

26007  
59  
Л ✓  
р. н. 1945 У 532  
С-91  
Проф. Г. Й. Сухомел

Член кор. АН УРСР

## Перерізи з критичними глибинами у відкритих водотоках

### Вступ

При вивченні руху води у відкритих водотоках та спорудах на них велике значення має з'ясування форми кривих поверхень води. При проектуванні різних гідротехнічних споруд на водотоках побудова цих кривих, себто визначення глибин в усіх перерізах потоку як у самих спорудах, так і перед ними й за ними є найважливішим завданням гідравлічного розрахунку. Але, як це добре відомо, для побудови кривих поверхень води за допомогою способів Б. А. Бахметева, Н. Н. Павловського, Бреса чи інших треба наперед мати глибину в якомусь певному перерізі, який можна б називати вихідним перерізом.

До числа перерізів, в яких порівняно легко можна визначити глибину, належать, як це буде далі з'ясовано, ті перерізи водоток, що в них встановлюється критична глибина. Визначення перерізів з критичними глибинами і є темою цієї роботи.

Коли переріз з критичною глибиною знайдено, то, як відомо, критичну глибину треба визначити з такої умови:

$$\frac{Q^3}{g} = \frac{\omega_k^3}{B_k}$$

744355  
Тут  $Q$  — секундна витрата,  $g$  — прискорення сили земної ваги,  $\omega_k$  — площа перерізу при критичній глибині  $h_k$  та  $B_k$  — ширина перерізу на вільній поверхні при тій же глибині  $h_k$ ; коректив на нерівномірний розподіл швидкостей по перерізу прийнято  $\alpha = 1$ .

Визначити  $h_k$ , загалом кажучи, найлегше способом добору; можна для цього використовувати й графічні способи. Для прямокутних перерізів обчислення  $h_k$  полегшується, а саме:

$$h_k = \sqrt{\frac{q^2}{g}}$$

Тут  $q = \frac{Q}{B}$  є витрата на одиницю ширини водотоку.

Для деяких випадків (перепад на каналі з спадом меншим за критичний перепадає дна каналу від спаду меншого за критичний до спаду критичний та ін.) наявність критичної глибини в певних перерізах відомо; алеж умови, при яких в цих перерізах дійсно встановлюються критичні глибини, вимагають уточнення, як це видно буде

при обчисленні критичних глибин у таких місцях, більш-менш відомих наперед з досвіду, застосовують формули переливу з широким порогом. Такий спосіб безперечно занадто штучний, бо ці місця з переливом мають спільне тільки те, що й там є критична глибина: умови ж руху води

011

Технічне відомо  
Інститут Гідрології



в більшості випадків зовсім відмінні. Крім того, формул для переливів з не прямокутним перерізом струмини чи немає зовсім, чи вони занадто складні.

Правильний спосіб розв'язання поставленого питання про перерізи з критичними глибинами полягає в тому, щоб знайти критерії, за допомогою яких можна було б розшукувати названі перерізи — не тільки в указаних вже простих випадках, але й при складніших обставинах — а далі безпосередньо вираховувати критичні глибини, не вдаючись до формул переливу з широким порогом.

### § 1. Загальні теоретичні міркування

З фізичного погляду критична глибина водотоку відрізняється тим, що їй відповідає мінімальна питома енергія перерізу<sup>1)</sup>

$$\mathcal{E}_{\min} = h_k + \frac{Q^2}{2g\omega_k^2}$$

Отже замість шукати безпосередньо перерізи з критичними глибинами, можна шукати перерізи (чи навіть ділянки), на яких питома енергія перерізу

$$\mathcal{E} = h + \frac{Q^2}{2g\omega^2}$$

досягає мінімально можливого свого значення.

До розв'язання поставленого завдання можна застосувати такий загальний принцип руху рідин у відкритих водотоках:

„Повільнозмінюваний рух рідин у відкритих руслах та в спорудах на відкритих водотоках встановлюється такий, щоб площа між лінією енергії (градієнтом енергії) та дном водотоку була можливо менша“<sup>2)</sup>.

Це загальне положення можна обґрунтувати за допомогою другого закону термодинаміки; відповідний вивід дано в інших роботах автора<sup>2)</sup> і повторювати його тут нема потреби.

До того, як скористуватися з наведеного загального положення, треба дати щодо нього деякі пояснення, щоб уникнути можливих непорозумінь. Ці пояснення дамо на найпростішому конкретному прикладі — перепаді на спокійному водотоці (рис. 1).

Як відомо з досвіду і як це буде далі ще з'ясовано теоретично, на самому перепаді в перерізі  $BB'$  встановлюється критична глибина<sup>3)</sup>, а водночас, звичайно, їй відповідає і питома енергія перерізу  $\mathcal{E}_{\min}$ . На перший погляд могло б здаватися, що загальне положення про мінімум площі між лінією енергії та дном вимагає, щоб  $\mathcal{E}_{\min}$  отже і  $h_k$  встановилися не тільки в перерізі  $B$ , а й до нього. Але таке тлумачення було б неправильне ось чому. Припустимо, що  $\mathcal{E}_{\min} = CD$  і  $h_k$  встановляться в якомусь перерізі  $C$  на віддалі  $CB$  від перепаду; пам'ятаючи, що глибина  $h_k$  в спокійному водотоці менша, ніж нормальна глибина  $h_k$ , мусимо зробити висновок, що лінія енергії при зробленому припущенні не могла б іти через точку  $D$  паралельно до дна ( $DB''$ ), або навіть ще пологіше; навпаки, вона мусила б іти крутіше, ніж  $DB''$ , наприклад, по лінії  $DF$ .

<sup>1)</sup> Див. Н. Н. Павловский „Гидравлика“, ч. 1, 1928, с. 182 і далі.

<sup>2)</sup> „Про місцеві втрати енергії у відкритих водотоках і гідротехнічних спорудах в зв'язку з загальним принципом руху потоків“. Збірник з питань гідравліки. Київ. 1936 Видавн. АН УСРР, або „Про нерівномірний рух рідини у відкритих водотоках та в спорудах на них, Київ. 1938. Видавн. АН УСРР.

<sup>3)</sup> При умові, що за перепадом рівень води буде досить низький, щоб не підирати потік в перерізі  $BB'$ .



Це тому, що при глибинах, менших за нормальну, швидкості, а разом і втрати енергії, були б більші, ніж при рівномірному русі; отже лінія енергії, яка між іншим показує і втрати енергії, при глибинах менших за нормальну мусить іти крутіше, ніж лінія дна. Алеж, коли б лінія

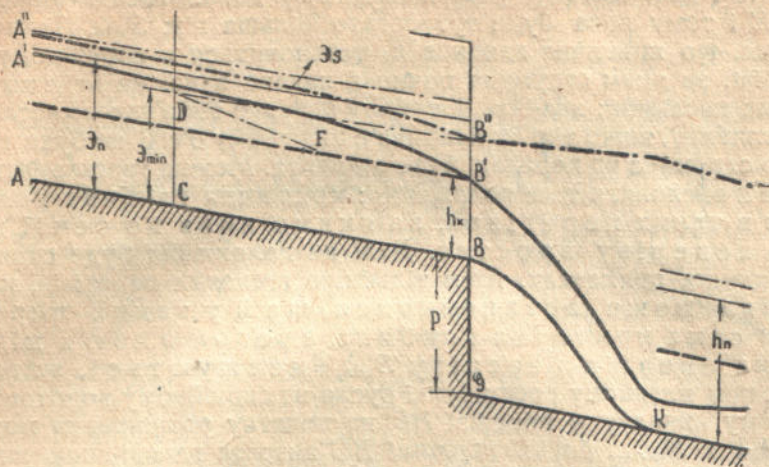


Рис. 1.

енергії від точки *D* вниз по течії наближалася б до лінії дна, це означало б, що водотік вниз від перерізу *C* тече з енергією, меншою за  $E_{\min}$ , а це цілком неможлива річ. Звідси робимо висновок, що хоч  $E_{\min}$

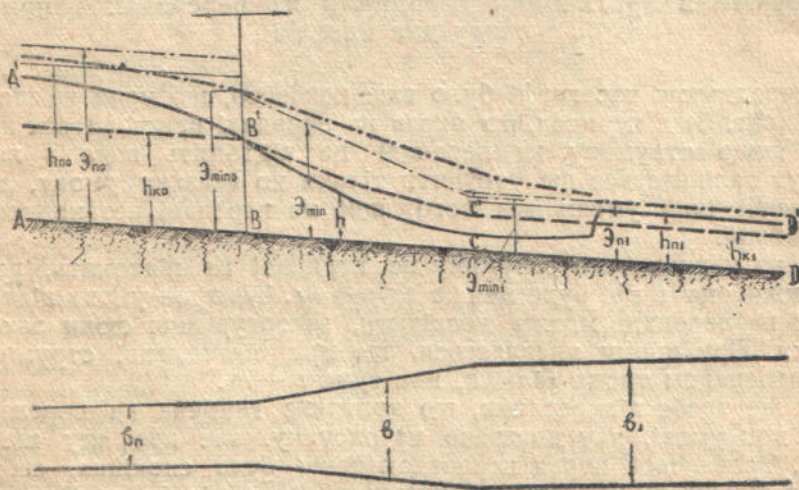


Рис. 2.

становить найменшу можливу відстань між лінією енергії та дном, але ця питома енергія перерізу може встановлюватися тільки в певних перерізах (іноді на певних ділянках) водотоку, а не на всій довжині. Зате в таких перерізах, в яких  $E_{\min}$  може встановитися, воно відповідно до положення про мінімум площі між лінією енергії та дном встановиться обов'язково.



Отже, треба б визначити критерії таких перерізів, у яких можуть встановлюватися  $\mathcal{E}_{\min}$  та  $h_k$ . З розглянутого руху води через перепад на спокійному водотоці легко зробити висновок, що  $\mathcal{E}_{\min}$  може встановитися перш за все в таких перерізах, за якими струмина падає вниз; вниз, в перерізі  $K$  і далі питому енергію перерізу доводиться вимірювати вже від дна  $GK$  і тому вона буде тут багато більша ніж  $\mathcal{E}_{\min}$ . Таким чином, припущення, що критична глибина  $h_k$  встановиться в спокійному водотоці в перерізі, за яким струмина починає падати вниз, не веде до якихось неможливих наслідків; значить у такому перерізі обов'язково встановиться критична глибина, якщо тільки глибина в нижньому б'єфі не буде настільки велика, що струмина на перепаді буде підперта. Можна узагальнити тільки що сказане й висловити таке положення: критична глибина може встановитися в таких перерізах, за якими вниз по течії питома енергія перерізу зростає. Далі це положення буде сконкретизоване на окремих прикладах. Крім тількищо згаданих перерізів, критична глибина може встановитися ще й у таких перерізах, за якими сама критична глибина, а разом з нею й мінімальна питома енергія перерізу  $\mathcal{E}_{\min}$  зменшуються, як це маємо, наприклад, при плавкому розширенні русла на спокійному водотоці (рис. 2). В останньому випадку в перерізі  $BB'$  на початку розширення може встановитися  $h_{k0}$  і  $\mathcal{E}_{\min 0}$ , бо на ділянці  $BC$  витрата на одиницю ширини  $q$ , а разом з нею  $h_k$  і  $\mathcal{E}_{\min}$  зменшуються; тому, хоч  $\mathcal{E}$  теж порівняно з  $\mathcal{E}_{\min 0}$  зменшується, але ж і на цій ділянці і далі  $\mathcal{E}$  може залишатися більше ніж  $\mathcal{E}_{\min}$ . Отже рух з критичною глибиною  $h_{k0}$  в перерізі  $BB'$  цілком можливий звичайно при умові, що струмина в перерізі  $BB'$  не буде підтоплена. Останню, а також і інші умови докладніше розглянемо далі.

## § 2. Перерізи з критичними глибинами на перепадах і при змінах спаду дна каналів

В попередньому параграфі було вже показано, що коли на спокійному водотоці (рис. 1) є перепад, то якраз на перепаді встановиться критична глибина, якщо струмину на перепаді не підтопить вода з нижнього б'єфу. Тут залишається ще уточнити тільки по вказану умову, а також додати деякі інші умови для того, щоб на перепаді встановилася критична глибина.

Звичайно кажуть, що струмину на перепаді не підтопить, поки глибина в нижньому б'єфі буде менша за  $p + h_k$ . Точніше умову підтоплення струмини на перепаді можна дослідити, застосувавши сюди закон кількості руху. При цьому виявляється, що при підтопленні струмини глибина за перепадом трохи більша, ніж сума  $p + h_k$ .

Тепер ще треба підкреслити, що критична глибина на перепаді встановиться при умові, яку показано на рисунку, але про яку ще не говорилося. Треба, щоб перед перепадом течія була спокійна, себто глибина була більша за критичну. Якщо ж водотік міг би підійти до перепаду з глибиною меншою, ніж  $h_k$ , то тоді, звичайно, на перепаді критична глибина не могла б встановитися.

Останній випадок може трапитися, коли, наприклад, трохи вище від перепаду вода витікала б у русло спід щита тощо.

Залишається ще нагадати, що критична глибина не може встановитися і на перепаді на бурхливому водотоці<sup>1)</sup>.

<sup>1)</sup> Див. цитовані вище роботи автора.



Дуже близький до руху через перепад на спокійному водотоці є рух рідини при зламі дна водотоку, при чому до зламу дна (рис. 3) водотік спокійний, а за зломом — бурхливий. Тут у перерізі  $BB'$  на зламі дна може встановитися критична глибина та  $\mathcal{E}_{\min}$ , бо на бурхливій ділянці  $BC$  водотоку питома енергія перерізу зростатиме, починаючи від перерізу  $BB'$ .

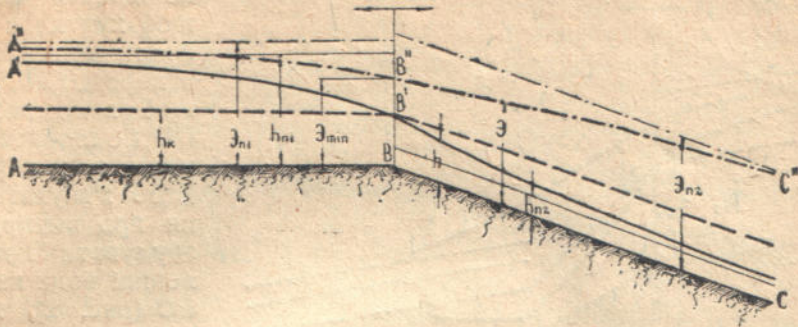


Рис. 3.

Це тому, що глибина  $h$  за перерізом більша за нормальну для ділянки  $BC$  глибину  $h_{n2}$ : при глибинах же більших за нормальну лінія енергії  $B''C''$ , спад якої між іншим характеризує втрати енергії, мусить іти пологіше,

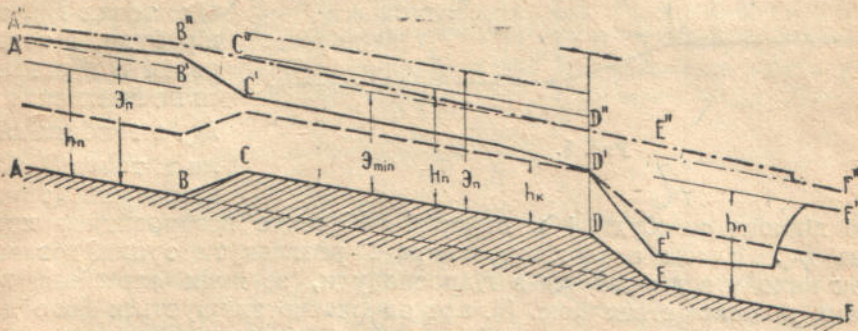


Рис. 4.

ніж лінія дна  $BC$ . Отже дійсно питома енергія перерізу, починаючи від перерізу  $BB'$ , зростає; це ж означає, що в перерізі  $BB'$  може встановитися, отже, і установиться критична глибина. Звичайно, тут теж треба зробити застереження про можливість підпору з боку ділянки  $BC$  та про можливість бурхливої течії на ділянці  $AB$ ; в обох цих випадках у перерізі  $BB'$  критична глибина не могла б встановитися.

Дуже близький до розглянутого руху при зламі дна є випадок руху спокійного водотоку через ділянку  $BE$  (рис. 4), на якій дно підняте на певну висоту „ $a$ “ порівняно з суміжними ділянками. Критична глибина встановиться в перерізі  $DD'$  при умові, що сума  $\mathcal{E}_{\min} + a$  більша за  $\mathcal{E}_n$ <sup>1)</sup>, себто в тих випадках, коли струмина в перерізі  $DD'$  не буде підтоплена.

<sup>1)</sup> Точніше — при умові, що будуючи профіль від точки  $D'$  вниз по течії, одержимо в перерізі  $EE'$  питому енергію перерізу, більшу за  $\mathcal{E}_n$ .



### § 3. Переріз на початку розширення русла спокійного водотоку

Як було вже сказано вище, критична глибина може встановитися на початку ділянки, що розширюється (рис. 2), бо на розширеній ділянці  $\mathcal{E}_{\min}$  може зменшуватися швидше, ніж  $\mathcal{E}$ . Але наявності розширення ще

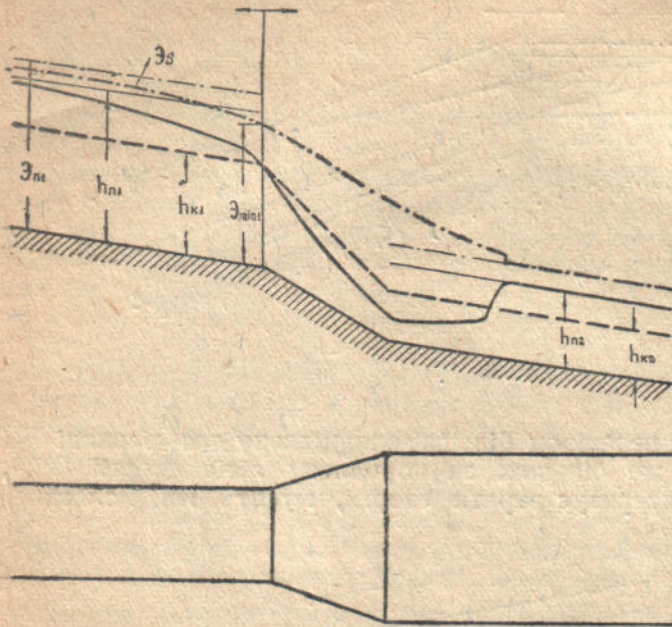


Рис. 5.

не досить для того, щоб критична глибина фактично встановилася в перерізі  $BB'$ . Треба, щоб вода на ділянці  $CD$  не підпирала струмини в перерізі  $BB'$ . Щоб з'ясувати питання про підпір, можна збудувати криву поверхні води на ділянці  $BC$  (рис. 2), почавши цю побудову від перерізу  $CC'$ , від точки  $C'$ , яка міститься на висоті  $h_{n_1}$ . Якщо побудована крива перетнеться з лінією  $BB'$  в якійсь точці  $B'_1$  вище від точки  $B'$ , то підпір буде, і тоді в перерізі  $BB'$  встановиться не критична глибина  $h_k$ , а глибина  $BB'_1$ . Коли ж точка  $B'_1$  попала б нижче від точки  $B'$ ,

то тоді підпору не буде і в перерізі  $BB'$  може встановитися критична глибина  $h_k$ . Цілковито аналогічно можна б розглянути трохи загальніший випадок виходу з ділянки чи з гідроспороди, за яким спокійний водотік не тільки розширюється (рис. 5), але одночасно знижується його дно.

Для того, щоб у перерізі  $BB'$  (рис. 2) дійсно встановилася критична глибина, треба додержати, крім відсутності підпору знизу, ще однієї умови, а саме, — треба, щоб на ділянці  $AB$  була спокійна, а не бурхлива течія. Бурхлива течія на ділянці  $AB$  могла б мати місце, коли вода сюди надходила б, наприклад, спід щита. Якщо ми мали б бурхливу течію аж до перерізу  $BB'$ , то критична глибина тут не могла б встановитися.

### § 4. Критична глибина в перерізі, де змінюється шорсткість русла

При змінах шорсткості русла може статися, що на певній ділянці  $AB$  (рис. 6) з шорсткістю, яка характеризується коефіцієнтом  $n$  за Гангій-Куттером, маємо водотік спокійний, себто на ньому нормальна глибина  $h_n$  більша за критичну глибину  $h_k$ , а на суміжній ділянці  $BC$  шорсткість  $n_1$  настільки менша, що й нормальна глибина  $h_{n_1}$  менша, ніж  $h_k$ , себто на цій ділянці водотік вже бурхливий. За допомогою критерія, даного вище в § 1, можна легко довести, що критична глибина може встановитися саме в перерізі  $BB'$ , починаючи від якого русло має меншу шорсткість. Справді, критична глибина на початку ділянки  $BC$  більша за нормальну  $h_{n_1}$ ; тому лінія енергії  $B''C''$  буде йти на ділянці  $BC$  пологіше, ніж лінія дна



*BC*, себто питома енергія перерізу на цій ділянці зростатиме від перерізу *BB'*. Але це й означає можливість того, що в перерізі *BB'* встановиться критична глибина. Проте, як і в попередніх випадках, треба ще

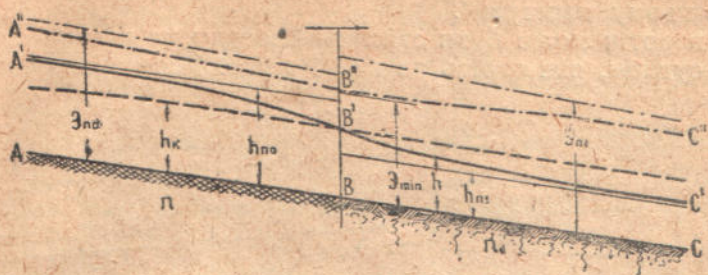


Рис. 6.

перевірити, чи в перерізі *BB'* не буде почуватися підпору знизу, або, з другого боку, чи не матимемо з тої чи іншої причини бурхливу течію на ділянці *AB*.

### § 5. Вхід на стиснену з боків та знизу ділянку бурхливого водотоку

Якщо виявиться, що питомої енергії перерізу  $E_n$  не досить для того, щоб водотік міг дійти до перерізу *CC'* (рис. 7) з глибиною меншою за критичну глибину  $h_{k_1}$ , то перед перерізом *BB'* встановиться крива підпору

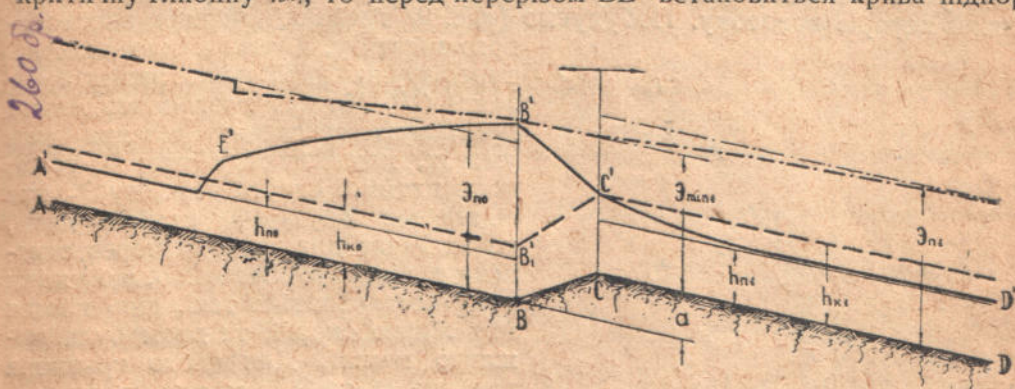


Рис. 7.

*E'B'*; це дасть можливість водотоку запасти енергію, якої йому бракує. Для того, щоб площа між дном та лінією енергії була якнайменша, в перерізі *CC'* встановиться критична глибина та відповідна їй  $E_{min}$ . Критична глибина не може встановитися після перерізу *CC'*, бо це означало б, що між перерізом з критичною глибиною та перерізом *CC'* лінія енергії йшла б пологіше, ніж дно; остання ж обставина означала б, що на цій ділянці енергія водотоку була б менша за  $E_{min}$ .

Доводити, що критична глибина не може встановитися перед перерізом *CC'*, навряд чи є потреба.

Коли бурхливий водотік стиснений тільки з боків, або тільки знизу, то розв'язання питання про критичну глибину не зміниться, бо це є окремими випадками загальнішої розглянутої тільки по задачі.

Гидрометрический институт  
В. П. Шенников



### § 6. Деякі інші випадки перерізів водотоків з критичними глибинами

Розглянуті досі перерізи з критичними глибинами трапляються найчастіше; крім них, проте, можливі ще й інші випадки; на деяких з них зупинимось в цьому параграфі.

а) Іноді водотік може бути стиснений зверху на частині його ширини, наприклад, судном, яке стоїть на якорі тощо. Розглянемо спочатку ви-

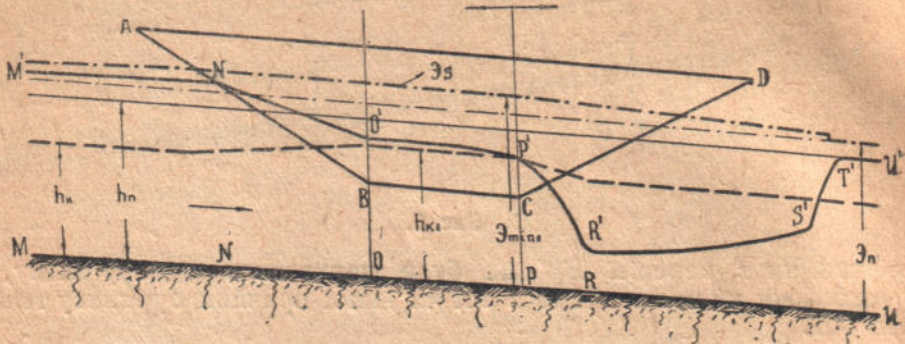


Рис. 8.

док, який може легше трапитися, а саме — випадок стиснення зверху спокійного водотоку (рис. 8). Нехай судно  $ABCD$  досить сильно стиснуло живий переріз водотоку. Побудуємо (рис. 9) графіки  $Eh$  для нестисненого перерізу, а також для якогось перерізу на найбільш стисненій ділянці  $OP$ . Ми тут розглянемо тільки протікання стисненої ділянки при умовах, показаних на рис. 8 та 9, коли питомої енергії перерізу  $E_n$ , яка відповідає побутовому станві річки, не вистачає для проходу через стиснену ділянку  $OP$ . Звичайно, що умови руху встановляться такі, щоб площа між лінією енергії та дном була можливо менша. Для цього критична глибина  $h_k$  та  $E_{min}$  мусять встановитися в кінці найбільш стисненої ділянки в перерізі  $PP'$ . Довести це можна аналогічно з тим, як це було зроблено для інших випадків стиснення водотоків — знизу, з боків.

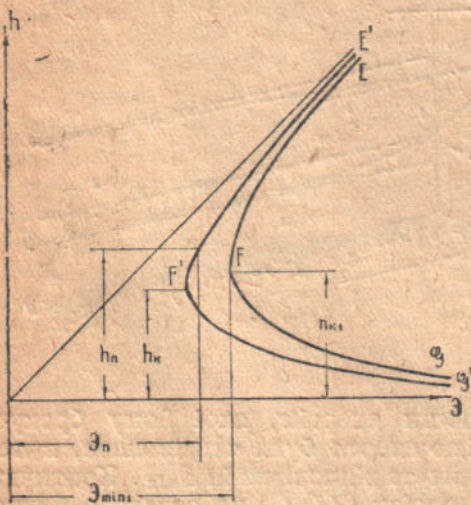


Рис. 9.

за перерізом з  $E_{min}$ , рух мусив би відбуватися з питомою енергією перерізу, меншою за  $E_{min}$ . Справді, лінія енергії  $E_s$  на ділянці  $OP$  іде донизу крутіше, ніж лінія дна, а це й означає, що за перерізом з  $E_{min}$ , питома енергія перерізу мусила б стати ще меншою. В кінцевому перерізі звуженої ділянки  $OP$  критична глибина  $h_k$  та питома енергія перерізу  $E_{min}$ ,



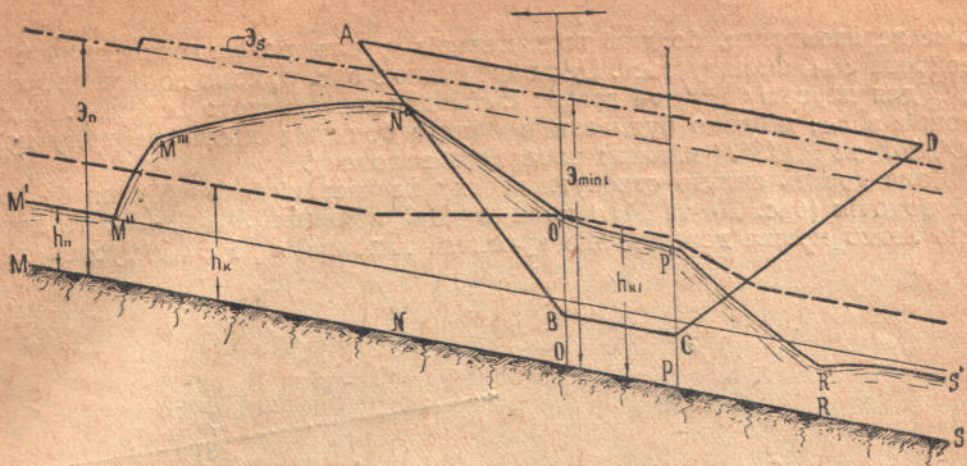


Рис. 10.

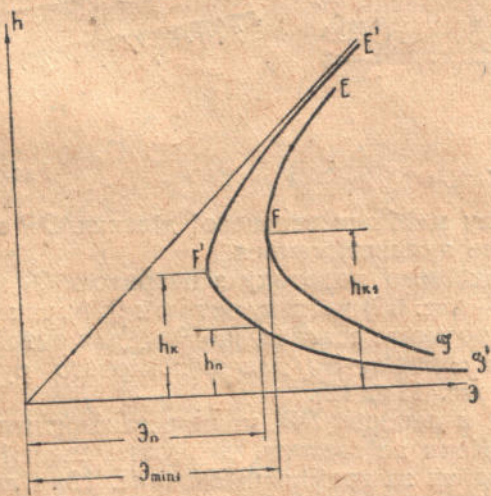


Рис. 11.

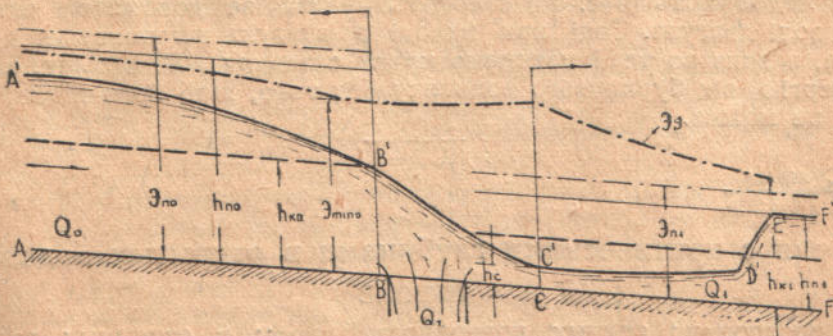


Рис. 12.



може встановитися, бо далі вже переріз русла розширюється, а змінна величина  $\mathcal{E}_{\min}$  зменшується. Це добре видно з рис. 9, коли порівняти графік  $EFG$  для перерізу  $PP'$  та графік  $E'F'G'$  для нестисненого перерізу. Маючи переріз з  $h_c$ , можемо будувати в обидва боки від цього перерізу криві  $P'O'N'M'$  та  $P'R'S'T'$  вільних поверхень водотоку.

Коли досить сильно стиснути зверху на частині його ширини бурхливий водотік (рис. 10 та 11) і коли з цієї причини  $\mathcal{E}_{\min} > \mathcal{E}_n$ , то порівняно легко можна довести, що критична глибина  $h_c$  і  $\mathcal{E}_{\min}$  мусять вста-

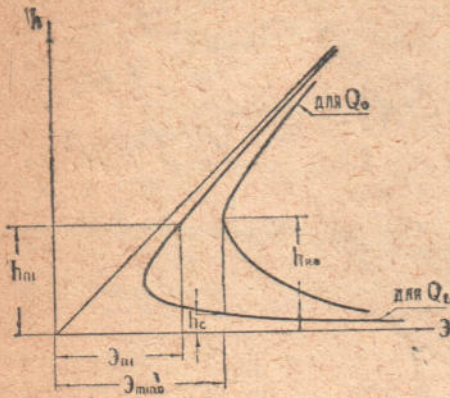


Рис. 13.

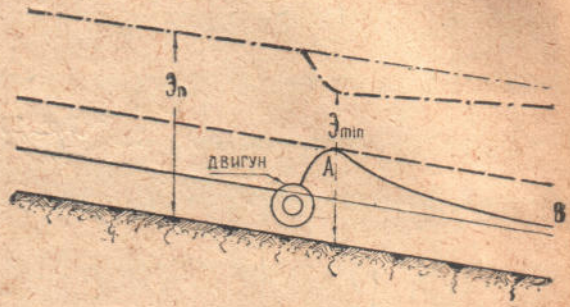


Рис. 14.

новитися на початку найбільш стисненої ділянки  $OP$  в перерізі  $O'O$ . На цьому доказі тут не зупинятимемося.

б) Якщо від спокійного водотоку з витратою  $Q_0$  забирають (наприклад, через отвір у дні — рис. 12) частину витрати  $Q_2$ <sup>1)</sup>, то може статися, що  $\mathcal{E}_{\min}$  для витрати  $Q_0$  буде більше, ніж питома енергія перерізу  $\mathcal{E}_n$  для рівномірного руху з витратою  $Q_1$ , себто  $\mathcal{E}_{\min} > \mathcal{E}_n$  (рис. 11 та 12).

При такій умові в перерізі  $BB'$  може встановитися і встановиться критична глибина  $h_c$ . Коли не зважати на втрати енергії між перерізами  $BB'$  та  $CC'$ , то легко знайти за графіками  $\mathcal{E}h$  (рис. 13) і глибину  $h_c$ . Точніше розглядуваний випадок руху рідини можна дослідити за допомогою закона кількості руху.

в) Розглянемо ще випадок, коли від бурхливого водотоку в якомусь перерізі відбирають (рис. 14) енергію  $\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_{\min}$  за допомогою встановленого в воді двигуна. Тоді при виході з двигуна встановиться критична глибина, а вниз по течії матимемо криву спадання  $AB$ . Більшу, ніж  $\mathcal{E}_n - \mathcal{E}_{\min}$  енергію від бурхливого водотоку без того, щоб його підперти, відібрати не можна.

Г. И. Сухомел

Членкорр. АН УССР

## Сечения с критическими глубинами в открытых водотоках

### РЕЗЮМЕ

Для построения кривых поверхностей воды в открытых водотоках необходимо знать глубину в каком либо сечении, которое является, сле-

<sup>1)</sup> На інших випадках зменшення або збільшення витрати тут зупинятися не будемо, щоб не збільшувати розміру статті.



довательно, исходным для построения. Очень часто такими исходными сечениями являются сечения с критическими глубинами. Если найти сечение, в котором должна установиться критическая глубина, то можно уже приступить к построению кривых подпора и спада, т. к. вычисление самой критической глубины не представляет никаких затруднений.

В работе выдвигаются следующие критерии, при помощи которых можно находить сечения с критическими глубинами:

- 1) Критические глубины могут установиться в таких сечениях, за которыми вниз по течению удельная энергия сечения увеличивается.
- 2) Критические глубины могут устанавливаться и в таких сечениях, за которыми сама критическая глубина, а вместе с нею и минимальная удельная энергия сечения, уменьшаются.

Установятся ли в действительности в только что указанных сечениях критические глубины, будет зависеть еще от различных обстоятельств: не будет ли водоток в рассматриваемом сечении подпираться снизу, не подойдет ли водоток к такому сечению с глубиной, меньшею критической.

В статье рассмотрены преимущественно наиболее важные с практической точки зрения случаи установления критической глубины, изображенные на рисунках.

Prof. G. Suchomel

## Cross-Sections of Critical Depth in Open Channels

### SUMMARY

For determining water surface curves in open channels it is necessary to know the depth in any cross-section serving consequently as an initial one for the determination. Such initial sections are very often sections with critical depths. If a section is found where the critical depth should be established, surface curves may then be determined, the calculation of the critical depth itself presenting no difficulty.

The following criteria are proposed in the paper for determining cross-sections with critical depths:

1) Critical depths may be observed in such cross-sections as are succeeded downstream by an increasing specific energy of flow.

2) Critical depths may be observed in such cross-sections as are succeeded by a decreasing critical depth as well as by a decreasing minimum specific energy of flow.

It depends on various conditions whether critical depths would be really observed in such cross-sections. These conditions are as follows: the cross-section with critical depth must not be submerged from downstream, the flow should approach such cross-sections with a depth less than the critical from upstream.

Cases of the occurrence of a critical depth are treated in this paper (see the figs) most of them being of the greatest practical importance.



39

744355

