Міністерство освіти і науки України

Національний університет водного господарства та природокористування

Кафедра теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства

02-05-144М

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

та завдання до виконання самостійної роботи з навчальної дисципліни

«Теоретична механіка»

для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійними програмами «Теплоенергетика», спеціальності 144 «Теплоенергетика» денної й заочної форм навчання

Рекомендовано науково-методичною радою
з якості ННІВГП
Протокол № 11 від 29 червня 2023 р.

Рівне – 2023

Методичні вказівки та завдання до виконання самостійної роботи з навчальної дисципліни «Теоретична механіка» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Теплоенергетика» спеціальністю 144 «Теплоенергетика» денної й заочної форм навчання [Електронне видання] / Серілко Л. С., Войтович Л. В. – Рівне : НУВГП, 2023. – 46 с.

Укладачі:
Серілко Л. С., к.т.н., доцент кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства;
Войтович Л. В., к.т.н., доцент кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства.

Відповідальний за випуск: М.М.Козяр, д.п.н., професор, завідувач кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства.

Керівник групи забезпечення спеціальності
144 «Теплоенергетика» Костюк О. П.

1. ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

1.1. Теоретична механіка вивчає найбільш загальні закономірності, закони механічного руху і механічної взаємодії матеріальних тіл. Вона є загальнотехнічною точною дисципліною (наукою) – на її основних положеннях базуються такі інженерні дисципліни, як технічна механіка, технічна термодинаміка тощо. Тому глибоке вивчення теоретичної механіки необхідне для успішного засвоєння і розуміння матеріалу усіх технічних предметів, а також для адекватного сприйняття і наукового тлумачення явищ природи.

1.2. Запорукою успішного засвоєння матеріалу дисципліни є самостійне розв'язання практичних задач для самостійної роботи.

1.3. Виконання завдань проводиться індивідуально: номер схеми вибирається відповідно до порядкового номера студента в журналі викладача (на початок семестру) та номера групи на потоці (визначає викладач).

1.4. Самостійні, (індивідуальні) роботи належним чином оформляються. Розв'язок задачі (завдання) повинен містити назву, умову (достатньо – у символьній формі), розрахункову схему, викладки розв'язання з короткими поясненнями та виділені відповіді.

2. ЗАВДАННЯ

2.1. Завдання 1. *Визначення реакцій опор балки*

Для зазначеної балки (рис. 2.1) визначити реакції опор та зробити перевірку знайденого розв'язку. Вагою балки знехтувати. Вихідні дані взяти з таблиці 2.1, номер схеми відповідає порядковому номеру в журналі.

Таблиця 2.1

Варі-ант	*P*, кН	*G*, кН	*M*, кН·м	*q*, кН/м	α, β град.	***a***, м	***b***, м
1	10	20	24	6	30	2,0	1,9

2.2. Завдання 2. *Визначення реакцій в'язей у складеній конструкції*

Для конструкції (рис.2.2), яка складається із двох абсолютно твердих ламаних стержнів, визначити реакції опор та зусилля в шарнірі С і зробити перевірку розв'язку. При розрахунку вагою конструкції знехтувати. Вихідні дані взяти з таблиці 2.2, номер схеми відповідає порядковому номеру в журналі.

Таблиця 2.1

Варі-ант	*P*, кН	*G*, кН	*M*, кН·м	*q*, кН/м	α град.	***a***, м	***b***, м
1	15	10	20	4	45	1,0	2,0

2.3. Завдання 3. *Кінематика найпростіших рухів твердого тіла*

Вантаж 1 (рис.2.3), рухаючись за законом $x=x(t)$ (додатній напрям відліку – вниз), через наявні ідеальні нитки, що не ковзають по поверхнях барабанів, пасові передачі та зубчасті зачеплення приводить в рух заданий механізм. Для моменту часу t_1 визначити швидкість та прискорення вказаної точки М, зобразивши їх на рисунку. Якщо: $x=x(t)=0,8t^2$ *м*, $R_3=0,2$ *м*, $t_1=1$*с.* Номер схеми відповідає порядковому номеру в журналі.

2.4. Завдання 4. *Кінематика плоского руху твердого тіла*

Для відображеного на рис.2.4 положення механізму, яке відповідає деякому заданому моменту часу t_1, визначити швидкості точок В і С, а також кутові швидкості усіх ланок механізму. Напрямлені величини показати на рисунку. Якщо: $\omega=4$ с$^{-1}$, $OA = 0,25$ м. Номер схеми відповідає порядковому номеру в журналі.

2.5. Завдання 5. *Дослідження руху механічної системи*

Вантажі В та Д одночасно почали рухатись по поверхні нерухомої в початковий момент часу гладенької призми А в напрямках, що вказані на рис.2.5, у відповідності з законом $S = S(t)$. Призма А розташована на гладенькій горизонтальній поверхні. Нехтуючи масою блоків (якщо вони є) та силами опору руху, визначити для моменту часу $t=t_1$ зміщення призми А, її швидкість та силу сумарного тиску призми А на горизонтальну поверхню, якщо $m_A=200$ *кг*, $m_B=50$ *кг*, $m_Д=20$ *кг*, $S=3t^2$ *м*, $t=2$ *с*, $\alpha = 30^0$.

Номер схеми на рис.2.5 відповідає числу С: С = N, якщо $N \le 15$;
С = N – 15, якщо N > 15; де N порядковий номер у журналі.

Вказівка: при розв'язанні використати теореми про зміну кількості руху механічної системи та про рух її центра мас або одну з них

2.6. Завдання 6. *Вивчення руху механічної системи за допомогою теореми про зміну кінетичної енергії*

Механічна система (рис.2.6) під дією сили F або пари сил M_1 починає рухатись зі стану спокою. Нехтуючи тертям та вважаючи нитки нерозтяжними і невагомими, визначити швидкість та прискорення тіла, до якої прикладена сила F, в той момент часу, коли це тіло пройде шлях S. Для всіх схем, якщо необхідно, покласти: $\alpha = 30^o$, $m_A = m$, $r_Д = R$, $M = mgR$, $M_1 = FR$, $m_B = 1,5m$, $m_Д = 2m$, $R_Д=3R$, $R_B=2R$, $i_{ДZ}=2R$, $S=1,5$*м*, $F=3,4mg$, форма тіла B – диск, m та R вважати заданими (m - в кг, R - в метрах). Номер схеми відповідає порядковому номеру в журналі.

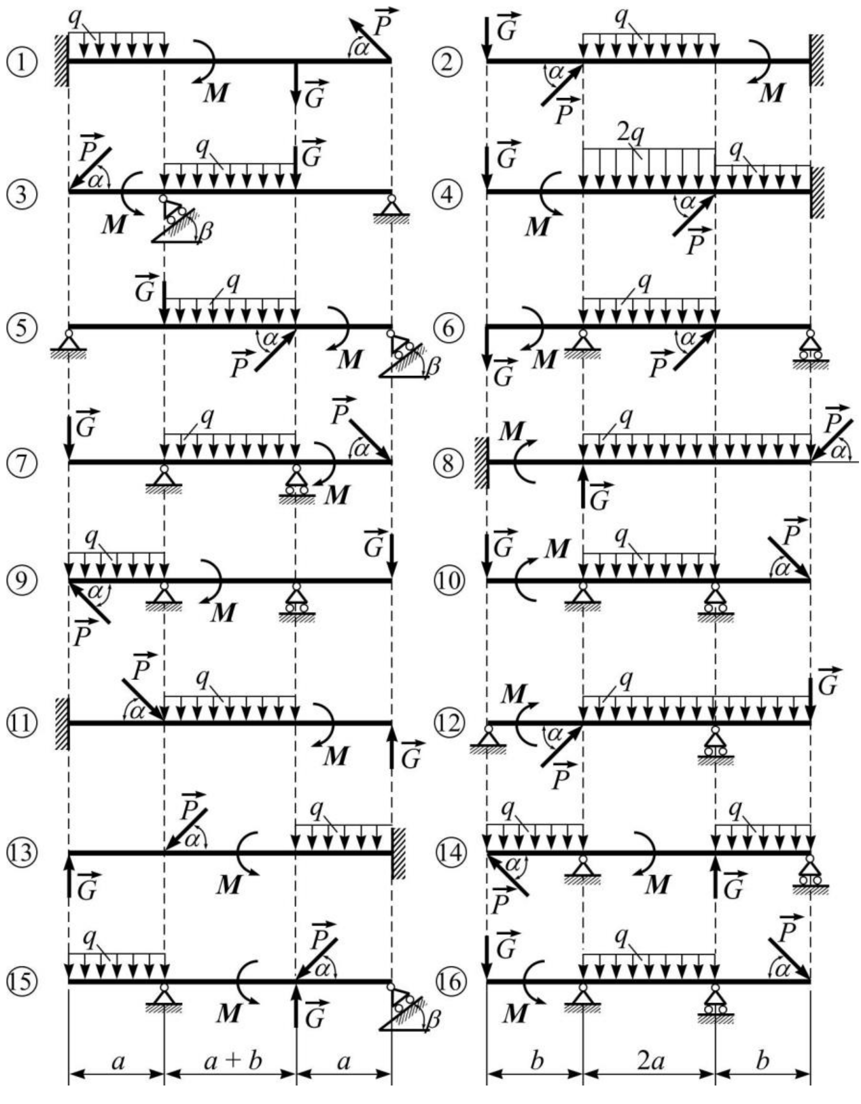

Рис. 2.1

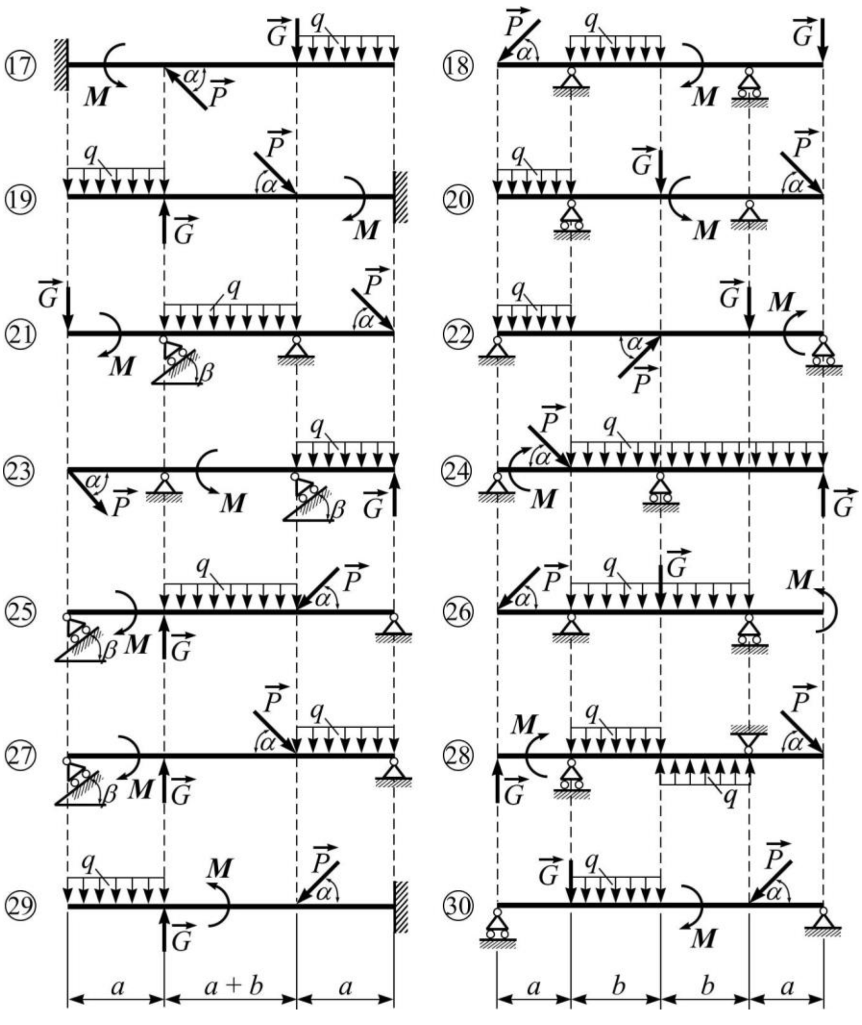

Рис. 2.1 (продовження)

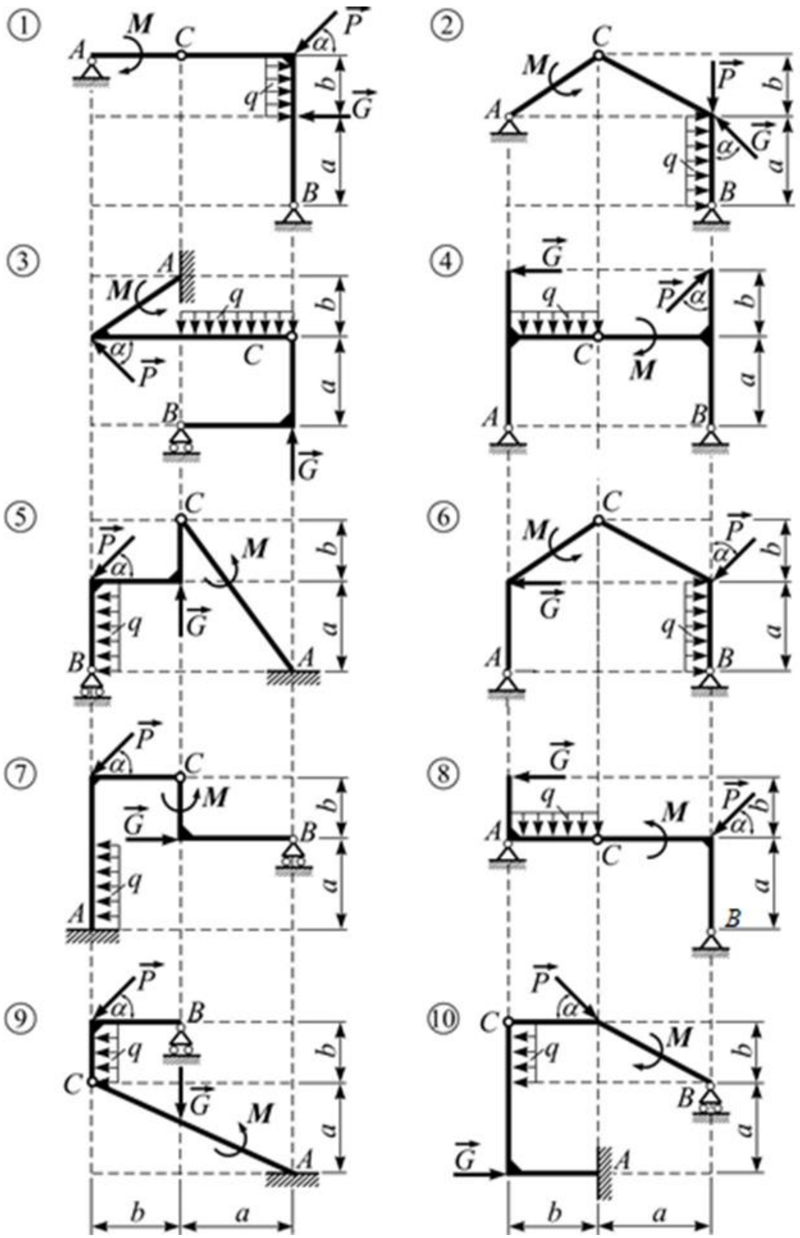

Рис. 2.2

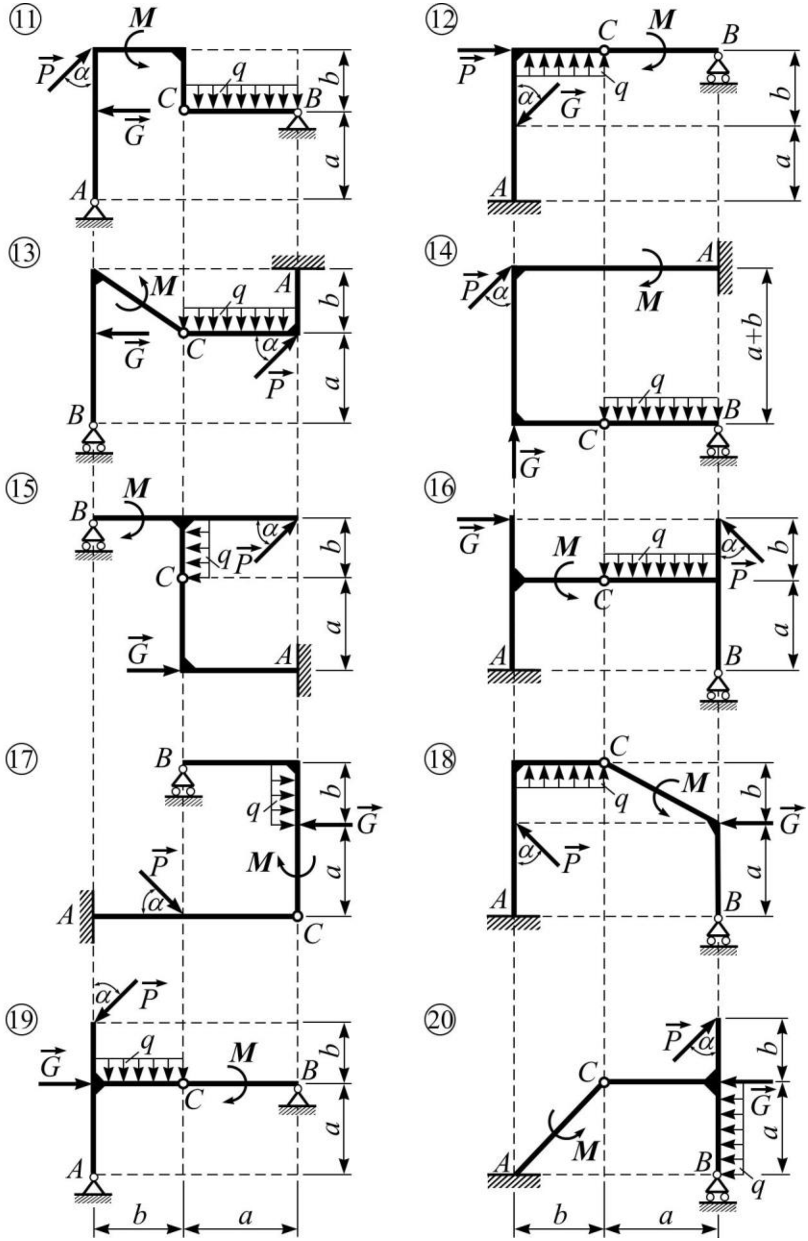

Рис. 2.2 (продовження)

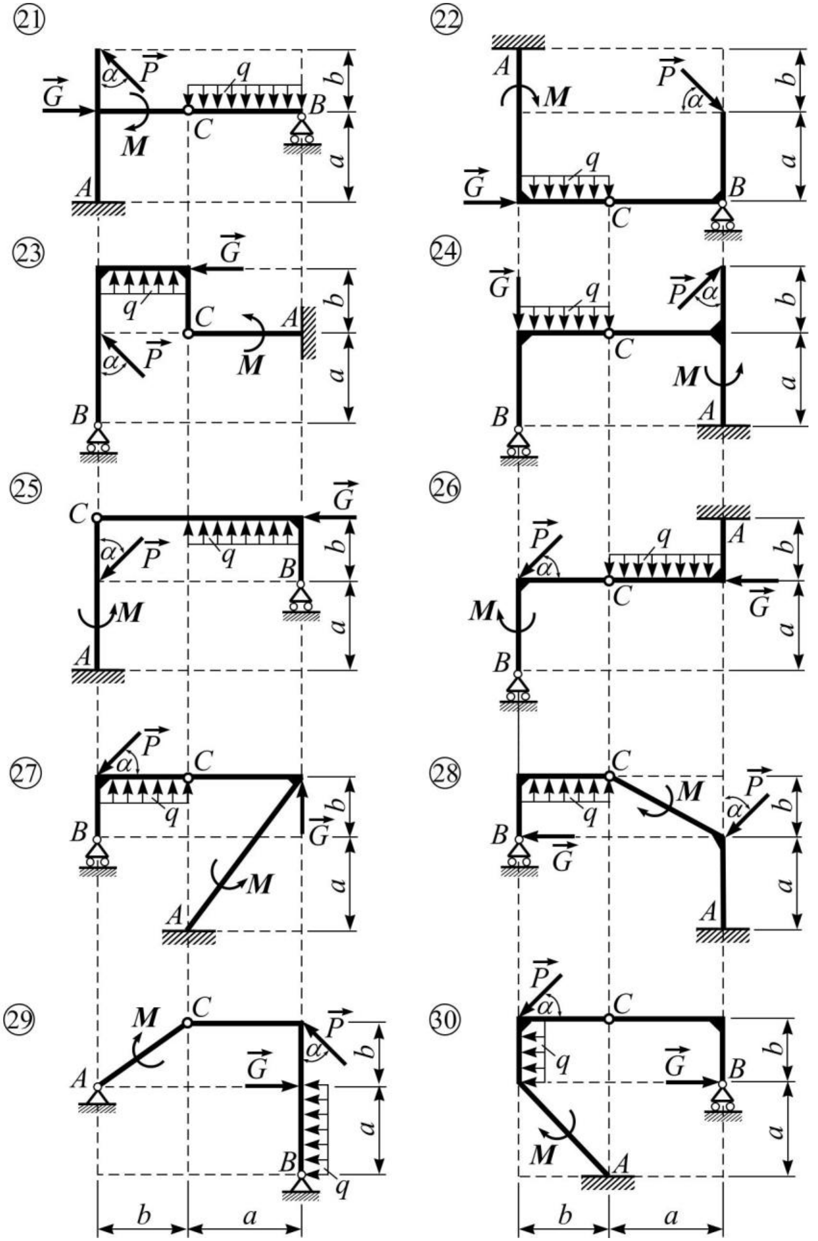

Рис. 2.2 (продовження)

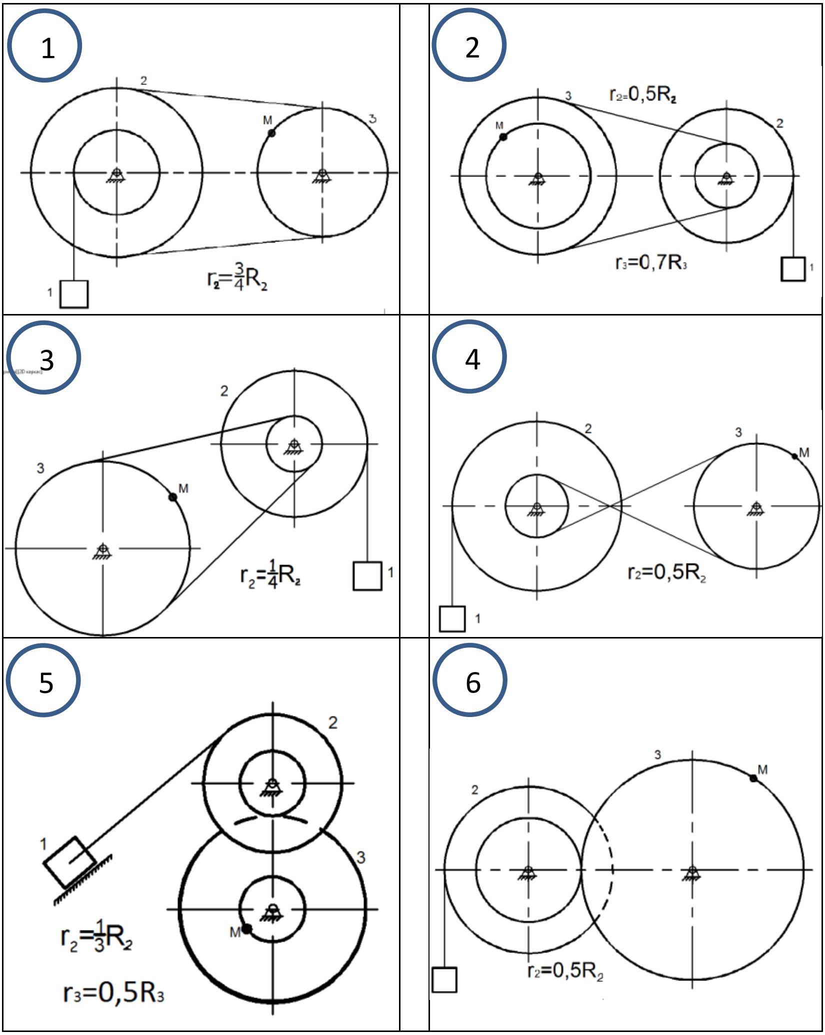
1
2
M
3
1
$r_2=\frac{3}{4}R_2$
2
3
$r_2=0,5R_2$
M
2
$r_3=0,7R_3$
1
3
2
3
M
$r_2=\frac{1}{4}R_2$
1
4
2
3
M
$r_2=0,5R_2$
1
5
2
1
3
M
$r_2=\frac{1}{3}R_2$
$r_3=0,5R_3$
6
3
M
2
$r_2=0,5R_2$

Рис. 2.3

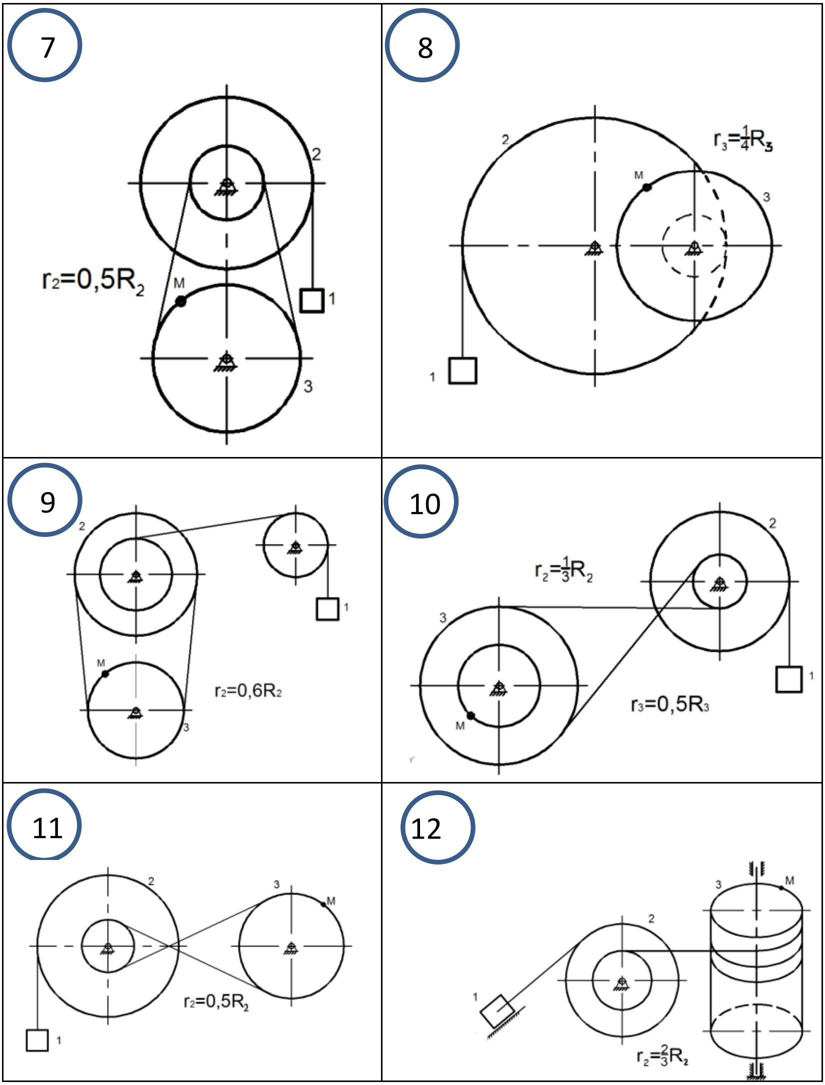

Рис. 2.3 (продовження)

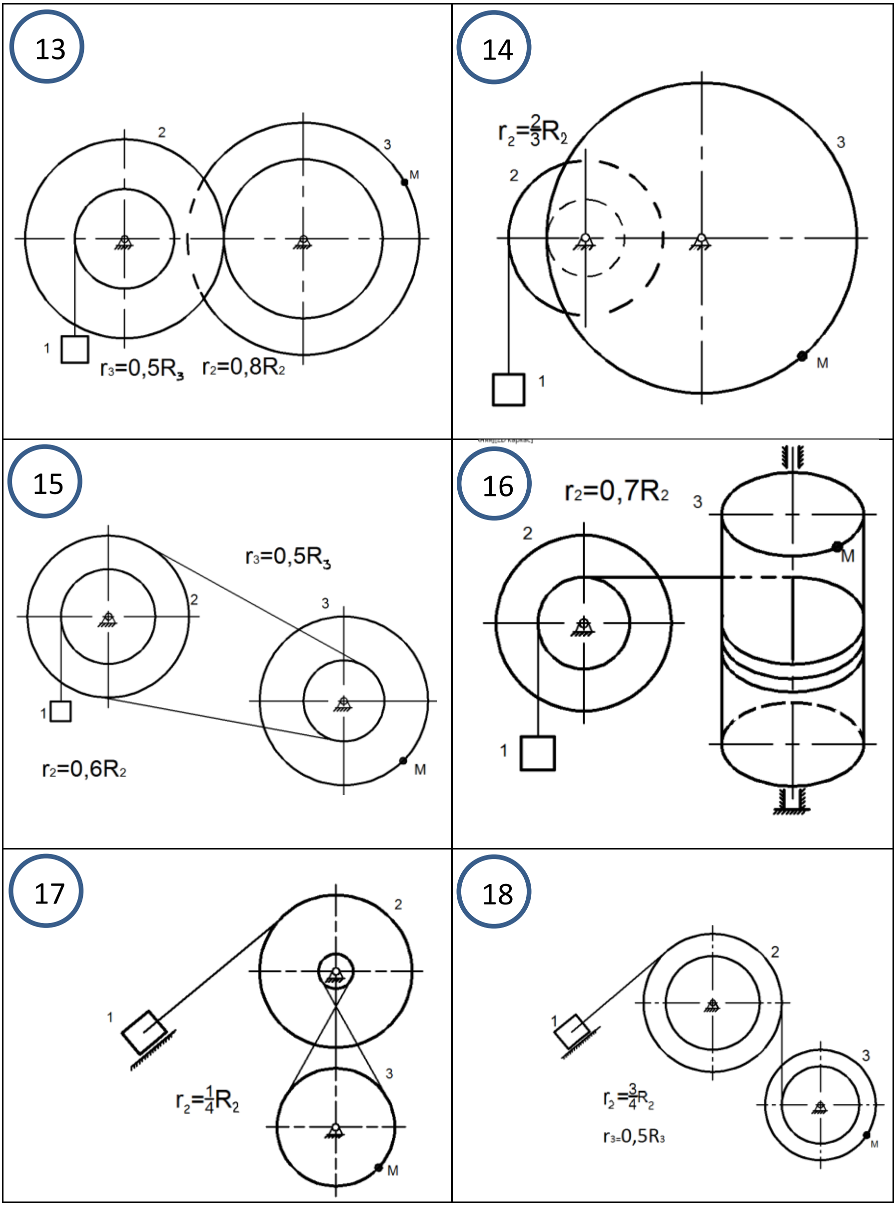

Рис. 2.3 (продовження)

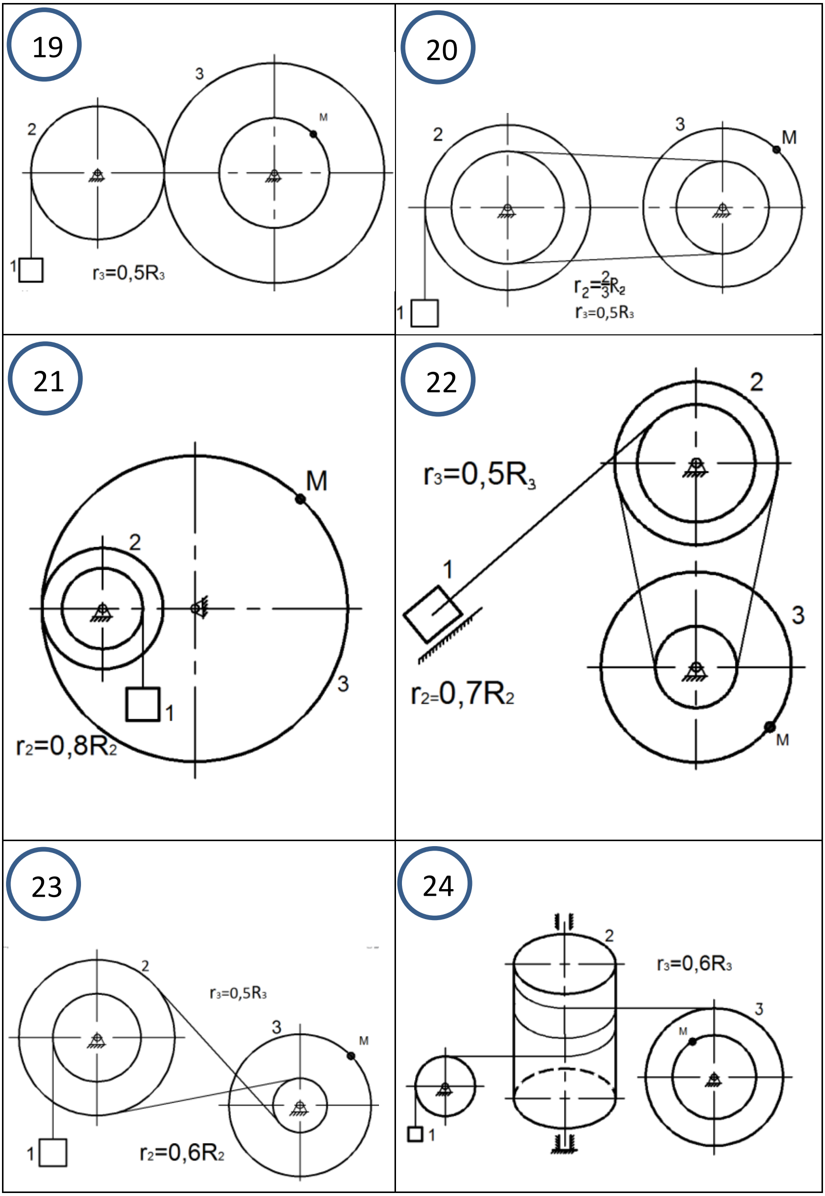

Рис. 2.3 (продовження)

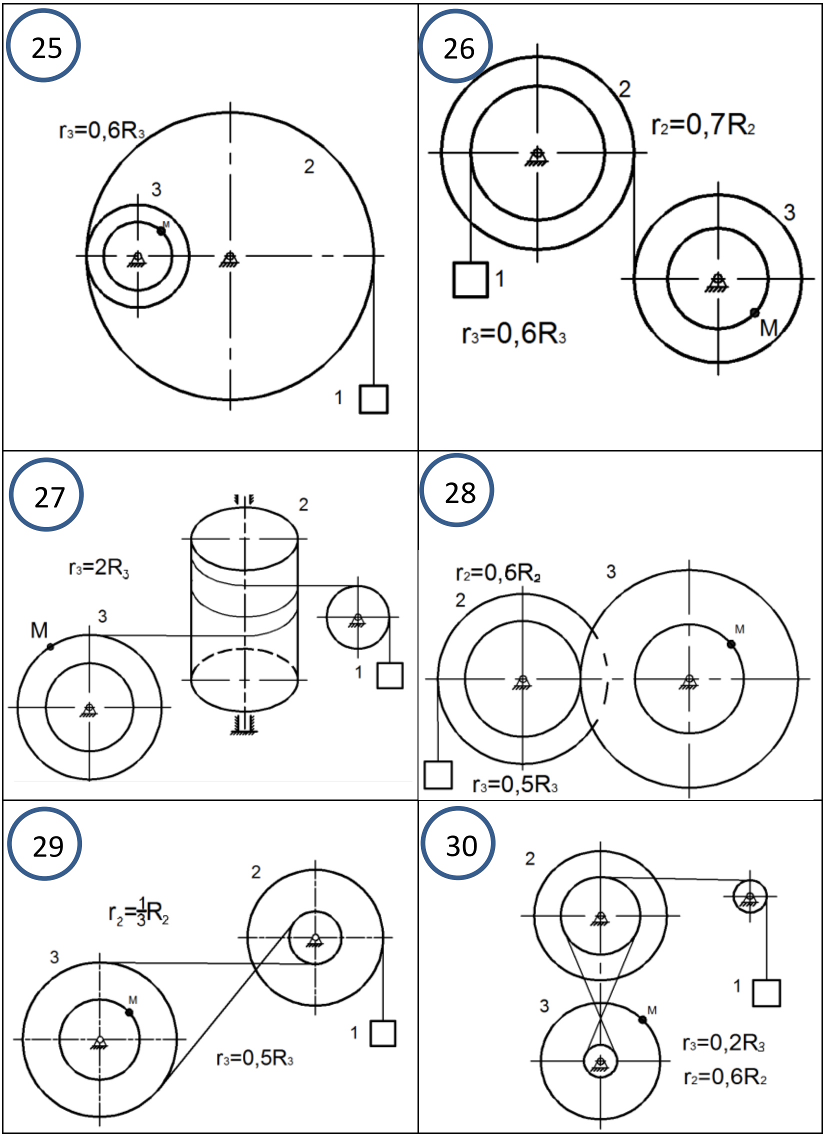

Рис. 2.3 (продовження)

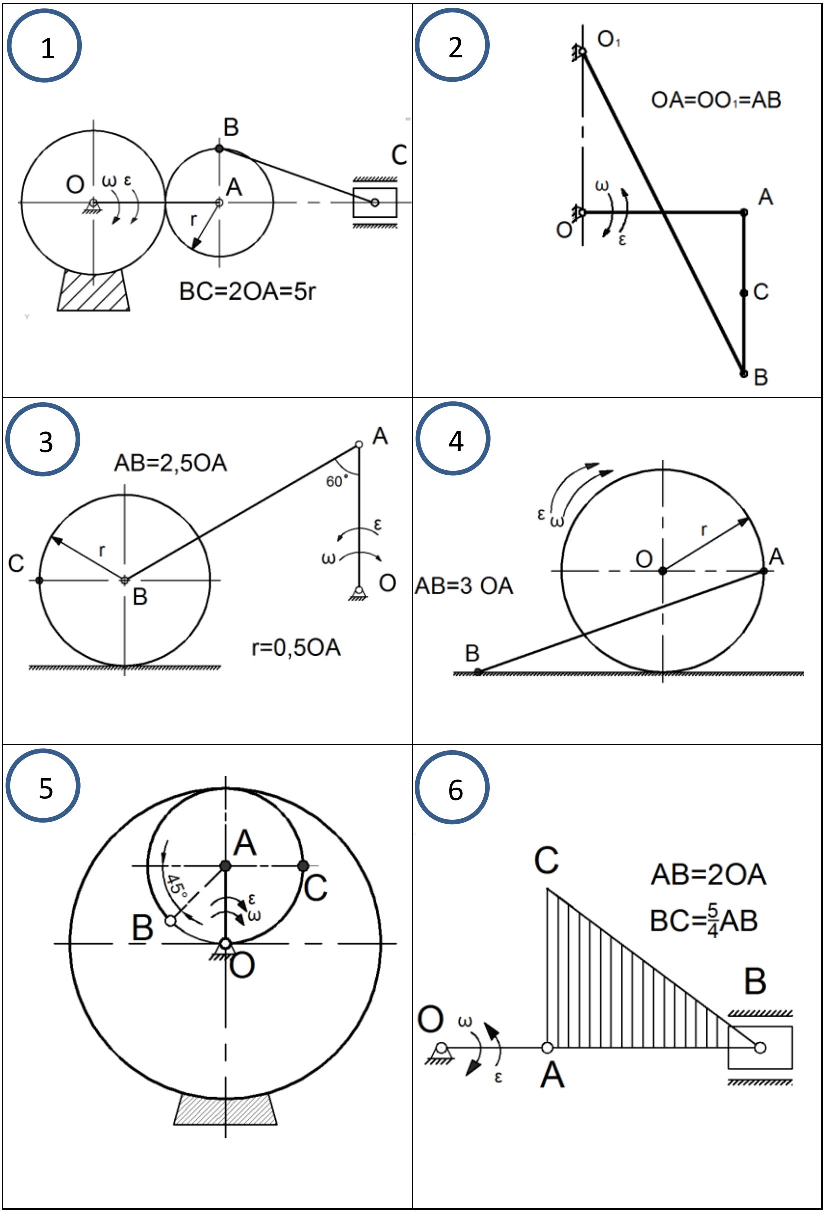
1
B
C
O
ω ε
A
r
BC=2OA=5r
2
O_1
$OA=OO_1=AB$
ω
A
O
ε
C
B
3
A
AB=2,5OA
60°
ε
ω
C
r
B
O
r=0,5OA
4
ε ω
r
O
A
AB=3 OA
B
5
A
45°
ε
ω
C
B
O
6
C
AB=2OA
$BC=\frac{5}{4}AB$
B
O
ω
ε
A

Рис. 2.4

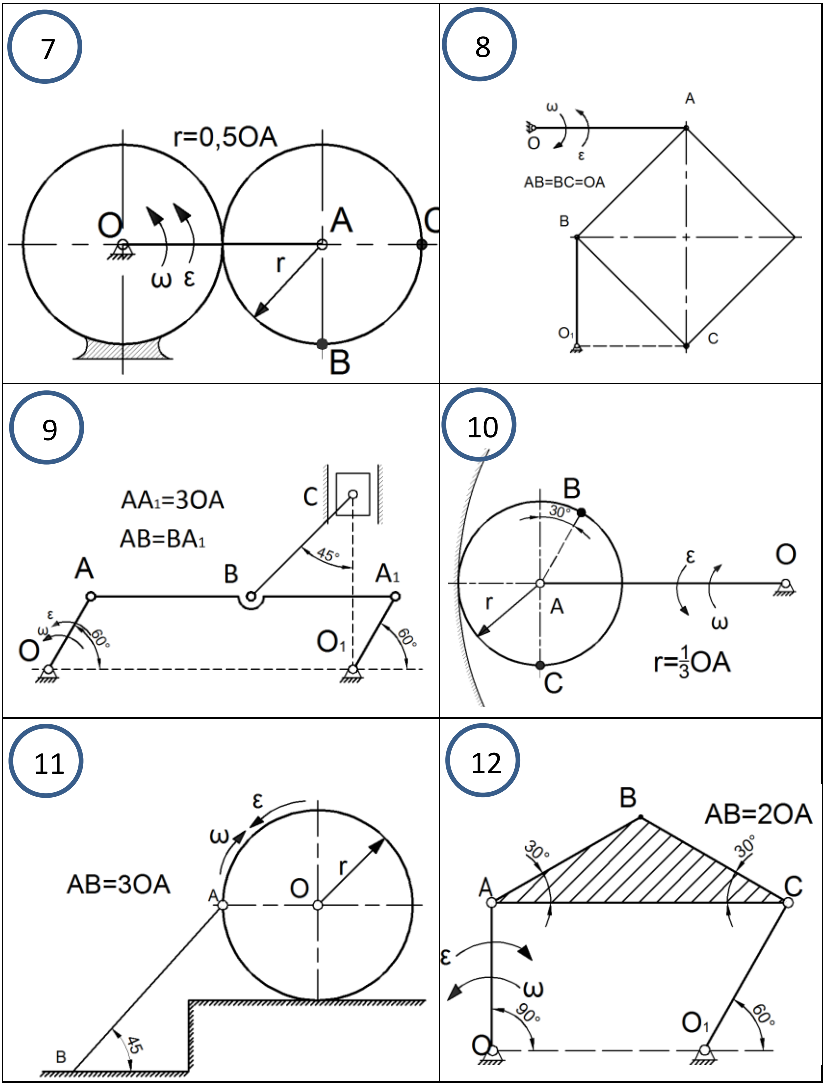

Рис. 2.4 (продовження)

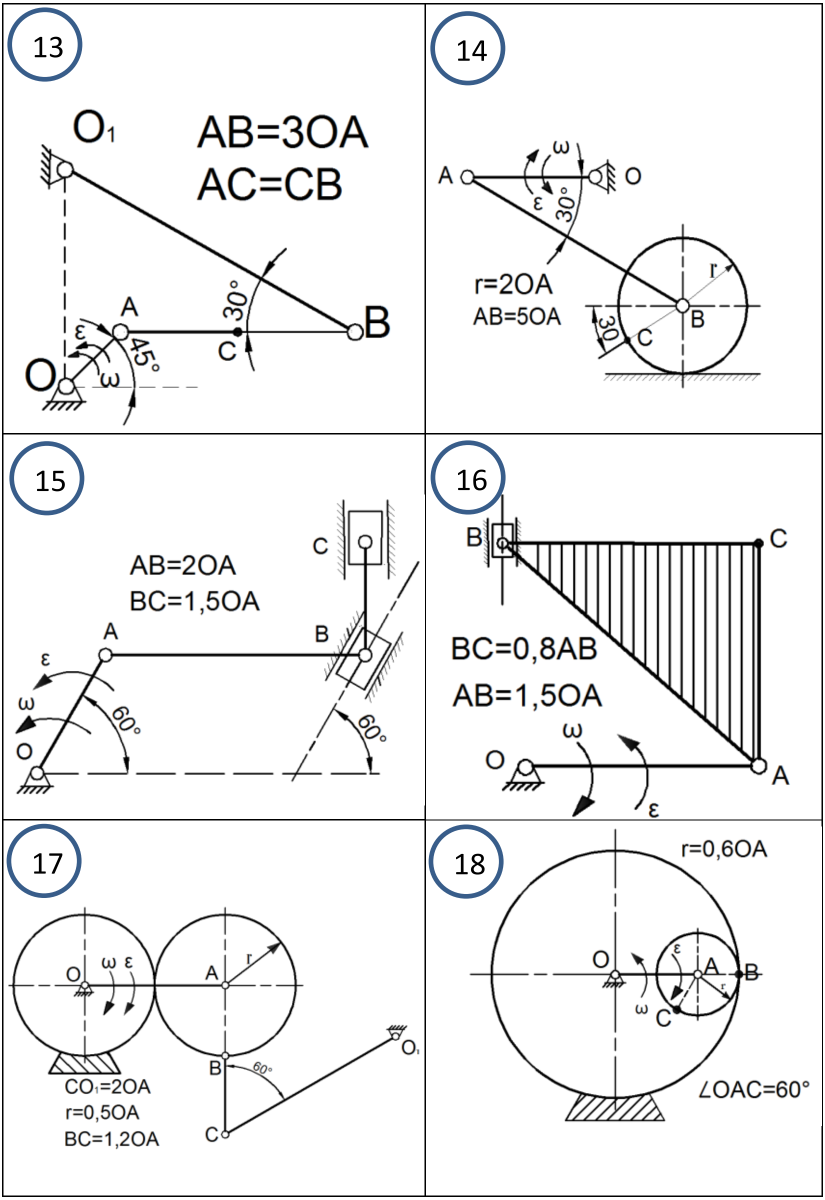

Рис. 2.4 (продовження)

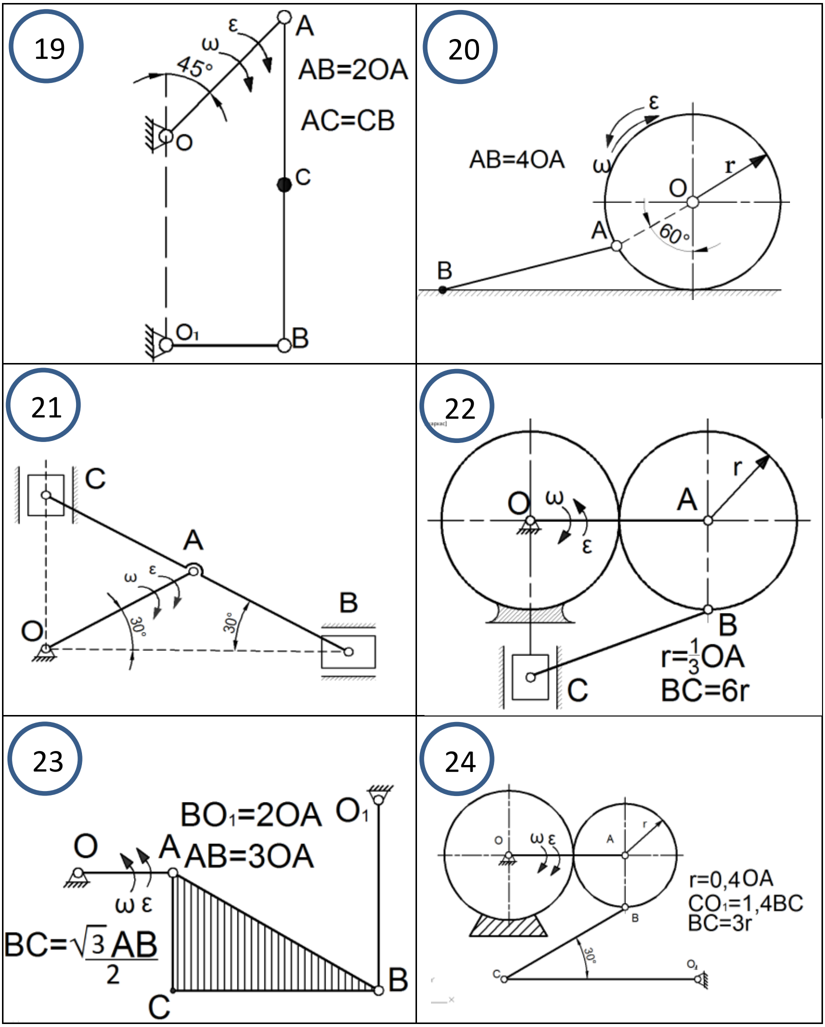

Рис. 2.4 (продовження)

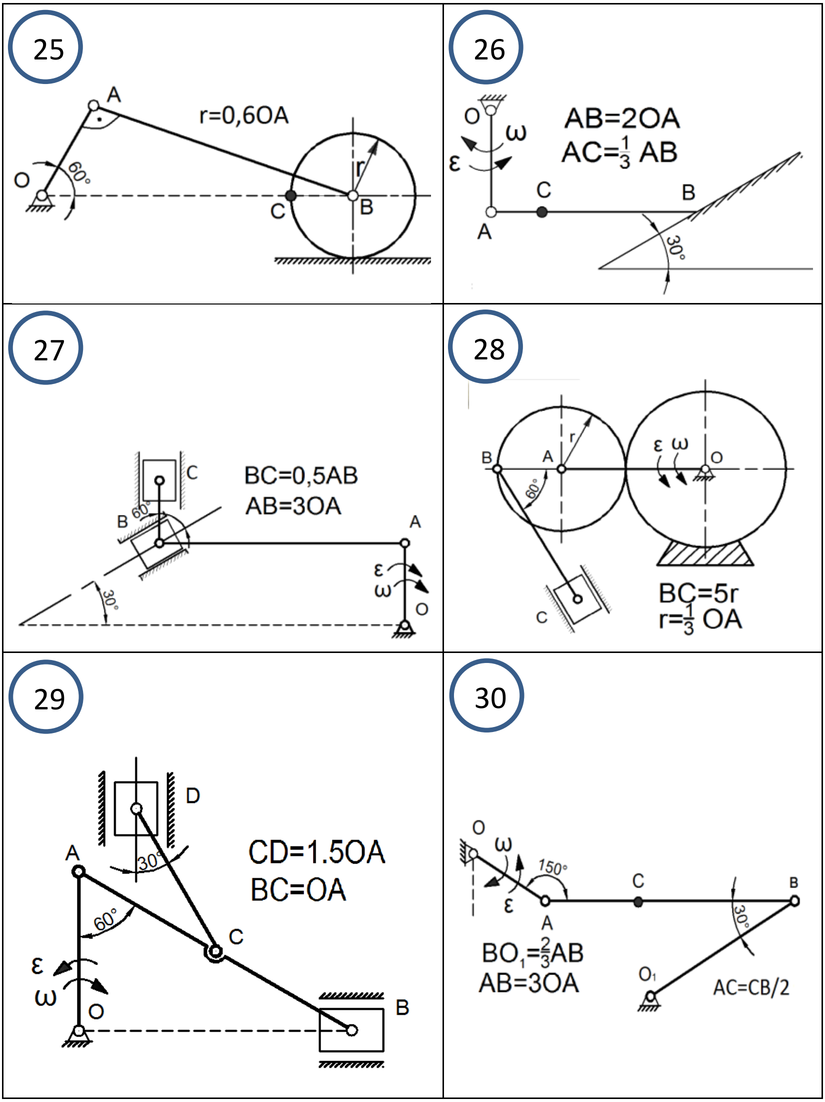

Рис. 2.4 (продовження)

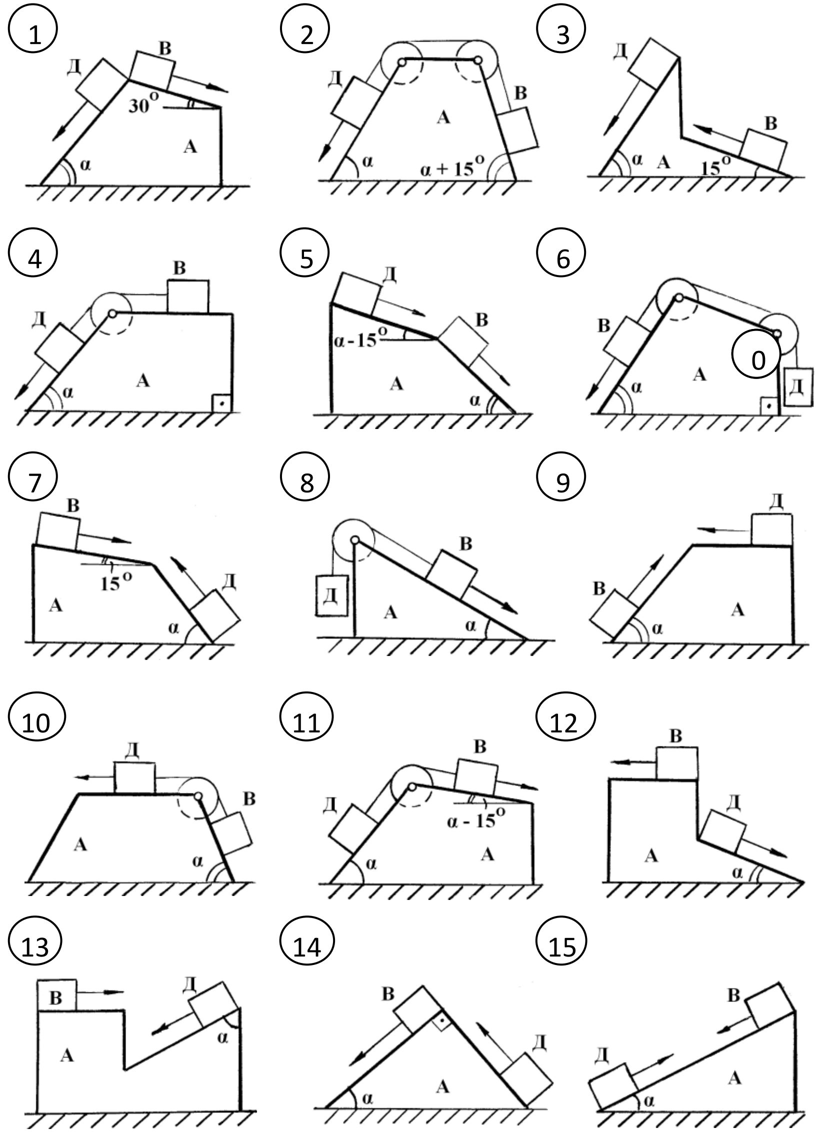
1
Д
В
30°
α
А
2
Д
В
А
α
α + 15°
3
Д
В
α
А
15°
4
Д
В
А
α
5
Д
В
α - 15°
А
α
6
В
0
А
α
Д
7
В
15°
А
Д
α
8
В
Д
А
α
9
Д
В
А
α
10
Д
В
А
α
11
В
Д
α - 15°
α
А
12
В
Д
А
α
13
В
Д
А
α
14
В
Д
А
α
15
В
Д
А
α

Рис. 2.5

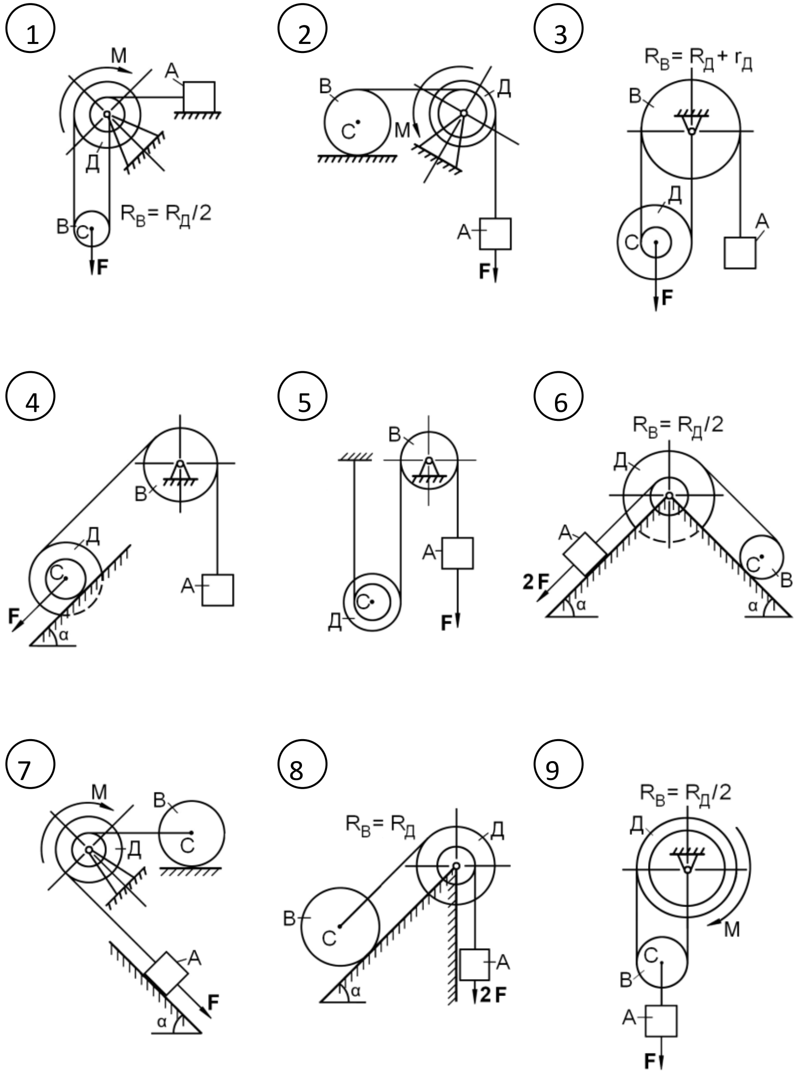
1
M
A
Д
B
C
RB= RД/2
F
2
B
C
M
Д
A
F
3
RB= RД+ rД
B
Д
C
A
F
4
B
Д
C
F
α
A
5
B
A
F
C
Д
6
RB= RД/2
Д
A
2 F
α
C
B
7
M
B
Д
C
A
F
α
8
RB= RД
Д
B
C
α
A
2 F
9
RB= RД/2
Д
M
C
B
A
F

Рис. 2.6

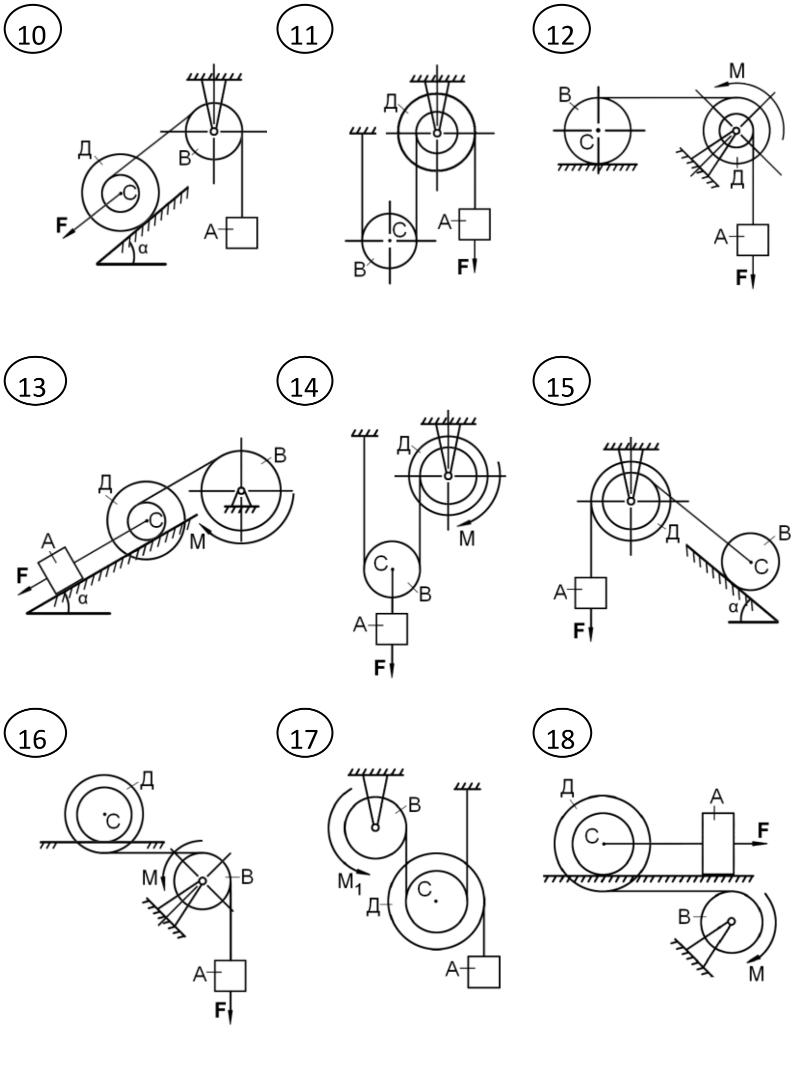

Рис. 2.6 (продовження)

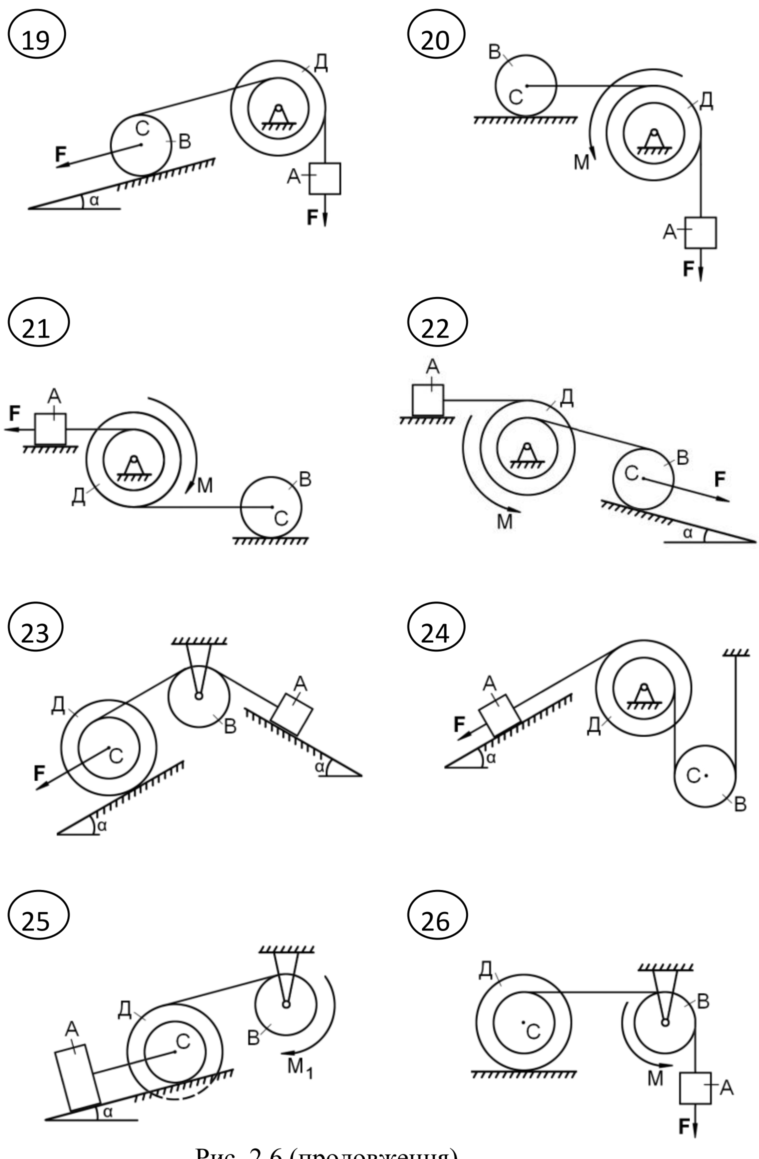

Рис. 2.6 (продовження)

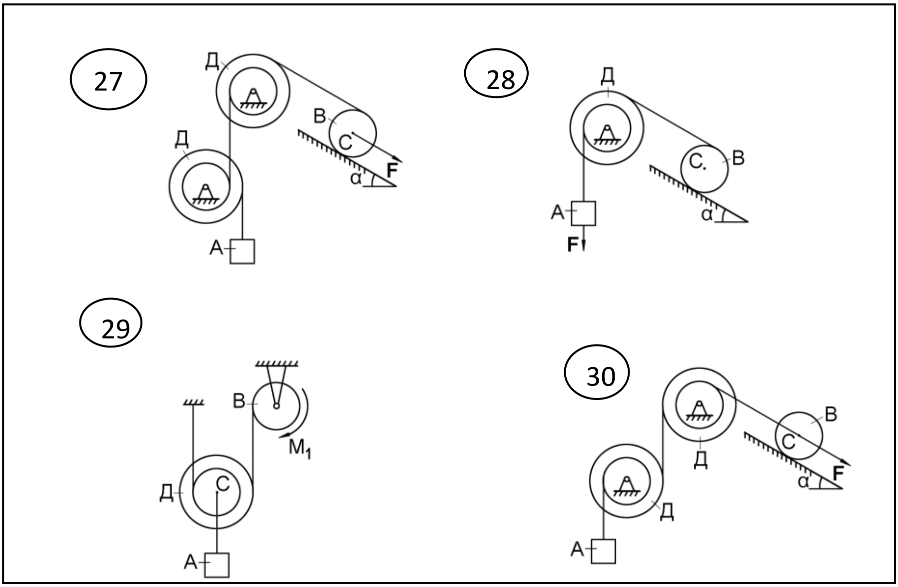

Рис. 2.6 (продовження

Вказівки до самостійної роботи

Самостійна робота студентів над курсом теоретичної механіки є запорукою успішного його засвоєння та складання екзамену або заліку.

Вивчення кожної теми доцільно проводити в такій послідовності: спочатку вивчити теоретичну частину курсу по конспекту та одному з рекомендованих підручників [1,2], пам'ятаючи, що головне – це зрозуміти, а не „завчити"; потім розібратися у розв'язаннях прикладів в конспекті та підручнику, звернувши особливу увагу на методичні вказівки по їх розв'язанню. Якщо виникають труднощі з відповідями, то необхідно знову вернутися до конспекту та підручника й розібратися у відповідному матеріалі.

У випадку труднощів в розумінні якого-небудь питання необхідно звернутися на кафедру за консультацією: відповіді можна отримати лише на конкретні питання як з теорії, так і по розв'язанню задач.

Велику допомогу в розв'язанні задач нададуть студентам навчальні посібники [3,4,5].

3. СТАТИКА

Довільна система сил на площині

Сили, лінії дії яких перетинаються в одній точці, називаються *збіжними.* Для того, щоб система збіжних сил перебувала в рівновазі, необхідно і достатньо рівності нулю рівнодійної цієї системи сил:

$$\vec{R}=\sum\vec{F}_k=0\,. \tag{3.1}$$

Якщо система сил еквівалентна нулю, то кажуть, що система сил зрівноважена, тобто тіло під її дією знаходиться в рівновазі.

Геометрично це означає, що векторний многокутник збіжних сил замкнений: кінець останньої сили збігається з початком першої. У випадку рівноваги системи трьох не паралельних сил можна побудувати трикутник сил (*силовий трикутник*).

Якщо зрівноважена система збіжних сил лежить в одній площині, наприклад Oxy, то отримаємо дві умови рівноваги:

$$\begin{cases}\sum F_{kx}=0,\\ \sum F_{ky}=0.\end{cases} \tag{3.2}$$

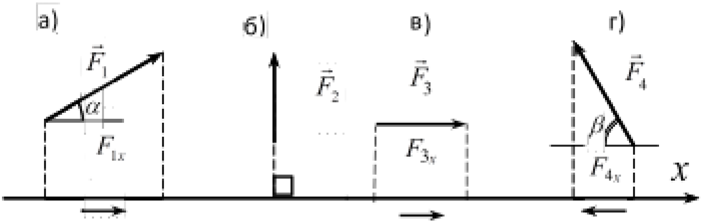

Рис. 3.1

Умови рівноваги (3.2) називають також *рівняннями рівноваги*, з яких шукають невідомі величини під час розв'язання конкретних задач. При складанні рівнянь рівноваги (3.2) необхідно проектувати сили на осі координат.

Проекцією сили $\vec{F}$ **на вісь** називають алгебраїчну величину, яка дорівнює добутку модуля сили на косинус кута між додатним напрямом осі та напрямом сили (рис. 3.1):

$$F_{1x} = F_1 \cos\alpha\,, \quad F_{2x} = 0\,, \quad F_{3x} = F_3\,,$$

$$F_{4x} = F_4 \cos(180^\circ - \beta) = -F_4 \cos\beta\,.$$

Практично, при обчисленні проекції сили на вісь, її модуль множать на косинус гострого кута між вектором сили та віссю і подумки повертають вектор сили на цей кут: знак проекції вважається додатнім, якщо напрями вектора та осі збігаються (рис. 3.1 а) і від'ємним – якщо не збігаються (рис. 3.1 г). *Проекція сили на вісь рівна нулю, якщо сила перпендикулярна до осі* (рис. 3.1 б). *Проекція сили на вісь рівна величині сили, якщо сила паралельна до осі* (рис. 3.1 в).

Вибір напряму координатних осей, на які проектуються сили, не має принципового значення, але під час розв'язання задач *доцільно осі напрямляти перпендикулярно невідомим силам:* отримуємо більш прості рівняння, які легше розв'язати з точки зору математики. В цьому і полягає *раціональність вибору осей координат.*

Якщо тверде тіло перебуває в рівновазі під дією трьох непаралельних сил , розміщених на площині , то лінії дії цих сил перетинаються в одній точці (це *теорема про три сили*). Ця вимога необхідна для рівноваги трьох сил , але вона недостатня , бо необхідно також , щоб усі три сили утворили замкнений трикутник.

Для рівноваги довільної системи сил на площині необхідно і достатньо, щоб головний вектор $\vec{R}*$ та головний момент M_O цієї системи відносно довільного центра O одночасно дорівнювали нулю:

$$\vec{R}* = \sum \vec{F}_k = 0, \quad M_O = \sum m_O\left(\vec{F}_k\right) = 0 . \qquad (3.3)$$

Виходячи з умов (1.3), отримуємо рівняння рівноваги довільної системи сил на площині, які можна записати в трьох альтернативних формах.

Перша форма умов рівноваги: для рівноваги довільної системи сил на площині необхідно та достатньо, щоб алгебраїчні суми проекцій всіх сил на осі системи координат xOy та алгебраїчна сума моментів цих сил відносно довільної точки O дорівнювали нулю:

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0, \\ \sum F_{ky} = 0, \\ \sum m_O\left(\vec{F}_k\right) = 0. \end{cases} \qquad (3.4)$$

Друга форма умов рівноваги (вісь проекцій не $\perp AB$):

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0, \\ \sum m_A\left(\vec{F}_k\right) = 0, \\ \sum m_B\left(\vec{F}_k\right) = 0. \end{cases} \qquad (3.5)$$

Третя форма умов рівноваги (A, B, C довільні точки, які не лежать на одній прямій):

$$\begin{cases} \sum m_A\left(\vec{F}_k\right) = 0, \\ \sum m_B\left(\vec{F}_k\right) = 0, \\ \sum m_C\left(\vec{F}_k\right) = 0. \end{cases} \qquad (3.6)$$

Таким чином, незалежних рівнянь рівноваги три, будь-яке інше рівняння використовується для перевірки розв’язку задачі.

Моментом сили $\vec{F}$ відносно деякої точки *O* називають добуток модуля сили на її плече відносно цієї точки, взятий зі знаком „плюс” або „мінус”:

$$m_O\left(\vec{F}\right) = \pm F\,h . \qquad (3.7)$$

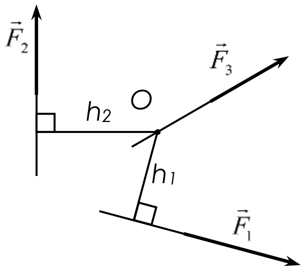

Рис. 3.2

Плечем сили називають найкоротшу відстань від точки до лінії дії сили (довжину перпендикуляра від точки до цієї лінії.

Момент сили вважається *додатним*, якщо сила намагається повернути тіло відносно точки в напрямку *проти ходу* годинникової стрілки (рис. 3.2, сила $\vec{F}_1$) та *від'ємним* – у протилежному випадку (рис. 3.2, сила $\vec{F}_2$). Якщо лінія дії сили проходить через точку – $h = 0$ і момент такої сили відносно точки дорівнює нулю (рис. 3.2, сила $\vec{F}_2$).

Дві рівні за модулем антипаралельні сили, що не лежать на одній прямій, утворюють *пару сил* (рис. 3.3).

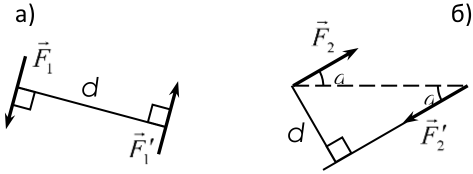

Рис. 3.3

Моментом пари сил називають добуток однієї із сил пари на найкоротшу віддаль (плече) між силами, що утворюють пару:

$$M = \pm F\,d\,. \tag{3.8}$$

Якщо пара сил намагається повернути тіло проти годинникової стрілки, то момент пари вважається *додатним* (рис. 3.3 а), в протилежному випадку – *від'ємним* (рис. 3.3 б).

Слід пам'ятати, що пара сил не може бути зрівноважена однією силою і що пару сил можна переносити в будь-яке положення в площині її дії; крім того у пари сил можна міняти модулі сил пари так, щоб алгебраїчний момент пари залишався незмінним. Зауважимо також, що алгебраїчна сума проекцій сил, що утворюють пару, на будь-яку вісь рівна нулю, і таким чином в рівняння проекцій сил момент пари сил не входить.

При визначенні реакцій в'язей розподілене навантаження замінюють зосередженою силою; на рис 3.4 наведені два основні випадки такої

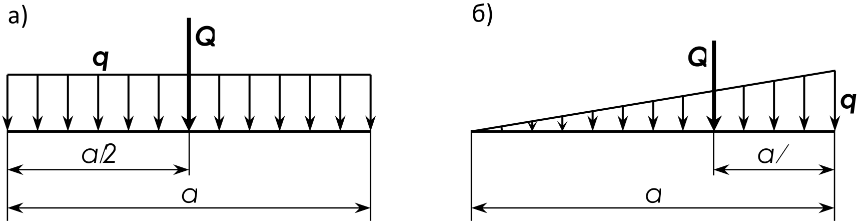

Рис. 3.4

заміни: $Q = qa$ (рис. 3.4 а), $Q = 1/2qa$ (рис. 3.4 б).

Силу, яка діє на тіло під деяким кутом α, бажано розкладати на складові, які паралельні координатним осям (рис. 3.5) та потім застосовувати ***теорему Варіньйона:*** *момент рівнодійної відносно деякої точки дорівнює алгебраїчній сумі моментів складових сил відносно цієї ж точки*. Такий підхід спрощує розрахунок, бо не треба шукати плече h, що добре видно для випадку на рис. 3.5: $F_x = Fcos\alpha$, $F_y = Fsin\alpha$.

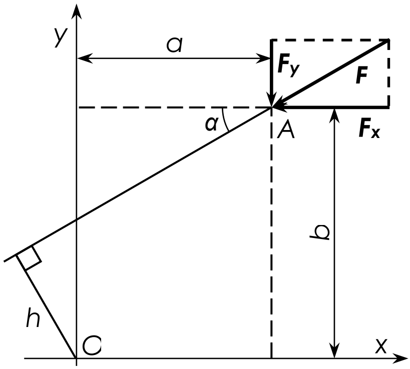

Рис. 3.5

$$m_A\left(\vec{F}\right) = F_x b - F_y a = F\left(b\cos\alpha - a\sin\alpha\right).$$

При розв'язанні будь-якої задачі статики на рівновагу дотримуються наступної послідовності.

1. Необхідно вибрати тіло (або точку), рівновагу якого (якої) будемо розглядати.
2. Прикласти до нього (неї) активні сили.
3. Відкинути в'язі, а їх дію замінити реакціями в'язей.
4. Визначити, яка система сил діє на тіло (точку) та вибрати раціонально систему координат.
5. Скласти необхідну кількість рівнянь рівноваги і розв'язати їх відносно невідомих.
6. Провести аналіз отриманих результатів.

При розв’язанні задач статики про рівновагу кількість невідомих не повинна перевищувати кількості рівнянь рівноваги – це означає, що задача має бути статично означеною. Якщо ж невідомих більше кількості рівнянь рівноваги, то таку статично неозначену задачу неможливо розв’язати методами теоретичної механіки: ці задачі розв’язують методами опору матеріалів, додаючи до рівнянь рівноваги зі статики рівняння деформацій.

Приклад 1. На консольну балку *AC* (рис. 3.6 а) діє сила $\vec{F}$, пара сил з моментом *M* та рівномірно розподілене навантаження інтенсивністю q. Визначити реакції опор *A* та *B*, якщо $F = 2$ *кН*, $M = 5$ *кН·м*, $q = 3$ *кН/м*, $a = 2$ *м*, $b = 3$ *м*, $c = 1$ *м*.

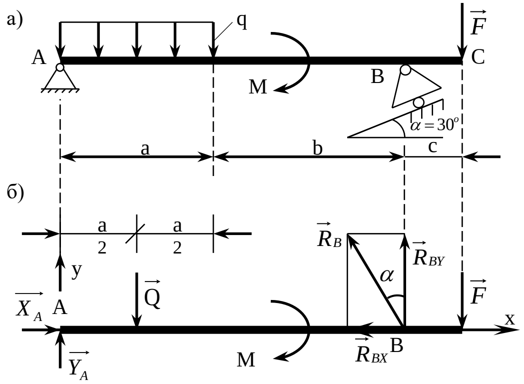

Рис.3.6

Розв’язання.

Розглянемо рівновагу балки *AC*: в’язями для неї є шарнірно-рухома опора *B*, напрям реакції $\vec{R}_B$ якої відомий (перпендикулярно до площини опори) та шарнірна нерухома опора *A*, напрям реакції якої заздалегідь невідомий, тому представляємо її у вигляді двох складових $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$.

Відкидаємо в’язі і замінюємо їх дію на балку реакціями в’язей $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{R}_B$ (рис. 3.6 б); прикладаємо до балки активні сили $\vec{F}$, $\vec{Q}$ ($Q = qa = 3 \cdot 2 = 6\,кН$) та пару сил з моментом *M*. На рис. 3.6 б зображена розрахункова схема та вибрана система координат *xAy*.

На балку діє плоска довільна система сил, незалежних рівнянь рівноваги три, невідомих також три ($\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{R}_B$), задача статично означена.

Складаємо рівняння рівноваги:

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0, \qquad X_A - R_B \sin\alpha = 0, \\ \sum m_A\left(\vec{F}_k\right) = 0, \quad R_B \cos\alpha\left(a+b\right) - F\left(a+b+c\right) - Qa/2 - M = 0, \\ \sum m_B\left(\vec{F}_k\right) = 0, \; -Y_A\left(a+b\right) + Q\left(a/2+b\right) - Fc - M = 0. \end{cases}$$

Розв’язуємо отриману систему рівнянь, визначаємо невідомі реакції:

$$\begin{cases} X_A = R_B \sin\alpha, \\ R_B \cdot 5\cos\alpha = F \cdot 6 + Q \cdot 1 + M, \\ Y_A \cdot 5 = Q \cdot 4 - F \cdot 1 - M, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} X_A \approx 5.31 \cdot \sin 30^\circ \approx 2.66\,\kappa H, \\ R_B = (2 \cdot 6 + 6 \cdot 1 + 5)/5\cos 30^\circ \approx 5.31\,\kappa H, \\ Y_A = (6 \cdot 4 - 2 \cdot 1 - 5)/5 = 3.4\,\kappa H. \end{cases}$$

Перевіримо отримані результати:

$$\sum F_{ky} = (Y_A + R_B \cos\alpha) - (Q + F) =$$
$$= (3.4 + 5.31 \cdot \cos 30^\circ) - (6 + 2) = -0.001\,\kappa H,$$

що є достатнім при прийнятій точності обчислень. Реакції опор знайдено правильно. Знаки “плюс” свідчать про те, що реакції $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, $\vec{R}_B$ напрямлені на рис. 3.6 б правильно.

<u>Відповідь:</u> $R_B \approx 5.31\,\kappa H,\;\; Y_A = 3.4\,\kappa H,\;\; X_A \approx 2.66\,\kappa H$.

<u>Розрахунок складених конструкцій</u>

Складеною конструкцією називають сукупність кількох твердих тіл, які вільно спираються одне на одне або з’єднані між собою нежорсткими в’язями (наприклад, шарнірами, гнучкими пасами, тросами тощо).

Якщо система з n тіл перебуває в рівновазі, то кожне з цих тіл також перебуває в рівновазі, тому розрахунок складених конструкцій з n тіл може вестися двома шляхами:

розглядається рівновага кожного з n тіл окремо;

розглядається рівновага всієї системи, а потім окремо ще $n - 1$ тіл, що входять до системи.

В обох випадках маємо $3n$ рівнянь рівноваги, розв’язання яких простіше (з точки зору математики) в першому випадку. Зауважимо, що при розгляді рівноваги кожного тіла слід враховувати сили взаємодії між окремими тілами (внутрішні сили). Ці сили відповідно до аксіоми рівності дії та протидії завжди рівні між собою за величиною та протилежні за напрямком.

Приклад 2. Дві рами (рис. 3.7 а) шарнірно з'єднані між собою в точці *С*. Ліва рама жорстко защемлена в точці *А*, а права прикріплена в точці *В* до шарнірно-рухомої опори. На систему діють сила $\vec{F}$, пара сил з моментом *М* та розподілені навантаження на ділянках *АД* та *ВК*. Визначити реакції опор *А* та *В* і тиск в шарнірі *С*, якщо $F = 10$ *кН*, $M = 5$ *кН·м*, $q = 2$ *кН/м*, $a = 2$ *м*, $b = 3$ *м*, $\alpha = 45°$. Зробити перевірку.

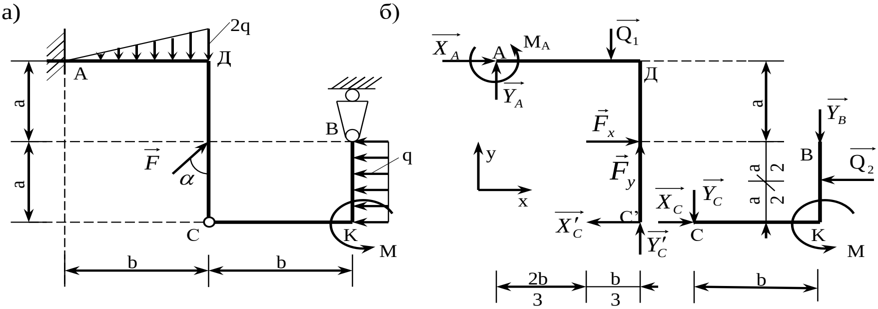

Рис. 3.7

Розв'язання.

Розрахунок складеної з двох рам конструкції почнемо з розгляду рівноваги правої рами *ВКС*, для чого роз'єднаємо складену конструкцію на дві частини (рис. 3.7 б). В точці *С* зображаємо сили взаємодії між лівою і правою частинами конструкції:

$$\vec{X}'_C = -\vec{X}'_C,\ \ \vec{Y}'_C = -\vec{Y}_C .$$

На раму *ВКС* діє активна сила $\vec{Q}_2$ ($Q_2 = qa = 4\,кН$) та пара сил з моментом *М*. Звільняємось від в'язі в точці В (шарнірно-рухома опора) і заміняємо її дію реакцією в'язі $\vec{Y}_B$. На раму діє плоска довільна система сил, незалежних рівнянь рівноваги три:

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0, \ \ X_C - Q_2 = 0, \\ \sum F_{ky} = 0, \ \ -Y_B - Y_C = 0, \\ \sum m_K\left(\vec{F}_k\right) = 0, \ \ Y_C b + Q_2\, a/2 + M = 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо систему рівнянь відносно невідомих:

$$X_C = Q_2 = 4\,кН,$$

$$Y_B = -Y_C = \left(M + \tfrac{1}{2}Q_2 a\right)/b = (5+4)/3 = 3\,кН.$$

Розглянемо рівновагу лівої рами *АДС*` (рис. 3.7 б).

Відкидаємо жорстке защемлення *А* і заміняємо дію цієї в'язі трьома складовими $\vec{X}_A$, $\vec{Y}_A$, M_A. Активну силу $\vec{F}$ розкладаємо також на складові ($F_x = F\sin\alpha,\ F_y = F\cos\alpha$), що в подальшому надасть можливість використати теорему Варіньйона при обчисленні моменту сили $\vec{F}$, а навантаження розподілене за лінійним законом заміняємо активною силою $\vec{Q}_1$ ($Q_1 = qb/2 = 6\,кН$), яку прикладаємо на віддалі $2b/3$ від точки A. На раму *АДС`* діє плоска довільна система сил, незалежних рівнянь рівноваги три:

$$\begin{cases} \sum F_{kx} = 0, \quad X_A - X'_C + F_x = 0, \\ \sum F_{ky} = 0, \quad Y_A + Y'_C + F_y - Q_1 = 0, \\ \sum m_A(\vec{F}_k) = 0, \quad M_A - X'_C \cdot 2a + Y'_C b + F_x a + + F_y b - Q_1 \cdot 2b/3 = 0. \end{cases}$$

Розв'язуємо отриману систему рівнянь, визначаємо невідомі величини:

$$X_A = -F\sin 45° + X_C = -5\sqrt{2} + 4 \approx -3.07\,кН,$$
$$Y_A = -F\cos 45° + Q_1 - Y_C = -5\sqrt{2} + 9 \approx 1.93\,кН,$$
$$M_A = -F_x a - F_y b + Q_1 \cdot 2b/3 + X_C \cdot 2a - Y_C b =$$
$$= -5\sqrt{2} \cdot (2+3) + 6 \cdot 2 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 3 =$$
$$= 37 - 25\sqrt{2} \approx 1.64\,кН \cdot м.$$

Перевіримо ці результати:

$$\begin{gathered} \sum m_C(\vec{F}_k) = ((M_A - X_A \cdot 2a - Y_A b) - (F_x a - Q_1 b/3)) + (-Y_B b + (Q_2\, a/2 + M)) = \\ = ((37 - 25\sqrt{2} + (5\sqrt{2} - 4) \cdot 4 + (5\sqrt{2} - 9) \cdot 3) - (5\sqrt{2} \cdot 2 - 6 \cdot 1)) + \\ + (-3 \cdot 3 + (4 \cdot 1 + 5)) = ((-6 + 10\sqrt{2}) - (10\sqrt{2} - 6)) + (9 - 9) = 0 + 0 = 0. \end{gathered}$$

Реакції знайдено правильно, знаки „мінус" означають, що складові $\vec{X}_A$, $\vec{X}_C$, $\vec{X}'_C$ мають напрямки протилежні до зображених на рис. 3.7 б.

<u>*Відповідь:*</u>

$$X_A \approx -3.07\,кН,\ Y_A \approx 1.93\,кН,\ M_A \approx 1.64\,кН \cdot м,$$
$$X_C = 4\,кН,\ Y_C = -3\,кН,\ Y_B = 3\,кН.$$

4. КІНЕМАТИКА

<u>Найпростіші рухи твердого тіла</u>

У кінематиці розглядаємо всі тверді тіла як абсолютно тверді. ***Абсолютно твердим тілом*** називається таке матеріальне тіло, відстань між двома довільними точками якого весь час залишається незмінною.

В задачах кінематики твердого тіла визначають кінематичні характеристики тіла в цілому і окремих його точок. До найпростіших рухів твердого тіла відносяться поступальний рух та обертальний рух навколо нерухомої осі.

Поступальним рухом називається такий рух твердого тіла, під час якого довільна пряма, що проведена в тілі, залишається паралельною сама собі. Під час поступального руху тіла всі його точки рухаються по однакових траєкторіях (при накладанні вони збігаються) і мають в кожний момент часу однакові за величиною і напрямом швидкості та прискорення.

Обертальним рухом тіла навколо нерухомої осі називається такий рух, при якому принаймні дві точки тіла нерухомі. Нерухома пряма, що проходить через ці точки, називається віссю обертання.

При обертанні тіла кут повороту φ змінюється з часом, тобто він є функцією часу:

$$\varphi=\varphi(t)\,. \tag{4.1}$$

Рівняння (4.1) -закон обертального руху тіла навколо нерухомої осі.

Кутова швидкість характеризує зміну кута повороту φ тіла з часом.

$$\omega=\frac{d\varphi}{dt},\quad [\omega]=\frac{рад}{c}=c^{-1}\,. \tag{4.2}$$

Кутове прискорення тіла характеризує зміну кутової швидкості з часом.

$$\varepsilon=\frac{d\omega}{dt}=\frac{d^2\varphi}{dt^2},\quad [\varepsilon]=\frac{рад}{c^2}=c^{-2}\,. \tag{4.3}$$

Лінійна швидкість точки тіла, дорівнює добутку кутової швидкості на радіус кола, що описує точка при обертанні:

$$V_M=\omega R\,. \tag{4.4}$$

Повне прискорення точки M тіла дорівнює геометричній сумі нормального і тангенціального прискорень:

$$\vec{a}_M=\vec{a}_M^{\,n}+\vec{a}_M^{\,\tau}\,. \tag{4.5}$$

Модуль прискорення обчислюється за формулою:

$$a_M=\sqrt{\left(a_M^n\right)^2+\left(a_M^\tau\right)^2}\,. \tag{4.6}$$

Модулі нормального і тангенціального прискорень відповідно дорівнюють:

$$a_M^n=\omega^2 R,\quad a_M^\tau=\varepsilon R\,. \tag{4.7}$$

Приклад 3. Зубчасте колесо A радіусом $R_1=0{,}6\ м$ перебуває в зовнішньому зачепленні з колесом B радіусу $R_2=0{,}3\ м$. На виступ радіусом $r_1=0{,}4\ м$ колеса A (рис. 4.1) намотано нитку, до кінця якої підвішений тягар. Тягар починає опускатись вниз за законом $S = 0{,}6\ t^2$ *м*. Визначити повне прискорення точки *M* на ободі колеса *B* в момент часу $t_1 = 2$ *с*.

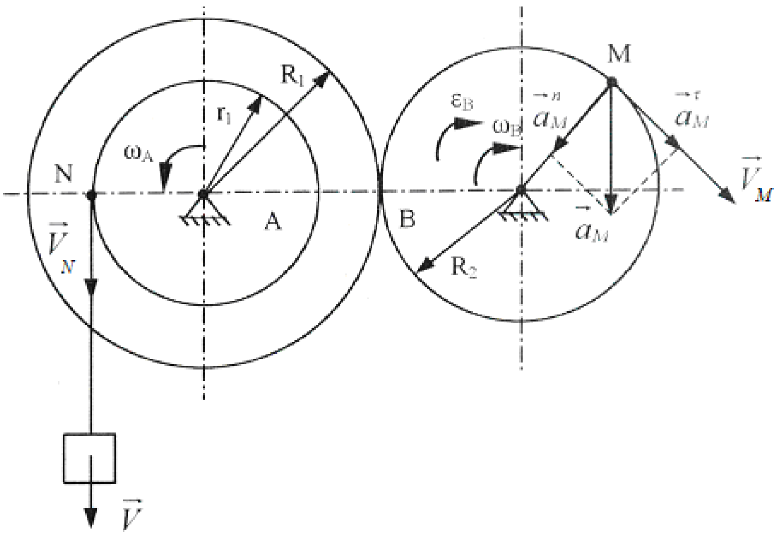

Рис.4.1

Розв'язання.

Тягар рухається поступально, а колеса А і В перебувають в обертальному русі.

Визначимо швидкість тягаря: $V = \dot{S} = 1{,}2t\ м/c$.

Напрямляємо вектор швидкості тягаря (рис. 4.1). Лінійна швидкість точки *N* колеса *A* рівна швидкості тягаря: $\vec{V}_N = \vec{V}.$

Визначимо кутову швидкість колеса *A*:

$$\omega_A = \frac{V_N}{r_1} = \frac{1{,}2t}{0{,}4} = 3t\,.$$

Визначимо кутову швидкість колеса *B*:

$$\omega_A R_1 = \omega_B R_2, \Rightarrow \omega_B = \omega_A \frac{R_1}{R_2} = 3t \cdot \frac{0{,}6}{0{,}3} = 6t\,.$$

Визначимо кутове прискорення колеса *B*:

$$\varepsilon_B = \frac{d\omega_B}{dt} = 6\,c^{-2}.$$

При $t_1 = 2c$: $\omega_B = 6 \cdot 2 = 12\,c^{-1}$.

Визначимо швидкість та прискорення точки *M* при $t_1 = 2c$:

$$V_M = \omega_B R_2 = 12 \cdot 0{,}3 = 3{,}6\, м/с;$$

$$a_M = \sqrt{\left(a_M^n\right)^2 + \left(a_M^\tau\right)^2};$$

$$a_M^n = \omega_B^2 R_2 = 12^2 \cdot 0{,}3 = 43{,}2\, м/с^2;$$

$$a_M^\tau = \varepsilon_B R_2 = 6 \cdot 0{,}3 = 1{,}8\, м/с^2;$$

$$a_M = \sqrt{43{,}2^2 + 1{,}8^2} = 43{,}24\, м/с^2.$$

Покажемо напрямки векторів швидкості та прискорень точки *M* $\vec{V}_M$, $\vec{a}_M$, $\vec{a}_M^{\,n}$, $\vec{a}_M^{\,\tau}$ на рис. 4.1.

<u>*Відповідь:*</u> $V_M = 3{,}6\, м/с$, $a_M = 43{,}24\, м/с^2$.

<u>Плоскопаралельний рух твердого тіла</u>

Плоскопаралельним (плоским) називається такий рух твердого тіла, при якому всі його точки рухаються в площинах, паралельних деякій нерухомій площині.

Закон плоского руху в координатній формі:

$$\begin{cases} x_A = x_A(t), \\ y_A = y_A(t), \\ \varphi = \varphi(t), \end{cases} \tag{4.8}$$

де x_A, y_A – координати полюса, φ – кут повороту рухомої системи координат відносно нерухомої.

Швидкість будь-якої точки плоскої фігури можна визначити, використовуючи *миттєвий центр швидкостей*.

Миттєвим центром швидкостей (МЦШ) називається точка *P* незмінно зв’язана з плоскою фігурою, швидкість якої в даний момент часу дорівнює нулю.

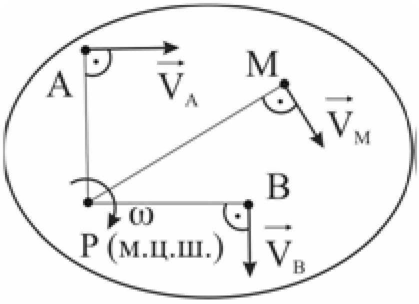

Рис. 4.2

Якщо відомі напрямки швидкостей $\vec{V}_B$ *і* $\vec{V}_A$ двох точок плоскої фігури (рис. 4.2), то положення МЦШ знаходять як точку перетину перпендикулярів, проведених в точках *A* і *B* до напрямків їх швидкостей. Якщо миттєвий центр швидкостей *P* знайдений, то швидкість будь-якої точки *M* фігури напрямлена перпендикулярно до відрізка *MP* в бік обертання плоскої фігури

Величини швидкостей точок плоскої фігури пропорційні їх віддалям до миттєвого центра швидкостей:

$$\frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP} = \frac{V_M}{MP} = \omega \,. \tag{4.9}$$

Приклад 4. Кривошип *OA* (рис. 4.3), обертаючись з кутовою швидкістю 6 c^{-1}, приводить в рух пластинку *ABC* і коромисло *BD*. Визначити швидкості точок *A*, *B* і *C*, кутові швидкості пластинки *ABC* і коромисла в момент, коли $OA \perp AC$, $OA \perp BD$, якщо $OA = 0{,}2$ *м*, $AC = 0{,}3$ *м*, $BD = 0{,}4$ *м*, $\angle ACB = 90°$.

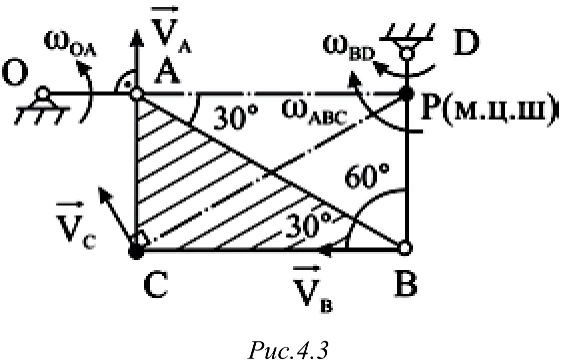

Рис.4.3

Розв'язання.

Проведемо кінематичний аналіз руху ланок механізму. Ланки ОА і ВД перебувають в обертальному русі. Ланка АВС знаходиться в плоскому русі.

Визначимо швидкість точки *A*:

$V_A = \omega_{OA} OA = 6 \cdot 0{,}2 = 1{,}2\, м/с$; вектор $\vec{V}_A \perp OA$.

Оскільки $\vec{V}_B \perp BD$,–знаходимо положення МЦШ (точка *P*) пластинки *ABC* на перетині перпендикулярів до швидкостей точок *A* і *B*. Отже, $\vec{V}_C \perp CP$.

Визначаємо V_B, V_C, ω_{ABC}:

$$\frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP} = \frac{V_C}{CP} = \omega_{ABC},$$

$$V_B = V_A \frac{BP}{AP} = V_A \operatorname{tg} 30° = 1{,}2 / \sqrt{3} \approx 2{,}08\, м/с;$$

$$V_C = V_B \frac{CP}{BP} = 2 V_B = 2 \cdot 1{,}2 / \sqrt{3} \approx 4{,}17\, м/с;$$

$$\omega_{ABC} = \frac{V_B}{BP} = \frac{V_B}{BC} = \frac{1{,}2}{0{,}3 \cdot \sqrt{3}} = 4 / \sqrt{3} \approx 2{,}31 c^{-1}.$$

Визначимо кутову швидкість коромисла:

$$\omega_{BD} = \frac{V_B}{BD} = \frac{1{,}2}{0{,}4 \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{3} \approx 1{,}73 c^{-1}.$$

<u>Відповідь:</u> $V_A = 1{,}2\, м/с$; $V_B \approx 2{,}08\, м/с$,

$V_C \approx 4{,}17\, м/с$; $\omega_{ABC} \approx 2{,}31 c^{-1}$; $\omega_{BD} \approx 1{,}73 c^{-1}$.

5. ДИНАМІКА

<u>Теорема про зміну кількості руху механічної системи</u>

Кількістю руху механічної системи називається вектор $\vec{K}$, який дорівнює геометричній сумі кількостей руху всіх матеріальних точок, механічної системи:

$$\vec{K} = \sum_{k=1}^{n} m_k \vec{V}_k . \tag{5.1}$$

Теорема про зміну кількості руху механічної системи в диференціальній векторній формі: похідна по часу від кількості руху механічної системи геометрично рівна головному вектору всіх зовнішніх сил, що діють на механічну систему:

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \sum_{k=1}^{n} \vec{F}_k^e \,. \tag{5.2}$$

Орієнтовний порядок розв'язання задач за допомогою теореми про зміну кількості руху системи:
1. Зображуємо механічну систему в поточний момент часу.
2. Прикладаємо до системи активні сили.
3. Відкидаємо в'язі, а їх дію замінюємо реакціями в'язей.
4. Вибираємо раціонально систему координат.
5. Записуємо теорему про зміну кількості руху механічної системи в проекції на осі вибраної системи координат.
6. Розв'язуємо складені рівняння і знаходимо невідомі величини.

Приклад 5. На горизонтальній платформі *А* встановлено похилу площину, яка утворює з горизонтом кут $\alpha = 60°$ (рис. 5.1). По цій похилій площині за допомогою лебідки піднімається вантаж В масою 50 кг. Маса платформи і лебідки 200 кг. Після включення лебідки її барабан *(R=0,25 м)* обертається з кутовою швидкістю $\omega = 2t\ c^{-1}$. В початковий момент часу вся система знаходилась в стані спокою.

Визначити швидкість з якою буде рухатись платформа **А** через 2 секунди після початку руху, величину переміщення її на цей момент часу та сумарний тиск платформи на рейки. Опором руху знехтувати.

Розв'язання.

Для визначення швидкості руху платформи **А** запишемо теорему про зміну кількості руху механічної системи в проекції на вісь *x*:

$$\frac{dK_x}{dt} = \sum_{k=1}^{n} F_{kx}^e$$

Нехай платформа рухається праворуч. Система складається з платформи **А**, лебідки та вантажу **В**. Зовнішні сили: вага платформи $\overrightarrow{\mathrm{P}_\mathrm{A}}$, вага вантажу $\overrightarrow{\mathrm{P}_\mathrm{B}}$ та нормальні реакції $\overrightarrow{\mathrm{N}_1}$ та $\overrightarrow{\mathrm{N}_2}$ рейок. З рис. 5.1 всі зовнішні сили перпендикулярні осі *x*, тобто $\sum_{k=1}^{n} F_{kx}^e = 0$, тоді отримуємо закон збереження проекції кількості руху системи $K_X = const$, тобто $K_{X0} = K_X = 0$.

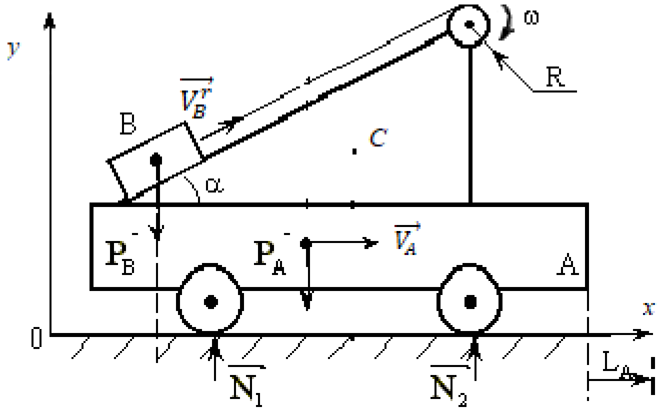

Рис. 5.1

Обчислимо K_x:

$$K_x = m_A V_{Ax} + m_B V_{Bx},$$

де $V_{Ax} = V_A$ та $V_{Bx} = V_A + V_{Bx}^r$, бо тіло **B** виконує складний рух, ($V_B^r = \omega R$) . Тоді: : $K_x = m_A V_A + m_B(V_A + \omega R\cos\alpha)$

Враховуючи, що $K_x = K_{x0}$, отримуємо:

$$0 = m_A V_A + m_B(V_A + \omega R\cos\alpha).$$

$$V_A = \frac{-0.5 m_B \omega R}{m_A + m_B} = -0.05t.$$

При $t = 2c$ $V_A = -0.1$ *м/с* . Знак "-" вказує, що платформа рухається протилежно вказаному напряму. Платформа рухається поступально ($V_A = V_C$), тоді її переміщення L_A :

$$V_A = V_C = \frac{dx_C}{dt} = \frac{dL_A}{dt},$$

звідси $\int\limits_0^{L_A} dL_A = \int\limits_0^t V_A dt$

$$L_A = -\int_0^2 0.05t dt = -0.025t^2 \Big|_0^2 = -0.1 \text{ (м)} .$$

Для визначення сумарного тиску $\overrightarrow{N} = \sum \overrightarrow{N_k}$ платформи на рейки спроектуємо (5.2) на вісь **y**:

$$\frac{dK_y}{dt} = \sum_{k=1}^{n} F_{ky}^e ,$$

$$\frac{dK_y}{dt} = N - P_A - P_B .$$

Визначимо K_y:

$$K_y = m_A V_{Ay} + m_B V_{By} ,$$

$V_{Ay} = 0$ та $V_{By} = V_{Ay} + V_{By}^r = 0 = \omega R \sin\alpha$.

Тоді $K_y == m_B \omega R \sin\alpha$ і

$$N = \frac{dK_y}{dt} + P_A + P_B = m_B \frac{d\omega}{dt} R \sin\alpha + g(m_A + m_B) = 2474 \text{(Н)},$$

Відповідь: $V_A = -0.1$ *м/с*, $L_A = -0.1$ *(м)*, $N = 2474$(Н).

Теорема про зміну кінетичної енергії механічної системи

Кінетична енергія механічної системи це сума кінетичних енергій матеріальних точок, які входять в склад механічної системи:

$$T = \sum_{k=1}^{n} \frac{m_k V_k^2}{2} . \tag{5.3}$$

Якщо абсолютно тверде тіло рухається поступально, то кінетична енергія тіла визначається за формулою:

$$T = \frac{MV_C^2}{2} , \tag{5.4}$$

де M – маса тіла.

При обертальному русі тіла навколо нерухомої осі кінетична енергія дорівнює половині добутку моменту інерції тіла відносно осі обертання на квадрат кутової швидкості :

$$T = \frac{I_z \omega^2}{2} \,. \tag{5.5}$$

Якщо тіло виконує плоский рух, то кінетична енергія тіла визначається за формулою:

$$T = \frac{MV_C^2}{2} + \frac{I_{Cz}\omega^2}{2} \,, \tag{5.6}$$

де V_C – швидкість центра мас тіла,

I_{Cz} – момент інерції тіла відносно осі, яка проходить через центр мас тіла.

Теорема про зміну кінетичної енергії системи в диференціальній формі:
диференціал від кінетичної енергії механічної системи на деякому її переміщенні дорівнює алгебраїчній сумі елементарних робіт всіх зовнішніх і внутрішніх сил, які діють на механічну систему на цьому переміщенні:

$$dT = \sum d'A_k^e + \sum d'A_k^i \tag{5.7}$$

Теорема про зміну кінетичної енергії системи в кінцевій інтегральній формі:
зміна кінетичної енергії на деякому переміщені дорівнює алгебраїчній сумі робіт всіх зовнішніх і внутрішніх сил, які діють на механічну систему на цьому переміщенні:

$$T - T_0 = \sum_{k=1}^{n} A_k^e + \sum_{k=1}^{n} A_k^i \,. \tag{5.8}$$

Орієнтовний порядок розв’язання задач за допомогою теореми про зміну кінетичної енергії системи:
1. Зображуємо механічну систему в поточний момент часу.
2. Прикладаємо до системи активні сили.
3. Відкидаємо в’язі, а їх дію замінюємо реакціями в’язей.
4. Записуємо теорему про зміну кінетичної енергії системи.
5. Визначаємо кінетичну енергію системи в початковому та кінцевому її положеннях.
6. Визначаємо суму робіт усіх зовнішніх та внутрішніх сил на переміщеннях точок системи
6. Розв’язуємо складене рівняння і знаходимо невідомі величини.

Приклад 6. . Механічна система (рис. 5.2) під дією сили $\vec{F}$ починає рухатись зі стану спокою. Нехтуючи тертям, іншими силами опору руху та масою гнучких нерозтяжних ниток, визначити швидкість та прискорення точки, до якої прикладена сила $\vec{F}$, в той момент часу коли ця точка пройде шлях S. При розрахунках вважати, що маса тіла В рівномірно розподілена по його ободу, а саме тіло В котиться по правій нитці без ковзання; крім того відомо, що $m_A = m$, $m_B = 2m$, $m_D = 8m$, $F = 8mg$, $M = mgR$, $r_D = R$, $R_D = 3R$, $i_{DZ} = 2R$, $R_B = R$, $\alpha = 30^o$, $S = 1{,}1м$ (***m*** – в кг; ***R***, i_{DZ} – в метрах).

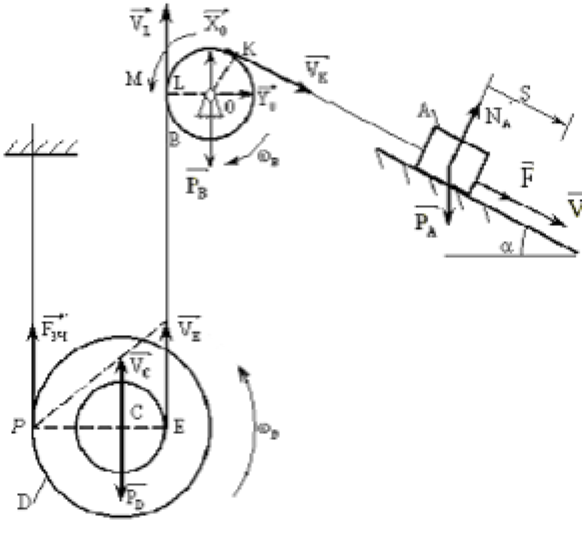

Рис.5.2

Розв'язання.

Прикладемо до системи активні сили: $\overrightarrow{P_A}, \overrightarrow{P_B}, \overrightarrow{P_D}, \vec{F}$. Реакції в'язей: $\overrightarrow{X_O}, \overrightarrow{Y_O}, \overrightarrow{N_A}, \overrightarrow{F_{зч}}$, *M*. (рис. 5.2). Задачу розв'яжемо за допомогою теореми про зміну кінетичної енергії механічної системи :

$$T - T_0 = \sum_{k=1}^{n} A_k^e + \sum_{k=1}^{n} A_k^i$$

$T_0 = 0$, бо в початковий момент часу система перебувала в стані спокою ($V_0 = 0$);

$\sum_{k=1}^{n} A_k^i = 0$, бо система незмінна: тіла A,B,D тверді, нитки нерозтяжні . Тоді: $T = \sum_{k=1}^{n} A_k^e$.

Визначимо кінетичну енергію системи в кінцевому її положенні:

$$T = T_A + T_B + T_D.$$

Вантаж A рухається поступально; блок B обертається навколо осі Oz,; ступінчастий коток D рухається плоскопаралельно. Тому кінетичну енергію тіл визначимо за формулами (5.4), (5.5) та (5.6).

$$T_A = \frac{m_A V_A^2}{2} = 0.5 m V_A^2 ,$$

$$T_B = \frac{I_{zB}\omega_B^2}{2} = \frac{2mR^2 V_A^2}{2R^2} = mV_A^2 .$$

Момент інерції однорідного тонкого кільця (маса тіла B рівномірно розподілена по його ободу) відносно осі Oz;

$$I_{zB} = m_B R_B^2 = 2mR^2 ,$$

Кутова швидкість блока B:

$$\omega_B = \frac{V_K}{KO} = \frac{V_A}{R_B} = \frac{V_A}{R} .$$

$$T_D = \frac{m_D V_C^2}{2} + \frac{I_{Cz}\omega_D^2}{2} = 3.25 m V_A^2 .$$

Кутова швидкість обертання котка D:

$$\omega_D = \frac{V_E}{EP} = \frac{V_A}{4R} .$$

Швидкість центра мас C тіла D :

$$V_C = \omega_D CP = \frac{3V_A}{4}.$$

Момент інерції тіла D відносно осі Z, яка проходить через центр мас:

$$I_{Cz} = m_D\, i_{DZ}^2 = 32mR^2.$$

Кінетична енергія системи:

$$T = 0.5mV_A^2 + mV_A^2 + 3.25mV_A^2 = 4.75mV_A^2.$$

Визначимо суму робіт всіх зовнішніх сил, що діють на систему, на заданому переміщенні S цієї системи:

$$\sum_{k=1}^{n} A_k^e = A_{\vec{F}} + A_{\vec{P}_A} + A_{\vec{P}_B} + A_{\vec{P}_D} + A_M + A_{\vec{X}_O} + A_{\vec{Y}_O} + A_{\vec{N}_A} + A_{\vec{F}_{зч}}$$

$$A_{\vec{F}} = Fs = 8mgs.$$

$$A_{\vec{P}_A} = P_A h_A = m_A gs \cdot \sin\alpha = 0.5mgs.$$

$$A_{\vec{P}_B} = A_{\vec{X}_O} = A_{\vec{Y}_O} = A_{\vec{F}_{зч}} = 0$$

$$A_{\vec{P}_D} = -P_D h_C = -m_D g h_C = -8mg3s/4 = -6mgs.$$

$h_C = \dfrac{3s}{4}$, бо $V_C = \omega_D CP = \dfrac{3V_A}{4}$.

$$A_M = -M\varphi_B = -\frac{Ms}{R} = -mgs.$$

Сума робіт всіх зовнішніх сил:

$$\sum_{k=1}^{n} A_k^e = 8mgs + 0.5mgs - 6mgs - mgs = 1.5mgs.$$

Тоді:

$$4.75mV_A^2 = 1.5mgs \qquad (5.9)$$

Звідки

$$V_A = \sqrt{\frac{1.5mgs}{4.75m}} = 1.85 \text{ (м/с).}$$

Для знаходження прискорення тіла А a_A візьмемо похідну від виразу (5.9) по часу t.

$$4.75 \cdot 2V_A \frac{dV_A}{dt} = 1.5g \frac{ds}{dt} .$$

Тут: $\frac{dV_A}{dt} = a_A$, $\frac{ds}{dt} = V_A$.

Тоді: $a_A = \frac{1{,}5g}{9.5} = 1.55$ *(м/с²)*.

Відповідь: $V_A = 1.85$ *м/с*, $a_A = 1.55$ *м/с²*,

Література

1. Павловський М. А. Теоретична механіка. К. : Техніка, 2002. 512 с.
2. Цасюк В. В. Теоретична механіка : навчальний посібник. Київ : Центр навчальної літератури, 2004. 402 с.
3. Практикум з теоретичної механіки Частина 1 «Статика. Кінематика» : навч. посіб. / Багнюк Г. А., Галанзовська М. Р., Наконечний В. В., Серілко Л. С. Рівне : НУВГП, 2014. 162 с.
4. Л. В. Войтович, М. Р. Галанзовська, Л. С. Серілко, В. О. Щурик. П69 Практикум з теоретичної механіки. Частина 2: Динаміка : навчальний посібник. Рівне : НУВГП, 2018. 141 с.
5. О. В. Хижняков. Основи теоретичної механіки в прикладах та задачах. Кінематика. Статика : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2005. 284 с.