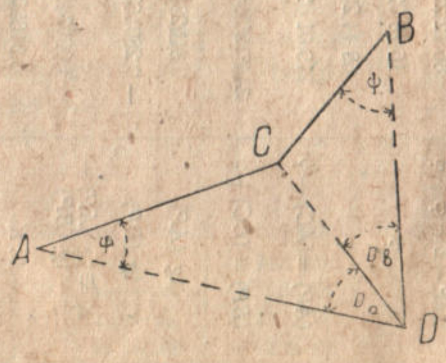


Рис. 35

Спосіб розв'язання задачі Потенота по таблицях логарифмів (рис. 35)

Координати				Обчислення довжин твердих сторін	
Формули	x	Формули	y	Формули	lg сторін
A	68 016 54	A	+21 262 82	$y_c - y_a$	3,865002
$\overline{AD}\cos(AD)$	+4 407 16	$AD\sin(AD)$	+ 865 84	$\sin(AC)$	9,835190
D	72 423 70	D	+22 128 66	$\cos(AC)$	9,862896
B	78 827 03	B	+24 688 75	$x_c - x_a$	3,892707
$\overline{BD}\cos(BD)$	−6 403 36	$\overline{BD}\sin(BD)$	− 2 560 09	$\mathrm{tg}\,(AC)$	9,972295
D	72 423 67	D	+22 128 66	$\overline{AC}$	4,029812
C	75 827 54	C	+13 934 53	$\sin D_a$	9,991280
$x_c - x_a$	+7 811 00	$y_c - y_a$	− 7 328 29	$\overline{AC} : \sin D_a$	4,038532
$x_c - x_b$	−2 999 49	$y_c - y_b$	−10 754 22	$y_c - y_b$	4,031579
Контроль	+10 810 49	Контроль	+ 3 425 93	$\sin(BC)$	9,983733
$AD\cos(AD)$	3,644159	$\overline{AD}$	3,652382	$\cos(BC)$	9,429201
$\cos(AD)$	9,991777	$\sin(\varphi + D_a)$	9,613850	$x_c - x_b$	3,477048
AD	3,652382	$\overline{AC} : \sin D_a$	4,038532	$\mathrm{tg}\,(BC)$	0,554531
$\sin(AD)$	9,285054	$\sin\varphi$	9,909538	$\overline{BC}$	4,047846
$AD\sin(AD)$	2,937435	$\overline{CD}$	3,948070	$\sin D_b$	9,999961
	3,806408	$\overline{CD}$	3,948070	$\overline{DC} : \sin D_b$	4,047885
$BD\cos(BD)$	9,967801	$\sin\psi$	9,900185	$\mathrm{tg}\,\lambda$	9,990647
$\cos(BD)$	3,836607	$\overline{BC}\sin D_b$	4,047885	$\mathrm{ctg}\,(45^{\circ} + \lambda)$	8,032140
$\sin(BD)$	9,569648	$\sin(\psi + D_b)$	9,790722	$\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}(\varphi + \psi)$	0,130096
$\overline{BD}\sin(BD)$	3,408255	$\overline{BD}$	3,838607	$\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$	8,162236

(AC)	316°49″34″,8	(AC)	316°49″34″,8
(BC)	254 24 55 ,9	$+\varphi$	54 17 18 ,7
c	62 24 38 ,9	(AD)	11 06 53 ,5
D_a	101 26 35 ,9	$+D_a$	101 26 35 ,9
D_b	89 14 81 ,0	(CD)	112 33 29 ,4
Σ	253 05 15 ,8	$-D_b$	89 14 01 ,0
$\varphi + \psi$	106 54 44 ,2	(BD)	201 47 30 ,4
λ	44 22 59 ,0	$-\psi$	52 37 25 ,5
$45 + \lambda$	89 22 59 ,0	(BC)	254 24 55 ,9
$\frac{1}{2}(\varphi + \psi)$	53 27 22 ,1		
$\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$	0 49 56 ,6		
φ	54 17 18 ,7		
ψ	52 37 25 ,5		
$\varphi + D_a$	155 43 54 ,6		
$\psi + D_b$	141 51 26 ,5		
Контроль	360 00 00 ,0		

Формули:

$$\mathrm{tg}\,(AC) = \frac{y_c - y_a}{x_c - x_a} \qquad c = (AC) - (BC)$$

$$\mathrm{tg}\,(BC) = \frac{y_c - y_b}{x_c - x_b}$$

$$\overline{AC} = \frac{y_c - y_a}{\sin (AC)} = \frac{x_c - x_a}{\cos (AC)};$$

$$\overline{BC} = \frac{y_c - y_b}{\sin (BC)} = \frac{x_c - x_b}{\cos (BC)};$$

$$\operatorname{tg} \lambda = \frac{\overline{AC} : \sin D_a}{\overline{BC} : \sin D_b};$$

$$\varphi + \psi = 360^\circ - (D_a + D_b + C);$$

$$\operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2} = \operatorname{tg} \frac{\varphi + \psi}{2} \operatorname{ctg} (45 + \lambda);$$

$$\overline{AD} = \frac{\overline{AC}}{\sin D_a} \sin (\varphi + D_a);$$

$$\overline{BD} = \frac{\overline{CB}}{\sin D_b} \sin (\psi + D_b);$$

$$(AD) = (AC) + \varphi \quad (CD) = (AD) + D_a;$$

$$(BD) = (BC) - \psi \quad (CD) = (BD) - D_b.$$

Спосіб Pellion'a. Цікавий і простий при обчисленні задачі Потенота спосіб Pellion'a. Характерним в цьому способі наближень є те, що попередньо або по карті, або бусоллю визначається наближено дирекційний кут одного з напрямів з шуканої точки на дану (вихідну).

Наприклад дано координати A, B, C:

$$x_a = 20\,167{,}60, \qquad y_a = 153\,050{,}18,$$
$$x_b = 18\,891{,}17, \qquad y_b = 160\,685{,}70,$$
$$x_c = 23\,854{,}41, \qquad y_c = 159\,727{,}17.$$

Виміряні кути на точці P:

$$\alpha = 167^\circ 39' \, 58'', \qquad \beta = 103^\circ 41' \, 01''.$$

Наближений дирекційний кут PC, взятий з карти $= (PC) = 358^\circ$.

Визначаємо наближені дирекційні кути (PB) і (PA): $(PB) = 165^\circ 39' 58''$ і $(PA) = 254^\circ \, 18' \, 59''$.

Обчислення елементів трикутника ABC:

sec (AC)	2,06451	csc (AC)	1,143041
$x_c - x_a$	$+3\,696{,}81$	$y_c - y_a$	$+6\,677{,}00$
$x_c - x_b$	$+4\,968{,}24$	$y_c - y_в$	$-\ 958{,}53$
sec (BC)	1,018478	csc (BC)	5,27360
tg (AC)	0,874860	tg (BC)	0,193128
(AC)	$61^\circ 01' 42''$	(BC)	$349^\circ 04' 09''$
b	7 632,10	a	5 054,90

Наведене розв'язання трикутника по суті не входить в задачу Потенота, в ряді випадків розв'язання трикутників не матиме місця, бо обчислювані елементи можуть бути взяті з остаточного розв'язання трикутників у тригонометричній сітці.

Дальше обчислення полягає у визначенні поправки $\Delta\alpha$ в орієнтуванні і обчисленні координат x_p і y_p.

AC	61°01′42″	(BC) . . .	349°04′09″	(PC) . . .	358°00′00″
(AP_2) . . .	74 18 59	(BP_1) . . .	345 39 58	$\delta\alpha$	44 04
φ_1	+13 17 17	ψ_1	+3 24 11	$(PC)_0$ . . .	357 15 56
$\delta\alpha$	−44 04	$\delta\alpha$	+ 44 04	$(CP)_0$ . . .	77 15 56
φ	12 33 13	ψ	4 08 15	y_C	159727,17
csc β . . .	1,029212	csc α . . .	4,68471	p sin $(CP)^o$	+81,45
b csc β . .	7855.05	a cscα . .	23664,36	sin $(CP)_0$.	0,047707
sin φ_1 . . .	0,229847	sin ψ_1 . . .	0,059360	P	1707,35
sin φ_2 . . .	0,212827	sin ψ_2 . . .	0,076772	cos $(CP)_0$.	09,98861
sin φ . . .	0,217353	sin ψ . . .	0,072150	p cos $(CP)^o$	1705,41
P_2	1805,46	P_1	1404,72	x_C	23854,41
P'_2	1671,77	P'_1	1816,76	x_P	22149,00
P	1707,32	P	1707,39	y_P	159808,62
ΔP_1	+ 400,74	ΔP_2	− 145,00		

$$\Delta P_1 - \Delta P_2 = +545,74 \text{ м}$$

$$\delta\alpha = 60 \cdot \frac{400,74}{545,44} = 44'04''$$

Спосіб H. Estignard'а. При прив'язуванні точок теодолітного ходу за задачею Потенота, як вище зазначалося, треба мати на увазі, що для контролю треба брати крім потрібних для розв'язання трьох напрямів на тригонометричні пункти, ще один четвертий напрям, при чому кут між двома з необхідних трьох напрямів повинен бути не менше 30° і кут між третім напрямом і якимсь з перших двох не менше 45°.

Віддаль тріангуляційних пунктів від прив'язуваної точки теодолітного ходу повинен бути не більше 10 *км* і співвідношення віддалів до найдальшого і до найближчого опорних пунктів не більше 5 : 2.

Рис. 36

В тому разі, якщо одна з вихідних точок потрібних для розв'язання задачі Потенота значно віддалена, то в цьому разі є підстава застосувати спосіб інженера-гідрографа H. Estignard'а. На рисунку 36 показано таке розміщення пунктів, при якому на точку *B* дано тільки напрям.

Виклад способу H. Estignard'а подано в книзі Максимова — Гідрографія.

Спосіб проф. Nell'я. Порівняно швидко розв'язується задача Потенота за такими формулами (рис. 37):

$$\operatorname{tg}(P_0P_1)=\frac{(y_2-y_1)\operatorname{ctg}\alpha-(y_3-y_1)\operatorname{ctg}\alpha_1-(x_2-x_3)}{(x_2-x_1)\operatorname{ctg}\alpha-(x_3-x_1)\operatorname{ctg}\alpha_1+(y_2-y_3)};$$

$$x_0=\frac{y_2-y_1+x_1\operatorname{tg}(P_0P_1)-x_2\operatorname{tg}(P_0P_2)}{\operatorname{tg}(P_0P_1)-\operatorname{tg}(P_0P_2)}$$

$$y_0=y_1-(x_1-x_0)\operatorname{tg}(P_0P_1)$$

Для контролю користуються такими формулами:

$$x_0=\frac{y_3-y_2+x_2\operatorname{tg}(P_0P_2)-x_3\operatorname{tg}(P_0P_3)}{\operatorname{tg}(P_0P_2)+\operatorname{tg}(P_0P_3)},$$

$$y_0=y_2-(x_2-x_0)\operatorname{tg}(P_0P_2)$$

Спосіб Чумакова. Оригінальне розв'язання задачі Потенота запропоновано І. Чумаковим[1]. Розв'язання основане на одер-

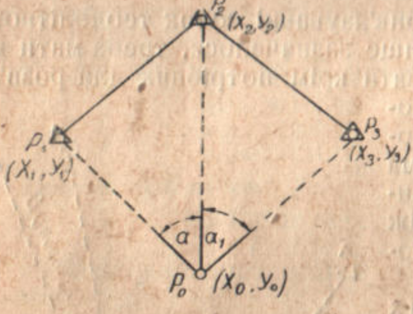


Рис. 37

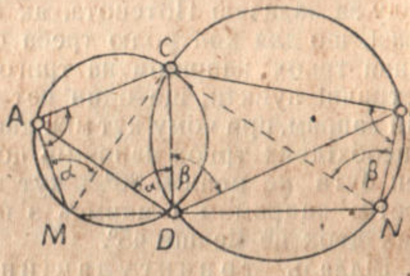


Рис. 37-а

жанні двох допоміжних точок M і N (рис. 37-а), що визначають положення відрізка MN, який проходить через шукану точку D, перпендикулярно лінії DC.

Точки A, B і C дано: D — шукана, на якій виміряні кути α і β. Згідно графічного способу розв'язання задачі Потенота, проведемо кола через точки ACD і CBD і через точку D пряму перпендикулярну DC, яка перетне обидва кола в точках M і N. Утворені трикутники MAC і NCB прямокутні і кути їх при вершинах M і N відповідно α і β. Таким чином процес графічного розв'язання полягає в побудуванні двох прямокутних трикутників MAC і NCB, звідси визначаються точки M і N.

[1] „Артилерійський журнал", № 1, 1936 р.

Точка перетину перпендикуляра з вершини C на пряму MN і буде шуканою точкою D.

Значить аналітично спосіб розв'язання може бути побудований так:

1) визначення координат точок M і N і дирекційного кута MN;

2) визначення координат шуканої точки D.

Робочі формули:

$$x_m - x_a = \operatorname{ctg} \alpha \ (y_c - y_a);$$

$$\Delta x = (y_c - y_m) \sin (MN) \cos (MN) - (x_c - x_m) \sin^2 (MN);$$

$$y_m - y_a = \operatorname{ctg} \alpha \ (x_c - x_a);$$

$$\Delta y = (x_c - x_m) \sin (MN) \cos (MN) + (y_c - y^m) \sin^2 (MN);$$

$$\operatorname{tg} (NM) = \frac{y_n - y_m}{x_n - x_m}; \qquad \begin{array}{l} x_n - x_b = (y_c - y_b) \operatorname{ctg} \beta; \\ y_d = y_m + \Delta y; \end{array}$$

$$y_n - y_b = (y_c - x_b) \operatorname{ctg} \beta;$$

$$x_d = x_c + \Delta x.$$

Шукана точка D може лежати як на самому відрізку MN, так і на його продовженні (рис. 37-б). Робочі формули в усіх випадках можуть бути застосовані. Крім того формули придатні і при заміні точки M точкою N з одночасною зміною дирекційного кута на $180°$, що дозволяє вибрати точку M або N так, щоб різниці $x_c - x_m$ були б менші (тобто вибрана точка повинна бути ближче до точки C).

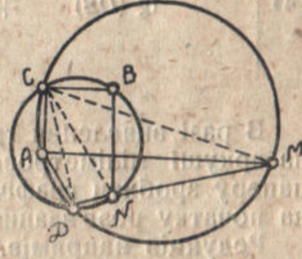


Рис. 37-б

Розв'язання задачі можна зробити, як за логарифмами, так і на арифмометрі. Перевірка завдання полягатиме в обчисленні дирекційних кутів (DA) і (DB):

$$\operatorname{tg} (DA) = \frac{y_a - y_d}{x_a - x_d};$$

$$\operatorname{tg} (DB) = \frac{y_b - y_d}{x_b - x_d}.$$

За обчисленими дирекційними кутами одержуємо кути між напрямами DA, DC, DB і порівнюємо їх з даними кутами α і β, збіг в межах $0',1$ покаже правильність розв'язання:

№	Абсциси		№	Ординати	
1	A	28385,26	2	A	74163,55
15	$\mathrm{ctg}\,\alpha\,(y_c - y_a)$	+841,70	16	$(x_c - x_a)\,\mathrm{ctg}\,\alpha$	+1163,80
19	M	49226,96	20	M	75327,35
			37	$33 + 34$	− 761,86
			38	D	74565,49
3	B	50963,95	4	B	74748,90
17	$(y_c - y_b)\,\mathrm{ctg}\,\beta$	+2252,93	18	$(x_c - x_b)\,\mathrm{ctg}\,\beta$	−1675,95
21	N	53216,88	22	N	73072,99
5	C	49778,80	6	C	73155,70
35	$(31 - 32)$	+796,53	7	α	50°08′
36	D	50575,33	8	β	144°44′
9	$x_c - x_a$	+139[illegible],54	10	$y_c - y_a$	−1007,85
11	$x_c - x_b$	−1185,15	12	$x_c - y_b$	−1593,20
13	$x_b - x_a$	+2578,69	14	$y_b - y_a$	+ 585,35
23	$x_n - x_m$	+3989,92	24	$y_n - y_m$	−2254,36
25	$x_c - x_m$	+ 551,84	26	$y_c - y_m$	−2171,65
27	$\dfrac{y_n - y_m}{x_n - x_m}$	−0,56501	28	(MN)	330°32′
			29	$\sin(MN)\cos(MN)$	−0,42828
31	$(y_c - y_m)$ (29)	+ 930,07	30	$\sin^2(MN)$	0,24199
32	$(x_c - x_m)$ (30)	+ 133,54	33	$(x_c - x_m)$ (29)	− 236,34
	Перевірка		34	$(y_c - y_m)$ (30)	− 525,52
39	$(x_a - x_d)$	−2190,07	40	$y_a - y_d$	− 401,94
41	$(x_b - x_d)$	+ 388,62	42	$y_b - y_d$	+ 183,41
43	$\mathrm{tg}\,(DA)$	+0,18353	45	(DA)	190°24′
				α	50°08′
44	$\mathrm{tg}\,(DB)$	+0,47159	46	$(DC) = (MN) - 90°$	240°32′
				β	144°43′9″
			47	(DB)	25°15′9″

В разі виявлення грубої похибки в розв'язанні задачі можна на аркуші міліметрового або взагалі полінованого у клітку паперу зробити графічну перевірку за принципом, викладеним на початку розв'язання задачі.

Редукція напрямів. В попередніх випадках розв'язання задачі Потенота передбачалося, що кути α і β віднесені на площину проекції Гауса-Крюгера, тобто у спостережені напрями з певної точки на вихідні (дані) триангуляційні пункти внесено поправки на кривизну. Якщо віддаль визначуваної точки від вихідних не перевищує 3 *км* і вимірювання кутів зроблено 30-секундним теодолітом, то поправки на кривизну не вводяться, взагалі ж треба керуватися формулою

$$\delta_{12} = \frac{(x_2 - x_1)\, y_m \rho''}{2R^2_m},$$

де: x_1, y_1 — координати першої точки (визначуваної),
x_2, y_2 — координати другої точки (вихідної),

$$y_m = \frac{y_2 + y_1}{2};\ \rho'' = 206\,265'',$$

R — середній радіус кривизни, $lg\frac{\rho}{2}=5,01340$, $lg\frac{1}{R^2_m}=6,3809-$
-20.

В разі потреби внесення поправки на кривизну, треба, до остаточного розв'язання задачі Потенота, грубо визначити наближені координати шуканої точки, по яких розрахувати поправки. Обчислення за наведеною формулою може бути зроблено на логарифмічній лінійці або δ одержують безпосередньо за таблицею топографа Максимова (вміщена у книзі Урмаєва,— Руководство по обработке триангуляций).

Знак поправки δ'', визначений при обчисленні, легко контролюється за рисунком, що зображає геодезичні лінії на площині у проекції Гауса-Крюгера. Геодезична лінія (крива) проводиться в напрямі, протилежному напряму перпендикуляра до хорди, що йде до середнього меридіана зони. Уявно провівши через кожну вершину лінію паралельну осьовому меридіану і звучи дугу від північного кінця уявної паралельної лінії за ходом годинникової стрілки до геодезичної лінії — азимутальною стрілкою[1], можна встановити таке правило (правило чаші або правило дощу): „Якщо азимутальна стрілка впирається в увігнутість, то поправка до напряму матиме знак + (плюс), а якщо в опуклість, то знак поправки — (мінус)" (рис. 37-в).

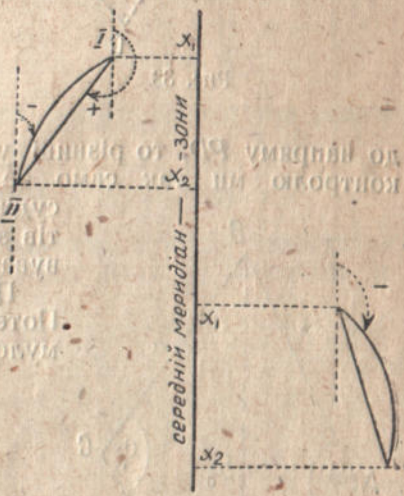


Рис. 37-в

Контроль при розв'язуванні задачі Потенота. При включенні у спостереження четвертого надмірного пункту для контролю виміряють і третій кут γ, а самий контроль здійснюють подвійно:

1. Маючи координати пункту P з розв'язання за трьома вихідними пунктами ABC і координати четвертого даного пункту, визначаємо за ними дирекційний кут напряму PD. Цей же дирекційний кут одержуємо за виміряним кутом і відомим з розв'язання задачі напрямом, наприклад PC. Порівняння цих кутів і дасть можливість судити про точність визначення пункту P.

2. Маючи з розв'язання задачі за трьома вихідними пунктами A, B і C сторону PB і визначивши з триангуляції за даними координатами пунктів сторону BD, розв'язуємо трикутник PBD по

[1] Бородулин,— Простейший способ проверки знаков поправок к направлениям при переходе от сферодических углов к плоским углам, „Геодезист", № 7, 1935 р.

стороні BD і двох кутах, виміряному γ і обчисленому $< PBD$ (рис. 38). Порівняння загальної сторони PB з розв'язанням за трьома вихідними пунктами ABC і цього надмірного дає розходження сторони, а значить і судження про точність визначуваного пункту P.

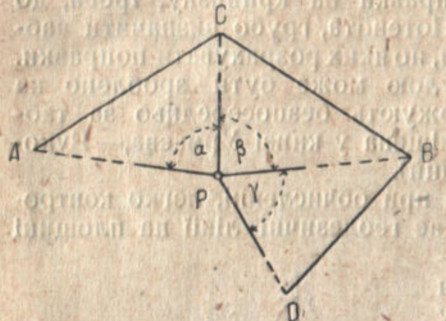


Рис. 38

Треба мати на увазі, що застосування одного з цих контролів не дає можливості судити про точність визначуваного пункту. Справді, якщо зміщення пункту P, одержаного з розв'язання буде в напрямі контрольного пункту D, то різниці дирекційного напряму PD — по першому контролю ми не виявимо. Так само, якщо зміщення пункту P буде в напрямі, перпендикулярному до напряму PD, то різниці у довжині сторони PB по другому контролю ми так само не виявимо. Тому для справжнього судження про точність визначення пунктів зворотною засічкою треба застосовувати обидва контролі разом.

Похибка визначення точки по задачі Потенота може бути обчислена за формулою:

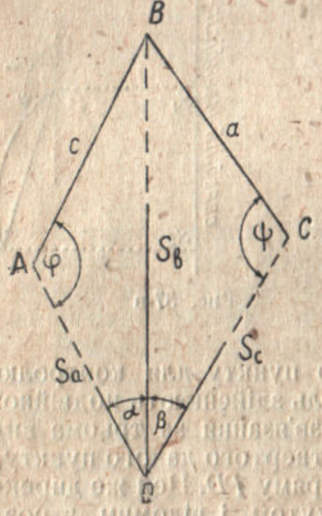


Рис. 39

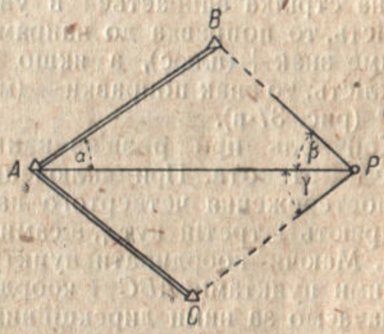


Рис. 40

$$M_d^2 = \frac{\delta^2 \sin^2 1'}{\sin^2(\varphi + \psi)} \left[\left(\frac{S_a \, S_b}{c} \right)^2 + \left(\frac{S_b \, S_c}{a} \right)^2 \right]$$

де: M_d — середньоквадратична похибка визначення точки по задачі Потенота.

δ — похибка вимірювання кутів α і β.

Решта позначень формули видно з рисунку 39.

Можливий випадок, коли визначувана по задачі Потенота прив'язна точка знаходиться на колі, що проходить через три вихідних триангуляційних пункти і значить розв'язання задачі Потенота неможливе. Тоді, або змінюють розміщення прив'язної точки, або застосовують комбіновану засічку. Різні випадки комбінованої засічки наведено на рисунках 40, 41 і 42.

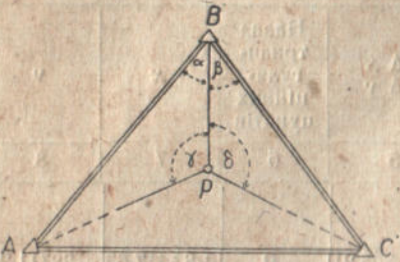


Рис. 41

Рис. 42

Розв'язання комбінованої засічки цілком аналогічно розв'язанню прямої засічки з трьох пунктів[1].

Вставка точок (формули Бутлера)

У тих випадках, коли кількість видимих пунктів недостатня для прив'язування до тригонометричної сітки за способом Потенота, то застосовується спосіб вставки точок теодолітного ходу у триангуляційну сітку згідно з рисунком 43.

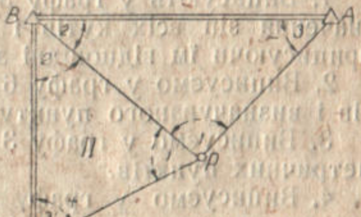


Рис. 4

Обчислення координат точки P може бути зроблено безпосередньо по координатах тригонометричних пунктів за формулами Бутлера:

$$x_p = x_a + \Delta x_{ap}$$

$$\Delta x_{ap} = -\frac{(x_a - x_b)\cos 3 - (y_a - y_b)\sin 3}{\frac{\sin 1}{\sin 2}}$$

$$y_p = y_a + \Delta y_{ap}$$

$$\Delta y_{ap} = -\frac{(x_a - x_b)\sin 3 + (y_a - y_b)\cos 3}{\frac{\sin 1}{\sin 2}}$$

[1] Приклади розв'язання комбінованої засічки можна знайти в „Наставлении по производству геодезических работ Отдела военно-топографической службы Генерального штаба РККА", Вип. 8.

Користуючись цими формулами треба мати на увазі, що кут 3 вводиться в обчислення з знаком—, а кут 3′ з знаком +, тобто якщо умовимося кути при твердій стороні трикутника відлічувати від твердої сторони до визначуваної, то кутові, одержаному по ходу годинникової стрілки приписується знак +, а кутові, одержаному проти ходу годинникової стрілки знак —.

Порядок обчислення координат точки P такий:

№№ трикутника	№№ кутів	Зрівняні кути		Натуральні значення sin і cos кутів	Δx Δy	Назва тріангуляційних пунктів	x	y
		°	′					
1	2	3		4	5	6	7	8
	1	144	34	0,579755				
I	2	22	50	0.388052				
	3	12	36	0,218143	—1 305,21	P	+82 417,63	—28711,20
							—5 921,73	—30491,10
		180	00	0,975917	+46 388,42	A	+88 339,40	+1779,90
				$\frac{\sin 1}{\sin 2} = 1{,}494062$		B	+89 644,61	—44608,52
	1′	90	01	1,000000		C	+65 431,40	—36427,00
II	2′	46	53	0,729963			+16 986,71	+7714,87
	3′	43	06	0,683274	—24 213,21	P	+82 418,11	—28712,13
		180	00	0,730162	+8 181,52			
				$\frac{\sin 1}{\sin 2} = 1{,}369925$				

1. Виписують у графу 3 зрівняні кути і в графу 4 натуральні значення sin всіх кутів і cos останнього кута у трикутнику, приписуючи їм відповідні знаки.

2. Виписуємо у графу 6 назву даних тригонометричних пунктів і визначуваного пункту.

3. Виписуємо у графу 3 і графу 8 координати даних тригонометричних пунктів.

4. Виписуємо у графу 5 різницю координат, крайня мінус середня, проти значень sin і cos передаючих кутів у кожному трикутнику.

5. Обчислюємо частку $\frac{\sin 1}{\sin 2}$.

6. Робимо за формулами Бутлера всі обчислення на арифмометрі, не записуючи проміжних результатів. Одержані прирощення записуємо до графи 7 і 8.

Метод різниць координат

Координати якоїсь точки P, одержані в результаті прямих засічок (наприклад трьох) підлягають зрівнянню. Це зрівняння зручно можна зробити за методом різниць координат.

Для цього треба:

1. Одну з пар координат прийняти за нульову.

2. Знайти різниці координат нульової точки з двома парами координат решти точок.

3. Обчислити ймовірніше значення знайдених різниць по вагах, вважаючи їх пропорціональними квадратам синусів — кутів засічок.

4. До ймовірнішого значення різниці координат додати координати пари, прийнятої за нульову.

Наприклад, одержано три значення кординат для точки P:

257,20	418,80
257,65	418,30
256,95	418,00

Кути, утворені засічками відповідно:

$$19°55',2; \qquad 31°01',1; \qquad 50°56',3$$

Приймаючи значення координат, одержаних у третьому випадку, і утворюючи різниці координат між нульовими і двома іншими парами, одержимо:

$$\delta x = +0{,}29; \qquad \delta x = +0{,}70; \qquad \delta y = 0{,}30;$$
$$\delta y = +0{,}80; \qquad \delta x = 0{,}00; \qquad \delta y = 0{,}00.$$

Дальші обчислення провадяться, приймаючи квадрати синусів кутів за вагу, і по таблиці знаходимо:

$$\begin{array}{r} \text{для } 19°55'2 = 0{,}12 \\ „ \ 31°01'1 = 0{,}26 \\ „ \ 50°56'3 = 0{,}78 \\ \hline \text{Сума вагів } \Sigma P = 1{,}16 \end{array}$$

Потім, користуючись формулою середньоарифметичної по вазі, одержимо:

$$\delta_x = \frac{\delta_{x_1} P_1 + \delta_{x_2} P_2 + \delta_{x_3} P_3}{\Sigma P} = \frac{0{,}25 \cdot 0{,}12 + 0{,}70 \cdot 0{,}26 + 0{,}00 \cdot 0{,}78}{1{,}16} =$$
$$= +\frac{0{,}212}{1{,}16} = +0{,}19$$

$$\delta_y = \frac{\delta_{y_1} P_1 + \delta_{y_2} P_2 + \delta_{y_3} P_3}{\Sigma P} = \frac{0{,}80 \cdot 0{,}12 + 0{,}30 \cdot 0{,}26 + 0{,}00 \cdot 0{,}78}{1{,}16} =$$
$$= +\frac{0{,}174}{1{,}16} = +0{,}15$$

Ймовірніше значення координат пункту P буде:

$$x = x_0 + \delta x = +256{,}95 + 0{,}19 = 257{,}14$$
$$y = y_0 + \delta y = +418{,}00 + 0{,}15 = 418{,}15$$

Точний спосіб зрівнювання пункту, визначеного прямою засічкою[1]

Зрівнювання пунктів IV класу визначених прямими засічками провадиться так. Виписуються вихідні дані і виміряні кути двох трикутників.

[1] Временная инструкция по вычислительным работам Упр. Воен. Топ. НКО, 1934 р.

Шляхом порівняння суми кутів 2 і 3 з зрівняним кутом, визначається нев'язка, яка розбивається на рівні частини на кути 2 і 3. Ці поправки записуються до графи „1 поправка".

Потім, виправляючи ними виміряні кути, одержують попередньо зрівняні кути.

Користуючись цими кутами, складають базову умову.

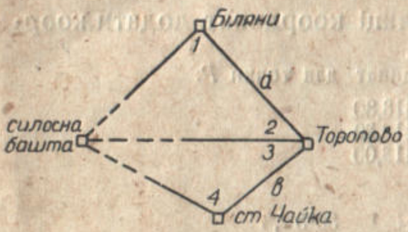


Рис. 44

Для того, щоб при розв'язанні цього одного рівняння не порушити зрівняної суми кутів (2 + 3), базове рівняння перетворюється за методом Крюгера, для чого береться півсума коефіцієнтів при кутах 2 і 3 і віднімається з кожного з цих коефіцієнтів або, що те саме, береться прямо пів різниці коефіцієнтів.

Зрівняння пункту IV класу (рис. 44) (пряма засічка)

Змір.	2 + 3	45°38'51"
зрівнян.	2 + 3	54
		$v_1 = -3$

a	3,76783		b	3,76563	
+ 1	9,63175	+ 0,4	4	9,45253	+ 0,7
3 + 4	9,73129	+ 0,3	1 + 2	9,91276	+ 0,2
	3,13087			3,13092	
		$v_2 = -5$			

	B	B'	X
1	+ 0,2	+ 0,2	+ 3
2	− 0,2	− 0.25	− 4
3	+ 0,3	+ 0.25	+ 4
4	− 0,4	− 0,4	− 6
v	− 5	− 5	

$$K = +\frac{5}{0,325} = +15,39$$

	Назва вершин	Виміряні кути			1 поправка	Попередньо зрівняні кути			2 поправка	Остаточно зрівняні кути			lg сторін (у метрах)	lg sin-ів
	Силосна башта . .	—	—	—	—	—	—	—	—	125	6	52	3,76783	3,85508 9,91275
1	Біляни, с .	25	21	36	—	25	21	36	+ 3	25	21	39	3,48684	9,63176
2	Топорово, с	29	31	31	+ 2	29	31	33	− 4	29	31	29	3,54775	9,69467
										180	00	00		
	Силосна башта . .	—	—	—	—	—	—	—	—	147	24	35	3,76563	4,03434 9,73129
3	Топорово, с	16	7	20	+ 1	16	7	21	+ 4	16	7	25	3,47793	9,44359
4	Ст. Чайка, п	16	28	6	—	16	28	6	− 6	16	28	00	3,48683	9,45249
										180	00	00		

У даному прикладі півсума коефіцієнтів буде:

$$\frac{-0,2+0,3}{2} = +0,05.$$

Коефіцієнт (2) перетвореного рівняння буде $-0,2-0,05=0,25$. Коефіцієнт (3) буде $+0,3-0,05=+0,25$.

Одержані величини будуть коефіцієнтами при (2) і (3) перетвореного базового рівняння. Вони завжди дорівнюють по величині і супротивні по знаку, що служить контролем перетворення.

Коефіцієнти інших членів і вільний член лишаються без змін.

Розв'язавши тепер це одне рівняння, одержують другі поправки, ввівши які у попередньо зрівняні кути і розв'язавши трикутники, одержують повне погодження в загальній стороні в межах точності обчислень.

Такий метод зрівнювання, не поступаючись у простоті всіляким так званим спрощеним рівнянням, дає поправки кутів, що задовольняють умові мінімуму суми їх квадратів.

Зрівнювання точки визначеної прямої засічкою з кількох триангуляційних пунктів (більше ніж з двох) може бути зроблено графічним методом[1].

Задача Ганзена

В тому разі, коли з пункту теодолітного ходу, що підлягає прив'язуванню до триангуляційної сітки, видно тільки два пункти триангуляції, то для визначення координат шуканої точки теодолітного ходу застосовують два способи.

1. Визначають у шуканій точці з спостережень Сонця астрономічний азимут одного з напрямів на видимий триангуляційний пункт, від астрономічного азимута переходять до дирекційного кута, потім вимірюють на шуканій точці кут між напрямами на видимі триангуляційні пункти і таким чином визначають значення цих трьох кутів у трикутнику, складеному шуканим пунктом і двома видимими триангуляційними пунктами. Цих кутових даних, а також напрямів і віддалень між видимими триангуляційними пунктами досить для розв'язання зазначеного вище трикутника і, значить, визначення координат прив'язуваної точки теодолітного ходу.

2. Не вдаються до астрономічних спостережень, а для визначення координат шуканої точки вибирають допоміжну точку, з якої видно шукана і дані триангуляційні пункти. Таке визначення становить задачу Ганзена (Ван-Свіндена). Розміщення видимих триангуляційних пунктів і прив'язуваних точок теодолітного ходу дано на рисунку 45.

Вимірюються кути α, α_1, β, β_1 що прилеглі до сторін теодолітного ходу. Цих виміряних чотирьох кутів і координат точок A і B досить для визначення координат точок теодолітного ходу M і N.

---

[1] Берлович,—Маркшейдерская триангуляция, 1934 р. стор. 70. та інші автори, особливо детально Кель, - Высшая геодезия и геодезические работы ч. II.

[2] Треба згадати, що такий спосіб визначення координат прив'язуваної точки теодолітного ходу може бути застосований замість розв'язання задачі Потенота при прив'язуванні знімальних теодолітних ходів.

Найкраще розміщення вихідних і визначених точок для одержання найточнішого результату буде тоді, коли лінія MN майже паралельна лінії AB і симетрично розміщена відносно точок A і B, або коли MN майже перпендикулярна до лінії AB, при чому вони взаємно поділяють одна одну, примірно, на дві рівних частини (рис. 46).

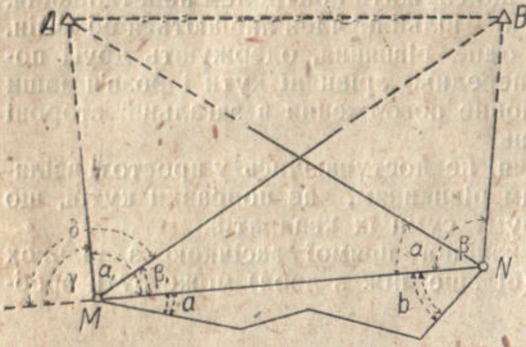


Рис. 45

Треба мати на увазі, що виміряні кути α, α_1, β, β_1, а також різниці їх і кути γ і δ не повинні бути близькі до 0 або 180°, а це буде тоді, коли віддаль між точками M і N буде відповідна до віддалі між A і B і тоді, коли точки M і N досить далеко знаходяться від точок A і B. Якщо ж гострих кутів уникнути не можна, то їх треба виміряти з більшою точністю.

Застосовуючи для прив'язування задачу Ганзена, треба мати на увазі два випадки: 1) прив'язується одна з сторін теодолітного ходу і 2) прив'язується зв'язуюча діагональ теодолітного ходу. У другому разі потрібне додаткове вимірювання кутів, що знаходяться між прив'язаною діагоналлю і прилеглими до неї сторонами теодолітного ходу, щоб одержати їх дирекційні кути.

Рис. 46

Найчастіше застосовуваний спосіб розв'язання задачі Ганзена за формою T—27 наводиться нижче[1].

1. $\operatorname{tg}(AB) = \dfrac{y_b - y_a}{x_b - x_a}$, $\quad S = \dfrac{y_b - y_a}{\sin(AB)} = \dfrac{x_b - x_a}{\cos(AB)}$;

2. $\alpha_1 = (QP) - (QA)$, $\alpha_2 = (QP - (QB)$;
$\beta_1 = (PA) - (PQ)$, $\beta_2 = (PB) - (PQ)$;

3. $\gamma_1 = 180^\circ - (\alpha_1 + \beta_1)$ і $\gamma_2 = 180^\circ - (\alpha_2 + \beta_2)$;

4. $\operatorname{tg} Q = \dfrac{\sin\psi}{\sin\varphi} = \dfrac{\sin\alpha_1}{\sin\gamma_1} : \dfrac{\sin\alpha_2}{\sin\gamma_2} = m : n$;

5. $\dfrac{1}{2}(\varphi + \psi) = 90^\circ - \dfrac{1}{2}(\beta_2 - \beta_1)$;

6. $\operatorname{tg}\dfrac{1}{2}(\varphi - \psi) = \operatorname{tg}\dfrac{1}{2}(\varphi + \psi)\operatorname{ctg}(45^\circ + Q)$;

[1] Филоненко и Беликов,— Таблицы шестизначных натуральных величин тригонометрических функций для счетных машин.

7. $q_1 = \sin(\psi - \gamma_2)\dfrac{S}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}$, $P_1 = \sin\psi\dfrac{S}{\sin(\beta_2 - \beta_1)}$,

$q_2 = \sin(\varphi + \gamma_1)\dfrac{S}{\sin(\alpha_1 - \alpha_2)}$, $P_2 = \sin\varphi\dfrac{S}{\sin(\beta_2 - \beta_1)}$,

$c = P_1\dfrac{\sin\gamma_1}{\sin\alpha_1} = \dfrac{P_1}{m} = P_2\dfrac{\sin\gamma_2}{\sin\alpha_1} = \dfrac{P_2}{n}$;

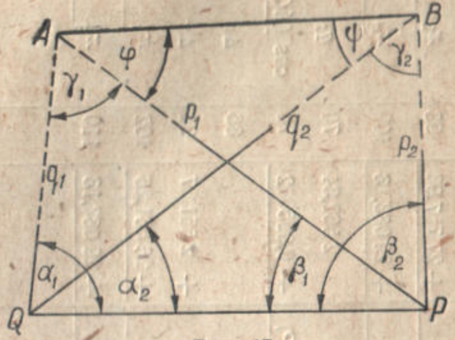


Рис. 47

8. $(AP) = (AB) + \varphi$, $(BP) = (AB) - \psi + 180^\circ$,
$(BQ) = (AB) - (\psi - \gamma_2) + 180^\circ$ $(AQ) = (AB) + \varphi + \gamma_1$

1	y_b	+ 15 189,44	43	ψ	133 29 17,3	21	(AB)	340° 19′ 1″,4
2	$-\ y_a$	+ 15 628,24	44	$\psi - \gamma_2$	75 7 39,8	46	(BP)	26 49 44,1
9	$y_b - y_a$	− 438,80	45	$\varphi + \gamma_1$	53 19 7,6	47	(AP)	5 10 56,5
3	x_b	+ 27 757,93		$\alpha_1 - \alpha_2$	51 33 12,6	48	(BQ)	85 11 21,6
4	$-\ x_a$	+ 26 531,26	18	$-\ y_b - y_a$	− 438,80	49	(AQ)	33 38 9,0
10	$x_b - x_a$	+ 1 226,67	19	$x_b - x_a$	+ 1 226.67	53	q_1	1 607,72
5	β_2	55° 20′ 25″,0	20	tg (AB)	− 0,357716	50	$\sin(\psi - \gamma^2)$	+ 0,966498
6	$-\ \beta_1$	33 41 37,5	22	sin (AB)	− 0,336815	25	S	1 302,79
11	$\beta_2 - \beta_1$	21 38 47,5	23	cos (AB)	+ 0,941571	51	$\csc(\alpha_1 - \alpha_2)$	+ 1,276833
12	$\frac{1}{2}(\beta_2 - \beta_1)$	10 49 23,8	24	S	1,302,79	52	$\sin(\varphi + \gamma_1)$	+ 0,801972
7	α_1	117 51 10,0	27	$\sin\alpha_1$	+ 0,884151	54	q_2	1,334,04
8	α_2	66 17 57,5	28	$\sin\gamma_1$	+ 0,476445	58	P_1	2 562,34
13	$\alpha_2 + \beta_2$	121 38 22,5	31	m	+ 1,855725	55	$\sin\psi$	+ 0,725516
14	$\alpha_1 + \beta_1$	151 32 47,5	29	$\sin\alpha_2$	+ 0,915658	26	S	1 302,79
15	$\gamma_1 = 180^\circ - (\alpha_1 + \beta_1)$	28 27 12,5	30	$\sin\gamma_2$	+ 0,851365	56	$\csc(\beta_2 - \beta_1)$	+ 2,710909
16	$\gamma_2 = 180^\circ - (\alpha_2 + \beta_2)$	58 21 37,5	33	n	+ 1,075518	57	$\sin\varphi$	+ 0.420486
17	$\frac{1}{2}(\varphi + \psi) = 90^\circ - \frac{1}{2}(\beta_2 - \beta_1)$	79 10 36,2	35	tg Q	+ 1,725424	60	P_2	1 485,05
41	$\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$	54 18 41,1	36	Q	59° 54′ 17″,3	59	P_1	2 562,34
42	φ	24° 51′ 55″,1	37	$45^\circ + Q$	104 54 17,3	32	m	+ 1,855725
			38	tg $\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$	5,230 637	62	c	1 380,78
			39	ctg$(45^\circ - Q)$	− 0,266 169	61	P_2	1 485,05
			40	tg $\frac{1}{2}(\varphi - \psi)$	− 1,392 233	34	n	+ 1,075518

63	P_2	1 485,05	65	q_2	1 334,04	64	P_2	1 485,05	66	q_2	1 334,04
71	sin (BP)	+ 0,451328	73	sin (BQ)	+ 0,996478	72	cos (BP)	+ 0,892358	74	cos (BQ)	+ 0,083863
79	Δy		80	Δy		81	Δx		82	Δx	
87	Δy	+ 670,24	88	Δy	+ 1 329,34	89	Δx	+ 1 325,20	90	Δx	+ 111,88
95	y_b	+ 15 189,44	96	y_b	+ 15 189,44	97	x_b	+ 27 757,93	98	x_b	+ 27 757,93
103	y_p	+ 15 859,68	105	y_a	+ 16 518,78	107	x_p	+ 29 083,13	109	x_q	+ 27 869,81
67	P_1	2 562,34	69	q_1	1 607,72	68	P_1	2 562,34	70	q_1	1 607,72
75	sin (AP)	+ 0,090326	77	sin (AQ)	+ 0,5539,12	76	cos (AP)	+ 0,995912	78	cos (AQ)	+ 0,832575
83	Δy		84	Δy		85	Δx		86	Δx	
91	Δy	− 231,45	92	Δy	890,54	93	Δx	+ 2 551,87	94	Δx	+ 1338,55
99	y_a	+ 15 628,24	100	y_a	+ 15 628,24	101	x_a	+ 26 531,26	102	x_a	+ 26 531,26
104	y_p	+ 15 859,69	106	y_q	+ 16 518,78	108	x_p	+ 29 083,13	110	x_q	+ 27 869,81

$x_p = +29\,083{,}13$
$y_p = +15\,859{,}68$

$x_q = +27\,869{,}81$
$y_q = +16\,518{,}78$

Спосіб Со́сни. Крім наведеного вище способу розв'язання задачі Ганзена існує ще ряд способів, з яких найпрактичнішими будуть способи Со̀сни і Фіали, видозмінені проф. Чеботарьовим[1].

При застосуванні способу Со̀сни користуються такими робочими формулами (рис. 48):

$$\operatorname{tg}\ (AB) = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1},$$

де координати точки $B - y_2$, і x_2, а координати точки $A - y_1$ і x_1.

$$\mathrm{I} = \operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma,$$

$$\mathrm{II} = \operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\delta,$$

$$\text{де: } \gamma = 180 - \alpha_1 \ \text{ і } \ \delta = 180 - \beta_1;$$

$$\operatorname{tg}\ Q = \frac{\mathrm{I} - \mathrm{II}}{\operatorname{ctg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\delta - \operatorname{ctg}\beta \cdot \operatorname{ctg}\gamma};$$

$$(NM) = (AB) - Q;$$

$$\varphi_1 = Q - \alpha,\ \varphi_2 = Q - \gamma;$$

$$\varphi_1 = Q - \beta,\ \varphi_2 = Q - \delta;$$

$$x_m - x_1 = \frac{(x_2 - x_1)\ \operatorname{ctg}\ \varphi_1 + (y_2 - y_1)}{\operatorname{ctg}\ \varphi_1 - \operatorname{ctg}\ \varphi_1};$$

$$y_n - y_1 = \frac{(y_2 - y_1)\ \operatorname{ctg}\ \varphi_1 - (x_2 - x_1)}{\operatorname{ctg}\ \varphi_1 - \operatorname{ctg}\ \varphi_1};$$

$$x_m - x_1 = \frac{(x_2 - x_1)\ \operatorname{ctg}\ \varphi_2 + (y_2 - y_1)}{\operatorname{ctg}\ \varphi_2 - \operatorname{ctg}\ \varphi_2};$$

$$x_n = x_1 + (x_n - x_1), \qquad y_n = y_1 + (y_n - y_1);$$

$$x_m = x_1 + (x_m - x_1), \qquad y_m = y_1 + (y_m - y_1);$$

$$\text{Контроль: } \operatorname{tg}\ (NM) = \frac{y_m - y_n}{x_m - x_n}.$$

---

[1] „Геодезист", 1935 р., № 9.

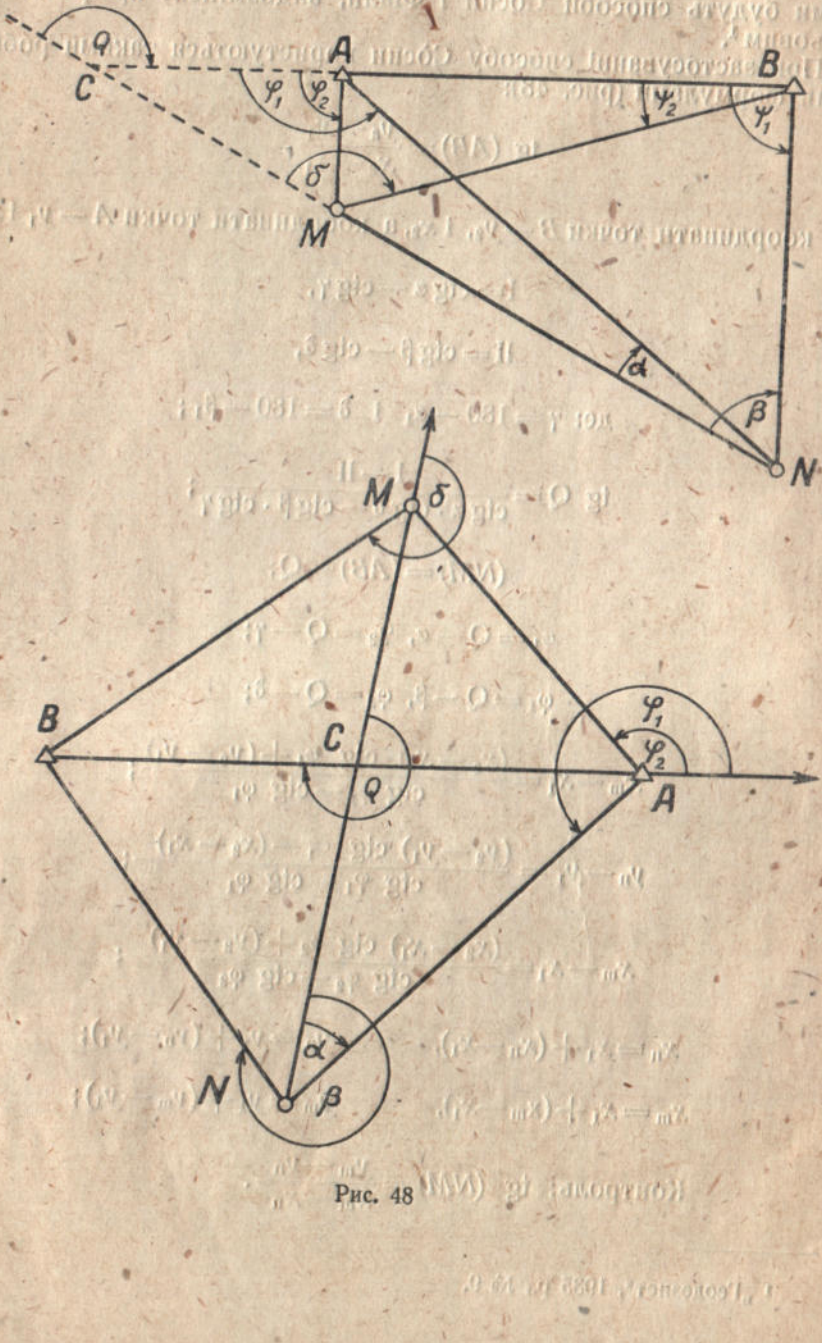


Рис. 48

Приклад розв'язання задачі Ганзена за способом Сосни [1]

α	48°43′12,″5	δ	243°50′21″9	x_2	−1836,327	y_2	+22549,209
γ	142°40′57″1	β	319°27′58,7	x_1	−5068,080	y_1	+22951,186
				$x_2 - x_1$	+4231,753	$y_2 - y_1$	−401,277
$\operatorname{ctg} \alpha$	+0,877899	$\operatorname{ctg} \delta$	+0,491207	$\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \delta$	+0,431230	tg (AB)	−0,094815
$-\operatorname{ctg} \gamma$	−1,311858	$\operatorname{ctg} \beta$	−1,169456	$\operatorname{ctg} \beta \operatorname{ctg} \gamma$	+1,534160	Румб (AB)	35°25′00″,8
I	+2,189757	− II	+1,660663	Знаменник	−1,102930	Азим. (AB)	354°34′59″,2
I + (− II)	3,850420	$\operatorname{ctg} Q$	−3,491083	Таб. кута	74°00′57,4	$-Q$	285°59′02″,6
						(NM)	68°35′56″,6
$\varphi = Q - \alpha$	237°15′50,″1	$\operatorname{ctg} \varphi_1$	+0,642878	$\varphi_2 = Q - \gamma$	143°18′05,″5	$\operatorname{ctg} \varphi_2$	−1,341678
$\dot{\varphi} = Q - \beta$	326°31′03,″9	$-\operatorname{ctg} \dot{\varphi}_1$	−1,511852	$\dot{\varphi}_2 = Q - \delta$	42°08′40,″7	$-\operatorname{ctg} \dot{\varphi}_2$	+1,104990
		$\operatorname{ctg} \varphi_1 - \operatorname{ctg} \dot{\varphi}_1$	+2,154730			$\operatorname{ctg} \varphi_2 - \operatorname{ctg} \dot{\varphi}_2$	−2,446668
$(x_2 - x_1) \operatorname{ctg} \varphi_1$	+2 720,501	$(y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \varphi_1$	−257,972	$(x_2 - x_1) \operatorname{ctg} \varphi_2$	−5677,650	$(y_2 - y_1) \operatorname{ctg} \varphi_2$	+ 533,385
$+ (y_2 - y_1)$	− 401,277	$-(x_2 - x_1)$	+4231,753	$+ (y_2 - y_1)$	− 401,277	$-(x_2 - x_1)$	+4231,753
Чисельн.	+2 319,224	Чисельн.	−4489,725	Чисельн.	−6078,927	Чисельн.	−3693,368
$x_{\text{п}} - x_1$	+1 076,346	$y_{\text{п}} - y_1$	−2083,660	$y_{\text{m}} - x_1$	+2484,574	$y_{\text{m}} - y_1$	+1509,550
$+ x_1$	−6 068,080	$+ y_1$	+22951,186	$+ x_1$	−6068,080	$+ y_1$	+22951,186
$x_{\text{п}}$	−4 991,734	$y_{\text{п}}$	+20867,526	x_{m}	−3583,506	y_{m}	+24460,736
			контроль	$x_{\text{m}} - x_{\text{п}}$	+1408,228	$y_{\text{m}} - y_{\text{п}}$	+3593,210
						tg (NM)	+2,551583
						(NM)	68°35′56″,6

[1] „Геодезист", 1935 р., № 9.

Спосіб Фіали. При застосуванні способу Фіали робочі формули будуть такі:

$$y_1' = \frac{1}{\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\gamma}, \qquad y_2' = \frac{1}{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\delta}, \qquad x_2' = \frac{\operatorname{ctg}\beta}{\operatorname{ctg}\beta - \operatorname{ctg}\delta},$$

$$x'_1 = \frac{\operatorname{ctg}\alpha}{\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{ctg}\beta}.$$

Проміжний контроль

$$x_1' = y_1' \operatorname{ctg}\alpha,$$

$$x_2' = y_2' \operatorname{ctg}\beta;$$

$$S^2_{ab} = (x'_2 - x'_1)^2 + (y_2' - y_1')^2;$$

$$\Delta x_{nm} = x_m - x_n = q\cos\omega = \frac{1}{S^2_{ab}}\left\{\overbrace{(y_2 y_1)(y'_2 - y'_1) + (x_2 - x_1)(x'_2 - x'_1)}^{\mathrm{I}}\right\},$$

$$\Delta y_{nm} = y_m - y_n = q\sin\omega = \frac{1}{S^2_{ab}}\left\{\underbrace{(y_2 - y_1)(x'_2 - x'_1) - (x_2 - x_1)\, y'_2 - y'_1)}_{\mathrm{II}}\right\};$$

$$\operatorname{tg}\omega = \frac{y_m - y_n}{x_m - x_n};$$

$$x_n = x_1 - q\cos\omega\, x_1' + q\sin\omega\, y_1',$$

$$y_n = y_1 - q\sin\omega\, x_1' - q\cos\omega\, y_1';$$

$$x_m = x_n + q\cos\omega,$$

$$y_m = y_n + q\sin\omega.$$

Контроль:

$$x_1 = x_m + (q\cos\omega\operatorname{ctg}\gamma - q\sin\omega), \quad y_1 = y_m + F_x y_1',$$

$$y_1 = y_m + (q\sin\omega\operatorname{ctg}\gamma + q\cos\omega), \quad y_1 = y_m + F_y y_1'.$$

В останніх двох формулах прийняті позначення:

$$F_x = q\cos\omega\operatorname{ctg}\gamma - q\sin\omega;$$

$$F_y = q\sin\omega\operatorname{ctg}\gamma - q\cos\omega;$$

Приклад розв'язання задачі Ганзена за способом Фіали

α	48°43′12″5	$-\operatorname{ctg}\alpha$	+ 0,877899	β	319°21′58″,7	$\operatorname{tg}\beta$	− 1,169456
γ	142°40′57″,1	$\operatorname{ctg}\gamma$	− 1,311858	δ	243°51′21″,9	$-\operatorname{ctg}\delta$	+ 0,491207
		$\operatorname{ctg}\alpha-\operatorname{ctg}\gamma$	+ 2,189757	Контроль:		$\operatorname{ctg}\beta-\operatorname{ctg}\delta$	− 1,660663
y_2'	− 0,602169	x_2'	+ 0,704210	$x_2'=y_2'\operatorname{ctg}\beta$	+ 0,704210		
y_1'	+ 0,456672	x_1'	− 0,400912	$x_1'=y_1'\operatorname{ctg}\alpha$	+ 0,400912	S^2_{ab}	1,213134
$y_2'-y_1'$	− 1,058841	$x_2'-x_1'$	+ 0,303298	$(y_2-y_1)(y_2'-y_1')$	+ 424,8895	$(y_2-y_1)(x_2'-x_1')$	− 121,7065
$(y_2'-y_1')^2$	1,121144	$(x_2'-x_1')^2$	0,091990	$(x_2-x_1)(x_2'-x_1')$	+1283,4822	$(x_2-x_1)(y_2'-y_1')$	+4480,7536
y_2	+22549,909	x_2	− 1836,327	I	+1708,3707	II	+4359,0471
y_1	+22951,186	x_1	− 6068,080	$q\cos\omega$	+ 1408,229	$q\sin\omega$	+3593,211
y_2-y_1	− 401,277	x_2-x_1	+ 4231,153			$\operatorname{tg}\omega$	+2551,581
				Контроль:		ω	68°35′56″,6
$-q\sin\omega\,x_1'$	− 1440,561	$-q\cos\omega\,x_1'$	− 564,576	$q\sin\omega\operatorname{ctg}\gamma$	− 4713,783	$q\cos\omega\operatorname{ctg}\gamma$	− 1847,396
$-q\cos\omega\,y_1'$	− 643,099	$+q\sin\omega\,y_1'$	+ 1640,919	$q\cos\omega$	+ 1408,229	$q\sin\omega$	+ 3593,211
y_1	+22951,186	x_1	− 6068,080	F_y	− 3305,554	F_x	− 5440,607
$+y_n$	+20867,526	x_n	− 4991,737	$F_y\cdot y_1'$	− 1509,554	$F_x\cdot y_1'$	− 2484,573
$q\sin\omega$	+ 3593,211	$q\cos\omega$	+ 1408,229	$+y_m$	+24460,737	$+x_m$	− 3583,508
				y_1	+22951,183	x_1	− 6068,081
y_m	+24460,737	x_m	− 3583,508				

Розв'язання задачі Ганзена може бути виконано і за методом вставлення ряду трикутників між двома пунктами (Берлович,— Маркшейдерская триангуляция, стор. 180–159, 1934 р.).

Узагальнена задача Ганзена. При прив'язуванні до триангуляційної сітки можливий зазначений на рисунку 49 випадок розміщення триангуляційних пунктів і пунктів теодолітних ходів.

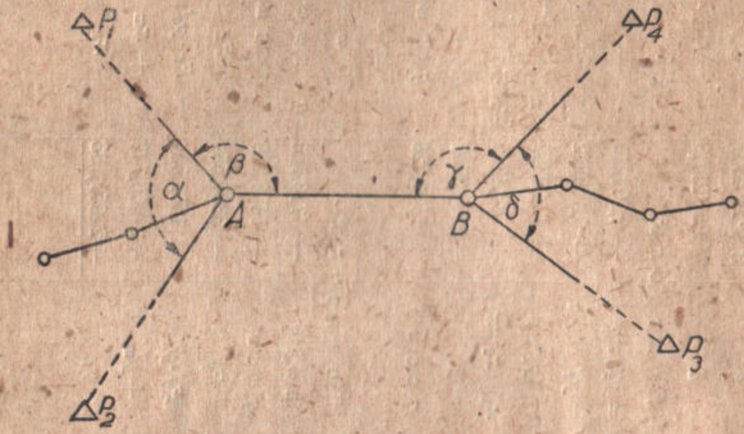


Рис. 49

Розв'язати цю узагальнену задачу Ганзена можна з допомогою арифмометра за такими формулами[1]:

$$(x_2-x_1)\sin\beta+(y_2-y_1)\cos\beta=a;$$

$$(x_2-x_1)\cos\beta-(y_2-y_1)\sin\beta=b;$$

$$-(x_4-x_3)\sin(\gamma+\delta)+(y_4-y_3)\cos(\gamma+\delta)=c;$$

$$(x_4-x_3)\cos(\gamma+\delta)+(y_4-y_3)\sin(\gamma+\delta)=d;$$

$$\frac{y_b-y_a}{x_b-x^a}=\operatorname{tg} t;$$

$$\operatorname{tg} t=\frac{a\sin(\alpha+\beta)\sin\delta+c\sin\alpha\sin\gamma+(y_4-y_2)\sin\alpha\sin\delta}{b\sin(\alpha+\beta)\sin\delta+d\sin\alpha\sin\gamma+(x_4-x_2)\sin\alpha\sin\delta}=\frac{Z}{N};$$

$$x_a-x_2=\frac{(y_2-y_1)-(x_2-x_1)\operatorname{tg}(t-\beta)}{\operatorname{tg}(t-\beta)-\operatorname{tg}[t-(\alpha+\beta)]}=\frac{A_1}{K_1};$$

$$y_a-y_2=(x_a-x_2)\operatorname{tg}[t-(\alpha+\beta)];$$

$$x_b-x_4=\frac{(y_4-y_3)-(x_4-x_3)\operatorname{tg}[t+(\gamma+\delta)]}{\operatorname{tg}[t+(\gamma+\delta)]-\operatorname{tg}(t+\gamma)}=\frac{A_2}{K_2};$$

$$y_b-y_4=(x_b-x_4)\operatorname{tg}(t+\gamma).$$

---

[1] А. Кабенин,— Одновременная обратная засечка двух точек. „Геодезист", № 3—4, 1934 р.

	P_2 .... (назва) x	P_1 .... (назва) y
1 P_2	+ 16740,20	+ 51704,70
2 P_1	+ 11906,70	+ 60125,54
3 P_4	− 1320,25	+ 56843,06
4 P_3	+ 6674,41	+ 44294,25
11 P_2-P_1	+ 4833,50	− 8420,81
12 P_4-P_3	− 7994,66	+ 12548,81
13 P_4-P_2	− 18060,45	+ 5138,36

5 α	107° 41′ 48″,7
6 β	112 38 38,6
9 $\alpha+\beta$	220 15 27,3
7 γ	80 39 55,5
8 δ	2213600,0
10 $\gamma+\delta$	302 15 55,5
14 $\sin\beta$	+ 0,923474
15 $\cos\beta$	− 0,383663
16 $\sin(\gamma+\delta)$	− 0,845584
17 $\cos(\gamma+\delta)$	+ 0,533843
18 $\sin(\alpha+\beta)$	− 0,646225
19 $\sin\delta$	− 0,663926
20 $\sin\alpha$	+ 0,952678
21 $\sin\gamma$	+ 0,986758
22 $\sin(\alpha+\beta)\sin\delta$	+ 0,429046
23 $\sin\alpha\sin\gamma$	+ 0,940063
24 $\sin\alpha\sin\delta$	− 0,632508

	P_4 .... (назва)
25 $(x_2-x_1)\sin\beta$	+ 4463,61
28 $(y_2-y_1)\cos\beta$	+ 32030,75
33 a	+ 7694,36
27 $(x_2-x_1)\cos\beta$	− 1854,44
26 $-(y_2-y_1)\sin\beta$	+ 776,40
34 b	+ 5921,96
37 $a\sin(\alpha+\beta)\sin\delta$	+ 3301,21
39 $c\sin\alpha\sin\gamma$	− 57,41
41 $(y_4-y_2)\sin\alpha\sin\delta$	− 3250,05
43 Z	− 6,23
45 $\operatorname{tg} t=\frac{Z}{N}$	+ 0,270987
47 $t-\beta$	− 97° 23′ 51″,4
48 $t-(\alpha+\beta)$	− 205° 05′ 43″,1
51 $\operatorname{tg}(t-\beta)$	+ 7,70121
52 $\operatorname{tg}[t-(\alpha+\beta)]$	− 0,468334
55 K_1	+ 8,169544
57 y_2-y_1	− 8420,81
59 $-(x_2-x_1)\operatorname{tg}(t-\beta)$	− 37223,80
61 A_1	− 45644,61
63 $\frac{A_1}{K_1}=x_a-x_2$	− 5587,17
65 x_2	− 16740,20
67 x_a	+ 11153,03
69 $(x_a-x_2)\operatorname{tg}[t-(\alpha+\beta)]$	+ 2616,66
71 y_2	+ 51704,70
73 y_a	+ 54321,36
75 y_b-y_a	− 3221,23
76 x_b-x_a	− 11887,13

	P_3 .... (назва)
29 $-(x_4-x_3)\sin(\gamma+\delta)$	− 6760,16
32 $(y_4-y_3)\cos(\gamma+\delta)$	+ 6699,09
35 c	− 61,07
31 $(x_4-x_3)\cos(\gamma+\delta)$	− 4267,83
30 $(y_4-y_3)\sin(\gamma+\beta)$	− 10611,07
36 d	− 14878,96
38 $b\sin(\alpha+\beta)\sin\delta$	+ 2540,79
40 $d\sin\alpha\sin\gamma$	− 13987,16
42 $(x_4-x_2)\sin\alpha\sin\delta$	+ 11423,38
44 N	− 22,99
46 t	+ 15° 09′, 44,″ 2
49 $t+(\gamma+\delta)$	+ 317° 25′ 39,7
50 $t+\gamma$	+ 95° 49, 39,7
53 $\operatorname{tg}[t+(\gamma+\delta)]$	− 0,918656
54 $\operatorname{tg}(t+\gamma)$	− 9,797711
56 K_2	+ 8,879055
58 y_4-y_3	+ 12548,81
60 $-(x_4-x_3)\operatorname{tg}[t+\gamma+\delta)]$	− 7344,34
62 A_2	+ 5204,47
64 $\frac{A_2}{K_2}=(x_b-x_4)$	+ 586,15
66 x_4	− 1320,25
68 x_b	− 734,10
70 $(x_b-{}_4)\operatorname{tg}(t+\gamma)$	− 5742,93
72 y_4	+ 56843,06
74 y_b	+ 51100,13
77 $\operatorname{tg} t=\frac{y_b-y_a}{x_b-x_a}$	+ 0,270685

Розв'язання цієї задачі трохи полегшено В. Ганьшіним через введення допоміжного кута, „Геодезист" № 5, 1935 р.

$$x_a = (x_a - x_2) + x_2; \qquad y_a = (y_a - y_2) + y_2;$$
$$x_b = (x_b - x_4) + x_4; \qquad y_b = (y_b - y_4) + y_4.$$

На стор. 83 наведено приклад розв'язання узагальненої задачі Ганзена за поданими формулами.

Техніка обчислень

Як видно з попереднього викладу, безпосереднє прив'язування до триангуляційної сітки потребує звичайно значних обчислювальних робіт. Полегшення цих обчислювальних робіт досягається вибором відповідного способу розв'язання і попередньо складеними бланками-схемами (формулярами) обчислень. Схема обчислень і встановлений порядок обчислень повинні звести роботу до простих алгебричних або арифметичних дій і вибору потрібних величин. Для одноманітних задач, що часто зустрічаються, корисно мати готові надруковані бланки-схеми, які дуже зручні з організаційного боку, бо полегшують контроль і зведення результатів.

Загальних правил для складання схем дати не можна, оскільки вони залежать від тих формул, за якими провадяться обчислення, проте, в наслідок того, що дії складання і віднімання найчастіше зустрічаються, зручніше розміщувати обчислювальні схеми у вигляді вертикальних стовпців, але це треба зробити не на шкоду ясності, легкості користування і логічної послідовності обчислювальних операцій.

Починаючи обчислювання, треба завчасно визначити потрібну точність результату і відповідно до цього вибрати таблицю з потрібним числом знаків, бо користування таблицями з зайвим числом знаків вимагає даремної витрати часу. Так, при логарифмічних обчисленнях треба вживати таблиці з тим же числом знаків, з якими дано і самі числа. Наприклад, якщо числа дано з чотирма значущими цифрами[1], то треба застосовувати і чотиризначні таблиці логарифмів.

Складні обчислення з великою кількістю дій, для збереження потрібної акуратності, провадяться з одним зайвим знаком.

При знаходженні кутів за логарифмами тригонометричних функцій, також треба зробити вибір таблиць залежно від похибки кутових вимірів.

Похибки кутових вимірів		Таблиці логарифмів
від 1′	до 0,′3	4-значні таблиці
1,″1	2″	5-значні таблиці
0,″5	0,″2	6-значні таблиці
0,″05	0,″02	7-значні таблиці
0,″005	0,″002	8-значні таблиці

[1] Значущими цифрами в даному числі звуться всі цифри, починаючи з лівої, при чому остання права може бути помилкова.

Треба також мати на увазі, що вводити в обчислення логарифми таких тригонометричних функцій, які за даної величини кута змінюються дуже повільно, а знаходити кути треба за логарифмами таких тригонометричних функцій, які змінюються дуже швидко. Тобто вводити в обчислення треба логарифми sin-ів кутів близьких до 90° і cos-ів близьких до 0° або 180°. Крім того, кут буде з меншою похибкою, якщо його відшукувати за *lg* tg-ів і *lg* ctg-ів, ніж за *lg* sin-ів і *lg* cos-ів, тому при виборі формул треба вважати за кращі такі, де кут визначається за тангенсом і котангенсом.

Особливу увагу треба віддати контролю обчислень, при чому друге контрольне обчислення рекомендується робити не за тими ж формулами, а за зовсім відмінними, щоб обчислення проходили через зовсім інші числа.

Треба при відшуканні логарифмів кутів більше 90° керуватися таким правилом: а) при відшуканні логарифму tg або sin кута більшого за 90°, віднімається з кута 90 або 270° (приводиться до першої чверті) і береться з таблиць відповідно *lg* ctg або *lg* cos, тобто логарифм додаткової функції; б) якщо ж кут лежить між 180 і 270°, то віднімається 180° і береться логарифм прямої функції.

РОЗДІЛ IV

ЗРІВНЯННЯ ТЕОДОЛІТНИХ ХОДІВ

Основні положення

Завдання зрівняння теодолітних ходів полягає в такому погодженні виміряних даних, при якому будуть суворо додержані геометричні умови теодолітних полігонів (наприклад, у зімкнутих полігонах сума внутрішніх виміряних кутів повинна відповідати теоретичній сумі, сума прирощень по осі X і по осі Y повинна дорівнювати 0) і внесені поправки у виміряні дані, щоб додержати геометричні умови, повинні по знаку і величині відповідати ймовірній помилковості виправлюваного елемента. Суворе розв'язання цієї задачі досягається способом найменших квадратів, застосуванням якого вносимі в теодолітні ходи зрушення невеликі по своїх розмірах і не перевищують наперед обумовленої точності. Проте, зрівняльні обчислення за способом найменших квадратів потребують складних і значних по обсягу обчислювальних операцій. Тому зрівнювання теодолітних ходів звичайної точності (не полігонометричних робіт) провадиться спрощеними способами, що забезпечують не поліпшення виміряних даних, а тільки приведення їх у відповідність з геометричними умовами, яким вони повинні задовольняти і, крім того, які забезпечують мінімальну деформацію теодолітних ходів у наслідок похибок вимірів та вихідних даних (триангуляційних або полігонометричних пунктів).

Пропоновані нижче способи зрівняльних обчислень дають для системи теодолітних ходів:

а) одну цілком визначену систему поправок, яка примірно забезпечує в межах точності вимірювальних робіт ймовірніше значення виміряних величин;

б) просту схему обчислювальних дій по можливості застосовувану до різних окремих випадків, що зустрічаються на практиці, яка потребує порівняно невелику кількість часу.

Зазначене вище спрощення зрівняльних обчислень теодолітних ходів порівняно з способом найменших квадратів досягається, головним чином, за рахунок попереднього зрівняння кутів, а потім зрівняння прирощень, обчислених по виправлених кутах.

Зрівняння теодолітних ходів між двома триангуляційними пунктами

Зрівняння теодолітного ходу, прокладеного між двома триангуляційними пунктами, провадиться так:

1. Підраховується кутова нев'язка в теодолітному ході за формулою

$$F_\beta = T_n - T_1 + 180^\circ n - \sum_1^n \beta,$$

де: F_β — кутова нев'язка,

$T_n - T_1$ — різниця дирекційних кутів початкового і кінцевого стану (сторони) теодолітного ходу,

n — число кутів,

$\sum_1^n \beta$ — сума вправо за ходом лежачих кутів теодолітного ходу.

2. Якщо кутова нев'язка припустима, то розподіляють її з супротивним знаком на рівні частини на всі виміряні кути[1].

3. Обчислюються дирекційні кути всіх сторін теодолітного ходу.

4. Вводиться поправка за переведення виміряних віддалів на проекцію Гауса-Крюгера.

5. Обчислюються прирощення координат по таблицях натуральних значень тригонометричних функцій, таблицях Гауса, логарифмах або інших таблицях. Нев'язка у прирощеннях координат розраховується за формулою:

$$F_y = [\Delta y] - (y_n - y_1); \quad F_x = [\Delta x] - (x_n - x_1),$$

де: x_1, y_1, і x_n, y_n — відповідно координати початкової і кінцевої точок теодолітного ходу (триангуляційні пункти).

Потім обчислюється нев'язка в периметрі: $F = \pm\sqrt{F_y^2 + F_x^2}$.

6. Якщо нев'язка у периметрі припустима, то розподіляють нев'язки у прирощеннях координат пропорціонально довжинам ліній теодолітного ходу[2].

7. По зазначених прирощеннях координат обчислюють координати всіх пунктів теодолітного ходу.

---

[1] Припустима кутова нев'язка для теодолітних ходів по межах земель колгоспів визначається за формулою $\pm 1',5\ \sqrt{n}$, а для теодолітних ходів, прокладуваних як геодезичне обгрунтування знімальних робіт масштабу 1 : 10 000 $\pm M\sqrt{n}$, де: n — кількість кутів ходу, а $M = \pm 0',5$ або $\pm 0',7$ залежно від довжини ходу (різна точність вимірювання кутів у ходах до 8 і більше кілометрів).

[2] Припустима нев'язка в периметрі для теодолітних ходів по межах земель колгоспів не повинна перевищувати 1 : 1 500, а для теодолітних ходів, які робляться як геодезичне обгрунтування масштабу 1 : 10 000, перевищувати для ходів до 8 *км* 1 : 2 500 — 1 : 1 500, залежно від умов вимірів, а понад 8 *км*—1 : 5 000 (інструкцією встановлюється різна точність вимірювання кутів і довжин ліній).

Приклад обчислення теодолітного ходу, прокладеного між двома триангуляційними пунктами: Россохти і Ілліцино (рис. 50).

Треба мати на увазі, що в разі витягнутого теодолітного ходу нев'язку в периметрі F можна розкласти на нев'язку подовжню (лінійну) t і поперечну (кутову) u, які є наслідком

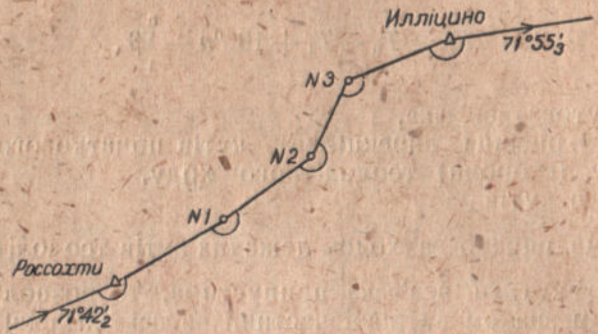


Рис. 50

похибок у довжинах ліній і кутах (якщо, звичайно, вважати вихідні дані — дирекційні кути і координати — точними).

$$t = \frac{F_x[\Delta x] + F_y[\Delta y]}{L},$$

$$u = \frac{F_y[\Delta x] - F_x[\Delta y]}{L},$$

де: $L = \pm\sqrt{[\Delta x]^2 + [\Delta y]^2} = \sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$.

Зазначена особливість витягнутих ходів застосована проф. Чеботарьовим для створення точного способу зрівняння витягнутих теодолітних ходів (спільне зрівняння кутів і довжин ліній за способом найменших квадратів) простого, з погляду обчислювальних операцій („Геодезист", № 2—3, 1932 р., а також Юркевич,— Паралактична полігонометрія).

В тому разі, коли треба зрівняти кути в розімкнутому ході при даних справжніх азимутах кінцевих станів (сторін), то у формулу нев'язки треба ввести поправку за зближення меридіанів — γ, тобто

$$F_\beta = \alpha_n - \alpha_1 + n\,180^\circ - \sum_1^n \beta \pm \gamma,$$

γ додається з знаком $+$, якщо кінець ходу лежить до заходу від осьового меридіана, і з знаком $-$, якщо кінець ходу лежить на схід від осьового меридіана.

Цей випадок зрівняння теодолітного ходу може бути при проведенні прив'язування типу згаданого раніше в другому розділі.

№	Виміряні кути	Пов'язані кути	Дирекційні кути	Вимірювання довжини ліній S в *м*	y_m з рисунку (в *км*)	Редукція $S \frac{y_m^2}{2R^2}$ (в *м*)	α (в *м*)	$lg \cos \Theta$ $lg\ d$ $lg \sin \Theta$	$lg\ d \cos \Theta$ $lg\ d \sin \Theta$	Обчислені Δx	Обчислені Δy	Пов'язані Δx	Пов'язані Δy
			71°42,'2										
P	179°55,4	179°55,6						9,40516	2,30130	+200,12	+607,84	+200,18	+607,72
			71°46,'6	639,82	129,6	0,13	639,95	2,80684	2,78379				
								9,97765					
1	185 21,5	185 21,7											
			66°24'9	628,30	130,2	0,13	628,43	9,60218	2,40044				
2	238 39,4	238 39,6						2,70826		+251,44	+575,94	+251,50	+575,82
								9,96212	2,76038				
			7°45'3	564,90	130,6	0,11	565,01	9,99601	2,74807				
3	143 51,4	143 51,6						2,75206	1,88219	+559,85	+ 76,24	+559,90	+ 76,13
								9,13013					
			43°53'7	302,88	130,7	0,06	302,94						
4	151 58,2	151 58,4						9,85770	2,33906				
								2,48136	1,32230	+218,30	+210,04	+218,33	+209,97
								9,84094					
			71°55,'3										
	899°45,9	899°46,9		2 135,90		0,43	2 136,33			+1 229,71	+1 480,06	+1 229,91	+1 479,64

$F_\beta = -1'$

Допустимо

$1'\sqrt{5} \cong 2'$

$F_x = -0,20 \quad F_y = +0,42$

$$F = \sqrt{(0,2)^2 + (0,42)^2} = 0,45$$

$$\frac{0,45}{2\,136,33} \cong \frac{1}{4\,750}$$

Треба мати на увазі, що до зрівняння кутів у теодолітних ходах, безпосередньо прив'язаних до триангуляційної сітки, треба попередньо пов'язати прив'язані кути. Випадок прив'язування до двох і до одного напряму з вимірюванням додаткового до 360° кута дано на рисунку 51. В першому разі до кута β_1, що безпосередньо надходить до обчислення, додають поправку за формулою: $\beta - \frac{F}{2}$, де $F = \beta_2 - \beta_1 - \alpha$, а α — даний кут між двома

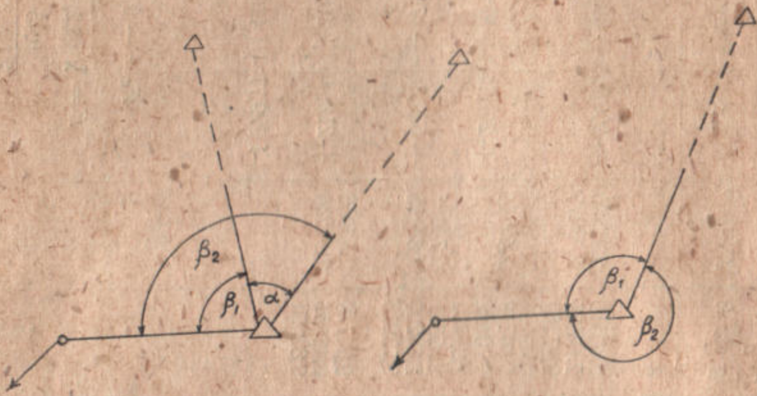


Рис. 51

тригонометричними пунктами. У другому разі також $\beta_1 - \frac{F}{2}$, де $F = \beta_1 + \beta_2 - 360°$.

Виявлення грубих похибок вимірів

Якщо у процесі зрівняння буде встановлена неприпустима нев'язка, то можна в деяких випадках встановити той кут або ту сторону, де зроблена груба похибка.

Так, грубу похибку лінійних вимірів треба шукати в лініях паралельних нев'язці в периметрі, що мають з нев'язкою однаковий або примірно однаковий дирекційний кут. Для цього попередньо за формулою

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Sigma \Delta y}{\Sigma \Delta x}$$

встановлюється дирекційний кут нев'язки в периметрі.

Грубу похибку в куті можна знайти, якщо обчислити приріст координат не зважаючи на грубу нев'язку в кутах. Потім за одною з формул:

$$y = \frac{\Sigma \Delta x \cos\left(\alpha - \frac{1}{2} u\right)}{2 \sin \alpha \sin \frac{1}{2} u}; \qquad x = \frac{\Sigma \Delta y \sin\left(\alpha - \frac{1}{2} u\right)}{2 \sin \alpha \sin \frac{1}{2} u}$$

визначити ординату або абсцису, на якій лежить вершина кута, що має грубу похибку. В останніх формулах u — похибка виявлена порівнянням суми виміряних кутів з сумою теоретичною.

Спосіб Егерта

При пов'язуванні розімкнутого теодолітного ходу можна застосувати такий наближений прийом, запропонований проф. Егертом.

1. Беручи за вихідний дирекційний кут сторони тригонометричної сітки і початок координат одного триангуляційного пункту, робимо обчислення координат другого (кінцевого) триангуляційного пункту.

2. Обчислюємо нев'язку в координатах другого (кінцевого) триангуляційного пункту F_x і F_y, порівнюємо її з припустимою і розгортаємо її на всі координати точок теодолітного ходу за формулами:

$$d_{x1}=\frac{S_1}{[S]}F_x\,;\; d_{y1}=\frac{S_1}{[S]}F_y\,;\; d_{x2}=\frac{S_2}{[S]}F_x\,;\; d_{y2}=\frac{S_2}{[S]}F_y,$$

де: d_{x1}, d_{x2}, ..., d_{y1}, d_{y2}... поправки в координати точок теодолітних ходів; S_1, S_2, ... довжини окремих сторін (станів) теодолітного ходу; $[S]$ — периметр теодолітного ходу.

Наведений спосіб зручний для другорядних теодолітних ходів (ситуаційних), по яких зрівняні дані по довжинах ліній і дирекційних кутах для наступних робіт непотрібні, потрібні тільки координати (для накладання і обчислення площ).

Спосіб вузлових точок (одна вузлова точка)

Точка перетину двох або кількох теодолітних ходів зветься вузловою точкою. Для надійнішого визначення положення вузлової точки намагаються передусім одержати її від пункту тригонометричної сітки (звичайно методом оберненої засічки), а при неможливості цього, застосовують спосіб обчислення координат вузлової точки.

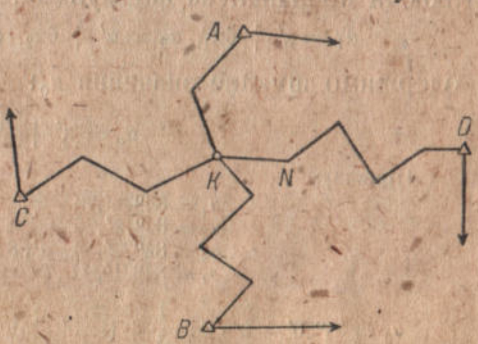


Рис. 52

Припустимо, що в точці K перетинаються два теодолітних ходи AB і CD (рис. 52). Користуючись вузловою точкою K, можна ці два ходи розчленувати на чотири: AK, BK, CK і DK і обчислити дирекційний кут лінії KN і координати точки K чотири рази. В кожному з цих обчислень дирекційного кута KN будемо включати різне число кутів: за ходом AK — 3 кути, за ходом BK — 5 кутів, за ходом CK — 4 кути, за ходом DK — 6 кутів і, значить, одержані окремі значення дирекційного KN матимуть різну вагу, бо чим більше число виміряних кутів бере участь в обчисленні, тим більше число неминучих випадкових похибок увійде в одержане значення дирекційного кута. Припустимо, що кут виміряний з середньою квадратичною похибкою $\pm E$. Тоді обчислений за першим ходом (AK) дирекційний кут лінії KN, позначений через α, матиме середню квадратичну похибку:

$$M_1 = \pm\sqrt{E^2 + E^2 + E^2} = \pm E\sqrt{3} \text{ або вагу } P_1 = \frac{1}{E^2 \cdot 3}.$$

Продовжуючи аналогічне міркування для решти ходів, одержимо

$$P_2 = \frac{1}{E^2 \cdot 5}, \quad P_3 = \frac{1}{E^2 \cdot 4}, \quad P_4 = \frac{1}{E^2 \cdot 6}.$$

Приймаючи $\frac{1}{E^2} = 1$ знайдемо вагу обчислених дирекційних кутів у вигляді:

$$P_1 = \frac{1}{3}, \quad P_2 = \frac{1}{5}, \quad P_3 = \frac{1}{4}, \quad P_4 = \frac{1}{6}.$$

Ймовірніше значення дирекційного кута α_0 лінії KN визначиться за формулою загальної арифметичної середини (вагова середина):

$$\alpha_0 = \frac{\alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3 + \alpha_4 P_4}{P_1 + P_2 + P_3 + P_4} = \frac{[\alpha P]}{[P]}.$$

На практиці обчислення загальної арифметичної середини спрощується попереднім визначенням наближеного значення шуканого дирекційного, кута, позначуваного через α', тоді, обчислюючи поправки за формулами:

$$\alpha_1 = \alpha' + \delta\alpha_1, \quad \alpha_2 = \alpha' + \delta\alpha_2, \quad \alpha_3 = \alpha' + \delta\alpha_3, \quad \alpha_4 = \alpha' + \delta\alpha_4$$

одержимо шукане значення α_0:

$$\alpha_0 = \alpha' + \frac{[\delta\alpha \cdot P]}{[P]}.$$

Приклад:

$$\begin{array}{lll}
\alpha_1 = 84°20',25 & & \delta\alpha_1 = +0',25 \\
\alpha_2 = 84°19',75 & & \delta\alpha_2 = -0,25 \\
\alpha_3 = 84°20',50 & \alpha'_1\ 84°20,' & \delta\alpha_3 = +0,50 \\
\alpha_4 = 84°21',00 & & \delta\alpha_4 = +1,00
\end{array}$$

$$\alpha_0 = 84°20' + 0' \cdot 25 \cdot \frac{1}{3} + (-0' \cdot 25) \cdot \frac{1}{5} + 0' \cdot 50 \cdot \frac{1}{4} + 1', \cdot 00 \cdot \frac{1}{5} =$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$\alpha_0 = 84°20' + \frac{0',08 + (-0',05) + 0',12 + 0,20}{100 + 60 + 75 + 60} \cdot 300 = 84°20' + 0',35\frac{300}{295} = 84°20',36.$$

За дирекційним кутом лінії KN і дирекційних кутах напрямів з тригонометричних пунктів виправляються кути кожного ходу окремо.

За виправленими (пов'язаними) дирекційними кутами і виміряними довжинами сторін обчислюють прирощення координат і, підсумовуючи ці прирощення за кожним ходом з координатами вихідного триангуляційного пункту, одержують чотири значення координат точки K. Ці значення координат матимуть різні ваги, залежно від периметра ходу. Чим довші периметри, тим менша його вага $q = \frac{1}{M^2}$, де M — середня похибка вимірювання периметра — $[S]$. Взагалі для довжини S (кількість укладань стрічки) середня квадратична похибка вимірювання буде $m\sqrt{S}$, де m — середньоквадратична похибка одного укладання стрічки, звідси $M = m\sqrt{[S]}$ і тому вага $q = \frac{K}{M^2} = \frac{K}{m^2[S]}$, а позначаючи $\frac{K}{m^2} = 1$ одержимо $q = \frac{1}{[S]}$. На підставі цього можна прийняти таку вагу для кожного з чотирьох ходів:

$$q_1 = \frac{1}{[S]_1},\ q_2 = \frac{1}{[S]_2},\ q_3 = \frac{1}{[S]_3},\ q_4 = \frac{1}{[S]_4}.$$

Користуючись цією вагою, знайдемо шукані координати точки K, як зважене арифметичне середнє:

$$x_0 = \frac{x_1q_1 + x_2q_2 + x_3q_3 + x_4q_4}{q_1 + q_2 + q_3 + q_4} = \frac{[x_iq_i]}{[q_i]},$$

$$y_0 = \frac{[y_iq_i]}{[q_i]}.$$

Обчислення цих координат можна трохи спростити, прийнявши на початку якесь наближене значення для них x' і y' і обчисливши відповідні поправки до них:

$x_1 = x' + \delta_{x1},\ y_1 = y' + \delta_{y1},\ x_2 = x' + \delta_{x2},\ y_2 = y' + \delta_{y2}$ і т. д.

Тоді координати точки K будуть:

$$x_0 = x' + \frac{[q\delta_x]}{[q]},\ y_0 = y' + \frac{[q\delta_y]}{[q]}$$

Приклад:

$x_1 = +190{,}83\quad y_1 = +168{,}72\quad \delta_{x_1} = +2{,}83\quad \delta_{y_1} = +1{,}72\quad x'_1 = +188{,}00$

$x_2 = +191{,}40\quad y_2 = +168{,}69\quad \delta_{y_2} = +3{,}40\quad \delta_{y_2} = +1{,}69\quad y'_1 = +167{,}00$

$x_3 = +188{,}67\quad y_3 = +167{,}10\quad \delta_{x_3} = +0{,}67\quad \delta_{y_3} = +0{,}10$

$$q_1 = \frac{100}{187{,}62} = 0{,}53,\quad q_2 = \frac{100}{175{,}39} = 0{,}57,\quad q_3 = \frac{100}{328{,}90} = 0{,}30;$$

$$x_0 = +188{,}0 + \frac{2{,}83 \cdot 0{,}53 + 3{,}40 \cdot 0{,}57 + 0{,}67 \cdot 0{,}30}{0{,}53 + 0{,}57 + 0{,}30} = +190{,}60;$$

$$y_0 = +167{,}00 + \frac{1{,}72 \cdot 1{,}53 + 1{,}59 \cdot 0{,}57 + 0{,}10 \cdot 0{,}30}{0{,}53 + 0{,}57 + 0{,}30} = +168{,}36.$$

Для оцінки похибки одержання дирекційного кута вузлової лінії або координат вузлової точки, користуються формулою

$$M = \pm \sqrt{\frac{[P\delta^2]}{(n-1)[P]}}$$

де: P — вага окремих ходів,

δ — відхилення окремих результатів від арифметичного середнього (ймовірніша похибка),

n — кількість ходів, по яких обчислювалася вузлова точка.

Спосіб вузлових точок (дві вузлових точки)

Зрівнювання теодолітних ходів при наявності двох вузлових точок робиться способом еквівалентної заміни. Так, припустимо, між чотирма тріангуляційними пунктами A, B, C і D прокладено теодолітні ходи з утворенням двох вузлових точок E і R (рис. 53). Прокладені теодолітні ходи можна розкласти на 5 ходів, які зрівняти самостійно (як одиночні) після визначення дирекційних кутів і координат відповідно до вузлових ліній і вузлових точок.

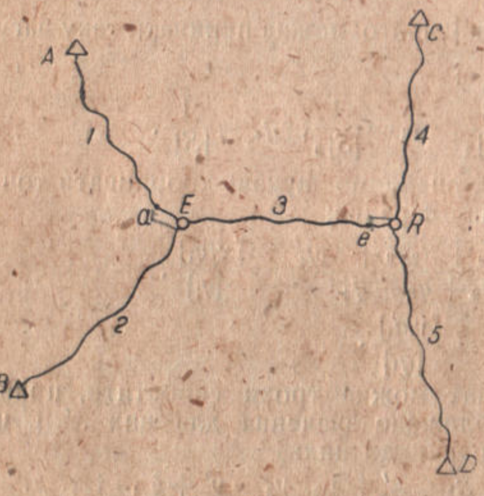


Рис. 53

Визначення дирекційних кутів вузлових ліній робиться так:

1. Обчислюється ймовірніше значення дирекційного кута якоїсь лінії, прилеглої до вузлової точки (вузлова лінія), наприклад, прилеглої до вузлової точки E, тобто aE

$$\alpha'_{aE} = \frac{\alpha_{aE_1} \cdot P_1 + \alpha_{aE_2} P_2}{P_1 + P_2}$$

де: α_{aE_1} і α_{aE_2} відповідно значення дирекційного кута aE обчисленні за першим і другим ходах;

$P_1 = \frac{1}{n_1}$ і $P_2 = \frac{1}{n_2}$ суть ваги, обчислені, як величини обернено пропорціональні кількості кутів n відповідно в 1 і 2 ході.

2. Обчислюється кількість кутів в ході, еквівалентному ходам 1 і 2:

$$n_{1,2} = \frac{1}{P_1 + P_2}.$$

3. Обчислюється ймовірніше значення дирекційного кута якоїсь лінії, прилеглої до другої вузлової точки (вузлова лінія), в даному разі eR:

$$\alpha_{eR}=\frac{\alpha_{eR1}P_{123}+\alpha_{eR_4}P_4+\alpha_{eR_5}P_5}{P_{123}+P_4+P_5},$$

де: α_{eR1} — обчислено від дирекційного кута α'_{aE} за ходом 3, α_{eR_4} і α_{eR5} відповідно обчислені за ходами 4 і 5,

$$P_{1,23}=\frac{1}{n_{12}+n_3},\ P_4=\frac{1}{n_4},\ P_5=\frac{1}{n_5}$$

n_3, n_4 і n_5 відповідно кількість кутів у ходах 3, 4 і 5.

4. Обчислення остаточного значення дирекційного кута лінії aE:

$$\alpha_{aE}=\alpha'_{aE}-\frac{\alpha_{eR1}-\alpha_{eR}}{n_{12}+n_3}n_{12}.$$

Після визначення дирекційних кутів вузлових ліній обчислюються координати вузлових точок:

1. Обчислюється ймовірніше значення координат вузлової точки E: $x'_E=\dfrac{x_{E1}\cdot P_1+x_{E2}P_2}{P_1+P_2}$; $y'_E=\dfrac{y_{E1}P_1+y_{E2}P_2}{P_1+P_2}$

де: x_{E1} і y_{E1}, x_{E2} і y_{E2} — відповідно значення координат, обчислені за 1 і 2 ходами, $P_1=\dfrac{1}{l_1}$, $P_2=\dfrac{1}{l_2}$ суть ваги ходів, обчислені за периметрами l_1 і l_2 1 і 2 ходів.

2. Обчислення довжини ходу, еквівалентного 1 і 2 ходам:

$$l_{12}=\frac{1}{P_1+P_2}$$

3. Обчислення ймовірнішого значення координат вузлової точки R:

$$x_R=\frac{(x'_E+\Sigma\Delta x_3)\ P_{123}+x_{R_4}P_4+x_{R_5}P_5}{P_{123}+P_4+P_5},$$

$$y_R=\frac{(y'_E+\Sigma\Delta y_3)\ P_{123}+y_{R4}P_4+y_{R5}P_5}{P_{123}+P_4+P_5},$$

де: $\Sigma\Delta x_3$ і $\Sigma\Delta y_3$ — суми прирощень координат 3 ходу, xR_4, yR_4, x_{R5} і y_{R5} — координати точки R обчислені з 4 і 5 ходів, а

$$P_{123}=\frac{1}{l_{12}+l_3},\ P_4=\frac{1}{l_4},\ P_5=\frac{1}{l_5}$$

4. Обчислення остаточного значення координат точки E:

$$x_E=x'_E-\frac{(x'_E+\Sigma\Delta x_3)-x_R}{l_{12}+l_3}l_{12},$$

$$y_E=y'_E-\frac{(y'_E+\Sigma\Delta y_3)-y_R}{l_{12}+l_3}l_{12}.$$

Ходи 1, 2, 3, 4 і 5 надалі зрівнюються як розімкнуті між твердими значеннями дирекційних кутів і координат.

Цей прийом еквівалентної заміни може бути застосований і при більшій кількості вузлових точок, проте він вимагає більше часу, ніж наведений нижче спосіб Урмаєва.

Закінчуючи виклад способу вузлових точок, треба відмітити, що коли вузлові точки будуть розміщені так, що, з'єднуючі їх ходи утворять замкнуту фігуру, то треба попередньо зрівняти кути і прирощення саме в цій замкнутій фігурі.

Спосіб Урмаєва

У тому разі, коли ми маємо систему теодолітних ходів, прив'язану до триангуляційної сітки з утворенням значної кількості вузлових точок, то для проведення спільного зрівняння цієї системи теодолітних ходів найраціональнішим буде метод послідовних наближень (запропонований Урмаєвим для зрівняння висот у триангуляційній сітці[1]).

Щоб ясніше уявити суть способу, розглянемо конкретний приклад. Потрібно зрівняти 4 полігони, прив'язані у 3 місцях до пунктів триангуляції (рис. 54). Перед тим, як почати пов'язування, складаємо схематичний рисунок сітки теодолітних ходів з прив'язуванням до триангуляційної сітки. Позначаємо римськими цифрами вузлові точки і арабськими — суміжні точки з вузловими. Для полегшення обчислень виписуємо на схемі кути при вузлових точках і суміжних з ними точках, а також прив'язані кути на триангуляційних пунктах. Потім рядом з відповідною секцією теодолітного ходу виписуємо у чисельнику суму кутів по секції (без вузлових і суміжних з ними кутів), і у знаменнику кількість кутів, що утворили цю суму. Підраховуємо суму виміряних кутів по кожному полігону і порівнюємо її з теоретичною сумою кутів, а звідси обчислюємо нев'язки в полігонах. Потім, за даними схематичного рисунку, обчислюємо нев'язки в дирекційних кутах по теодолітних ходах між триангуляційними пунктами. Цей контроль виконують обов'язково, тому що по полігонах можуть бути одержані припустимі нев'язки при наявності грубих похибок.

Якщо недопустимих нев'язок зазначеним вище способом не виявлено, то починають зрівнювати дирекційні кути всіх вузлових ліній (I—1, II—2 і т. д.). Дирекційний кут кожної вузлової лінії може бути обчислений не менше, як з 3 суміжних вузлових ліній. Для пов'язання дирекційних кутів складаємо відомість 1. У першу графу відомості (вузлова лінія) виписується назва вузлової лінії, при чому в першу чергу треба виписати ті вузлові лінії, дирекційний кут яких обчислюється безпосередньо з прив'язних ходів. До другої графи схеми виписується назва

[1] Урмаєв,— Руководство по обработке триангуляции.

вихідних вузлових ліній, від яких може бути обчислений шуканий дирекційний кут вузлової лінії, записаної у першій графі. Потім заповнюється третя графа (сума кутів), в якій записується проти кожної вихідної вузлової лінії, підрахована з схематичного

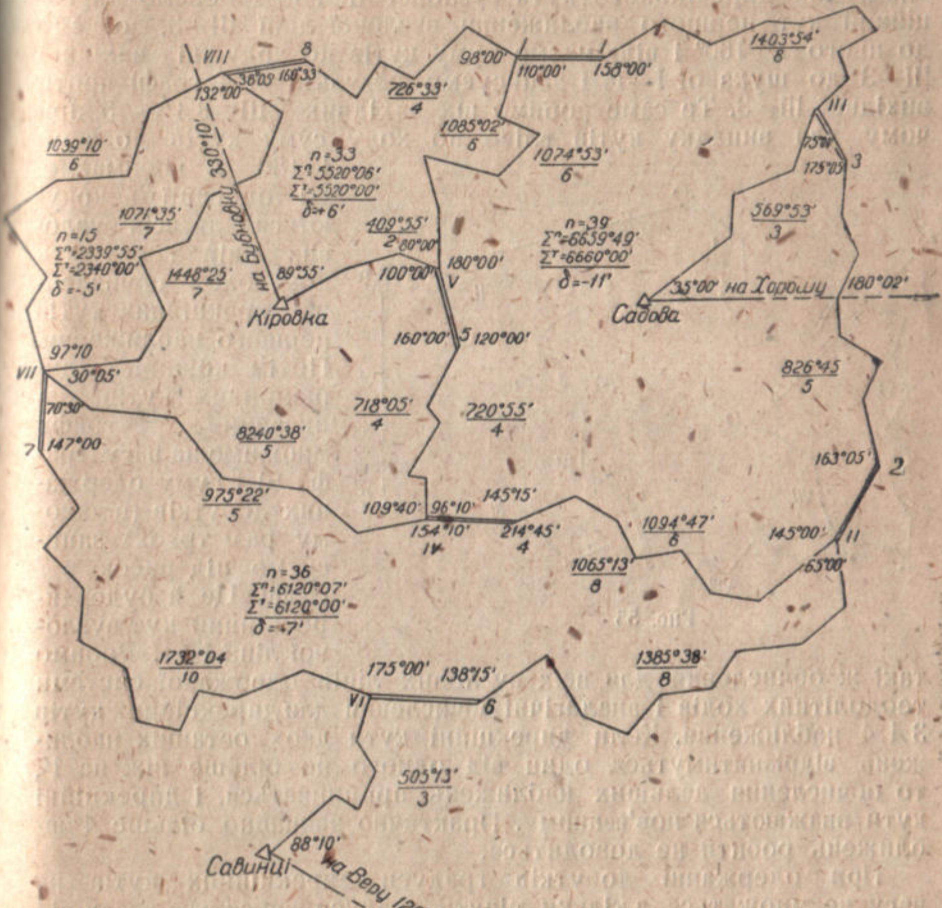


Рис. 54

рисунку сума всіх кутів, що зв'язують вихідну й шукану вузлові лінії. У 4 графі записується вага кожного теодолітного ходу між вихідною і шуканою вузловою лінією, обчислювана шляхом ділення одиниці на число кутів ходу.

Підраховуємо суму вагів всіх ходів, з якими обчислюється шуканий дирекційний кут вузлової лінії, і в 6 графі приводимо цю суму до одиниці через ділення ваги окремих ходів на обчислену суму ваги. Потім, обчислюємо дирекційні кути першого наближення (7 графа), на початку всіх вузлових ліній, суміжних з триангуляційними пунктами, і потім всіх інших вузлових ліній. Дирекційні кути другого наближення обчислюються так: наприклад, для дирекційного кута вузлової лінії I—1 беремо дирекційний кут першого наближення вузлової лінії III—3, додаємо до нього $n \cdot 180^\circ$ і віднімаємо суму кутів по ходу (від вихідної III—3 до шуканої I—1) і записуємо результат у 7 графі проти вихідної III—3. Те саме робимо від вихідних VIII—8 і V—5, причому для випадку кутів вліво по ходу суму кутів додаємо і $180 \cdot n$ віднімаємо. Ці операції виконуються для всіх вузлових ліній і служать контролем обчислення дирекційних кутів першого наближення. Потім кожний з дирекційних кутів, записаний до 7 графи множимо на вагу (графа 5) і суму одержаних добутків (в даному разі трьох) записуємо під рисою в 7 графі. Це й буде дирекційний кут вузлової лінії I—1. Робимо такі ж обчислення для всіх вузлових ліній одержаної системи теодолітних ходів і аналогічні обчислення для дирекційних кутів 3 і 4 наближення. Коли дирекційні кути двох останніх наближень відрізнятимуться один від одного не більше ніж на 1′, то обчислення дальших наближень припиняється, і дирекційні кути вважаються пов'язаними. Практично звичайно більше 4 наближень робити не доводиться.

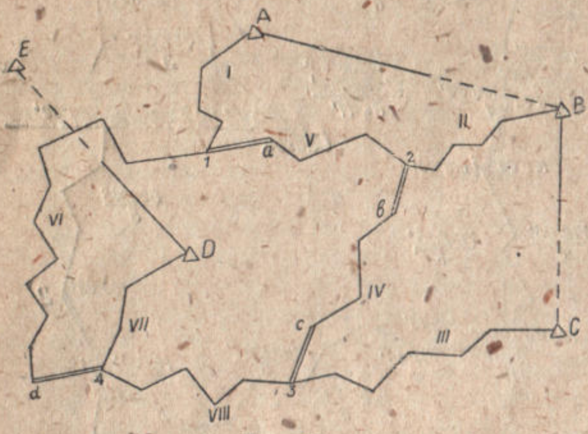


Рис. 55

При одержанні добутків градуси дирекційних кутів на вагу не множаться, а тільки мінути, градуси зносяться зразу під рису. Обчислення можна розмістити ще й так, як на стор. 101, де схема обчислення відноситься до рис. 55.

Обчислені зачначеними способами дирекційні кути виписуємо у відомість координат, складену за окремими ходами полігонів, від вузлової точки до вузлової точки і потім пов'язуємо кути в цих окремих розімкнутих ходах. Для цього обчислюємо нев'язку в кутах по ходу між твердими дирекційними кутами й розкидаємо її звичайним способом (рівномірно на всі кути). Обчислюємо дирекційні кути всіх ліній ходу і приріст координат. Для пов'язання прирощення складаємо схематичний рисунок (рис. 56), на якому виписуємо суму прирощень за окремими ходами і за полігонами, з зазначенням периметра окремих ходів. Також обчислюємо нев'язки за ходами (між триангуляційними пунктами і за полігонами).

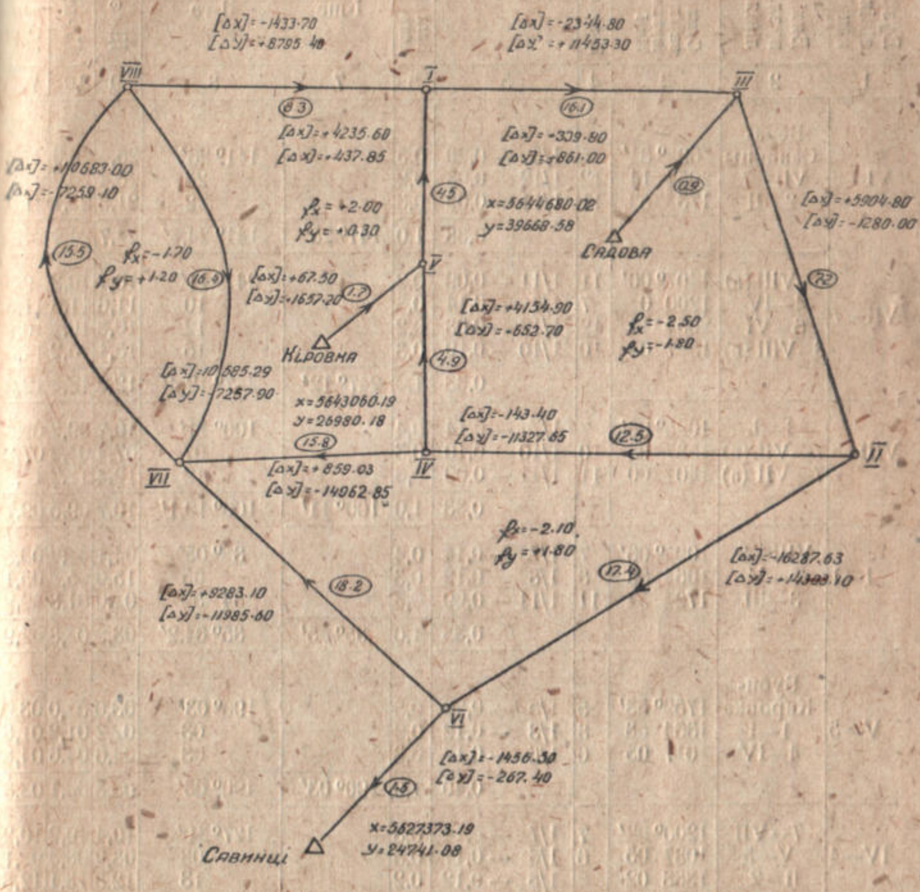


Рис. 56

В тому разі, якщо нев'язки припустимі, то починають обчислення координат вузлових точок. Обчислення провадять у відомості 2. Ця відомість відрізняється від попередньої тільки тим, що у 3 графі замість суми кутів виписується сума приростів по x-ам і по y-ам. За вагу для зрівняння координат береться одиниця ділення на кількість кілометрів відповідного ходу (від вузлової точки до вузлової). Наведена вага обчислюється так, як і при зрівнянні кутів.

Так само обчислюється і перше наближення послідовно один раз для кожної вузлової точки з якоїнебудь суміжної точки.

Відомість зрівняння дирекційних кутів вузлових ліній[1]

Вузлова лінія (шукана)	Вихідна вузлова лінія	Сума кутів від вихідної до шуканої лінії	Кількість кутів	Вага	Вага приведена	Наближення I-ше	Наближення II-ге	Наближення III-те	Наближення IV-те	Наближення V-те
1	2	3	4	5	5	7	8	9	10	11
VI—6	Вера-Савинцы	698° 34′	5	1/5 — 0,20	0,5		141° 26′	26,0	26,0	26,0
	VII—7	2054 14	12	1/12 — 0,08	0,2		26	26,4	26,2	26,2
	2—II	1733 53	11	1/11 — 0,09	0,3		22	21,3	22,1	21,9
				0,38	1,0	141° 25′	141° 24,8′	24,7	24,9	24,8
VII—7	8—VIII (а)	1407° 00′	11	1/11 — 0,09	0,2		247° 11′	10,1	10,2	9,5
	4—IV	1200 02	7	1/7 — 0,14	0,3		10	11,6	11,6	11,8
	6—VI	2054 14	12	1/12 — 0,08	0,2		12	10,8	10,7	10,9
	8—VIII (в)	1587 05	10	1/10 — 0,10	0,3		16	15,1	15,2	14,5
				0,33	1,0	247° 12′	247° 12,4′	12,2	12,2	12,0
VIII—8	1—I	1095° 06′	7	1/7 — 0,14	0,4		100° 11′	10,2	09,2	09,8
	7—VII (в)	1587 05	10	1/10 — 0,10	0,3		07	07,4	07,2	07,2
	7—VII (а)	1407 00	11	1/11 — 0,09	0,3		12	12,4	12,2	12,2
				0,33	1,0	100° 11′	100° 10,1′	10,[illegible]	09,5	09,7
I—1	VIII—8	1095° 06′	7	1/7 — 0,14	0,4		85° 05′	04,1	04,2	03,5
	5—V	1064 58	8	1/8 — 0,12	0,3		05	15,0	05,3	05,1
	3—III	1724 54	11	1/11 — 0,09	0,3		84 59	0[illegible],0	01,8	59,9
				0,35	1,0	85° 05′	85° 04,2′	03,2	03,8	02,9
V—5	Бубн-Кировка	1759° 53′	5	1/5 — 0,20	0,5		190° 03′	03,0	03,0	03,0
	1—I	1364 58	8	1/8 — 0,12	0,2		03	02,2	01,2	01,8
	4—IV	1017 05	6	1/6 — 0,17	0,3		03	04,6	04,6	04,8
				0,40	1,0	190° 03′	190° 03′	03,3	03,1	03,3
IV—4	7—VII	1200° 02′	7	1/7 — 0,14	0,3		127° 10′	10,4	10,2	10,2
	V—5	1087 05	6	1/6 — 0,17	0,5		08	08,0	08,3	08,1
	II—2	1388 02	8	1/8 — 0,12	0,2		13	12,3	13,1	12,8
				0,43	1,0	127° 08′	127° 09,6′	09,6	09,8	09,7
III—3	I—I	1724° 54′	11	1/11 — 0,09	0,2		160° 11′	10,2	09,2	09,8
	Хорошо-Садовая	680 03	5	1/5 — 0,20	0,5		05	05,0	05,0	05,0
	II—2	1164 50	7	1/7 — 0,14	0,3		05	04,3	05,1	4,90
				0,43	1,0	160° 05′	160° 06,2′	05,8	05,9	05,9
II—2	IV—4	1388° 02′	8	1/8 — 0,12	0,3		75° 10′	11,6	11,6	11,8
	VI—6	1733 59	11	1/11 — 0,09	0,2		19	17,8	17,7	17,9
	III—3	1164 50	7	1/7 — 0,14	0,5		15	16,2	15,[illegible]	15,9
				0,35	1,0	75° 15′	75° 14,3′	15,1	14,9	15,0

[1] Обчислено інженерами С. Н. Марченком і Костюченком.

Шукана вузлова лінія	Вихідна вузлова лінія	Вихідний дирекційний кут	№ ходів	Сума кутів	I наближення α	Число кутів	Вага P	P'	Наближений дирекційний кут α^0	$\alpha - \alpha_0$ наближення II	III	IV	Поправки
1a	AB	118° 32′,8	I	1116° 34′,0	81° 58′,8	5	0,20	0,4	—	3′,8	3′,8	3′,8	+1′,9
	4d		VI	1811 47,5	55,5	11	0,09	0,2	81° 55′,0	0,8	0,6	0,7	−1,2
	b_2		V	1017 16,2	55,3	5	0,20	0,4		0,6	0,5	0,7	−1,3
					81 57,0		0,49	1,0		56,9	56,8	56,9	
2b	BC	184° 37′,5	II	1245 26,0	199 11,5	6	0,17	0,3		1,5	1,5	1,5	−0,3
	3c		IV	722 40,5	10,0	4	0,25	0,4	199 10,0	0,7	1,2	1,1	−0,6
	1d		V	782 43,8	15,0	5	0,20	0,3		3,2	3,1	3,0	+1,3
					199 11,8		0,62	1,0		11,7	11,9	11,8	
3c	CB	4° 37′,5	III	1062 47,0	21 50,5	7	0,14	0,3		0,5	0,5	0,5	−1,2
	2b		IV	717 19,5	52,0	4	0,25	0,4	21 50,0	2,3	2,2	2,4	+0,6
	d_4		VIII	1151 51,2	51,8	6	0,17	0,3		2,1	1,9	2,0	+0,3
					21 51,2		0,56	1,0		51,7	51,6	51,7	
4d	DE	291° 12′,6	VII	557 29,0	273 43,0	4	0,25	0,5		1,0	1,0	1,0	−0,4
	1d		VI	2148 12,5	46,3	11	0,09	0,2	273 42,0	2,5	2,4	2,3	+1,2
	c3		VIII	1008 08,8	41,7	6	0,17	0,3		0,4	0,9	0,8	−0,3
					273 43,3		0,51	1,0		43,1	43,2	43,2	

Приклад обчислено інж. Яровим.

Шукана вузлова точка	Вихідна вузлова точка	Вага P	Вага P'	Сума прирощень $[\Delta x]$	Наближення I	II	III	IV	Сума приростів $[\Delta y]$	Наближення I	II	III	IV
	Δ Сод.	1,11	0,85	+ 393,80	45019,23	19,82	19,82	19,82	—	—	—	—	—
III	I	0,06	0,04	−3344,80	—	18,49	18,09	18,09	—	—	—	—	—
	II	0,14	0,11	+5904,80	—	19,82	20,48	20,51	—	—	—	—	—
		1,31	1,00	—	45019,23	19,75	19,70	19,70	—	—	—	—	—
	Δ Кир.	0,59	0,58	+ 67,50	43127,69	127,69	7,61	7,69	—	—	—	—	—
V	I	0,22	0,22	−4235,60	—	27,69	7,29	7,29	—	—	—	—	—
	IV	0,20	0,20	+4154,20	—	27,12	7,45	7,34	—	—	—	—	—
		1,01	1,00	—	43127,69	27,57	7,55	7,53	—	—	—	—	—
	Δ Сав.	0,63	0,85	+1456,50	28839,69	9,69	9,69	9,69	—	—	—	—	—
VI	II	0,06	0,08	10293,43	—	7,99	8,05	6,05	—	—	—	—	—
	VII	0,05	0,07	+9203,10	—	9,03	9,79	9,88	—	—	—	—	—
		0,74	1,00	—	28839,69	39,50	9,51	9,50	—	—	—	—	—
	III	0,14	0,50	−5904,80	39115,02	115,02	14,96	14,90	—	—	—	—	—
II	IV	0,16	0,29	+ 143,40	—	15,22	15,95	15,88	—	—	—	—	—
	VI	0,06	0,21	10287,48	—	17,32	17,13	17,13	—	—	—	—	—
		0,26	1,00	—	39115,02	15,68	15,71	15,65	—	—	—	—	—
	V	0,22	0,55	+4235,60	47363,29	263,29	63,17	63,13	—	—	—	—	—
I	III	0,06	0,15	+2344,80	—	64,62	64,56	64,50	—	—	—	—	—
	VIII	0,12	0,30	−1435,70	—	61,29	61,18	61,23	—	—	—	—	—
		0,40	1,00	—	—	62,89	62,8[illegible]	62,77	—	—	—	—	—
	II	0,08	0,24	− 143,40	39972,22	72,22	72,28	72,31	—	—	—	—	—
IV	V	0,20	0,58	−4154,90	—	72,29	72,67	72,65	—	—	—	—	—
	VII	0,06	0,18	+ 959,03	—	72,22	71,92	72,01	—	—	—	—	—
		0,34	1,00	—	—	72,55	72,44	72,44	—	—	—	—	—
	IV	0,06	0,26	− 859,03	38113,19	113,19	13,52	13,41	—	—	—	—	—
	VI	0,05	0,22	+9283,10	—	112,89	12,60	12,61	—	—	—	—	—
	VIII	0,06	0,26	10625,23	—	111,76	12,0[illegible]	11,70	—	—	—	—	—
	VIII	0,06	0,26	10683,53	—	113,46	13,75	13,40	—	—	—	—	—
VIII		0,23	1,00	—	38113,19	112,89	12,98	12,78	—	—	—	—	—
	I	0,12	0,50	+1433,70	48796,99	96,99	96,59	96,59	—	—	—	—	—
	VII	0,06	0,25	10685,23	—	98,42	98,12	98,21	—	—	—	—	—
	VII	0,06	0,25	10683,53	—	96,72	96,42	96,51	—	—	—	—	—
		0,24	1,00	—	48796,99	97,28	96,93	96,98	—	—	—	—	—

Друге наближення одержується як сума добутків приведеної ваги на одержану величину координати по ходу. Обчислення наближень припиняється тоді, коли два послідовних наближення не відрізняються більше ніж на 0,1 *м*.

Обчислені координати виписуються в координатну відомість і ходи пов'язуються між цими твердими координатами. Треба мати на увазі, що спосіб послідовних наближень може бути застосований і в разі системи полігонів не прив'язаної до триангуляційної сітки, для цього беруть за тверді попередньо азимут якоїсь сторони і координати якоїсь точки. У наведеному нижче прикладі дано обчислення тільки x-ових координат, аналогічно провадиться обчислення і y-ків[1].

Теоретично спосіб Урмаєва полягає в розв'язанні послідовним наближенням нормальних рівнянь, в які входять як невідомі ймовірніші значення дирекційних кутів вузлових ліній або координат вузлових точок[2].

Спосіб полігонів проф. Попова

Проф. Попов для зрівняння сітки полігонів запропонував такий прийом[3], званий способом полігонів.

Візмемо сітку довільного вигляду (рис. 57). Хай усі кути її виміряні з однаковою точністю. Кутові нев'язки у I, II, III і т. д. полігонах будуть відповідно: y_1, y_2, y_3 і т. д. Число сторін між вузловими точками буде позначатися літерою n.

Число кутів треба вважати рівним числу сторін. Кути в полігонах вимірюються звичайним способом прийомів. Кожний кут одержується як різниця двох рівноточних незалежних напрямів. За таких обставин поправки кутів треба шукати під умовою, щоб була мінімальна сума квадратів поправок напряму.

Поправка кута, що дорівнює різниці поправок двох напрямів, дорівнює подвійній поправці одного напряму або однаково поправці, що припадає на пару напрямів. Число ж таких пар напрямів у тій чи іншій ланці сітки дорівнює, очевидно, числу прямолінійних відрізків (сторін) у цій ланці.

Коли б кожний з наявних зімкнутих полігонів: I, II, III і т. д. був незалежний від інших, то на кожний кут його припала б одна і та сама поправка. Позначивши її для першого полігону через x, ми одержали б на всі його кути, число яких дорівнює $n_1 + n_{12} + n_{13}$ сумарну поправку: $x_1 (n_1 + n_{12} + n_{13})$.

---

[1] Обчислення зроблено інженерами Марченком і Костюченком на логарифмічній лінійці в одну руку.

[2] Кому бажано детально ознайомитися з теоретичним обгрунтуванням способу Урмаєва, треба звернутися до „Руководства по обработке триангуляций" Урмаева, 1932 р. Фактично спосіб розв'язання рівнянь послідовним наближенням належить Анеру, який застосував його при зрівнюванні заповнюючої сітки II класу за методом Крюгера, як полегшення розв'язання рівнянь першої групи, проте теоретичне обгрунтування цього способу зроблено Урмаєвим М. А. (бюлетень Управління військових топографів РСЧА, № 3–4 за 1933 рік).

[3] Викладено відповідно до посібника проф. В. В. Попова,— Увязка полигонов.

Так само, для II, III і т. д. полігонів мали б відповідно

$$x_2(n_{1,2} + n_2 + n_{23}),$$
$$x_3(n_{13} + n_{23} + n_3 + n_{34} + n_{35}) \text{ і т. д.}$$

Кожну з цих сумарних поправок ми прирівняли б до нев'язки відповідного полігону, взятої з оберненим знаком, і з одержаних рівнянь знайшли б усі невідомі x.

Проте, умова суміжності полігонів трохи змінює справу. Візьмемо, наприклад, полігон І. Його кути по лінії BD доповнюються до 360° кутами II полігону.

Виправлення кожного з кутів II полігону (що розміщується по цій лінії) на величину $+x_2$ змінить нев'язку полігону І на величину $-x_2$, а тому що по лінії BD ми вважаємо n_{12} кутів (зокрема, на рис. 57 $n_{12} = 3$), то взагалі, виправлення кожного з кутів II полігону невідомою нам покищо поправкою x_2 змінить нев'язку полігону І на величину $-n_{12}\, x_2$ і вона вже буде після цього дорівнювати: $y_1 - n_{12}\, x_2$.

Крім того, по лінії AD полігон межує з III полігоном, в наслідок чого при знищенні нев'язки цього останнього, нев'язка І полігону зміниться ще на $-n_{13}\, x_3$ і буде загалом дорівнювати: $y_1 - n_{12}\, x_2 - n_{13} x_3$.

Таким чином, умову знищення нев'язки І полігону доведеться, очевидно, написати у вигляді рівняння:

$$(n_1 + n_{12} + n_{13})\, x_1 - n_{12}\, x_2 - n_{13}\, x_3 + y_1 = 0.$$

Міркуючи так щодо II, III і всіх інших полігонів сітки, можемо написати таке рівняння і для них, після чого одержимо, очевидно, певну систему r лінійних рівнянь з r невідомими, де r число окремих полігонів. Стосовно до рис. 57 система ця матиме вигляд:

$$-(n_1 + n_{12} + n_{13})\, x_1 - n_{12}\, x_2 - n_{13}\, x_3 + y_1 = 0;$$
$$-n_{12}\, x_1 + (n_{12} + n_2 + n_{23})\, x_2 - n_{23}\, x_3 + y_2 = 0;$$
$$-n_{13} x_1 - n_{23} x_2 + (n_{13} + n_{23} + n_3 + n_{34} + n_{35})\, x_3 - n_{34} x_4 - n_{35} x_5 + {}$$
$$+ y_3 = 0 \text{ і т. д.,}$$

або підставивши замість усіх їх числові значення матимемо:

$$10x_1 - 3x_2 - 2x_3 + y_1 = 0;$$
$$-3x_1 + 8x_2 - 3x_3 + y_2 = 0;$$
$$-2x_1 - 3x_2 + 15x_3 - 3x_4 - 2x_5 + y_3 = 0 \text{ і т. д.}$$

Розв'язавши цю систему, одержимо поправки, що припадають на один кут.

Для ліній AB, BC, CI і т. д. (рис. 57), що розміщуються по периферії сітки, фактичні поправки, що припадають на один кут, будуть очевидно, дорівнювати відповідним x.

Для ланок BD, AD, CD і т. д., що лежать в середині сітки, які належать водночас двом суміжним полігонам, поправки, згідно з умовами, прийнятими при складанні рівнянь, дорівнюватимуть різницям двох відповідних x. Так, по лінії BD, що лежить між II і I полігонами, праві по її ходу кути, тобто внутрішні кути I полігону, повинні дістати поправки: $x_1 - x_2$, кути праві по ходу $x_2 - x_1$.

Поправки кутів при вузлових точках треба одержувати інакше. Так, наприклад, для кута α при точці A (рис. 57) поправка буде: $x_1 - \frac{1}{2} x_3$.

Пов'язування прирощень у сітці нічим істотним не буде відрізнятися від пов'язання кутів. У цьому разі, символами n доведеться, очевидно, позначати не числа сторін, а периметри ломаних ліній між кожними двома суміжними вузловими точками, тобто периметри окремих ланок сітки.

Поправка кожного приросту буде помноженням того або іншого x або різниці двох x на довжину відповідної лінії, визначену у прийнятих одиницях.

Рівняння для пов'язання прирощень по осі абсцис будуть відрізнятися від відповідних рівнянь для пов'язання прирощень по вісі ординат тільки вільними членами; коефіцієнти ж при невідомих, що залежать тільки від периметрів, будуть однакові.

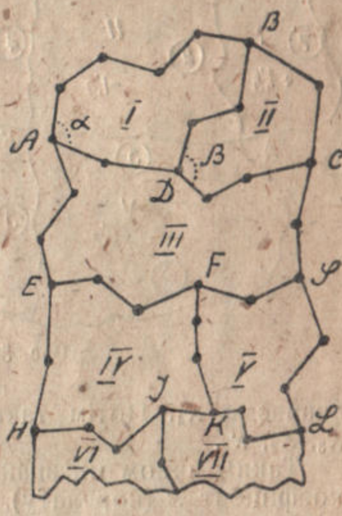


Рис. 57

Приклад. Потрібно зрівняти кути сітки, поданої на рис. 58.

Зважаючи на рисунок рівняння нев'язок будуть:

$$
\begin{aligned}
9x_1 - 2x_2 + 1{,}'5 &= 0 \\
-2x_1 + 22x_2 - 4x_3 - 3x_5 - 1{,}'9 &= 0 \\
-4x_2 + 18x_3 - 4x_4 - 3{,}'5 &= 0 \\
-4x_3 + 12x_4 - 3x_5 - 0{,}'6 &= 0 \\
-3x_2 - 3x_4 + 18x_5 - 0{,}'7 &= 0
\end{aligned}
$$

1. На рисунку 58 помічаємо, що полігон I межує тільки з полігоном II; тому властиве йому невідоме x_1 входить тільки у два перші рівняння.

Намічаємо в наслідок цього до виключення спочатку x_1. Беремо безпосередньо з рисунку й пишемо на початку схеми (стор. 108) коефіцієнти і вільні члени першого і другого рівнянь.

2. Ділимо всі члени першого рівняння на 9, а другого — на 2, з таким розрахунком, щоб зробити коефіцієнт при x_1 в одному з них рівним $+1$, а в другому -1. Перетворене таким шляхом рівняння пишемо під відповідними початковими рівняннями.

3. Додаємо перше перетворене рівняння до другого і пишемо результат на початку другого ступеня схеми. Рівняння, яке одержуємо, не буде мати x_1.

4. Для виключення невідомого x_2 приписуємо до наявного рівняння ще рівняння III і IV полігонів, що межують з полігоном II. Таким чином другий ступінь схеми має три рівняння.

5. Ділимо перше з них на 10,8, друге на 4 і третє на 3. Склавши потім перше рівняння з другим, а потім перше з третім, одержимо два рівняння, які вже не матимуть x_2. Пишемо їх на початку третього ступеня схеми.

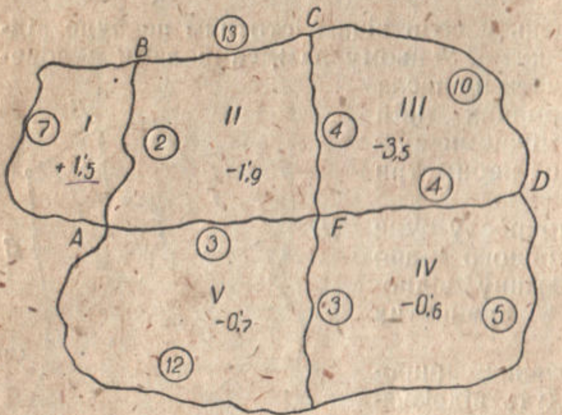


Рис. 58

6. Приписуємо рівняння IV полігону. Виключаємо x_3.

7. Виключаємо x_4.

8. У п'ятій ступені схеми одержано одно рівняння з невідомим x_5. Визначаємо це невідоме.

9. Підставленням x_5 в одно з приведених до одиниці рівнянь четвертого ступеня визначаємо x_4. Потім таким же способом одержимо послідовно: x_3, x_2, x_1.

Таким чином ми знайшли для кожного полігону поправний коефіцієнт x (корелату). Фактичні сумарні поправки наведено нижче у таблиці.

Таблиця поправок

Частини сітки	Число кутів (сторін)	Поправка (в мінутах)	
		На 1 кут	На всі кути
AB	7	−0,14	−1
BA	2	−0,27	−0,5
BC	13	+0,13	+1,8
CF	4	−0,13	−0,5
FA	3	+0,04	+0,1
CD	10	+0,26	+2,6
DF	4	+0,10	+0,4
DE	5	+0,16	+0,8
EF	3	+0,07	+0,2
EA	12	+0,09	+1

Для контролю звіряємо суму поправок кожного полігону з нев'язкою. Можливі, від округлень, найбільші повторні нев'язки розкидаємо звичайним спрощеним способом.

Викладений метод пов'язання може бути застосований і до сітки теодолітних ходів, що має тверді дані (прив'язаний до триангуляції).

Візьмемо для прикладу сітку, зображену на рисунку 59. Треба пов'язати в ній прирощення координат. Нев'язки по одній з осей координат будуть y_1, y_2, y_3 і y_4, а відповідні поправні коефіцієнти: x_1, x_2, x_3 і x_4.

Є дві точки A і C з наперед даними координатами. В такому разі, при пов'язанні приростів, доведеться, крім умов змикання полігонів I, II, III і IV, взяти ще додаткову умову, щоб в незімкнутому ході ABC, позначеному на рисунку номером V, також знищилась його нев'язка y_5 або, однаково, щоб сума виправлених прирощень по цьому ходу дорівнювала різниці координат точок C і A.

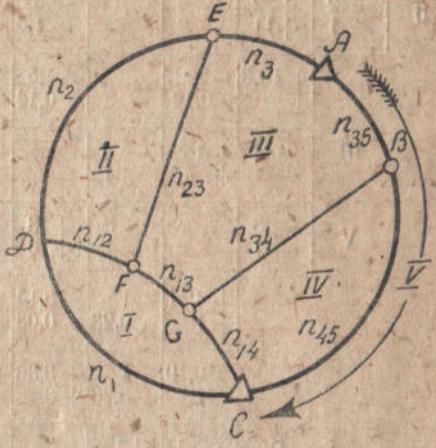


Рис. 59

Загальний периметр кожного з п'яти полігонів позначимо через N з показником, що відповідає номеру полігона. Тоді, зважаючи на рисунок 59, умова знищення всіх нев'язок сітки буде написана у вигляді системи рівнянь:

$$N_1 x_1 - n_{12} x - n_{13} x_3 - n_{14} x_4 + y_1 = 0$$
$$-n_{12} x_1 + N_2 x_2 - n_{23} x_3 + y_2 = 0$$
$$-n_{13} x_1 - n_{23} x_2 + N_3 x_3 - n_{34} x_4 + n_{35} x_5 + y_5 = 0$$
$$-n_{14} x_1 - n_{34} x_3 + N_4 x_4 + n_{45} x_5 + y_4 = 0$$
$$n_{35} x_3 - n_{45} x_4 + N_5 x_5 + y_5 = 0$$

Фактичні поправки на одиницю периметра будуть в даному разі, по лінії AB: $x_3 + x_5$, а по лінії BC: $x_4 + x_5$. В разі ж вибору напряму V полігону від точки C до точки A, ці поправки дорівнювали б по лінії $AB: x_3 - x_5$, а по лінії $BC: x_4 - x_5$.

Замість незімкнутого ходу ABC, можна при складанні рівнянь взяти будьякий інший хід між точками A і C, наприклад,— $CDEA$, $AEFGC$ і т. д.

Для одержання простіших рівнянь, очевидно, вигідніше взяти той варіант незімкнутого ходу, який стикається з найменшим числом зімкнутих полігонів. Наявність кожної нової твердої точки дасть нову незалежну умову. Взагалі, якщо в сітці є m зімкнутих полігонів і K твердих точок, то загальне число незалежних рівнянь нев'язок буде $m + K - 1$.

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	v	
I	$+9$ $+1$	-2 $-0{,}22$				$+1{,}5$ $+0{,}17$	$x_1 = 0{,}22x_2 - 0{,}17 = -0{,}14;$
II	-2 -1	$+22$ $+11$	-4 -2		-3 $-1{,}5$	$-1{,}9$ $-0{,}95$	
		$+10{,}8$ $+1$	-2 $-0{,}19$		$-1{,}5$ $-0{,}14$	$-0{,}78$ $-0{,}07$	$x_2 = 0{,}19x_3 + 0{,}14x_5 + 0{,}07 =$ $= +0{,}13;$
III		-4 -1	$+18$ $+4{,}5$	-4 -1		$-3{,}5$ $-0{,}88$	
V		-3 -1		-3 -1	$+18$ $+6$	$-0{,}7$ $-0{,}23$	
			$+4{,}31$ $+1$	-1 $-0{,}23$	$-0{,}14$ $-0{,}03$	$-0{,}95$ $-0{,}22$	$x_3 = 0{,}23x_4 + 0{,}03x_5 + 0{,}22 =$ $= +0{,}26;$
			$-0{,}19$ -1	-1 $-5{,}26$	$+5{,}86$ $+30{,}8$	$-0{,}30$ $-1{,}58$	
IV			-4 -1	$+12$ $+3$	-3 $-0{,}75$	$-0{,}6$ $-0{,}15$	
				$-5{,}49$ -1	$+30{,}8$ $+5{,}61$	$-1{,}80$ $-0{,}33$	
				$+2{,}77$ $+1$	$-0{,}78$ $-0{,}28$	$-0{,}37$ $-0{,}13$	$x_4 = 0{,}28 \times 5 + 0{,}13 = +0{,}16$
					$+5{,}33$ $+1$	$-0{,}46$ $-0{,}09$	$x_5 = +0{,}09.$

При пов'язанні сітки, що має тверді точки, вигідніше здебільшого застосовувати метод вузлів.

Спосіб вузлів проф. Попова

Потрібно зрівняти за методом вузлів прирощення координат у сітці, зображеній схематично на рисунку 60.

Суми прирощень одної з координат по окремих частинах сітки і відповідні периметри наведені в таблиці 1.

Приписавши одиничну вагу лінії в 1000 *м*, знайдемо вагу суми прирощень для кожної ланки сітки. Так, наприклад, для ланки $A - 1$, периметр якої дорівнює 4,6 сотні *м* (таблиця 1), матимемо $P_{a_1} = \frac{10}{4{,}6} = 2{,}2$ для ланки I — II: $P_{12} = \frac{10}{4{,}7} = 2{,}1$ і т. д.

Обчислені таким способом ваги написані на схематичному рисунку 60 у кружечках посередині кожної ланки.

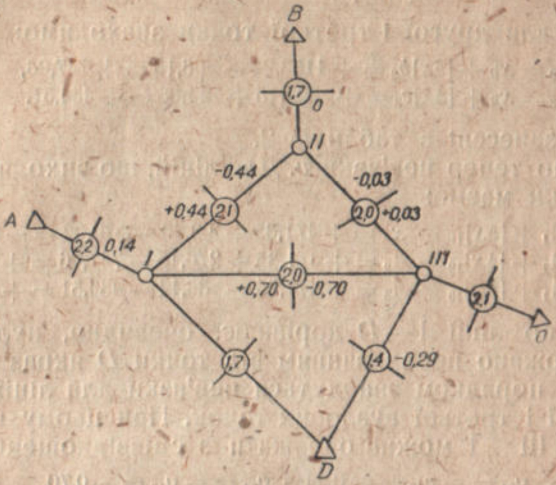


Рис. 60

Таблиця 1

Частини сітки	Пер метри в сотнях метрів	[Δx] в метрах
A—I	4,6	— 98,53
I—II	4,7	+ 276,15
II—*B*	5,8	+ 406,18
II—III	4,9	— 312,58
III—*C*	4,8	— 44,36
I—III	5,1	— 36,14
D—I	6,0	+ 471,35
D—III	7,2	+ 434,80

Таблиця 2

Точки	Наближені абсциси	Поправки	Остаточні абсциси
A	—	—	+ 570,02
B	—	—	+ 1153,24
C	—	—	+ 390,15
D	—	—	0
I	+ 471,35	— 0,13	+ 471,22
II	+ 747,06	+ 0,21	+ 747,27
III	+ 434,51	+ 0,25	+ 434,76

Далі, взявши з таблиці 2 абсцису точки D, обчислюємо наближене значення абсциси першої точки:

$$A_1 = x_d + [\Delta x]d_1 = 0 + 471{,}35 = +471{,}35.$$

Так само для другої і третьої точки знаходимо:

$$A_2 = x_b + [\Delta x]b_2 = +1153{,}24 - 406{,}18 = +747{,}06,$$
$$A_3 = x_c + [\Delta x]c_3 = +\ 390{,}15 + \ 44{,}36 = +434{,}51.$$

Ці числа занесені в таблицю 2.

Визначаємо тепер нев'язки v. Для ліній, що виходять з першої вузлової точки маємо:

$$v_{1a} = A_1 + [\Delta x]_{1a} - x_a = +471{,}35 + \ 98{,}53 - 570{,}02 = -0{,}14,$$
$$v_{12} = A_1 + [\Delta x]_{12} - A_2 = +471{,}35 + 276{,}15 - 747{,}06 = +0{,}44,$$
$$v_{13} = A_1 + [\Delta x]_{13} - A_3 = +471{,}35 - \ 36{,}14 - 434{,}51 = +0{,}70.$$

Нев'язка по лінії $\mathrm{I} - D$ дорівнює, очевидно, нулю, бо значення A одержано передаванням від точки D якраз по цій лінії.

Таким же порядком знайдуться нев'язки для ліній, що виходять з другої і третьої вузлових точок. При цьому нев'язки для ліній $\mathrm{II} - 1$ і $\mathrm{III} - 1$ можна одержати з співвідношень:

$$v_{21} = -v_{12} = -0{,}44, \quad v_{31} = -v_{13} = -0{,}70.$$

Всі числові значення занесені на схематичний рисунок 60. На лінії $\mathrm{I} - \mathrm{II}$, наприклад, ближче до точки першої, значиться: $v_{12} = +0{,}44$, а ближче до другої точки (за поперечною рисою): $v_{21} = -0{,}44$.

Потім знаходимо для кожної вузлової точки вагу P і нев'язку v:

$$P_1 = 2{,}2 + 2{,}1 + 2 + 1{,}7 = 8;$$
$$P_2 = 1{,}7 + 2 + 2{,}1 = 5{,}8;$$
$$P_3 = 2 + 2 + 1{,}4 + 2{,}1 = 7{,}5;$$
$$v_1 = +0{,}44 \times 2{,}1 + 0{,}70 \times 2 - 0{,}14 \times 2{,}2 = +2{,}02;$$
$$v_2 = +0{,}03 \times 2 - 0{,}44 \times 2{,}1 = -0{,}98;$$
$$v_3 = +0{,}03 \times 2 - 0{,}70 \times 2 - 0{,}29 \times 1{,}4 = -1{,}75.$$

Числа ці занесені для зручності користування ними надалі в окрему табличку 3.

Таблиця 3

Вузлові точки	P	v (в сантиметрах)
I	8,0	+202
II	5,8	− 98
III	7,5	−175

В разі більш-менш складної сітки корисно для складання нев'язок v, заготувати спочатку добутки pv по всіх ходах і записати їх на схематичному рисунку. Числа v будуть після цього одержуватися складанням добутків pv розміщених на рисунку навколо відповідної точки.

Позначимо поправки до наближених значень абсцис A_1, A_2 і A_3 відповідно через x_1, x_2, x_3. Рівняння для нашого прикладу матимуть такий вигляд:

$$8x - 2{,}1x - 2x_3 + 202 = 0;$$
$$-2{,}1x + 5{,}8x_2 - 2x_3 - 98 = 0;$$
$$-2x_1 - 2x_2 + 7{,}5x_3 - 175 = 0.$$

Тут нев'язки v визначені в сантиметрах. В тих же одиницях будуть і поправки x.

Рівняння ці легко складаються безпосередньо за рисунком 60, якщо на ньому числа P і v написати при відповідних вузлових точках.

Розв'язання системи рівнянь

x_1	x_2	x_3	v	
+8 +1	−2,1 −0,26	−2 −0,25	+202 +25,2	$x_5 = 0{,}26x_2 + 0{,}25x_3 - 25{,}2 = -13{,}5;$
−2,1 −1,	+5,8 +2,76	−2 −0,95	−98 −46,7	
−2 −1	−2 −1	+7,5 +3,75	−175 −87,5	
— —	+2,50 +1	−1,20 −0,48	−21,5 −8,6	$x_2 = 0{,}48x_3 + 8{,}6 = +20{,}7;$
— —	−1,26 −1,	+3,50 +2,78	−62,3 −59,4	
— —	— —	+2,30 +1	−58 −25,2	$x_3 = +25{,}2.$

Остаточні округлені до сантиметра поправки, а також виправлені абсциси вузлових точок показані в таблиці 2.

Для сітки, що має m зімкнутих полігонів і K твердих точок, при пов'язуванні її за методом полігонів, число незалежних рівнянь буде:

$$r = m + k - 1.$$

При пов'язуванні ж за методом вузлів число рівнянь r_1 дорівнює числу вузлових нетвердих точок. При відсутності в сітці твердих даних, вони беруться для одної якоїсь точки, краще для вузлової — довільно.

Якщо виявиться, що для даної сітки $r < r_1$, то пов'язувати її треба за методом полігонів. У противному разі вигідніше застосувати метод вузлів. Якщо $r = r_1$, то перевагу треба віддати методу полігонів, бо при ньому дані для складання рівнянь, а зокрема нев'язки, одержуються значно легше і простіше, ніж за методом вузлів.

Наведеними способами рівняльних обчислень теодолітних ходів не вичерпується питання зрівняння теодолітних ходів, прив'язаних до триангуляційної сітки. Різними авторами наводяться ще інші способи рівняльних обчислень, що становлять або модифікацію описаних вище, або оригінальні, при чому питання рівняльних обчислень так розроблене, що намічені способи вже базуються не тільки на способі найменших квадратів, але й на законах будівельної механіки (спосіб Висоцького і ін.) і навіть на вченні про силу електричного струму (закони Кірхгофа)[1]. Проте, наявність високої теоретичної розробленості способів рівняльних обчислень, все таки лишає широке поле діяльності для раціоналізації практичних прийомів обчислення теодолітних робіт.

Додаткові зауваження

Викладені в даній брошурі способи прив'язування теодолітних ходів до триангуляційної сітки і методи зрівняння теодолітних ходів розраховані на застосування їх при проведенні геодезичних робіт по закріпленню земель за колгоспами в безстрокове

Рис. 61

(вічне) користування, тобто на теодолітні ходи, в яких вимірювання довжин ліній виконується двічі звичайною 20 метровою стрічкою, і вимірювання кутів одномінутним теодолітом повним прийомом або повним прийомом з двома повтореннями в півприйомах. Тому, і при проектуванні теодолітних ходів (розділ 1) і при зрівнянні теодолітних ходів (розділ 4) треба мати на увазі, що гранична довжина теодолітного ходу між двома триангуляційними пунктами не повинна бути більше 7 *км* і гранична довжина між триангуляційними пунктами і вузловими точками, не більше 5 *км*. При чому зазначені граничні довжини теодолітних ходів розраховані на нормальну довжину стану (лінії) на 400—500 *м*, тому в разі ходів з меншими довжинами станів (ліній), обов'язкове прокладання замикаючого напряму (зв'язуючої діагоналі), згідно з рисунком 61, і попередньо до зрівняння провадиться обчислення довжини замикаючого напряму (*AB*), шляхом проектування на нього ломаного ходу з коротких ліній, прокладеного між точками, з'єднаними цим замикаючим напрямом[2].

Зрівняння теодолітного ходу в останньому разі провадиться проходячи через замикаючий напрям, приймаючи довжину його,

[1] Доповіді радянської делегації VII конференції Балтійської геодезичної комісії, вип. III.

[2] Приклад обчислення довжини замикаючої ланки див. в інструкції по топозніманню масштаба 1 : 10000 1936 р. (додаток 44).

як безпосередньо виміряну величину і тільки після одержання координат пунктів, розміщених на кінцях замикаючого напряму, провадиться між ними зрівняння частин ходу, замінених раніше замикаючим напрямом.

Деяку своєрідність можуть мати рівняльні обчислення теодолітних ходів, прокладених самостійно, без прив'язування до тріангуляційної сітки (способом послідовних наближень Попова або Урмаєва, еквівалентної заміни, полігонів, порівнянням нев'язок або ін.) і в наступному прив'язаних до тріангуляційної сітки, при чому способи цих своєрідних рівняльних обчислень можуть бути різні, залежно від характеру наступного використання теодолітних ходів (при закріпленні земель за колгоспами в безстрокове (вічне) користування, складанні районних карт, при геодезичному обгрунтуванні топографічного мензульного знімання різних масштабів і ін.).

Точність теодолітного ходу

Для визначення припустимої довжини теодолітного ходу, виходячи з похибки вимірювання кутів і довжин ліній, похибки опорних даних і умов місцевості, що впливають на форму, кількість точок повороту і довжину сторін теодолітного ходу, запропоновано кілька формул передобчислення допустимої неув'язки в периметрі (Красовського, Михайлова, Веселовського, Шилова, Ходоровича, Чеботарьова, Успенського і ін.).

Так, за формулою проф. Чеботарьова, відносна точність розімкнутого теодолітного ходу буде:

$$\left(\frac{M}{L}\right)^2 = \lambda^2 + \frac{m^2}{L} + \frac{m^2_\beta}{\rho^2} \cdot \frac{n+3}{12}$$

де: M — середньоквадратична похибка у периметрі теодолітного ходу;

L — довжина теодолітного ходу;

λ і m — коефіцієнти систематичного і випадкового впливу при вимірюванні довжин ліній;

m_β — середньоквадратична похибка вимірювання кутів;

ρ — 206 265″,

n — кількість кутів повороту.

Наприклад, при прокладанні в середніх польових умовах теодолітного ходу довжиною на 10 *км* з 21 стороною, при вимірюванні довжин ліній двічі 20-метровою стрічкою і кутів одноминутним теодолітом повним прийомом з двома повтореннями у півприйомах, одержимо: $m_\beta = \pm 20''$, $m = \pm 0{,}003$, $\lambda = 0{,}001$

$$\left(\frac{M}{L}\right)^2 = 0{,}0001^2 + \frac{0{,}003^2}{10000} + \frac{20''^2}{206\,265^2} \cdot \frac{21+3}{12}$$

$\frac{M}{L} = 0{,}00018 \cong 1:6\,000$, що дасть граничну похибку $1:2\,000$.

Треба мати на увазі, що формула може бути застосована тільки для наближених розрахунків, тому, що, вона виведена для рівносторінного, добре витягнутого ходу.

Для наближених розрахунків також може бути застосована і така формула (Чеботарьов,—Полігонометрія, 1930 р.)

$$\frac{M}{L}=\pm\sqrt{\frac{1}{n}\left(\frac{m_e}{l}\right)^2+\frac{n}{3}m_\beta^2}$$

де: l — середня довжина сторони; m_e — середньоквадратична похибка виміру сторони l.

Приклад:

$$n=21,\ \ m_\beta=\pm 20'',\ \ \frac{m_e}{l}=\frac{1}{5\,000};$$

$$\frac{M}{L}=\pm\sqrt{\frac{1}{21}\left(\frac{1}{5000}\right)^2+\frac{21}{3}\cdot\frac{0{,}3^2}{3438^2}}=\frac{1}{5\,000}.$$

ТАБЛИЦЯ 1

довжин дуг меридіанів B, $lg\,\Delta 1''$ і величин $lg\,\frac{N}{\rho''}$

	φ	$lg\,\frac{N}{\rho''}$	d	B	$lg\,\Delta 1''$	d
45	0	1,490944	4	4,984439,3	1,489488	12
	10	1,490948	5	5,002959,4	1,489500	13
	20	1,490953	4	5,021480,2	1,489513	13
	30	1,490957	4	5,040001,4	1,489526	12
	40	1,490961	4	5,058523,4	1,489538	13
	50	1,490965	5	5,077045,6	1,489551	13
46	0	1,490970	4	5,095568,5	1,489564	12
	10	1,490974	4	5,111091,9	1,489576	13
	20	1,490978	4	5,132615,8	1,489589	13
	30	1,490982	4	5,151110,4	1,489602	12
	40	1,490986	5	5,169665,4	1,489614	13
	50	1,490991	4	5,188191,0	1,489627	13
47	0	1,490995	4	5,206717,1	1,489640	12
	10	1,490999	4	5,225243,8	1,489652	13
	20	1,491003	5	5,243771,0	1,489665	13
	30	1,491008	4	5,262298,8	1,489678	12
	40	1,491012	4	5,280827,0	1,489690	13
	50	1,491016	4	5,299355,9	1,489703	13
48	0	1,491020	4	5,317885,2	1,489716	12
	10	1,491024	5	5,336415,1	1,489728	13
	20	1,491029	4	5,354945,6	1,489741	13
	30	1,491033	4	5,373476,6	1,489754	12
	40	1,491037	4	5,392008,1	1,489766	13
	50	1,491041	4	5,410540,1	1,489779	12
49	0	1,491045	5	5,429072,7	1,489791	13
	10	1,491050	4	5,447605,9	1,489804	12
	20	1,491054	4	5,466139,5	1,489816	13
	30	1,491058	4	5,484673,7	1,489829	12
	40	1,491062	4	5,503208,5	1,489841	13
	50	1,491066	4	5,521743,7	1,489854	12
50	0	1,491070	5	5,540279,5	1,489866	13
	10	1,491075	4	5,558815,9	1,489879	13
	20	1,491079	4	5,577352,8	1,489892	12
	30	1,491083	4	5,595890,2	1,489904	12
	40	1,491082	4	5,614428,1	1,489916	12
	50	1,491091	4	5,632966,6	1,489928	13

	φ	$lg\frac{N}{\rho''}$	d	B	lg Δ1″	d
51	0	1,491095	5	5,651505,6	1,489941	13
	10	1,491100	4	5,670045,1	1,489954	12
	20	1,491104	4	5,638585,2	1,489966	13
	30	1,491108	4	5,707125,7	1,489979	12
	40	1,491112	4	5,725666,9	1,489991	12
	50	1,491116	4	5,744208,5	1,490003	13
52	0	1,491120	4	5,762750,7	1,490016	12
	10	1,491124	4	5,781293,4	1,490028	12
	20	1,491128	4	5,799836,6	1,490040	12
	30	1,491132	4	5,818380,3	1,490052	13
	40	1,491136	5	5,836924,6	1,490065	12
	50	1,491141	4	5,865469,4	1,490077	12
53	0	1,491145	4	5,874014,7	1,490089	12
	10	1,491149	4	5,892560,6	1,490101	13
	20	1,491153	4	5,911106,9	1,490114	12
	30	1,491157	4	5,929653,8	1,490126	12
	40	1,491161	4	5,948201,2	1,490138	12
	50	1,491165	4	5,966749,1	1,490150	12
54	0	1,491169	4	5,985297,5	1,490162	12
	10	1,491173	4	6,003846,5	1,490174	12
	20	1,491177	4	6,022395,9	1,490186	12
	30	1,491181	4	6,040945,9	1,490198	12
	40	1,491185	4	6,059496,4	1,490210	12
	50	1,491189	4	6,078047,4	1,490222	12
55	0	1,491193	4	6,096598,9	1,490234	12
	10	1,491197	4	6.115151,0	1,490246	12
	20	1,491201	4	6,133703,5	1,490258	12
	30	1,491205	4	6,152256,5	1,490270	12
	40	1,491209	4	6,170810,1	1,490282	11
	50	1,491213	4	6,189364,1	1,490293	12
56	0	1,491217	4	6,207918,7	1,490305	12
	10	1,491221	4	6,226473,7	1,490317	12
	20	1,491225	3	6,245029,3	1,490329	11
	30	1,491228	4	6,263585,4	1,490340	12
	40	1,491232	4	6,282141,9	1,490352	12
	50	1,491236	4	6,300699,0	1,490364	11
57	0	1,491240	4	6,319256,5	1,490375	12
	10	1,491244	4	6,337814,6	1,490387	11
	20	1,491248	4	6,356370,1	1,490398	12
	30	1,491252	4	6,374932,2	1,490410	12
	40	1,491256	3	6,393491,7	1,490422	11
	50	1,491259	4	6,412051,8	1,490433	11

ТАБЛИЦЯ 2

поправок $v\ (\lambda \cos\varphi)^2$ та $v\ (\lambda)^2$ в 6-му знаку логарифма

$\lg \lambda'' \cos\varphi$ або $\lg \lambda''$	$v\ (\lambda \cos\varphi)^2$ або $v\ \lambda^2$	$\lg \lambda'' \cos\varphi$ або $\lg \lambda''$	$v\ (\lambda \cos\varphi)^2$ або $v\ \lambda^2$	$\lg \lambda'' \cos\varphi$ або $\lg \lambda''$	$v\ (\lambda \cos\varphi)^2$ або $v\lambda^2$
	0		38		76
2,0836	1	3,5268	39	3,6760	77
2,8148	2	3,5324	40	3,6787	78
2,9374	3	3,5378	41	3,6815	79
3,0030	4	3,5431	42	3,6842	80
3,0631	5	3,5483	43	3,6870	81
3,1023	6	3,5533	44	3,6899	82
3,1389	7	3,5583	45	3,6922	83
3,1702	8	3,5631	46	3,6950	84
3,1975	9	3,5678	47	3,6974	85
3,2218	10	3,5724	48	3,7000	86
3,2437	11	3,5765	49	3,7027	87
3,2635	12	3,5815	50	3,7052	88
3,2834	13	3,5857	51	3,7076	89
3,3001	14	3,5895	52	3,7100	90
3,3155	15	3,5942	53	3,7124	91
3,3300	16	3,5982	54	3,7148	92
3,3435	17	3,6022	55	3,7172	93
3,3562	18	3,6062	56	3,7194	94
3,3683	19	3,6102	57	3,7218	95
3,3797	20	3,6138	58	3,7242	96
3,3894	21	3,6177	59	3,7264	97
3,3995	22	3,6212	60	3,7286	98
3,4097	23	3,6248	61	3,7308	99
3,4192	24	3,6285	62	3,7330	100
3,4282	25	3,6318	63	3,7352	101
3,4369	26	3,6365	64	3,7374	102
3,4453	27	3,6388	65	3,7394	103
3,4534	28	3,6422	66	3,7416	104
3,4613	29	3,6455	67	3,7436	105
3,4686	30	3,6488	68	3,7458	106
3,4759	31	3,6520	69	3,7478	107
3,4829	32	3,6552	70	3,7498	108
3,4900	33	3,6582	71	3,7518	109
3,4966	34	3,6612	72	3,7538	110
3,5030	35	3,6642	73	3,7558	111
3,5092	36	3,6672	74	3,7578	112
3,5152	37	3,6702	75	3,7597	113
3,5215		3,6732		3,7616	

lg λ″ cos φ або *lg λ″*	v (λ cos φ)² або v λ²	lg λ″ cos φ або *lg λ″*	v (λ cos φ)² або v λ²	lg λ″ cos φ або *lg λ″*	v (λ cos φ)² або vλ²
3,7635	114	3,8461	167	3,9058	220
3,7654	115	3,8474	168	3,9068	221
3,7673	116	3,8487	169	3,9078	222
3,7692	117	3,8500	170	3,9088	223
3,7710	118	3,8512	171	3,9097	224
3,7728	119	3,8524	172	3,9107	225
3,7746	120	8,8537	173	3,9117	226
3,7764	121	3,8550	174	3,9126	227
3,7782	122	3,8562	175	3,9136	228
3,7799	123	3,8574	176	3,9145	229
3,7817	124	3,8587	177	3,9155	230
3,783	125	3,8600	178	3,9164	231
3,7852	126	3,8611	179	3,9173	232
3,7869	127	3,8623	180	3,9182	233
3,7886	128	3,8635	181	3,9192	234
3,7902	129	3,8648	182	3,9201	235
3,7918	130	3,8660	183	3,9210	236
3,7935	131	3,8671	184	3,9219	237
3,7952	132	3,8683	185	3,9228	238
3,7969	133	3,8694	186	3,9237	239
3,7985	134	3,8705	187	3,9247	240
3,8001	135	3,8716	188	3,9256	241
3,8017	136	3,8728	189	3,9265	242
3,8032	137	3,8741	190	3,9274	243
3,8049	138	3,8752	191	3,9282	244
3,8064	139	3,8763	192	3,9291	245
3,8079	140	3,8774	193	3,9300	246
3,8095	141	3,8785	194	3,9308	247
3,8110	142	3,8796	195	3,9317	248
3,8125	143	3,8807	196	3,9327	249
3,8140	144	3,8818	197	3,9336	250
3,8155	145	3,8830	198	3,9344	251
3,8170	146	3,8841	199	3,9352	252
3,8185	147	3,8852	200	3,9361	253
3,8199	148	3,8862	201	3,9369	254
3,8215	149	3,8873	202	3,9378	255
3,8229	150	3,8884	203	3,9386	256
3,8243	151	3,8894	204	3,9395	257
3,8258	152	3,8905	205	3,9404	258
3,8272	153	3,8915	206	3,9412	259
3,8286	154	3,8926	207	3,9420	260
3,8299	155	3,8936	208	3,9428	261
3,8313	156	3,8947	209	3,9437	262
3,8328	157	3,8957	210	3,9445	263
3,8341	158	3,8969	211	3,9453	264
3,8355	159	3,8977	212	3,9461	265
3,8368	160	3,8988	213	3,9469	266
3,8382	161	3,8998	214	3,9478	267
3,8395	162	3,9008	215	3,9486	268
3,8408	163	3,9018	216	3,9494	269
3,8422	164	3,9028	217	3,9502	270
3,8435	165	3,9038	218	3,9509	271
3,8448	166	3,9048	219	3,9517	272

lg λ″ cos φ або *lg* λ″	*v* (λ cos φ)² або *v* λ²	*lg* λ″ cos φ або *lg* λ″	*v* (λ cos φ)² або *v* λ²	*lg* λ″ cos φ або *lg* λ″	*v* (λ cos φ)² або *v* λ²
3,9526	273	3,9863	319	4,0155	365
3,9534	274	3,9870	320	4,0161	366
3,9542	275	3,9876	321	4,0167	367
3,9549	276	3,9883	322	4,0173	368
3,9557	277	3,9890	323	4,0179	369
3,9565	278	3,9897	324	4,0185	370
3,9573	279	3,9904	325	4,0190	371
3,9580	280	3,9906	326	4,0196	372
3,9587	281	3,9913	327	4,0202	373
3,9596	282	3,9920	328	4,0208	374
3,9604	283	3,9927	329	4,0214	375
3,9611	284	3,9934	330	4,0220	376
3,9619	285	3,9941	331	4,0226	377
3,9626	286	3,9948	332	4,0231	378
3,9634	287	3,9955	333	4,0236	379
3,9642	288	3,9962	334	4,0242	380
3,9649	289	3,9969	335	4,0247	381
3,9657	290	3,9975	336	4,0252	382
3,9664	291	3,9981	337	4,0258	383
3,9672	292	3,9987	338	4,0263	384
3,9679	293	3,9993	339	4,0269	385
3,9686	294	3,9999	340	4,0275	386
3,9694	295	4,0005	341	4,0280	387
3,9701	296	4,0012	342	4,0286	388
3,9708	297	4,0019	343	4,0292	389
3,9715	298	4,0025	344	4,0297	390
3,9723	299	4,0032	345	4,0303	391
3,9730	300	4,0039	346	4,0308	392
3,9737	301	4,0046	347	4,0314	393
3,9744	302	4,0052	348	4,0320	394
3,9752	303	4,0058	349	4,0326	395
3,9759	304	4,0064	350	4,0332	396
3,9766	305	4,0070	351	4,0337	397
3,9773	306	4,0076	352	4,0343	398
3,9780	307	4,0083	353	4,0348	399
3,9787	308	4,0089	354	4,0354	400
3,9794	309	4,0095	355	4,0359	401
3,9801	310	4,0101	356	4,0365	402
3,9808	311	4,0107	357	4,0370	403
3,9815	312	4,0113	358	4,0376	404
3,9822	313	4,0119	359	4,0381	405
3,9829	314	4,0125	360	4,0387	406
3,9836	315	4,0131	361	4,0392	407
3,9843	316	4,0137	362	4,0397	408
3,9850	317	4,0143	363	4,0402	409
3,9856	318	4,0149	364	4,0407	410

ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

Граур,—Практическая геодезия, 1934 г.

Под ред. Красовского,— Курс геодезии, вып. III, 1934 г.

Чеботарев,— Полигонометрия, 1930 г.

Кель,— Высшая геодезия и геодезические работы, ч. I и II, 1933 г.

Наставление по производству геодезических работ УВТ, вып. VI, 1933 г.

Филоненко,— Практическое руководство для производства триангуляций, 1927 г.

Цветков,— Практическая астрономия, 1935 г.

Максимов,— Гидрография, 1935 г.

Журнал „Геодезист", 1930, 31, 32, 33, 34, 35 гг.

Журнал „Маркшейдерские известия", 1926, 27, 28 гг.

„Артиллерийский журнал", 1935 г.

Чеботарев,— Уравнительные вычисления при полигонометрических работах, 1934 г.

Урмаев,— Руководство по обработке триангуляций, 1932 г.

Попов,— Увязка полигонов, 1930 г.

ЗМІСТ

Розділ IV

Зрівняння теодолітних ходів