

626.1  
К-92

НАРКОМЗДРАВ УССР

Отдел по борьбе с малярией

---

О. Б. КУПЕРБЕРГ.

626.1

К-92

**МЕХАНИЧЕСКИЕ СПОСОБЫ  
ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБЪЕМА  
КАНАЛОВ И НАСЫПЕЙ  
(НА МЕСТНОСТИ БЕЗ ПОПЕРЕЧНОГО УКЛОНА)**

ОП  
г. КИЕВ

1939 г.

3230



НАРКОМЗДРАВ УССР

Отдел по борьбе с малярией

О. Б. КУПЕРБЕРГ.

У

626.1

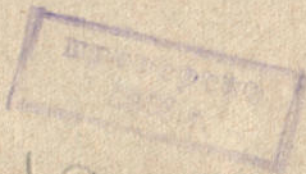
К-92

МЕХАНИЧЕСКИЕ СПОСОБЫ  
ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБЪЕМА  
КАНАЛОВ И НАСЫПЕЙ

(НА МЕСТНОСТИ БЕЗ ПОПЕРЕЧНОГО УКЛОНА)

3230

Институт малярии  
и тифа



с/а

✓

И

○

Ответственный редактор  
д-р Л. М. Семененко  
Спецредактор инж.  
М. И. Ратушняк  
Техредактор  
Н. И. Светлов.



### ЗАМЕЧЕННЫЕ ОПЕЧАТКИ

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
8	8 сверху	$V = \int_x^L F_x dx$	$V = \int_0^L F_x dx$
13	1 .	$h = \varphi(x)'$	$h = \varphi(x),$
16	1 снизу	$\frac{m_1+m_2}{2} \omega_{h^2}$	$\frac{m_1+m_2}{2} \omega_{h_x}$
22	8 сверху	насыпи от	насыпи, от
26	4 .	дамбы на	дамбы, на
.	5 .	уклона аналитически	уклона, аналитически
.	5-6 снизу	$x=1$ $\Sigma$ $x=0$	$x=L$ $\Sigma$ $x=0$
28	14-15 сверху	14 и 15 строки напечатаны в скобках	без скобок
32	16 .	38467.50 м	38467.50 м <sup>3</sup>
37	8 снизу	плотной бумаги	плотной бумаги*
45	4 .	$l_{\max} = 54$ см.	$l_{\max} = 54$ см.
46	11 сверху	$l_{\max} = 157$ см.	$l_{\max} = 157$ см.

No.	Name	Date
1	...	...
2	...	...
3	...	...
4	...	...
5	...	...
6	...	...
7	...	...
8	...	...
9	...	...
10	...	...
11	...	...
12	...	...
13	...	...
14	...	...
15	...	...
16	...	...
17	...	...
18	...	...
19	...	...
20	...	...
21	...	...
22	...	...
23	...	...
24	...	...
25	...	...
26	...	...
27	...	...
28	...	...
29	...	...
30	...	...
31	...	...
32	...	...
33	...	...
34	...	...
35	...	...
36	...	...
37	...	...
38	...	...
39	...	...
40	...	...
41	...	...
42	...	...
43	...	...
44	...	...
45	...	...
46	...	...
47	...	...
48	...	...
49	...	...
50	...	...



## О Г Л А В Л Е Н И Е

	Стр.
Предисловие . . . . .	5
1. Вычисление объема каналов и насыпей на местности без поперечного уклона при помощи планиметра . . . . .	7
2. Определение объема каналов и насыпей при наличии однообразного поперечного уклона местности . . . . .	17
3. Вычисление объема каналов и насыпей на местности без поперечного уклона при помощи интегратора . . . . .	19
4. Упрощенное определение объема каналов и насыпей на местности без поперечного уклона . . . . .	21
5. Пример вычисления объема дамбы аналитически и механически	26
6. Выдержка из книги „Земляные работы“ П. П. Смиренкина о механическом способе вычисления объема плотины или дамбы по плану местности в горизонталях при помощи планиметра . .	35
7. Краткое описание планиметра системы „Coradi“ . . . . .	37
8. Краткое описание интегратора сист. „Amsler—Laffon“ . . . .	41
9. П р и л о ж е н и е: к примеру вычисления объема дамбы—на 2-х листах.	

1841

Faint, illegible text, possibly bleed-through from the reverse side of the page.



„Механизация процессов труда является той новой для нас и решающей силой, без которой невозможно выдержать ни наших темпов, ни новых масштабов производства“. 1)

СТАЛИН.

## ПРЕДИСЛОВИЕ.

Социалистическое строительство в СССР ведется под знаком интенсивной механизации труда.

Социальный заказ нашей эпохи—всемерная рационализация и механизация трудоемких процессов во всех отраслях промышленности и строительстве и на этой базе максимальная экономия сил для грандиозных работ текущего времени.

В области проектного дела мы имеем целый ряд процессов, поглощающих много труда и времени. При проектировании земляных сооружений в гидротехническом, дорожном и железнодорожном строительстве, много энергии затрачивается на подсчеты объема их (сооружений). Применяемые обычно на практике аналитические способы подсчета объема сооружений, помимо своей неэкономичности, весьма приближены и дают погрешность, достигающую в некоторых случаях 40—50% (П. П. Смиринкин, Земляные работы, изд. Транспечать НКПС., М., 1931 г. стр. 41).

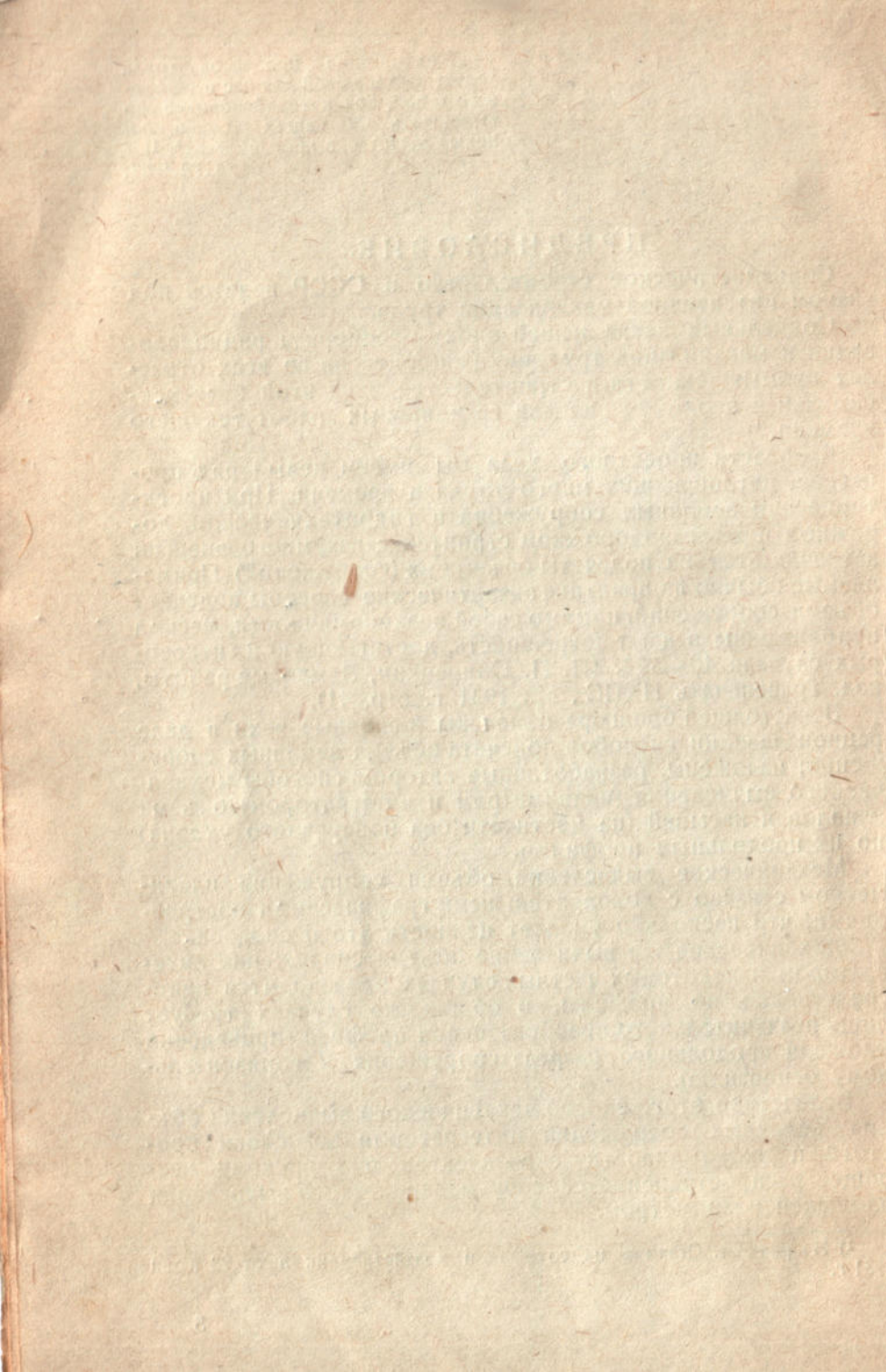
В настоящей брошюре намечены основные вехи в деле рационализации способов подсчета объема земляных сооружений; изложены, разработанные автором способы механического вычисления (планиметром и интегратором) объема каналов и насыпей (на местности без поперечного уклона) по их продольным профилям.

Механическое вычисление объема сооружения планиметром связано с дополнительными графическими построениями, что несколько умаляет ценность этого способа.

Механическое же вычисление объема сооружения интегратором в некоторых частных случаях производится непосредственно по профилю, в общих же случаях требует лишь незначительного преобразования профиля (приведения площади продольного разреза сооружения к горизонтальному основанию).

Вследствие этого способ механического вычисления объема земляных сооружений интегратором по своей простоте и экономичности эквивалентен получившему всеобщее распространение способу механического вычисления площадей планиметром.

1) Из речи т. Сталина на совещании хозяйственников от 23 июня 1931 г.





## 1. Вычисление объема земляных сооружений при помощи планиметра.

Площадь— $F$  трапециoidalного поперечного сечения (рис. 1) канала <sup>1)</sup> (на местности без поперечного уклона), при неизменных ширине дна его— $b$  и коэффициентах откоса— $m$ , является функцией от переменной глубины канала— $h$ .

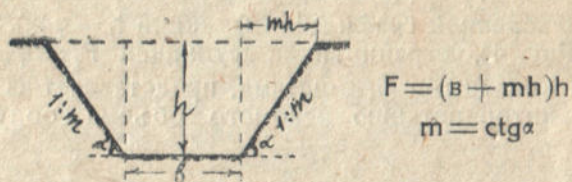


Рис. 1.

В свою очередь глубина выемки— $h$  изменяется по длине канала (рис. 2), то есть является функцией от  $x$ ;  $h = \varphi(x)$ ,



Рис. 2.

Соответственно с изменением  $h$  изменяется следовательно и  $F$ , т. е.  $F$  также является функцией от  $x$ ;

<sup>1)</sup> Все приводимые в дальнейшем рассуждения относятся также и к насыпям на местности без поперечного уклона.

$$F = f(h) = f[\varphi(x)] = \psi(x)$$

В тех случаях, когда закон изменения функции  $F$  с изменением ее аргумента  $x$  известен, т. е. когда функциональная зависимость между  $F$  и  $x$  может быть выражена аналитически, вычисление объема канала или насыпи становится возможным путем интегрирования дифференциального уравнения объема земляного сооружения:

$$dV = F_x dx; V = \int_x^L F_x dx$$

Однако практически всегда известной является лишь функция— $h = \varphi(x)$ , заданная графически на продольном профиле сооружения в виде ломанной линии поверхности земли относительно проектного дна канала или гребня насыпи.

В связи с этим напрашивается и графическое построение функции  $F_x = \psi(x)$  относительно произвольной оси абсцисс по заданной графически функции  $h = \varphi(x)$ . Площадь фигуры (Рис. 4), ограниченной функцией  $F_x = \psi(x)$ , осью абсцисс и конечными ординатами, представляет собой графическую интерпретацию искомого объема сооружения—

$$V = \int_0^L F_x dx.$$

Для построения функции  $F_x = \psi(x)$  необходимо предварительно изобразить графически функциональную зависимость между  $F$  и  $h$  (Рис. 3), выражающуюся формулой  $F = bh + mh^2$  (уравнение параболы).

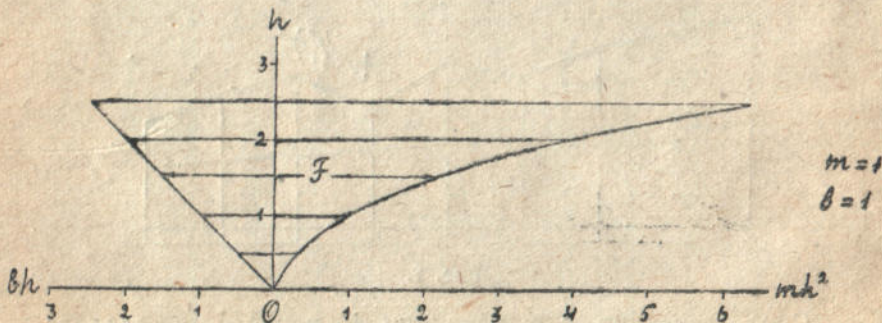


Рис. 3.

Пользуясь графиком  $F = f(h)$  находим значения  $F$  соответственно любой глубине канала— $h$ .



Определяем по графику  $F = f(h)$  значения  $F$  и откладываем их в виде ординат (Рис. 4) вверх от, принятой за ось абсцисс, нижней горизонтальной линии профиля, соответственно глубинам канала в точках перелома поверхности или дна его, а также в ряде промежуточных точек, так как на каждом участке канала с однообразными продольными уклонами поверхности и дна, площадь поперечного сечения  $F$  изменяется по длине не по линейному закону, а по закону параболы. Вершины крайних и промежуточных ординат  $F$  каждого прямолинейного участка соединяем плавными кривыми.

$F_x = f(h_x)$  — изображается, таким образом, графически на профиле криволинейной ломанной, состоящей из параболических отрезков, соответствующих участкам канала с однообразными уклонами поверхности и дна.

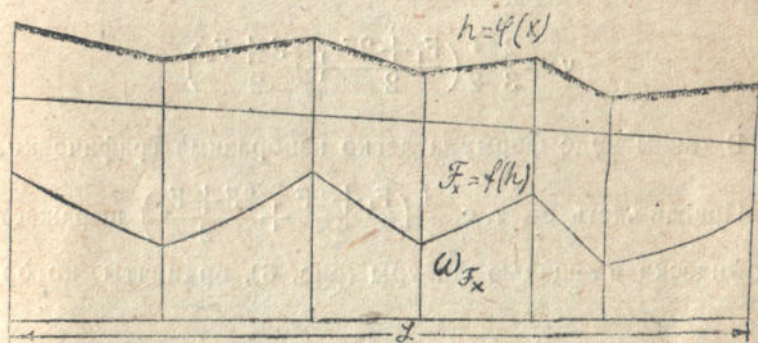


Рис. 4.

$$V = \omega_{F_x} = \int_0^L F_x dx$$

Построение функции  $F_x = \psi(x)$ , связанное с вычерчиванием кривых, практически является затруднительным.

Ввиду этого приводим возможный также вариант графической интерпретации объема канала в виде площади, ограниченной прямолинейной ломанной, построение которой не вызывает затруднений.

Точный объем выемки на участке канала (Рис. 5) с однообразными уклонами поверхности и дна может быть вычислен по известной формуле Симпсона:

$$v = \frac{1}{6} (F_1 + 4F + F_2) l, \text{ где}$$

$F_1$  и  $F_2$  — площади крайних поперечных сечений участка,  
 $F$  — площадь среднего сечения участка,  
 $l$  — длина участка.

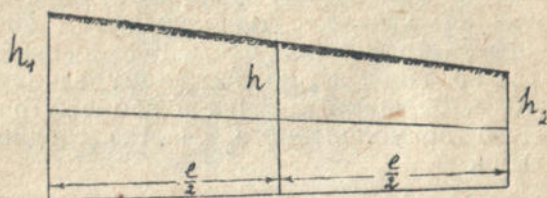


Рис. 5.

Приводим формулу Симпсона к виду удобному для графической интерпретации.

$$v = \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{2} \left( \frac{F_1 + 2F}{2} + \frac{2F + F_2}{2} \right)$$

В таком виде формула легко изобразима графически.

Правая часть ее, т. е.  $\frac{l}{2} \left( \frac{F_1 + 2F}{2} + \frac{2F + F_2}{2} \right)$  выражается графически площадью фигуры (рис. 6), ординаты которой

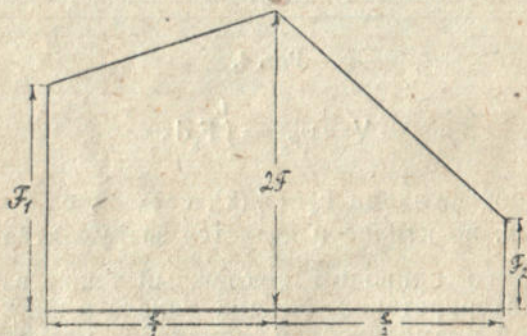


Рис. 6.

$F_1$ ,  $F_2$  и  $2F$  суть величины крайних и удвоенного среднего сечений прямолинейного участка канала.

Исходя из этого, откладываем соответственно каждому прямолинейному участку профиля (Рис. 7) величины площадей крайних и удвоенного среднего сечений участка



$F_1$ ,  $F_2$  и  $2F$  [найденные по графику  $F=f(h)$ ] в виде ординат вверх от, принятой за ось абсцисс, нижней горизонтальной линии профиля. Соединив вершины ординат прямыми, получим фигуру, площадь которой (измеряемая планиметром):

$$\omega_{F_s} = \frac{3}{2} V, \text{ откуда } V = \frac{2}{3} \omega_{F_s}$$

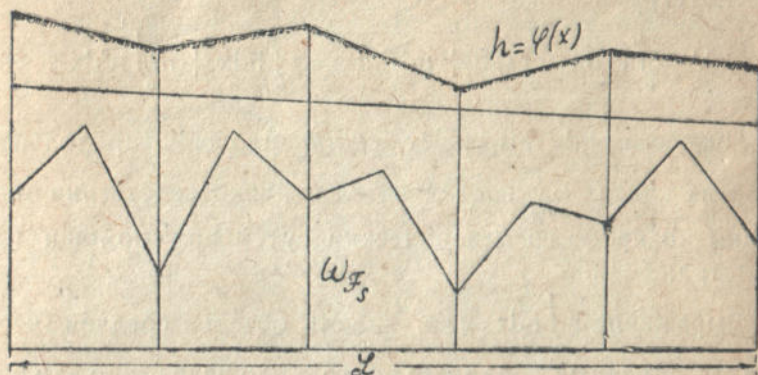


Рис. 7.

$$\omega_{F_s} = \frac{1}{4} \int_{x=0}^{x=L} (F_1 + 4F + F_2) dx$$

Изложенный общий способ вычисления объема земляных сооружений, заключающийся в графической интерпретации объема сооружения в виде площади и последующем измерении ее планиметром (т. е. в механическом вычислении, представленного графически интеграла  $V = \int_0^L F_x dx$ ),

применим во всех случаях, когда изменение площади поперечного сечения сооружения по длине его подчинено определенной закономерности, изображимой графически (т. е. когда  $F$  является лишь функцией от  $h$ ).

Применение общего способа вычисления объема сооружения связано с предварительным построением графика  $F=f(h)$  соответственно каждому частному случаю, характеризующегося частными значениями  $v$  и  $m$ , что делает его практически неудобным. Кроме того, пользование графиком  $F=f(h)$  при построении функции  $F=\psi(x)$  увеличивает погрешность подсчета объема сооружения.

Однако, во всех частных случаях, общий способ вычисления объема земляного сооружения легко может быть упрощен.

Так, в простейшем случае, при трапециoidalном сечении канала или насыпи, механически вычисляемый интеграл  $V = \int_0^L F_x dx$  (выражающий общий объем сооружения) подстановкой алгебраического выражения площади поперечного сечения сооружения  $F_x = bh + mh^2$  расчленяется на два интеграла:

$$V = \int_0^L F_x dx = \int_0^L (bh + mh^2) dx = b \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx$$

Интеграл  $\int_0^L h dx$  выражает собой площадь продольного разреза канала  $\omega_{h_x}$  и, следовательно, непосредственно определим по профилю механическим путем при помощи планиметра.

Выражение  $b \int_0^L h dx = b \omega_{h_x}$  — есть объем средней части выемки канала, равный произведению площади продольного разреза его, определенной планиметром, на ширину дна канала (рис. 8).

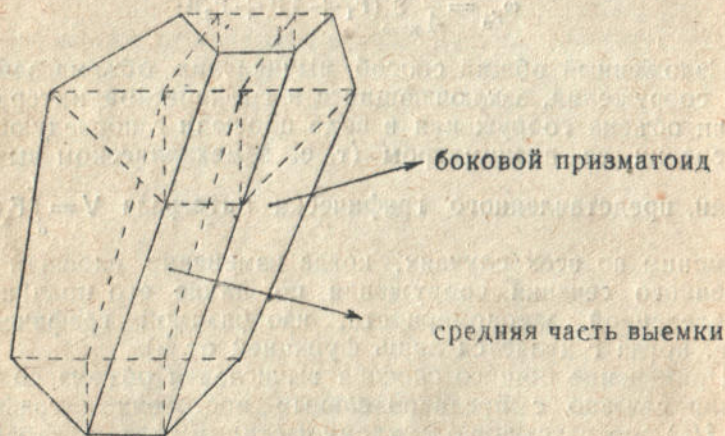


Рис. 8.

Интеграл  $m \int_0^L h^2 dx$  выражает собой объем боковых призматойдов. Механическое вычисление этого интеграла требует предварительного графического изображения подинтегральной функции.



Для этого по заданной графически функции  $h = \varphi(x)$  т. е. линии поверхности земли, строим соответственно ей от нижней горизонтальной линии профиля подинтегральную криволинейную ломанную  $h^2 = \varphi^2(x)$ , пользуясь лишь таблицей квадратов чисел.

Измерив планиметром площадь фигуры (Рис. 9), ограниченной подинтегральной криволинейной ломанной  $\omega_{h^2_x}$  и умножив величину ее на  $m$  получим объем боковых призматондов.

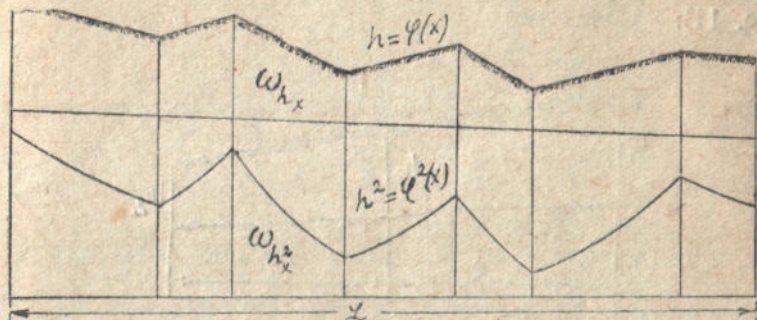


Рис. 9.

Таким образом полный объем канала:

$$V = v\omega_{h_x} + m\omega_{h^2_x} \quad ^2)$$

<sup>2)</sup> Примечание. При разных коэффициентах откоса сооружения (Рис. 10)  $m_1$  и  $m_2$ ,

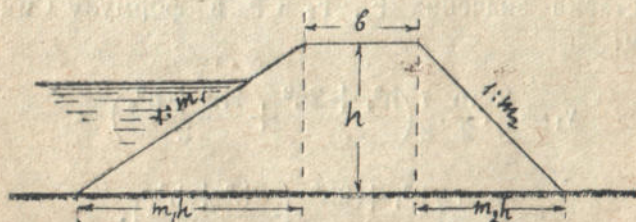


Рис. 10.

площадь поперечного сечения его:

$$F = \left( v + \frac{m_1 + m_2}{2} h \right) h$$

$$V = \int_0^L F_x dx = \int_0^L \left( v + \frac{m_1 + m_2}{2} h \right) h dx = v \int_0^L h dx + \frac{m_1 + m_2}{2} \int_0^L h^2 dx = v\omega_{h_x} + \frac{m_1 + m_2}{2} \omega_{h^2_x}$$

Построение подинтегральной криволинейной ломанной аналогично рассмотренному выше случаю, также может быть заменено построением прямолинейной ломанной.

Объем боковых призматоедов может быть определен путем графической интерпретации видоизмененной формулы Симпсона.

Объем бокового призматоеда на участке канала с однообразными продольными уклонами поверхности и дна (Рис. 11):

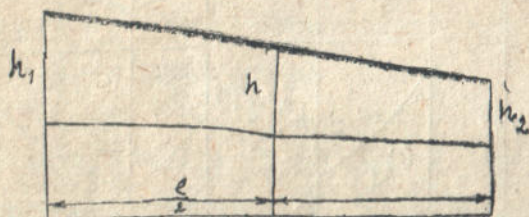


Рис. 11.

$$v_1 = \frac{2}{3} \cdot \frac{l}{2} \left( \frac{F_1 + 2F}{2} + \frac{2F + F_2}{2} \right)$$

$$F_1 = \frac{mh^2_1}{2}; F_2 = \frac{mh^2_2}{2}; F = \frac{mh^2}{2}$$

Подставив значения  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F$  в формулу Симпсона, получим:

$$\begin{aligned} v_1 &= \frac{2}{3} \cdot \frac{m}{2} \cdot \frac{l}{2} \left( \frac{h^2_1 + 2h^2}{2} + \frac{2h^2 + h^2_2}{2} \right) = \\ &= \frac{m}{3} \cdot \frac{l}{2} \left( \frac{h^2_1 + 2h^2}{2} + \frac{2h^2 + h^2_2}{2} \right). \end{aligned}$$

Объем двух боковых призматоедов прямолинейного участка:

$$v_2 = 2 \cdot \frac{m}{3} \cdot \frac{l}{2} \left( \frac{h^2_1 + 2h^2}{2} + \frac{2h^2 + h^2_2}{2} \right).$$



Правая часть формулы, т. е.  $\frac{l}{2} \left( \frac{h_1^2 + 2h^2}{2} + \frac{2h^2 + h_2^2}{2} \right)$  графически выражается площадью фигуры (рис. 12), ординаты которой соответственно равны квадратам крайних и удвоенному квадрату средней глубины участка.

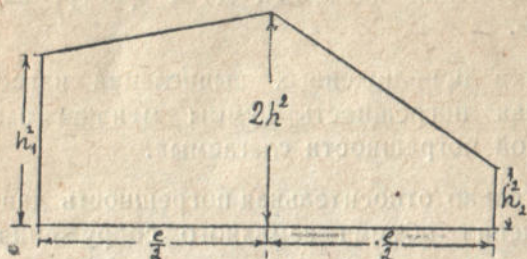


Рис. 12.

Изобразив, таким образом, объем боковых призматондов каждого прямолинейного участка, т. е. отложив от нижней горизонтальной линии профиля, соответственно каждому прямолинейному участку, ординаты, выражающие квадраты крайних и удвоенный квадрат средней глубины участка и соединив вершины их прямыми, получим фигуру (рис. 13), площадь которой  $\omega_{h_s^2}$ , умноженная на  $\frac{2}{2}l$ , дает искомый объем боковых призматондов.

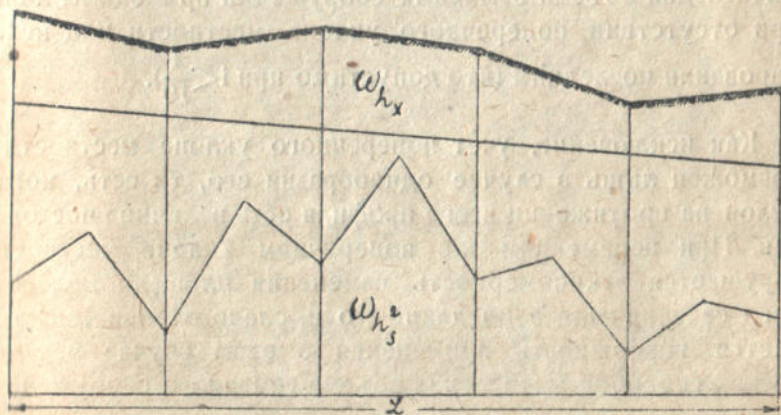


Рис. 13.

$$\omega_{h_s^2} = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^{x=L} (h_1^2 + 4h^2 + h_2^2) l$$

Полный же объем канала:

$$V = v\omega_{h_x} + \frac{2}{3}m\omega_{h_s}^2 \quad 3)$$

В этом случае объем сооружения определяется как результат сложения площадей двух фигур, измеренных планиметром.

Из теории приближенных вычислений известно, что относительная погрешность суммы меньше наибольшей относительной погрешности слагаемых.

Следовательно относительная погрешность данного способа вычисления объема земляного сооружения лежит в пределах между погрешностями измерений площадей фигур  $\omega_{h_x}$  и  $\omega_{h_s}^2$ .

Однако, при разных знаках погрешностей обоих измерений, суммирование результатов последних связано с частичной компенсацией погрешностей измерений и общая погрешность подсчета объема сооружения получается несколько меньшей погрешности механического вычисления площадей планиметром.

Необходимо подчеркнуть, что механические способы вычисления объема земляных сооружений применимы лишь при отсутствии поперечного уклона местности или игнорировании последним (что допустимо при  $i < \frac{1}{10}$ ).

Как исключение, учет поперечного уклона местности  $i$  возможен лишь в случае однообразия его, то есть, когда уклон на протяжении всего профиля есть величина постоянная. При переменном же поперечном уклоне местности нарушается закономерность изменения площади поперечного сечения канала по длине его и, следовательно, исключается возможность применения в этом случае механических способов вычисления объема земляного сооружения.

3) Примечание: при разных коэффициентах откоса  $m_1$  и  $m_2$ , объем сооружения:

$$V = v\omega_{h_x} + \frac{m_1 + m_2}{2}\omega_{h_s}^2$$



## 2. Определение объема насыпи или выемки при наличии однообразного поперечного уклона местности — $i$

Вычисление площади поперечного сечения насыпи (рис. 14):

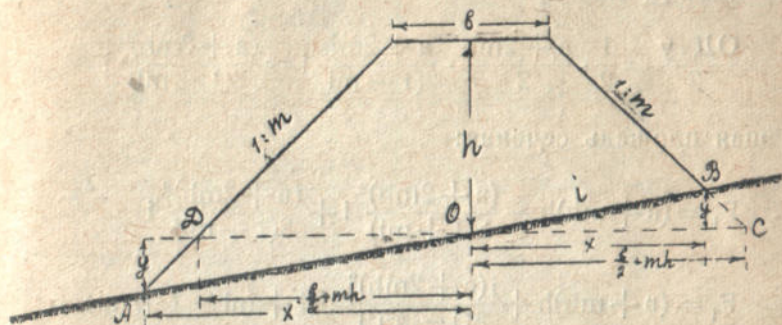


Рис. 14.

Между координатами точки В пересечения местности, (имеющей поперечный уклон  $i$ ) с линией откоса, при коэффициентах откоса  $m$ , существует следующая зависимость:

$$\frac{y}{x} = i; y = ix$$

$$\frac{b}{2} + mh - x = my$$

$$\frac{b}{2} + mh - x = mix; (1 + mi)x = \frac{b + 2mh}{2}$$

$$x = \frac{b + 2mh}{2(1 + mi)}; y = \frac{b + 2mh}{2(1 + mi)} i$$

Площадь  $\triangle OBC$  равна:

$$\frac{OC \cdot y}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{b + 2mh}{2} \cdot \frac{b + 2mh}{2(1 + mi)} i = \frac{(b + 2mh)^2}{8(1 + mi)} i$$

По аналогии для точки А имеем следующее:

$$\frac{y}{x} = i; y = ix$$

$$x - \frac{b}{2} - mh = my$$

Гидрогеологический  
Институт в Москве

$$x - \frac{B}{2} - mh = mix ; (1 - mi)x = \frac{B + 2mh}{2}$$

$$x = \frac{B + 2mh}{2(1 - mi)} ; y = \frac{B + 2mh}{2(1 - mi)} i$$

Площадь  $\triangle$  АОД равна

$$\frac{ОД \cdot y}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{B + 2mh}{2} \cdot \frac{B + 2mh}{2(1 - mi)} i = \frac{(B + 2mh)^2}{8(1 - mi)} i$$

Общая площадь сечения:

$$F_i = (B + mh)h - \frac{(B + 2mh)^2}{8(1 + mi)} i + \frac{(B + 2mh)^2}{8(1 - mi)} i \quad 4)$$

$$F_i = (B + mh)h + \frac{i(B + 2mh)^2}{8(1 - m^2i^2)} (1 + mi - 1 + mi) =$$

$$= (B + mh)h + \frac{2mi^2(B + 2mh)^2}{8(1 - m^2i^2)} = (B + mh)h +$$

$$+ \frac{mi^2}{4(1 - m^2i^2)} (B + 2mh)^2 = Bh + mh^2 + \frac{mi^2B^2}{4(1 - m^2i^2)} +$$

$$+ \frac{4m^2Bi^2}{4(1 - m^2i^2)} h + \frac{4m^3i^2}{4(1 - m^2i^2)} h^2 = \frac{mi^2B^2}{4(1 - m^2i^2)} +$$

$$+ \left( \frac{m^2Bi^2}{1 - m^2i^2} + B \right) h + \left( \frac{m^3i^2}{1 - m^2i^2} + m \right) h^2 =$$

4) Примечание: Когда  $1 - mi = 0$ , то есть, когда  $i = \frac{1}{m}$ ;  $F = \sim$ , так как в этом случае линия откоса параллельна линии местности (рис. 15)

$$i = \operatorname{tg} \beta ;$$

$$m = \operatorname{Ctg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} \beta =$$

$$= \frac{1}{\operatorname{Ctg} \alpha} =$$

$$= \operatorname{tg} \alpha$$

$$\alpha = \beta$$

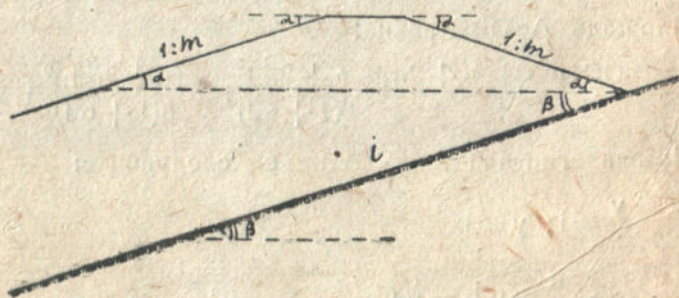


Рис. 15.



$$= \frac{mi^2B^2}{4(1-m^2i^2)} + \frac{B}{1-m^2i^2} h + \frac{m}{1-m^2i^2} h^2 =$$

$$= \frac{1}{1-m^2i^2} \left[ \frac{mi^2B^2}{4} + Bh + mh^2 \right]$$

$$V_1 = \int_0^L F_1 dx = \frac{1}{1-m^2i^2} \left[ \frac{mi^2B^2}{4} \int_0^L dx + B \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx \right],$$

но  $B \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx = V$ , следовательно

$$V_1 = \frac{1}{1-m^2i^2} \left[ \frac{mi^2B^2}{4} L + V \right] \quad \text{где } V_1 \text{ — объем насыпи}$$

на местности с поперечным уклоном— $i$ ;

$V$ —объем насыпи на местности без поперечного уклона

### 3. Вычисление объема земляных сооружений при помощи интегратора.

Выше было указано, что задача определения объема канала или насыпи, трапециoidalного поперечного сечения, на местности без поперечного уклона сводится к механическому вычислению, представленных графически интегралов:

$$V = B \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx = B \omega_{h^2_x} + m \omega_{h^2_x}$$

Механическое вычисление приведенных интегралов по профилю при помощи планиметра требует, помимо вычерчивания продольного профиля канала или насыпи дополнительного построения по  $h = \varphi(x)$  функции  $h^2 = \varphi^2(x)$ .

При наличии же интегратора сист. „Amsler—Laffon“ или др., служащего помимо непосредственного измерения площадей фигур и для механического вычисления их статических моментов, можно ограничиться одним продольным разрезом канала или насыпи.

Необходимо лишь последний привести к эквивалентной фигуре с горизонтальным основанием (рис. 16), путем построения, заданной графически относительно проектного дна канала или гребня насыпи—функции  $h = \varphi(x)$  от

произвольной горизонтальной линии (соответственным отложением от этой линии лишь ординат— $h$  для точек излома местности с последующим соединением вершин их прямыми).

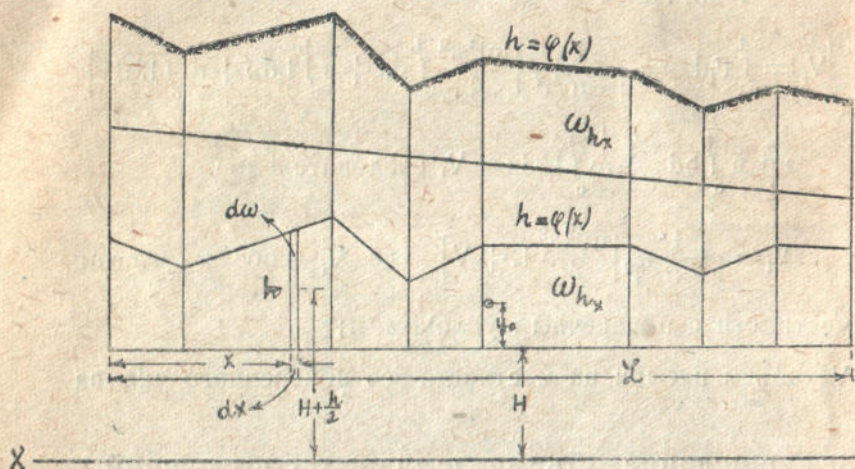


Рис. 16.

Статический момент фигуры с горизонтальным основанием (эквивалентной продольному разрезу канала или насыпи), относительно произвольной горизонтальной оси XX, отстоящей на расстоянии  $H$  от основания фигуры (рис. 16) равен:

$$S_x = \int_0^l d\omega \left( H + \frac{h}{2} \right)$$

$$d\omega = h dx$$

$$S_x = \int_0^l h dx \left( H + \frac{h}{2} \right) = H \int_0^l h dx + \frac{1}{2} \int_0^l h^2 dx$$

$$S_x = H \omega_{h_x} + \frac{1}{2} \omega_{h_x^2}$$

Умножив обе части равенства на  $2m$  получим:  $2mS_x = 2mH\omega_{h_x} + m\omega_{h_x^2}$ , затем к правой части равенства прибавляем и отнимаем  $v\omega_{h_x}$ , от чего оно останется без изменения:  $2mS_x = 2mH\omega_{h_x} - v\omega_{h_x} + v\omega_{h_x} + m\omega_{h_x^2}$ , но  $v\omega_{h_x} + m\omega_{h_x^2} = V$ ,



следовательно  $2mS_x = (2mH - v) \omega_{h_x} + V$ ,

откуда объем сооружения:

$$V = 2mS_x - (2mH - v) \omega_{h_x}$$

Приведенная формула (непригодная для практического применения) подстановкой значения  $H=0$  преобразуется, принимая удобный для пользования вид:

$$V = 2mS_x + v\omega_{h_x}, \text{ где}$$

$S_x$  — статический момент площади продольного разреза канала или насыпи, преобразованного в фигуру с горизонтальным основанием относительно этого основания (определяется интегратором)

$\omega_{h_x}$  — определяется при обводе контура, указанной фигуры интегратором, одновременно с вычислением  $S_x$ .

В частном случае, когда  $2mH - v = 0$ , т. е. когда  $H = \frac{v}{2m}$  формула объема сооружения еще более упрощается, принимая вид:

$$V = 2mS_x, \text{ где}$$

$S_x$  — есть (определяемый интегратором) статический момент фигуры с горизонтальным основанием, эквивалентной продольному разрезу канала или насыпи относительно горизонтальной оси  $XX$ , отстоящей на расстоянии  $H = \frac{v}{2m}$  от основания фигуры.

#### 4. Упрощенное определение объема сооружения.

Из механики известно, что статический момент площади любой фигуры относительно произвольной оси  $XX$  равен произведению площади фигуры  $\omega_{h_x}$  на расстояние центра тяжести ее от оси  $XX - y_0$  (рис. 16).

Следовательно, статический момент площади продольного разреза канала или насыпи, приведенного к горизонтальному основанию относительно этого горизонтального основания можно представить в таком виде:

$$S_x = \frac{1}{2} \int_0^1 h^2 dx = \omega_{h_x} y_0$$



Подставив значение  $S_x$  в основную формулу объема сооружения, получим:

$$V = v\omega_{h_x} + 2my_o\omega_{h_x} = (v + 2my_o)\omega_{h_x}$$

Эта формула объема требует лишь определения величины площади продольного разреза канала или насыпи и расстояния центра тяжести фигуры с горизонтальным основанием, эквивалентной продольному разрезу канала или насыпи от ее основания, что возможно и без применения интегратора.

$\omega_{h_x}$  — определимо по профилю планиметром.

Для определения же  $y_o$  можно прибегнуть к известному практическому приему нахождения центра тяжести площади произвольной плоской фигуры.

Вырезав из плотной бумаги или картона площадь продольного разреза канала или насыпи, приведенного к горизонтальному основанию, подвешиваем полученную фигуру на тонкой нити.

Фиксируем на фигуре, при уравновешенном положении ее, направление поддерживающей нити. То же проделываем, закрепив нить в другой точке фигуры.

Точка пересечения направлений нитей, обозначенных на фигуре, определит положение центра тяжести последней.

Длина же перпендикуляра, опущенного из центра тяжести на основание фигуры, определяет искомую величину —  $y_o$ .





#### ПРИМЕЧАНИЕ:

При различных формах поперечного сечения земляных сооружений, задача вычисления объема их всегда может быть сведена к рассмотренному выше простейшему случаю.




(см. таблицы №№ 1, 2)




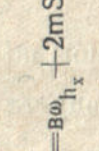
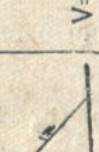
Т А Б Л И Ц А № 1

Форма поперечного профиля сооружения	Аналитич. выражение площади поперечного профиля сооружения— $F$	Аналитическое выражение объема сооружения $V = \int_0^L F dx$	Примечание
	$F_1 = bh + mh^2$	$V_1 = v \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx = V$	$V = v \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx$
	$F_2 = 2f + v'h + mh^2$	$V_2 = 2fL + v' \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx = 2fL + V'$	$f$ —площадь сечения кювета $V' = v' \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx$
	$F_3 = s + vh + mh^2$	$V_3 = sL + v \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx = sL + V$	$s$ —площадь сечения верхней трапециевидальной подсыпки
	$F_4 = 2f - s + v'h + mh^2$	$V_4 = (2f - s)L + v' \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx = (2f - s)L + V'$	

(см. продолж. на 24 стр.)

<p>Форма поперечного профиля сооружения</p>	<p>Аналитич. выражение площади поперечного профиля сооружения—F</p>	<p>Аналитическое выражение объема сооружения <math>V = \int_0^L F dx</math></p>	<p>Примечание</p>
<p>5</p> 	$F_5 = \frac{1}{1-m^2i^2} \left( \frac{B^2 mi^2}{4} + bh + mh^2 \right)$	$V_5 = \frac{1}{1-m^2i^2} \left( \frac{B^2 mi^2}{4} L + b \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx \right) = \frac{1}{1-m^2i^2} \left( \frac{B^2 mi^2}{4} L + V \right)$	<p>i — постоянный поперечный уклон местности</p>
<p>6</p> 	$F_6 = \frac{1}{1-m^2i^2} \left( \frac{B'^2 mi^2}{4} + b'h + mh^2 \right) + 2f - s$	$V_6 = \frac{1}{1-m^2i^2} \left( \frac{B'^2 mi^2}{4} L + b' \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx \right) + (2f - s)L = \frac{1}{1-m^2i^2} \left( \frac{B'^2 mi^2}{4} L + V' \right) + (2f - s)L$	
<p>7</p> 	$F_7 = bh + \frac{m_1 + m_2}{2} h^2$	$V_7 = b \int_0^L h dx + \frac{m_1 + m_2}{2} \int_0^L h^2 dx = V''$	$m' = \frac{m_1 + m_2}{2}$ $V'' = b \int_0^L h dx + m' \int_0^L h^2 dx$



№№	Исходные типы земляных сооружений	Расчетные формулы для исчисления объема земляных сооружений планиметром	интегратором	Примечание
1	 $V = \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx$	$V = B \omega_{h_x} + \frac{2}{3} m \omega_{h_x^2}$ $H = 0$	$V = 2m S_x$ $H = \frac{B}{2m}$	
2	 $V' = \int_0^L h dx + m \int_0^L h^2 dx$	$V = B' \omega_{h_x} + \frac{2}{3} m \omega_{h_x^2}$ $H = 0$	$V = 2m S_x$ $H = \frac{B'}{2m}$	$B' > B$
3	 $V'' = \int_0^L h dx + m' \int_0^L h dx$	$V = B \omega_{h_x} + \frac{m_1 + m_2}{3} \omega_{h_x^2}$ $H = 0$	$V = (m_1 + m_2) S_x$ $H = \frac{B}{m_1 + m_2}$	$m' = \frac{m_1 + m_2}{2}$

## 5. Пример вычисления объема дамбы аналитически и механически.

В качестве иллюстрации к изложенному приводим пример вычисления объема дамбы на местности без поперечного уклона аналитически и механически при помощи планиметра и интегратора.

Продольный и поперечный профиля дамбы приведены на листе 1.

Длина дамбы  $L = 2$  км.

Ширина гребня  $v = 3$  мт.

Откосы дамбы двойные  $m = 2$ .

1) Аналитическое определение объема дамбы по формуле Симпсона  $V = \frac{1}{6} \sum_{x=0}^{x=L} (F_1 + 4F + F_2) l$  (см. таблицу № 3).

Обычно аналитический подсчет объема канала или насыпи производится не по точной формуле Симпсона, а по приближенным формулам:

$$V_1 = \sum_{x=0}^{x=L} \frac{F_1 + F_2}{2} l; \quad V_2 = \sum_{x=0}^{x=L} F l$$
$$V_1 > V > V_2$$

Погрешности этих формул соответственно равны:

$$\Delta V_1 = V_1 - V = \frac{1}{3} \sum_{x=0}^{x=L} (F_1 - 2F + F_2) l = \frac{m}{6} \sum_{x=0}^{x=L} (h_2 - h_1)^2 l$$

$$\Delta V_2 = V_2 - V = -\frac{1}{6} \sum_{x=0}^{x=L} (F_1 - 2F + F_2) l = -\frac{m}{12} \sum_{x=0}^{x=L} (h_2 - h_1)^2 l$$

Отсюда видно, что, чем изрезаннее рельеф местности, чем больше разности отметок смежных сечений, тем погрешности объема сооружений по приближенным формулам возрастают.



Т А Б Л И Ц А № 3.

№№ пикетов	Длина участка—l	Высота насыпи—h	Высота насыпи в среднем сечении $h_{cp.} = \frac{h_1 + h_2}{2}$	Ширина гребня—b	Откосы m=2	Площадь сечения $F_n = (b + mh)h$	Площ. средн. сеч. $F_{cp.} = (b + mh_{cp.})h_{cp.}$	4F	$F_1 + 4F + F_2$	$(F_1 + 4F + F_2)/2$
0	100	0,00		3.0	1:2	0.00				
1	100	1.4	0.7	"	"	8.12	3.68	12.32	20.44	2044.00
2	100	2.0	1.7	"	"	14.00	10.88	43.52	65.64	6564.00
3	100	2.8	2.4	"	"	24.08	18.72	74.88	112.96	11296.00
4	100	4.0	3.4	"	"	44.00	33.32	133.28	201.36	20136.00
5	100	3.8	3.9	"	"	40.28	42.12	168.48	252.76	25276.00
6	100	3.8	3.8	"	"	40.28	40.28	161.12	241.68	24168.00
7	100	3.4	3.6	"	"	33.32	36.72	146.88	220.48	22048.00
8	100	3.2	3.3	"	"	30.08	31.68	126.72	190.12	19012.00
9	100	2.6	2.9	"	"	21.52	25.52	102.08	153.48	15348.00
10	100	2.4	2.5	"	"	18.72	20.00	80.00	120.04	12004.00
11	100	2.6	2.5	"	"	21.32	20.00	80.00	120.04	12004.00
12	100	2.4	2.3	"	"	18.72	17.48	69.92	104.92	10492.00
13	100	2.2	2.2	"	"	16.28	16.28	65.12	97.68	9768.00
14	100	2.2	2.0	"	"	16.28	14.00	56.00	84.16	8416.00
15	100	1.8	1.9	"	"	11.88	12.92	51.68	77.56	7756.00
16	100	2.0	1.7	"	"	14.00	10.88	43.52	65.64	6564.00
17	100	1.4	1.2	"	"	8.12	6.48	25.92	39.04	3904.00
18	100	1.0	0.8	"	"	5.00	3.68	14.72	22.24	2224.00
19	100	0.6	0.3	"	"	2.52	1.08	4.32	6.84	684.00
20	100	0.0		"	"	0.00				
										231.712.00

$$V = \frac{231.712.00}{6} = 38618.66 \text{ м}^3$$

Из рассмотрения аналитических выражений погрешностей приближенных формул следует, что:

$$\begin{aligned}\Delta V_1 &= -2\Delta V_2 \\ V_1 - V &= -2(V_2 - V) \\ V_1 - V &= -2V_2 + 2V \\ V_1 + 2V_2 &= 3V, \text{ откуда} \\ V &= \frac{V_1 + 2V_2}{3}\end{aligned}$$

## 2) Механическое вычисление объема дамбы планиметром.

Определяем цену деления планиметра для данного искаженного масштаба профиля (вертикальный  $\frac{1}{100}$ ; горизонтальный  $\frac{1}{5000}$ ). Обводим несколько раз планиметром квадрат со стороной  $a = 10$  см. при положении полюса планиметра вне квадрата.

(Вычисление цены деления планиметра приводим ниже в таблицах №№ 4, 5).

Зная цену деления планиметра, находим планиметрированием величину площади продольного разреза дамбы:

$$\omega_{h_x} = (3865 - 2924) \times 4.84 = 4554.44 \text{ м}^2. \quad 5)$$

Графическая интерпретация выражения:

$$\frac{1}{2} \sum_{x=0}^{x=L} (h_1^2 + 4h^2 + h_2^2) l$$

5) Примечание. По площади продольного разреза (рис. 17) канала или насыпи —  $\omega_{h_x}$  легко можно определить площадь откосов его

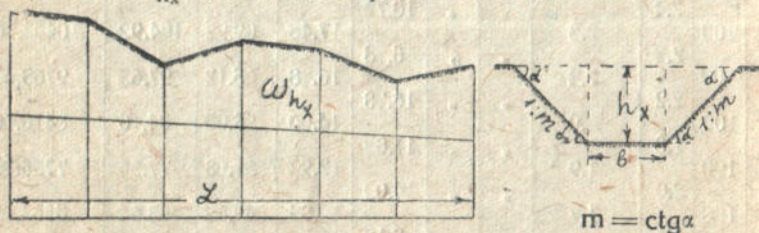
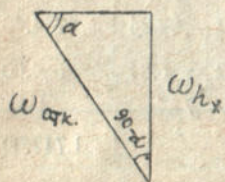


Рис. 17.



$$\begin{aligned}\omega_{отк.} &= \frac{\omega_{h_x}}{\sin \alpha}; \\ \sin \alpha &= \frac{1}{\sqrt{1 + \text{ctg}^2 \alpha}} = \frac{1}{\sqrt{1 + m^2}}\end{aligned}$$

Площадь откоса канала или насыпи:

$$\omega_{отк.} = \omega_{h_x} \sqrt{1 + m^2}$$



Т А Б Л И Ц А № 4

№№ по порядку	Площадь F квадрата со стороной a=10 см.	Отсчеты по планиметру		Разность отсчетов $p_2 - p_1$	Средняя разность отсчетов планиметра	Кoeffиц. планиметра $\alpha = \frac{F}{(n_2 - n_1) \text{ ср.}}$	Примечание
		Начальн. $p_1$	Конечн. $p_2$				
1	100 см <sup>2</sup>	7337	8370	1033	1033	0.0968 см <sup>2</sup>	Планиметр „Coradi—Zürich“ № 20773
2	.	8370	9402	1032			
3	.	9402	10435	1033			

Т А Б Л И Ц А № 5.

№№ по порядку	Искаженный масштаб профиля		Цена деления планиметра	Примечание
	Вертикальный	Горизонтальный		
1	$\frac{1}{100}$ (в 1 см.—1 м.)	$\frac{1}{5000}$ (в 1 см.—50 м.)	50α = 4.84 м. <sup>2</sup>	
2	$\frac{1}{200}$ (в 1 см.—2 м.)	.	100α = 9.68 м. <sup>2</sup>	

Откладываем от горизонтальной линии ОХ (лист 2) соответственно каждому прямолинейному участку дамбы (в масштабе  $\frac{1}{200}$ ) квадраты крайних и удвоенный квадрат средней высоты участка.

Полученную замкнутую фигуру обводим планиметром.

Площадь фигуры  $\omega_{h_s} = (8731 - 6793) \times 9.68 = 18759.84 \text{ м}^2$ .

Объем дамбы  $V = v\omega_{h_x} + \frac{2}{3}m\omega_{h_s} = 3 \times 4554.44 + \frac{2}{3} \times 2 \times 18759.84 = 38646.44 \text{ м}^3$ .

### 3) Механическое вычисление объема дамбы интегратором

Для вычисления площади произвольной фигуры  $\omega_{h_x}$ , а также статического момента площади этой фигуры  $S_x$  относительно произвольной оси ХХ, при помощи интегратора необходимо предварительно определить величины коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$  формул

$$\omega_{h_x} = \alpha(n_2 - n_1), \text{ где}$$

$n_2$  и  $n_1$  — отсчеты по счетчику величин площадей после и до обвода контура фигуры по часовой стрелке;

$$\text{и } S_x = \beta(n'_2 - n'_1), \text{ где}$$

$n'_2$  и  $n'_1$  — отсчеты по счетчику величин статических моментов площадей после и до обвода фигуры по часовой стрелке.

Для этого обводим интегратором контур прямоугольника размером  $10 \times 5$  см., предварительно ориентируя интегратор относительно принятого за ось ХХ горизонтального основания прямоугольника, площадь и статический момент которого (относительно основания) известны.

Подстановкой соответственных отсчетов по интегратору и значений  $\omega_{h_x}$  и  $S_x$  для данного прямоугольника, приведенные выше формулы преобразуются в уравнения с одним неизвестным, легко разрешаемые относительно  $\alpha$  и  $\beta$ .

Приводим вычисление  $\alpha$  и  $\beta$  в таблицах № № 6, 7, 8



№ № по порядку	Площадь прямоугольника — $0,6 \times 10 \times 5$ см.	Отсчеты по интегратору		Разность отсчетов $n_2 - n_1$	Средняя разность отсчетов $(n_2 - n_1)_{ср.}$	Коэффициент интегратора $\alpha = \frac{\omega \cdot h_x}{(n_2 - n_1)_{ср.}}$	Примечание
		Начальн. $n_1$	Конечн. $n_2$				
1	50 см <sup>2</sup> .	2391	3388	997			Измерения произведены интегратором механической лаборатории К. П. И. — сист. „Amsler-Laffon“ № 332 (тип № 2).
2	•	3388	4386	998	999	0,05 см <sup>2</sup> .	
3	•	5358	6359	1001			

№ № по порядку	Статический момент $S_x$ прямоугольника размером $10 \times 5$ см. относительно основания	Отсчеты по интегратору		Разность отсчетов $n'_2 - n'_1$	Средняя разность отсчетов $(n'_2 - n'_1)_{ср.}$	Коэффициент интегратора $\beta = \frac{S_x}{(n'_2 - n'_1)_{ср.}}$	Примечание
		Начальн. $n'_1$	Конечн. $n'_2$				
1	125 см <sup>3</sup> .	42727	43557	830			Контуры фигуры обведены подвижным штифтом (№ 3) интегратора
2	•	43557	44389	832	832	0,15 см <sup>3</sup> .	
3	•	45209	46043	834			

Т А Б Л И Ц А № 8.

Искаженный масштаб профиля		Кoeffиц. интегратора		Примечание
Вертикальн.	Горизонтальн.	Для $\omega_{h_x}$	Для $S_x$	
$\frac{1}{100}$ (в 1 см.—1 м.)	$\frac{1}{5000}$ (в 1 см.—50 м.)	$50\alpha = 2,5 \text{ м}^2$	$50\beta = 7,5 \text{ м}^3$	

а) Принимаем линию гребня дамбы за ось XX;  $H=0$  (лист 1).

Ориентируем интегратор относительно линии гребня дамбы и затем обводим контур продольного разреза дамбы для вычисления  $S_x$  и  $\omega_{h_x}$ .

Статический момент площади продольного разреза дамбы относительно линии гребня:

$$S_x = (26684 - 25857) \times 7.5 = 6202.50 \text{ м}^3.$$

Площадь продольного разреза дамбы:

$$\omega_{h_x} = (4615 - 2794) \times 2.5 = 4552.50 \text{ м}^2.$$

$$\text{Объем дамбы: } V = 2mS_x + v\omega_{h_x} = 2 \times 2 \times 6202.50 + 3 \times 4552.50 = 38467.50 \text{ м}^3.$$

б) Проводим ось XX параллельно линии гребня дамбы на расстоянии  $H = \frac{v}{2m} = \frac{3}{2 \times 2} = 0.75 \text{ м}$ . от нея (лист. 1).

Ориентировав интегратор относительно проведенной оси, обводим им контур продольного разреза дамбы.

Взяв соответственные отсчеты на интеграторе получим, что статический момент площади продольного разреза дамбы относительно оси XX, отстоящей на расстоянии 0,75 м. от линии гребня:

$$S_x = (34665 - 33374) \times 7.5 = 9682.50 \text{ м}^3.$$

$$\text{Объем дамбы } V = 2mS_x = 2 \times 2 \times 9682.50 = 38730.00 \text{ м}^3.$$

#### 4) Упрощенное механическое вычисление объема дамбы планиметром.

Вырезав из картона площадь продольного разреза дамбы, определяем описанным выше практическим приемом положение центра тяжести фигуры.

Опустив перпендикуляр из центра тяжести на основание фигуры, и измерив длину его, получаем величину  $y_0 = 1.38 \text{ м}$ .

Площадь продольного разреза дамбы  $\omega_{h_x}$  определяем планиметром.

$$\text{Объем дамбы } V = (v + 2my_0) \omega_{h_x} = (3 + 2 \times 2 \times 1.38) \times 4554.44 = 38803.83 \text{ м}^3.$$

Для наглядности сводим результаты всех подсчетов в таблицы № № 9, 10



Т А Б Л И Ц А № 6.

№№ разрядов прибора	Аналитическое выражение вычисляемой величины	Расстояние оси XX от длины гребня дамбы—H	Величина $\omega$ или $S_x$ , вычислен- ная меха- нически	Величина $\omega$ или $S_x$ , вычислен- ная ана- литически	Относительн. по- грешность опре- деления $\omega$ , $h_x$ зависящ. от не- точн. графич. по- строений и несо- вершенства прибора в %	Примечание
2	$\omega_{h_x} = \int_0^L h dx$	—	4554.44	4560.00	—0.12	Определено при помощи плани- метра
»	$\omega_{h^2} = \frac{1}{4} \sum_{x=0}^{x=L} (h_1^2 + 4h^2 + h_2^2) l$	—	18759.84	18704.00	0.30	.
3	$\omega_{h_x} = \int_0^L h dx$	—	4552.50	4560.00	—0.16	Определено при помощи интеграл- тора
»	$S_x = \frac{1}{2} \int_0^L h^2 dx$	H = 0	6202.50	6234.66	—0.52	.
4	$S_x = \frac{B}{2m} \int_0^L h dx + \frac{1}{2} \int_0^L h^2 dx$	$H = \frac{B}{2m} = \frac{3}{4}$ м.	9682.50	9654.66	0.29	.

Т А Б Л И Ц А № 10.

№ по- пор.	Способ подсчета объема дамбы	Формула подсчета объема	Величина объема	Относи- тельная погрешн. подсчета в %/о/о	Примечание
1	Аналитический	$V = \frac{1}{2} \sum_{x=0}^{x=L} (F_1 + 4F + F_2) l$	33618,66	0.00	
2	Механический (планиметром)	$V = v\omega_{h_x} + \frac{2}{3} m\omega_{h_s}$	38546.44	0.07	$\omega_{h_x} = \int_0^L h dx$ $\omega_{h_s} = \frac{1}{2} \sum_{x=0}^L (h_1^2 + 4h^2 + h_2^2) l$
3а	Механический (интегратором)	$V = 2mS_x + v\omega_{h_x}$	38467.50	-0.39	$S_x = \frac{1}{2} \int_0^L h^2 dx$ $H = 0$
3б		$V = 2mS_x$	38730.00	0.29	$S = \frac{B}{2m} \int_0^L h dx + \frac{1}{2} \int_0^L h^2 dx$ $H = \frac{B}{2m}$
4	Механический (упрошенный)	$V = (v + 2m\gamma_0) \omega_{h_x}$	38803.83	0.48	$\gamma_0 = 1.38$



## Примечание:

В отношении механического вычисления объема дамбы интегратором необходимо отметить, что поскольку измерения произведены старым изношенным прибором, полученные относительные погрешности подсчетов, превышающие погрешность механического вычисления объема дамбы планиметром, не могут служить достаточным основанием для суждения о действительной (несомненно большей) точности механического вычисления объема сооружений интегратором.

При более тщательных графических построениях и механическом вычислении величин  $S_x$  и  $\omega_{h_x}$  увеличивается степень точности механических способов определения объема сооружений.

При тщательном обводе контура фигуры:

а) точность определения величины площади ее дисковым планиметром может быть доведена до 0.1%;<sup>6)</sup>

б) точность определения величины  $S_x$  и  $\omega_{h_x}$  дисковым интегратором может быть также доведена до 0.1%.

Помимо степени тщательности обвода контура фигуры планиметром или интегратором—при недисковых приборах—на точность механического вычисления величин  $S_x$  и  $\omega_{h_x}$  ее оказывает большое влияние качество бумаги—миллиметровки.

При бумаге с шероховатой поверхностью сильно возрастает погрешность механического вычисления величин  $S_x$  и  $\omega_{h_x}$ .

По этой причине применения шероховатой бумаги следует избегать при пользовании механическими приборами обычного типа.

6. В книге П. П. Смиреникина „Земляные работы“ ч. I, издания Транспечать НКПС, М. 1931 г. на стр. 41—43, изложен механический способ определения (при помощи планиметра) объема плотины или дамбы по плану местности в горизонталях.

Приводим выдержку из этой книги: „План в горизонталях (рис. 18) представляет ложину или овраг, который требуется пересыпать плотиной или дамбой; очертание

<sup>6)</sup> Крылов А. Н. Лекции о приближенных вычислениях изд. Академии Наук 1933 г.



плотины и горизонталы на ее откосах также показаны на плане. Горизонталы эти доведены до пересечения с соответствующими горизонталями склонов оврага и таким образом на плане определяются, наложенные друг на друга сечения дамбы горизонтальными плоскостями, проведенными на расстоянии равном разности отметок двух смежных горизонталей.

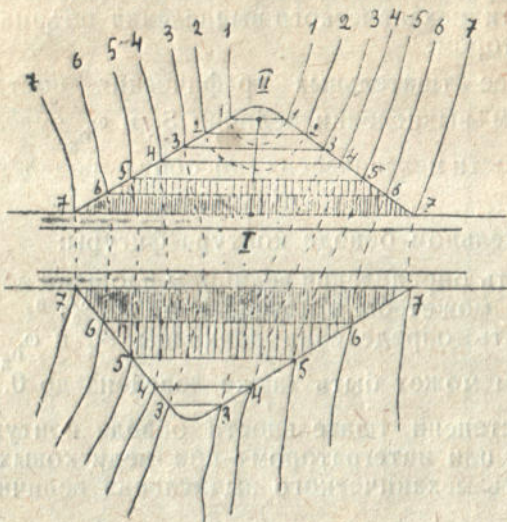


Рис. 18.

Площади этих сечений можем измерить любым способом—аналитически или при помощи планиметра—и, применяя затем формулу Симпсона, можем определить объем дамбы с значительной степенью точности. Хотя формула Симпсона выведена для вертикальных сечений тела, а здесь имеются горизонтальные—существо дела от этого не меняется.

Общий вид формулы Симпсона для данного случая

$$\frac{1}{6}h(F_1+4F_2+2F_3+4F_4+2F_5+4F_6+F_7)$$

$$\text{или } \frac{1}{6}h[F_1+F_7+4(F_2+F_4+F_6)+2(F_3+F_5)]$$

Такой вид формулы удобен для работы планиметром и на практике проще всего определение площадей следующим образом.



Проводим произвольную линию I—II (рис. 18), пересекающую все горизонтали. Устанавливаем иглу планиметра в начальной точке I и замечаем показание планиметра  $a_1$ . Обводим площадь  $F_1$  одного крайнего сечения и возвращаемся опять в точку I. Затем по линии I—II доводим иглу планиметра до другого крайнего сечения  $F_7$ ; обводим его контур и затем по линии I—II возвращаемся опять в начальный пункт точку I и записываем показание  $a_2$ . Затем по линии I—II переходим на четные горизонтали  $F_2, F_4, F_6$ ; обводим контуры сечений последовательно один за другим, возвращаемся в начальную точку I и замечаем показание  $a_3$ . Затем переходим по линии I—II к контурам нечетных горизонталей  $F_3$  и  $F_5$ ; обводим их и возвращаемся в начальную точку I и записываем показание  $a_4$ . Если коэффициент планиметра  $K$ , то можем написать равенства:

$$\begin{aligned} F_1 + F_7 &= K(a_2 - a_1) \\ F_2 + F_4 + F_6 &= K(a_3 - a_2) \\ F_3 + F_5 &= K(a_4 - a_3) \end{aligned}$$

и формула Симпсона примет следующий вид:

$K \frac{h}{6} [a_2 - a_1 + 4(a_3 - a_2) + 2(a_4 - a_3)]$ , где  $h$ —расстояние между горизонталями.

Итак, объем равен:  $\frac{Kh}{6} (2a_4 + 2a_3 - 3a_2 - a_1)$

Если нет планиметра—площади горизонтальных сечений могут быть определены взвешиванием на точных весах сечений, вырезанных из плотной бумаги.

## 7. Краткое описание планиметра системы „Coradi“ (рис. 19).

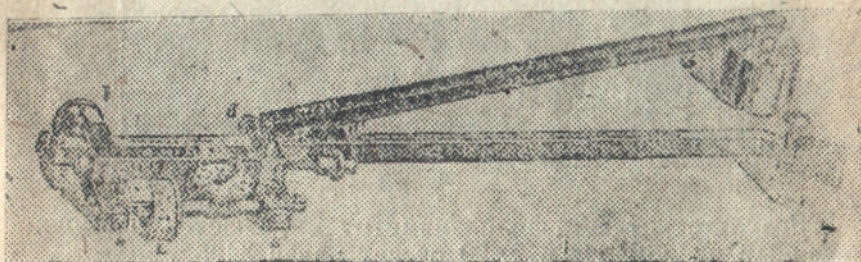


Рис. 19.

Компенсационный полярный планиметр системы „Coradi“ состоит из двух рычагов полярного и обводного, соединенных шарнирно. Полярный рычаг одним концом—полюсом, снабженным острием, устанавливается неподвижно на чертеже; другой конец его вставляется в гнездо обводного рычага.



Обводной рычаг имеет две подвижных опоры: с одной стороны обводной штифт с подпоркой; с другой, вращающееся при передвижении штифта колесико счетного механизма.

Весь счетный механизм присоединен к раме, надетой на обводной рычаг и закрепленной прижимными винтами. Обводное колесико посредством червячного валика сопряжено с горизонтальным счетным диском, разделенным на 10 частей. Цилиндрическая поверхность обводного колесика разделена по окружности на 100 равных частей. К колесику примыкает закрепленный неподвижно нониус с 10 делениями, равным 9 делениям колесика. При полном обороте обводного колесика горизонтальный диск поворачивается на одно деление.

Таким образом деления счетного диска показывают число полных оборотов колесика. Деления же колесика дают десятые и сотые доли оборота его, а нониус тысячные доли (рис. 20).

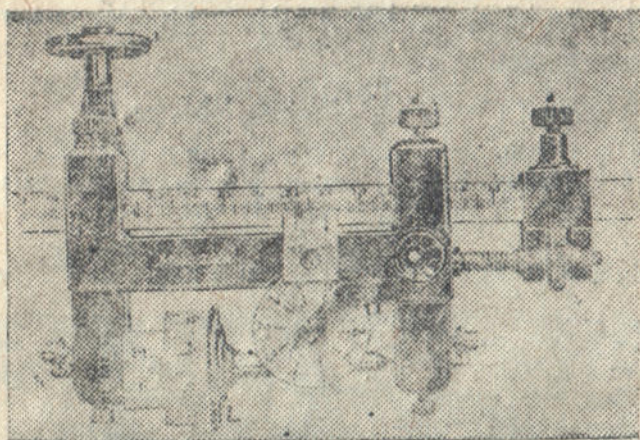


Рис. 20.

Результат отсчета по планиметру выражается четырехзначным числом. На рис. 20 отсчет равен 3405.

Измерение площади фигуры при помощи планиметра производится следующим образом:

Полюс планиметра закрепляется вне контура измеряемой фигуры, а обводной штифт устанавливается в какой-нибудь точке контура, принимаемую за исходную.

В этом положении делают отсчет по планиметру и затем производят плавный обвод контура фигуры по часовой стрелке (при этом обводное колесико скользит и катится



по бумаге, а ось шарнирного соединения рычагов перемещается по окружности) до возвращения штифта в исходную точку контура.

После этого делают второй отсчет. В целях исключения ошибки (могущей возникнуть при непараллельности оси колесика и обводного рычага) следует контур фигуры обводить дважды при разных взаимных положениях рычагов: один раз при положении полюса влево от обводного рычага, а другой—вправо и брать среднее значение полученных результатов.

Площадь фигуры определяется по формуле:  $\omega = \alpha (n_2 - n_1)^2$ , где  $n_1$  — начальный отсчет,  $n_2$  — конечный отсчет,  $\alpha$  — коэффициент, выражающий в масштабе площади измеряемой фигуры, цену наименьшего деления планиметра.

Коэффициент  $\alpha$  обычно определяется эмпирически описанным выше (см. числен. пример) способом.

Обводят несколько раз квадрат или круг, площадь которого— $\omega_0$  вычислена аналитически в соответствии с масштабом измеряемой фигуры.

$\alpha$ —определяется из уравнения  $\omega_0 = \alpha (n_2 - n_1)_{\text{ср.}}$ ;  $\alpha = \frac{\omega_0}{(n_2 - n_1)_{\text{ср.}}}$

Коэффициент планиметра при разных масштабах может выражаться круглым числом при соответственном изменении расстояния от обводного штифта до шарнирного соединения рычагов.

Достигается это передвижением рамки со счетным механизмом вдоль обводного рычага.

Для точных установок рамка снабжена микрометренным винтом и нониусом, прилегающим к обводному рычагу, а на последнем нанесены деления.

Обычно к планиметру прилагается таблица с данными о длинах рычага и соответственных им значениях коэффициентов планиметра при разных масштабах плана.

Для проверки исправности прибора к планиметру прилагается также контрольная линейка.

Контрольная линейка имеет несколько делений. На нулевом делении имеется отверстие, в которое вставляется винтик с острием, прижимающий линейку к бумаге.

Обводной штифт вставляют в одно из углублений линейки и последнюю вращают вокруг центра до возвращения в исходную точку в одну и другую сторону.

Если разность полученных результатов обвода превышает 2—3 тысячных доли оборота счетного колесика, планиметр неисправен.

<sup>1)</sup> При обводе контура фигуры по часовой стрелке  $n_2 > n_1$ ; при обводе против часовой стрелки  $n_2 < n_1$ , расчетная формула принимает вид:  
$$\omega = \alpha (n_1 - n_2)$$



При определении площади фигуры таких размеров, что полный обвод контура ее при положении полюса планиметра вне фигуры становится невозможным, необходимо последнюю разделить на несколько частей и измерить площадь каждой из них в отдельности.

Возможно также однако и непосредственное измерение всей площади при условии расположения полюса планиметра внутри контура фигуры. Но в этом случае вычисление площади несколько усложняется.

Искомая площадь определяется по формуле:

$$\omega = \alpha_1 + \alpha(n_2 - n_1), \text{ где } \alpha_1 \text{ — дополнительный коэффициент.}$$

Коэффициенты планиметра для данного случая также определяются эмпирически. Вычертив квадрат или круг (большого размера) с определенной площадью „ $\omega_0$ “ обводят его планиметром несколько раз при положении полюса вне фигуры и затем внутри ее.

В результате первого измерения получается уравнение:

$$\omega_0 = \alpha(n_2 - n_1), \text{ откуда } \alpha = \frac{\omega_0}{(n_2 - n_1)}$$

Во втором случае получается уравнение:

$$\omega_0 = \alpha_1 + \alpha(n_2 - n_1)_{\text{ср.}}; \text{ откуда } \alpha_1 = \omega_0 - \alpha(n'_2 - n'_1)_{\text{ср.}}$$

Примечание:

1) В настоящее время конструируются также более усовершенствованные дисковые планиметры, в которых счетное колесико катится не по чертежу, а по специальному диску, на котором расположен весь счетный механизм (рис. 21). Это обстоятельство исключает возможность вредного влияния бумаги чертежа на результат измерения и обуславливает большую точность дискового планиметра сравнительно с планиметрами обычного типа.

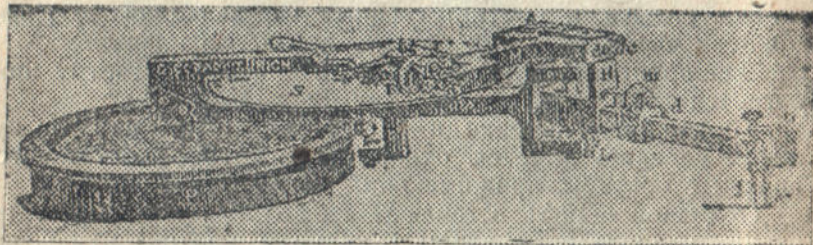


Рис. 21

2) По исследованиям инж. С. И. Демина:

а) точность вычисления площадей фигур планиметром зависит от величины измеряемой площади и изменяется примерно пропорционально последней,

б) планиметр сист. „Coradi“ дает точность приблизительно в два раза большую по сравнению с планиметром



сист. „Amsler“ (инж. С. И. Демин—Теория и практика вычисления площадей планиметрами Амслера и Корради, Иваново-Вознесенск, 1926 § 15).

3) Точность вычисления площадей компенсационным планиметром соответственно равна:

для малых фигур . . . . .	0.4%
„ средних „ . . . . .	0.27%
„ больших „ . . . . .	0.06%

(инж. Павлов Н. Н.—Производство технических вычислений, II изд. Гостехиздат. М. 1927, стр. 112).

8. Краткое описание интегратора  
сист. „Amsler—Laffon“ (рис. 22).

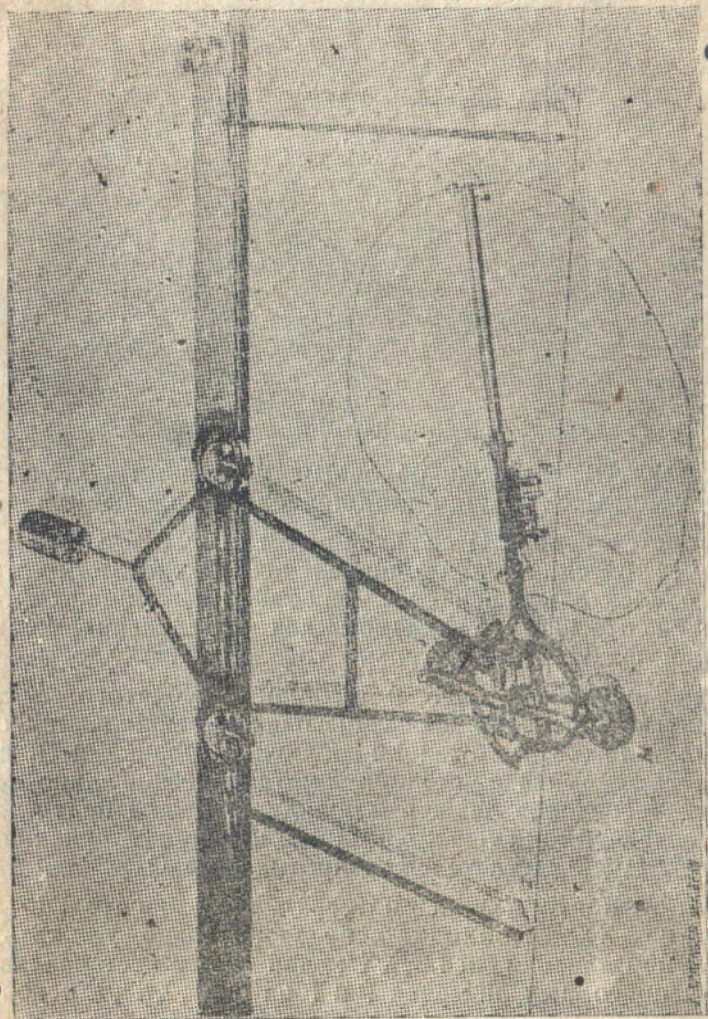


Рис. 22



Устройство интегратора таково (рис. 23):

Обводной рычаг АВ со штифтом на конце для обвода фигуры соединен с двойным зубчатым сектором DE, с которым сцеплены зубчатые колеса G и F равных радиусом.

Соотношение между радиусами колеса F или G и секторов Д и Е равно 1:2:3.

Благодаря этому, отклонение обводного рычага на угол  $\varphi$  вызывает поворот колеса G на угол  $2\varphi$ , а колеса F на угол  $3\varphi$ .

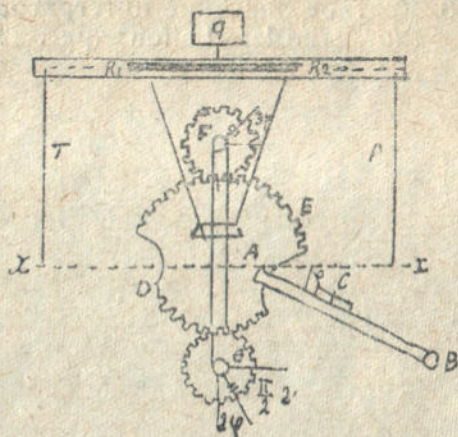


Рис. 23.

Рычаг АВ снабжен обводным колесиком со счетным механизмом С, служащим для определения площади фигуры.

Зубчатое колесо G снабжено счетным механизмом с обводным колесиком для определения статич. момента фигуры относительно оси „XX“, а колесо F—обводным колесиком и счетным механизмом для определения момента инерции фигуры относительно той же оси „XX“.

Оси зубчатых колес и двойного зубчатого сектора соединены поперечиной, в свою очередь прикрепленной к рамной тележке, снабженной дисковыми роликами  $R_1$  и  $R_2$ , перемещающимися по желобку металлической линейки. В целях обеспечения движения роликов тележки центр тяжести последней перемещается ближе к роликам, привинчиванием к задней части тележки противовеса Q.

Для ориентирования интегратора относительно оси моментов „XX“ необходимо предварительно уложить линейку параллельно оси „XX“; для этого устанавливают острия подсобных линейечек P и T на оси „XX“, а основную



линейку передвигают до совмещения с желобком ее выступов линейчек Р и Т. Затем кладут интегратор на чертеж так, чтобы ролики его перемещались по желобку линейки, после чего приступают к обводу фигуры.

Ось двойного зубчатого сектора, ориентированного относительно оси „XX“ интегратора при движении обводного штифта по контуру фигуры, перемещается по оси „XX“.

Обычно обводной рычаг интегратора, помимо неподвижного штифта на конце его, снабжен еще одним или двумя промежуточными подвижными штифтами, служащими для обвода фигур с незначительными поперечными размерами.

При обводе фигуры подвижным штифтом <sup>2)</sup> результат измерения получается более точный, так как в этом случае, вследствие уменьшения расстояния от обводного штифта до оси двойного сектора, увеличивается число оборотов обводного колесика.

Площадь обведенной интегратором фигуры вычисляется по формуле:

$$w = \alpha(n_2 - n_1), \text{ где } \alpha \text{ — коэффициент интегратора.}$$

$n_2$  и  $n_1$  — отсчеты по счетчику С после и до обвода фигуры (по часовой стрелке).

Статический момент фигуры относительно оси „XX“ вычисляется по формуле:

$$S_x = \beta(n_2' - n_1'), \text{ где}$$

$\beta$  — коэффициент интегратора,

$n_2'$  и  $n_1'$  — отсчеты по счетчику G после и до обвода фигуры (по часовой стрелке).

Момент инерции фигуры относительно оси „XX“ вычисляется по формуле

$$I_x = \alpha_1(n_2 - n_1) + \gamma(n_2'' - n_1''), \text{ где } \alpha_1 \text{ и } \gamma \text{ — коэфф. интегратора,}$$

$n_2$  и  $n_1$  — отсчеты по счетчику С после и до обвода фигуры (по часовой стрелке),

$n_2''$  и  $n_1''$  — отсчеты по счетчику F после и до обвода фигуры (по часовой стрелке).

Коэффициенты интегратора определяются эмпирически аналогично определению коэффициента планиметра.

Для нахождения коэффициентов  $\alpha_1$  и  $\gamma$  необходимо обвести интегратором контуры двух различных фигур, моменты инерции которых известны для того, чтобы получить два уравнения относительно  $\alpha_1$  и  $\gamma$ .

<sup>2)</sup> При обводе контура фигуры подвижным штифтом рычаг следует передвигать, держа его все же за конечный неподвижный штифт.



Отсчеты по счетчикам G и F выражаются пятизначными числами, так как каждый из этих счетных механизмов состоит из сопряженных между собой двух горизонтальных счетных дисков, обводного колесика и нониуса, прилегающего к последнему.

Деления верхнего диска показывают число целых оборотов обводного колесика, нижний диск дает десятые доли, обводное колесико сотые и тысячные, а нониус десяти-тысячные доли оборота колесика.

Интеграторы сист. „Amsler—Laffon“ конструируются четырех типов. <sup>3)</sup>

### Интегратор № 1.

измеряет 1) площади  $\omega = \int_0^L h dx$

2) статич. моменты  $S_x = \frac{1}{2} \int_0^L h^2 dx$

3) Моменты инерции  $I_x = \frac{1}{3} \int_0^L h^3 dx$

плоских фигур.

Имеет один подвижной штифт.

Максимальные размеры фигуры, которую можно обвести за один раз штифтом этого интегратора:

Длина  $l_{\max} = 122$  см.; ширина  $b_{\max} = 34$  см.

Длина линейки  $L = 150$  см.

Возможное перемещение тележки  $L_1 = 130$  см.

Расстояние от оси „XX“ до линейки  $H = 19$  см.

### РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ <sup>4)</sup>

1) При неподвижном штифте № 1

$$\omega = 0.1(n_2 - n_1)$$

$$S = 0.6(n_2' - n_1')$$

$$I_x = 10(n_2'' - n_1'')$$

2) При подвижном штифте № 2

$$\omega = 0.05(n_2 - n_1)$$

$$S_x = 0.15(n_2' - n_1')$$

$$I_x = \frac{10}{8}(n_2'' - n_1'')$$

<sup>3)</sup> Абрамов Н. М. проф. Технические вычисления. Гос. Тех. Изд. М. 1928 г.

<sup>4)</sup> Все приводимые в дальнейшем расчетные формулы относятся к фигурам, вычерченным в натуральную величину при единице измерения—1 см.



## Интегратор № 2.

Измеряет  $\omega$ ,  $S_x$  и  $I_x$

Имеет два подвижных штифта.

$$l_{\max}=155 \text{ см.}; b_{\max}=67 \text{ см.}$$

$$L=200 \text{ см.}$$

$$L_1=172 \text{ см.}$$

$$H=35 \text{ см.}$$

### РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

1) При неподвижном штифте № 1

$$\omega=0,2(n_2-n_1)$$

$$S_x=2,4(n_2'-n_1')$$

$$I_x=\frac{8}{10}(n_2-n_1)-\frac{1}{2}(n_2''-n_1'')$$

2) При подвижном штифте № 2.

$$\omega=0,1(n_2-n_1)$$

$$S_x=0,6(n_2'-n_1')$$

$$I_x=10(n_2-n_1)-4(n_2''-n_1'')$$

3) При подвижном штифте № 3.

$$\omega=0,05(n_2-n_1)$$

$$S_x=0,15(n_2-n_1)$$

$$I_x=\frac{8}{10}(n_2-n_1)-\frac{1}{2}(n_2''-n_1'')$$

## Интегратор № 3.

Измеряет  $\omega$  и  $S_x$

Имеет подвижной штифт

$$l_{\max}=54 \text{ см.}; b_{\max}=38 \text{ см.}$$

$$L=75 \text{ см.}$$

$$L_1=67 \text{ см.}$$

$$H=19 \text{ см.}$$

## РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

1) При неподвижном штифте № 1.

$$\omega = 0.1(n_2 - n_1)$$

$$S_x = 0.6(n_2' - n_1')$$

2) При подвижном штифте № 2.

$$\omega = 0.05(n_2 - n_1)$$

$$S_x = 0.15(n_2' - n_1')$$

### Интегратор № 4.

Измеряет  $\omega$ ,  $S_x$ ,  $I_x$  и  $M_x = \frac{1}{4} \int_0^L h^4 dx$

Имеет два подвижных штифта

$$b_{\max} = 157 \text{ см.}; \quad b_{\min} = 62 \text{ см.}$$

$$L = 200 \text{ см.}$$

$$L_1 = 172 \text{ см.}$$

$$H = 31,5 \text{ см.}$$

## РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ

1) При неподвижном штифте № 1.

$$\omega = 0.24(n_2 - n_1)$$

$$S_x = 2.4(n_2' - n_1')$$

$$I_x = 32 \left[ 3(n_2 - n_1) - (n_2'' - n_1'') \right]$$

$$M_x = 480 \left[ 4(n_2' - n_1') - (n_2''' - n_1''') \right]$$

2) При подвижном штифте № 2.

$$\omega = 0.12(n_2 - n_1)$$

$$S_x = 0.6(n_2' - n_1')$$

$$I_x = 4 \left[ 3(n_2 - n_1) - (n_2'' - n_1'') \right]$$

$$M_x = 30 \left[ 4(n_2' - n_1') - (n_2''' - n_1''') \right]$$



3) При подвижном штифте № 3.

$$\omega = 0.6(n_2 - n_1)$$

$$S_x = 0.15(n_2' - n_1')$$

$$l_x = 0.15 [3(n_2 - n_1) - (n_2'' - n_1'')]$$

$$M_x = \frac{15}{8} [4(n_2' - n_1') - (n_2''' - n_1''')]$$

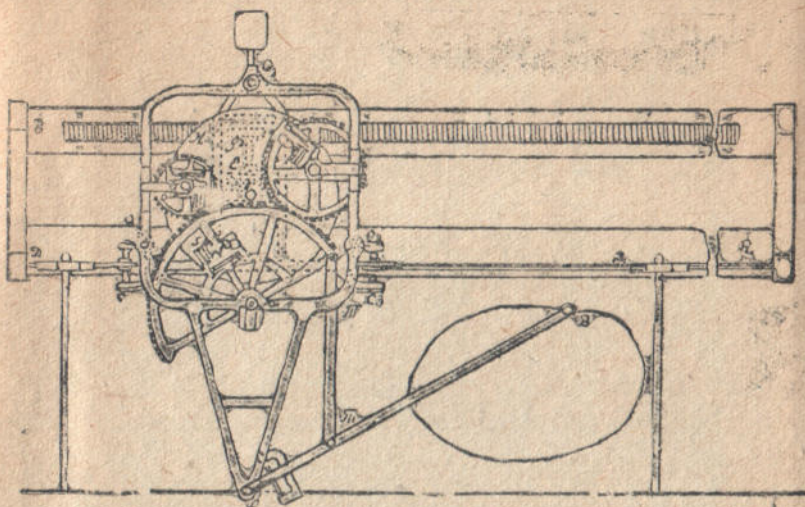


Рис. 24.

Примечание: Подобно дисковым планиметрам конструируются также дисковые интеграторы (рис. 24), дающие большую точность в измерении величин по сравнению с интеграторами обычного типа.

В. С. Соловьев

Изд. 1930

С. 100

1930



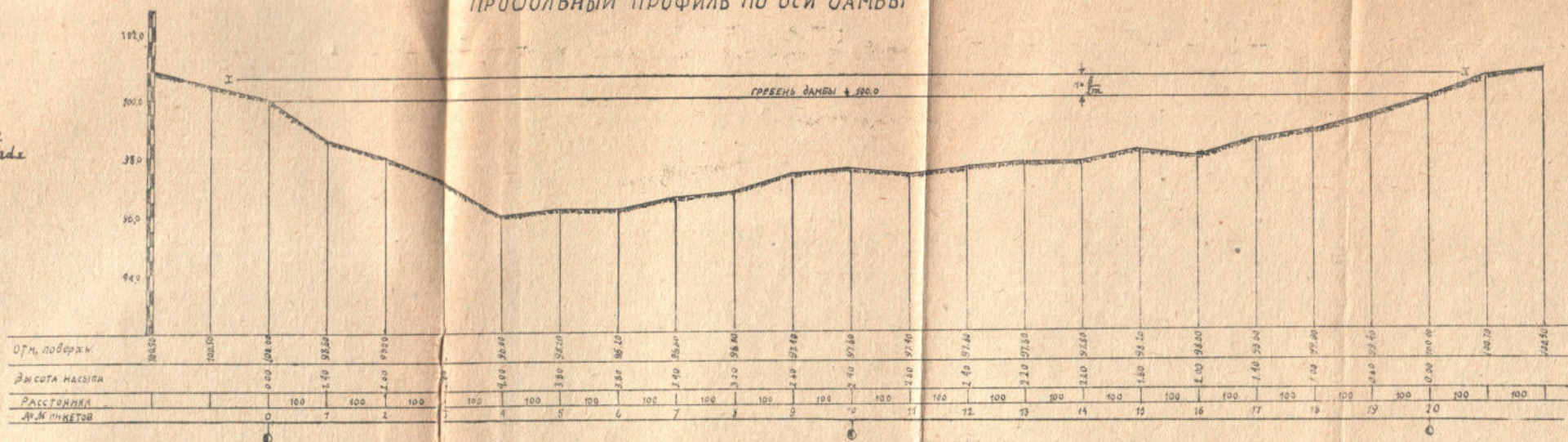
В. С. Соловьев  
Изд. 1930  
С. 100  
1930



Продольный профиль по оси дамбы

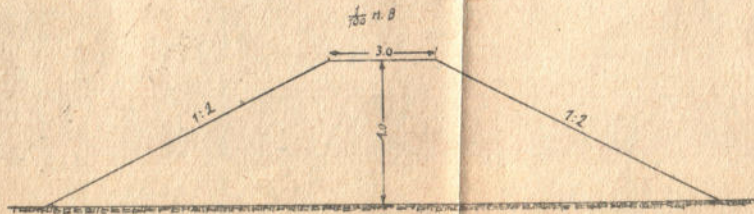
Лист 1

$$\omega_{\Sigma} = \int \eta dx$$



МАСШТАБ  
 Горизонтальный -  $\frac{1}{5000}$   
 Вертикальный -  $\frac{1}{100}$

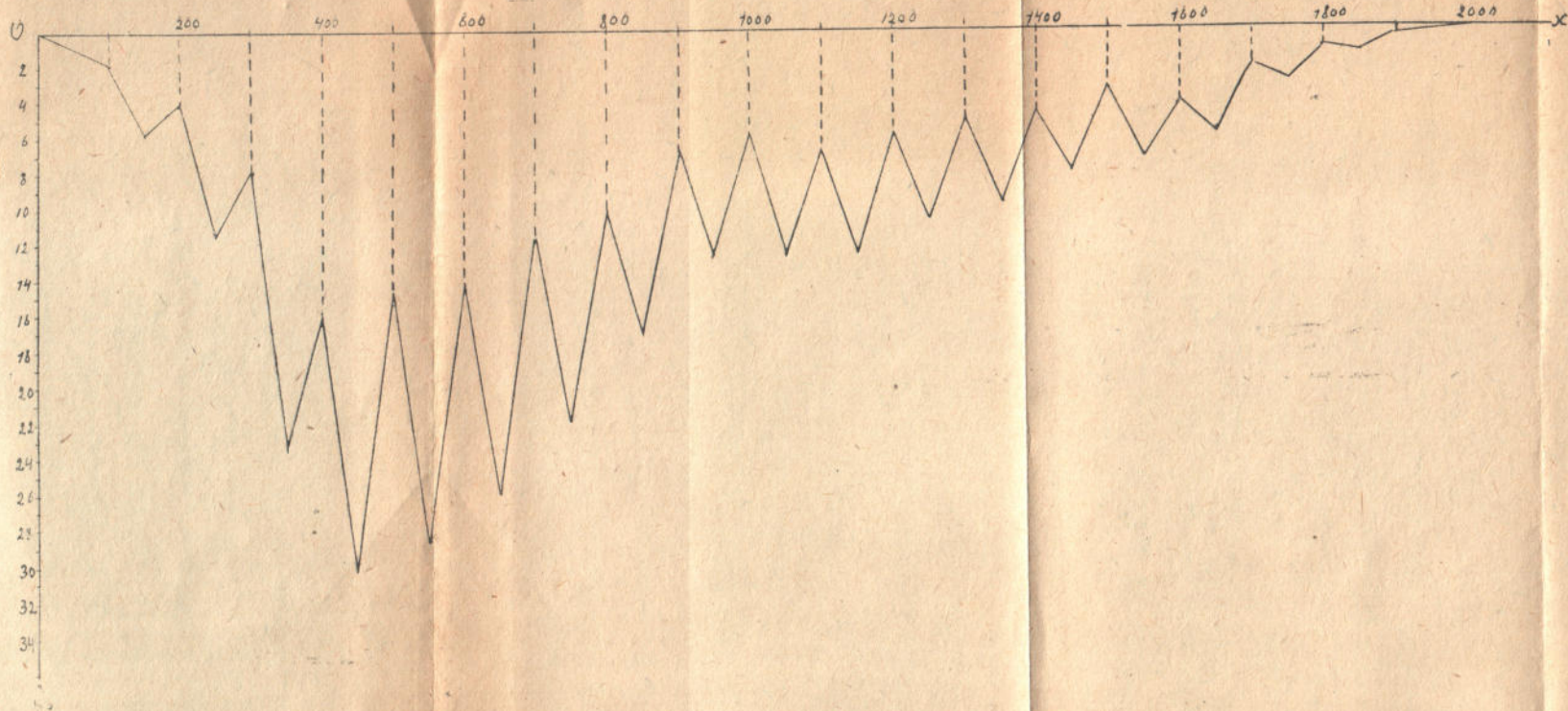
Поперечный профиль дамбы на пик. №4



ПРИМЕЧАНИЕ: По техническим причинам (фотографирование) масштабы чертежей (на лист. 1, 2) не выдержаны.



$$\omega_{1/2} = \frac{1}{4} \sum (h_1^2 + 2h^2 + h_2^2)$$



МАСШТАБ

Горизонтальный -  $\frac{1}{5000}$ Вертикальный -  $\frac{1}{200}$



4000

Цена 1 руб. 50 коп.