

А К А Д Е М І Я Н А У К У Р С Р
І Н С Т И Т У Т В О Д Н О Г О Г О С П О Д А Р С Т В А

532.5
с. 91

Проф. Г. Й. СУХОМЕЛ

ПРО НЕРІВНОМІРНИЙ РУХ РІДИН
У ВІДКРИТИХ ВОДОТОКАХ
І СПОРУДАХ НА НИХ



ВИДАВНИЦТВО АКАДЕМІЇ НАУК УРСР
КИЇВ — 1938

11264

А К А Д Е М І Я Н А У К У Р С Р
ІНСТИТУТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА

ПЕРЕУЧЕТ
1940 г.

Проф. Г. Й. СУХОМЕЛ

у 532.5
с 91

ПРО НЕРІВНОМІРНИЙ РУХ РІДИН
У ВІДКРИТИХ ВОДОТОКАХ
І СПОРУДАХ НА НИХ

11269-

Сухомел

БІБЛІОТЕКА
№ 43291
Інститут Водного Господарства
Київського Університету

проверено
1966 г.

ВИДАВНИЦТВО АКАДЕМІЇ НАУК УРСР
КИЇВ - 1938

Бібліографічний список цього
видаючого закладу в „Літопису
українського друку“, „Картко-
вому репертуарі“ та інших по-
відомостях Української книж-
кової палати.

Відповідальний редактор *М. М. Уласович*

Літредактор *Л. Й. Соколовський*

Коректор *А. Л. Юнаков*

Випусковий *С. Ц. Каганов*

Друкарня-літографія Академії Наук УРСР, Київ

Вступ

Нерівномірний рух рідини у відкритих водотоках, природних і штучних, а також у спорудах на них зустрічається, власне кажучи, далеко частіше, ніж рівномірний рух. Зрозуміло, що на непризматичних ділянках русла рух буде нерівномірний; нерівномірний буде і рух рідини на ділянках з призматичним руслом, але розташованих по сусідству з найможливішими відхиленнями від непризматичної форми русла (стиснення водотоку знизу, з боків, і знизу і з боків одразу, розширення русла водотоку, зміни похилу вздовж водотоку та ін.). До певної міри аналогічно звуженням і розширенням русла впливають і зміни шорсткості вздовж водотоку. Нерівномірність руху рідини має місце і при зміні витрати вздовж потоку. Відхилення від призматичності русла і зміни шорсткості і витрати вздовж потоку можуть бути природного походження, а можуть спричинятись і штучними гідротехнічними спорудами. Відхилення від призматичності можуть бути плавкі, але дуже часто трапляються і різкі, неплавкі відхилення від призматичності. Нерівномірний рух виникне і в тому рідкому на практиці випадку, коли надати воді чи, навпаки, відібрати від води якимнебудь способом певну кількість енергії. Спочатку розглядатимемо плавкі відхилення від призматичної форми русла.

Головною задачею теорії нерівномірного руху рідин як у самих відкритих водотоках, так і в спорудах на них¹⁾ є побудування кривих вільних поверхень. Побудування кривих підпору і спаду в вузькому розумінні слова не являє тепер будьяких труднощів, бо для призматичних ділянок русел його можна виконати за способом проф. Б. А. Бахметєва, акад. Н. Н. Павловського або якимнебудь іншим, а для непризматичних ділянок,

¹⁾ З споруд тут розглядатимемо такі, які рідина протікає, маючи вільну поверхню.

коли зміна поперечного перерізу потоку відбувається плавко, побудування кривих вільних поверхень можна виконати, скориставшись наближеним інтегруванням.

Але для того, щоб почати побудування тої чи іншої кривої, треба визначити наперед глибину в будьякому вихідному перерізі; крім того часто дуже бажано наперед же знати, в якій саме зоні розміститься крива вільної поверхні.

Тим часом у більш-менш складних випадках нерівномірного руху рідини визначення глибини у вихідному перерізі, навіть визначення самого вихідного перерізу, а також і визначення вигляду кривої залежно від зони являє чималі труднощі. Такий стан пояснюється тою обставиною, що досі немає ще загальної теорії нерівномірного руху рідини у відкритих водотоках, яка б більш-менш повно розв'язувала питання цього руху і в тому числі зазначені тількищо важливіші питання. Цим пояснюється також значна кількість помилок, які трапляються в розв'язанні питань нерівномірного руху у відкритих водотоках. Деякі з цих помилок зазначені будуть нижче.

При побудуванні загальної теорії нерівномірного руху рідини у відкритих водотоках найзручніше користуватись поняттям питомої енергії перерізу, яке введене було в гідравліку проф. Б. А. Бахметевим в 1911 р. (в роботі „Неравномерное движение жидкости в открытом русле“); проте Б. А. Бахметев обмежився головно дослідженням питомої енергії перерізу як функції глибини в одному і тому самому перерізі; тим часом розв'язання найважливіших і важких питань нерівномірного руху рідини у відкритому руслі одержується при дослідженні зміни питомої енергії перерізу вздовж водотоку. Але, раніше ніж перейти до розв'язання питань нерівномірного руху, корисно розглянути питому енергію перерізу і, насамперед, саме як функцію глибини.

§ 1. Питома енергія перерізу

Питоною енергією перерізу звать, як відомо, величину \mathcal{E} , яка дорівнює сумі глибини потоку h (рис. 1) у розглядуваному перерізі і висоті швидкості у цьому ж перерізі $\alpha \frac{v^2}{2g}$; тут α — коректив на рівномірний розподіл швидкості по перерізу, а v — середня швидкість у розглядуваному перерізі.

Таким чином:

$$\mathcal{E} = h + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

Виразивши v через витрату Q і площу живого перерізу ω , одержимо:

$$\mathcal{E} = h + \alpha \frac{Q^2}{2g\omega^2} \quad (2)$$

По суті \mathcal{E} є питома енергія потоку відносно горизонтальної площини, проведеної через найнижчу точку дна розглядуваного перерізу (площина AB на рис. 1), а не відносно довільної горизонтальної площини, як це роблять, коли пишуть рівняння Д. Бернуллі.

Найлегше дослідити співвідношення (2) для прямокутного живого перерізу потоку; у цьому випадку $\omega = Bh$, де B ширина перерізу; підставивши Bh замість ω в рівняння (2) і позначивши витрату на одиницю ширини $\frac{Q}{B}$ літерою q , одержуємо:

$$\mathcal{E} = h + \alpha \frac{q^2}{2gh^2} \quad (3)$$

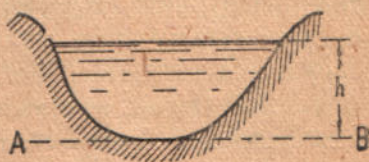


Рис. 1

Б. А. Бахметев в зазначеній вище роботі дослідив \mathcal{E} як функцію глибини h , вважаючи Q чи відповідно q сталим. Виявляється, що крива, яка зображає \mathcal{E} , асимптотично наближається (рис. 2) до осі \mathcal{E} і до бісектриси координатного кута; функція \mathcal{E} має мінімум \mathcal{E}_{\min} при певній глибині h_k , яку зовуть критичною.

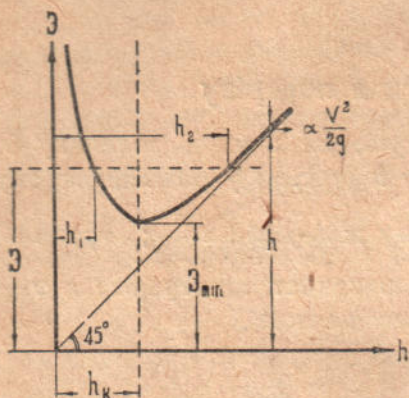


Рис. 2

\mathcal{E}_{\min} можна було б назвати критичною питомою енергією перерізу. Для прямокутного перерізу $\mathcal{E}_{\min} = \frac{3}{2} h_k$. Висота швидкості v_k при критичній глибині для прямокутного перерізу дорівнює половині цієї глибини¹⁾:

$$\alpha \frac{v_k^2}{2g} = \frac{h_k}{2} \quad (4)$$

Особливо істотно відзначити, що певній глибині h відповідає цілком певне, єдине значення \mathcal{E} .

Навпаки — певному значенню \mathcal{E} відповідають дві глибини:

$$h_1 < h_k \text{ і } h_2 > h_k$$

Питання про те, яка з цих двох математично можливих позитивних глибин встановиться в дійсності в кожному конкретному випадку, буде розглянуто далі. Питомій енергії перерізу \mathcal{E}_{\min} відповідає тільки одна глибина h_k , а руху рідини у відкритому водотоці з \mathcal{E} меншим, ніж \mathcal{E}_{\min} , взагалі не буває, тому що при такому \mathcal{E} не може встановитись будь-яка глибина.

У своїй пізнійшій роботі²⁾ Б. А. Бахметев надав графікові $\mathcal{E}h$ функції \mathcal{E} інший, зручніший вигляд (рис. 3); на ньому глибини h займають природне вертикальне положення.

Графік, поданий на рис. 3, коротко будемо називати графіком $\mathcal{E}h$. Цей графік особливо зручний для дослідження течії у прямокутних руслах сталої ширини і з сталим q . У випадку

¹⁾ Подробиці див. у цитованій роботі Б. А. Бахметева чи якомуньбудь курсі гідравліки; особливо докладно питання це розглянуто в роботі: P. Vöss, „Be-rechnung der Wasserspiegellage“, Forschungsarbeiten, N. 284, 1927.

²⁾ B. A. Bakhmeteff, Hydraulics of open channels, New-York and London, 1932. Є російський переклад: Б. А. Бахметев, Гидравлика открытых русел, 1934.

перерізу довільної форми графік $\mathcal{E}h$ треба будувати за формулою (2):

$$\mathcal{E} = h + \alpha \frac{Q^2}{2g\omega^2}, \quad (2)$$

розглядаючи ω як функцію глибини h . Вигляд графіка для звичайних перерізів відкритих водотоків, що розширюються догори нагадує графік $\mathcal{E}h$ для прямокутного перерізу. Щоб уникнути помилок треба підкреслити, що для русел непрямокутних перерізів зв'язки між h_k і \mathcal{E}_{\min} будуть інші, ніж для прямокутних.

Для тих випадків прямокутних русел, коли ширина водотоку змінюється, дуже зручним може виявитись графік рівняння (2), запропонований А. Кохом¹⁾; цей графік (рис. 4) дає залежність q від h при сталому \mathcal{E} ; його можна коротко називати графіком qh . І з цього графіка бачимо, що тій самій витраті q і, звичайно, тій самій питомій енергії перерізу \mathcal{E} відповідають дві глибини — одна більша за h_k , а друга менша за h_k . Тільки витраті q_{\max} відповідає (при певному значенні \mathcal{E}) одна глибина, а саме критична.

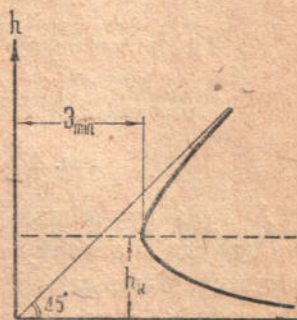


Рис. 3

Графік А. Коха дає змогу легко зробити такий висновок, яким користуватимемось далі. Коли стиснювати бурхливий ($h < h_k$) водотік з боків, то глибина h зростає швидше, ніж витрата q , яка збільшується обернено пропорціонально ширині B ; тому швидкість у таких звужених ділянках бурхливого водотоку зменшується порівнюючи з незвуженими. Зворотний висновок можна зробити для спокійних течій ($h > h_k$). Обидва ці висновки зроблені для випадку, коли \mathcal{E} на ділянках з різними ширинами те саме. Графік А. Коха навряд чи припускає узагальнення на довільні перерізи, принаймні узагальнення більш зручне.

¹⁾ А. Кох—М. Карстанъен, Основы практической гидродинамики, 1933. Переклад частини книги: А. Koch—М. Carstanjen, Über die Bewegung des Wassers, Berlin, 1926.

В деяких випадках зручно можна користуватись графіком рівняння (2), яке дає залежність q від \mathcal{E} при сталому h . Такий графік $q\mathcal{E}$ подано на рис. 5; це буде одна вітка параболи.

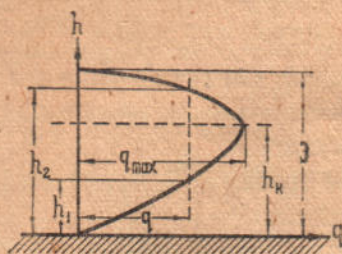


Рис. 4

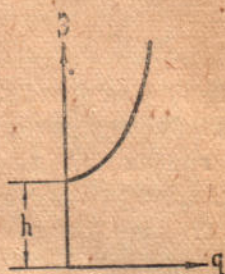


Рис. 5

Але найзручнішою була б, мабуть, номограма рівняння (2), яка давала б взаємну залежність \mathcal{E} , q і h , при чому всі вони є змінними. Така номограма подана на рис. 6. Вона заміняє усі три графіки і при тому для найможливіших сполучень \mathcal{E} , q і h . Було б корисно побудувати аналогічні діаграми і для інших форм перерізів водотоків, крім прямокутного і насамперед для русел трапецоїдального перерізу.

Нарівні з залежностями між \mathcal{E} , q і h (чи в більш загальному випадку \mathcal{E} , Q і h) велике значення має ще, як вже зазначалось, графік, який подає зміну питомої енергії перерізу вздовж водотоку (рис. 7). Для побудовання його треба в певній кількості перерізів вздовж потоку до глибини h кожного перерізу

додавати величину $\alpha \frac{v^2}{2g}$, яка відповідає середній швидкості v у цьому ж перерізі; α — коректив на нерівномірний розподіл швидкостей по перерізу. Сполучивши одержані точки плавкою кривою, одержимо „лінію енергії“ AB чи „градієнт енергії“; лінію AB можна було б назвати ще графіком $\mathcal{E}s$, тому що по осі абсцис, яка збігається з лінією дна, відкладаємо від певного початку координат відстані s , які визначають положення різних перерізів. Назва „градієнт енергії“ для лінії AB пояснюється тим, що вона дає втрату енергії h_w на будь якій ділянці водотоку. Це стане ясным, коли визначимо для якихнебудь двох перерізів (рис. 7) енергії

$$E = H + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad \text{і} \quad E_1 = H_1 + \alpha \frac{v_1^2}{2g},$$

віднесені до однієї і тої самої довільної горизонтальної площини OO . Тоді зауважуємо, що $h_w = E - E_1$. Але тим часом як енергія E водотоку, яку ми відносимо до тої самої горизонтальної площини вздовж усього потоку, весь час зменшується вниз по течії, питома енергія перерізу \mathcal{E} вздовж водотоку може залежно від обставин і зменшуватись і збільшуватись (на рис. 7 вона саме збільшується). Великою перевагою питомої енергії пере-

різу $\mathcal{E} = h + \alpha \frac{v^2}{2g}$, порівнюючи з звичайною питомою енергією, є

при розв'язанні дуже великої кількості питань гідравліки відкритих водотоків та обставина, що в \mathcal{E} не входить довільна висота z , величина якої залежить від вибору нульової площини OO .

Зауважимо, що лінія $\mathcal{E}s$ (градієнт енергії) при рівномірному русі рідини у відкритому руслі йде паралельно дну. У тому випадку, коли нерівномірний рух відбувається з глибиною h , більшою, ніж глибина h_n рівномірного руху (рис. 7 і 8), швидкість v при цьому нерівномірному русі буде менша проти швидкості v_n рівномірного руху; але при меншій швидкості одержимо і менші втрати енергії, зменшиться спад (h_w) лінії $\mathcal{E}s$ порівнюючи з спадом аналогічної лінії при рівномірному русі $\mathcal{E}_n s$; інакше кажучи, лінія $\mathcal{E}s$ при глибинах більших, ніж нормальна, йде більш пологісто, ніж $\mathcal{E}_n s$. Навпаки у випадку руху рідини з глибиною h меншою, ніж нормальна глибина h_n (рис. 9), швидкість нерівномірного руху v буде більше швидкості рівномірного руху; тому і втрати енергії на тертя будуть більші, ніж при рівномірному русі; отже лінія енергії $\mathcal{E}s$ нерівномірного руху піде крутіше, ніж лінія енергії рівномірного руху.

Загалом вода при тій самій витраті у певному призматичному руслі з сталою шорсткістю рухається з тим більш пологім градієнтом, чим більша глибина потоку і навпаки.

Викладене вище можна застосувати до аналізу кривих поверхень води при нерівномірному русі рідини у відкритих призматичних руслах. Розглянемо криву підпору у першій зоні спокійного водотоку (рис. 10). У цьому випадку змінна глибина h більша за нормальну глибину h_n . Градієнт енергії для нерівномірного руху повинен, отже, йти більш пологісто, ніж градієнт $\mathcal{E}_n s$ для рівномірного руху. Доведемо, насамперед, що лінія енергії $\mathcal{E}s$ і крива підпору не може перетнути відповідно лінію енергії $\mathcal{E}_n s$ і поверхню рівномірного руху навіть і під дуже малим кутом. Для доведення припустимо, що $\mathcal{E}s$ перетинає

\mathcal{E}_{ns} в якомунебудь перерізі AA' (рис. 11). Тоді перед цим перерізом з лівого боку питомій енергії перерізу, меншій, ніж \mathcal{E}_n , буде, очевидно, для спокійної течії відповідати глибина менша, ніж h_n . Але при глибині меншій, ніж h_n^2 , лінія енергії перед перерізом AA' повинна була б іти крутіше, ніж \mathcal{E}_{ns} , тобто зроблене

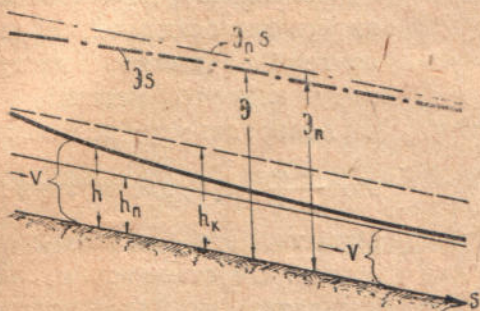


Рис. 8

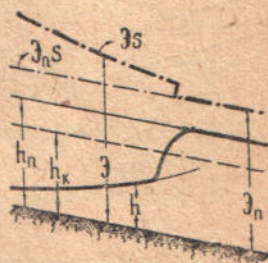


Рис. 9

припущення приводить до суперечності. Отже приходимо до висновку, що градієнт енергії $\mathcal{E}s$ (рис. 10) нерівномірного руху може наближатися до градієнта енергії рівномірного руху вгору проти течії тільки асимптотично. Точно так само і крива підпору (як

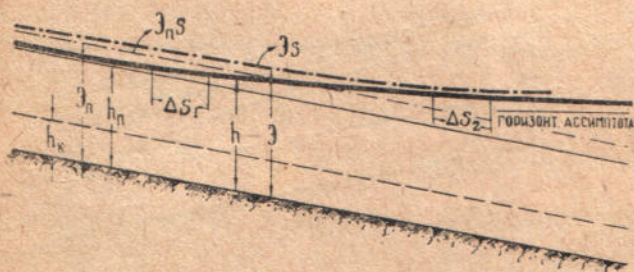


Рис. 10

і інші криві) асимптотично наближається до поверхні рівномірного руху. Вниз по течії $\mathcal{E}s$, очевидно, віддаляється від \mathcal{E}_{ns} , а крива підпору віддаляється від поверхні рівномірного руху. При збільшенні глибини h зменшуються втрати; при $h = \sim$ втрати дорівнюють нулеві і отже $\mathcal{E}s$ на нескінченності розміщується горизонтально, зливаючись з кривою підпору, тобто ми бачимо, що крива підпору має вниз по течії горизонтальну

асимптоту. Далі, беручи на увагу, що спад лінії $\mathcal{E}s$, отже і спад кривої підпору на елементі Δs_2 менший, ніж на розміщеному вище елементі Δs_1 (довжини Δs_1 і Δs_2 взяті однакові), переконуємось, що крива підпору в першій зоні спокійного водотоку може бути тільки угнутою¹⁾.

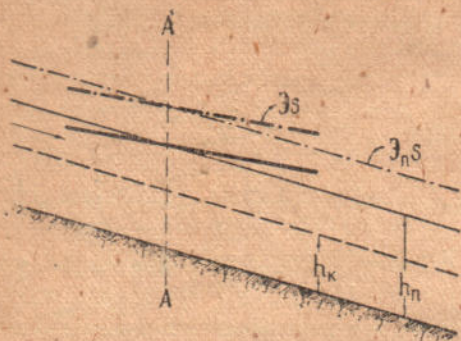


Рис. 11

Ще інакше можна висловитись так: спад поверхні вниз по течії на кожному наступному елементі менший, ніж на попередньому; це означає, що $\frac{d^2h}{ds^2} < 0$; але остання нерівність і означає, що крива вгнута. Це стане ясним, коли нагадати, що для пологих кривих кривизна $\frac{1}{\rho}$ приблизно

дорівнює $\frac{d^2h}{ds^2}$; знак мінус при $\frac{1}{\rho}$ означає угнутість.

Дослідимо ще криву в другій зоні спокійного водотоку (рис. 12). У цьому випадку одержуємо криву спаду $A'B'$, при

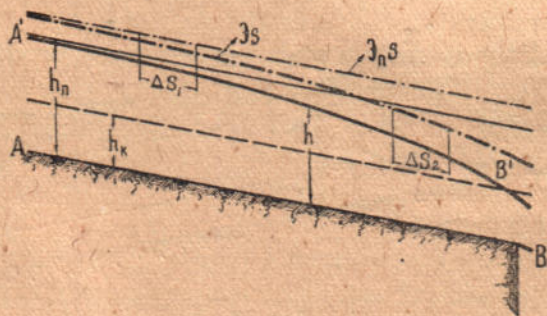


Рис. 12

чому співвідношення між нормальною глибиною h_n , критичною глибиною h_k і змінною глибиною h очевидно таке:

$$h_n > h > h_k$$

¹⁾ Зауважимо, що глибини в спокійних течіях збільшуються трохи швидше, ніж питома енергія перерізу; у цьому легко можна переконатись з графіка $\mathcal{E}h$.

Лінія енергії нерівномірного руху \mathcal{E}_s повинна йти нижче і крутіше, ніж \mathcal{E}_{ns} . Далі легко можна було б довести знову, що крива спаду не може перетнути поверхню рівномірного руху, а тільки асимптотично наближається до цієї поверхні вгору проти течії. Доведення цілком аналогічне наведеному вище доведенню для кривої підпору. Порівнюючи далі спад на ділянках кривої Δs_1 і Δs_2 переконуємось, що крива спаду опукла.

Доведемо ще, що крива спаду (як і інші криві) повинна наближатись до лінії критичних глибин під великими кутами, круто. Справді, при глибинах, близьких до критичної, навіть невеликій зміні питомої енергії перерізу (див. рис. 2) відповідає значна зміна глибин, а це й означає, що криві поверхень води, наближаючись до лінії критичних глибин, повинні йти дуже круто.

Цілком аналогічно можна було б проаналізувати і інші форми кривих підпору і спаду. Цей аналіз, маючи більшу конкретність, може, в усякому разі, доповнити звичайний чисто математичний аналіз кривих поверхень води.

§ 2. Загальний принцип нерівномірного руху рідини у відкритих водотоках і спорудах на них

Загальний принцип нерівномірного руху рідини у відкритих водотоках спробуємо одержати спочатку як висновок з відомих фактів гідравліки, як певне узагальнення; проте цей висновок не можна вважати цілком переконливим і тому в дальшому згаданий загальний принцип буде одержаний з другого принципу термодинаміки, як висновок з нього.

Почнемо з такого найпростішого випадку. Нехай призматичне русло водотоку перегороджене спорудою у вигляді греблі, верхня частина якої являє собою водозлив з широким, спереду добре закругленим порогом (рис. 13). Розглядаючи рух води через водозлив, не будемо покищо звертати увагу на втрати енергії на водозливі і на викривлення струмини при вході на водозлив. При цих умовах недалеко від кінця водозливу встановиться, як відомо, критична глибина¹⁾, отже, і питома енер-

¹⁾ Наявність критичної глибини на водозливі приймається тут покищо як факт більш-менш точно встановлений досвідом. Нижче це питання буде висвітлене з теоретичного погляду.

гія перерізу \mathcal{E}_{\min} , що відповідає їй. Таку ж величину при викладених тількищо умовах матиме питома енергія перерізу при вході на водозлив, але вона вже складається з H і $\alpha \frac{v_1^2}{2g}$. Переходячи далі до перерізу B одразу ж перед порогом, доведеться

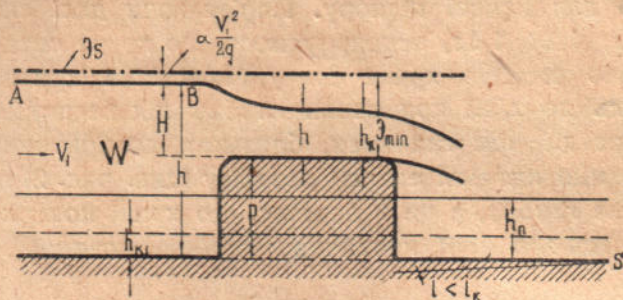


Рис. 13

питому енергію перерізу виміряти вже від дна водотоку і тому енергія ця буде тут:

$$\mathcal{E}_B = p + H + \frac{v_1^2}{2g} = p + \mathcal{E}_{\min}$$

Коректив α вважаємо рівним одиниці.

Енергія \mathcal{E}_B перед водозливом вже не є критичною енергією \mathcal{E}_{\min} для перерізу B ; звичайно \mathcal{E}_B значно перевищує \mathcal{E}_{\min} ; але ясно, що \mathcal{E}_B є найменшим можливим при даних умовах значенням питомої енергії перерізу в перерізі B ; з меншою енергією рух рідини до водозливу, а далі через нього не міг би відбуватись. Але й більшої, ніж \mathcal{E}_B , питомої енергії перерізу при звичайних умовах перед водозливом не буває. Тому можна вважати встановленим, що перед водозливом рідина рухається з можливо малою питомою енергією перерізу \mathcal{E}_B . Насправді \mathcal{E}_B буде трохи більше, ніж $p + \mathcal{E}_{\min}$; до цієї суми треба додати ще втрати енергії h_w на порозі, але це не змінює того положення, що \mathcal{E}_B має можливо мале значення. Тепер вже не важко буде погодитись, що в перерізах, які передують перерізові B , крива підпору AB розміститься так, що змінна питома енергія перерізу матиме можливо меншу, але, звичайно, цілком певну величину для кожного розглядуваного перерізу.

Коли на „спокійному“ водотоці замість водозливу з широким порогом матимемо перепад (рис. 14), то перед ним встановиться крива спаду AB , наприкінці якої в перерізі B знову матимемо критичну глибину h_k і питому енергію перерізу \mathcal{E}_{\min} ; отже і в попередніх перерізах питома енергія перерізу буде найменша можлива для кожного перерізу.

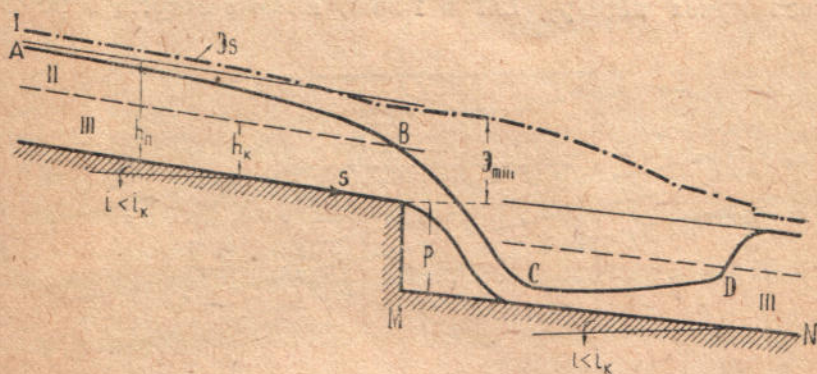


Рис. 14

Розглянемо ще криву підпору у III зоні спокійного водотоку (рис. 14 — права частина), яку одержимо, наприклад, після перепаду вниз від стиснутого перерізу C ; питома енергія перерізу тут (приблизно) дорівнює $p + \mathcal{E}_{\min}$. Ясно, що менше цієї суми питома енергія перерізу в перерізі C при даних умовах не може бути; зауважимо, що ми тут не звертаємо уваги на невеликі втрати енергії при падінні струмни, а також на невеликий спад дна від стінки до перерізу C .

Але коли у вихідному перерізі C питома енергія перерізу можливо мала, то й далі вздовж кривої підпору CD питома енергія перерізу, поступово зменшуючись, скрізь буде можливо мала. Ми розглянули усі три можливі в призматичних руслах спокійних водотоків криві — криву підпору в I зоні, криву спаду в II зоні і криву підпору в III зоні. Вздовж цих кривих питома енергія перерізу можливо мала, при чому цей факт ми обґрунтували тою обставиною, що в певних місцях ця енергія досягає значення найменшого мислимого чи „критичного“ значення — \mathcal{E}_{\min} . Але не важко погодитись, що коли б ці ж криві були одержані в результаті якихнебудь інших причин, вони б самі і взагалі всі властивості потоку вздовж кривих від цього не

токів з зворотним похилом $i < 0$, а також і для водотоків з непризматичним руслом, покищо обмежуючись в останньому випадку руслами з плавкими відхиленнями від призматичності.

Зауважимо ще, що вільна поверхня води у водотоці (без різких відхилень русла від призматичності) характеризується завжди одною чи кількома з зазначених вище кривих.

На основі викладеного можна тепер висловити таке загальне положення: „в усякому відкритому водотоці з нерозмивним руслом і без різких відхилень останнього від призматичності рух води встановлюється такий, при якому питома енергія перерізу \mathcal{E} в будьякому перерізі матиме найменше можливе для цього перерізу значення“¹⁾. Проте

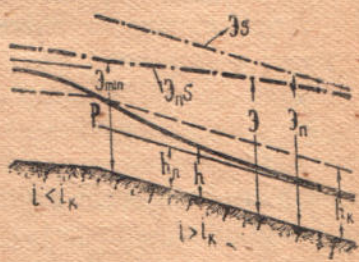


Рис. 16

тут же треба підкреслити, що це значення не буде загалом кажучи дорівнювати \mathcal{E}_{min} ; навпаки, \mathcal{E}_{min} і відповідна йому критична глибина встановлюються, як правило, тільки в небагатьох певних перерізах водотоку. Далше зауваження щодо загального положення полягає в тому, що це положення не є досить певним і зручним для користування; крім того загальне положення в розглядуваній формі не висуває тої важливої обставини, що питома енергія перерізу (отже і глибина) в будьякому перерізі залежить від умов руху і значень \mathcal{E} на сусідніх з цим перерізом ділянках водотоку.

З зазначених причин загальну теорему щодо руху рідини у відкритих водотоках треба сформулювати так: „для заданих умов повільно змінного руху²⁾ рідини у відкритому водотоці з нерозмивним руслом вільна поверхня рідини (тобто глибини, а разом з тим і швидкості в кожному перерізі) встановиться

¹⁾ Цікаво відзначити, що аналогічним міркуванням про мінімум питомої енергії (але не перерізу) користується Н. Lorenz (Technische Hydromechanik, München u. Berlin, 1910, с. 69—70) при розгляді питання про стійкість ламінарного руху при швидкостях менших за критичну і турбулентного — при швидкостях більших за критичну. Але в застосуванні до цього питання таке міркування більш-менш значних результатів не дало, очевидно тому, що в цей час ще не було змоги прикласти зазначені міркування досить конкретно.

²⁾ Застосування цієї теореми до випадків, коли умова повільної змінності течії не виконується, буде розглянуто нижче.



так, що площа між дном і лінією енергії \mathcal{E}_s (градієнтом енергії) матиме найменше значення". Загальне положення у цьому формулюванні ще трохи ширше, ніж у попередньому, і наведений вище висновок ще більшою мірою не можна вважати для нього більш-менш точним. Проте таким способом мабуть найлегше прийти до наведеного загального положення чи теореми, як до дуже широкого узагальнення ряду добре відомих у гідравліці фактів.

Щодо теоретичного обґрунтування висловленої теореми, то його слід шукати в застосуванні до руху рідини у відкритих водотоках другого закону термодинаміки. Це стане яснішим, коли пригадаємо, що вирішальне значення в процесах руху реальної рідини у відкритих водотоках мають „втрати енергії“ на тертя і „місцеві втрати енергії“. Під втратами енергії треба, звичайно, розуміти ті кількості гідравлічної (тобто механічної) енергії, які на даній ділянці переходять у тепло. Заперечення, які бувають іноді з аналогічних питань, сходять до того, що не було зроблено дослідів, які ствердили б перехід механічної енергії в тепло, наприклад, в гідравлічному стрибку¹⁾. Але це міркування не можна визнати переконливим, тому що кількості тепла, які одержуються з механічної енергії, дуже малі в звичайних умовах і вже з одної цієї причини важко спостерігати відповідне підвищення температури. Справді, підвищення температури води на 1°C вимагало б втрати напору в 427 м, а таких втрат на коротких ділянках не трапляється.

На основі сказаного і відповідно до найбільш поширених поглядів слід вважати, що рух реальних рідин у відкритих водотоках є процес не тільки механічний, але й тепловий, термодинамічний.

Тому і при тих умовах, при яких нам на практиці доводиться розглядати рух рідини у відкритих водотоках, до цього процесу руху можна прикласти в тій чи іншій формі другий закон термодинаміки.

Отже, можемо прийти до висновку, що з можливих при даних умовах форм руху у відкритих водотоках встановиться та форма, яка зв'язана з утворенням можливо швидше і можливо більшої кількості тепла за рахунок гідравлічної енергії водотоку. Тут треба ще трохи уточнити сказане. Водотік має тен-

¹⁾ Див. А. В. Грицук, Механізм и теория прыжка потока жидкости, 1932.

денцію якнайшвидше витратити зайву енергію; тому у водотоці там, де в нього є зайва енергія (наприклад, у нижньому б'єфі споруд), встановлюється з енергетично можливих та форма руху, при якій втрати енергії будуть максимальні, тобто встановлюється бурхлива течія з водяним стрибком—часто затопленим. Іншу картину матимемо там, де енергію треба запасти, наприклад, перед греблями.

Але в такому разі рух рідини у відкритому водотоці (і в спорудах на ньому) повинен відбуватись з можливо малою питомою енергією взагалі, отже, і з можливо малою питомою енергією перерізу.

Коли погодитись з цим міркуванням, то тоді і теорію водозливу з широким порогом і теорію нерівномірного руху у відкритих водотоках і спорудах на них можна розглядати як висновки з тільки що сформульованого загального положення про мінімум площі між лінією енергії і дном водотоку.

Таким чином різноманітні явища нерівномірного руху рідини у відкритих водотоках і в спорудах на них можна буде висвітлити з одної загальної точки зору.

Найбільше наближаються до сформульованого тількищо положення висловлювання Р. Вёсс-а¹). Проте близькість ця є тільки зовнішньою, бо Р. Вёсс має на увазі перерізи водотоку, в яких встановлюються h_k і \mathcal{E}_{\min} так само, як це мав на увазі і Б. А. Бехметев, обґрунтовуючи теорію водозливу з широким порогом, а також і А. Кох в зазначеній вище його роботі. Але ці автори не дають більш-менш достатніх пояснень навіть і для факту встановлення критичних глибин h_k і \mathcal{E}_{\min} в певних перерізах водотоків.

Раніше, ніж перейти до деяких прикладів застосування теорема про найменшу площу між градієнтом енергії і дном, зробимо з приводу цієї теорема ще одне істотне зауваження. Справа в тому, що для цієї площі не вказується будь-яких границь по довжині водотоку; тому від сформульованої теорема може утворитись враження певної невизначеності. Але така невизначеність відповідає самій природі руху рідини у відкритих водотоках, тому що рух на будь-якій ділянці, загалом кажучи, залежить від умов руху на найближчих до нього ділянках; рух на цих найближчих ділянках залежить від руху на

¹) Цитована вище робота, с. 35.

більш віддалених і т. д. Ось оцю взаємну залежність руху на ділянках водотоку і виражає теорема про мінімум площі. Зрозуміло, що через це не можна дати загальних вказівок, у яких межах слід брати площу. В окремих же випадках часто можна знайти такі перерізи, які при розгляді руху на певній ділянці можна прийняти за границі для площі між градієнтом енергії і дном — іноді з обох, а іноді тільки з одного кінця. Але й відсутність таких границь (наприклад, для кривої підпору в I зоні спокійного водотоку в напрямі вгору проти течії) не може бути перешкодою для застосування теорема, як це буде видно з дальшого.

Як дуже прості і наочні приклади безпосереднього застосування одержаної загальної теореми розглянемо рух води в каналах з перепадами на них. Треба відрізнити водотоки „спокійні“, в яких нормальна глибина h_n більша, ніж критична глибина h_k , і „бурхливі“, в яких $h_n < h_k$. Розглянемо спочатку течію води перед перепадом у спокійному водотоці (рис. 14 — ліва частина). Тут матимемо, як це добре відомо з досліду, криву спаду AB у II зоні, при чому на перепаді встановлюється критична глибина h_k , отже, і відповідна їй питома енергія перерізу \mathcal{E}_{\min} при умові, звичайно, що рівень води в нижньому б'єфі розміститься досить низько, щоб не підпірати струмину на перепаді. Тут власне лишається тільки з'ясувати, чому критична глибина h_k і \mathcal{E}_{\min} можуть встановитись тільки на самому перепаді⁴⁾, а не вище проти течії.

На перший погляд може здатись, що коли б критична глибина і питома енергія перерізу \mathcal{E}_{\min} встановились у будьякому перерізі вище перепаду, то градієнт енергії \mathcal{E}_s розмістився б нижче, і площа між ним і дном стала б менша, отже, саме це повинно б статись. Проте дуже прості міркування показують, що це не може мати місця. Найпростіше це доводиться від супротивного. Справді, припустимо, що в перерізі C (рис. 17), вище перепаду, встановилась глибина h_k . Тому що ця глибина менша проти нормальної глибини h_n , градієнт енергії \mathcal{E}_s піде крутіше, ніж дно, і тому за перерізом C повинна була б встановитись питома енергія перерізу \mathcal{E} менша, ніж \mathcal{E}_{\min} , а це неможливо.

⁴⁾ Це вірно, проте, тільки при умові, що перед перепадом не буде ділянки з дуже малою шорткістю, на якій при тому ж похилі могла б мати місце нормальна глибина h_n менша, ніж h_k ; з цього приводу див. § 10 цієї роботи.

Отже градієнт енергії \mathcal{E}_s не може розміститись у розглядуваному випадку нижче, ніж це показано на рис. 14, на якому h_k показано як встановлене на перепаді.

Чому ж тут на перепаді в перерізі B водотік може текти з питомою енергією перерізу \mathcal{E}_{\min} протилежно до перерізів, розміщених вище? Пояснення полягає в тому, що до вільної струмини, яка падає у нижній б'єф, нашої теореми прикласти не можна, а після падіння струмини в руслі за перепадом питому енергію перерізу треба відлічувати вже від дна MN , отже, одразу ж за перепадом величина Π буде вже не \mathcal{E}_{\min} , а $\mathcal{E}_{\min} + \rho$. Таким чином ми бачимо, що площа між \mathcal{E}_s і дном для розглядуваного випадку при русі, як це спостерігається в дійсності, має справді можливо мале значення. Ця площа обмежується справа, коли розглядати тільки верхній б'єф, перерізом B , а з лівого боку теоретично вона простягається на нескінченність.

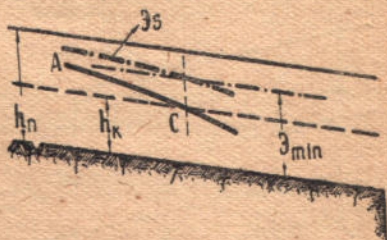


Рис. 17



Рис. 18

Цілоком іншу картину руху матимемо в бурхливому водотоці з перепадом (рис. 18). У цьому випадку за допомогою нашої теореми легко доведемо, що рівномірний рух рідини, який був би у водотоці при відсутності перепаду, не порушиться останнім, тобто рух лишитьися рівномірним до перерізу B біля перепаду. Доводиться це знову таки найлегше від супротивного.

Припустимо, що в перерізі B встановиться глибина h менша проти нормальної h_n . При бурхливій течії меншій глибині відповідає, як це було з'ясовано в § 1, більша питома енергія перерізу; інакше кажучи, зменшення глибини в перерізі B , яке може здатись дуже природним за аналогією з перепадом на спокійному водотоці, не може мати місця, бо таке зменшення

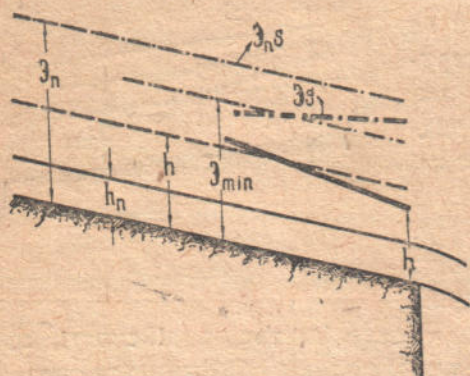


Рис. 19

глибини спричинило б підняття лінії енергії і збільшення площі між нею і дном порівнюючи з відповідною площею при рівномірному русі. Доведемо також, що на перепаді не може встановитись глибина, більша за нормальну. Справді, більшій глибині відповідає при бурхливій течії не тільки менша питома енергія перерізу, а й менш крутий градієнт енергії

(рис. 19) \mathcal{E}_s . Але більш пологий градієнт поступово наближається до дна в напрямі проти течії. Завдяки цьому питома енергія перерізу \mathcal{E} повинна була б одержати значення менші, ніж \mathcal{E}_{\min} , а це, звичайно, неможливо. Ось чому градієнт енергії \mathcal{E}_s в розглядуваному випадку не може спуститись в більш низьке положення, ніж те, яке відповідає рівномірному рухові. В результаті приходимо до висновку, що \mathcal{E}_s і є такий градієнт, який для бурхливого водотоку з перепадом дає з дном можливо малу площу і тому до самого перепаду матимемо рівномірний рух.

Як дальший приклад безпосереднього застосування загального принципу розглянемо протікання мостового отвору спокійною рікою.

Для спрощення міркувань живі перерізи потоку приймемо за прямокутні і припустимо покищо, що стояни мають настільки зручнообтічну форму, що місцевих втрат енергії немає, а втрати на тертя в споруді вважатимемо приблизно такими самими, як і на ділянці з рівномірним рухом. Треба буде розглянути два випадки: а) питома енергія перерізу \mathcal{E}_{\min} між стоянами (рис. 20) менша за \mathcal{E}_n і в) $\mathcal{E}_{\min} > \mathcal{E}_n$.

а) Коли $\mathcal{E}_{\min} < \mathcal{E}_n$ і втрати в споруді припускаються приблизно такі самі, які ми мали б при відсутності її, то споруда не впливатиме, очевидно, на водотік ні перед спорудою, ні за нею, тому що градієнт $\mathcal{E}_n s$ (рис. 20) від наявності споруди не зміниться.

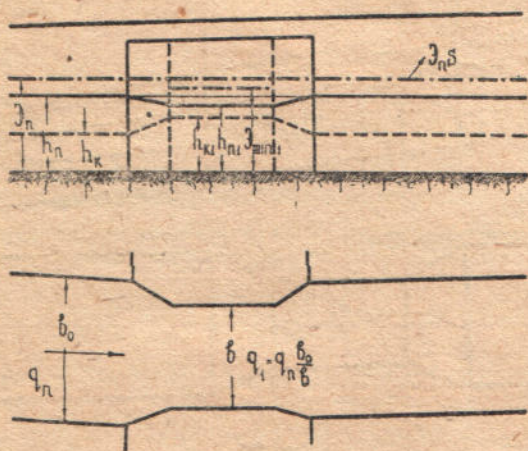


Рис. 20

Між стоянами ж ми повинні одержати зниження рівня, як легко в цьому переконалися, застосувавши графік qh (рис 21); витрати q_1 відповідають дві глибини h_1 і h_2 — обидві менші, ніж h_n ; розв'язати питання про те, яка ж з них фактично встановиться, можна таким способом. Коли під мостом встановилася б менша з можливих глибин h_2 , то там утворилася би дуже велика швидкість, завдяки чому були б і великі втрати енергії. Щоб покрити ці втрати, водотік повинен був би значно збільшити свою енергію перед спорудою; це означало б, що градієнт енергії перед спорудою утворив би з лінією дна не найменшу можливу площу, а це в свою чергу суперечило б висловленому вище загальному принципу. Тому під мостом може при прийнятих умовах встановитись тільки глибина h_1 — трохи менша, ніж h_n , але більша, ніж h_k .

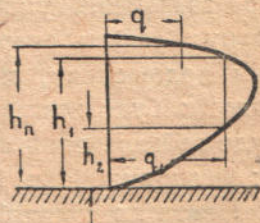


Рис. 21

Цілком аналогічну задачу розглядає проф. І. Г. Есьман у своєму курсі гідравліки ¹⁾.

Знайшовши для свого прикладу глибини h_1 і h_2 (у позначеннях цього прикладу) проф. І. Г. Есьман каже: „при рівноможливих двох положеннях горизонту рідина встановиться на

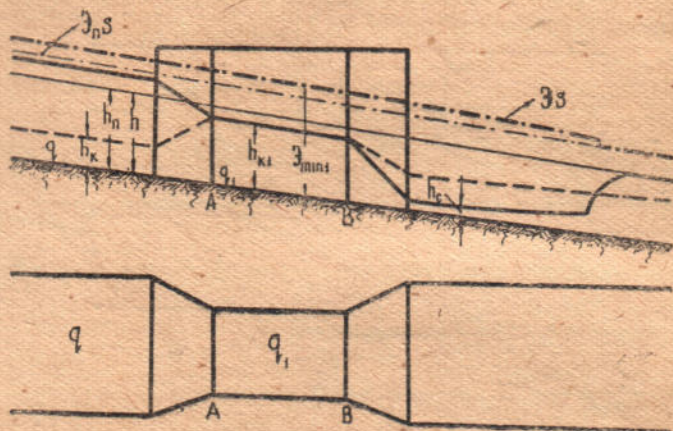


Рис. 22

нижчому, що виключає перше розв'язання“. З попереднього ясно, що це міркування помилкове ²⁾.

в) Розглянемо далі той випадок, коли $\mathcal{E}_{\min} > \mathcal{E}_n$ (рис. 22), при чому і тут прийемо, що втрати в споруді лишаться приблизно такі самі, які були б вони, коли б споруди не було. При зазначеній умові ріка повинна запасти перед спорудою певну кількість енергії. Але, користуючись висловленням загальним положенням, можна стверджувати, що перед спорудою водотік буде запасати як можна менше енергії і таким чином буде забезпечений мінімум площі між градієнтом енергії і дном як у споруді, так і перед нею і за нею.

Проте на ділянці під мостом водотік може рухатись з питомою енергією перерізу в усякому разі не меншою, ніж \mathcal{E}_{\min} . Звідси і робимо висновок, що під мостом встановиться рух

¹⁾ І. Г. Есьман, Гидравлика, 1930, с. 98; у дальшому виданні розв'язання те саме.

²⁾ Приклад, що його наводить проф. І. Г. Есьман, розглянуто докладніше в статті автора „Нерівномірний рух течива“..., Вісті науково-дослідного Інституту водного господарства України, т. IV, ч. 1, с. 45.

з питомою енергією перерізу \mathcal{E}_{\min} і відповідною їй глибиною $h_{к1}$. Питома енергія перерізу одразу ж перед спорудою дорівнюватиме тій самій величині, \mathcal{E}_{\min} , що й у споруді. Останнє твердження було б цілком вірним тільки при умові, що новий градієнт \mathcal{E}_s в межах споруди хоч і розміститься вище, ніж градієнт $\mathcal{E}_n s$ для водотоку в побутовому його стані, але похил його лишиться той самий; це й матиме місце при зробленому вище припущенні щодо втрат у споруді.

Врахуємо тепер, що \mathcal{E}_{\min} не дорівнюватиме питомій енергії перерізу $\mathcal{E}_n \min$, яка відповідає критичній глибині h_k водотоку в побутовому стані. Звичайно матимемо $\mathcal{E}_n \min < \mathcal{E}_{\min}$. Співвідношення глибини і питомих енергій пере-

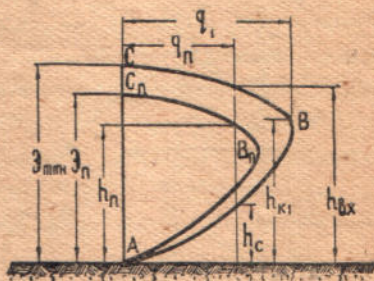


Рис. 23

різу найкраще з'ясовуються з рис. 22 і 23. З них бачимо, що питома енергія перерізу однакова як при вході в споруду, так і при виході з неї, а саме, вона дорівнює \mathcal{E}_{\min} . Тому для дослідження руху і при вході в споруду і при виході з неї треба застосовувати не діаграму $AB C_n$, побудовану для умов рівномірного руху, а діаграму ABC для питомої енергії перерізу \mathcal{E}_{\min} ; витрату ж на одиницю ширини треба брати вже не q_1 (в споруді), а q (нормальну витрату). Витраті q відповідають на діаграмі $q_1 h$ дві глибини — більша h_{ox} і менша h_c .

Тепер і треба розв'язати питання, яка саме з цих двох глибин встановиться у розглядуваних перерізах при вході і при виході. Покажемо спочатку, що при виході встановиться обов'язково менша з двох можливих глибин, а саме h_c .

Зауважимо, що потік виходить з споруди з питомою енергією перерізу \mathcal{E}_{\min} , більшою, ніж потрібна йому в даних умовах для дальшого руху. Зайва енергія дорівнює $\mathcal{E}_{\min} - \mathcal{E}_n$. Для того, щоб відповідно до основного принципу площа між дном і градієнтом була за спорудою можливо мала, зайва енергія буде витрачена можливо швидше і тому градієнт енергії \mathcal{E}_s за спорудою повинен йти крутіше, ніж $\mathcal{E}_n s$; останнє можливе тільки при швидкостях більших, ніж нормальна швидкість v_n . Більша ж швидкість може встановитись тільки при умові, що в розглядуваному перерізі матимемо глибину меншу, ніж h_n , тобто саме

h_c . Відносно цієї глибини зауважимо, що вона не тільки менша, ніж нормальна глибина h_n , але вона обов'язково менша, ніж h_k , як це ясно з рис. 23. Таким чином за спорудою матимемо течію у III зоні спокійного водотоку; крива підпору закінчиться стрибком, за яким далі буде рівномірний рух. Дуже часто стрибок за спорудою може вийти затоплений.

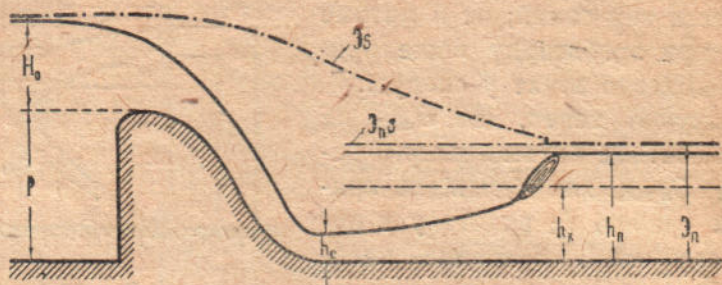


Рис. 24

Перед спорудою водотік повинен запасти енергію $E_{\min} - E_n$, якої бракує йому для проходження через споруду. Для цього перед спорудою повинна встановитись така глибина, при якій втрати енергії будуть можливо малі (в усякому разі менші, ніж при рівномірному русі); такою глибиною з двох можливих є, звичайно, глибина $h_{\text{вх}} > h_n$. Тільки при умові, що втрати перед спорудою будуть можливо малі, площа між E_s і дном на ділянці перед спорудою також буде можливо малою.

З останнього прикладу цілком ясно видно, що не можна говорити про те, що рух завжди відбувається з можливим мінімумом втрат; але не можна говорити також і про те, що рух при всіх умовах відбувається з можливим максимумом втрат.

Як ще один важливий приклад безпосереднього застосування висловленого вище загального принципу, розглянемо питання про глибину h_c (рис. 24) у нижньому б'єфі за греблею. Розглядатимемо потік прямокутного перерізу, як випадок найпростіший і воднораз такий, що найчастіше трапляється на практиці. Звичайно для визначення h_c пишуть рівняння:

$$p + H_0 = h_c + \alpha \frac{q^2}{\varphi^2 2g h_c^2},$$

в якому α — коректив на нерівномірний розподіл швидкостей по перерізу, а φ — коефіцієнт швидкості. Як бачимо, це кубічне

рівняння відносно h_c . Воно має три дійсні корені. Один з них відкидається, тому що він, будучи від'ємним, не має фізичного змісту. З двох додатних коренів один одержується менший за критичну глибину, а другий більший не тільки за критичну глибину h_k , але й за нормальну глибину h_n . У курсах гідравліки про великий додатний корінь звичайно не говорять, ніби його зовсім немає; це, звичайно, принципово неправильно і, крім того, може призвести до непорозумінь. Зазначений факт пояснюється тим, що задовільного теоретичного доведення необхідності відкидання більшого додатного кореня досі й не було. Тим часом з точки зору положення про найменшу площу між градієнтом енергії \mathcal{E}_s і дном ясно, що з двох математично можливих глибин встановиться саме менша, тому що при менших глибинах градієнт енергії \mathcal{E}_s знижується швидше і можливо швидше наближається до градієнта рівномірного руху \mathcal{E}_{ns} . Навпаки, при глибині більшій, ніж h_n , градієнт енергії \mathcal{E}_s за греблю йшов би положистіше, ніж \mathcal{E}_{ns} і віддалявся б від дна.

§ 3. Окремі положення про рух рідини у відкритих водотоках

З наведених прикладів можна було переконатися, що безпосереднє застосування загальної теореми про мінімум площі між поздовжнім профілем дна і лінією енергії водотоку досить складне; тому доцільно вивести з загальної теореми окремі положення, якими зручніше користуватись в окремих випадках, які особливо часто трапляються. Ці положення сформулюємо спочатку для такого водотоку і споруд на ньому, у яких місцевих втрат немає, тобто для такого випадку, коли рух можна вважати повільно змінним; далі ж буде зазначено, як ці положення треба змінити при наявності місцевих втрат енергії.

Зауважимо ще попереду, що з погляду гідравліки роль споруд на водотоку у величезній більшості випадків сходиться до того, що вони стиснують водотік з боків чи знизу, або відразу і з боків і знизу; може, звичайно, трапитись, що, навпаки, у деяких місцях водотік має більшу ширину чи глибину. До певної міри аналогічно звуженням і розширенням на водотік впливають ділянки з збільшеною чи зменшеною шорсткістю.

Умовимось і далі називати „спокійними“ ті водотоки, у яких глибина рівномірного руху h_n більша за критичну їх глибину h_k ,

і „бурхливими“ ті, у яких $h_n < h_k$. Крім водотоку в цілому, розглядатимемо часто нерівномірний рух на окремих ділянках водотску; при певних умовах може статись, що в спокійному загальному водотоці матимемо ділянку з „бурхливою течією“, тобто глибина на цій ділянці h (змінна) буде менша за критичну h_k (крива підпору в III зоні спокійного водотоку); навпаки, у бурхливих водотоках трапляються „спокійні течії“, у яких змінна глибина h більша за h_k (наприклад, крива підпору у I зоні „бурхливих“ водотоків).

Після цих зауважень можемо сформулювати такі положення з тим, що вивід їх з загальної теореми подано буде далі.

1. Споруди на ділянках з спокійними течіями не впливають на водотоки вниз по течії, а на бурхливих ділянках вгору проти течії при умові, що питомої енергії перерізу \mathcal{E}_n водотоку, яку останній мав на місці споруди до влаштування її, досить для проходження через споруду.

При цій же умові вплив споруд відчувається в спокійних течіях тільки вгору від споруд, а в бурхливих навпаки — тільки по течії вниз. Вплив споруд на водотоки в обох зазначених випадках при звичайних довжинах споруд і більш-менш плавких змінах перерізів потоку не може бути значний.

2. Коли питомої енергії перерізу \mathcal{E}_n (див. попереднє положення 1) не вистачає для протікання через споруду, то в найбільш стиснутому перерізі потоку в споруді встановиться рух з $\mathcal{E}_{\min 1}$ і з відповідною критичною глибиною h_{k1} ¹⁾. Енергія, якої бракує для проходження найбільш стисненого перерізу з питомою енергією перерізу $\mathcal{E}_{\min 1}$, запасується водотоком

¹⁾ Коли в споруді є ціла ділянка призматичної форми з найбільш стиснутим перерізом, то при похилі дна на цій ділянці меншому за критичний, критична глибина встановлюється у кінці стисненої ділянки; при похилі ж дна на цій ділянці більшому за критичний, критична глибина встановлюється на початку стисненої ділянки. Те, що h_{k1} і $\mathcal{E}_{\min 1}$ не можуть встановитись у будь-якому проміжному перерізі стисненої призматичної ділянки, легко доводиться від супротивного. Наприкінці стисненої ділянки з спокійною течією h_{k1} і $\mathcal{E}_{\min 1}$ можуть встановитись, тому що у водотоці, який розширюється, h_{k1} і $\mathcal{E}_{\min 1}$ зменшуються.

Точно так само на бурхливій стисненій ділянці h_{k1} і $\mathcal{E}_{\min 1}$ можуть встановитись на початку її, тому що за перерізом з h_{k1} градієнт енергії повинен йти положистіше, ніж дно (глибина за цим перерізом буде хоч і менша за критичну, але більша за нормальну).

перед спорудою, перед якою виникає більш-менш значний підпір. При цьому перед спорудою повинна встановитись спокійна течія, навіть і в тому випадку, коли маємо справу з водотоком, який при відсутності споруди на розглядуваній ділянці мав би бурхливу течію. За спорудою водотік витрачає ту частину енергії, яка потрібна була йому додатково для про-

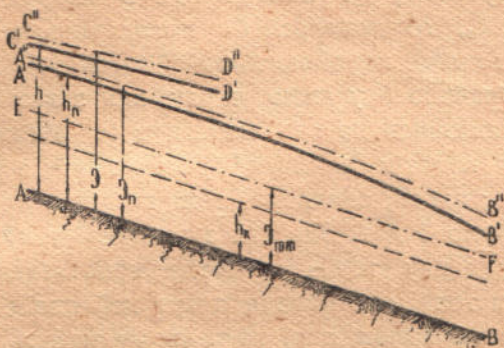


Рис. 25

ходження через найбільш стиснений переріз споруди і яка йому вже не потрібна для руху на ділянці за спорудою. Можливо швидке витрачання енергії здійснюється тут завдяки тому, що навіть у спокійних водотоках встановлюється бурхлива течія і далі стрибок відігнаний чи затоплений. У бурхливих водотоках за спорудою встановлюється крива підпору у III зоні, звичайно без утворення стрибка.

Переходимо до доведення першого положення. Коли спокійний водотік мав досить енергії для протікання через споруду, то за спорудою йому не доведеться переходити в бурхливий стан, щоб витрачати якунебудь зайву енергію і тому течія за спорудою може бути спокійна. Припустимо, що до влаштування споруди на ділянці, розташованій безпосередньо за спорудою, були зазначені на рис. 25 крива поверхня води $A'B'$ і інші умови руху. Покажемо, що вода не може вийти з споруди ні з більшою, ні з меншою, ніж h_n ¹⁾, глибиною. Доведення найкраще вести від супротивного. Припустимо, що водотік вийшов із споруди з глибиною h , більшою, ніж h_n і, звичайно, більшою,

¹⁾ Тут h_n не означає обов'язково нормальну глибину, а ту глибину, яка була б в розглядуваному місці при відсутності споруди.

ніж h_k . Більшій глибині h відповідатиме більша питома енергія \mathcal{E} , при чому відповідний градієнт енергії $C''D''$ йшов би пологіше, ніж градієнт енергії $A''B''$. Але це означало б, що лінія $C''D''$ вниз по течії віддалялась би від цілком можливого градієнта $A''B''$, тобто площа між лінією енергії і дном не була б можливо малою; цього ж не може бути.

Коли припустимо, що вода вийде з споруди з глибиною меншою, ніж h_n , то довелось би погодитись, що відповідний градієнт енергії піде крутіше, ніж лінія $A''B''$, і розміститься під нею. А це означало б у свою чергу, що зазначений градієнт енергії, наближаючись до дна, перетнув би лінію EF і за точкою перетину водотік повинен був би текти з енергією меншою, ніж \mathcal{E}_{\min} ; цього, звичайно, теж статись не може. Аналогічно можна було б далі вивести з основної теореми, що вплив споруди на бурхливу течію не може простягатись вгору від споруди проти течії, але наводити тут цей вивід не будемо.

Щодо другого положення, то в ньому, мабуть, потребує доведення тільки та частина, в якій стверджується, що за спорудою з двох можливих глибин встановиться обов'язково глибина менша, ніж критична; це легко доводиться таким міркуванням: водотік, запасши перед спорудою певну кількість енергії, за спорудою повинен цю запасену енергію можливо швидше витратити, щоб знизити градієнт енергії до нормального, а для цього і повинна встановитись можливо мала глибина і водночас можливо більша швидкість, при якій зайва енергія втрачається якнайшвидше.

Положення про те, що у водотоці з встановленою спокійною течією вплив споруди не поширюється вниз по течії, власне кажучи, вірне (і це треба підкреслити) тільки при зазначеній вже вище умові, що рух повільно змінний ¹⁾).

Щодо першого положення, зауважимо, що його обґрунтують звичайно ²⁾ тою обставиною, що хвилі переміщення у відкритих водотоках на ділянках з бурхливою течією можуть поширюватись тільки вниз по течії, а на ділянках з спокійною течією як вгору проти течії, так і вниз по течії. Таке обґрунтування не можна не визнати занадто штучним, тому що висновки відносно неусталеного руху переносять на рух усталеного.

¹⁾ Щодо різких змін струмнини, поворотів її та ін. див. § 12 цієї роботи.

²⁾ Див., наприклад, P. B ö s s. „Berechnung der Wasserspiegellage“, 1927, с. 5.

ний. Неправильність такого перенесення негайно ж виявляється, бо досить добре відомо, що вплив споруд та ін. у спокійних течіях вниз від них не поширюється, а хвилі переміщення у тому ж напрямі, як вже зазначалось, поширюються. Тому, скористувавшись зазначеним доведенням, мусимо зараз же довести, що воно щодо впливу споруд вниз по течії у спокійних течіях не придатне.

§ 4. Стиснення русла водотоків з плавкими перехідними ділянками

Русла бувають стиснені тими чи іншими спорудами або ж стиснення можуть бути природного походження. Переходи від нестиснених ділянок до стиснених можуть бути плавкі чи різкі; покищо обмежимося дослідженням руху рідини в руслах з плавкими перехідними ділянками між нестисненими і стисненими ділянками. Стиснені ділянки можуть бути досить довгими (наприклад, стиснення будь-якими поздовжніми дамбами) чи короткими (наприклад, мостовими стоянами і биками); про різницю між тими і іншими щодо гідравлічних розрахунків сказано буде далі. Трохи відрізняються гідравлічні розрахунки у випадку стиснення русла з боків і у випадку стиснення знизу. Більш загальним є випадок стиснення русла одночасно і з боків і знизу. Крім того необхідно розглянути перехід від русла певного поперечного перерізу до русла меншого поперечного перерізу (наприклад, при зменшенні ширини чи підняття дна).

Безсумнівний інтерес являє також стиснення течії водотоку зверху; при цьому мають на увазі стиснення не по всій ширині, тому що в противному разі ми вже одержали б рух не у відкритому водотоці; прикладами таких стиснень можуть бути мости плашкоутні, понтовні, судно, що стоїть на водотоці і т. д.

Перехідні ділянки між стисненими і нестисненими частинами русла будемо покищо приймати за порівнюючи короткі.

Розглянемо насамперед рух у випадку стиснення русла зразу і знизу і з боків на ділянці значної довжини. Шорсткість стінок і дна вздовж усього водотоку вважатимемо тут (і далі в цьому параграфі) однаковою. Похил дна на ділянках з призматичним руслом вважаємо постійним і однаковим (ділянки AB , CD і EF рис. 26). Інші похили маємо при стисненні водотоку знизу на перехідних ділянках BC і DE . Розглянемо спочатку стиснення

спокійного водотоку. При розгляді задач дуже корисно насамперед викреслити для ділянок, де це можливо, лінію поверхні рівномірного руху, розміщену від дна на відстані нормальних глибин h_n або h_{n1} ; далі корисно викреслити лінію критичних глибин (штрихова лінія), що перебуває від дна на відстані, яке

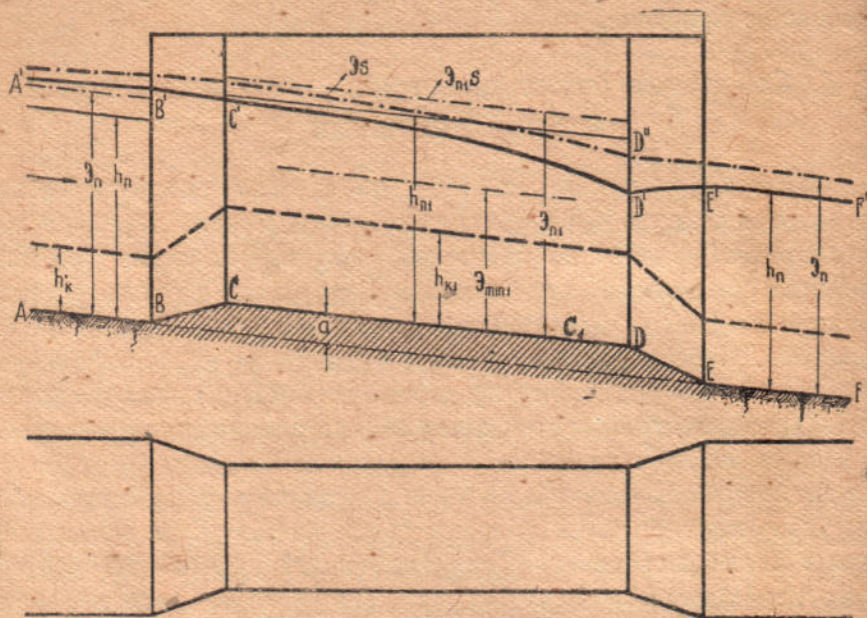


Рис. 26

дорівнює критичній глибині в кожному перерізі (h_k і h_{k1}). Слід також визначити питомі енергії перерізу: \mathcal{E}_n для рівномірного руху (певніше — в перерізі E для руху рідини, який мав би місце при відсутності звуження) і \mathcal{E}_{min1} для стиснутої ділянки CD . Коли \mathcal{E}_n дорівнює чи перевищує суму $\mathcal{E}_{min1} + a$ на певну величину, як це подано на рис. 26, то потік у стисненій частині русла в усякому разі не може прийняти питомої енергії перерізу, \mathcal{E}_{min1} , тому що йому не вистачило б тоді енергії для руху на ділянці EF ; з другого боку, потік перед перерізом D не стане запасати такі кількості енергії, які далі довелось би витратити на ділянці EF ; але в такому випадку течія на ділянці EF може бути тільки спокійна. Звідси робимо висновок, що вплив стиснення вниз від перерізу E не може мати місця (див. попередній параграф), отже, побудування кривої поверхні можна

починати саме від цього перерізу E вгору проти течії; починаючи від глибини h_n на непризматичній, загалом кажучи, ділянці DE побудування кривої $D'E'$ треба вести способом наближеного інтегрування диференціального рівняння нерівномірного руху рідини у відкритих руслах. Знайшовши точку D' , можемо

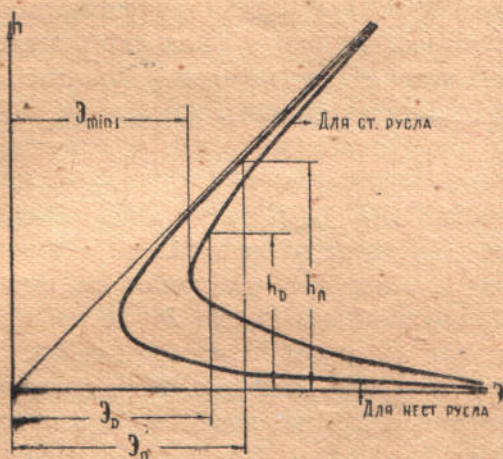


Рис. 27

будувати криву спаду CD' за способом Б. А. Бахметева, Н. Н. Павловського чи іншим, вживаючи таблиці; зауважимо, що крива спаду CD' повинна розміститись вище лінії поверхні рівномірного руху $C'D''$.

На ділянці BC , на якій знову маємо непризматичне русло, знову доводиться користуватись якимнебудь наближеним способом інтегрування. Нарешті від точки B' будуюмо криву підпору, знову користуючись таблицями.

Корисно ще буде з'ясувати, чому наприкінці ділянки CD і на ділянці DE може мати місце зниження рівня порівнюючи з рівнем $E'F'$ за стисненою ділянкою. Для цього побудуємо (рис. 27) два графіки $\mathcal{E}h$ на спільних осях¹⁾ — для нестисненого русла і для стисненого русла в перерізі D . На першому графіку нанесена питома енергія перерізу \mathcal{E}_n і відповідна їй глибина h_n ; для другого графіка — питома енергія перерізу \mathcal{E}_D і відповідна глибина h_D в перерізі D . Зауважимо, що \mathcal{E}_n перевищує \mathcal{E}_D біль-

¹⁾ Їх можна побудувати і один під одним з спільною віссю \mathcal{E} (пор. рис. 18 в роботі автора „Нерівномірний рух“..., цитованій вище).

ше, ніж на висоту a , тому що градієнт енергії на ділянці DE йде трохи крутіше, ніж на ділянці EF з рівномірним рухом. На розглянутому рис. 27 надзвичайно ясно і просто зображається взаємозалежність змін різних гідравлічних елементів водотоку. Ще простіше для водотоків прямокутного перерізу ця взаємозалежність може бути досліджена на номограмі $\mathcal{E}qh$ (рис. 6).

Вище зазначалось, що наведене дослідження і побудування кривої поверхні водотоку з стисненою ділянкою може бути застосоване при умові, що \mathcal{E}_n (рис. 26) більше чи дорівнює сумі $\mathcal{E}_{\min} + a$; тепер цю умову можна буде трохи уточнити. Але вперед зауважимо, що на стисненій ділянці CD з похилом дна $i < i_k$ критична глибина h_{k1} (і разом з нею $\mathcal{E}_{\min 1}$) може встановитись, як вже відзначалось вище, тільки в перерізі D і в жодному разі перед цим перерізом, а також за цим перерізом на ділянці DE . Припустимо тепер, що \mathcal{E}_n не набагато менше, ніж $\mathcal{E}_{\min 1} + a$; коли при цій умові ми все таки почнемо побудування кривої поверхні на ділянці DE (рис. 26) від точки E' , то може статись, що поверхня $E'D'$ не перетне лінію критичних глибин і в перерізі D глибина вийде більша чи в крайньому разі рівна h_{k1} ; це означає одночасно, що питома енергія перерізу ніде на ділянці DE не досягне значення $\mathcal{E}_{\min 1}$ ⁴⁾.

Пояснюється ця обставина тим, що градієнт $\mathcal{E}s$ на розглядуваній ділянці йде крутіше, ніж на ділянці EF , як про це вже згадувалось.

Припустимо тепер, що стиснення водотоку з спокійною течією настільки значне, що й сума $\mathcal{E}_{\min} + a$ більш-менш значно перевищує \mathcal{E}_n (рис. 28). У цьому випадку на стисненій ділянці може встановитись, отже, обов'язково встановиться $\mathcal{E}_{\min 1}$ і відповідна йому глибина h_{k1} ; при цьому, як вже зазначалось, глибина h_{k1} (і разом з тим $\mathcal{E}_{\min 1}$) встановиться тільки наприкінці стисненої ділянки біля перерізу D . Починаючи від цього перерізу будуюмо криві поверхень як вгору проти течії на ділянці CD , так і вниз по течії на ділянці DE . Криву $C'D'$ будуюмо, як криву спаду, користуючись відповідними таблицями; крива $C'D'$ при значній довжині ділянки CD дуже близько підходить до лінії $C''D''$, яка являє собою поверхню води для рівномірного

⁴⁾ Відзначимо, що й $\mathcal{E}_{\min 1}$ і критична глибина на ділянці DE є величини змінні. Питання про можливість побудування кривої поверхні води від точки E' можна розв'язати і аналітично, склавши відповідне рівняння; проте розв'язання цього рівняння теж досить складне—див. цитовану роботу Р. Böss-a, с. 24.

руху на розглядуваній ділянці. Від точки C' до точки B' будемо криву способом наближеного інтегрування, а від точки B' вгору проти течії будемо за допомогою таблиць звичайну криву підпору в I зоні спокійного водотоку. Від точки ж E'

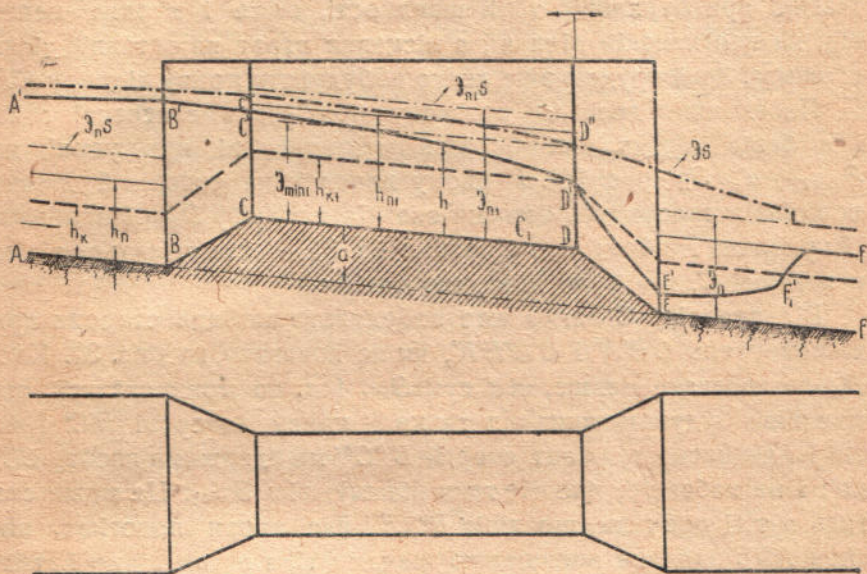


Рис. 28

будемо криву підпору $E'F'$, та визначаємо місце гідравлічного стрибка.

Перейдемо тепер до дослідження руху води на стиснених і знизу і з боків ділянках бурхливих водотоків. Спочатку розглянемо і тут випадок, коли $\mathcal{E}_n \geq \mathcal{E}_{min} + a$ (рис. 29). Не важко переконатись, що, наприклад, для широкого русла прямокутного перерізу при умовах, прийнятих у цьому параграфі, матимемо $\mathcal{E}_{n1} > \mathcal{E}_n$. Тому що в розглядуваному випадку вплив стиснення не може поширюватись проти течії від перерізу B , то побудування кривої поверхні води треба робити від цього перерізу вниз по течії. На ділянці BC дно підіймається, тому питома енергія перерізу зменшується. При бурхливій течії цьому відповідає настільки значне збільшення глибини, що швидкість зменшується і градієнт енергії $B''C'''$ йде на розглядуваній ділянці положистіше, ніж на ділянці AB з рівномірною течією. Проте точка C''' обов'язково повинна розміститись нижче точки C'' , а точка C' повинна тому розміститись вище C'' . Отже, на

ділянці CD одержимо криву спаду $C'D'$. На ділянці DE будемо наближеним способом криву $D'E'$. Точка E' розміститься нижче E'' , тому що глибина тут буде трохи менша за нормальну для нестисненої ділянки. Це матиме місце тому, що на стисненій ділянці при бурхливій течії швидкості, отже і втрати, менші, ніж на нестисненій ділянці, а місцевих втрат на останній ділянці немає. За спорудою вже легко побудувати криву підпору $E'F'$.

Переходимо далі до розгляду протікання стисненої знизу і з боків ділянки на бурхливому водотоці при умові, що $\mathcal{E}_{\min 1} + a \geq \mathcal{E}_n$ (рис. 30). У цьому випадку на стисненій ділянці повинна встановитись питома енергія перерізу $\mathcal{E}_{\min 1}$ і відповідна їй критична глибина h_{k1} . Проте h_{k1} і $\mathcal{E}_{\min 1}$ встановляться тільки в перерізі C , що було доведено раніше.

Від перерізу C легко вже побудувати в обидві сторони криві поверхень $C'B'A'$ і $C'D'E'F'$, як це показано на рис. 30. Коли \mathcal{E}_n не набагато менше, ніж сума $\mathcal{E}_{\min} + a$, то може статись, що, почавши будувати вниз від точки B криву поверхні $B'C'$ (рис. 29) і одночасно градієнт енергії $B''C'''$ ми одержимо висоту CC''' хоч і не набагато, але все таки більшу, ніж $\mathcal{E}_{\min 1}$. Це може статись з тієї причини, що лінія $B''C'''$ йде трохи пологіше, ніж лінія ABE завдяки зменшенню швидкості, а разом з тим і втрат на тертя на ділянці BC . У цьому випадку, зрозуміло, картина руху відповідатиме не рис. 30, а рис. 29; проте точка C' розміститься дуже близько до лінії критичних глибин, трохи нижче останньої. Кривої підпору A_1B' (рис. 30), очевидно, не одержимо.

Розглянувши випадок стиснення русла на довгих ділянках (рис. 26, 28, 29, 30), можемо обмежитись тільки невеликими зауваженнями щодо споруд, у яких не тільки перехідні ділянки BC і DE , але й ділянка CD порівнюючи короткі. При цій умові на рис. 26 і 28 ділянки CD скоротяться до C_1D , а на рис. 29 і 30 — до CD_1 ; від кривих спаду на ділянках CD лишаться також тільки частини їх, розміщені над ділянками C_1D і відповідно CD_1 . На рис. 31 — 34 показані відповідні криві поверхень води.

У випадку коротких споруд часто можна приймати, що градієнт енергії в усій споруді являє собою пряму лінію, паралельну лінії дна водотоку в природному стані останнього (до влаштування споруди). При такому припущенні побудування кривої вільної поверхні в споруді надзвичайно спрощується.

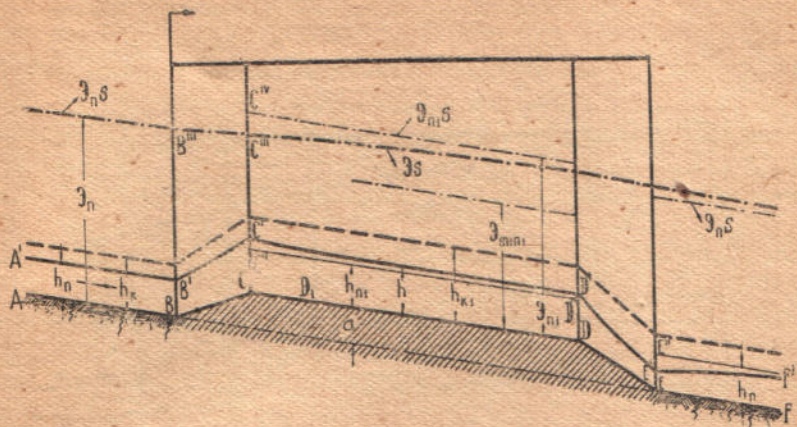


Рис. 29

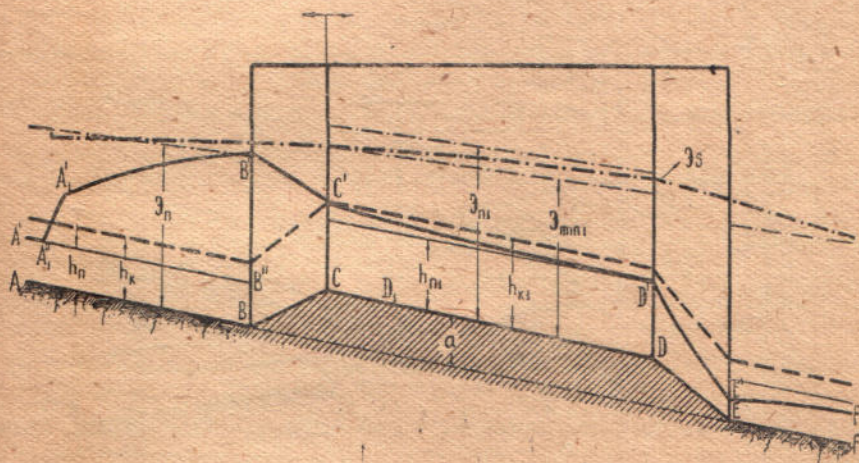


Рис. 30

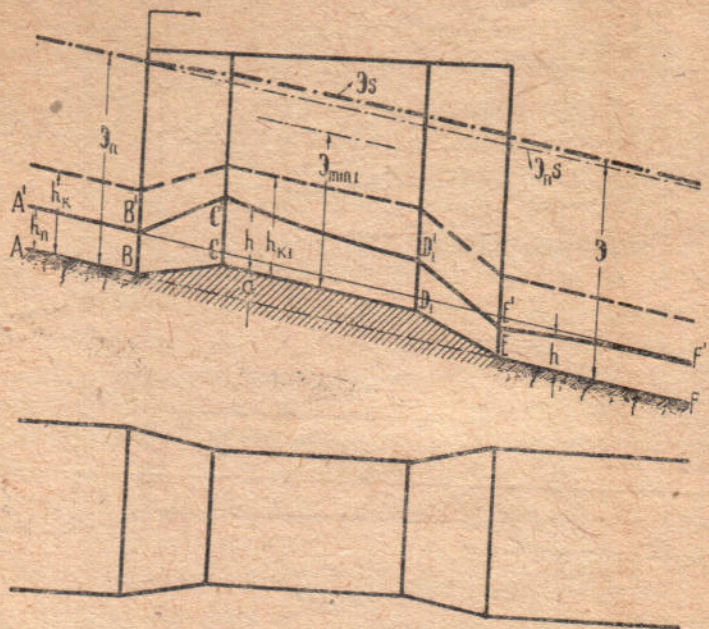


Рис. 31

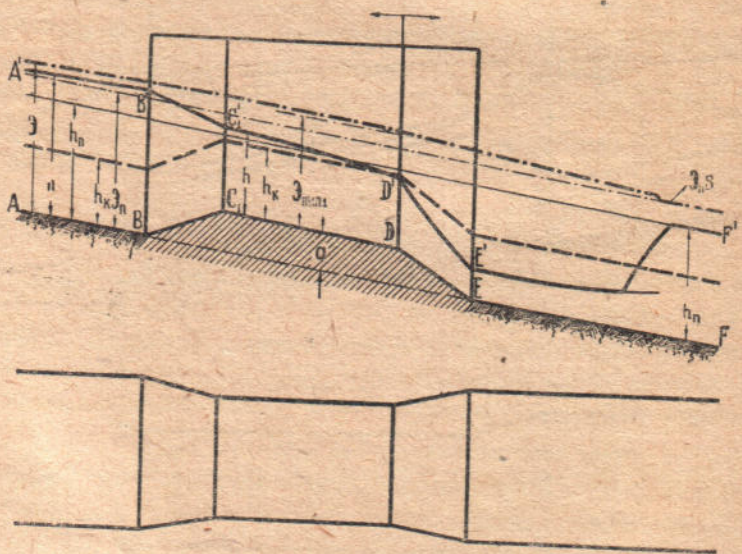


Рис. 32

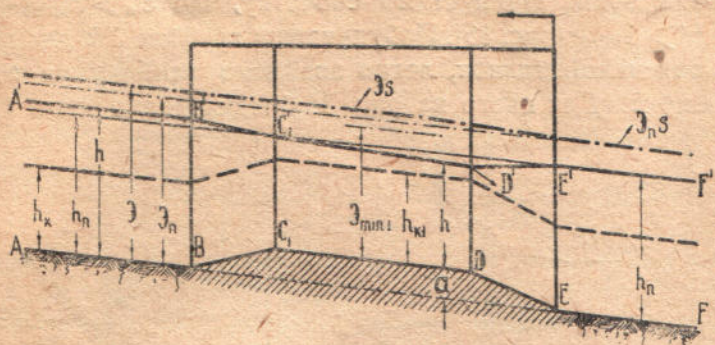


Рис. 33

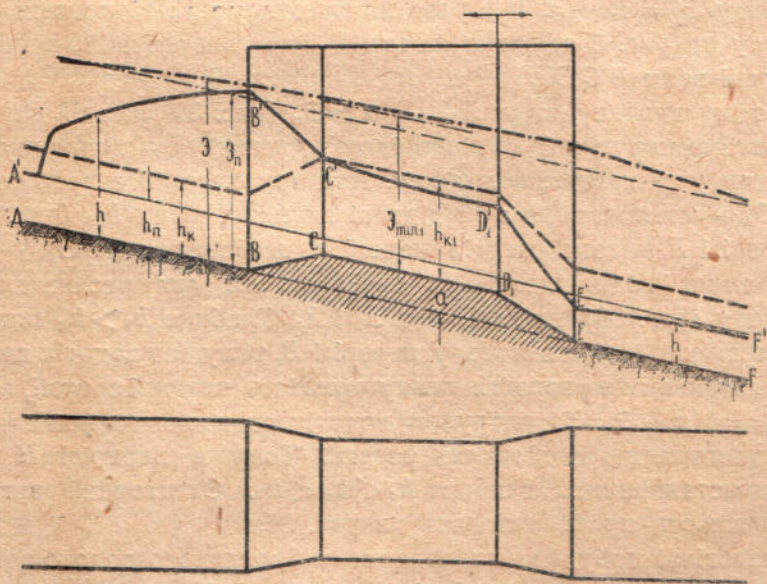


Рис. 34

Розглянемо й тут спочатку стиснення спокійного водотоку і знизу і з боків. Припустимо спочатку, що $\mathcal{E}_n > \mathcal{E}_{\min 1} + a$ чи інакше $\mathcal{E}' > \mathcal{E}_{\min 1}$ (рис. 35). Побудувавши графіки $\mathcal{E}h$ для нестисненої і стисненої ділянок, легко знайдемо глибину на стисненій ділянці h' . Для цього на рис. 34 б відкладаємо по осі абсцис

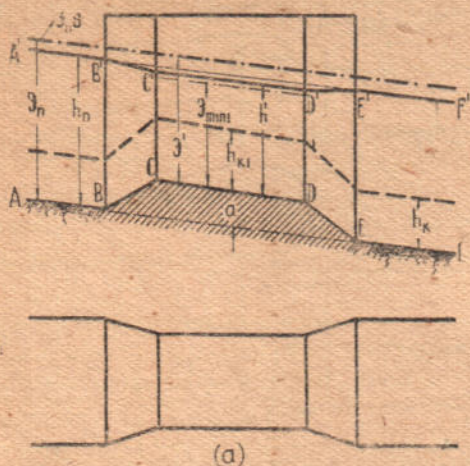


Рис. 35а

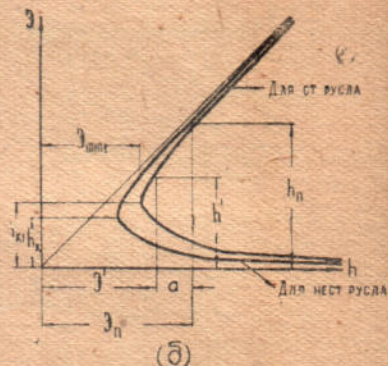


Рис. 35б

величину $\mathcal{E}' = \mathcal{E}_n - a$ і одразу ж знаходимо h' ; відклавши цю глибину на рис. 35а, викреслюємо і весь поздовжній профіль поверхні води $B'C'D'E'$.

У тому випадку, коли $\mathcal{E}_{\min 1} + a > \mathcal{E}_n$ (рис. 36), на всій ділянці CD матимемо рух з $\mathcal{E}_{\min 1}$ відповідно до загального принципу течії рідин у відкритих водотоках. Але при питомій енергії перерізу $\mathcal{E}_{\min 1}$ матимемо на всій ділянці глибину, рівну h_{k1} (рис. 36). У перерізі B питома енергія перерізу дорівнюватиме $\mathcal{E}_{\min 1} + a$. Такій енергії відповідають за графіком $\mathcal{E}h$ для нестисненого водотоку (рис. 36б) дві глибини h_1 і h_c . Глибина $h_1 > h_n$ повинна, очевидно, встановитись у перерізі B , тому що водотік перед спорудою повинен запасти певну кількість питомої енергії, а саме $\mathcal{E}_{\min 1} + a - \mathcal{E}_n$. За спорудою водотік повинен витратити можливо швидше цю ж кількість енергії. Тому в перерізі E повинна встановитись глибина $h_c < h_k < h_n$. Остаточний вигляд поздовжнього профіля подано на рис. 36а.

Аналогічні побудовання поверхень бурхливого водотоку при стисненні його і знизу і з боків (при тій самій умові, що градієнт енергії в споруді буде паралельний дну водотоку, до того

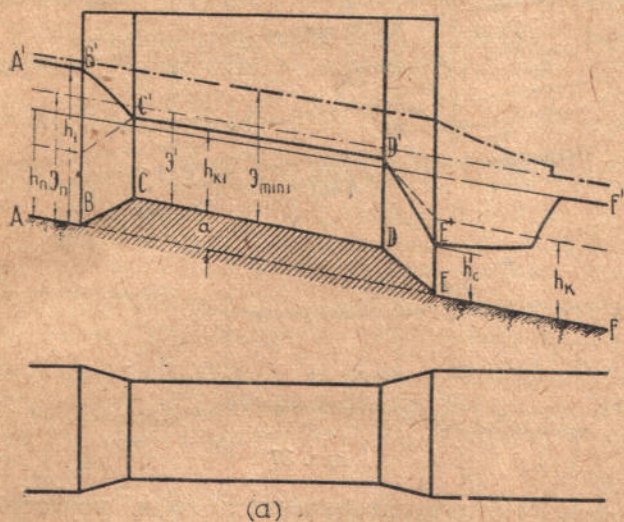


Рис. 36а

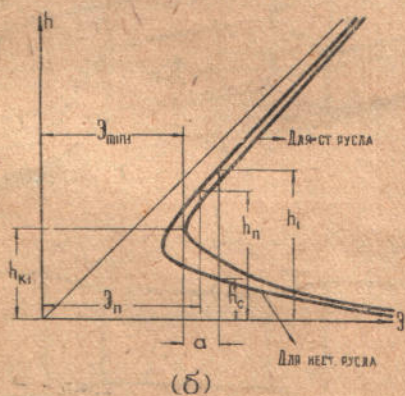


Рис. 36б

як на ньому побудовано стиснюючу споруду) можна бачити на рис. 37, коли $\mathcal{E}_n > \mathcal{E}_{\min 1} + a$ і на рис. 38 у випадку, коли

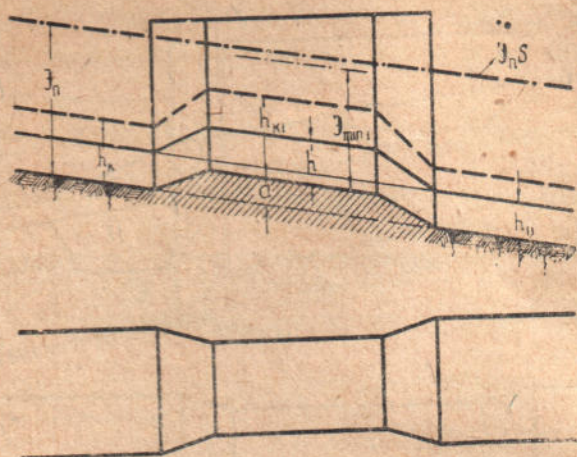


Рис. 37

$\mathcal{E}_n < \mathcal{E}_{\min 1} + a$. Побудування поверхень води, показані на рис. 35–38, особливо спрощуються у випадку прямокутного пере-

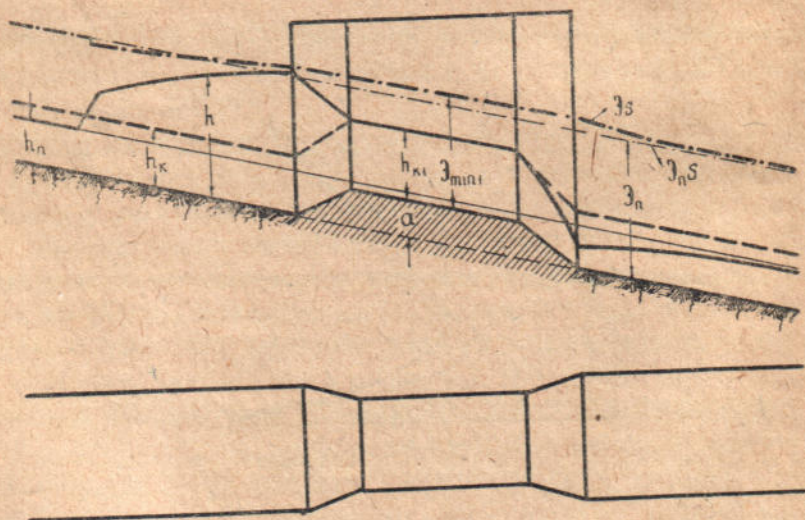


Рис. 38

різу русла, як на нестиснених, так і на стисненій ділянках. При цій умові можна замість побудування графіка $\mathcal{E}h$ скористуватись номограмою $\mathcal{E}qh$ (рис. 6).

У цьому параграфі розглянуті поверхні води при стисненні водотоку одночасно і знизу і з боків. Проте на практиці трапляються часто стиснення водотоку чи тільки знизу, чи тільки з боків. Спинятись докладно на цих випадках немає потреби, тому що вони є окремими випадками відносно докладно розглянутого вище більш загального випадку одночасного стиснення і знизу і з боків.

§ 5. Плавкі переходи до русел з меншою шириною і з вище розташованим дном

Розглядатимемо тільки випадок, коли похили дна i і i_1 (рис. 39—41) на призматичних ділянках AB і CD однакові, а шорсткість однакова по всій довжині $ABCD$. Розглянемо спочатку водотік, для якого $h_n > h_k$ і $h_{n1} > h_{k1}$ (рис. 39). Далі припускається, що на ділянці CD немає умов для утворення кривої спаду.

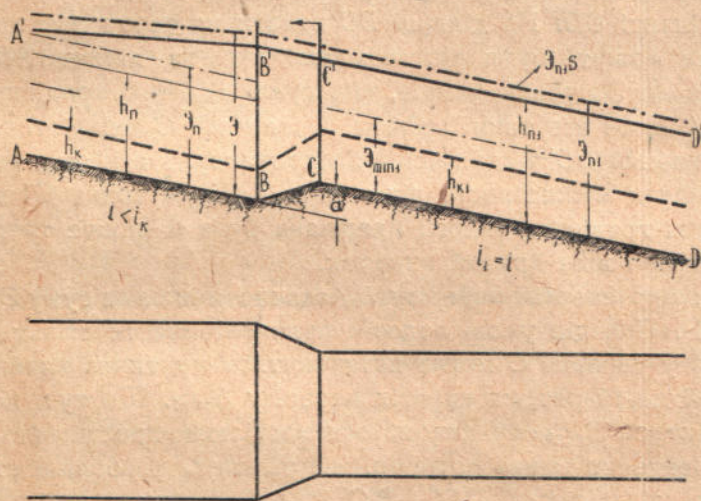


Рис. 39

Ясно, що при таких умовах в водотіці за перерізом C бурхлива течія і мала глибина встановитись не може, тому що зайвої для дальшої течії енергії у водотоку в усякому разі бути не може. Але коли за перерізом C матимемо спокійну течію, то вплив непризматичної ділянки BC вниз від C не може відчуватись. Тому побудування профілю $A'B'C'$ треба зробити від

точки C' . Коли при приблизних розрахунках прийняти, що градієнт енергії на ділянці BC при незначній довжині останньої являє собою пряму лінію, що є продовженням (без злому) градієнта енергії на ділянці CD , то можна одразу ж знайти величину питомої енергії перерізу в перерізі B , а саме: $\mathcal{E}_B = \mathcal{E}_{\min} + a$. За величиною \mathcal{E}_B за допомогою графіка $\mathcal{E}h$ для перерізу русла на ділянці AB або за допомогою номограми $\mathcal{E}qh$ (рис. 6) можна легко знайти глибину BB' і від точки B' будувати криву підпору.

Перейдемо тепер до розгляду аналогічної задачі про плавкий перехід до більш вузького русла з одночасно піднятим дном для бурхливого водотоку (рис. 40, 41). Тут треба розглянути окремо два випадки.

а) Питома енергія перерізу \mathcal{E}_n дорівнює ¹⁾ чи більше суми $\mathcal{E}_{\min} + a$ (рис. 40). У цьому випадку водотік перед звуженням русла не запасатиме енергії; тому побудування кривої поверхні води можна почати від точки B' вниз по течії до точки C' і далі на ділянці CD . На ділянці BC втрати на тертя на одиницю довжини можуть бути трохи менші, ніж на ділянці AB ; тому навіть коли \mathcal{E}_n трохи менше, ніж сума $\mathcal{E}_{\min} + a$, градієнт енергії $B''C''$ може все таки прийти в переріз C вище точки C''' , отже глибина CC' буде менша за критичну. І в цьому випадку побудування можна вести від точки B' . Коли точка C'' при побудуванні градієнта енергії одержана була б нижче точки C''' , то матимемо вже другий випадок.

б) Питома енергія перерізу \mathcal{E}_n значно менша за суму $\mathcal{E}_{\min} + a$ (рис. 41). При цій умові водотік повинен запасти стільки енергії, щоб у перерізі C могла встановитись критична глибина h_{k1} і відповідна їй питома енергія перерізу \mathcal{E}_{\min} . Що тут повинна встановитись \mathcal{E}_{\min} , це доводиться настільки просто, що наводити доведення немає потреби. Від точки C' в обидві сторони будуємо криві спаду $C'D'$ і $B'C'$ і далі криву підпору $A'B'$ до місця утворення стрибка.

Порівнюючи рис. 39 і 40, цікаво відзначити, що у випадку спокійного водотоку перед ділянкою BC утворюється крива підпору і водотік тут запасав енергію, хоч $\mathcal{E}_n > \mathcal{E}_{\min} + a$, а для бурхливого водотоку в аналогічному випадку на ділянці AB вплив стиснення русла не відчувається. Пояснюється ця обста-

¹⁾ Уточнення див. трохи нижче.

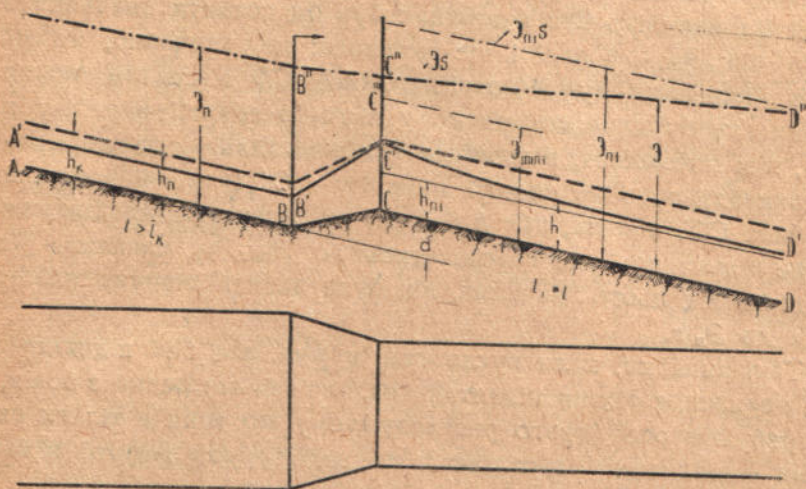


Рис. 40

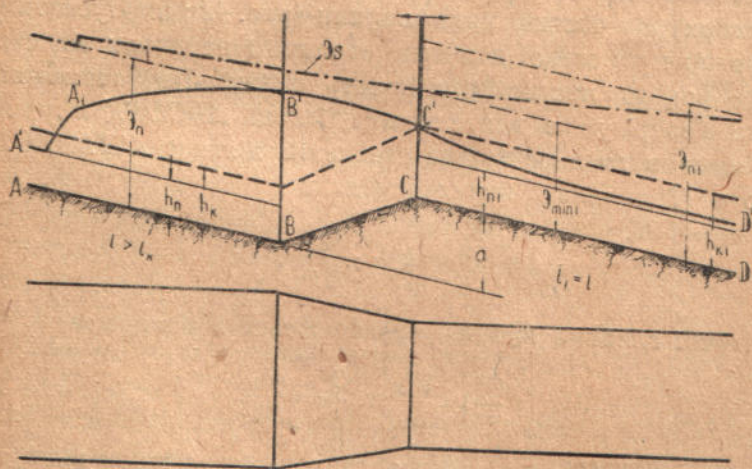


Рис. 41

вина тим, що коли б в перерізі C встановилась глибина і питома енергія менші, ніж h_{n1} і \mathcal{E}_{n1} (рис. 39), то градієнт енергії повинен був би знижуватись крутіше, ніж \mathcal{E}_{n1s} і на певній відстані від перерізу C він повинен був би досягти значення меншого, ніж $\mathcal{E}_{\min1}$, а далі і ще меншого; це, звичайно, не може мати місця при дуже довгій ділянці CD з сталим похилом. У випадку бурхливого водотоку питомій енергії перерізу меншій, ніж нормальна, відповідає глибина більша за нормальну; наприклад, питомій енергії перерізу CC'' (рис. 40) відповідає глибина CC' , більша, ніж h_{n1} . Тому на ділянці CD градієнт енергії не тільки не буде наближатись до \mathcal{E}_{\min} , а, навпаки, віддаляючись від цього значення, він буде досить швидко наближатись до \mathcal{E}_{n1s} .

Такі випадки, коли русло стає вужче, але без підняття дна чи, навпаки, є тільки підняття дна, але без звуження з боків, не потребують особливого розгляду, тому що вони є тільки окремими випадками більш загальної задачі, розглянутої в цьому параграфі.

§ 6. Стиснення водотоків зверху на частині їх ширини

Розглянемо тепер рух рідини на ділянці водотоку, стисненого зверху на частині його ширини (рис. 42); припустимо, що довжина стисненої ділянки невелика і переходить від стисненої ділянки до нестиснених досить плавно. Позначимо площу живого перерізу на нестисненій ділянці $ABCDEK$ літерою Ω , а площу живого перерізу на стисненій ділянці $A'B'MD'E'K$ літерою ω . Тоді як і в інших випадках

$$\mathcal{E} = h + \frac{Q^2}{2g\omega^2},$$

а критичні глибини h_k і h_{k1} визначаються з рівнянь:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{\Omega^3_k}{B_k} \quad \text{і} \quad \frac{Q^2}{g} = \frac{\omega^3_k}{B_{k1}}$$

Площу $B'CD'M$ вважатимемо сталою, незалежною від h , тобто припускаємо, що тіло, яке стиснує переріз, підіймається і опускається разом з рівнем води, наприклад, судно, що стоїть на якорі чи стиснення від плашкоутів. Припустимо також покищо,

що лінія енергії \mathcal{E}_s при наявності стиснення $B'C'D'M$ не змінить свого похилу порівнюючи з лінією енергії \mathcal{E}_{ns} , яка мала місце до встановлення стиснення. Це означає, що додатковими втратами (на тертя і місцевими), які виникають у зв'язку з уста-

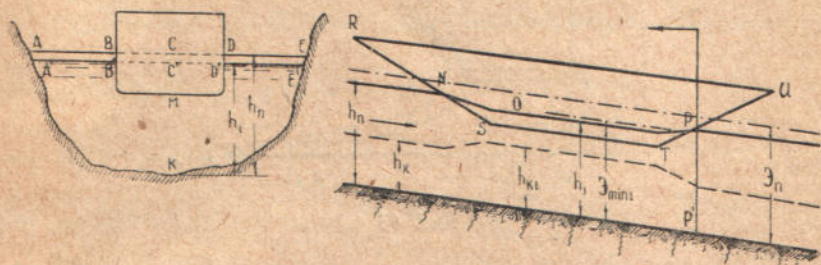


Рис. 42

новленням стиснення, ми покищо нехтуємо. При зроблених припущеннях розглянемо течію рідини в спокійному водотоці в двох випадках:

- 1) $\mathcal{E}_{min1} < \mathcal{E}_n$ (рис. 42) і
- 2) $\mathcal{E}_{min1} > \mathcal{E}_n$ (рис. 44).

1) Коли $\mathcal{E}_{min1} < \mathcal{E}_n$, то водотік запасати енергії не буде і пройде стиснену тілом $RSTU$ ділянку з енергією \mathcal{E}_n . Якщо побудувати графіки $\mathcal{E}h$ для нестисненої і стисненої ділянок (рис. 43), то з другого графіка одразу одержимо h_1 ; порівнявши його з h_n , можемо одразу одержати зниження рівня на стисненій ділянці $h_n - h_1$. Коли б ми схотіли врахувати вплив тертя рідини об стінки стиснюючого тіла і збільшеної швидкості, то замість профілю NOP (рис. 43) довелось би побудувати інший профіль, починаючи від перерізу PP' , враховуючи додаткові втрати на тертя звичайним способом. Перед точкою N одержана буде крива підпору.

2) Коли $\mathcal{E}_{min1} > \mathcal{E}_n$, то водотік повинен запасти (рис. 44) перед спорудою (без врахування додаткових втрат) кількість енергії $\mathcal{E}_{min1} - \mathcal{E}_n$.

На всій найбільш стисненій ділянці O_1P_1 встановиться питома енергія перерізу \mathcal{E}_{min1} і відповідна їй критична глибина h_{k1} . За стисненням у стиснутому перерізі встановиться глибина h_2 , а перед ним глибина h_3 ; обидві ці глибини будуть легко знайдені з графіків $\mathcal{E}h$ на рис. 45.

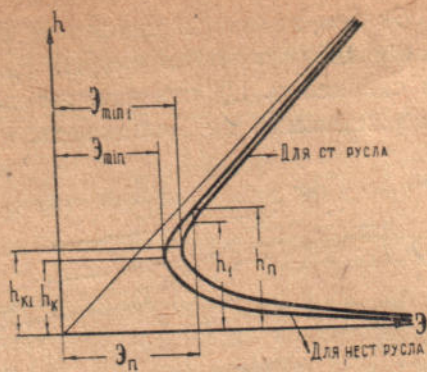


Рис. 43

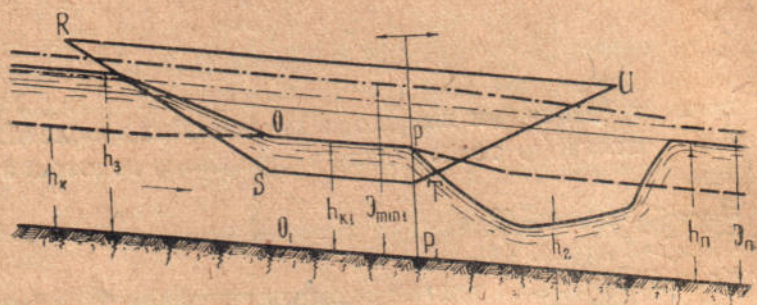


Рис. 44

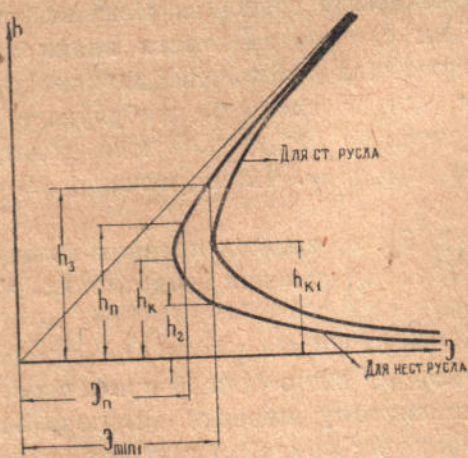


Рис. 45

Коли б ми захотіли врахувати вплив тертя на стінках стиснюючого течію тіла і збільшення швидкості, то криві поверхень води довелось би будувати в обидві сторони від перерізу PP_1 . При дослідній перевірці поданої на рис. 44 форми кривих поверхень води виявилось, що така поверхня встановлюється не на всій ширині лотоку; безпосередньо за стиснюючим

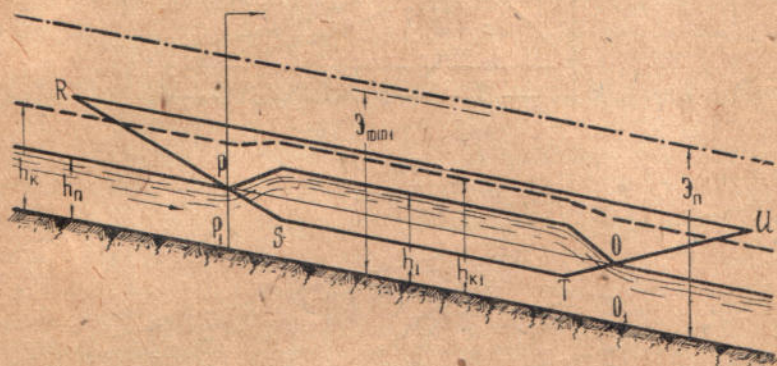


Рис. 46

тілом за поверхнею TU вода підіймається вздовж цієї поверхні і тільки далі спускається вниз у III зону і потім утворюється вниз по течії стрибок, відігнаний трохи далі, ніж по боках.

Перейдемо тепер до розгляду стиснення зверху на частині ширини бурхливого водотоку. Припускаючи знову, що похил лінії енергії не зміниться після встановлення стиснення, розглянемо випадок, коли $E_n > E_{min1}$ (рис. 46 і 47). Глибина на стисненій ділянці h_1 знайдена буде з графіків Eh (рис. 47). На стисненій ділянці одержуємо збільшення глибини порівнюючи з нормальною.

Далеко складніше одержується поверхня води в тому випадку, коли в бурхливому водотоці $E_{min1} > E_n$ (рис. 48, 49).

При цій умові критична глибина h_{k1} (E_{min1}) встановиться на стисненій ділянці P_1O_1 . Глибини h_3 і h_2 знайдені будуть з графіків Eh і після цього легко побудувати профіль $MNPOEF$.

Коли б виявилось бажаним врахувати вплив стиснення на втрати від тертя, то криві поверхні можна було б будувати і в бурхливих водотоках, починаючи від перерізів PP_1 (рис. 46 і 48).

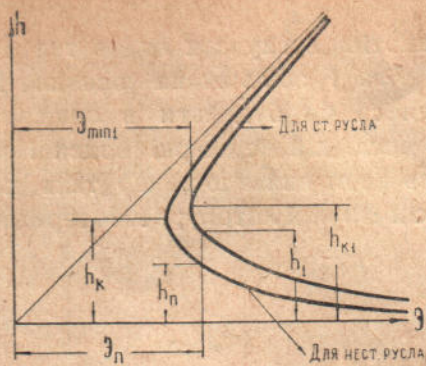


Рис. 47

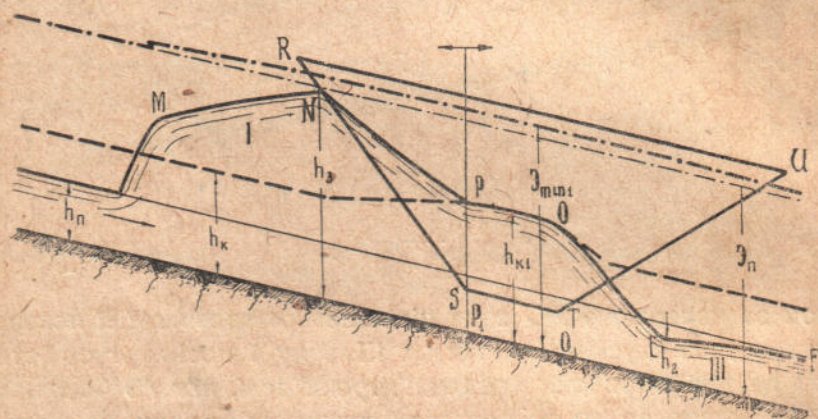


Рис. 48

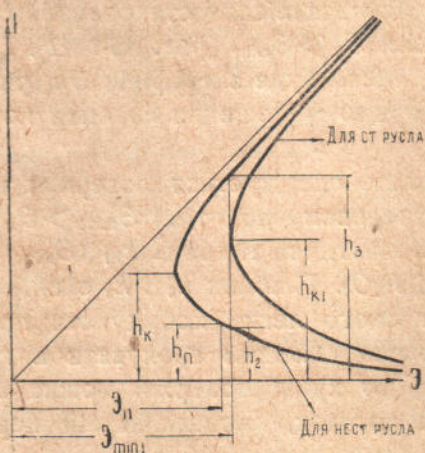


Рис. 49

Слід звернути увагу на те, що при рухах рідини, показаних на рис. 44 і 48, має місце великий тиск води в напрямі течії на стиснюючі тіла $RSTU$, а також на ту обставину, що сила Архімеда пересувається в цих же випадках ближче до переднього краю тіла; задня частина стиснення, що переміщається вертикально (наприклад, судна, опускається сильніше, ніж передня, і утворюється явище, аналогічне диференту судна на корму при русі судна.

§ 7. Плавкі розширення русла при одночасному зниженні дна

Розглянемо такі випадки розширень русла, коли ділянка EF (рис. 50—53) є продовженням ділянки AB і, крім того, обидві ці ділянки і ділянка CD мають однакові похили, а перехідні ділянки

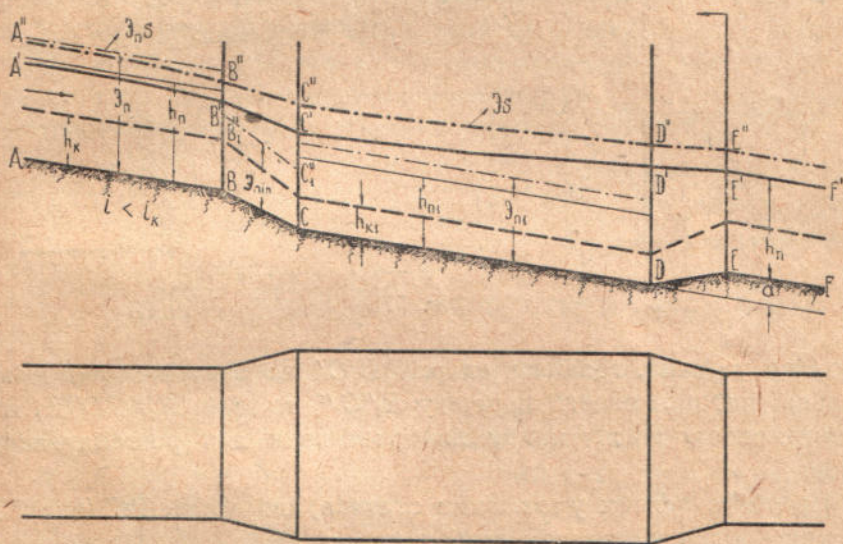


Рис. 50

BC і DE порівнюючи короткі. Шорсткість русла на всьому протязі прийматимемо за однакову. Припускаємо також, що ділянка CD має значну довжину.

Дослідімо спочатку рух рідини в руслах з розширеннями для випадку спокійних водотоків, коли похили на ділянках $ABCD$, EF (рис. 50) менші за критичні. Немає, звичайно, підстав чекати, що вода підійде до перерізу E з питомою енергією перерізу

більшою, ніж \mathcal{E}_n . Тому водотік не матиме потреби витратити зайву енергію за перерізом E . Побудування кривих поверхні води треба почати від точки E' вгору проти течії. Послідовно побудуємо криву $D'E'$, криву підпору $C'D'$, криву $B'C'$ і криву спаду $A'B'$. Коли лінія $B'C'$ не зустріне лінії критичних глибин

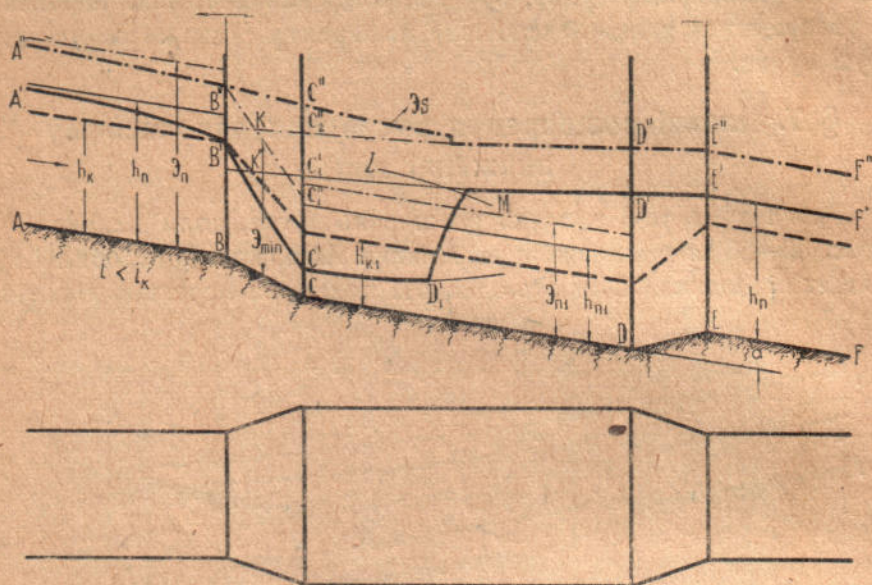


Рис. 51

або, що те саме, градієнт енергії $B''C''$ не зустріне лінії мінімальної питомої енергії перерізу $B_1''C_1''$, то лінія $A'B'C'D'E'$ і являтиме собою дійсну криву поверхні води для розглядуваних умов.

Проте за певних умов може статись, що крива $B'C'$ (рис. 50) зустріне лінію критичних глибин (точка K' на рис. 51); це означає, що градієнт енергії $D''C_2''K$ перетнув би лінію мінімальної питомої енергії $B''C_1''$ в точці K , чого не може статись, тому що вгору від точки K проти течії потік повинен був би текти з питомою енергією перерізу меншою, ніж \mathcal{E}_{min} . Але \mathcal{E}_{min} може встановитись і встановиться у перерізі B , коли тільки BC має похил, більший за критичний. В такому разі в перерізі B встановиться критична глибина BB' . Від точки B' будуємо криву спаду $A'B'$ проти течії і по течії криву $B'C'$, а далі криву підпору $C'D_1'$ назустріч кривій підпору $D_1'C_1'$.

Для глибин, які відповідають кривій $C'D_1'$ у кількох перерізах обчислюємо взаємні глибини, відкладаємо їх по вертикалях у цих же перерізах і будуємо „лінію взаємних глибин“¹⁾ LM . Там, де ця лінія перетинається з кривою підпору $C_1'D$, утворюється стрибок. Можна перекоонатися, що між одержаним таким способом градієнтом енергії $A''B''C''D''E''$ і дном матимемо можливо малу площу.

Цікаво ще відзначити, що не можна чекати зустрічі кривої вільної поверхні з лінією критичних глибин на ділянці CD , а тільки на ділянці BC . Це тому, що на ділянці CD маємо криву підпору $C_1'D'$ (рис. 51), яка тільки наближається зверху до лінії нормальних глибин і ніяк не може дійти на цій ділянці до лінії критичних глибин.

Перейдемо тепер до розгляду руху в бурхливих водотоках з розширеннями русла. В цьому випадку немає, звичайно, жодних підстав чекати, щоб водотік запасав енергію перед розширенням, а в такому випадку матимемо бурхливу течію до самого розширення. Але в бурхливому потоці впливи всяких відхилень від призматичності проти течії не поширюються. Тому в перерізі B (рис. 52) матимемо нормальну глибину h_n і криву поверхні води будуюмо від точки B' вниз по течії. Коли, прийшовши в переріз E , одержимо глибину EE' меншу, ніж критична глибина в цьому перерізі, то від точки E' будуюмо далі вниз криву спаду $E'F'$. Лінія $A'B'C'D'E'F'$ і характеризуватиме поверхню води.

Але при певних умовах може статись, що крива $D'E'$ досягне лінії критичних глибин у будьякій точці на ділянці DE , не доходячи (рис. 53) до перерізу E . Дальший рух після зазначеної точки повинен був би відбуватись з питомою енергією перерізу меншою, ніж \mathcal{E}_{\min} , що, звичайно, неможливо. Питома енергія перерізу може досягти значення \mathcal{E}_{\min} тільки в перерізі E і в цьому ж перерізі встановиться, отже, критична глибина h_k . Таким чином одержуємо точку E' , від якої будуюмо вниз по течії криву спаду $E'F'$, а проти течії криві $E'D'$, а далі криву підпору $D'C_3'$ назустріч кривій підпору $C'D_3'$. Місце стрибка, за

¹⁾ Побудування „лінії взаємних глибин“ для визначення місця утворення стрибка описане було автором у статті „Про рух рідини в коротких лотоках з горизонтальним дном“, Збірник праць з енергетики, Київ, 1930. В 1932 р. цей спосіб був описаний також у книзі: В. А. Bakhmeteff, *Hydraulics of open Channels*, New-York and London, 1932.

допомогою якого відбувається перехід від однієї кривої до другої, знову таки найкраще знаходимо за допомогою кривої взаємних глибин (на рисунку не показаної). І тут у правильності побудови можна переконатись за допомогою положення про мінімум площі між градієнтом енергії і дном.

У випадку порівнюючи коротких ділянок CD рідше можуть виникнути умови для утворення стрибка, особливо коли глибина h_n значно відрізняється від критичної глибини h_k .

Коли можна обмежитись при дуже короткій розширеній ділянці наблизеним побудуванням кривої поверхні води, то приймаємо, що градієнт енергії над розширеною ділянкою буде такий самий, як тоді, коли б розширення зовсім не було.

У випадку спокійного водотоку (рис. 54а) глибину h' на ділянці CD легко визначити при зазначеній вище умові, побудувавши графік $\mathcal{E}h$ для розширеного русла. Відклавши на цьому графіку питому енергію перерізу $\mathcal{E}_n + a$ (рис. 54а) для розширеної ж ділянки, легко одержимо шукану глибину h' , а маючи цю глибину, будуємо профіль $B'C'D'E'$. Для порівняння на цьому ж рисунку викреслено графік $\mathcal{E}h$ і для нерозширеного русла з нанесенням величин \mathcal{E}_n і h_n . На рис. 55 показано розв'язання аналогічної задачі для розширення русла на бурхливому водотоці. Цей рисунок пояснень не потребує.

З усього сказаного видно, що стрибки на розширених ділянках можуть мати місце тільки при досить великій довжині цих ділянок, настільки великій, щоб встигла відбитись зміна умов тертя. Особливо легко стрибки з'являються у тих випадках, коли нормальні глибини h_n (рис. 51 і 53) близькі до критичних глибин h_k , на що цілком правильно вказує Р. Böss в цитованій вже його монографії. Коли б умови тертя не змінювались на розширеній ділянці, то, як ясно з рис. 54 і 55, на цій ділянці ніколи не міг би утворитись стрибок.

§ 8. Зміни похилу дна водотоків

Насамперед розглянемо тут переходи між двома послідовними ділянками, похили яких не дорівнюють один одному, але кожний з них менший за критичний. На рис. 56 і 57 показані два можливі випадки:

а) спочатку маємо (рис. 56) ділянку AB з меншим похилом i і за нею BC з більшим похилом i_1 ;

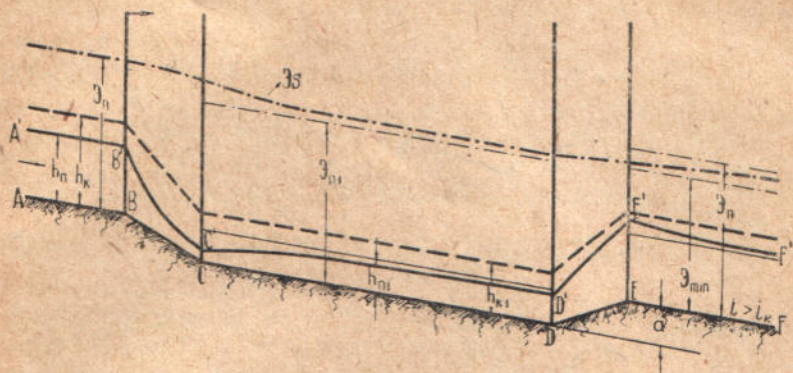


Рис. 52

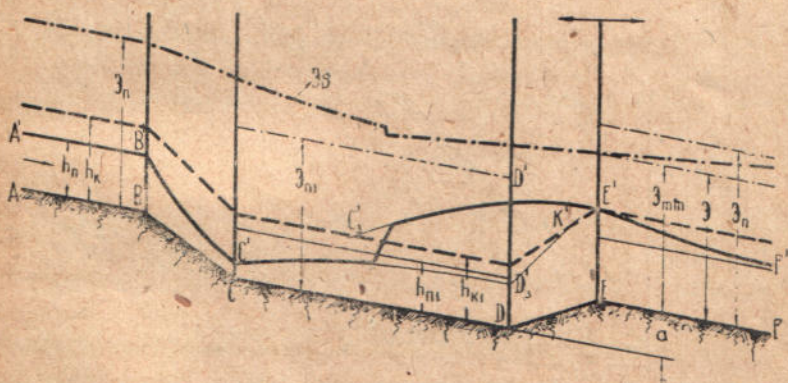


Рис. 53

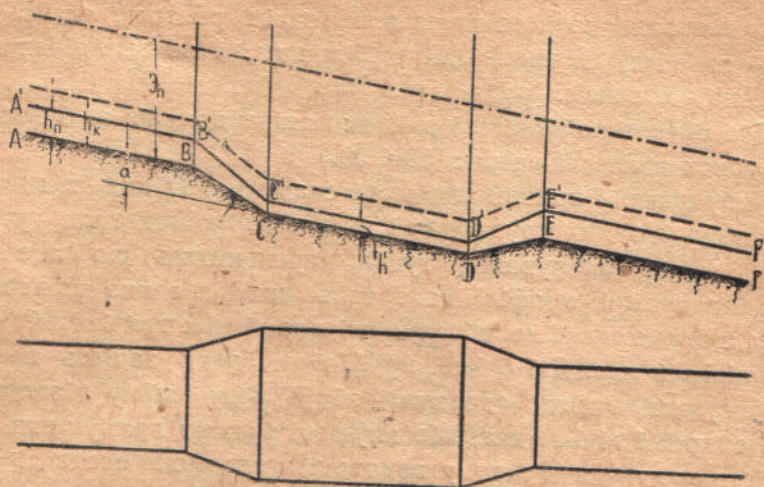


Рис. 55а

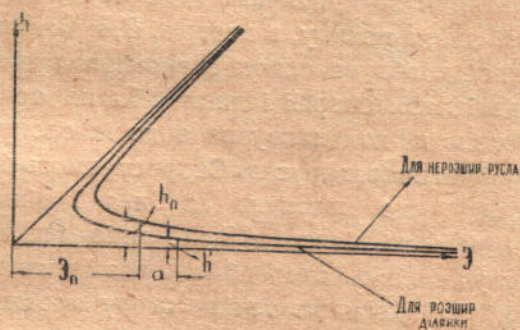


Рис. 55б

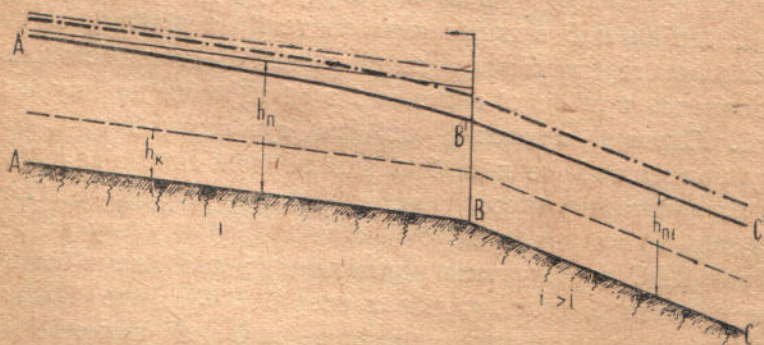


Рис. 56

б) зворотне порівнюючи з попереднім розташуванням ділянок — спочатку ділянка AB з більшим, а за нею ділянка BC з меншим похилом.

Два аналогічні можливі випадки зміни похилів на бурхливих водотоках показані на рис. 58 і 59.

Побудування кривих підпору і спаду в усіх цих випадках не становить жодних труднощів і випадки ці наводяться тут для того, щоб, розглянувши рисунки, переконатись, що саме наведені поздовжні профілі поверхень води є єдино можливими, тому що дають найменші можливі площі між градієнтами енергії і лініями дна. Які б інші профілі не брати замість поданих на рисунках, завжди одержимо або більшу площу між градієнтом енергії і лінією дна, або змушені будемо припустити можливість руху у відкритому водотоці з питомою енергією перерізу меншою, ніж \mathcal{E}_{\min} .

При переході від ділянки з спокійною течією до ділянки з похилом, більшим за критичний (рис. 60), встановлюється, як відомо, у місці зміни похилу, в перерізі B , критична глибина h_k . Це можна довести або на основі загального принципу мінімуму площі між градієнтом енергії і дном, або на основі виведених з нього положень щодо впливу на водотік споруд і інших відхилень від призматичності русла. Скористуємось останнім способом. Припустимо, що критична глибина і відповідна їй \mathcal{E}_{\min} встановляться десь на ділянці AB , не доходячи до перерізу B . Але таке припущення означало б, що злом дна B впливає на ділянку потоку з бурхливою течією вгору проти течії, а цього не може бути.

Точно так само доводиться, що критична глибина не може встановитись донебудь вниз від перерізу B , тому що це означало б, що злом B впливає вниз по течії на ділянку водотоку з спокійною течією. Таким чином лишається тільки можливість встановлення критичної глибини і в місці зміни похилу в перерізі B . Справді, критична глибина тут встановиться, бо при цьому припущенні не потрібно, щоб водотік далі за перерізом B рухався з питомою енергією перерізу меншою, ніж \mathcal{E}_{\min} . Остання обставина зразу стане ясною, коли звернути увагу на те, що на ділянці BC одержується крива спаду з глибинами більшими, ніж нормальна, і, отже, градієнт енергії $B''C''$ піде більш полого, ніж дно, а питома енергія перерізу, починаючи від B_1 , зростатиме.

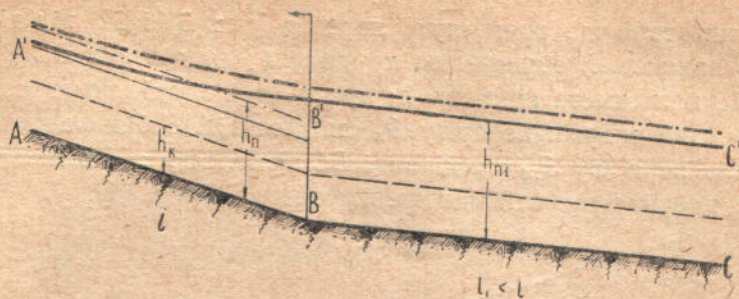


Рис. 57

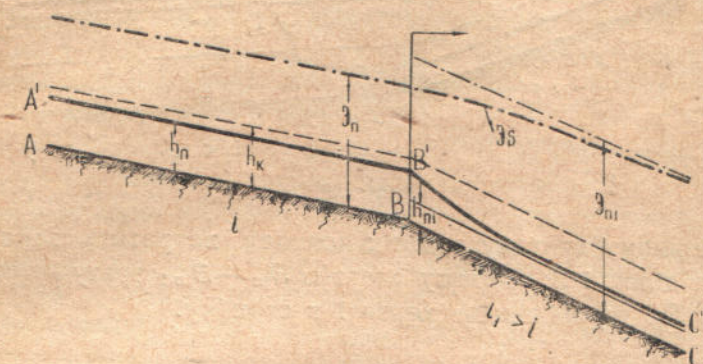


Рис. 58

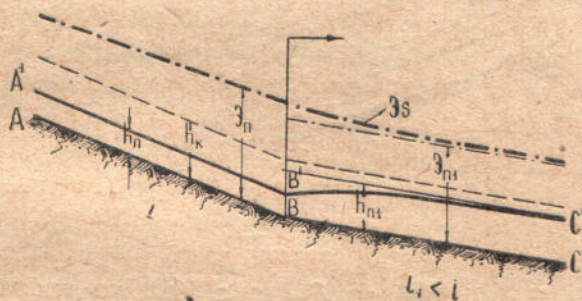


Рис. 59

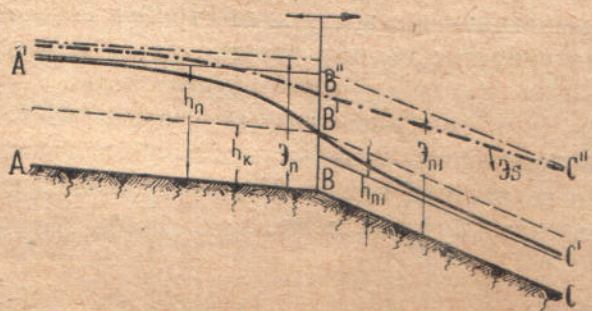


Рис. 60

Лишається ще розглянути перехід (рис. 61 і 62) від ділянки AB з похилом i , більшим за критичний, до ділянки BC з похилом i_1 , меншим за критичний; при цьому іноді може статись, що питома енергія перерізу \mathcal{E}_n на ділянці AB більша за питому енергію перерізу \mathcal{E}_{n1} на ділянці BC (рис. 61), або ж може мати місце протилежне співвідношення енергій (рис. 62).

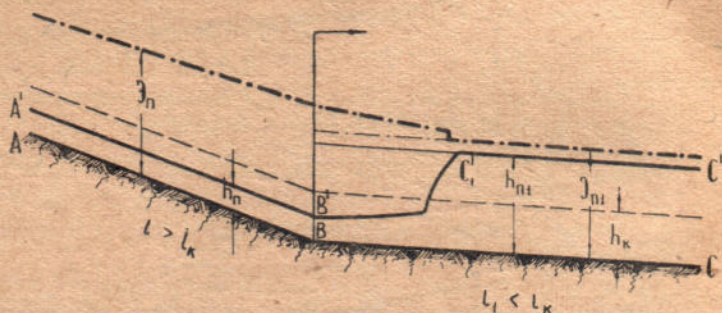


Рис. 61

У першому випадку водотік повинен витратити зайву для руху на ділянці BC питому енергію $\mathcal{E}_{n1} - \mathcal{E}_n$ зразу на початку ділянки BC на збільшене тертя і в стрибку.

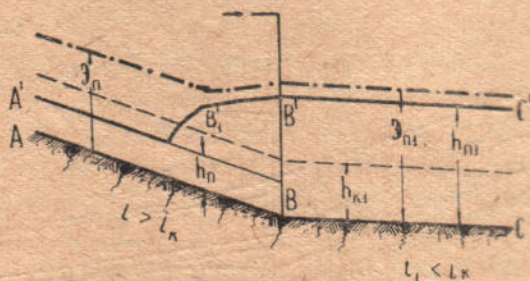


Рис. 62

Коли ж \mathcal{E}_{n1} більше за \mathcal{E}_n (рис. 62), то водотік повинен енергію $\mathcal{E}_{n1} - \mathcal{E}_n$, що її бракує, запасти наприкінці ділянки AB ; для цього він перейде на певній довжині B_1B' у спокійний стан. Тут цікаво відзначити, що зразу ж за стрибком водотік в останньому випадку матиме питому енергію перерізу навіть меншу, ніж \mathcal{E}_n .

Викладені в цьому параграфі міркування легко поширити і на ті випадки, коли одна чи навіть обидві ділянки мали б нульовий чи негативний похил. На таких ділянках, звичайно, рівномірного руху бути не може.

§ 9. Зміни шорсткості по довжині водотоку

Розглянемо деякі найпростіші випадки зміни шорсткості стінок і дна русла по довжині водотоку (наприклад, при бетонуванні стінок, при заростанні ділянок водотоків та ін.). Припустимо, що русло (рис. 63) на ділянках AB і CD має коефіцієнт шорсткості n за Гангільє-Куттером, а на ділянці BC коефіцієнт шорсткості n_1 , менший ніж n .

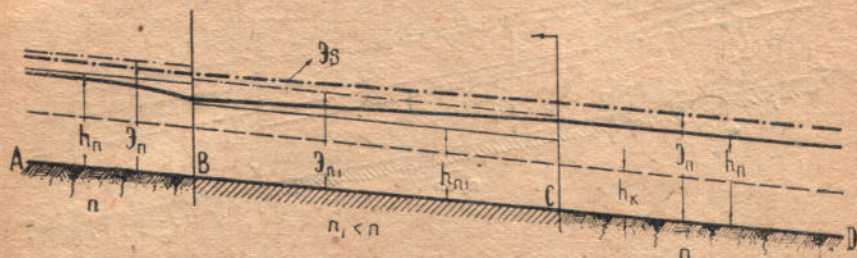


Рис. 63

Дослідімо спочатку вплив такої зміни на водотік, для якого похил дна i менший за критичний для всіх трьох ділянок. У цьому випадку $E_{n1} < E_n$ і $h_{n1} < h_n$; тому на ділянці CD з нормальною для даного водотоку шорсткістю немає потреби витрачати зайву енергію через брак її. В наслідок цього в перерізі C матимемо глибину h_n і від цього перерізу, як вихідного, можемо будувати спочатку криву підпору на ділянці BC і далі криву спаду на ділянці AB .

Іноді при h_n , яке не набагато перевищує h_k і при n_1 значно меншому, ніж n , може статись, що на ділянках AB і CD похил дна i буде менший за критичний (рис. 64), а на ділянці BC той самий похил вже буде більший за критичний. При цих умовах і при досить довгій ділянці BC матиме місце перехід від спокійної течії до бурхливої. Цей перехід через лінію критичних глибин і через відповідні йому E_{min} може відбутись тільки в перерізі B в місці зміни шорсткості. Це легко довести цілком аналогічно тому, як доведено було, що h_k і E_{min} встановлюються у місці зміни похилу дна i (рис. 60) від значення меншого за критичне до значення більшого, ніж критичне. Тому що питома енергія перерізу, при наявності на ділянці BC кривої спаду $B'V_1$, вниз по течії хоч і збільшується, але може тільки наблизитись до значення E_{n1} , то перед ділянкою CD водотік повинен запасти енергію, якої бракує йому. Через це

утворюється крива підпору C_1C' , яка спрягається з кривою спаду $B'B_1$ стрибком. Побудування кривих провадиться, як показано, стрілками. Коли б ділянка BC була настільки коротка, що крива C_1C' не дійшла б на ділянці BC досить близько до лінії критичних глибин, то на цій ділянці ми мали б тільки

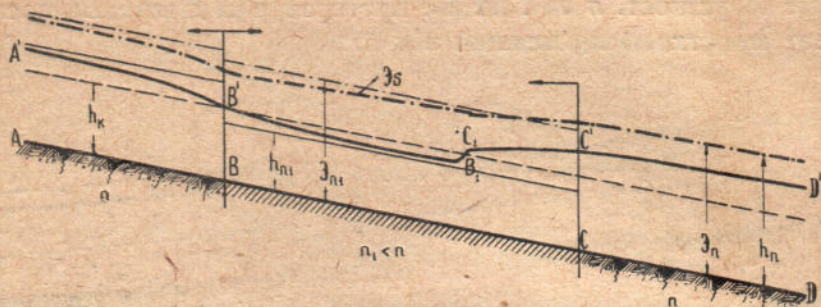


Рис. 64

криву підпору. Побудувавши її до перерізу B і знайшовши глибину в цьому перерізі, звичайно, більшу за критичну, ми могли б вже звідси вгору будувати криву спаду.

Трохи інша картина, ніж на рис. 64, могла б бути одержана і в тому випадку, коли б при досить довгій ділянці BC питома енергія перерізу \mathcal{E}_{n1} була більша за \mathcal{E}_n . При цих умовах ми могли б, побудувавши криву спаду $B'B_1$, до кінця ділянки BC одержати в перерізі C питому енергію перерізу \mathcal{E}_c більшу, ніж \mathcal{E}_n . Водотік повинен витратити можливо швидше енергію $\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_n$; тому стрибок буде відігнаний на ділянку CD .

Коли ділянка з меншою шорсткістю є на бурхливому водотоці (рис. 65), то вплив її не поширюватиметься вгору проти течії. Тому побудування кривої поверхні треба почати від точки B' ; спочатку одержимо криву спаду $B'C'$, а далі криву підпору $C'D'$.

Перейдемо тепер до розгляду руху рідини в руслі, яке має на певній довжині шорсткість більшу, ніж перед цією ділянкою і за нею.

Спинимось насамперед на водотоці з похилом меншим за критичний (рис. 66). Вплив ділянки з більшою шорсткістю не може поширюватись вниз по течії на ділянку CD ; тому від точки C' будуюмо криву спаду $B'C'$, а далі криву підпору $A'B'$.

Ділянка з більшою шорсткістю на бурхливому водотоці (рис. 67) не впливатиме на попередню ділянку AB ; отже побудування кривих треба почати від точки B' ; будемо спочатку криву $B'C'$, а далі криву спаду $C'D'$. У щойно розглянутому випадку нормальна глибина h_{n1} на ділянці з більшою шорсткістю хоч і більша, ніж глибина h_n , але все таки вона менша

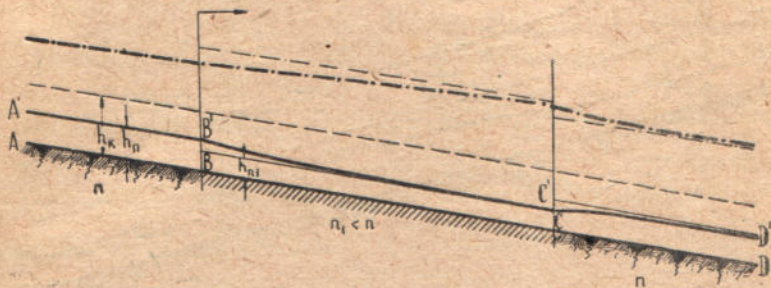


Рис. 65

за критичну глибину h_k . При дуже великій шорсткості n_1 може статись, що нормальна глибина h_{n1} (рис. 68) на ділянці BC виявиться більшою, ніж критична глибина h_k . Особливо легко це може статись, коли h_n близьке до h_k . І в розглядуваному випадку ділянка BC не може впливати на рух на ділянці AB ; тому й тут від точки B' будемо криву підпору,

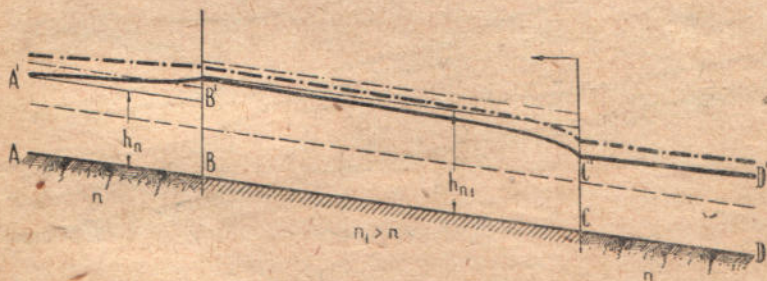


Рис. 66

коли ця крива наближається до лінії критичних глибин, не доходячи до кінця BC , то це означає, що на ділянці BC повинен утворитись стрибок, а за ним далі буде ділянка з спокійною течією. Зауважимо далі, що в перерізі C питома енергія може набути, отже обов'язково набуде, значення \mathcal{E}_{\min} . Тому в перерізі C матимемо критичну глибину h_k . Від цього перерізу, від

точки C' будемо криву спаду CC' , і далі знаходимо місце стрибка. Крім того, від точки C' вниз по течії треба побудувати криву спаду $C'D'$.

В тому випадку, коли крива підпору (рис. 69) $B'C'$ до кінця ділянки BC не дійде до лінії критичних глибин, стрибка зовсім

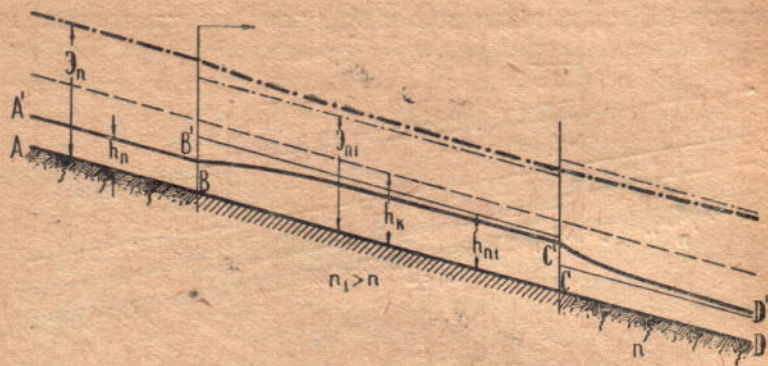


Рис. 67

не буде і тому від одержаної вже точки C' треба будувати вниз криву спаду $C'D'$. Такий випадок може бути, коли ділянка BC порівнюючи коротка.

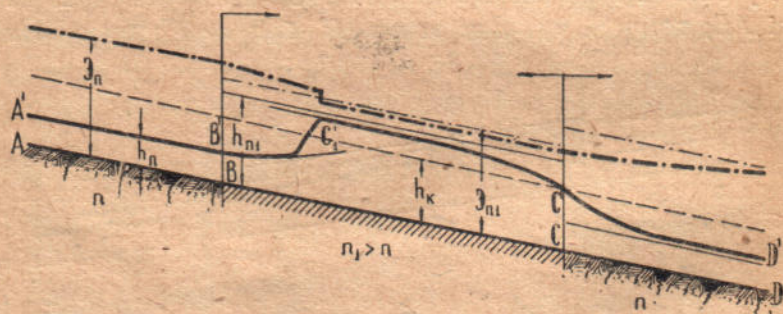


Рис. 68

Може ще статись (рис.70), що E_{n1} більше, ніж E_n ; інші ж умови аналогічні тому, що показано на рис. 68. Зрозуміло, що в цьому випадку стрибок не тільки не буде відігнаний на ділянку BC , а навпаки, він насунеться на ділянку AB .

Спинимось ще коротко на формах спряження у випадку двох дуже довгих ділянок з різними шорсткостями. Розглянемо

спочатку перехід від ділянки з більшою шорсткістю до ділянки з меншою шорсткістю, при чому на обох ділянках нормальні глибини h_n і h_{n1} (рис. 71) більші, ніж критична глибина h_k . Зміна шорсткості в перерізі B не може вплинути вниз по течії на рух води на ділянці BC з спокійною течією. Тому від точки

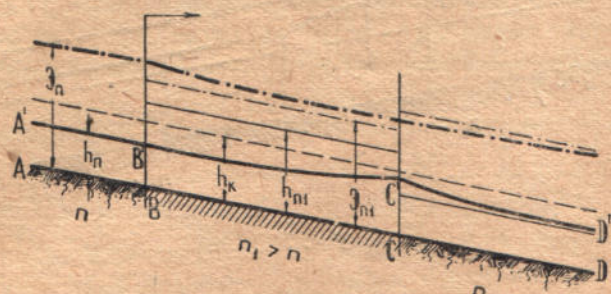


Рис. 69

B' будемо криву спаду $A'B'$. Коли коефіцієнт шорсткості n_1 значно менший, ніж n (рис. 72), то може статись, що на ділянці BC нормальна глибина буде менша, ніж критична, тим часом як на ділянці AB вона більша за критичну глибину h_k . В такому

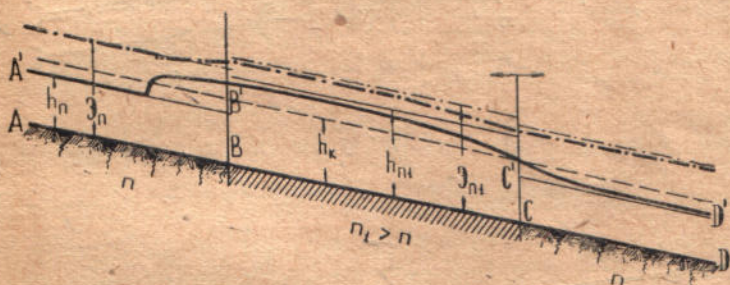


Рис. 70

випадку в перерізі B встановиться критична глибина і відповідна їй питома енергія перерізу Z_{min} ; доводиться це цілком так само, як і те, що критична глибина повинна встановитись у місці злому дна водотоку при умовах, показаних на рис. 60.

Розглянемо ще форму поверхні води в бурхливому водотоці (рис. 73) при зменшенні шорсткості на ділянці BC . Ця зміна шорсткості не може впливати на бурхливу ж ділянку AB . Тому від точки B' будемо криву спаду $B'C'$ (вниз по течії).

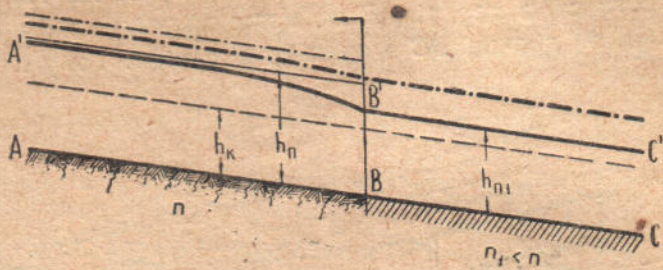


Рис. 71

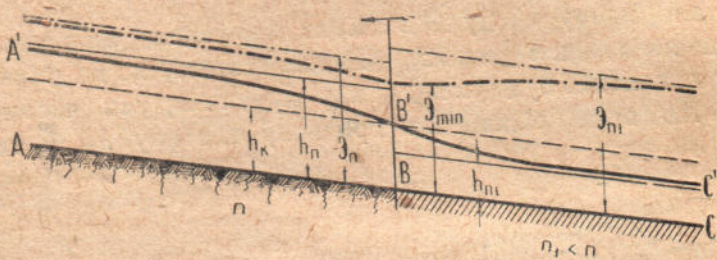


Рис. 72

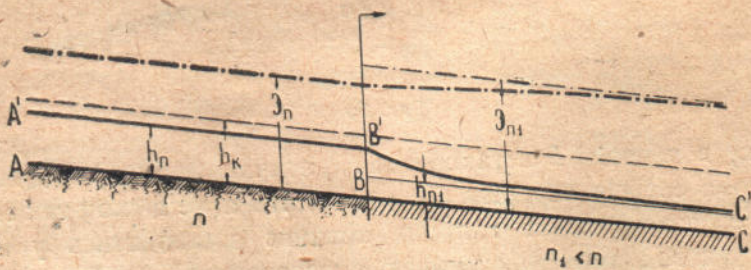


Рис. 73

Тепер треба ще розглянути форми поверхень води у водотоках, в яких маємо на ділянці, розташованій нижче по течії, більшу шорсткість, ніж на попередній ділянці. Дослідимо насамперед випадок, коли на обох послідовних ділянках AB і BC (рис. 74) з різними шорсткостями маємо справу з спокійним водотоком. При цих умовах зміна шорсткості не може вплинути на ділянку BC . Вихідним перерізом є, очевидно, переріз B . Від точки B' вгору проти течії треба побудувати криву підпору $A'B'$. Коли на ділянці BC (рис. 75) маємо нормальну глибину h_{n1} більшу, ніж h_k (спокійний водотік), а на ділянці AB завдяки значно меншій шорсткості нормальна глибина h_n менша за критичну глибину h_k і при цьому $\mathcal{E}_{n1} > \mathcal{E}_n$, то водотік повинен наприкінці ділянки AB запасти енергію $\mathcal{E}_{n1} - \mathcal{E}_n$, якої бракує йому для рівномірного руху на ділянці BC . Для цього він утворює криву підпору B_1B' і стрибок; цю криву будуємо, починаючи від точки B' . Може статись, що \mathcal{E}_n більше за \mathcal{E}_{n1} ; при цій умові стрибок буде відігнаний на ділянку BC , завдяки чому водотік зможе витратити зайву енергію $\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_{n1}$.

Лишається розглянути ще водотік, в якому і на ділянці AB з меншою шорсткістю і на ділянці BC з більшою шорсткістю нормальні глибини h_n і h_{n1} менші, ніж критична глибина h_k , (рис. 76). У цьому випадку зміна шорсткості не може відбитися на ділянці AB (проти течії) і тому доведеться тільки побудувати криву підпору $B'C'$ від точки B' .

§ 10. Деякі зауваження щодо складніших випадків спряження водних потоків

У попередніх параграфах (§§ 4—9) розглянуті були простіші причини, які спричиняють нерівномірний рух рідини. Але дуже часто трапляються різні комбіновані випадки. Наприклад, на рис. 77 за ділянкою AB з більшою шорсткістю і похилом, меншим за критичний, йде ділянка BC з значно меншою шорсткістю і з трохи більшим похилом; завдяки цим останнім двом причинам на ділянці BC нормальна глибина h_{n1} менша за критичну глибину h_k . При таких умовах критична глибина встановиться, звичайно, не на перепаді в перерізі C , а в перерізі B ; від точки B' і треба будувати криві спаду $A'B'$ вгору проти течії і $B'C'$ вниз по течії. Доведення тут можна і не наводити через його простоту.

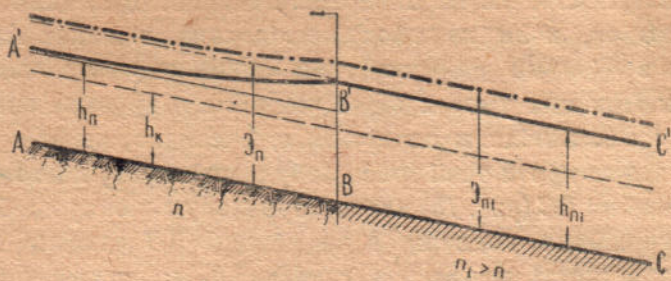


Рис. 74

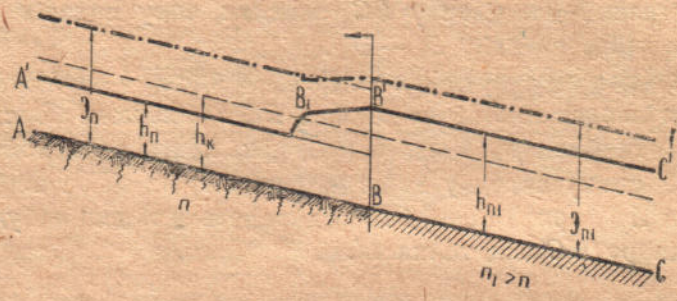


Рис. 75

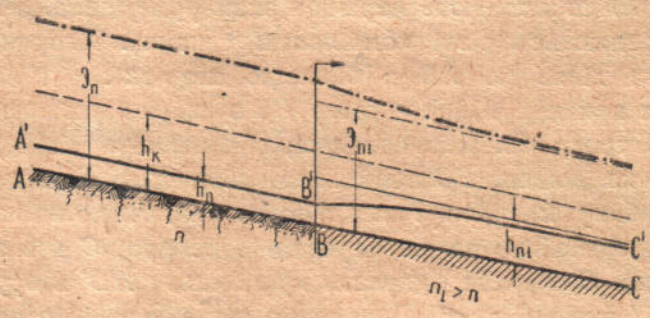


Рис. 76

Ще один складніший випадок показано на рис. 78. Тут маємо стиснення русла знизу на досить довгій ділянці CD , при чому шорсткість стінок на цій ділянці значно менша, ніж на сусідніх ділянках AB і EF . При певних співвідношеннях висоти a і коефіцієнтів шорсткості n і n_1 може статись, що підняття дна

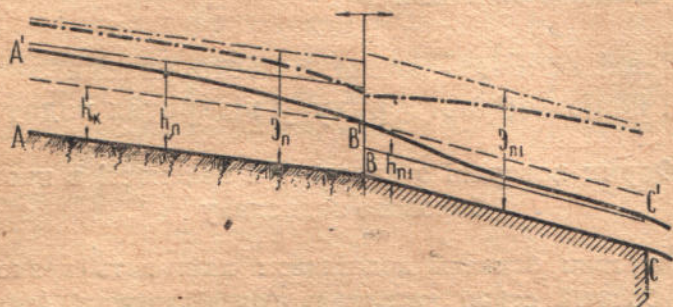


Рис. 77

в спокійному водотоці спричиняє проте криву спаду $A'B'$ перед стисненою ділянкою. Порядок побудування ясний з рисунка.

Не будемо тут продовжувати розгляд найможливіших комбінованих випадків; замість цього зробимо одне загальне зауваження. При всяких побудуваннях кривих поверхень води слід

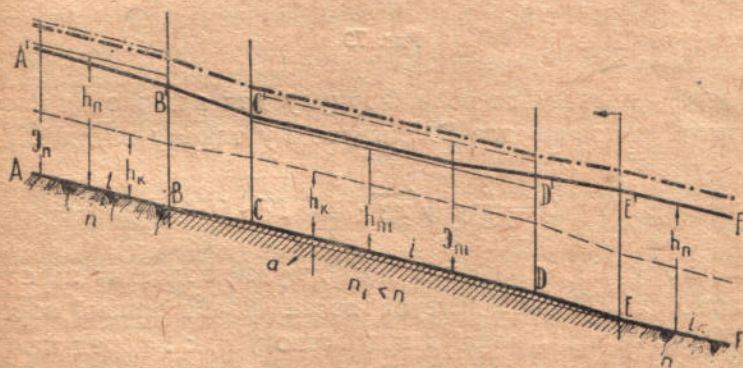


Рис. 78

насамперед викреслити лінію дна, лінію критичних глибин і лінії поверхень рівномірного руху для тих ділянок, для яких можна визначити глибини рівномірного руху (крім, отже, ділянок з нульовим і негативним похилом, непризматичних ділянок та ін.). Після цього треба визначити вихідні перерізи, у яких глибини

те, що витрата в каналі на ділянці CA поступово зменшується на величину $Q = Q_1 - Q_2$. Перед водозливом встановлюється крива спаду ED .

Трохи несподівана форма поверхні може бути пояснена так. Тому що водотік спокійний, то вниз від перерізу AB вплив водозливу не може мати місця. Тому на ділянці AG матимемо рівномірний рух, який відповідає витраті Q_2 , коли тільки до цієї ділянки не досягають крива спаду чи підпору від якоїнебудь споруди, розташованої нижче. В усякому разі глибину h_{n2} і питому енергію перерізу \mathcal{E}_{n2} в перерізі AB треба вважати відомими.

Побудуємо тепер на тих самих осях два графіки $\mathcal{E}h$ (рис. 80) для витрат Q_1 і Q_2 , що протікають у тому самому руслі. На графіку для витрати Q_2 питомій енергії перерізу \mathcal{E}_{n2} відповідає, звичайно, глибина h_{n2} . Припустимо покищо, що питома енергія перерізу на ділянці CA дорівнюватиме теж \mathcal{E}_{n2} ; в такому разі з графіка $\mathcal{E}h$ для витрати Q_1 зразу ж знайдемо гли-

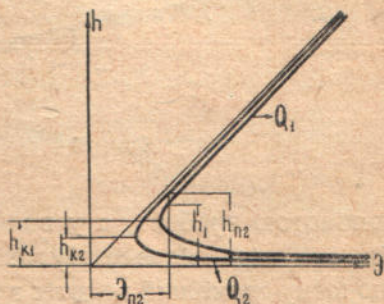


Рис. 80

бину h_1 , яка встановиться в перерізі CD . Тепер зрозуміло, чому на початку водозливу глибина менша, ніж наприкінці. На ділянці KC нормальна глибина h_{n1} більша, ніж h_{n2} ; тим більш $h_{n1} > h_1$; ясно, що на ділянці KC повинна встановитись крива спаду ED . В дійсності h_1 трохи більше, ніж одержується з графіків $\mathcal{E}h$. Справді, вгору від перерізу AB (рис. 79) витрата в каналі збільшується, а глибина зменшується; звідси виходить, що швидкості в каналі на розглядуваній ділянці проти течії збільшуються. Ясно, що втрати енергії у верхній частині ділянки CA більші; тому дійсна лінія енергії повинна розміститись вище лінії $B'D'$, хоч вона і повинна пройти через точку B' у вихідному для побудовання перерізі AB . Тепер ясно, що глибина в перерізі CD повинна вийти трохи більша за h_1 , тому що питома енергія перерізу тут буде більша, ніж \mathcal{E}_{n2} . У випадку прямокутного перерізу каналу зроблені щойно висновки можна зробити трохи простіше за допомогою графіка Коха. Побудування кривої BD можна зробити наближено ¹⁾.

¹⁾ Пор. також: Ф. Форхгеймер, Гидравлика, 1935, с. 424.

б) Про використання енергії рік без влаштування гребель

Досить часто винахідники роблять пропозиції відбирати кінетичну енергію води, що тече в ріках, за допомогою тих чи інших гідравлічних двигунів, наприклад, пропелерних турбін¹⁾; при цьому звичайно мають на увазі, що ріку, не підпирають за

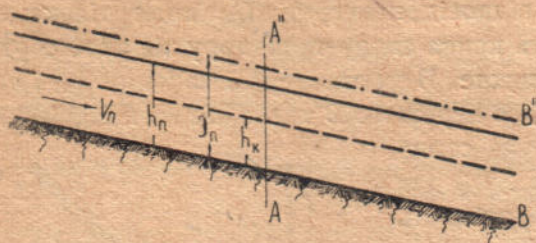


Рис. 81

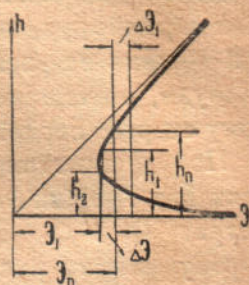


Рис. 82

допомогою гребель, а у води відбирається та її кінетична енергія, яка відповідає побутовій швидкості ріки v_n . Розглянемо спочатку спокійний водотік з рівномірним рухом (рис. 81) з швидкістю v_n .

Припустимо, трохи умовно, що в якомунебудь перерізі AA'' ми віднімаємо за допомогою відповідного двигуна від кожного літра води $\Delta \mathcal{E}$ кдж енергії і саме кінетичної енергії. При зменшенні кінетичної енергії і швидкості повинен був би збільшитись живий переріз ріки, а разом з ним і глибина. Але збільшеній глибині, припустимо h_0 , у спокійних течіях відповідає не менша, а більша питома енергія перерізу. Отже приходимо до висновку, що віднявши у водотоку частину кінетичної енергії $\Delta \mathcal{E}$, ми повинні були б підвести до нього у вигляді вже потенціальної енергії не тільки це ж саме $\Delta \mathcal{E}$, але ще й додаткову енергію $\Delta \mathcal{E}_1$.

З приводу щойно сказаного можна зробити заперечення, що для нас не має значення, чи відбираємо ми від ріки саме кінетичну енергію, чи енергію взагалі. Отже, припустимо, що ми в перерізі AA'' (рис. 81) відняли у води певну кількість енергії $\Delta \mathcal{E}$, яка включає енергію потенціальну. З графіка $\mathcal{E}h$ на рис. 82 видно, що енергії $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_n - \Delta \mathcal{E}$ відповідає глибина h_1 , менша,

¹⁾ Див. В. В. Фармаковський, Гидравлические двигатели, 1928. Також почасти патент г. Осадного та ін.

ніж побутова глибина водотоку h_n . Але, як доведено вже було в § 3, вода не може при спокійній течії перейти від меншої глибини до більшої вниз по течії. Справді, при глибині h_1 , меншій, ніж h_n , лінія енергії повинна була б на ділянці AB за перерізом AA'' (рис. 81) йти крутіше, ніж $A''B''$, тому що при

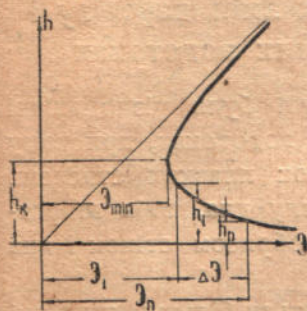


Рис. 83

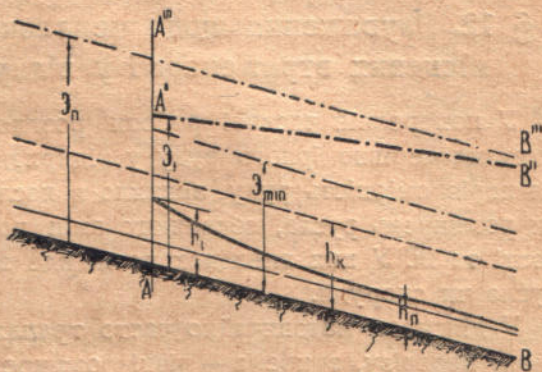


Рис. 84

менших глибинах і відповідно більших швидкостях втрати енергії були б більші за побутові; але при цьому лінія енергії повинна була б наблизитись до лінії дна на відстань меншу, ніж E_{\min} , а це звичайно неможливо. Тим більше водотік не може вийти за переріз AA'' з глибиною h_2 (рис. 82).

З викладеного робимо висновок, що гідравлічні двигуни, розташовані безпосередньо у спокійному водотоці, можуть відбирати тільки енергію, яка нагромаджується рікою завдяки підпорі; при цьому підпір повинен спричинятись самими ж двигунами.

Інакше стоїть справа з бурхливими потоками. Якщо від води такого водотоку, що тече з питомою енергією перерізу E_n (рис. 83 і 84), відняти енергію ΔE (рахуючи, звичайно, на 1 л чи 1 кг) в будьякому перерізі AA'' , то завдяки меншій питомій енергії перерізу $E_1 = E_n - \Delta E$ зразу ж за перерізом AA'' встановиться глибина h_1 , більша, ніж h_n (рис. 84); завдяки цьому на ділянці за двигунами втрати енергії будуть менші проти нормальних, і тому лінія енергії $A''B''$ поступово наблизатиметься до побутової лінії енергії $A'''B'''$. Ясно, що найбільша кількість енергії, яку можна відняти у бурхливого водотоку без підпору його, буде $E_n - E_{\min}$ на 1 кг води. Більшу кількість енергії можна

було б одержати тільки при умові утворення перед двигунами підпору.

Викладені міркування легко було б узагальнити і на той випадок, коли в ріці до встановлення двигуна рух був нерівномірний.

§ 12. Зауваження щодо неплавких змін перерізу і місцевих втрат енергії у відкритих водотоках

У попередній частині роботи розглянуті були різноманітні випадки нерівномірного руху у відкритих водотоках, при чому ця нерівномірність руху виникла в наслідок плавких стиснень чи розширень русла, невеликих змін похилу дна, змін шорсткості та ін. У цих випадках потік йде за обрисом стінок і дна русла чи споруди.

У дійсності надзвичайно часто трапляються більш-менш різкі зміни перерізу, зокрема — різкі розширення русла; дуже круті зміни напряму всього русла трапляються рідше, але місцеві різкі зміни напряму чи повороти стінок і дна бувають дуже часто.

Різкі зміни живого перерізу потоку можуть бути не тільки в результаті місцевих відхилень від призматичності самого русла, але й при утворенні стрибка. В перелічених випадках спостерігаються при русі у відкритих руслах більш-менш значні втрати енергії, які слід називати „місцевими втратами“. Ці місцеві втрати у відкритих водотоках досліджені покищо мало¹⁾. При дослідженні цих втрат, що мають велике значення, слід

¹⁾ Можна відзначити такі праці:

1) Стаття Raju про втрати на закругленнях у відкритих водотоках, вміщена в *Mitteilungen d. Hydraulischen Inst. d. Techn. Hochschule München*, Н. 6.

2) Статті Kirschmer-a і Spangler-a про втрати в ґратах, *ibid.*, Н. 1 і Н. 2.

3) Про втрати у згинах безнапірних водоводів, в § 70 книги P. P. Greager and I. D. Justin, *Hydro-Electric-Handbook* (в російському перекладі цієї книги див. с. 147).

4) I. Hinds, „The Hydraulic Desing of Flume and Siphon Transittions“, *Transactions Am. SCE*, 1928.

5) Гидроброектпроект, Местные сопротивления в открытых руслах, *Гидротехническое строительство*, № 11, 1936, та деякі інші.

Питанням про втрати енергії в стрибку і про гашення енергії присвячено дуже багато праць закордонних і радянських гідраліків; проте питання ці далеко ще не з'ясовані.

безперечно використати нові досягнення аеро- і гідромеханіки, зокрема результати досліджень Л. Прандтля та ін. щодо пограничного шару. Але при цьому треба мати на увазі і особливості руху у відкритих руслах.

Розглянемо насамперед різку зміну напрямку стінок чи дна відкритого каналу біля виступу *A* (рис. 85). Коли б струмині біля виступу йшли досить близько за напрямом стінки, то це мало б наслідком, як це доводиться у теоретичній гідромеханіці, надзвичайне збільшення швидкостей біля точки *A* — теоретично швидкість тут повинна була б зростати до нескінченності¹⁾.

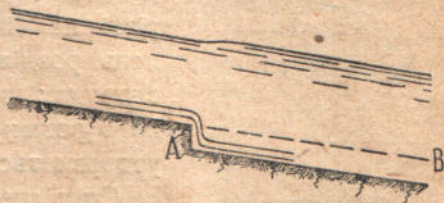


Рис. 85

Але зазначені теоретичні міркування мають переважно кінематичний характер, вони не враховують енергетичної сторони явищ. Насправді велике зростання швидкості біля порогу *A* не може мати місця; це вимагало б підведення воді енергії зовні, тому що вода підходить до порогу *A* з деяким певним запасом потенціальної енергії, яка може перетворитись у кінетичну енергію. Але зовні енергія воді не підводиться і тому струмині не будуть огинати поріг, йдучи близько за поворотом стінки, а замість цього підуть прямо, утворюючи так звану поверхню розділу *AB*; по одну сторону її матимемо досить значну швидкість, а по другу сторону „мертву воду“. Таке пояснення зриву струмин біля виступаючих кутів є більш природним, ніж пояснення цього явища особливим принципом²⁾.

Дальшу долю описаної „поверхні розділу“ прослідкуємо трохи нижче, а зараз розглянемо ще інший випадок утворення поверхень розділу. Припустимо, що в спокійному водотоці поставлені якінебудь споруди, наприклад, бики (рис. 86). При течії за останніми потік повинен був би розширяться; це супроводжувалося б збільшенням глибини, отже, і тиску, при умові, що струмина не відривалась би від поверхні биків. Але рідина з області з меншим тиском (точніше, з області з меншою по-

¹⁾ Див., наприклад, L. Prandtl, O. Tietjens, Hydro- und Aeromechanik, B. I, 1929 (є російський переклад).

²⁾ Див. Т. Пешль, П. Эвальд, Л. Прандтль, Физика упругих и жидких тел, Москва-Ленинград, 1933, с. 206.

тенціальною енергією) може текти в область з більшим тиском тільки коштом кінетичної енергії. Тому що рідина в пограничному шарі, який утворюється на стінках споруди, має малу кінетичну енергію, то вона не має змоги рухатись по ділянці, яка розширюється, і зривається з поверхні споруди (точка А на рис. 86); в результаті утворюється поверхня (вірніше шар) розділу АВ.



Рис. 86

Очевидно можуть мати місце і різні комбіновані випадки утворення поверхень розділу. Дуже часті в гідротехнічних спорудах випадки стиску русла з наступним його розширенням і поверхнями розділу, які утворюються при цьому.

Спорідненість явищ, які мають місце при такому стиску і наступному розширенні русла з описаними вище випадками утворення поверхень розділу, не вимагає пояснень. Поверхні розділу утворюються і в тому випадку, коли струмина рідини попадає в рідину, яка рухається з іншою швидкістю чи перебуває в спокої.

Можна довести, що поверхні розділу нестійкі¹⁾, вони розкладаються на вихори (рис. 87). Подамо коротко це доведення. Припустимо, що утворилась поверхня розділу АВ (рис. 87а). Завжди знайдеться досить причин, завдяки яким ця поверхня відхилиться від своєї форми, набувши певного хвильоподібного вигляду, хоч би і з дуже малою висотою хвиль (рис. 87б); при цих умовах біля вершини виступу С матимемо стиснення верхньої струмини, збільшення у ній швидкості, отже, зменшення тиску, що й відзначено знаком (-); навпаки, з другого боку біля точки D одержимо збільшення тиску (+). Завдяки різниці тисків висота виступу буде збільшуватись, а завдяки відносній швидкості хвиля стає несиметричною (рис. 87в); ця несиметричність збільшується, хвиля перекидається і змотується у вихори²⁾ (рис. 87г, 87е). Тут процес, звичайно, схематизовано. Не слід гадати, що в дійсності спочатку цілком утворюються поверхні розділу, а далі тільки почнеться утворення вихорів; вірніше буде сказати, що поверхні розділів розкладається звичайно на вихори одразу ж

¹⁾ Див. цитовану книгу Л. Prandtl-я і О. Tietjens-а.

²⁾ Слово „вихор“ вживаємо не в строго гідродинамічному, а в трохи ширшому розумінні, як це трапляється в роботах Л. Прандтля.

у процесі свого утворення. Ці міркування про нестійкість поверхень розділу, що їх наводить Л. Прандтль в своїх працях, безперечно повинні бути використані і для з'ясування суті місцевих втрат у відкритих водотоках, а також і процесів гашення енергії, тому що останні не відрізняються від явищ, які спостерігаються при місцевих втратах енергії. Справді, в кінетичну енергію обертового руху вихорів

перетворюється кінетична енергія руху струмینی. Кінетична енергія вихорів для головного поступного руху потоку втрачається. Самі вихори, загалом кажучи, теж нестійкі. Рухаючись разом з рідиною з певною швидкістю¹⁾, вони розпадаються мабуть на дрібніші завихорення, які поступово зникають; при цьому механічна їх енергія перетворюється у теплову, тобто вона, як кажуть, „втрачається“ чи „гаситься“. Власне кажучи, енергія є втраченою для основного руху вже з того моменту, коли вона переходить у енергію вихрового руху, тому що енергія останнього

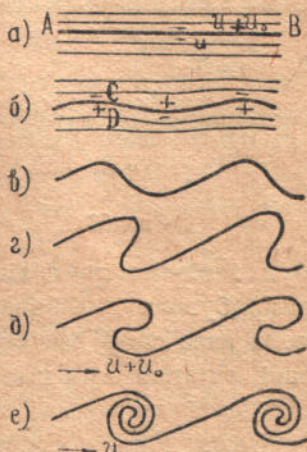


Рис. 87

руху хоч і є ще механічною, але вона призначена вже на перетворення в теплову; перетворити її назад в енергію основного руху вздовж русла ми не вміємо. Таким чином в області, де можуть утворитись поверхні розділу, одержуємо рух надзвичайно завихорений, близький за своєю природою до звичайного турбулентного руху. Л. Прандтль називає навіть випадки руху струмینی рідини в рідині без обмежуючих стінок²⁾ „вільною турбулентністю“.

Зауважимо далі, що кожний вихор утворюється частково з рідини, яка рухається (рис. 87) з більшою швидкістю $u + u_0$ по одну сторону поверхні розділу, частково з рідини, яка рухається з меншою швидкістю і по другу сторону тої самої поверхні. Це особливо ясно з рис. 87e. Таким чином одержуємо

¹⁾ Ця швидкість вихрів зразу ж після їх утворення дорівнює приблизно середній арифметичній (рис. 87 а) з швидкостей u і $u + u_0$.

²⁾ L. Prandtl, Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz, Z. für angew. Math. und Mech., B. 5, 1925, H. 2; див. також статтю Tholmiєна у тому ж журналі за 1926 р.

ще один важливий висновок: поверхні розділу і вихори, які утворюються з них, не тільки є причиною місцевих втрат і гашення енергії, але завдяки їм частини рідини добре перемішуються одна з одною. Правильніше буде сказати, що процеси гашення енергії і механічного перемішування рідини є різними сторонами того самого процесу.

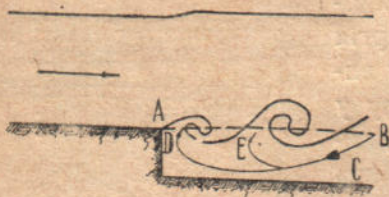


Рис. 88

Викладені міркування хоч і не дають покищо змоги провадити розрахунки місцевих втрат енергії, процесів гашення енергії і процесів механічного перемішування рідин, але вони все таки дають змогу більш свідомо підійти до проектування гідротехнічних споруд і різних приладів чи принаймні їх моделей, які належить випробувати в лабораторії. Залежно від мети, для якої зроблена дана споруда чи прилад, виникають і повинні бути розв'язані питання про кількість поверхень розділу, відстані їх одна від одної, швидкості рідин та ін.

Далі, коли прийняти викладений погляд, то можна буде спробувати і в гідротехнічних спорудах керувати пограничним шаром у бажаному напрямі.

Розглянемо тепер трохи докладніше деякі конкретні випадки місцевих опорів, наприклад, уступ на дні спокійного водотоку (рис. 88). Замість поверхні розділу AB , про яку мова була вище, фактично одержимо ряд вихорів, які уносяться вниз по течії. Вихори утворюються не тільки за рахунок води основного потоку, який рухається в даному випадку над поверхнею AB , але й за рахунок води з простору під цією поверхнею; приплив води до вихорів показано на рисунку стрілками D , E і C . Але коли спід поверхні AB вода забирається, то вона туди повинна весь час і надходити. В результаті під поверхнею AB і утворюється так званий валець, у даному разі з горизонтальною віссю.

Розглянемо ще рух за биками в ріці (рис. 89). І тут, звичайно, замість поверхень розділу одержуємо ряди вихорів, між якими існують зворотні течії. Такі зворотні течії в результаті дають вальці з вертикальними осями. Слід відзначити, що ряди вихорів не утворюють в дійсності так званих доріжок Бенара-Кармана у тій формі, як вони описуються в книгах по гідрс-

і аеромеханіці, Насправді завихорення вниз по течії проникають усе далі в основний потік, підсилюючи його трубулентність і поступово затухаючи ¹⁾).

В зв'язку з протіканням потоку через отвори між биками треба з'ясувати непорозуміння, яке може виникнути. В § 3 доводиться, що споруди не впливають на водотік вниз по течії,

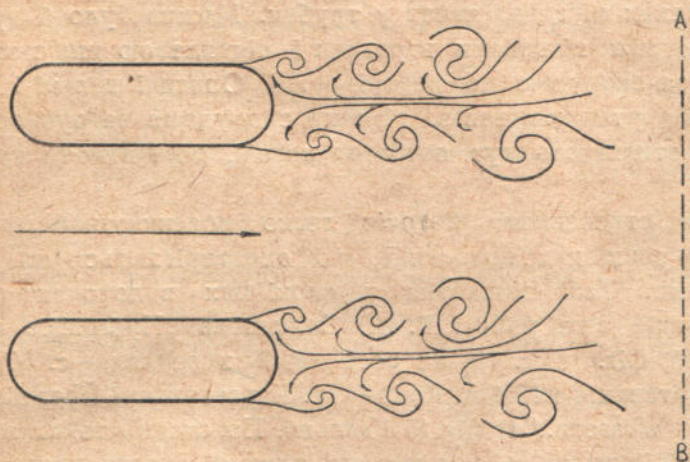


Рис. 89

коли за спорудою є спокійна течія. Тепер можна з'ясувати, чому до цього твердження зроблено застереження, що воно застосовне при умові повільно змінної течії. Справді, на прикладі обтікання биків — звичайно не цілком зручно обтічної форми — видно, що вплив їх і в спокійних течіях поширюється вниз по течії у вигляді вихорів, які утворюються і уносяться потоком.

При бажанні зазначену щойно суперечність можна було б усунути, уявляючи собі, що споруда, в даному разі бик, продовжена до якогонебудь перерізу потоку AB (рис. 89), в якому вже немає простору з текучою назад водою, а також більш-менш підсиленої завихореності. Таке уявлення є до певної міри обгрунтованим, тому що простір за биками з текучою назад водою стиснує переріз водотоку аналогічно самим бикам; але,

¹⁾ Аналогічне спостереження описане в статті: N. W. Akimoff, Über das Wesen des Mitstromes, Jahrbuch des schiffbautechnischen Gesellschaft, B. 35, 1934.

звичайно, треба уявляти собі, що ширина уявно продовжених биків чи інших споруд поступово зменшується в міру наближення до перерізу AB .

Втрати енергії від завихорень розподіляються на всю ділянку від кінця споруди до перерізу BA , отже ці втрати є „місцевими“ до певної міри умовно, як це можна сказати і щодо більш досліджених місцевих втрат у трубах. Можна було б провести аналогію між місцевими втратами і підсиленою шорсткістю на ділянці за спорудою до перерізу AB . Описані вальці і завихорення, що утворюються за різними спорудами незручнообтічної форми, стискають тут потік на певній, порівнюючи короткій, ділянці.

Цими стисненнями потоків легко пояснюються зниження рівня у спокійних водотоках, які спостерігаються за такими спорудами. Такі зниження у спокійних водотоках описані в цитованій вже роботі Б. А. Бахметева „Hydraulics of open channels“, фіг. 18, с. 60, чи російський переклад — с. 50, а також у цитованій книзі А. Коха — М. Карстеньєна „Über die Bewegung des Wassers...“¹⁾ фіг. 87 і далші. Пояснення таких знижень рівня (порівнюючи з нормальним рівнем) втратами енергії, як це роблять А. Кох і Б. А. Бахметев, не можна визнати правильним, — бо ж водотік з питомою енергією перерізу меншою, ніж нормальна \mathcal{E}_n , не міг би перейти вниз по течії до нормальної глибини, до якої він в дійсності переходить. Втратами можна і треба в спокійних водотоках пояснити тільки підпір перед спорудою. З цієї ж причини біля заднього кінця стискаючого водотік зверху тіла $RSTU$ (рис. 42), при не цілком зручнообтічній його формі, рівень води не підіймається до нормального рівня; це спричинить збільшення тиску на тіло в напрямі течії, а також опускання заднього кінця тіла $RSTU$.

Легко зробити аналогічні висновки щодо стиснення вальцями за спорудами бурхливих водотоків, але розглядати це питання докладно немає потреби.

Виникає далі питання, як ввести місцеві втрати енергії у відкритих водотоках в гідравлічні розрахунки. Коли пригадаємо що навіть більш досліджені місцеві втрати в трубах уявляють собі звичайно зосередженими в певних перерізах, а не розпо-

¹⁾ У російському перекладі цієї книги під назвою „Основы практической гидродинамики“ — див. с. 62 і далші.

Тут слід було б мати на увазі, що явища вихроутворення за перерізом A взаємодіють, інтерферують з вихроутворенням за перерізом B . Ця інтерференція має місце, коли довжина ділянки AB невелика, отже вихори, які утворились за перерізом A , не встигнуть у достатній мірі загаснути до перерізу B . Тому



Рис. 91

що інтерференція опорів у мостових отворах має місце в більшій чи меншій мірі, то цілком зрозуміло, чому підпір від мостів визначався звичайно при експериментальних дослідженнях одразу сумарно, а не окремо при вході і при виході з мостових отворів. Визначення втрати h_B незалежно від h_A може привести при наявності інтерференції до певних неточностей. Але з такими неточностями доводиться покищо миритись, тому що обчислення втрат при вході і при виході з споруд, а також і в інших випадках місцевих втрат ми можемо робити звичайно навіть і при відсутності інтерференції тільки дуже грубо¹⁾.

З спостережень над місцевими втратами добре відомо, що в місцях з підсиленням вихроутворенням вода захоплює пухирки повітря, коли завихорення досягають поверхні води, маючи значну інтенсивність. В зв'язку з цим можна висловити думку, що й у швидкотоках захоплення повітря залежить від ступеня турбулентності руху. Остання ж у швидкотоках є функцією числа Рейнольдса і шорсткості стінок.

Серед гідравлічних явищ, зв'язаних з місцевими втратами енергії, особливо велике значення має незатоплений і затоплений водяний стрибок. Розглянемо коротко процеси, які мають місце у незатопленому водяному стрибку (рис. 91). Суть цих процесів найкраще з'ясовується, коли звернути увагу на ту обставину, що вода з більшою швидкістю v_1 (рис. 92) попадає

¹⁾ Такі обчислення можна робити, користуючись даними з робіт, зазначених на початку цього параграфу.

в потік, який рухається у тому ж напрямі, але з швидкістю v_2 меншою, ніж v_1 . Ясно, що при цьому може утворитись поверхня розділу PS , яка вже під час свого утворення розпадається на вихори (рис. 91). Ці вихори захоплюють з собою воду з простору над поверхнею розділу і тому туди прямує вода від B



Рис. 92

до A і утворюється так званий валець AB , в якому вода перебуває в обертовому, але незамкненому русі, тому що в нього весь час попадають нові і нові маси води ¹⁾. Крім великих вихорів, які утворюються завдяки поверхні розділу PS (рис. 92), у вальці є мабуть ще вогнища зародження менших вихорів, наприклад, біля точки a (рис. 91). За точкою B вальця вже немає, але вода має очевидно ще надзвичайно завихорений рух, і рівень води (при горизонтальному дні) ще трохи підвищується до певної точки B' . Зв'язок між глибинами критичною h_k , перед стрибком h_1 і за стрибком h_2 у випадку прямокутного перерізу русла чи між витратою Q , площами живого перерізу перед стрибком і за стрибком ω_1 і ω_2 і між відповідними глибинами центрів ваги цих перерізів y_{01} і y_{02} в загальному випадку довільного перерізу легко встановлюється за допомогою закону кількостей руху. Після встановлення такого співвідношення легко вже обчислюються втрати енергії в стрибку. Застосування закону кількостей руху дуже корисне для дослідження і інших явищ з місцевими втратами. А. Кох у цитованій вище його роботі надав цьому законові навіть спеціальної форми, „закону опорних сил“ (der Satz von der Stützkraft), спеціально пристосованого для гідравлічних досліджень. Але й безпосереднє застосування закону кількостей руху навряд чи вимагає більше роботи.

¹⁾ Такі, наприклад, пояснення явищ у стрибку дав А. Шокліч у статті „Über die Energievernichtung durch Walzen“, Die Wasserwirtschaft, 1932, № 16—17, розглядаючи стрибок з погляду гашення енергії. До аналогічних висновків прийшов одночасно з А. Шоклічем і автор цієї роботи, розглядаючи стрибок як змішувач.

Цікаво, що втрати енергії в стрибку, обчислені, як зазначено вище, виходять інші, ніж коли ці самі втрати обчислити за теоремою Борда-Карно. Ця різниця є результатом тої обставини, що втрата енергії в трубі при розширенні її супроводжується також перетворенням частини зникаючої кінетичної



Рис. 93

енергії в енергію тиску, при чому співвідношення швидкостей задається співвідношенням площ живих перерізів. У стрибку ж співвідношення швидкостей перед стрибком є результатом співвідношення глибин, що встановлюється, отже, і площ живого перерізу перед стрибком і за ним; при цьому останнє співвідношення встановлюється протилежно до труб не тільки відповідно до форми русла, але й до інших умов руху рідини і насамперед енергетичних умов.

Щодо розмірів стрибка вздовж потоку, то відносно цього питання є покищо велике розходження між дослідниками. Тим часом як в Європі досліджується переважно довжина вальця l на ділянці AB (рис. 91), Б. А. Бахметев і А. Е. Matzke¹⁾ розуміють під довжиною стрибка величину L . Питання утруднюється ще й тим, що при хвилястій формі стрибка вальця, власне кажучи, зовсім немає. Питання про довжину вальця l (чи про довжину стрибка в цілому L) має велике значення, бо на основі наявних досліджень можна гадати, що довжину водобійного колодязя слід призначати саме в з'язку з довжиною l .

Чимале значення має також довжина затопленого стрибка (рис. 93), відповідно до якої треба, очевидно, призначати дов-

¹⁾ Boris A. Bakhmeteff and A. E. Matzke, The Hydraulic Jump in Terms of Dynamic Similarity, Proceedings Am. S. of C. E., Oktober, 1936, Vol. 62, № 8, Part. 2.

жину тієї ділянки за перепадом, на якій треба закріпляти дно водотоку в тому випадку, коли стрибок затоплюється без водобійного колодезя.

Більш-менш інтенсивне захоплення повітря водою в межах вальця незатопленого, а також мало затопленого стрибка пояснюється, звичайно, інтенсивним вихроутворенням в межах вальця.

О неравномерном движении жидкостей в открытых водотоках и сооружениях на них

Проф. Г. И. Сухомел

Резюме

Вступление

Неравномерное движение жидкости в открытых водотоках, естественных и искусственных, а также в сооружениях на них, встречается, собственно говоря, гораздо чаще, чем равномерное движение. Само собою разумеется, что на непризматических участках русла движение будет неравномерным; неравномерным же будет и движение жидкости на участках с призматическим руслом, но находящимся по соседству со всевозможными отклонениями от непризматической формы русла (стеснения водотока снизу, с боков, и снизу и с боков сразу, расширения русла водотока, изменения уклона вдоль водотока и пр.). До некоторой степени аналогично сужениям и расширениям русла действуют и изменения шероховатости вдоль водотока. Неравномерность движения жидкости имеет место и при изменении расхода вдоль потока. Отклонения от призматичности русла и изменения шероховатости и расхода вдоль потока могут быть и естественного происхождения, а могут вызываться и искусственными гидротехническими сооружениями. Отклонения от призматичности могут быть плавными, но очень часто встречаются и резкие, неплавные отклонения от призматичности.

Неравномерное движение возникнет и в том, редком на практике, случае, когда подвести воде или, наоборот, отобрать от воды как-либо некоторое количество энергии.

Сначала будем рассматривать плавные отклонения от призматической формы русла.

Главнейшей задачей теории неравномерного движения жидкостей как в самих открытых водотоках, так и в сооружениях

на них¹⁾ является построение кривых свободных поверхностей. Построение кривых подпора и спада в узком смысле слова в настоящее время не представляет каких либо затруднений.

Однако, для того, чтобы начать построение той или иной кривой, нужно наперед определить глубину в каком либо исходном сечении; кроме того часто очень желательно наперед же знать, в какой именно зоне расположится кривая свободной поверхности.

Между тем в более или менее сложных случаях неравномерного движения жидкости определение глубины в исходном сечении, даже определение самого исходного сечения, а также и определение вида кривой в зависимости от зоны, представляет немалые затруднения. Такое положение объясняется тем обстоятельством, что до сих не имеется общей теории неравномерного движения жидкости в открытых водотоках, которая более или менее полно разрешала бы вопросы этого движения и в числе их также указанные только что важнейшие вопросы.

При построении общей теории неравномерного движения жидкости в открытых водотоках удобнее всего пользоваться понятием удельной энергии сечения, которое было введено в гидравлику проф. Б. А. Бахметевым в 1911 году (в работе „Неравномерное движение жидкости в открытом русле“); однако Б. А. Бахметев ограничился главным образом исследованием удельной энергии сечения как функции глубины в одном и том же сечении; между тем разрешение наиболее важных и трудных вопросов неравномерного движения жидкости в открытом русле получается при исследовании изменения удельной энергии сечения вдоль водотока. Однако, раньше, чем перейти к разрешению вопросов неравномерного движения, полезно рассмотреть удельную энергию сечения и прежде всего именно как функцию глубины.

§ 1. Удельная энергия сечения

Удельной энергией сечения называют, как известно, величину \mathcal{E} , равную сумме глубины потока h (черт. 1)²⁾ в рассматриваемом сечении и высоте скорости в этом же сечении $\alpha \frac{v^2}{2g}$; здесь

¹⁾ Из сооружений здесь рассматриваются такие, которые жидкость протекает, имея свободную поверхность.

²⁾ Чертежи см. в украинском тексте.

α — корректив на неравномерное распределение скорости по сечению, а v средняя скорость в рассматриваемом сечении.

Таким образом:

$$\mathcal{E} = h + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

Выразив v через расход Q и площадь живого сечения ω , получим:

$$\mathcal{E} = h + \alpha \frac{Q^2}{2g\omega^2} \quad (2)$$

По существу \mathcal{E} есть удельная энергия потока относительно горизонтальной плоскости, проведенной через наинизшую точку дна рассматриваемого сечения (плоскость AB на черт. 1), а не относительно произвольной горизонтальной плоскости, как это делается, когда пишут уравнение Д. Бернулли.

Легче всего исследовать соотношение (2) для прямоугольного живого сечения потока; в этом случае $\omega = B \cdot h$, где B ширина сечения; подставив Bh вместо ω в уравнение (2) и обозначив расход на единицу ширины $\frac{Q}{B}$ буквою q , получим:

$$\mathcal{E} = h + \alpha \frac{q^2}{2gh^2} \quad (3)$$

В. А. Бахметев в указанной выше работе исследовал \mathcal{E} как функцию глубины h , принимая Q или соответственно q постоянным. Оказывается, что кривая, изображающая \mathcal{E} , асимптотически приближается (черт. 2) к оси \mathcal{E} и к биссектрисе координатного угла; функция \mathcal{E} имеет минимум \mathcal{E}_{\min} — при некоторой глубине h_k , называемой критической. \mathcal{E}_{\min} можно было бы назвать критической удельной энергией сечения. Для прямоугольного сечения $\mathcal{E}_{\min} = \frac{3}{2} h_k$. Высота скорости v_k при критической глубине для прямоугольного сечения равна половине этой глубины¹⁾:

$$\alpha \frac{v_k^2}{2g} = \frac{h_k}{2} \quad (4)$$

¹⁾ Подробности относительно удельной энергии сечения смотри в цит. работе В. А. Бахметева или каком либо курсе гидравлики; особенно подробно этот вопрос рассмотрен в работе: P. Böss, „Berechnung der Wasserspiegellage“. Forschungsarbeiten. N. 284, 1927.

Особенно существенно отметить, что некоторой глубине h соответствует вполне определенное, единственное значение \mathcal{E} . Наоборот — некоторому значению \mathcal{E} соответствуют две глубины:

$$h_1 < h_k \text{ и } h_2 > h_k$$

Вопрос о том, которая из этих двух математически возможных положительных глубин установится в действительности в отдельных конкретных случаях, будет рассмотрен дальше. Удельной энергии сечения \mathcal{E}_{\min} соответствует только одна глубина h_k , а движения жидкости в открытом водотоке с \mathcal{E} меньшим, чем \mathcal{E}_{\min} , вообще не бывает, так как при таком \mathcal{E} не может установиться какая бы то ни было глубина.

В своей позднейшей работе ¹⁾ Б. А. Бахметев придал графику $\mathcal{E}h$ функции \mathcal{E} другой, более удобный вид (черт. 3); на нем глубины h занимают естественное вертикальное положение.

График, представленный на рис. 3, будем для краткости речи называть графиком $\mathcal{E}h$. Этот график особенно удобен для исследования течения в прямоугольных руслах постоянной ширины и с постоянным q . В случае сечения произвольной формы график $\mathcal{E}h$ нужно строить по формуле (2):

$$\mathcal{E} = h + \alpha \frac{Q^2}{2g \omega^2}, \quad (2)$$

рассматривая ω как функцию глубины h . Вид графика для обычных сечений открытых водотоков, расширяющихся сверху, напоминает график $\mathcal{E}h$ для прямоугольного сечения. Во избежание ошибок нужно подчеркнуть, что для русел непрямоугольных сечений связи между h_k и \mathcal{E}_{\min} будут иными, чем для прямоугольных.

Для тех случаев прямоугольных русел, когда ширина водотока изменяется, весьма удобным может оказаться график уравнения (2), предложенный А. Кохом ²⁾; этот график (черт. 4) дает зависимость q от h при постоянном \mathcal{E} ; его можно кратко

¹⁾ В. А. Bakhmeteff, *Hydraulics of open channels*. New-York and London. 1932. Имеется русский перевод: Б. А. Бахметев, *Гидравлика открытых русел*, 1934.

²⁾ А. Кох — М. Карстаньев. *Основы практической гидродинамики*, 1933 г. Перевод части книги: А. Koch — М. Carstanjen. *Über die Bewegung des Wassers...* Berlin, 1926.

называть графиком qh . И из этого графика видим, что одному и тому же расходу q и, конечно, одной и той же удельной энергии сечения \mathcal{E} соответствуют две глубины — одна больше h_k , а другая меньше h_k .

Только расходу q_{\max} соответствует (при определенном значении \mathcal{E}) одна глубина, именно критическая.

График А. Коха дает возможность легко сделать следующий вывод, которым будем пользоваться в дальнейшем. Если снести бурный ($h < h_k$) водоток с боков, то глубина h возрастает быстрее, чем расход q , увеличивающийся обратно пропорционально ширине B ; поэтому скорость в таких суженных участках бурного водотока уменьшается по сравнению с несуженными. Обратный вывод можно сделать для спокойных течений ($h > h_k$). Оба эти вывода сделаны для случая, когда \mathcal{E} на участках с разными ширинами одно и то же.

В некоторых случаях может быть удобным пользование графиком уравнения (2), дающим зависимость q от \mathcal{E} при постоянном h . Такой график $q\mathcal{E}$ представлен на черт. 5; это будет одна ветвь параболы.

Однако наиболее удобною является, пожалуй, номограмма уравнения (2), которая дает взаимную зависимость \mathcal{E} , q и h , причем все эти величины являются переменными. Такая номограмма дана на черт. 6. Она заменяет все три графика и притом для всевозможных сочетаний \mathcal{E} , q и h .

Наравне с зависимостями между \mathcal{E} , q и h (или в более общем случае — \mathcal{E} , Q и h) большое значение имеет еще график, представляющий изменение удельной энергии сечения вдоль водотока (черт. 7). Для построения его нужно в некотором количестве сечений вдоль потока к глубине h каждого сечения добавлять величину $\alpha \frac{v^2}{2g}$, соответствующую средней скорости v в этом же сечении; α — корректив на неравномерное распределение скоростей по сечению. Соединяя полученные точки плавной кривой, получим „линию энергии“ AB или „градиент энергии“; линию AB можно было бы назвать еще графиком \mathcal{E}_s , так как по оси абсцисс, совпадающей с линией дна, откладываем от некоторого начала координат расстояния s , определяющие положения различных сечений. Название „градиент энергии“ для линии AB объясняется тем, что она дает потерю энергии h_w на любом участке водотока.

Это станет ясным, если определим для каких либо двух сечений (рис. 7) энергии:

$$E = H + \alpha \frac{v^2}{2g} \text{ и } E_1 = H_1 + \alpha \frac{v_1^2}{2g},$$

отнесенные к одной и той же произвольной горизонтальной плоскости 00 . Тогда замечаем, что $h_w = E - E_1$.

Однако, в то время как энергия E водотока, относимая к одной и той же горизонтальной плоскости вдоль всего потока, все время уменьшается вниз по течению, удельная энергия сечения \mathcal{E} вдоль водотока может в зависимости от обстоятельств и уменьшаться и увеличиваться (на рис. 7 она как раз увеличивается). Большим преимуществом удельной энергии

сечения $\mathcal{E} = h + \alpha \frac{v^2}{2g}$ по сравнению с обычной удельной энергией является при решении очень большого количества вопросов гидравлики открытых водотоков то обстоятельство, что в \mathcal{E} не входит произвольная высота z , величина которой зависит от выбора нулевой плоскости 00 .

Заметим, что \mathcal{E}_s (градиент энергии) при равномерном движении жидкости в открытом русле идет параллельно дну. В том случае, когда неравномерное движение происходит с глубиной h большей, чем глубина h_n равномерного движения (черт. 7 и 8), скорость v при этом неравномерном движении будет меньше скорости v_n равномерного движения; но при меньшей скорости получим и меньше потери энергии, уменьшится падение (h_w) линии \mathcal{E}_s по сравнению с падением аналогичной линии при равномерном движении \mathcal{E}_{ns} ; иными словами, линия \mathcal{E}_s при глубинах больших, чем нормальная, идет положе, чем \mathcal{E}_{ns} . Наоборот, в случае движения жидкости с глубиной h , меньшею, чем нормальная глубина h_n (черт. 9), скорость неравномерного движения v будет больше скорости равномерного движения; поэтому и потери энергии на трение будут больше, чем при равномерном движении; следовательно линия энергии \mathcal{E}_s неравномерного движения пойдет круче, чем линия энергии равномерного движения.

Вообще вода при одном том же расходе в определенном призматическом русле с постоянной шероховатостью движется с тем более пологим градиентом, чем больше глубина потока и наоборот.

Изложенное выше можно применить к анализу кривых поверхностей воды при неравномерном движении жидкости в открытых призматических руслах. Рассмотрим кривую подпора в первой зоне спокойного водотока (черт. 10). В этом случае переменная глубина h больше нормальной глубины h_n . Градиент энергии для неравномерного движения поэтому должен быть положе, чем градиент $\mathcal{E}_n s$ для равномерного движения. Докажем прежде всего, что линия энергии $\mathcal{E}s$ и кривая подпора не могут пересечь соответственно линию энергии $\mathcal{E}_n s$ и поверхность равномерного движения даже и под весьма малым углом. Для доказательства допустим, что $\mathcal{E}s$ пересекает $\mathcal{E}_n s$ в каком либо сечении AA^1 (черт. 11). Тогда перед этим сечением с левой стороны удельной энергии сечения меньшей, чем \mathcal{E}_n , будет, очевидно, для спокойного течения соответствовать глубина меньшая, чем h_n . Но при глубине меньшей, чем h_n , линия энергии перед сечением AA^1 должна была бы быть круче, чем $\mathcal{E}_n s$, т. е. сделанное допущение приводит к противоречию.

Поэтому приходим к заключению, что градиент энергии $\mathcal{E}s$ (черт. 10) неравномерного движения может приближаться к градиенту энергии равномерного движения вверх против течения только асимптотически. Точно также и кривая подпора (как и другие кривые) асимптотически приближается к поверхности равномерного движения. Вниз по течению $\mathcal{E}s$, очевидно, удаляется от $\mathcal{E}_n s$, а кривая подпора удаляется от поверхности равномерного движения. При увеличении глубины h уменьшаются потери; при $h = \infty$ потери равны нулю и следовательно $\mathcal{E}s$ на бесконечности располагается горизонтально, сливаясь с кривою подпора, т. е. мы видим, что кривая подпора имеет вниз по течению горизонтальную асимптоту.

Далее, принимая во внимание, что падение линии $\mathcal{E}s$, а, значит, и падение кривой подпора на элементе Δs_2 меньше, чем на расположенном выше элементе Δs_1 (длины Δs_1 и Δs_2 взяты одинаковыми), убеждаемся, что кривая подпора в первой зоне спокойного водотока может быть только вогнутой. Еще иначе можно выразиться так: падение поверхности вниз по течению на каждом последующем элементе меньше, чем на предыдущем; это значит, что $\frac{d^2 h}{ds^2} < 0$; но последнее неравенство и означает, что кривая вогнутая. Это станет ясным, если

напомнить, что для пологих кривых кривизна $\frac{1}{\rho}$ приблизительно равна $\frac{d^2h}{ds^2}$; знак минус при $\frac{1}{\rho}$ означает вогнутость.

Аналогично можно было бы проанализировать кривую спада (черт. 12) и другие кривые поверхностей воды. Для удобства этого анализа докажем, что кривая спада в спокойных водотоках (как и другие кривые) должна приближаться к линии критических глубин под большими углами, круто. В самом деле, при глубинах, близких к критической, даже малому изменению удельной энергии сечения (черт. 2) соответствует значительное изменение глубины; это и означает, что кривые поверхностей воды, приближаясь к линии критических глубин, идут весьма круто.

Намеченный здесь анализ кривых, отличаясь большею конкретностью, может, во всяком случае, дополнить обычный чисто математический анализ кривых поверхностей воды.

§ 2. Общий принцип неравномерного движения жидкости в открытых водотоках и сооружениях на них

Общий принцип неравномерного движения жидкости в открытых водотоках сначала попытаемся получить как вывод из известных фактов гидравлики, как некоторое обобщение; однако этот вывод нельзя считать вполне убедительным и поэтому в дальнейшем упомянутый общий принцип будет получен из второго принципа термодинамики, как его следствие.

Начнем с такого простейшего случая. Пусть призматическое русло водотока перегорожено сооружением в виде плотины, верхняя часть которой представляет водослив с широким, спереди хорошо закругленным порогом (черт. 13). Рассматривая движение воды через водослив, не будем пока обращать внимания на потери энергии на водосливе и на искривление струи при входе на водослив. При этих условиях недалеко от конца водослива установится, как известно, критическая глубина¹⁾, а, значит, и соответствующая ей удельная энергия сечения \mathcal{E}_{\min} . Таковую же величину при изложенных только что условиях

¹⁾ Наличие критической глубины на водосливе здесь принимается пока как факт, более или менее точно установленный опытом. Ниже этот вопрос будет освещен с теоретической стороны.

будет иметь удельная энергия сечения при входе на водослив, но она уже составляется из H и $\alpha \frac{v_1^2}{2g}$. Переходя далее к сечению B сейчас же перед порогом, придется удельную энергию сечения считать до дна водотока и поэтому здесь эта энергия будет

$$\mathcal{E}_B = P + H + \frac{v_1^2}{2g} = P + \mathcal{E}_{\min}$$

Корректив α полагаем равным единице.

Энергия \mathcal{E}_B перед водосливом для сечения B уже не является критической энергией \mathcal{E}_{\min} ; обыкновенно \mathcal{E}_B значительно превосходит \mathcal{E}_{\min} ; однако же ясно, что \mathcal{E}_B является наименьшим возможным при данных условиях значением удельной энергии сечения в сечении B ; с меньшей энергией движение жидкости к водосливу, а дальше через него не могло бы происходить. Но и большей, чем \mathcal{E}_B , удельной энергии сечения при обычных условиях перед водосливом не бывает. Поэтому можно считать установленным, что перед водосливом жидкость движется с возможно малою удельною энергиею сечения \mathcal{E}_B . На самом деле \mathcal{E}_B будет несколько больше, чем $P + \mathcal{E}_{\min}$; к этой сумме нужно добавить еще потери энергии h_w на пороге, но это не меняет того положения, что \mathcal{E}_B имеет возможно малое значение. Теперь уже не трудно будет согласиться, что в сечениях, предшествующих сечению B , кривая подпора AB расположится так, что переменная удельная энергия сечения будет иметь возможно меньшую, но, конечно, вполне определенную величину для каждого рассматриваемого сечения.

Если на „спокойном“ водотоке вместо водослива с широким порогом будем иметь перепад (черт. 14), то перед ним установится кривая спада AB , в конце которой в сечении B опять будем иметь критическую глубину h_k и удельную энергию сечения \mathcal{E}_{\min} ; следовательно и в предшествующих сечениях удельная энергия сечения будет наименьшая возможная для каждого сечения.

Рассмотрим еще кривую подпора в III зоне спокойного водотока (рис. 14—правая часть), которую получим, например, после перепада вниз от сжатого сечения C ; удельная энергия сечения здесь (приблизительно) равна $P \pm \mathcal{E}_{\min}$. Ясно, что меньше этой суммы удельная энергия сечения в сечении C при данных

условиях не может быть; заметим, что мы тут не обращаем внимания на небольшие потери энергии при падении струи, а также на небольшое падение дна от стенки до сечения C .

Но если в исходном сечении C удельная энергия сечения возможно малая, то и дальше вдоль кривой подпора CD удельная энергия сечения, постепенно уменьшаясь, будет везде возможно малой. Мы рассмотрели все три возможные в призматических руслах спокойных водотоков кривые — кривую подпора в I зоне, кривую спада во II зоне и кривую подпора в III зоне. Вдоль этих кривых удельная энергия сечения возможно мала, причем этот факт мы обосновывали тем обстоятельством, что в определенных местах эта энергия достигала значения наименьшего мыслимого, или „критического“ значения \mathcal{E}_{\min} . Но нетрудно согласиться, что если бы эти же кривые получились в результате каких бы то ни было других причин, они бы сами и вообще все свойства потока вдоль кривых от этого не изменились как на всем протяжении, на котором устанавливаются эти кривые, так и на отдельных участках.

Аналогичные рассуждения и выводы можно сделать, присмотревшись к чертежам 15 и 16 и относительно кривых подпора и спада в бурных водотоках. Дальше легко можно было бы сделать аналогичные заключения относительно кривых подпора и спада в водотоках, для которых уклон дна i равен критическому уклону i_k , для потоков с $i = 0$ и для водотоков с обратным уклоном $i < 0$, а также и для водотоков с непризматическим руслом, пока ограничиваясь в последнем случае руслами с плавными отклонениями от призматичности.

Заметим теперь еще, что свободная поверхность воды в водотоке (без резких отклонений русла от призматичности) образуется всегда одной или несколькими из указанных выше кривых.

На основании изложенного можно теперь высказать следующее общее положение: „*во всяком открытом водотоке с неразмываемым руслом и без резких отклонений последнего от призматичности движение воды устанавливается такое, при котором удельная энергия сечения \mathcal{E} в любом сечении будет иметь наименьшее возможное для этого сечения значение*“.

Однако необходимо тут же подчеркнуть, что это значение \mathcal{E} и будет вообще говоря равно \mathcal{E}_{\min} ; наоборот \mathcal{E}_{\min} и соответствующая ему критическая глубина устанавливаются, как правило,

только в немногих определенных сечениях водотока. Следующее замечание относительно общего положения заключается в том, что это положение не является достаточно определенным и удобным для пользования; кроме того общее положение в рассматриваемой форме не выдвигает того важного обстоятельства, что удельная энергия сечения (a , значит, и глубина) в каком либо сечении зависит от условий движения и значений \mathcal{E} на соседних с этим сечением участках водотока. По указанным причинам общую теорему относительно движения жидкости в открытых водотоках следует сформулировать так: „для заданных условий медленно изменяющегося движения⁴⁾ жидкости в открытом водотоке с неразмываемым руслом свободная поверхность жидкости (т. е. глубины, а вместе с тем и скорости в каждом сечении) установится так, что площадь между дном и линией энергии \mathcal{E}_s (градиентом энергии) будет иметь наименьшее значение“. Общее положение в этой формулировке еще несколько шире, чем в предыдущей и приведенный выше вывод в еще большей степени не может считаться для нее более или менее строгим. Однако таким путем как будто легче всего прийти к приведенному общему положению или теореме, как к весьма широкому обобщению ряда хорошо известных в гидравлике фактов.

Что касается теоретического обоснования высказанной теоремы, то его следует искать в применении к движению жидкости в открытых водотоках второго закона термодинамики. Это станет яснее, если вспомним, что решающее значение в процессах движения реальной жидкости в открытых водотоках имеют „потери энергии“ на трение и „местные потери энергии“. Под потерями энергии нужно, конечно, понимать те количества гидравлической (т. е. механической) энергии, которые на данном участке переходят в тепло.

На основании сказанного следует считать, что движение реальных жидкостей в открытых водотоках является процессом не только механическим, но и тепловым, термодинамическим.

Поэтому и при тех условиях, при каких нам на практике приходится рассматривать движение жидкости в открытых водо-

⁴⁾ Применение этой теоремы к случаям, когда условие медленной изменчивости течения не выполняется, будет рассмотрено ниже.

тока, к этому процессу движения можно приложить в той или иной форме второй закон термодинамики.

Таким образом и можем прийти к заключению, что из возможных при данных условиях форм движения в открытых водотоках установится та форма, которая связана с образованием возможно скорее и возможно большего количества тепла за счет гидравлической энергии водотока. Здесь надо еще несколько уточнить сказанное. Водоток имеет тенденцию как можно скорее истратить излишнюю энергию; поэтому в водотоке там, где у него имеется излишняя энергия (например, в нижнем бьефе сооружений) устанавливается из возможных энергетически та форма движения, при которой получатся максимальные потери энергии, т. е. устанавливается бурное течение с водяным прыжком часто затопленным. Иную картину получим там, где энергию надо запастись, например, перед плотинами.

Но в таком случае движение жидкости в открытом водотоке (и в сооружениях на нем) должно происходить с возможно малой удельной энергией вообще, а, значит, и с возможно малой удельной энергией сечения.

Если согласиться с этим рассуждением, то тогда и теорию водослива с широким порогом и теорию неравномерного движения в открытых водотоках и сооружениях на них можно рассматривать как следствия из общего положения о минимуме площади между линией энергии и дном водотока.

Таким образом многообразные явления неравномерного движения жидкости в открытых водотоках и в сооружениях на них можно будет осветить с одной общей точки зрения.

Наиболее приближаются к сформулированному только что положению высказывания Р. Вёсс'a¹⁾). Однако близость эта является только внешней, т. к. Р. Вёсс имеет в виду сечения водотока, в которых устанавливаются h_k и \mathcal{E}_{\min} так же, как это имел в виду и Б. А. Бахметев, обосновывая теорию водослива с широким порогом, а также и А. Кох в указанной выше его работе. Однако эти авторы не дают более или менее достаточных объяснений даже и для факта установления критических глубин h_k и \mathcal{E}_{\min} в определенных сечениях водотоков.

В качестве очень простых и наглядных примеров непосредственного применения полученной общей теоремы рассмотрим

¹⁾ Цитированная выше работа — стр. 35.

движение воды в каналах с перепадами на них. Необходимо различать водотоки „спокойные“, в которых нормальная глубина h_n больше, чем критическая глубина h_k , и „бурные“, в которых $h_n < h_k$. Рассмотрим сначала течение воды перед перепадом в спокойном водотоке (черт. 14 — левая часть). Здесь будем иметь, как это хорошо известно из опыта, кривую спада AB во II зоне, причем на перепаде устанавливается критическая глубина h_k , а, следовательно, соответствующая ей удельная энергия сечения \mathcal{E}_{\min} при условии, конечно, что уровень воды в нижнем бьефе расположится достаточно низко, чтобы не подпирать струю на перепаде. Здесь собственно остается только объяснить, почему критическая глубина h_k и \mathcal{E}_{\min} могут установиться только на самом перепаде¹⁾, а не выше против течения.

На первый взгляд может показаться, что если бы критическая глубина и удельная энергия сечения \mathcal{E}_{\min} установились в каком либо сечении выше перепада, то градиент энергии \mathcal{E} расположился бы ниже и площадь между ним и дном стала бы меньше, а, значит, именно это должно случиться. Однако очень простые соображения показывают, что это не может иметь места. Проще всего это доказывается от противного. В самом деле, допустим, что в сечении C (черт. 17) выше перепада установилась глубина h_k . Т. к. эта глубина меньше нормальной глубины h_n , то градиент энергии \mathcal{E} пойдет круче, чем дно, и поэтому за сечением C должна была бы установиться удельная энергия сечения \mathcal{E} меньшая, чем \mathcal{E}_{\min} , а это невозможно. Следовательно градиент энергии \mathcal{E} не может расположиться в рассматриваемом случае ниже, чем это показано на черт. 14, на котором h_k показано установившимся на перепаде.

Почему же здесь на перепаде в сечении B водоток может течь с удельной энергией сечения \mathcal{E}_m в противоположность сечениям, расположенным выше? Объяснение заключается в том, что к свободной струе, падающей в нижний бьеф, наша теорема не приложима, а после падения струи в русле за перепадом удельную энергию сечения нужно отсчитывать уже от дна MN и следовательно сейчас же за перепадом величина ее уже будет не \mathcal{E}_{\min} , а $\mathcal{E}_{\min} + p$. Таким образом мы видим, что площадь

¹⁾ Это верно, впрочем, только при условии, что перед перепадом не будет участка с очень малой шероховатостью, на котором при том же уклоне могла бы иметь место нормальная глубина h_n меньшая, чем h_k ; по этому поводу см. § 10 настоящей работы.

между \mathcal{E}_s и дном для рассматриваемого случая при движении, как оно наблюдается в действительности, имеет в самом деле возможно малое значение. Эта площадь справа ограничивается, если рассматривать только верхний бьеф, сечением B , а с левой стороны теоретически она простирается на бесконечность.

Совершенно иную картину движения будем иметь в бурном водотоке с перепадом (черт. 18). В этом случае при помощи нашей теоремы легко докажем, что равномерное движение жидкости, которое имелось бы в водотоке при отсутствии перепада, не нарушится последним, т. е. движение останется равномерным до сечения B возле перепада. Доказывается это опять таки легче всего от противного. Предположим, что в сечении B установится глубина h , меньшая нормальной h_n . При бурном течении меньшей глубине соответствует, как это было выяснено в § 1, большая удельная энергия сечения; иными словами, уменьшение глубины в сечении B , которое может показаться весьма естественным по аналогии с перепадом на спокойном водотоке, не может иметь места. Докажем также, что на перепаде не может установиться глубина, большая нормальной. В самом деле, большей глубине соответствует при бурном течении не только меньшая удельная энергия сечения, а и менес крутой градиент энергии (черт. 19) \mathcal{E}_s . Но более пологий градиент постепенно приближается ко дну в направлении против течения. Благодаря этому удельная энергия сечения \mathcal{E} должна была бы получить значения меньшие, чем \mathcal{E}_{\min} , а это, конечно, невозможно. Вот почему градиент энергии \mathcal{E}_s в рассматриваемом случае не может опуститься в более низкое положение, чем то, которое соответствует равномерному движению. В результате приходим к заключению, что \mathcal{E}_s и есть такой градиент, который для бурного водотока с перепадом дает с дном возможно малую площадь и поэтому до самого перепада будем иметь равномерное движение.

В качестве следующего примера непосредственного применения общего принципа рассмотрим протекание мостового отверстия спокойной рекой.

Для упрощения рассуждений живые сечения потока примем прямоугольные и предположим пока, что устои имеют настолько удобообтекаемую форму, что местных потерь энергии нет, а потери на трение в сооружении будем считать приблизительно такими же, как и на участке с равномерным движением. Нужно

будет рассмотреть два случая: а) удельная энергия сечения \mathcal{E}_{\min_1} между устоями (рис. 20) меньше \mathcal{E} и б) $\mathcal{E}_{\min_1} > \mathcal{E}_n$.

а) Если $\mathcal{E}_{\min_1} < \mathcal{E}_n$ и потери в сооружении предполагаются примерно такими же, какие мы имели бы при отсутствии его, то сооружение не будет, очевидно, влиять на водоток ни перед сооружением ни за ним, т. к. градиент \mathcal{E}_{ns} (черт. 20) от наличия сооружения не изменится.

Между устоями же мы должны получить понижение уровня, как в этом легко можно убедиться, применивши график qh (черт. 21); расходу q_1 соответствуют две глубины h_1 и h_2 — обе меньшие, чем h_n ; решить вопрос о том, какая же из них фактически установится, можно следующим образом. Если под мостом установилась бы меньшая из возможных глубин h_2 , то там получилась бы очень большая скорость, благодаря чему получились бы и большие потери энергии. Чтобы покрыть эти потери, водоток должен был бы значительно увеличить свою энергию перед сооружением; это означало бы, что градиент энергии перед сооружением образовал бы с линией дна не наименьшую возможную площадь, а это в свою очередь противоречило бы выказанному выше общему принципу. Поэтому под мостом может при принятых условиях установиться только глубина h_1 , — немного меньшая, чем h_n , но большая, чем h_k .

Совершенно аналогичную задачу рассматривает проф. И. Г. Есьман в своем курсе гидравлики (И. Г. Есьман, Гидравлика, 1930, стр. 98; в следующем издании — то же решение).

Найдя для своего примера глубины h_1 и h_2 (в обозначениях настоящего примера) проф. И. Г. Есьман говорит: „при равно-возможных двух положениях горизонта жидкость установится на более низком, что исключает первое решение“. Из предыдущего ясно, что это рассуждение ошибочно.

б) Рассмотрим далее тот случай, когда $\mathcal{E}_{\min_1} > \mathcal{E}_n$ (черт. 22), причем и здесь примем, что потери в сооружении останутся приблизительно такими же, как если бы сооружения не было.

При указанном условии река должна запасти перед сооружением некоторое количество энергии. Но, пользуясь высказанным общим положением, можно утверждать, что перед сооружением водоток будет запасать как можно меньше энергии и таким образом будет обеспечен минимум площади между градиентом энергии и дном как в сооружении, так и перед ним и за ним.

Однако на участке под мостом водоток может двигаться с удельной энергией сечения во всяком случае не меньшей, чем \mathcal{E}_{\min_1} . Отсюда и делаем вывод, что под мостом установится движение с удельной энергией сечения \mathcal{E}_{\min_1} и соответствующей ей глубиной h_{k_1} . Удельная энергия сечения сейчас же перед сооружением будет равна той же величине, \mathcal{E}_{\min_1} , что и в сооружении. Последнее утверждение было бы вполне верным только при условии, что новый градиент $\mathcal{E}s$ в пределах сооружения хотя и расположится выше, чем градиент $\mathcal{E}_n s$ для водотока в его бытовом состоянии, но уклон его останется тот же; это и будет иметь место при сделанном выше допущении относительно потерь в сооружении.

Теперь учтем, что \mathcal{E}_{\min_1} не будет равно удельной энергии сечения $\mathcal{E}_{n \min}$, соответствующей критической глубине h_k водотока в бытовом состоянии. Обычно будем иметь $\mathcal{E}_{n \min} < \mathcal{E}_{\min_1}$. Соотношения глубин и удельных энергий сечения лучше всего выясняются из чертежей 22 и 23. Из них видим, что удельная энергия сечения одинакова как при входе в сооружение, так и при выходе из него, а именно, она равна \mathcal{E}_{\min_1} .

Поэтому для изучения движения и при входе в сооружение и при выходе из него нужно применять не диаграмму $AB_n C_n$, построенную для условий равномерного движения, а диаграмму ABC для удельной энергии сечения \mathcal{E}_{\min_1} ; расход же на единицу ширины нужно брать уже не q_1 (в сооружении), а q_n (нормальный расход). Расходу q_n соответствуют на диаграмме $q_1 h$ две глубины — большая h_{ax} и меньшая h_c . Теперь нужно разрешить вопрос, какая именно из этих двух глубин установится в рассматриваемых сечениях при входе и при выходе.

Заметим, что поток выходит из сооружения с удельной энергией сечения \mathcal{E}_{\min_1} , большей, чем ему нужно в данных условиях для дальнейшего движения. Излишняя энергия равна $\mathcal{E}_{\min_1} - \mathcal{E}_n$. Для того, чтобы в соответствии с основным принципом площадь между дном и градиентом была за сооружением возможно малой, излишняя энергия будет истрачена возможно скорее и поэтому градиент энергии $\mathcal{E}s$ за сооружением должен идти круче, чем $\mathcal{E}_n s$; последнее возможно только при скоростях больших, чем нормальная скорость v_n . Большая же скорость может установиться только при условии, что в рассматриваемом сечении будем иметь глубину меньшую, чем h_n , т. е. именно h_c . Относительно этой глубины заметим, что она не только меньше, чем

нормальная глубина h_n , но она обязательно меньше, чем h_k , как это ясно из черт. 23. Таким образом за сооружением будем иметь течение в III зоне спокойного водотока; кривая подпора закончится прыжком, за которым дальше будет равномерное движение. Очень часто прыжок за сооружением может получиться затопленным.

Перед сооружением водоток должен запасти недостающую ему для прохода через сооружение энергию $\mathcal{E}_{\min} - \mathcal{E}_n$. Для этого перед сооружением должна установиться такая глубина, при которой потери энергии будут возможно малы (во всяком случае меньшими, чем при равномерном движении); такой глубиной из двух возможных является, конечно, глубина $h_{ox} > h_n$. Только при условии, что потери перед сооружением будут возможно малы, площадь между \mathcal{E}_s и дном на участке перед сооружением будет также возможно малой.

Из последнего примера совершенно ясно видно, что нельзя говорить о том, что движение всегда происходит с возможным минимумом потерь; но нельзя говорить также и о том, что движение при всех условиях происходит с возможным максимумом потерь.

В качестве еще одного важного примера на непосредственное применение высказанного выше общего принципа рассмотрим вопрос о глубине h_c (черт. 24) в нижнем бьефе за плотиной. Будем рассматривать поток прямоугольного сечения, как случай наиболее простой и вместе с тем чаще всего встречающийся на практике. Обычно для определения h_c пишут уравнение:

$$p + H_0 = h_c + \alpha \frac{q^2}{\varphi^2 2gh_c^3},$$

в котором α — корректив на неравномерное распределение скоростей по сечению, а φ — коэффициент скорости. Как видим, это кубическое уравнение относительно h_c . Оно имеет три действительных корня. Один из них отбрасывается, т. к. он, будучи отрицательным, не имеет физического смысла. Из двух положительных корней один получается меньше критической глубины, а другой больше не только критической глубины h_k , но и нормальной глубины h_n . Между тем с точки зрения положения о наименьшей площади между градиентом энергии \mathcal{E}_s и дном ясно, что из двух математически возможных глубин установится

именно меньшая, т. к. при меньших глубинах градиент энергии \mathcal{E}_s понижается быстрее и возможно скорее приближается к градиенту равномерного движения \mathcal{E}_n .

§ 3. Частные положения о движении жидкости в открытых водотоках

Из приведенных примеров можно было убедиться, что непосредственное применение общей теоремы о минимуме площади между продольным профилем дна и линией энергии водотока довольно сложно; поэтому представляется целесообразным вывести из общей теоремы частные положения, которыми удобнее пользоваться в особенно часто встречающихся частных случаях. Эти положения сформулируем сначала для такого случая, когда движение можно считать медленно изменяющимся; в дальнейшем же будет указано, как эти положения нужно изменить при наличии местных потерь энергии.

Предварительно еще заметим, что с точки зрения гидравлики роль сооружений на водотоке в громадном большинстве случаев сводится к тому, что они стесняют водоток с боков, или снизу, или сразу и с боков и снизу; может, конечно, случиться, что, наоборот, в некоторых местах водоток имеет большую ширину или глубину. До некоторой степени аналогично сужениям и расширениям на водоток действуют участки с увеличенной или уменьшенной шероховатостью.

Условимся и в дальнейшем называть „спокойными“ те водотоки, в которых глубина равномерного движения h_n больше их критической глубины h_k , и „бурными“ — те, у которых $h_n < h_k$.

Кроме водотока в целом, будем часто рассматривать неравномерное движение на отдельных участках водотока; при определенных условиях может случиться, что в „спокойном“ вообще водотоке будем иметь участок с „бурным течением“, т. е. глубина на этом участке h (переменная) будет меньше критической h_k (кривая подпора в третьей зоне спокойного водотока); наоборот, в „бурных“ водотоках встречаются „спокойные течения“, в которых переменная глубина h больше h_k (например, кривая подпора в первой зоне „бурных“ водотоков).

После этих замечаний можем сформулировать следующие положения с тем, что вывод их из общей теоремы будет дан дальше.

1. Сооружения на участках со спокойными течениями не влияют на водотоки вниз по течению, а на бурных участках вверх против течения при условии, что удельной энергии сечения \mathcal{E}_n водотока, которую последний имел на месте сооружения до устройства его, достаточно для прохождения через сооружение.

При этом же условии влияние сооружений ощущается в спокойных течениях только вверх от сооружений, а в бурных наоборот, — только по течению вниз. Влияние сооружений на водотоки в обоих указанных случаях при обычных длинах сооружений и более или менее плавных изменениях сечений потока не может быть значительным.

2. Если удельной энергии сечения \mathcal{E}_n (см. предыдущее положение 1) нехватает для протекания через сооружение, то в наиболее стесненном сечении потока в сооружении установится движение с \mathcal{E}_{\min} , и с соответствующей критической глубиной h_k , ¹⁾. Энергия, которой нехватает для прохождения наиболее стесненного сечения с удельной энергией сечения \mathcal{E}_{\min} , запасается водотоком перед сооружением, перед которым возникает более или менее значительный подпор. При этом перед сооружением должно установиться спокойное течение, даже и в том случае, если имеем дело с водотоком, который при отсутствии сооружения на рассматриваемом участке имел бы бурное течение. За сооружением водоток расходует ту часть энергии, которая ему была необходима дополнительно для прохождения через наиболее стесненное сечение сооружения и которая ему уже не нужна для движения на участке за сооружением. Возможно быстрое расходование энергии осуще-

¹⁾ Если в сооружении имеется целый участок призматической формы с наиболее сжатым сечением, то при уклоне дна на этом участке, меньшем критического, критическая глубина устанавливается в конце стесненного участка; при уклоне же дна на этом участке, большем критического, критическая глубина устанавливается в начале стесненного участка. То, что h_k и \mathcal{E}_{\min} не могут установиться в каком либо промежуточном сечении стесненного призматического участка, легко доказывается от противного. В конце стесненного участка со спокойным течением h_k и \mathcal{E}_{\min} могут установиться, т. к. в расширяющемся водотоке h_k и \mathcal{E}_{\min} уменьшаются.

Точно так же на бурном стесненном участке h_k и \mathcal{E}_{\min} могут установиться в его начале, т. к. за сечением с h_k градиент энергии должен идти положе, чем дно (глубина за этим сечением будет хотя и меньше критической, но больше нормальной).

ствляется здесь благодаря тому, что даже в спокойных водотоках устанавливается бурное течение и затем прыжок отогнанный или затопленный. В бурных водотоках за сооружением устанавливается кривая подпора в III зоне, конечно, без образования прыжка.

Переходим к доказательству первого положения. Если спокойный водоток имел достаточно энергии для протекания через сооружение, то за сооружением ему не придется переходить в бурное состояние, чтобы расходовать какую-либо излишнюю энергию и поэтому течение за сооружением может быть спокойным. Предположим, что до устройства сооружения на участке, находящемся непосредственно за сооружением, имелись указанные на черт. 25 кривая поверхность воды $A'B'$ и прочие условия движения. Покажем, что вода не может выйти из сооружения ни с большею, ни с меньшею, чем h_n , глубиною. Доказательство лучше всего вести от противного. Допустим, что водоток вышел из сооружения с глубиною h , большею, чем h_n и, конечно, большею, чем h_k . Большой глубине h будет соответствовать большая удельная энергия \mathcal{E} , причем соответствующий градиент энергии $C''D''$ шел бы положе, чем градиент энергии $A''B''$. Но это означало бы, что линия $C''D''$ вниз по течению удалялась бы от вполне возможного градиента $A''B''$, т. е. площадь между линией энергии и дном не была бы возможно малой; этого же не может быть.

Если допустим, что вода выйдет из сооружения с глубиной меньшею, чем h_n , то пришлось бы согласиться, что соответствующий градиент энергии пойдет круче, чем линия $A''B''$ и расположится под нею. А это означало бы в свою очередь, что указанный градиент энергии, приближаясь ко дну, пересек бы линию EF и за точкою пересечения водоток должен был бы течь с энергиею меньшею, чем \mathcal{E}_{\min} ; этого, конечно, тоже случиться не может.

Аналогично можно было бы далее вывести из основной теоремы, что влияние сооружения на бурное течение не может простираться вверх от сооружения против течения, но приводить здесь этот вывод не будем.

Что касается второго положения, то в нем, пожалуй, нуждается в доказательстве только та часть, где утверждается, что за сооружением из двух возможных глубин установится обязательно глубина меньшая, чем критическая; это легко доказыва-

ется таким рассуждением: водоток, запасши перед сооружением некоторое количество энергии, за сооружением должен эту запасенную энергию возможно скорее истратить, чтобы снизить градиент энергии до нормального, а для этого и должна установиться возможно малая глубина и одновременно возможно большая скорость, при которой излишняя энергия теряется как можно скорее.

Положение о том, что в водотоке с установившимся спокойным течением влияние сооружения не распространяется вниз по течению, строго говоря, верно только при указанном уже выше условии, что движение медленно изменяющееся¹⁾.

Что касается первого положения, то заметим, что его обосновывают обычно²⁾ тем обстоятельством, что волны перемещения в открытых водотоках на участках с бурным течением могут распространяться только вниз по течению, а на участках со спокойным течением как вверх против течения, так и вниз по течению. Такое обоснование нельзя не признать чересчур искусственным, т. к. выводы относительно неустановившегося движения переносят на движение установившееся. Неправильность такого переноса немедленно же обнаруживается, т. к. довольно хорошо известно, что влияние сооружений и пр. в спокойных течениях вниз от них не распространяется, а волны перемещения в том же направлении, как уже указывалось, распространяются. Поэтому, воспользовавшись указанным доказательством, приходится затем доказывать, что оно в отношении влияния сооружений вниз по течению в спокойных течениях не годится.

§ 4. Стеснения русла водотоков с плавными переходными участками

Русла бывают стеснены теми или иными сооружениями или же стеснения могут быть естественного происхождения. Переходы от нестесненных участков к стесненным могут быть плавные или резкие; пока ограничимся изучением движения жидкости в руслах с плавными переходными участками между нестесненными и стесненными участками. Стесненные участки мо-

¹⁾ Относительно резких изменений струи, поворотов ее и проч. см. § 12 настоящей работы.

²⁾ См., например: P. Böss, „Berechnung der Wasserspiegellage“, 1927. Стр. 5

гут быть достаточно длинными (например, стеснения какими либо продольными дамбами) или короткими (например, мостовыми устоями и быками); разница между теми и другими в отношении гидравлических расчетов будет затронута дальше. Несколько различаются гидравлические расчеты в случае стеснения русла с боков и в случае стеснения снизу. Более общим является случай стеснения русла одновременно и с боков и снизу. Кроме того необходимо рассмотреть переход от русла определенного поперечного сечения к руслу меньшего поперечного сечения (например, при уменьшении ширины или подъеме дна). Несомненный интерес представляет также стеснение сечения водотока сверху не по всей ширине, т. к. в противном случае мы уже получили бы движение не в открытом водотоке; примерами таких стеснений могут быть мосты плашкоутные, понтонные, стоящее на водотоке судно и т. п.

Переходные участки между стесненными и нестесненными частями русла будем пока принимать сравнительно короткими.

Прежде всего рассмотрим движение в случае стеснения русла сразу и снизу и с боков на участке значительной длины. Шероховатость стенок и дна вдоль всего водотока будем считать тут (и дальше в этом параграфе) одинаковой. Уклон дна на участках с призматическим руслом считаем постоянным и одинаковым (участки AB , CD и EF на черт. 26). Иные уклоны имеем при стеснении водотока снизу на переходных участках BC и DE . Рассмотрим сначала стеснение спокойного водотока. При рассмотрении задач очень полезно прежде всего вычертить для участков, где это возможно, линию поверхности равномерного движения, находящуюся от дна на расстоянии нормальных глубин h_n или h_{n_1} ; далее полезно вычертить линию критических глубин (штриховая линия), находящуюся от дна на расстоянии, равном критической глубине в каждом сечении (h и h_n). Следует также определить удельные энергии сечения: \mathcal{E}_n для равномерного движения (вернее — в сечении E для движения жидкости, которое имело бы место при отсутствии стеснения, и \mathcal{E}_{min} для стесненного участка CD . Если \mathcal{E}_n равно или превосходит сумму $\mathcal{E}_{min} + a$ на некоторую величину, как это представлено на черт. 26, то влияние стеснения вниз от сечения E не может иметь места (см. предыдущий параграф) и, следовательно, построение кривой поверхности можно начинать именно от этого сечения E вверх против течения; начиная с

глубины h_n на непризматическом, вообще говоря, участке DE построение кривой $D'E'$ нужно вести путем приближенного интегрирования дифференциального уравнения неравномерного движения жидкости в открытых руслах. Найдя точку D' , можем строить кривую спада $C'D'$ по способу В. А. Бахметева, Н. Н. Павловского или другому, применяя таблицы; заметим, что кривая спада $C'D'$ должна располагаться ниже линии поверхности равномерного движения $C''D''$. На участке BC , на котором опять имеем непризматическое русло, приходится опять воспользоваться каким либо приближенным способом интегрирования. Наконец от точки B' строим кривую подпора, снова пользуясь таблицами.

Полезно будет выяснить еще, почему в конце участка CD и на участке DE может иметь место понижение уровня сравнительно с уровнем $E'F'$ за стесненным участком. Для этого построим (черт. 27) два графика $\mathcal{E}h$ на общих осях — для несстесненного русла и для стесненного русла в сечении D . На первом графике нанесена удельная энергия сечения \mathcal{E}_n и соответствующая ей глубина h_n ; для второго графика — удельная энергия сечения \mathcal{E}_D и соответствующая глубина h_D в сечении D . Заметим, что \mathcal{E}_n превышает \mathcal{E}_D больше, чем на высоту a , так как градиент энергии на участке DE идет несколько круче, чем на участке EF с равномерным движением.

Выше указывалось, что приведенное исследование и построение кривой поверхности водотока со стесненным участком может быть применено при условии, что \mathcal{E}_n (черт. 26) больше или равно сумме $\mathcal{E}_{\min} + a$; теперь это условие можно будет несколько уточнить. Но прежде заметим, что на стесненном участке CD с уклоном дна $i < i_k$, критическая глубина h_k , (и вместе с ней \mathcal{E}_{\min}) может установиться, как уже отмечалось выше, только в сечении D и ни в каком случае перед этим сечением, а также за этим сечением на участке DE . Предположим теперь, что \mathcal{E}_n не на много меньше, чем $\mathcal{E}_{\min} + a$; если при этом условии мы все таки начнем построение кривой поверхности на участке DE (черт. 26) от точки E' , то может случиться, что поверхность $E'D'$ не пересечет линии критических глубин и в сечении D глубина получится большая или в крайнем случае равная h_k .

Объясняется это обстоятельство тем, что градиент \mathcal{E}_S на рассматриваемом участке идет круче, чем на участке EF .

Предположим теперь, что стеснение водотока со спокойным течением настолько значительно, что и сумма $\mathcal{E}_{\min} + a$ более или менее значительно превосходит \mathcal{E}_n (черт. 28). В этом случае на стесненном участке может установиться, а, значит, обязательно установится \mathcal{E}_{\min} , и соответствующая ему глубина h_k ; при этом, как уже указывалось, глубина h_k (и вместе с тем \mathcal{E}_{\min}) установится только в конце стесненного участка около сечения D . Начиная от этого сечения строим кривые поверхностей как вверх против течения на участках CD , BC и AB , так и вниз по течению на участках DE и EF .

Перейдем теперь к изучению движения воды на стесненных и снизу и с боков участках бурных водотоков. Сначала рассмотрим и здесь случай, когда $\mathcal{E}_n \geq \mathcal{E}_{\min} + a$ (черт. 29). Нетрудно убедиться, что, например, для широкого русла прямоугольного сечения при условиях, принятых в настоящем параграфе, будем иметь $\mathcal{E}_n > \mathcal{E}_n$. Так как в рассматриваемом случае влияние стеснения не может распространяться против течения от сечения B , то построение кривой поверхности воды нужно производить от этого сечения вниз по течению. На участке BC дно поднимается, поэтому удельная энергия сечения уменьшается. При бурном течении этому соответствует настолько значительное увеличение глубины, что скорость уменьшается, и градиент энергии $B'''C'''$ идет на рассматриваемом участке положе, чем на участке AB с равномерным течением. Однако точка C''' обязательно должна располагаться ниже точки C^{IV} , а точка C' должна поэтому располагаться выше C'' . Следовательно на участке CD получим кривую спада $C'D'$. На участке DE строим приближенным способом кривую $D'E'$. Точка E' расположится ниже E'' , т. к. глубина здесь будет несколько меньше нормальной для нестесненного участка. Это будет иметь место потому, что на стесненном участке при бурном течении скорости, а значит, и потери меньше, чем на нестесненном участке; местных же потерь на последнем участке нет. За сооружением уже легко построить кривую подпора $E'F'$.

Дальше переходим к рассмотрению протекания стесненного снизу и с боков участка на бурном водотоке при условии, что $\mathcal{E}_{\min} + a \geq \mathcal{E}_n$ (черт. 30). В этом случае на стесненном участке должна установиться удельная энергия сечения \mathcal{E}_{\min} и соответствующая ей критическая глубина h_k . Однако h_k и \mathcal{E}_{\min} установятся только в сечении C , что было доказано раньше.

От сечения C легко уже построить в обе стороны кривые поверхностей $C'B'A'$ и $C'D'E'F'$.

Если \mathcal{E}_n не на много меньше, чем сумма $\mathcal{E}_{\min} + a$, то может случиться, что, начавши строить вниз от точки B' кривую поверхности $B'C'$ (черт. 29) и одновременно градиент энергии $B'''C'''$, мы получим высоту CC''' хоть и не на много, но все таки больше, чем \mathcal{E}_{\min} . Это может случиться по той причине, что линия $B'''C'''$ идет несколько положе, чем линия ABE благодаря уменьшению скорости, а вместе с тем и потерь на трение на участке BC . В этом случае, понятно, картина движения будет соответствовать не чертежу 30, а 29.

Рассмотрев случай стеснения русла на длинных участках (черт. 26, 28, 29, 30), можем ограничиться только небольшими замечаниями относительно сооружений, у которых не только переходные участки BC и DE , но и участки CD сравнительно короткие. При этом условии на чертежах 26 и 28 участки CD сократятся до C_1D , а на чертежах 29 и 30 до CD_1 ; от кривых спада на участках CD останутся тоже только части их, расположенные над участками C_1D и соответственно CD_1 .

На чертежах 31—34 показаны соответствующие кривые поверхностей воды.

В случае коротких сооружений часто можно принимать, что градиент энергии во всем сооружении представляет прямую линию, параллельную линии дна водотока в естественном состоянии последнего (до устройства сооружения). При таком допущении построение кривой свободной поверхности в сооружении чрезвычайно упрощается.

Рассмотрим и здесь сначала стеснение спокойного водотока и снизу и с боков. Предположим сперва, что $\mathcal{E}_n > \mathcal{E}_{\min} + a$ или иначе $\mathcal{E} > \mathcal{E}_{\min}$ (черт. 35). Построив графики $\mathcal{E}h$ для нестесненного и стесненного участков, легко найдем глубину на сжатом участке h' . Для этого на черт. 35б откладываем по оси абсцисс величину $\mathcal{E} = \mathcal{E}_n - a$ и сразу же находим h' ; отложив эту глубину на чертеже 35а, вычерчиваем и весь продольный профиль поверхности воды $B'C'D'E'$.

В том случае, когда $\mathcal{E}_{\min} + a > \mathcal{E}_n$ (черт. 36), на всем участке CD будем иметь движение с \mathcal{E}_{\min} , в соответствии с общим принципом течения жидкостей в открытых водотоках. Но при удельной энергии сечения \mathcal{E}_m , будем иметь на всем участке

глубину, равную h_{k1} (черт. 36). В сечении B удельная энергия сечения будет равна $\mathcal{E}_{\min} + a$.

Такой энергии соответствуют по графку $\mathcal{E}h$ для нестесненного водотока (черт. 36б) две глубины h_1 и h_c . Глубина $h_1 > h_n$ очевидно должна установиться в сечении B , т. к. водоток перед сооружением должен запасти определенное количество удельной энергии, а именно $\mathcal{E}_{\min} + a - \mathcal{E}_n$. За сооружением водоток должен истратить возможно скорее это же количество энергии. Поэтому в сечении E должна установиться глубина $h_c < h_k < h_n$. Окончательный вид продольного профиля представлен на черт. 36а.

Аналогичные построения поверхностей бурного водотока при стеснении его и снизу и с боков (при том же условии, что градиент энергии в сооружении будет параллелен дну водотока до того, как на нем построено стесняющее сооружение) можно видеть на чертеже 37, когда $\mathcal{E}_n > \mathcal{E}_{\min} + a$ и на чертеже 38 в случае, когда $\mathcal{E}_n < \mathcal{E}_{\min} + a$.

Построения поверхностей воды, показанные на чертежах 35—38, особенно упрощаются в случае прямоугольного сечения русла, как на нестесненных, так и на стесненном участках. При этом условии можно вместо построения графиков $\mathcal{E}h$ воспользоваться номограммой $\mathcal{E}qh$ (черт. 6).

В настоящем параграфе рассмотрены поверхности воды при стеснении водотоков одновременно и снизу и с боков. Однако на практике часто встречаются стеснения водотока или только снизу, или только с боков. Подробно останавливаться на этих частных случаях, конечно, нет надобности.

§ 5. Плавные переходы к руслам с меньшей шириной и с более высоко расположенным дном

Будем рассматривать только случай, когда уклоны дна i и i_1 (черт. 39—41) на призматических участках AB и CD одинаковы, а шероховатость одна и та же по всей длине $ABCD$. Рассмотрим сначала водоток, для которого $h_n > h_k$ и $h_{n1} > h_{k1}$ (черт. 39). Далее предполагается, что на участке CD нет условий для образования кривой спада. Ясно, что за сечением C будем иметь спокойное течение, и влияние непризматического участка BC вниз от C не может ощущаться. Поэтому построенные профиля $A'B'C'$ нужно произвести от точки C' .

Если при приблизительных расчетах можно принять, что $\mathcal{E}_B = \mathcal{E}_n + a$, то по величине \mathcal{E}_B при помощи графика $\mathcal{E}h$ для сечения русла на участке AB или при помощи номограммы $\mathcal{E}qh$ (черт. 6) легко найти глубину BB' и от точки Bh' строить кривую подпора.

Перейдем теперь к рассмотрению аналогичной задачи о плавном переходе к более узкому руслу с одновременно приподнятым дном для бурного водотока (черт. 40, 41). Тут нужно рассмотреть отдельно два случая:

а) Удельная энергия сечения \mathcal{E}_n равна¹⁾ или больше суммы $\mathcal{E}_{\min} + a$ (черт. 40). В этом случае водоток перед сужением русла не будет запасать энергии; поэтому построение кривой поверхности воды можно начать от точки B' вниз по течению до точки C' и дальше на участке CD . На участке BC потери на трение на единицу длины могут быть несколько меньше, чем на участке AB ; поэтому даже если \mathcal{E}_n немного меньше, чем сумма $\mathcal{E}_{\min} + a$, градиент энергии $B''C''$ может все таки прийти в сечение C выше точки C''' , так, что глубина CC' будет меньше критической. И в этом случае построение можно вести от точки B' . Если точка C'' при построении градиента энергии получилась бы ниже точки C''' , то будем иметь уже второй случай.

б) Удельная энергия сечения \mathcal{E}_n ощутительно меньше суммы $\mathcal{E}_{\min} + a$ (черт. 41). При этом условии водоток должен запастись столько энергии, чтобы в сечении C могла установиться критическая глубина $h_{к1}$ и соответствующая ей удельная энергия сечения \mathcal{E}_{\min} . От точки C' в обе стороны строим кривые спада $C'D'$ и $B'C'$ и дальше кривую подпора $A'B'$ до места образования прыжка.

Такие случаи, когда русло становится уже, но без подъема дна или, наоборот, имеется только подъем дна, но без сужения с боков, не нуждаются в особом рассмотрении, т. к. они являются только частными случаями рассмотренной в настоящем параграфе более общей задачи.

§ 6. Стеснения водотоков сверху на части ширины их

Рассмотрим теперь движение жидкости на участке водотока, стесненного сверху на части его ширины (черт. 42); будем предполагать, что длина стесненного участка невелика и переходы

¹⁾ Уточнение см. немного ниже.

от стесненного участка к нестесненным достаточно плавны. Обозначим площадь живого сечения на нестесненном участке $ABCDEK$ буквою Ω , а площадь живого сечения на стесненном участке $A'B'MD'E'K$ буквою ω . Тогда, как и в других случаях,

$$\mathcal{E} = h + \frac{Q^2}{2g\omega^2},$$

а критические глубины h_k и h_{k_1} определяются из уравнений:

$$\frac{Q^2}{g} = \frac{\Omega^3}{B_k} \text{ и } \frac{Q^2}{g} = \frac{\omega_k^3}{B_{k_1}}.$$

Площадь $B'CD'M$ будем считать постоянной, независящею от h , т. е. предполагаем, что тело, стесняющее сечение, поднимается и опускается вместе с уровнем воды, как, например, стоящее на якорю судно или плашкоут. Предположим также пока, что линия энергии $\mathcal{E}s$ при наличии стеснения $B'CD'M$ не изменит своего уклона по сравнению с линиею энергии $\mathcal{E}_n s$, имевшею место до установки стеснения. Это означает, что дополнительными потерями (на трение и местными), возникающими в связи с установкою стеснения, пока пренебрегаем. При сделанных предположениях рассмотрим течение жидкости в спокойном водотоке в двух случаях:

- 1) $\mathcal{E}_{\min_1} < \mathcal{E}_n$ (черт. 42) и
- 2) $\mathcal{E}_{\min_1} > \mathcal{E}_n$ (черт. 44).

1) Если $\mathcal{E}_{\min_1} < \mathcal{E}_n$, то водоток запасать энергии не будет и пройдет стесненный телом $RSTU$ участок с энергиею \mathcal{E}_n . Если построить графики $\mathcal{E}h$ для нестесненного и стесненного участков (черт. 43), то из второго графика сразу получим h_1 и понижение уровня на стесненном участке $h_n - h_1$. Если бы мы захотели учесть влияние трения жидкости о стенки стесняющего тела и увеличенной скорости, то вместо профиля NOP (чер. 42) пришлось бы построить другой профиль, начиная от сечения PP_1 , учитывая дополнительные потери на трение обычным путем. Перед точкою N получится кривая подпора.

2) Если $\mathcal{E}_{\min_1} > \mathcal{E}_n$, то водоток должен запаста (черт. 44) перед сооружением (без учета дополнительных потерь) количество энергии: $\mathcal{E}_{\min_1} - \mathcal{E}_n$.

На всем наиболее стесненном участке O_1P_1 установится удельная энергия сечения \mathcal{E}_{\min_1} и соответствующая ей критическая глубина h_{k_1} .

За стеснением в сжатом сечении установится глубина h_2 , а перед ним глубина h_3 ; обе эти глубины легко найдутся из графиков $\mathcal{E}h$ на черт. 45.

Если бы мы захотели учесть влияние трения на стенках стесняющего течение тела и увеличения скорости, то кривые поверхностей воды пришлось бы строить в обе стороны от сечения PP_1 . При опытной проверке представленной на черт. 44 формы кривых поверхностей воды оказалось, что такая поверхность устанавливается не на всей ширине лотка; непосредственно за стесняющим телом за поверхностью TU вода поднимается вдоль этой поверхности и только дальше опускается вниз в III зону и затем образуется вниз по течению прыжок, несколько дальше отогнанный, чем по бокам.

Теперь перейдем к рассмотрению стеснения сверху на части ширины бурного водотока. Предполагая опять, что уклон линии энергии не изменится после установки стеснения, рассмотрим случай, когда $\mathcal{E}_n > \mathcal{E}_{\min_1}$ (черт. 46 и 47). Глубина на стесненном участке h_1 найдется из графиков $\mathcal{E}h$ (черт. 47). На стесненном участке получается увеличение глубины по сравнению с нормальной.

Гораздо сложнее получается поверхность воды в том случае, когда в бурном водотоке $\mathcal{E}_{\min_1} > \mathcal{E}_n$ (черт. 48 и 49).

При этом условии критическая глубина h_k (и \mathcal{E}_{\min_1}) установится на сжатом участке P_1O_1 . Глубины h_3 и h_2 найдутся из графиков $\mathcal{E}h$ и после этого легко построить профиль $MNPOEF$.

Если бы оказалось желательным учесть влияние стеснения на потери от трения, то кривые поверхности можно было бы строить и в бурных водотоках, начиная от сечений PP_1 (черт. 46 и 48).

Следует обратить внимание на то, что при движениях жидкости, показанных на чертежах 44 и 48, имеет место большое давление воды по направлению течения на стесняющие тела $RSTU$, а также на то обстоятельство, что сила Архимеда передвигается в этих же случаях ближе к переднему краю тела; задняя часть перемещающегося вертикально стеснения (например, судна) опускается сильнее, чем передняя, и получается явление, аналогичное диференту судна на корму при движении судна.

§ 7. Плавные расширения русла при одновременном понижении дна

Рассмотрим такие случаи расширений русла, когда участок EF (черт. 50—53) является продолжением участка AB и, кроме того, оба эти участка и участок CD имеют одинаковые уклоны, а переходные участки BC и DE сравнительно короткие. Шероховатость русла на всем протяжении будем принимать одинаковой. Предполагаем также, что участок CD имеет значительную длину.

Исследуем сначала движение жидкости в руслах с расширениями для случая спокойных водотоков, когда уклоны на участках AB , CD , EF (черт. 50) меньше критических. Построение кривых поверхности воды нужно начать от точки E' вверх против течения. Если линия $B'C'$ не встретит линии критических глубин, или, что то же, градиент энергии $B''C''$ не встретит линии минимальной удельной энергии сечения $B'_1C'_1$, то линия $A'B'C'D'E'$ и будет представлять действительную кривую поверхности воды для рассматриваемых условий.

Однако при некоторых условиях может случиться, что кривая $B'C'$ (черт. 50) встретит линию критических глубин (точка K' на черт. 51); это значит, что градиент энергии $D''C''_1K$ пересек бы линию минимальной удельной энергии $B''C''_1$ в точке K , что не может случиться, т. к. вверх от точки K против течения поток должен был бы течь с удельной энергией сечения меньшей, чем \mathcal{E}_{\min} . Но \mathcal{E}_{\min} может установиться и установится в сечении B , если только BC имеет уклон больший критического. В таком случае в сечении B установится критическая глубина BB' . От точки B' строим кривую спада $A'B'$ против течения и по течению кривую $B'C'$, а затем кривую подпора $C'D'_1$ навстречу кривой подпора $D'C'_1$. Для глубин соответствующих кривой $C'D'_1$ в нескольких сечениях вычисляем взаимные глубины, откладываем их по вертикалям в этих же сечениях и строим „линию взаимных глубин“ ¹⁾ LM . Там, где эта линия пересекается с кривой подпора C'_1D , образуется прыжок. Можно убе-

¹⁾ Построение „линии взаимных глубин“ для определения места образования прыжка было описано автором в статье „Про рух рідини в коротких лотках з горизонтальним дном...“. Збірник праць з енергетики. Київ, 1930. В 1932 г. этот способ был описан также в книге: В. А. Bakhmeteff, *Hydraulics of open Channels*. New. Jork and London, 1932.

даться, что между полученным таким образом градиентом энергии $A''B''C''D''E''$ и дном будем иметь возможно малую площадь.

Перейдем теперь к рассмотрению движения в бурных потоках с расширениями русла. В бурном потоке влияния всяких отклонений от призматичности против течения не распространяются. Поэтому в сечении B (черт. 52) будем иметь нормальную глубину h_n и кривую поверхности воды строим от точки B' вниз по течению. Если, придя в сечение E , получим глубину EF' , меньшую, чем критическая глубина в этом сечении, то от точки E' строим дальше вниз кривую спада $E'F'$. Линия $A'B'C'D'E'F'$ и будет характеризовать поверхность воды.

Однако при некоторых условиях может случиться, что кривая $D'E'$ достигнет линии критических глубин в какой либо точке на участке DE , не доходя (черт. 53) сечения E . Дальнейшее движение после указанной точки должно было бы происходить с удельной энергией сечения меньшей, чем \mathcal{E}_{\min} , что, конечно, невозможно. Удельная энергия сечения может достигнуть значения \mathcal{E}_{\min} только в сечении E и в этом же сечении установится следовательно критическая глубина h_k . Таким образом получаем точку E' , от которой строим вниз по течению кривую спада $E'F'$, а против течения кривые $E'D'$, и затем кривую подпора $D'C'_3$ навстречу кривой подпора $C'D'_3$. Место прыжка, при помощи которого происходит переход от одной кривой к другой, находим опять лучше всего при помощи кривой взаимных глубин (на чертеже не показанной). И здесь в правильности построения можно убедиться при помощи положения о минимуме площади между градиентом энергии и дном.

В случае сравнительно коротких участков CD реже могут возникнуть условия для образования прыжка, особенно если глубина h_n значительно отличается от критической глубины h_k .

Если можно ограничиться при очень коротком расширенном участке приближенным построением кривой поверхности воды, то принимаем, что градиент энергии над расширенным участком будет такой же, как если бы расширения вовсе не было.

В случае спокойного водотока (черт. 54а) глубину h' на участке CD легко определить при указанном выше условии, построивши график $\mathcal{E}h$ для расширенного русла. Отложив на этом графике удельную энергию сечения $\mathcal{E}_n + a$ (черт. 54б) для расширенного же участка, легко получим искомую глубину h' , а имея эту глубину, строим $B'C'D'E'$. Для сравнения на том же чер-

теже вычерчен график $\mathcal{E}h$ и для нерасширенного русла с нанесением величин \mathcal{E}_n и h_n . На черт. 55 показано решение аналогичной задачи для расширения русла на бурном водотоке. Этот чертеж не нуждается в пояснениях.

Из всего сказанного видно, что прыжки на расширенных участках могут иметь место только при довольно большой длине этих участков, настолько большой, чтобы успело сказаться изменение условий трения. Особенно легко прыжки появляются в тех случаях, когда нормальные глубины h_n (черт. 51 и 53) близки к критическим глубинам h_k , на что вполне правильно указывает Р. Vöсс в его цитированной уже монографии. Если бы условия трения не изменялись на расширенном участке, то, как ясно из чертежей 54 и 55, на этом участке никогда не мог бы образоваться прыжок.

§ 8. Изменения уклона дна водотоков

Здесь прежде всего рассмотрим переходы между двумя последовательными участками, уклоны которых не равны друг другу, но каждый из них меньше критического. На чертежах 56 и 57 показаны два возможных случая:

а) сначала имеем (черт. 56) участок AB с меньшим уклоном i и за ним участок BC с большим уклоном i_1 ;

б) обратное по сравнению с предыдущим расположением участков — сначала участок AB с большим, а за ним участок BC с меньшим уклоном.

Два аналогичных возможных случая изменения уклонов на бурных водотоках показаны на чертежах 58 и 59.

Построения кривых подпора и спада во всех этих случаях не представляет никаких затруднений и эти случаи приводятся здесь для того, чтобы, рассмотрев чертежи, убедиться, что именно приведенные кривые поверхностей воды дают наименьшие возможные площади между градиентами энергии и линиями дна.

При переходе от участка со спокойным течением к участку с уклоном большим критического (черт. 60), устанавливается, как известно, в месте изменения уклона, в сечении B , критическая глубина h_k . Это можно также легко доказать либо на основании общего принципа минимума площади между градиентом энергии и дном, либо на основании выведенных из него положений относительно влияния на водоток сооружений и прочих отклонений от призматичности русла.

Остается еще рассмотреть переход (черт. 61 и 62) от участка AB с уклоном i , большим критического, к участку BC с уклоном i_1 , меньшим критического; при этом иногда может случиться, что удельная энергия сечения \mathcal{E}_n на участке AB больше удельной энергии сечения \mathcal{E}_{n1} на участке BC (черт. 61) или же может иметь место противоположное соотношение энергий (черт. 62).

В первом случае водоток должен истратить излишнюю для движения на участке BC удельную энергию $\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_{n1}$ сейчас в начале участка BC на увеличенное трение и в прыжке.

Если же \mathcal{E}_{n1} больше \mathcal{E}_n (черт. 62), то водоток должен недостающую энергию $\mathcal{E}_{n1} - \mathcal{E}_n$ запасти в конце участка AB ; для этого он перейдет на некоторой длине $B_1 B'$ в спокойное состояние. Интересно здесь отметить, что сразу же за прыжком водоток в последнем случае будет иметь удельную энергию сечения даже меньшую, чем \mathcal{E}_n .

Изложенные в настоящем параграфе соображения легко распространить и на те случаи, когда один или даже оба участка имели бы нулевой или отрицательный уклон. На таких участках равномерного движения, конечно, быть не может.

§ 9. Изменения шероховатости по длине водотока

Рассмотрим некоторые простейшие случаи изменения шероховатости стенок и дна русла по длине водотока (например, при бетонировании стенок, при зарастании участков водотоков и проч.). Предположим, что русло (черт. 63) на участках AB и CD имеет коэффициент шероховатости n по Гангилье-Куттеру, а на участке BC коэффициент шероховатости n_1 , меньший, чем n .

Сначала исследуем влияние такого изменения на водоток, для которого уклон дна i меньше критического для всех трех участков. В этом случае $\mathcal{E}_{n1} < \mathcal{E}_n$ и $h_{n1} < h_n$; поэтому на участке CD с нормальной для данного водотока шероховатостью нет надобности тратить излишнюю энергию ввиду отсутствия таковой. Вследствие этого в сечении C будем иметь глубину h_n и от этого сечения, как исходного, можем строить сначала кривую подпора на участке BC и затем кривую спада на участке AB .

Иногда при h_n , не на много превышающем h_k , и при n_1 , значительно меньшем, чем n , может случиться, что на участках AB и CD уклон дна i будет меньше критического (черт. 64),

а на участке BC тот же уклон уже будет больше критического. При этих условиях и при достаточно длинном участке BC будет иметь место переход от спокойного течения к бурному. Этот переход через линию критических глубин и через соответствующие ему \mathcal{E}_{\min} может произойти только в сечении B в месте изменения шероховатости. Это легко доказать совершенно аналогично тому, как доказывалось, что h_k и \mathcal{E}_{\min} устанавливаются в месте изменения уклона дна i (черт. 60) от значения меньшего критического к значению большему, чем критическое. Так как удельная энергия сечения, при наличии на участке BC кривой спада $B'B_1$, вниз по течению хотя и увеличивается, но может только приблизиться к значению \mathcal{E}_n , то перед участком CD водоток должен запасти недостающую ему энергию. В виду этого образуется кривая подпора C_1C' , которая сопрягается с кривой спада $B'B_1$ прыжком. Построение кривых производится, как показано стрелками. Если бы участок BC был настолько коротким, что кривая C_1C' не дошла бы на участке BC достаточно близко к линии критических глубин, то на этом участке мы имели бы только кривую подпора. Построив ее до сечения B и найдя глубину в этом сечении, конечно, большую критической, мы могли бы уже отсюда вверх строить кривую спада.

Несколько иная картина, чем на черт. 64, могла бы получиться и в том случае, если бы при достаточно длинном участке BC удельная энергия сечения \mathcal{E}_n была больше \mathcal{E}_c . При этих условиях мы могли бы, построивши кривую спада $B'B_1$ до конца участка BC , получить в сечении C удельную энергию сечения \mathcal{E}_c большую, чем \mathcal{E}_n . Водоток должен истратить возможно скорее энергию $\mathcal{E}_c - \mathcal{E}_n$; потому прыжок будет отогнан на участок CD .

Если участок с меньшею шероховатостью имеется на бурном водотоке (черт. 65), то влияние его не будет распространяться вверх против течения. Поэтому построение кривой поверхности надо начать от точки B ; сначала получим кривую $B'C'$, а затем кривую подпора $C'D'$.

Перейдем теперь к рассмотрению движения жидкости в русле, имеющем на некоторой длине шероховатость большую, чем перед этим участком и за ним.

Остановимся прежде всего на водотоке с уклоном меньшим критического (черт. 66). Влияние участка с большей шерохова-

тостью не может распространяться вниз по течению на участок CD ; поэтому от точки C строим кривую спада $B'C'$, а затем кривую подпора $A'B'$.

Участок с большею шероховатостью на бурном водотоке (черт. 67) не будет влиять на предыдущий участок AB ; следовательно построение кривых надо начать от точки B' ; строим сначала кривую $B'C'$, а затем кривую спада $C'D'$. В только что рассмотренном случае нормальная глубина h_{n1} на участке с большею шероховатостью хотя и больше, чем глубина h_n , но все таки она меньше критической глубины h_k .

При очень большой шероховатости n_1 может случиться, что нормальная глубина h_{n1} (черт. 68) на участке BC окажется большей, чем критическая глубина h_k .

Особенно легко это может случиться, если h_n близко к h_k . И в рассматриваемом случае участок BC не может влиять на движение на участке AB ; поэтому и здесь от точки B' строим кривую подпора $B'B_1$; если эта кривая приближается к линии критических глубин, не доходя до конца BC , то это означает, что на участке BC должен образоваться прыжок, а за ним дальше будет участок со спокойным течением. Заметим далее, что в сечении C удельная энергия может принять, а, значит, обязательно примет значение \mathcal{E}_{\min} . Поэтому в сечении C будем иметь критическую глубину h_k . От этого сечения, от точки C строим кривую спада $C'C_1$ и затем находим место прыжка. Кроме того, от точки C вниз по течению надо построить кривую спада $C'D'$.

В том случае, когда кривая подпора (черт. 69) $B'C'$ до конца участка BC не дойдет до линии критических глубин, прыжка вовсе не будет и поэтому от полученной уже точки C нужно строить вниз кривую спада $C'D'$. Такой случай может встретиться, если участок BC сравнительно короткий.

Может еще случиться (черт. 70), что \mathcal{E}_{n1} больше \mathcal{E}_n ; прочие же условия аналогичны тому, что показано на черт. 68. Понятно, что в этом случае прыжок не только не будет отогнан на участок BC , а, наоборот, он надвинется на участок AB .

Остановимся еще вкратце на формах сопряжения в случае двух весьма длинных участков с разными шероховатостями. Сначала рассмотрим переход от участка с меньшей шероховатостью к участку с большей шероховатостью, причем на обоих участках нормальные глубины h_n и h_{n1} (черт. 71) большие, чем

критическая глубина h_k . Изменение шероховатости в сечении B не может оказать влияния вниз по течению на движение воды на участке BC со спокойным течением. Поэтому от точки B' строим кривую спада $A'B'$. Если коэффициент шероховатости n_1 на много меньший, чем n (черт. 72), то может случиться, что на участке BC нормальная глубина h_{n1} будет меньшая, чем критическая, в то время как на участке AB она больше критической глубины h_k . В таком случае легко доказывается, что в сечении B установится критическая глубина и соответствующая ей удельная энергия сечения \mathcal{E}_{\min} .

Рассмотрим еще форму поверхности воды в бурном водотоке (черт. 73) при уменьшении шероховатости на участке BC . Это изменение шероховатости не может оказать влияния на бурный же участок AB . Поэтому от точки B' строим кривую спада $B'C'$ (вниз по течению).

Теперь надо еще рассмотреть формы поверхностей воды в водотоках, в которых имеем на участке, расположенном ниже по течению, большую шероховатость, чем на предшествующем участке.

Прежде всего исследуем случай, когда на обоих последовательных участках AB и CB (черт. 74) с разными шероховатостями имеем дело со спокойным водотоком. При этих условиях изменение шероховатости не может оказать влияния на участок BC . Исходным сечением является, очевидно, сечение B . От точки B' вверх против течения надо построить кривую подпора $A'B'$. Если на участке BC (черт. 75) имеем нормальную глубину h_{n1} , большую, чем h_k (спокойный водоток), а на участке AB благодаря значительно меньшей шероховатости нормальная глубина h_n меньше критической глубины h_k и при этом $\mathcal{E}_{n1} > \mathcal{E}_n$, то водоток должен в конце участка AB запасти недостающую ему для равномерного движения на участке BC энергию $\mathcal{E}_{n1} - \mathcal{E}_n$. Для этого он образует кривую подпора B_1B' и прыжок; эту кривую строим, начиная от точки B' . Может случиться, что \mathcal{E}_n больше \mathcal{E}_{n1} ; при этом условии прыжок будет отогнан на участок BC , благодаря чему водоток сможет истратить лишнюю энергию $\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_{n1}$.

Остается еще рассмотреть водоток, в котором и на участке AB с меньшей шероховатостью и на участке BC с большей шероховатостью нормальные глубины h_n и h_{n1} меньше, чем критическая глубина h_k (черт. 76). В этом случае изменение

шероховатости не может отразиться на участке AB (против течения) и поэтому придется только построить кривую подпора $B'C'$ от точки B' .

§ 10. Некоторые замечания относительно более сложных случаев сопряжения водных потоков

В предыдущих §§ 4—9 были рассмотрены более простые причины, вызывающие неравномерное движение жидкости. Но очень часто встречаются и различные комбинированные случаи. Например, на чертеже 77 за участком AB с большей шероховатостью и уклоном, меньшим критического, идет участок BC с значительно меньшею шероховатостью и несколько большим уклоном; благодаря этим последним двум причинам на участке BC нормальная глубина h_{n1} меньше критической глубины h_k . При таких условиях критическая глубина установится, конечно, не на перепаде в сечении C , а в сечении B ; от точки B' и нужно строить кривые спада $A'B'$ вверх против течения и $B'C'$ вниз по течению. Доказательства здесь можно и не приводить в виду его простоты.

Еще один более сложный случай показан на черт. 78. Здесь имеем стеснение русла снизу на достаточно длинном участке CD , причем шероховатость стенок на этом участке значительно меньше, чем на соседних участках AB и EF . При некоторых соотношениях высоты a и коэффициентов шероховатости n и n_1 может случиться, что подъем дна в спокойном водотоке вызывает тем не менее кривую спада $A'B'$ перед стесненным участком. Порядок построения ясен из чертежа.

Не будем здесь продолжать рассмотрение всевозможных комбинированных случаев; вместо этого сделаем одно общее замечание. При всяких построениях кривых поверхностей воды следует прежде всего вычертить линию дна, линию критических глубин и линии поверхностей равномерного движения для тех участков, для которых можно определить глубины h_n равномерного движения (за исключением, следовательно, участков с нулевым и отрицательным уклоном, непризматических участков и пр.). После этого нужно определить исходные сечения, в которых глубины известны или легко могут быть определены. При этом, если исходное сечение и глубина в нем уже известны, то нет надобности строить линии $\mathcal{E}s$. К построе-

нию последних линий и к непосредственному использованию теоремы о минимуме площади между градиентом энергии и дном или следствий из нее нужно обращаться только в более сложных случаях.

§ 11. Некоторые особые случаи приложения общей теории неравномерного движения в открытых водотоках

а) Формы поверхности в канале при наличии в нем бокового водослива

Прямоугольным боковым водосливом называют прямоугольный вырез в боковой стенке канала на некоторой длине l (черт. 79), через который изливается вода. Формулу для определения расхода через такой водослив дал Г. Энгельс¹⁾ в таком виде:

$$Q = \frac{2}{3} \mu \sqrt{2g} \sqrt{l^{2,7}} H^{4,8}$$

При этом он несомненно исследовал водослив на спокойном водотоке. Определенный интерес представляет форма кривой поверхности воды $EDBF$ как на участке с водосливом, так и перед ним и за ним. Как показали опыты Г. Энгельса, наименьшая глубина имеет место в самом начале водослива в сечении CD ; дальше вниз по течению глубина возрастает до конца водослива несмотря на то, что расход в канале на участке CA постепенно уменьшается на величину $Q = Q_1 - Q_2$. Перед водосливом устанавливается кривая спада ED .

Несколько неожиданная форма поверхности может быть объяснена следующим образом. Так как водоток спокойный, то вниз от сечения AB влияние водослива не может иметь места. Поэтому на участке AG будем иметь равномерное движение, соответствующее расходу Q_2 , если только до этого участка не достигают кривая спада или подпора от какого-нибудь ниже-расположенного сооружения. Во всяком случае глубину h_{n_2} и удельную энергию сечения \mathcal{E}_{n_2} в сечении AB нужно считать известными.

Построим теперь на одних и тех же осях два графика $\mathcal{E}h$ (черт. 80) для расходов Q_2 и Q_1 , протекающих в одном и том

¹⁾ „Hydraulic Laboratory Practice“ Edited by John Freeman, 1929, стр. 106. Тот же материал имеется в книге „Wasserbaulaboratorien Europas“, 1926. После окончания настоящей работы в журнале *Wasserkraft und Wasserwirtschaft* за 1937 г., Heft. 18, появилась статья А. Schoklitsch'a „Über die Bemessung von Streichwehren“.

же русле. На графике для расхода Q_1 удельной энергии сечения \mathcal{E}_{n_2} соответствует, конечно, глубина h_{n_2} . Предположим пока, что удельная энергия сечения на участке CA будет равна тоже \mathcal{E}_{n_2} , в таком случае из графика $\mathcal{E}h$ для расхода Q_1 сразу же найдем глубину h_1 , которая установится в сечении CD . Теперь понятно, почему в начале водослива глубина меньше, чем в конце. На участке KC нормальная глубина h_{n1} больше, чем h_{n_2} ; тем более $h_{n1} > h_1$; ясно, что на участке KC должна установиться кривая спада ED . На самом деле h_1 несколько больше, чем получается из графиков $\mathcal{E}h$. Действительно, вверх от сечения AB (черт. 79) расход в канале увеличивается, а глубина уменьшается; отсюда следует, что скорости в канале на рассматриваемом участке против течения увеличиваются. Ясно, что потери энергии в верхней части участка CA больше; поэтому действительная линия энергии должна расположиться выше линии $B'D'$, хотя она и должна пройти через точку B' в исходном для построения сечении AB . Теперь ясно, что глубина в сечении CD должна получиться несколько больше h_1 , так как удельная энергия сечения здесь будет больше, чем \mathcal{E}_{n_2} . В случае прямоугольного сечения канала сделанные только что выводы можно сделать несколько проще при помощи графика Коха. Построение кривой BC можно произвести приближенно ¹⁾.

б) Об использовании энергии рек без устройства запруд

Довольно часто изобретателями делаются предложения отбирать кинетическую энергию у текущей в реках воды при помощи тех или иных гидравлических двигателей, например, пропеллерных турбин ²⁾; при этом обычно имеется в виду, что реку не подпирают при помощи плотин, а у воды отбирается та ее кинетическая энергия, которая соответствует бытовой скорости реки v_n .

Рассмотрим сначала спокойный водоток с равномерным движением (черт. 81) со скоростью v_n .

Предположим — несколько условно, что в каком-нибудь сечении AA'' мы отнимаем при помощи соответствующего дви-

¹⁾ Ср. также: Ф. Форхгеймер, Гидравлика, 1935, стор. 424.

²⁾ См. В. В. Фармаковский, „Гидравлические двигатели“, 1928 г.

Также отчасти патент тов. Осадчего и др.

гателя от каждого литра воды $\Delta \mathcal{E}$ (черт. 82) кгм энергии и именно кинетической энергии. Но при уменьшении кинетической энергии и скорости должно было бы увеличиться живое сечение реки, а вместе с ним и глубина. Однако увеличенной глубине, предположим h_0 , в спокойных течениях соответствует не меньшая, а большая удельная энергия сечения. Таким образом приходим к выводу, что отнявши у водотока часть кинетической энергии $\Delta \mathcal{E}$ мы должны были бы подвести к нему в виде уже потенциальной энергии не только это же самое $\Delta \mathcal{E}$, но еще и дополнительно энергию $\Delta \mathcal{E}_1$.

По поводу только что сказанного можно сделать возражение, что для нас не имеет значения, отбираем ли мы от реки именно кинетическую энергию или энергию вообще. Итак, предположим, что мы в сечении AA'' (черт. 81) отняли у воды некоторое количество энергии $\Delta \mathcal{E}$, включающее энергию потенциальную. Из графика $\mathcal{E}h$ на черт. 82 видно, что энергии $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_n - \Delta \mathcal{E}$ соответствует глубина h_1 , меньшая, чем бытовая глубина водотока h_n . Но, как уже было доказано в § 3, вода не может при спокойном течении перейти от меньшей глубины к большей вниз по течению. Тем более водоток не может выйти за сечение AA'' с глубиной h_2 (черт. 82).

Из изложенного делаем вывод, что гидравлические двигатели, расположенные непосредственно в спокойном водотоке, могут отбирать только энергию, которая накапливается рекою благодаря подпору; при этом подпор должен вызываться самими же двигателями.

Иначе обстоит дело с бурными потоками. Если от воды такого водотока, текущего с удельною энергиею сечения \mathcal{E}_n (черт. 83 и 84) отнять энергию $\Delta \mathcal{E}$ (считая, конечно, на один литр или один килограмм) в каком либо сечении AA'' , то благодаря меньшей удельной энергии сечения $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_n - \Delta \mathcal{E}$ сейчас же за сечением AA'' установится глубина h_1 большая, чем h_n (черт. 84); благодаря этому на участке за двигателями потери энергии будут меньше нормальных и поэтому линия энергии $A''B''$ постепенно будет приближаться к бытовой линии энергии $A'''B'''$. Ясно, что наибольшее количество энергии, которое можно отнять у бурного водотока без подпора его, будет $\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_{\min}$ на один кг воды. Больше количество энергии можно было бы получить только при условии образования перед двигателями подпора.

§ 12. Замечания относительно неплавных изменений сечения и местных потерь энергии в открытых водотоках

В предыдущей части работы были рассмотрены разнообразные случаи неравномерного движения в открытых водотоках, при чем эта неравномерность движения возникала вследствие плавных стеснений или расширений русла, небольших изменений уклона дна, изменений шероховатости и пр. В этих случаях поток следует за очертанием стенок и дна русла или сооружения.

В действительности чрезвычайно часто встречаются более или менее резкие изменения сечения, в частности — резкие расширения русла; весьма крутые изменения направления всего русла встречаются реже, но местные резкие изменения направления или повороты стенок и дна встречаются очень часто.

Резкие изменения живого сечения потока могут получаться не только в результате местных отклонений от призматичности самого русла, но и при образовании прыжка. В перечисленных случаях наблюдаются при движении в открытых руслах более или менее значительные потери энергии, которые следует называть „местными потерями“. Эти местные потери в открытых водотоках исследованы пока мало¹⁾. При исследовании этих потерь, имеющих большое значение, несомненно следует использовать новые достижения аэро- и гидромеханики, в частности результаты исследований Л. Прандтля и др. в отношении пограничного слоя. Однако при этом нужно иметь в виду и особенности движения в открытых руслах.

Рассмотрим прежде всего резкое изменение направления стенок или дна открытого канала возле выступа *A* (черт. 85).

Если бы струйки возле выступа следовали достаточно близко за направлением стенки, то возле точки *A* теоретически скорость должна была бы возрасти до бесконечности²⁾. Однако указанные теоретические соображения имеют преимущественно

¹⁾ Некоторые указания на литературу по местным потерям см. в сноске на стр. 59 украинского текста.

Вопросам о потерях энергии в прыжке и о гашении энергии посвящено очень много работ заграничных и советских гидравликов; однако вопросы эти еще далеко не выяснены.

²⁾ См., например: L. Prandtl, O. Tietjens, „Hydro- und Aeromechanik“ Erster Band, 1929 (есть русский перевод) §§ 77.

кинематический характер, они не учитывают энергетической стороны явлений. На самом деле большое возрастание скорости у порога A потребовало бы подведения воде энергии извне, т. к. вода подходит к порогу A с некоторым определенным запасом потенциальной энергии, которая может преобразоваться в кинетическую энергию. Но энергия извне воде не подводится и поэтому струйки не будут огибать порог, следуя близко за поворотом стенки, а вместо этого пойдут прямо, образуя т. н. поверхность раздела AB ; по одну сторону ее будем иметь довольно значительную скорость, а по другую сторону „мертвую воду“. Такое объяснение срыва струй возле выступающих углов является более естественным, чем объяснение этого явления особым принципом¹⁾.

Дальнейшую судьбу описанной „поверхности раздела“ проследим немного ниже, а сейчас рассмотрим еще другой случай образования поверхностей раздела. Предположим, что в спокойном водотоке поставлены какие-либо сооружения, например, быки (черт. 86). При течении за последними поток должен был бы расширяться; это сопровождалось бы увеличением глубины, а, следовательно, и давления, — при условии, что струя не отрывалась бы от поверхности быков. Однако жидкость из области с меньшим давлением (точнее, из области с меньшей потенциальной энергией) может течь в область с большим давлением только за счет кинетической энергии. Так как жидкость в пограничном слое, образующемся на стенках сооружения, имеет малую кинетическую энергию, то она лишена возможности двигаться по расширяющемуся участку и срывается с поверхности сооружения (точка A на черт. 86); в результате образуется поверхность (вернее слой) раздела AB . Очевидно могут иметь место и различные комбинированные случаи образования поверхностей раздела. Очень часты в гидротехнических сооружениях случаи стеснения русла с последующим его расширением и образующимися при этом поверхностями раздела.

Родственность явлений, имеющих место при таком стеснении и последующем расширении русла с описанными выше случаями образования поверхностей раздела, не требует пояснений. Поверхности раздела образуются и в том случае, когда струя

¹⁾ См. Т. Пешль, П. Эвальд, Л. Прандтль. Физика упругих и жидких тел. Москва-Ленинград, 1933. Стр. 206.

жидкости попадает в жидкость, движущуюся с иной скоростью или покоящуюся.

Можно доказать, что поверхности раздела неустойчивы, они разлагаются на вихри¹⁾. Последовательные этапы этого явления показаны на черт. 87²⁾. Здесь процесс, конечно, схематизирован. Не надо думать, что в действительности сначала полностью образуются поверхности раздела, а затем только начнется образование вихрей; вернее будет сказать, что поверхность раздела обычно разлагается на вихри сразу же в процессе своего образования.

Рассуждения о неустойчивости поверхностей раздела несомненно должны быть использованы для выяснения сущности местных потерь в открытых водотоках, а также и процессов гашения энергии, т. к. последние не отличаются от явлений, наблюдаемых при местных потерях энергии. В самом деле, в кинетическую энергию вращательного движения вихрей преобразовывается кинетическая энергия движения струи. Кинетическая энергия вихрей для главного поступательного движения потока теряется, превращаясь обязательно в тепловую.

Механическая энергия вихрей является потерянной для основного движения уже с момента образования вихрей, т. к. энергия вихревого движения хотя и является еще механической, но она обречена уже на превращение в тепловую; превратить ее обратно в энергию основного движения вдоль русла мы не умеем. Таким образом в области, где могут образоваться поверхности раздела, получаем движение чрезвычайно завихренное, близкое по своей природе к обычному турбулентному движению. Л. Прандтль называет даже случаи движения струи жидкости в жидкости без ограничивающих стенок³⁾ „свободную турбулентность“.

Заметим далее, что каждый вихрь образуется частично из жидкости, движущейся (черт. 87) с большей скоростью $u + u_0$ по одну сторону поверхности раздела, частично из жидкости, движущейся с меньшей скоростью u по другую сторону той же поверхности. Это особенно ясно из черт. 87e. Таким образом

¹⁾ Слово „вихрь“ применяем не в строго гидродинамическом, а в несколько более широком смысле, как это встречается в работах Л. Прандтля.

²⁾ См. цит. книгу Л. Прандтля и О. Тьетенса.

³⁾ L. Prandtl, „Bericht über Untersuchungen zur ausgebildeten Turbulenz“. Z. für angew. Math. und Mech. Band 5. 1925. H. 2.

См. также статью Tollmien'a в том же журнале за 1926 г. Heft 6.

получаем еще одно важное заключение: поверхности раздела и образующиеся из них вихри не только являются причиной местных потерь и гашения энергии, но благодаря им части жидкости хорошо перемешиваются друг с другом. Правильнее будет сказать, что процессы гашения энергии и механического перемешивания жидкости являются разными сторонами одного и того же процесса.

Изложенные соображения хотя и не дают пока возможности производить расчеты местных потерь энергии, процессов гашения энергии и процессов механического перемешивания жидкостей, но они все таки дают возможность более сознательно подойти к проектированию гидротехнических сооружений и различных приборов или по крайней мере их моделей, подлежащих испытанию в лаборатории. В зависимости от преследуемой данным сооружением или прибором цели возникают и должны быть решены вопросы о количестве поверхностей раздела, расстоянии их друг от друга, скоростях жидкостей и пр.

Далее, если принять изложенный взгляд, то можно будет попытаться и в гидротехнических сооружениях управлять пограничным слоем в желательном направлении.

Рассмотрим теперь несколько подробнее некоторые конкретные случаи местных сопротивлений, например, уступ на дне спокойного водотока (черт. 88). Вместо поверхности раздела AB , о которой говорилось выше, фактически получим ряд вихрей, уносимых вниз по течению. Вихри образуются не только за счет воды основного потока, движущегося в данном случае над поверхностью AB , но и за счет воды из пространства под этой поверхностью; приток воды к вихрям показан на чертеже стрелочками D, E и C . Но если из-под поверхности AB вода забирается, то она туда должна все время и поступать. В результате под поверхностью AB и образуется так называемый валец — в данном случае с горизонтальной осью.

Рассмотрим еще движение за быками в реке (черт. 89). И здесь, конечно, вместо поверхностей раздела получаем ряды вихрей, между которыми существуют обратные течения. Такие обратные течения в результате дают вальцы и с вертикальными осями.

Следует отметить, что ряды вихрей не образуют в действительности т. н. дорожек Бенара-Кармана в той форме, как они описываются в книгах по гидро- и аэромеханике. На самом деле

завихрения вниз по течению проникают все дальше в основной поток, усиливая его турбулентность и постепенно затухая¹⁾).

В связи с протеканием потока через отверстия между быками необходимо разъяснить могущее возникнуть недоразумение. В § 3 доказываемся, что сооружения не влияют на водоток вниз по течению, если за сооружением имеется спокойное течение. Теперь можно пояснить, почему к этому утверждению сделана оговорка, что оно применимо при условии медленно изменяющегося течения. В самом деле, на примере обтекания быков обычно не вполне удобообтекаемой формы видно, что влияние их и в спокойных течениях распространяется вниз по течению в виде образующихся и уносимых потоком вихрей.

При желании указанное только что противоречие можно было бы устранить, представляя себе сооружение, в данном случае, бык, продолженным до какого то сечения потока AB (черт. 89), в котором уже не имеется пространства с текущей обратной водой, а также более или менее усиленной завихренности. Такое представление является до некоторой степени обоснованным, т. к. пространство за быками с текущей обратной водою стесняет сечение водотока аналогично самим быкам; но, конечно, ширину мысленно продолженных быков или других сооружений нужно представлять себе постепенно уменьшающеюся по мере приближения к сечению AB .

Потери энергии от завихрений распределяются на весь участок от конца сооружения до сечения AB , так что эти потери являются „местными“ до некоторой степени условно, как это можно сказать и относительно более изученных местных потерь в трубах. Можно было бы провести аналогию между местными потерями и усиленной шероховатостью на участке за сооружением до сечения AB . Описанные вальцы и завихрения, образующиеся за различными сооружениями неудобообтекаемой формы, стесняют здесь поток на некотором, сравнительно коротком, участке.

Этими стеснениями потоков легко объясняются понижения уровня в спокойных водотоках, которые наблюдаются за такими сооружениями. Подобные понижения в спокойных водотоках описаны в цит. уже работе Б. А. Бахметева „Hydraulics of open channels“ фиг. 18, стр. 60 или русский перевод — стр. 50, а также

¹⁾ Аналогичное наблюдение описано в статье N. W. A k i m o f f, „Über das Wesen des Mitstromes“ Jahrbuch der schiffbautechnischen Gesellschaft. 35. B 1934.

в цит. книге А. Коха — М. Карстенъена „Über die Bewegung des Wassers...¹⁾“ фиг. 87 и след. Объяснение таких понижений уровня (по сравнению с нормальным уровнем) потерями энергии, как это делают А. Кох и Б. А. Бахметев, нельзя признать правильным, — ведь водоток с удельной энергией сечения меньшей, чем нормальная \mathcal{E}_n , не мог бы перейти вниз по течению к нормальной глубине, к которой он в действительности переходит. Потерями можно и нужно в спокойных водотоках объяснить только подпор перед сооружением. По этой же причине у заднего конца стесняющего водоток сверху тела $RSTU$ (черт. 42), при не вполне удобообтекаемой его форме, уровень воды не поднимается до нормального уровня; это вызовет увеличение давления на тело по направлению течения, а также опускание заднего конца тела $RSTU$.

Легко сделать аналогичные выводы относительно стеснения вальцами за сооружениями бурных водотоков; однако, рассматривать этот вопрос подробно нет надобности.

Возникает далее вопрос, как ввести местные потери энергии в открытых водотоках в гидравлические расчеты. Если припомним, что даже более изученные местные потери в трубах обычно представляют себе сосредоточенными в определенных сечениях, а не распределенными по некоторым участкам, то можно прийти к заключению, что и в открытых водотоках мы будем вынуждены видимо еще долго учитывать местные потери грубо, например, представляя их себе сосредоточенными в определенных сечениях, обычно в таких сечениях, за которыми происходит резкое расширение русла или струи.

Для примера рассмотрим протекание спокойным водотоком мостового отверстия (черт. 90) при наличии в нем местных потерь. Как уже указывалось, следовало бы считать, что устои как бы продолжены до некоторого сечения D , причем стеснение русла от сечения B к сечению D постепенно уменьшается. Местная потеря энергии h_B распределена как то по всему участку BD ; но по изложенным выше соображениям можно было бы пока довольствоваться хотя бы тем, чтобы считать местную потерю h_B сосредоточенной в сечении B . Добавив ее к удельной энергии сечения \mathcal{E}_n , мы смогли бы по энергии найти глубину в сечении B , а значит и приращение глубины Z_B

¹⁾ В русском переводе этой книги под названием „Основы практической гидродинамики“ — см. стр. 62 и след.

в том же сечении. Аналогичную задачу нужно было бы решить и для сечения A , за которым благодаря расширению струи после ее сжатия также будем иметь местную потерю.

Здесь нужно бы иметь в виду, что явления вихреобразования за сечением A взаимодействуют, интерферируют с вихреобразованием за сечением B . Эта интерференция имеет место, если длина участка AB невелика, так что вихри, образовавшиеся за сечением A , не успеют в достаточной степени угаснуть до сечения B . Так как интерференция сопротивлений в мостовых отверстиях имеет место в большей или меньшей степени, то вполне понятно, почему подпор от мостов обычно определялся при экспериментальных исследованиях сразу суммарно, а не отдельно при входе и при выходе из мостовых отверстий. Определение потери h_B независимо от h_A может повести при наличии интерференции к некоторым неточностям.

Из наблюдений над местными потерями хорошо известно, что в местах с усиленным вихреобразованием вода захватывает пузырьки воздуха, если завихрения достигают поверхности воды, имея значительную интенсивность. В связи с этим можно высказать мнение, что и в быстротоках захват воздуха зависит от степени турбулентности движения. Последняя же в быстротоках является функцией числа Рейнольдса и шероховатости стенок.

Среди гидравлических явлений, связанных с местными потерями энергии, особенно большое значение имеет незатопленный и затопленный водяной прыжок. Рассмотрим вкратце процессы, имеющие место в незатопленном водяном прыжке (черт. 91). Суть этих процессов лучше всего выясняется, если обратить внимание на то обстоятельство, что вода с большой скоростью v_1 (черт. 92) попадает в поток, движущийся в том же направлении, но со скоростью v_2 меньшею, чем v_1 . Ясно, что при этом может образоваться поверхность раздела PS , которая уже во время своего образования распадается на вихри (черт. 91). Эти вихри увлекают с собою воду из пространства над поверхностью раздела и поэтому туда устремляется вода от B к A и образуется так называемый валец AB , в котором вода находится во вращательном, но не замкнутом движении, т. е. в него попадают все время новые и новые массы воды¹⁾. Кроме

¹⁾ Такие, примерно, объяснения явлениям в прыжке дал А. Шоклич в статье „Über die Energievernichtung durch Walzen“, Die Wasserwirtschaft, 1932, № 16—17.

больших вихрей, образующихся благодаря поверхности раздела PS (черт. 92), в вальце вероятно имеются еще очаги зарождения более мелких вихрей, как, например, возле точки a (черт. 91). За точкой B вальца уже нет, вода имеет видимо еще чрезвычайно завихренное движение и уровень воды (при горизонтальном дне) еще несколько повышается до некоторой точки B' .

Связь между глубинами критической h_k , перед прыжком h_1 и за прыжком h_2 в случае прямоугольного сечения русла или между расходом Q , площадями живого сечения перед прыжком и за прыжком ω_1 и ω_2 и между соответственными глубинами центров тяжести этих сечений y_{o1} и y_{o2} в общем случае произвольного сечения легко устанавливается при помощи закона количеств движения. После установления такого соотношения легко уже вычисляются потери энергии в прыжке.

Применение закона количеств движения весьма полезно для исследования и других явлений с местными потерями. А. Кох в его цитированной выше работе придал этому закону даже специальную форму, „закона опорных сил“ (der Satz von der Stützkraft), специально приспособленного для гидравлических исследований. Однако и непосредственное применение закона количеств движения вряд ли требует больше работы.

Что касается размеров прыжка вдоль потока, то в отношении этого вопроса пока имеются большие расхождения между исследователями. В то время как в Европе преимущественно исследуется длина вальца l на участке AB (черт. 91), Б. А. Бахметев и А. Е. Matzke ¹⁾ подразумевают под длиной прыжка величину L . Вопрос затрудняется еще и тем, что при волнистой форме прыжка вальца на поверхности, собственно говоря, вовсе не имеется.

Вопрос о длине вальца l (или длине прыжка в целом L) имеет большое значение, так как на основании имеющихся исследований можно думать, что длину водобойного колодца следует назначать именно в связи с длиной l .

рассматривая прыжок с точки зрения гашения энергии. К аналогичным выводам пришел одновременно с А. Шокlichem и автор настоящей работы, рассматривая прыжок, как смеситель.

¹⁾ Boris A. Bakhmeteff and Matzke A. E., The Hydraulic Jump in Terms of Dynamic Similarity, Proceedings Am. S. of C. E. Oktober, 1936. Vol. 62. No 8. Part 2.

Не малое значение имеет также длина затопленного прыжка (черт. 93), в соответствии с которой следует, видимо, назначать длину того участка за перепадом, на которой нужно закреплять дно водотока, в том случае, когда прыжок затопляется без водобойного колодца.

Более или менее интенсивный захват воздуха водою в пределах вальца незатопленного, а также мало затопленного прыжка объясняется, конечно, интенсивным вихреобразованием в пределах вальца.

г. Киев. 15/II 1937 г.

On the Varied Flow of Liquid in Open Streams and Structures on Them

Prof. G. Sukhomel

Summary

The varied flow of liquid in open channels arises because of departures from the prismatic form of the channel, asserting itself in various constrictions and widenings of the channel and causing changes in the cross-section and wetted perimeter, thanks to changes in the slope and roughness along the stream. Sometimes a varied flow may become established as the results of changes in the discharge along the stream, as well as on adding to, or taking energy from, the stream waters.

Among the problems which are to be solved by the theory of varied flow, there are not only the fairly well developed methods (of B. Bakhmetefi, N. Pavlovsky and others) of constructing back-water and falling surface curves but also the determination of depths of initial cross-sections from which one may begin to construct the rising and falling surface curves, determining the location of such initial cross-sections, the construction of surface curves both in front of and behind the structures, as well as in the very structures, and several other questions.

It is very convenient to conduct investigations of all the questions enumerated above by means of the concept of specific energy of flow

$$\mathcal{E} = h + \frac{v^2}{2g} = h + \frac{Q^2}{2g\omega^2}$$

Or for rectangular cross-section

$$\mathcal{E} = h + \frac{q^2}{2gh^2}$$

If \mathcal{E} is represented as a function of the depth h , it may be convenient to designate, the minimum possible value of the specific energy

of flow \mathcal{E}_{\min} corresponding to the critical depth h_c as the critical value of \mathcal{E} . The equation $\mathcal{E} = h + \frac{q^2}{2gh^2}$ may be represented graphically in various ways: according to B. Bakhmeteff by considering \mathcal{E} and h as variables and q as constant (figs. 2 and 3), according to Koch, by considering q and h as variables and \mathcal{E} constant (fig. 4), by the nomogram method, by considering all three values as variables (fig. 6). By analogy with the diagram names in thermodynamics ($I S$ — diagrams), the graphs in figs 2 and 3 may be called $\mathcal{E}h$ — diagrams, etc.

Utilizing the properties of the line (or gradient) of energy $\mathcal{E}s$ (fig. 7), the author presents an energetic analysis of the surface curves in varied flow which being extremely plain and graphic may replace or, at any rate, supplement the usual mathematical analysis.

On analysing the rising and falling surface curves, as well as that of the broad-crested weir, we obtain as a broad generalization of facts known in hydraulics, the following general principle of varied flow of liquid in open streams and in the structures built on them: „Under the given conditions, a gradually varied flow of liquid in an open stream with an unwashable channel, the surface of the liquid (i. e., the depth and, along with that, the velocity per cross-section) becomes established so that the area between the line of bottom and the line of energy has a minimum value“. This principle may be proved by the second law of thermodynamics and then the theories of all possible cases of varied flow of liquid, as well as the theory of the broad-crested weir, become merely special cases of this principle. The principle of minimum area between the lines of bottom and energy can be applied directly to all possible cases of varied flow. In the paper, examples are given of ascertaining the forms of flow through a drop in tranquil (fig. 14, left) and rapid (fig. 18) streams as well as the flow of a tranquil stream between bridge piers (fig. 20 and 21). At the same time the author brings to light the mistake made by Prof. I. Esman in solving a similar problem in his course on hydraulics. In addition, the author by the direct application of the principle of minimum area, explains why it is that of the two mathematically possible depths in the tail-water, which are roots of the respective equations, a depth h_c is always established less than the critical.

In reviewing most practical problems, it is not always convenient to have recourse to the general principle of minimum area. It is,

therefore, desirable to deduce two special theorems from this principle, which are often convenient for use in computing structure, and which may be formulated in the following manner.

1. Structures on sections with tranquil currents do not effect the down-stream flow — or on torrential sections, the up-stream flow — on the condition that the specific energy of flow \mathcal{E}_n of the stream, existing on the site of the structure before its construction, is sufficient for passing through the structure.

Under this condition the effect of the structure is felt in tranquil currents only above the structure, and in torrential currents, on the contrary, only down-stream. The effect of the structure on the streams in both these cases in structures of ordinary length and with more or less gradual changes in the cross-section of the stream, cannot be considerable.

2. If the specific energy of flow \mathcal{E}_n (see the preceding proposition¹⁾) is not sufficient for passing through the structure, a flow is established in the most contracted cross-section having $\mathcal{E}_{\min 1}$ and a corresponding critical depth of h_{k1}). An energy which is insufficient for passing through the most contracted cross-section with a specific energy of $\mathcal{E}_{\min 1}$, is accumulated by the stream in front of the structure, giving rise to a more or less considerable backwater. At the same time, a tranquil current should become established before the structure even in the case where we are dealing with a stream which would have had a torrential current in the absence of a structure at the given point. Beyond the structure, the stream expends that part of the extra energy which it required to pass through the most contracted cross-section of the structure and which it no longer requires in moving through the region beyond it. It is possible that the rapid expenditure of energy occurs here because of

¹⁾ If there is in the structure an entire section of prismatic form with the most contracted cross-section, then with a slope of the bottom less than the critical, the critical depth becomes established at the end of the contracted section. When the slope of the bottom is greater than the critical in this section, the critical depth becomes established at the beginning of the contracted section. The fact that h_{k1} and $\mathcal{E}_{\min 1}$ cannot become established in any intermediate cross-section of the contracted prismatic region, can be easily proved by assuming the contrary. At the end of the contracted area with a tranquil current, h_{k1} and $\mathcal{E}_{\min 1}$ may be established, since in the expanding stream h_{k1} and $\mathcal{E}_{\min 1}$ are diminished.

Similarly, in the torrential contracted section, h_{k1} and $\mathcal{E}_{\min 1}$ may be established at its beginning, since beyond the section having a depth of h_{k1} , the energy gradient should be less steep than the bottom (the depth beyond this section will be less than the critical one, but greater than the normal).

the fact that a rapid current followed by a repelled or submerged jump becomes established even in tranquil streams. In rapid streams the rising surface curve becomes established in zone III without, of course, giving rise to a jump.

As regards the usual proof of the first proposition on the basis of the theory of translation waves, this proof¹⁾ is proved to be unsatisfactory.

The picture of the flow in streams and constricting structures (under the condition of an gradually changing cross-section) is considered with the aid of the theoretical means which have just been briefly outlined. First, the author considers the more general case of a stream constricted from both the bottom and the sides over a fairly great length; he then considers the special cases of shorter constrictions and of constrictions acting only from the bottom or only from the sides. The picture of the flow is represented in figures 26—38. Flow pictures approximating the ones just indicated are obtained on passing to channels with a lesser width and with a raised bottom (figs. 39—41). There is some interest attached to pictures of flow in streams constricted on the part of their width above standing ships, pontoons, etc. A connection is noted between these flows and the phenomena occurring in open streams in the presence of moving vessels (figs. 42—48). Fairly complicated forms of flow are obtained in gradual expansions of the channel and simultaneous depressions of the stream bottom. Such cases are represented in figs. 50—55 under various conditions.

The well known pictures of flow with a changing slope of the stream (figs. 56—62) are considered chiefly as illustrations of applications of the propositions discussed in the foregoing.

The flow of waters on various changes in the roughness of the bottom and sides of the channel along the streams are discussed in greater detail (figs. 63—76). Further on, several remarks are made regarding the more complicated cases of conjugation of streams: the simultaneous changes in the slope and roughness (fig. 77); the simultaneous constriction of the stream from the bottom, the roughness on the obstructed section being less: in the last case a falling surface curve may even be obtained (fig. 78). The form of the water surface in a canal with a lateral weir is explained in a comparatively simple way (fig. 79); only the usual case of the tranquil stream is

¹⁾ See for instance, P. B ö s s, Berechnung der Wasserspiegellage. 1927 p. 5.

considered. A somewhat unexpected picture is obtained for the flow in the case when energy is taken from the stream by motors submerged directly in the current without the construction of dams, such proposals being met with on the part of inventors. It turns out that it is impossible to take from a tranquil streams its kinetic energy, but only the energy corresponding to the rise in front of the motor installation. Part of the energy may be taken from a rapid stream, but with the condition, of course, that the stream retain an energy of not less than \mathcal{E}_{\min} beyond the motor. The depth of the rapid stream will be greater than the normal h_n beyond the motor.

In conclusion, the author considers cases of more or less sudden changes in the cross-section or direction of the flow. In this case the nappes are separated from the walls, a discontinuity surface is formed which breaks up into vortices. The last are the cause of „local“ losses of energy. They „annihilate“ the energy. Upon the formation of vortices, the liquid is intensely mixed up. The cause of reverse currents beyond obstructions is explained by concrete examples (figs. 88 and 89). Fig. 90 shows how to compute — fairly roughly, it is true — the local losses (h_A and h_B). The vortices are propagated in a down-stream direction even in tranquil streams. They seem not only to annihilate the energy but are a continuation of the structure contracting the stream, (e. g., up to cross-section D on fig. 90 or up to cross-section AB on fig. 89). This contraction is the cause of the lowering of the level after recent expansions by ships, and not the „local“ losses as is mistakenly confirmed by B. Bakhmeteff or A. Köch. The paper closes with a discussion of the picture of flow (schematic, of course) in submerged and non-submerged jumps.

ЗМІСТ

		Стор.
	Вступ	3
§ 1.	Питома енергія перерізу.	5
§ 2.	Загальний принцип нерівномірного руху рідини у відкритих водотоках і спорудах на них.	13
§ 3.	Окремі положення про рух рідини у відкритих водотоках.	27
§ 4.	Стиснення русла водотоків з плавкими перехідними ділянками.	31
§ 5.	Плавкі переходи до русел з меншою шириною і з вище розташованим дном.	43
§ 6.	Стиснення водотоків зверху на частині їх ширини.	46
§ 7.	Плавкі розширення русла при одночасному зниженні дна.	51
§ 8.	Зміни похилу дна водотоків	54
§ 9.	Зміни шорсткості по довжині водотоку.	61
§ 10.	Деякі зауваження щодо складніших випадків спряження водних потоків.	67
§ 11.	Деякі особливі випадки застосування загальної теорії нерівномірного руху у відкритих водотоках.	70
	а) Форми поверхні в каналі при наявності в ньому бокового водозливу.	70
	б) Про використання енергії рік без влаштування гребель.	72
§ 12.	Зауваження щодо неплавких змін перерізу і місцевих втрат енергії у відкритих водотоках.	74
	О неравномерном движении жидкостей в открытых водотоках и сооружениях на них.	86
	On the Varied Flow of Liquid in Open Streams and Structures on Them	135



Уповнов. Головліту № 1123. Зам. № 317. Вид. № 684. Тир. 700. Ф. пап. 70×108 см. Вага 50 кг. Пап. арк. 4²/₃. Друк. зн. в 1 пап. арк. 82 т. Здано до друкарні 5/III 1938 р. Підписано до друку 8/IV 1938 р.

4

Ціна 4 крб. 50 коп.

ПРИЙМАННЯ ЗАМОВЛЕНЬ І ПЕРЕДПЛАТИ
на всі видання Академії Наук УРСР
проводиться в книготорговельному секторі
Видавництва Академії Наук УРСР
(Київ, вул. Чудновського, 2) :: :: :: ::

ПРОДАЖ ВИДАНЬ ■ ■ ■ ■ ■
у науковій книгарні Академії Наук УРСР
(Київ, вул. Леніна, 12) і по всіх книгарнях
Книгокультторгу, Книгоцентра ОГІЗ і
Книгозбуту ОНТИ :: :: :: :: ::

Друкарня - літографія Академії Наук УРСР у Києві