

**Сафоник А. П., д.т.н., професор** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), **Присяжнюк О. В., к.т.н.** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), **Ільків І. В., аспірант** (Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне), **Ластовецький Д. О., аспірант** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

### **НЕЛІНІЙНА СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОЦЕСУ ФІЛЬТРУВАННЯ З УРАХУВАННЯМ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМУ**

**Розроблено математичну модель процесу очищення води на каркасно-засипних фільтрах шляхом «дифузійного збурення» з урахуванням температурного режиму. Запропоновано метод і побудовано алгоритм розв'язання відповідної нелінійно збуреної задачі. На цій основі проведено комп'ютерний експеримент.**

**Ключові слова:** математична модель; зворотний вплив; нелінійна модельна задача; температурний режим.

**Актуальність теми.** Область застосовності відомих математичних моделей процесів фільтрування через пористі середовища обмежена численними припущеннями відносно властивостей рідини, що фільтрується, завислих у ній домішкових частинок, осаду, завантаження, швидкості фільтрування тощо [1]. Водночас оптимізація процесів фільтрування, на які в різних країнах витрачаються надзвичайно великі кошти, передбачає можливість надійного прогнозування наслідків зміни не тільки самих складних з існуючих, але й гіпотетичних умов фільтрування. Досвід фундаментальної науки однозначно свідчить про необхідність введення узагальненої математичної моделі процесів фільтрування через пористі середовища. Достатньо послатися на рівняння Максвелла в електродинаміці, рівняння Нав'є – Стокса в гідродинаміці, рівняння Полубаринової-Кочиної в фільтрації тощо. Не є виключенням і фільтрування, хоча в цій області традиційні методи введення узагальнених математичних моделей, що безпосередньо базуються на законах збереження, наперед неприйнятні.

Проведений в [2; 3] аналіз показав, що основна математична модель процесів фільтрування через пористі середовища – модель Мінца (точніше лінійна модель) є стохастичною. Розв'язки цієї моделі можуть бути виражені через пуассонівські ймовірності захвату і відриву частинок, а сама модель еквівалентна відомим у статистичній фізиці рівнянням Колмогорова – Феллера [4]. Крім того, доведено [5], що модель Мінца може застосовуватися і у випадках, коли протягом фільтроциклу відбувається значна зміна пористості завантаження (формально модель Мінца зміни пористості завантаження не враховує, див., наприклад, [6]).

**Метою статті є** розробка та дослідження математичної моделі процесу очищення води на каркасно-засипних фільтрах шляхом «дифузійного збурення» з урахуванням температурного режиму.

**Викладення основного матеріалу.** На сьогодні актуальними залишаються питання узагальнення моделі Мінца шляхом її дифузійного збурення з метою дослідження нелінійних процесів очищення стічних вод на каркасно-засипних фільтрах з урахуванням малої дифузії та зміни пористості завантаження. Виходячи з цього розглянемо наступну модельну сингулярно збурену задачу конвективної дифузії:

$$\begin{cases} \sigma(x) \frac{\partial c(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} + v \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} = D_c \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = \varepsilon \beta c(x,t) - \alpha \rho(x,t) + D_\rho \frac{\partial^2 \rho}{\partial x^2}, \\ \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + aT, \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} c|_{x=0} &= c_*^*(t), \quad c|_{t=0} = c_*(x), \quad \rho|_{x=0} = \rho_*^*(t), \quad \rho|_{t=0} = \rho_*(x), \\ T|_{x=0} &= T_*^*(t), \quad T|_{t=0} = T_*(x), \\ \frac{\partial c}{\partial x} \Big|_{x=L} &= 0, \quad \frac{\partial \rho}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де  $c(x,t)$  – концентрація домішок у рідині, що фільтрується,  $\rho(x,t)$  – концентрація осаду в завантаженні,  $\beta$  – коефіцієнт, що характеризує обсяги захоплених за одиницю часу домішкових частинок,  $\alpha$  – коефіцієнт, що характеризує обсяги відірваних за той же час частинок осаду,  $v$  – швидкість фільтрування,  $c_*^*(t)$ ,  $c_*(x)$  – концентрація зави-

слих домішкових частинок відповідно на вході фільтра та в початковий момент часу,  $\rho_*^*(t)$ ,  $\rho_*(t)$  – концентрація осаду у завантаженні відповідно на вході фільтра та в початковий момент часу,  $T_*^*(t)$ ,  $T_*(x)$  – концентрація осаду у завантаженні відповідно на вході фільтра та в початковий момент часу,  $\sigma(x)$  – пористість завантаження,  $D_c = d_c(T, c, \rho, \varepsilon)$ ,  $D_\rho = d_\rho(T, c, \rho, \varepsilon)$ ,  $D_T = d_T(T, c, \rho, \varepsilon)$ ;  $\varepsilon$  – малий параметр, в (2) – безпосередньо «закладається» узгодженість початкових і граничних умов у кутових точках області  $G$ ,  $T$  – температура,  $a$  – теплообмінний коефіцієнт.

Асимптотика розв'язку. Розв'язки системи (1) за умов (2) шукаємо у вигляді асимптотичних рядів (див. [7–8]):

$$c(x, t) = c_0(x, t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i c_i(x, t) + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i M_i(\xi, t) + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i N_i(\xi, t) + R_{cn}(x, t, \varepsilon),$$

$$\rho(x, t) = \rho_0(x, t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i \rho_i(x, t) + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^{i/2} P_i(\mu, t) + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^{i/2} U_i(\mu, t) + R_{\rho n}(x, t, \varepsilon),$$

$$T(x, t) = T_0(x, t) + \sum_{i=1}^n \varepsilon^i T_i(x, t) + R_{Tn}(x, t, \varepsilon),$$

де  $R_{cn}, R_{\rho n}, R_{Tn}$  – залишкові члени,  $c_i(x, t)$ ,  $\rho_i(x, t)$ ,  $T_i(x, t)$  ( $i = \overline{0, n}$ ) – члени регулярних частин асимптотик, зокрема,  $c_0, \rho_0, T_0$  – розв'язки відповідної виродженої задачі,  $c_1, \dots, c_n, \rho_1, \dots, \rho_n, T_1, \dots, T_n$  – поправки, що враховують «вклад» дифузії вздовж фільтра (за винятком деякої його приграничної зони),  $M_i(\xi, t)$ ,  $P_i(\mu, t)$  ( $i = \overline{0, n+1}$ ) – функції типу пограншару, що враховують вплив бічних джерел забруднень в околі  $x = L$  (поправки на виході фільтраційного потоку із фільтра),  $N_i(\xi, t)$ ,  $U_i(\mu, t)$  ( $i = \overline{0, n+1}$ ) – функції типу пограншару, (поправки на вході фільтраційного потоку в фільтр)  $\xi = (L - x) \cdot \varepsilon^{-1}$ ,  $\mu = (L - x) \cdot \varepsilon^{-1/2}$  – відповідні регуляризуючі перетворення.

Аналогічно до [5], після підстановки (3) в (1) та застосування стандартної «процедури прирівнювання», для знаходження функцій

$c_i$  і  $\rho_i$  ( $i = \overline{0, n}$ ) приходимо до таких задач:

$$\begin{cases} \sigma(x) \frac{\partial c_0}{\partial t} + v \frac{\partial c_0}{\partial x} = -\frac{\partial \rho_0}{\partial t}, \quad \frac{\partial \rho_0}{\partial t} = -\alpha \rho_0, \quad \frac{\partial T_0}{\partial t} = a_0 T, \\ c_0|_{x=0} = c_*^*(t), \quad c_0|_{t=0} = c_*(x), \quad \rho_0|_{x=0} = c_*^*(t), \quad \rho_0|_{t=0} = \rho_*(x), \\ T|_{x=0} = T_*^*(t), \quad T|_{t=0} = T^*(x), \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \sigma(x) \frac{\partial c_i}{\partial t} + v \frac{\partial c_i}{\partial x} = \Psi_i - \frac{\partial \rho_i}{\partial t}, \quad \frac{\partial \rho_i}{\partial t} = -\alpha \rho_i + \Phi_i, \quad \frac{\partial T_i}{\partial t} = a_i T_i + f_i \\ c_i|_{x=0} = 0, \quad c_i|_{t=0} = 0, \quad \rho_i|_{x=0} = 0, \quad \rho_i|_{t=0} = 0, \quad T_i|_{x=0} = 0, \quad T_i|_{t=0} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

де  $\Psi_i(x, t) = \frac{\partial^2 c_{i-1}(x, t)}{\partial x^2}$ ,  $\Phi_i(x, t) = \frac{\partial^2 \rho_{i-1}(x, t)}{\partial x^2} + \beta c_{i-1}(x, t)$ ,

$f_i(x, t) = \frac{\partial^2 T_{i-1}(x, t)}{\partial x^2}$   $i = 1, 2, \dots$

В результаті розв'язання (4) маємо:

$$\begin{aligned} \rho_0(x, t) &= \rho_*(x) e^{-\alpha t}, \\ c_0(x, t) &= \begin{cases} \int_0^t \frac{g(f^{-1}(f(x) - t - \tilde{t}), \tilde{t})}{\sigma(f^{-1}(f(x) - t - \tilde{t}))} d\tilde{t} + c_*(f^{-1}(f(x) - t)), & t \leq f(x), \\ \frac{1}{v} \int_0^x \frac{g(\tilde{x}, f(\tilde{x}) + t - f(x))}{\sigma(\tilde{x})} d\tilde{x} + c_*(t - f(x)), & t > f(x), \end{cases} \\ T_0(x, t) &= T^*(x) e^{a_0 t}, \end{aligned}$$

де  $g(x, t) = -\frac{\partial \rho_0(x, t)}{\partial t}$ ,  $f^{-1}(x)$  – функція, обернена до функції  $f(x) = \frac{x}{v}$ .

Розв'язавши (5) отримаємо:

$$\begin{aligned} \rho_i(x, t) &= e^{-2\alpha t} \int_0^t \Phi_i(x, \tilde{t}) d\tilde{t}, \\ c_i(x, t) &= \begin{cases} \int_0^t \frac{W_i(f^{-1}(f(x) - t - \tilde{t}), \tilde{t})}{\sigma(f^{-1}(f(x) - t - \tilde{t}))} d\tilde{t}, & t \leq f(x), \\ \frac{1}{v} \int_0^x \frac{W_i(\tilde{x}, f(\tilde{x}) + t - f(x))}{\sigma(\tilde{x})} d\tilde{x}, & t > f(x), \end{cases} \end{aligned}$$

$$T_i(x, t) = a_i e^{-f_i t} \int_0^t e^{f_i \tilde{t}} d\tilde{t},$$

де  $W_i(x, t) = \Psi_i(x, t) - \frac{\partial \rho_i}{\partial t}$ .

$$\text{Функції } M = \sum_{i=0}^{m+1} M_i \varepsilon^i, \quad N = \sum_{i=0}^{m+1} N_i \varepsilon^i, \quad P = \sum_{i=0}^{m+1} P_i \varepsilon^{i/2}, \quad U = \sum_{i=0}^{m+1} U_i \varepsilon^{i/2}$$

призначені для усунення неузгодженостей, внесених побудованими

регулярними частинами  $c(x, t) = \sum_{i=0}^m c_i \varepsilon^i$ ,  $\rho(x, t) = \sum_{i=0}^m \rho_i \varepsilon^i$  в околі точ-

ки  $x = 0$ ,  $x = L$  (виходу та входу фільтраційної течії), тобто забезпе-

чують виконання умов:  $\frac{\partial}{\partial x}(c + M) = O(\varepsilon^{m+1})$ ,  $\frac{\partial}{\partial x}(c + N) = O(\varepsilon^{m+1})$

$\frac{\partial}{\partial x}(\rho + P) = O(\varepsilon^{m+1})$ ,  $\frac{\partial}{\partial x}(\rho + U) = O(\varepsilon^{m+1})$ . Для знаходження цих фун-

кцій маємо задачу:

$$\begin{cases} bM_{i\xi\xi} + \nu M_{i\xi} = I(i)P_{i-1t} + I(i)\varepsilon^{\frac{i}{2}}P_{it} + I(i+1)P_{it} + \sigma(x)M_{i-1t}, \\ M_i \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 0, \quad M_{i\xi}(L, t) = K_i(t); \end{cases}$$

$$\begin{cases} bN_{i\xi\xi} + \nu N_{i\xi} = I(i)U_{i-1t} + I(i)\varepsilon^{\frac{i}{2}}U_{it} + I(i+1)U_{it} + \sigma(x)N_{i-1t}, \\ N_i \xrightarrow{\xi \rightarrow \infty} 0, \quad N_{i\xi}(L, t) = K_i(t); \end{cases}$$

$$b_* P_{i\mu\mu} - \alpha P_i - P_{it} = 0, \quad P_i \xrightarrow{\mu \rightarrow \infty} 0, \quad P_{i\mu}(L, t) = H_i(t);$$

$$b_* U_{i\mu\mu} - \alpha U_i - U_{it} = 0, \quad U_i \xrightarrow{\mu \rightarrow \infty} 0, \quad U_{i\mu}(L, t) = H_i(t);$$

$$I(a) = \begin{cases} 0, & a - \text{парне}, \\ 1, & a - \text{непарне}, \end{cases}$$

$$K_i(t) = \begin{cases} 0, & i = m+1, \\ -c_{i\xi}(L, t), & i = 0, \dots, m, \end{cases} \quad H_i(t) = \begin{cases} 0, & i = m+1, \\ -\rho_{i\mu}(L, t), & i = 0, \dots, m. \end{cases}$$

Розв'язки останніх задач, як і задач для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку та параболічних рівнянь із сталими коефіцієнтами, отримуються в явному вигляді.

Для оцінки залишкових членів маємо задачу:

$$\begin{cases} \sigma(x) \frac{\partial R_1}{\partial t} + \frac{\partial R_2}{\partial t} + v \frac{\partial R_1}{\partial x} - \varepsilon b \frac{\partial^2 R_1}{\partial x^2} = \varepsilon^{m+1} g(x, t), \\ \frac{\partial R_2}{\partial t} - \beta R_1 + \alpha R_2 - \varepsilon b_* \frac{\partial^2 R_2}{\partial x^2} = \varepsilon^{m+1} g_1(x, t, \varepsilon), \end{cases}$$

де  $g(x, t) = b \frac{\partial^2 c_m}{\partial x^2} - \sigma(x) \frac{\partial M_m}{\partial t} - \sigma(x) \frac{\partial N_m}{\partial t}$ ,  $g_1(x, t, \varepsilon) = \beta c_m + \beta M_{m+1} +$

$$+ \varepsilon \beta M_{m+1} + b_* \frac{\partial^2 \rho_m}{\partial x^2} + b_* \frac{\partial^2 P_{m+1}}{\partial \mu^2} + \beta N_{m+1} + \varepsilon \beta N_{m+1} + b_* \frac{\partial^2 U_{m+1}}{\partial \mu^2},$$

$$\begin{aligned} R_1(0, t, \varepsilon) = R_1(L, t, \varepsilon) = R_1(x, 0, \varepsilon) = R_2(0, t, \varepsilon) = \\ = R_2(L, t, \varepsilon) = R_2(x, 0, \varepsilon) = O(\varepsilon^{m+1}). \end{aligned}$$

Вимагаючи достатньої гладкості початкової і граничних умов та коефіцієнтів системи рівнянь (1), а також їх узгодженості у точці  $x = L$ , на основі принципу максимуму приходимо до справедливості такого твердження:  $R_i(x, t, \varepsilon) = O(\varepsilon^{m+1})$  ( $i = 1, 2$ ).

### Результати числових експериментів

Наведемо результати розрахунків за формулами (4), при  $\rho_0(x) = 0.5e^{-x^2}$ ,  $c_0(t) = \frac{1}{1+t^2}$ ,  $c_0(x) = \frac{1}{1+x^2}$ ,  $\beta = 3c^{-1}$ ,  $a = \frac{1}{18000}c^{-1}$ ,  $v = \frac{1}{2}mc^{-1}$ . На рисунку зображено розподіли концентрацій  $c(x, t_0)$  і  $\rho(x, t_0)$  при  $t_0 = 0.1, t_0 = 1, t_0 = 2, t_0 = 3$  (при  $\varepsilon = 0.05$ ).

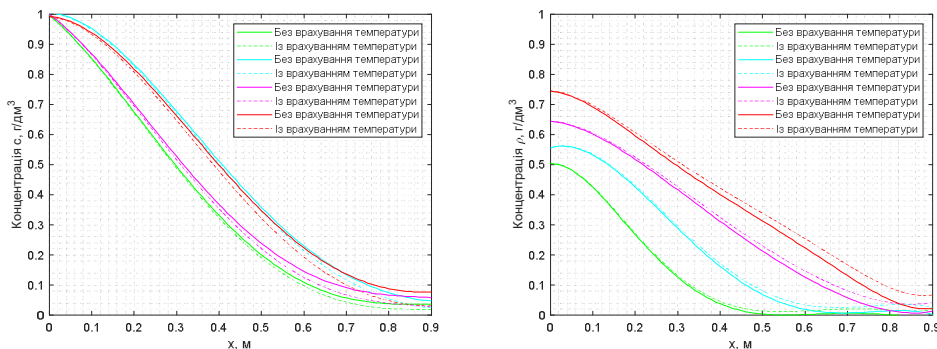


Рисунок. Розподіл  $c(x, t_0)$  і  $\rho(x, t_0)$  в різні моменти часу при  $\varepsilon = 0.05$  з врахуванням та без врахування температури

**Висновок.** Запропонована в роботі методика уточнення відомої моделі Мінца шляхом переходу до відповідної «збуреної» задачі (1), (2) дозволяє зберегти класичні форми законів, які описують процеси руху рідини в пористих середовищах та врахувати вплив температури. При побудові її розв'язку, не починаючи «спочатку», доповнювати відомі «незбурені» розв'язки різними поправками. Якщо початкова та граничні умови недостатньо узгоджені або недостатньо гладкі, то необхідно здійснити спочатку процедуру згладження негладкостей розв'язків вироджених задач вздовж відповідних характеристик, наприклад, аналогічно до [9]. У перспективі – поширення запропонованої методики на відповідні нелінійні задачі, задачі із запізненням, а також аналогічні двовимірні та просторові задачі.

1. Минц Д. М. Теоретические основы технологии очистки воды. М. : Стройиздат, 1964. 156 с. 2. Бомба А. Я., Присяжнюк І. М., Сафоник А. П. Моделирование процессов очищения стічної води на каркасно-засипних фільтрах з урахуванням зворотного впливу. *Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології*. 2007. Вип. 6. С. 101–108. 3. Про один підхід керування системою типу «забруднення – очищення» / В. А. Гурин, А. Я. Бомба, А. П. Сафоник та ін. *Вісник НУВГП. Технічні науки* : зб. наук. пр. Рівне : НУВГП, 2008. Вип. 3(43). С. 192–202. 4. Kvarntenko O., Gryuk I., & Sabliy L. Model of biomineralization of ferrum compounds by Gallionella cells immobilized on contact loading of bioreactor. *Energy Engineering and Control Systems*. 2017. Vol. 3(2). P. 51–56. 5. Yavari M., Ebrahimi S., Aghazadeh V., & Ghashghaee M. Kinetics of different bioreactor systems with Acidithiobacillus ferrooxidans for ferrous iron oxidation. *Reaction Kinetics, Mechanisms and Catalysis*. 2019. Vol. 128(2). P. 611–627. 6. Веницианов Е. В., Рубинштейн Р. Н., Сенявин М. М. О возможности распространения динамики сорбции на расчет осветления воды зернистыми фильтрами. *Докл. АН СССР*. 1970. № 3. Т. 195. С. 658–661. 7. Бомба А. Я., Гаврилук В. І., Сафоник А. П., Фурсачик О. А. Нелінійні задачі типу фільтрація-конвекція-дифузія-масообмін за умов неповних даних : монографія. Рівне : НУВГП, 2011. 276 с. 8. Власюк А. П., Жуковський В. В., Жуковська Н. А. Математичне та комп'ютерне моделювання масопереносу при фільтрації сольових розчинів в середовищах пористої та нанопористої структури : монографія. Рівне : НУВГП, 2022. 178 с. 9. Бомба А. Я., Присяжнюк І. М., Присяжнюк О. В. Методи теорії збурень прогнозування процесів тепломасоперенесення в пористих та мікропористих середовищах : монографія. Рівне : О. Зень, 2017. 291 с.

## REFERENCES:

1. Mints D. M. Teoreticheskie osnovy tehnologii ochistki vodyi. M. : Stroyizdat, 88

1964. 156 s. **2.** Bomba A. Ya., Prysiazhniuk I. M., Safonyk A. P. Modeliuvannia protsesiv ochyshchennia stichnoi vody na karkasno-zasypanykh filtrakh z urakhuvanniam zvorotnoho vplyvu. *Fizyko-matematychnye modeliuvannia ta informatsiini tekhnolohii*. 2007. Vyp. 6. С. 101–108. **3.** Pro odyn pidkhid keruvannia systemoiu typu «zabrudnennia-ochyshchennia» / V. A. Huryn, A. Ya. Bomba, A. P. Safonyk ta in. *Visnyk NUVHP. Tekhnichni nauky* : zb. nauk. pr. Rivne : NUVHP, 2008. Vyp. 3(43). S. 192–202. **4.** Kvarntenko O., Gryuk I., & Sabliy L. Model of biomineralization of ferrum compounds by Gallionella cells immobilized on contact loading of bioreactor. *Energy Engineering and Control Systems*. 2017. Vol. 3(2). P. 51–56. **5.** Yavari M., Ebrahimi S., Aghazadeh V., & Ghashghaee M. Kinetics of different bioreactor systems with Acidithiobacillus ferrooxidans for ferrous iron oxidation. *Reaction Kinetics, Mechanisms and Catalysis*. 2019. Vol. 128(2). P. 611–627. **6.** Venitsianov E. V., Rubinshteyn R. N., Senyavin M. M. O vozmozhnosti rasprostraneniya dinamiki sorbtsii na raschet osvetleniya vodyi zernistymi filtrami. *Dokl. AN SSSR*. 1970. № 3. T. 195. S. 658–661. **7.** Bomba A. Ya., Havryliuk V. I., Safonyk A. P., Fursachyk O. A. Neliniini zadachi typu filtratsiia-konvektsiia-dyfuziia-masoobmin za umov nepovnykh danykh : monohrafiia. Rivne : NUVHP, 2011. 276 s. **8.** Vlasiuk A. P., Zhukovskiy V. V., Zhukovska N. A. Matematychnye ta kompiuterne modeliuvannia masoperenosu pry filtratsii solovykh rozchyniv v seredovyshchakh porystoi ta nanoporystoi struktury : monohrafiia. Rivne : NUVHP, 2022. 178 s. **9.** Bomba A. Ya., Prysiazhniuk I. M., Prysiazhniuk O. V. Metody teorii zburen prohnozuvannia protsesiv teplomasoperenesennia v porystykh ta mikroporystykh seredovyshchakh : monohrafiia. Rivne : O. Zen, 2017. 291 s.

---

**Safonyk A. P., Doctor of Engineering, Professor** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne ), **Prysiashniuk O. V., Candidate of Engineering (Ph.D.)** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne), **Ilkiv I. V., Post-graduate Student** (Rivne State University of Humanities, Rivne), **Lastovetskyi D. O., Post-graduate Student** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

## **NONLINEAR SINGULARLY DISTURBED MATHEMATICAL MODEL OF THE FILTERING PROCESS TAKING THE TEMPERATURE REGIME INTO ACCOUNT**

**The field of applicability of known mathematical models of filtration processes through porous media is limited by numerous assump-**



tions regarding the properties of the filtered liquid. Also, a number of parameters are generalized or frankly neglected. At the same time, the optimization of filtering processes, for which extremely large sums of money are spent in different countries, involves the possibility of reliably predicting the consequences of changing not only the most complex of existing, but also hypothetical filtering conditions. The experience of fundamental science unequivocally indicates the need to introduce a generalized mathematical model of filtration processes through porous media. At present, the question of generalization of known models of water purification processes by means of their diffusion perturbation with the aim of researching non-linear processes of wastewater purification on frame-backfill filters taking into account low diffusion and changes in loading porosity remains relevant. Also, an important factor that is neglected in many cases is the temperature, which, as shown by experimental studies, plays a significant role in the cleaning process. Considering the rather high cost of field experiments, the development of a mathematical model of the process of water purification on frame-backfill filters by means of "diffusion perturbation" taking into account the temperature regime is relevant. Based on this, a mathematical model of wastewater treatment was developed in the work, which describes the processes taking place at treatment facilities taking into account changes in the temperature regime. A method is proposed and an algorithm is built for solving the corresponding nonlinearly perturbed "convection – diffusion – heat – mass transfer" problem. The results of the calculations of the distribution of the pollution concentration with and without taking into account the temperature during the cleaning of the liquid are presented. The obtained results make it possible to predict and automate technological processes of wastewater treatment in more detail and comprehensively.

*Keywords:* mathematical model; nonlinear model problem; temperature regime.

---