

Тимейчук О. Ю., к.т.н., доцент, Костюк О. П., к.т.н., доцент, Куба В. В., старший викладач (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕПЛООБМІНУ В ПОЗДОВЖНІХ РЕБРАХ РІЗНОГО ПРОФІЛЮ

Розглянуто основні види переносу теплової енергії та використання розвинутих поверхонь для інтенсифікації теплообміну. Наведена постановка крайової задачі теплопровідності поздовжніх ребер різного профілю з відведенням теплоти конвекцією з граничними умовами першого та другого роду. Розглянуто узагальнену функцію профілю для поздовжніх ребер. Методом прогонки отримано чисельний розв'язок задачі для чотирьох конфігурацій поздовжніх ребер з використанням ПК та проведено аналіз результатів комп'ютерного моделювання.

Ключові слова: теплопровідність; конвекція; розвинута поверхня; ребро; ефективність ребра; рівняння теплопровідності; крайова задача; метод прогонки.

Розрізняють три **види переносу енергії** у вигляді теплоти: теплопровідність, конвекцію і теплове випромінювання. **Теплопровідність** – це молекулярний перенос теплоти в неперервному середовищі, що виникає за рахунок різниці температур. **Конвекція** – це процес переносу теплоти при переміщенні об'ємів рідини або газу із зони з однією температурою в зону з іншою температурою, при цьому перенос теплоти нерозривно пов'язаний з переносом самого середовища. **Теплове випромінювання** – це процес розповсюдження теплової енергії за допомогою електромагнітних хвиль.

Одним з основних способів інтенсифікації теплообміну при відведенні тепла є використання **розвинутих поверхонь** [2; 4]. Розвинута поверхня – це гладка поверхня разом з виступами, які називають **ребрами**. Ребра бувають поздовжніми та радіальними,

різних профілів (прямокутні, трикутні, трапецієподібні, вгнуті, випуклі).

Ефективність ребра – це відношення теплового потоку, дійсно відведеного ребром, до потоку, що відвело б ідеально провідне ребро ($\lambda=\infty$). Для ідеального ребра температура по його висоті залишається незмінною і дорівнює температурі в основі ребра.

Мета дослідження полягає у виборі конфігурації поздовжнього ребра в якому розподіл температури по довжині є найбільш рівномірним. Ребро такої форми більш ефективно буде відводити тепло ніж ребра інших профілів.

Розглянемо постановку задачі теплопровідності поздовжніх ребер різного профілю з відведенням теплоти конвекцією при постійному коефіцієнті тепловіддачі α на поверхні ребра та теплоізоляції його торця.

Крайова задача теплопровідності для поздовжніх ребер при постійному коефіцієнті тепловіддачі на поверхні ребра та теплоізоляції його торця формулюється так: знайти функцію $\theta = \theta(x)$, яка на відрізку $[0, b]$ задовольняє рівняння

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{1}{f(x)} \frac{d[f(x)]}{dx} \frac{d\theta}{dx} - \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{\alpha}{\lambda} \cdot \theta = 0, \quad (1)$$

а на кінцях відрізка – граничні умови першого та другого роду:

$$\begin{cases} \theta'(0) = 0, \\ \theta(b) = \theta_0, \end{cases} \quad (2)$$

де $f(x)$ – узагальнена функція профілю ребра; θ – температурний напір (різниця між температурою в ребрі та навколишньому середовищі), К; α – коефіцієнт тепловіддачі, Вт/(м²·К); λ – коефіцієнт теплопровідності, Вт/(м·К).

Узагальнена функція профілю $f(x)$ для поздовжніх ребер має вигляд

$$f(x) = \frac{\delta_0}{2} \cdot \left(\frac{x}{b}\right)^{(1-2n)/(1-n)}, \quad (3)$$

де δ_0 – товщина ребра в основі, м; b – висота ребра, м.

Для прямокутного ребра (рис. 1) показник степеня узагальненої функції профілю ребра (3) дорівнює $n=1/2$, функція профілю $f(x) = \frac{\delta_0}{2}$, а диференціал цієї функції $\frac{df(x)}{dx} = 0$.

Підставимо ці співвідношення в (1) та отримаємо диференціальне рівняння теплопровідності для поздовжнього ребра прямокутного профілю

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{2 \cdot \alpha}{\lambda \cdot \delta_0} \cdot \theta = 0. \quad (4)$$

Для трикутного ребра (рис. 2) показник степеня узагальненої функції профілю (3) дорівнює $n=0$, функція профілю має вигляд

$$f(x) = \frac{\delta_0}{2} \cdot \frac{x}{b} = \frac{\delta_0 x}{2b}, \text{ а диференціал цієї функції } \frac{df(x)}{dx} = \frac{\delta_0}{2b}.$$

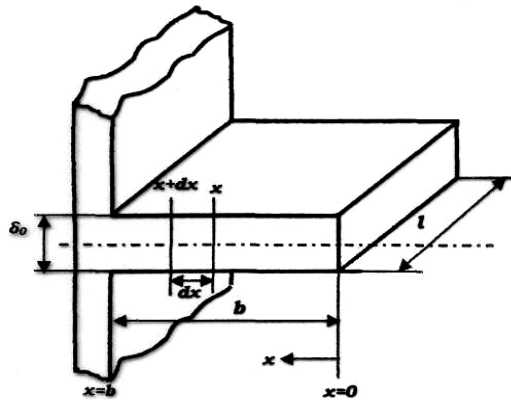


Рис. 1. Поздовжнє ребро прямокутного профілю

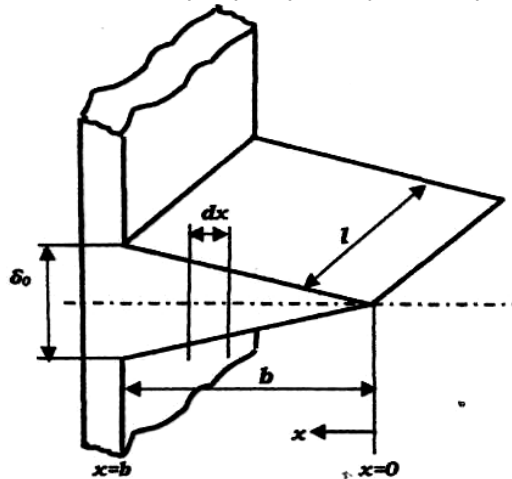


Рис. 2. Поздовжнє ребро трикутного профілю

Підставимо ці співвідношення в (1) і отримаємо диференціальне рівняння теплопровідності для поздовжнього ребра трикутного профілю

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{1}{x} \cdot \frac{d\theta}{dx} - \frac{2 \cdot \alpha}{\lambda \cdot \delta_0} \cdot \frac{b}{x} \theta = 0. \quad (5)$$

Для вгнутого параболічного ребра (рис. 3) показник степеня узагальненої функції профілю (3) дорівнює $n=\infty$, функція профілю

$$f(x) = \frac{\delta_0}{2} \cdot \left(\frac{x}{b}\right)^2 = \frac{\delta_0 x^2}{2b^2}, \text{ а диференціал цієї функції } \frac{df(x)}{dx} = \frac{\delta_0 x}{b^2}.$$

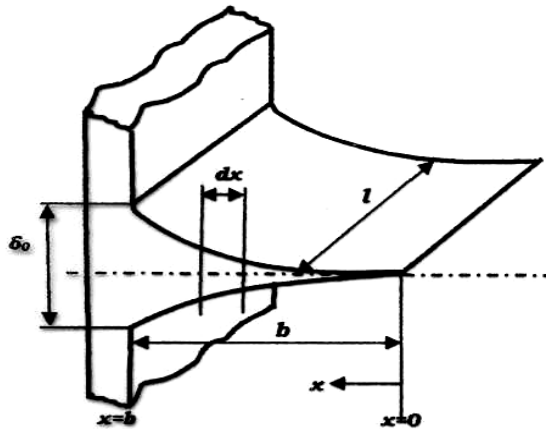


Рис. 3. Поздовжнє ребро вгнутого параболічного профілю

Підставимо ці співвідношення в (1) і отримаємо диференціальне рівняння теплопровідності для поздовжнього вгнутого параболічного ребра

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{2}{x} \cdot \frac{d\theta}{dx} - \frac{2 \cdot \alpha}{\lambda \cdot \delta_0} \cdot \frac{b^2}{x^2} \theta = 0. \quad (6)$$

Для випуклого параболічного ребра (рис. 4) показник степеня n узагальненої функції профілю (3) дорівнює $n=1/3$, функція профілю

$$f(x) = \frac{\delta_0 \sqrt{x}}{2\sqrt{b}}, \text{ а диференціал цієї функції } \frac{df(x)}{dx} = \frac{\delta_0}{4\sqrt{b \cdot x}}.$$

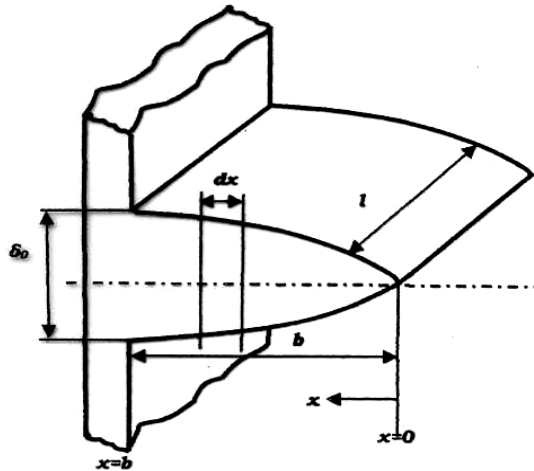


Рис. 4. Поздовжнє ребро випуклого параболічного профілю

Підставимо ці співвідношення в (1) і отримаємо диференціальне рівняння теплопровідності для поздовжнього випуклого параболічного ребра

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{1}{2x} \cdot \frac{d\theta}{dx} - \frac{2 \cdot \alpha}{\lambda \cdot \delta_0} \cdot \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{x}} \theta = 0. \quad (7)$$

Для чисельного розв'язання крайової задачі теплопровідності для ребер різної форми було розглянуто поздовжнє ребро товщиною в основі $\delta_0 = 0.02 \text{ м}$ і висотою $b = 0.1 \text{ м}$, що виготовлене зі сталі (коефіцієнт теплопровідності $\lambda = 35 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$) та відводить тепло конвекцією ($\alpha = \text{const}$) в навколишнє середовище, температура якого $T_c = 20^\circ \text{ С}$. Температура ребра в основі ребра $T_0 = 90^\circ \text{ С}$, а коефіцієнт тепловіддачі $\alpha = 50 \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К)}$.

З використанням **методу прогонки** [3; 7] та персонального комп'ютера було отримано чисельний розв'язок розподілу температури в поздовжніх ребрах чотирьох конфігурацій (рис. 1–4) та побудовані графіки (рис. 5).

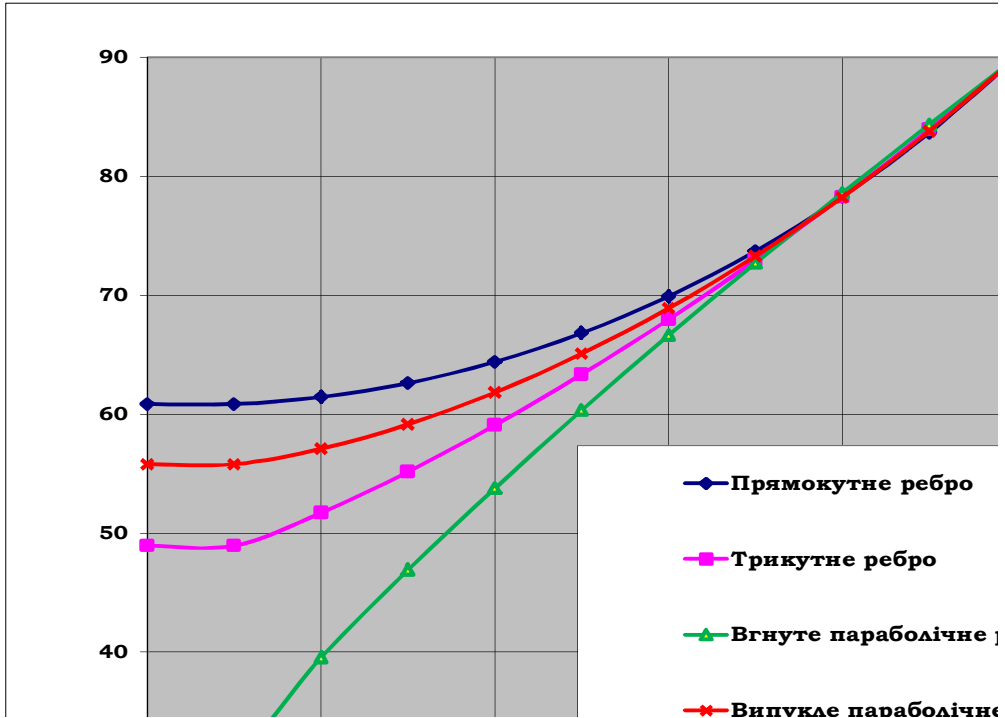


Рис. 5. Графіки розподілу температури в поздовжніх ребрах різного профілю при постійному коефіцієнті тепловіддачі на поверхні ребра та теплоізоляції його торця

Аналіз результатів (рис. 5) чисельного розв'язання крайової задачі теплопровідності для поздовжніх ребер різної конфігурації показав, що більш рівномірного розподілу температур по їх довжині можна досягнути використанням ребер прямокутного профілю (рис. 1) та випуклого параболічного профілю (рис. 4). Поздовжні ребра трикутного профілю (рис. 2) та вгнутого параболічного профілю (рис. 3) дають менш рівномірний розподіл температур по їх довжині. Тому для ефективного відводу тепла краще використовувати поздовжні ребра прямокутного та випуклого параболічного профілів ніж ребра інших профілів.

1. Беляев Н. М. Основы теплопередачи. К. : Вища школа, 1989. 344 с.
2. Босий В. В., Мариненко В. І. Моделювання теплових режимів ребер при різних умовах теплообміну : навч. посіб. К. : МО України, 1996. 116 с.
3. Калиткин Н. Н. Численные методы. М. : Наука, 1978. 512 с.
4. Керн Д., Краус А. Развитие поверхности теплообмена. М. : Энергия, 1977. 464 с.
5. Лейбович Л. І. Практикум з математичного моделювання та оптимізації

процесів теплообміну. Миколаїв : МУК, 2008. 44 с. **6.** Тимейчук О. Ю. Математичні моделі та оптимізація тепломасообміну : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2010. 50 с. **7.** Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М. : Наука, 1977. 735 с.

REFERENCES:

1. Belyaev N. M. Osnovy teploperedachi. K. : Vischa shkola, 1989. 344 s.
2. Bosiy V. V., Marinenko V. I. Modelyuvannya teplovih rejimiv reber pri riznih umovah teploobminu : navch. posib. K. : MO Ukraïni, 1996. 116 s.
3. Kalitkin N. N. Chislennyye metodyi. M. : Nauka, 1978. 512 s.
4. Kern D., Kraus A. Razvityie poverhnosti teploobmena. M. : Energiya, 1977. 464 s.
5. Leibovych L. I. Praktykum z matematychnoho modeliuвання ta optymizatsii protsesiv teploobminu. Mykolaiv : MUK, 2008. 44 s.
6. Tymeichuk O. Yu. Matematychni modeli ta optymizatsiia teplomasoobminu : navch. posib. Rivne : NUVHP, 2010. 50 s.
7. Tihonov A. N., Samarskiy A. A. Uravneniya matematicheskoy fiziki. M. : Nauka, 1977. 735 s.

Tymeichuk O. Y., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor, Kostiuk O. P., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor, Kuba V. V., Senior Lecturer (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

MATHEMATICAL MODELING OF THE HEAT EXCHANGE PROCESS IN LONGITUDINAL RIBS OF DIFFERENT PROFILES

The main types of thermal energy transfer and the use of developed surfaces for heat exchange intensification are considered. The formulation of the boundary value problem of thermal conductivity of longitudinal ribs of different profiles with heat removal by convection with boundary conditions of the first and second kind is given. The generalized profile function for longitudinal ribs is considered. The numerical solution of the problem for four configurations of longitudinal ribs was obtained by the running method using a PC, and the results of the computer simulation were analyzed.

Keywords: heat conduction; convection; developed surface; edge; efficiency of the edge; equation of heat conduction; boundary value problem; run-off method.