

Міністерство освіти і науки України

Національний університет водного господарства
та природокористування

Кафедра теоретичної механіки,
інженерної графіки та машинознавства

02-05-143М

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних занять та виконання самостійної роботи
з навчальної дисципліни «Нарисна геометрія»
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня
за освітньо-професійною програмою
«Верстати та технології механічної обробки матеріалів»
галузі знань 13 «Механічна інженерія»
спеціальності 131 «Прикладна механіка»
денної та заочної форм навчання

Рекомендовано
науково-методичною радою
з якості ННМІ
Протокол №10 від 05.07.2023 р.

Рівне – 2023

Методичні вказівки до практичних занять та виконання самостійної роботи з навчальної дисципліни «Нарисна геометрія» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Верстати та технології механічної обробки матеріалів» галузі знань 13 «Механічна інженерія» спеціальності 131 «Прикладна механіка» денної та заочної форм навчання [Електронне видання] / Козяр М. М., Фещук Ю. В. – Рівне : НУВГП, 2023. – 45 с.

Укладачі: Козяр М. М., доктор педагогічних наук, професор кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства;
Фещук Ю. В., кандидат педагогічних наук, доцент.

Відповідальний за випуск: Козяр М. М., доктор педагогічних наук, завідувач кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства.

Керівник ОП: Стрілець О. Р., кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства.

© М. М. Козяр, Ю. В. Фещук, 2023
© Національний університет
водного господарства
та природокористування, 2023

1. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ «НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ»

1.1 Порядок вивчення дисципліни «Нарисна геометрія»

Нарисна геометрія вивчається здобувачами вищої освіти на першому курсі навчання. Під час вивчення дисципліни необхідно, насамперед, взяти в бібліотеці необхідну навчальну літературу й ретельно продумати календарний робочий план самостійної роботи. Вивчення нарисної геометрії починають з теорії, потім ознайомлюються з розв'язанням типових задач по темах курсу, а потім переходять до виконання графічних робіт (епюрів) з дотриманням правил креслярського мистецтва й, насамперед, відповідних стандартів.

З огляду на рівень своєї математичної підготовки, уміти досить точно й акуратно виконувати графічні побудови при розв'язанні конкретних геометричних завдань. Правильно побудовані самостійні заняття з нарисної геометрії дозволять уникнути труднощів у вивченні цієї дисципліни й навчать бакалаврів логічно мислити, уявляти всілякі сполучення геометричних форм у просторі. Нарисна геометрія сприяє розвитку просторової уяви (мислення), умінню «читати» креслення й за допомогою креслення передавати свої думки й правильно зрозуміти думки іншого, що необхідно інженерові.

Під час вивчення нарисної геометрії варто дотримуватися наступних рекомендацій:

1. Нарисну геометрію потрібно вивчати послідовно й систематично. Тривалі перерви в заняттях, а також перевантаження небажані.

2. Прочитаний у навчальній літературі матеріал повинен бути глибоко засвоєний.

У нарисній геометрії варто уникати механічного запам'ятовування теорем, окремих формулювань і розв'язання задач. Знання, отримані на підставі зубріння, неміцні. Вони швидко забуваються й, що ще гірше, спотворюються до нісенітничі. Здобувач вищої освіти повинен розібратися в теоретичному матеріалі й уміти застосовувати його як загальну схему до розв'язання конкретних задач.

Під час вивчення того або іншого матеріалу дисципліни не виключене виникнення помилкового враження в бакалаврів, що все прочитане ним добре зрозуміле, що матеріал простий і можна, не затримуючись на ньому, іти далі. Свої знання треба перевірити відповідями на поставлені наприкінці кожної теми підручника питання й розв'язанням задач.

3. Велику допомогу у вивченні дисципліни надає гарний конспект підручника або аудиторних лекцій, де записуються найбільш важливі положення курсу. Конспект супроводжується власними формулюваннями й акуратно виконаними кресленнями. Такий конспект допоможе глибше зрозуміти й запам'ятувати досліджуваний матеріал. Він служить також довідником, до якого доводиться часто звертатися. Конспект підручника варто писати тільки при повторному вивченні теми. Кожну тему у підручнику бажано прочитати двічі. Під час першого читання підручника глибоко й послідовно вивчається весь матеріал теми. Під час повторного вивчення теми рекомендується вести конспект, записуючи в ньому основні положення теорії, теореми курсу й порядок розв'язання типових задач. У конспекті треба вказати ту частину

пояснювального матеріалу, що погано зберігається в пам'яті й має потребу в частому повторенні. Під час підготовки до іспиту конспект не може замінити підручника.

4. Під час вивчення нарисної геометрії розв'язанню задач має бути приділена особлива увага. Розв'язання задач є найкращим засобом більш глибокого й всебічного розуміння основних положень теорії.

Перш ніж удатися до розв'язання тої або іншої геометричної задачі, треба зрозуміти її умову й чітко уявити собі схему розв'язання, тобто встановити послідовність виконань операцій. Треба уявити собі положення заданих геометричних образів у просторі.

5. На початковій стадії вивчення нарисної геометрії корисно удаватися до моделювання досліджуваних геометричних форм та їхніх сполучень. Значної допомоги надають замальовки уявних моделей, а також їхні найпростіші макети. У подальшому треба намагатися виконувати будь-які операції з геометричними формами в просторі на їхніх проєкційних зображеннях, не звертаючись за допомогою до моделей і замальовок. «Генеральна» перевірка знань здобувача вищої освіти може бути проведена ним же самим у процесі виконання графічних робіт. Тут він повинен поставити себе в такі умови, які бувають на іспиті.

6. Якщо в процесі вивчення нарисної геометрії у бакалавра виникли труднощі, які він не в змозі подолати самостійно, може звернутися за консультацією на кафедру до лектора.

7. Виконані графічні роботи (епюри) з нарисної геометрії, бакалавр повинен надати науково-педагогічному працівникові для перевірки у вигляді альбому робіт із титульною сторінкою.

1.2 Підготовка та складання іспиту

Мета іспиту – встановити й оцінити знання, вміння та навички здобувачів, набуті ними в процесі роботи над навчальною і методичною літературою, розв'язування задач та виконання графічних робіт з нарисної геометрії протягом семестру. На екзамен необхідно принести із собою: аркуш креслярського паперу (ватман) формату А3, два косинці, олівці (твердий і м'який), циркуль, гумку.

Екзаменаційний білет включає одне теоретичне питання і дві задачі, із різних розділів курсу. Здобувач, що здає іспит, відповідаючи на перше питання, повинен викласти якомога повно теоретичний матеріал і навести не менше 3 прикладів. Розв'язування задач мають бути виконані за допомогою креслярських інструментів чітко, акуратно, у достатньо крупному масштабі з нанесенням усіх необхідних позначень та написів. Розв'язуючи яку-небудь задачу обов'язково ретельно позначайте всі точки і лінії, міркуйте, запам'ятовуйте терміни і стежте за їхнім значенням. На кресленні всі точки і лінії є проєкціями конкретних елементів просторової фігури. Тому не намагайтеся завчити тільки послідовність проведення ліній на кресленні, а розберіться, що зображує кожна точка, лінія. Розповідаючи порядок побудови на кресленні, намагайтеся називати елементи фігури в просторі, показуючи їхні проєкції на кресленні.

Розв'язування задачі доцільно виконувати в такій послідовності:

а) усвідомити умову задачі – що дано і що потрібно побудувати;

- б) накреслити графічну умову задачі, проаналізувати за кресленням положення елементів заданої фігури;
- в) скласти план розв'язання задачі в просторі. При цьому користуйтеся тільки поняттями стереометрії і не вживайте термінів нарисної геометрії.
- Пам'ятайте, що креслення в нарисній геометрії лише відображає просторові побудови. Для полегшення роботи на цьому етапі можна використовувати моделі з підручних засобів: наприклад, поставлена на столі ребром розгорнута книга чи зошит – площини проєкцій, олівець – пряма, косинець – площина і т. д.;
- г) виконати побудови на кресленні за складеним планом. Під час виконання побудов послідовно позначають побудовані точки, лінії і т. д., це допомагає не втрачати послідовність міркувань, організує мислення і полегшує читання креслень;
- д) перевірити розв'язок задачі.

1.3 Питання для підготовки до іспиту

1. Метод проєкцій. Способи проєціювання. Основні властивості центрального та паралельного проєціювання.
2. Проєкції точки на три основні і додаткові площини проєкцій. Координати точки на комплексному кресленні.
3. Проєкції прямої лінії. Прямі загального і окремого положення. Метричні властивості проєкцій відрізка прямої.
4. Визначення натуральної довжини відрізка прямої загального положення і кутів нахилу її до площин проєкцій.
5. Взаємне положення точки і прямої.
6. Сліди прямих загального і окремого положення.
7. Паралельні, перетинні та мимобіжні прямі. Конкуруючі точки.
8. Відстані і кути між прямими, що проєціюються в натуральну величину.
9. Проєкції кутів між прямими. Проєкції прямого кута. Визначення відстані від точки до прямої окремого положення.
10. Площина. Подання площини на кресленні. Перехід від одного способу подання площини до іншого.
11. Побудова слідів площини.
12. Площини окремого положення. Їхні назви і властивості.
13. Точка і пряма в площині. Головні лінії в площині.
14. Взаємно паралельні пряма і площина.
15. Взаємно паралельні площини.
16. Побудова лінії перетину двох площин при різному їхньому положенні і поданні на кресленні.
17. Побудова точки перетину прямої з площиною при різному їхньому положенні і поданні на кресленні. Визначення видимості прямої щодо площини.
18. Побудова прямої, перпендикулярної до площини, а також площини, перпендикулярної до заданої прямої.
19. Побудова взаємно перпендикулярних площин при різному їхньому поданні на кресленні і положенні щодо площин проєкцій.

20. Призначення і сутність способу заміни площин проєкцій. Розв'язування чотирьох основних задач, а також визначення відстаней між різними геометричними елементами.

21. Поняття про спосіб обертання навколо осей, перпендикулярних до площин проєкцій. Визначення натуральної довжини відрізка прямої і кутів нахилу її до площин проєкцій.

22. Призначення і сутність способу плоско паралельного переміщення. Розв'язування чотирьох основних задач, а також визначення відстаней між різними геометричними елементами.

23. Призначення і сутність способу обертання навколо ліній рівня. Визначення натуральної величини плоских фігур і кутів між геометричними елементами.

24. Перетин багатогранників із площиною загального та часткового положення.

25. Побудова розгортки прямих і похилих призм і пірамід.

26. Побудова ліній перетину кривих поверхонь площинами загального та часткового положення. Конічні перерізи.

27. Побудова розгортки поверхонь прямих і похилих циліндрів та конусів.

28. Побудова розгортки сфери.

29. Побудова точок перетину прямої з поверхнями піраміди, призми, циліндра, конуса та сфери.

30. Взаємний перетин багатогранників (загальні і окремі випадки). Способи ребер і граней.

31. Взаємний перетин кривих поверхонь. Способи допоміжних площин і сферичних поверхонь.

32. Криві лінії. Побудова проєкцій і розгортки циліндричної гвинтової лінії. Проведення дотичної до циліндричної гвинтової лінії.

33. Розгортні і нерозгортні лінійчасті і нелінійчасті криві поверхні. Гвинтові поверхні. Побудова проєкцій визначників поверхонь, а також точок, що належать поверхням.

34. Площини, дотичні до кривих поверхонь.

35. Сутність аксонометричних проєкцій. Стандартні аксонометричні проєкції за (ДСТУ ISO 5456-3:2006 Кресленики технічні. Методи проєціювання. Частина 3. Аксонометричні зображення (ISO 5456-3:1996, IDT)). Кути між аксонометричними осями і показники спотворення. Аксонометричні координати, вторинні проєкції.

36. Зображення в аксонометрії кіл, розташованих паралельно основним площинам проєкцій.

37. Побудова в аксонометрії геометричних поверхонь.

1.4 Список рекомендованої літератури

1. Козяр М. М., Сасюк З. К. Нарисна геометрія : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2013. 206 с.

2. Кривцов В. В., Козяр М. М. Нарисна геометрія (базовий курс:) : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2019. 234 с.

3. Кривцов В. В., Науменко Ю. В. Нарисна геометрія : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2012. 213 с.

4. Бурчак І. Н., Козяр М. М., Кривцов В. В. Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка : навч. посібник. Луцьк, Рівне : ЛНТУ, НУВГП, 2020. 160 с.
5. Кривцов В. В., Тимощук І. О., Приймак С. А. Нарисна геометрія (з використанням іноземних мов) : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2016. 280 с.
6. Кривцов В. В., Козяр М. М., Полінчук А. Е. Розв'язування задач підвищеної складності з нарисної геометрії : навч. посібник. Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2017. 224 с.
7. Кривцов В. В., Науменко Ю. В. Теоретичні основи розв'язування задач з нарисної геометрії : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2013. 267 с.
8. Пугачов Є. В., Зданевич В. А., Літницький С. І., Кундрат Т. М. Збірник задач з нарисної геометрії з розв'язками. Ортогональні проекції : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2021. 317 с.

У таблиці 1.1 зазначені сторінки навчальних видань, де містяться відповіді на відповідні питання підсумкового іспиту та підготовки до практичних занять.

Здобувачі вищої освіти, які хочуть вивчати нарисну геометрію з використання іноземних мов (англійської або французької) можуть скористатися навчальними посібниками [4; 5].

Примітка: риси, поставлені на місці сторінок означають, що в даному підручнику відповіді на питання немає. На сторінках, зазначених * відповідь міститься неповна. В окремих випадках для доповнення деяких питань (зазначених *) можуть бути використані інші підручники або навчальні посібники.

Таблиця 1.1

Сторінки навчальних посібників, що містять відповіді до екзаменаційних питань

№№ питань	Номер джерела, сторінки				
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
1	13 – 19	8 – 11	10 – 15	5 – 6	9 – 10
2	20 – 27	12 – 26	16 – 20	7 – 21	11 – 25
3	27 – 31	27 – 35	20 – 24	22 – 25; 29 – 38	26 – 30
4	36 – 39	37 – 39	24 – 25	25 – 28	30 – 42
5	31 – 33	39 – 42	26	39 – 40	23
6	33 – 36	36 – 37	26 – 27	29 – 31	33 – 35
7	39 – 40;	40 – 43	28 – 30	39 – 46	43 – 50
8	27 – 31	29 – 31	22 – 23	31 – 35	35 – 39
9	–	45; 48 – 49*	30 – 31	46 – 48	50 – 52
10	41 – 42	50 – 53	31 – 32	49 – 50	53 – 55
11	42 – 44	54 – 55	33 – 34	51 – 52	55 – 56
12	44 – 46	57 – 67	39 – 44	59 – 64	57 – 67
13	46 – 49; 50 – 52	68 – 76	35 – 38	64 – 77	68 – 81
14	55 – 56	97 – 106	44 – 45	78*	–
15	63 – 66	77 – 81	45 – 46	79 – 80	–
16	60 – 64	82 – 96	147 – 154	80 – 82	–
17	58 – 61	106 – 116	139 – 156	82 – 85	–

18	66 – 71	116 – 129	46 – 48	89 – 92	–
19	72 – 76	130 – 136	48 – 49	91 – 92	–
20	85 – 102	153 – 170	52 – 58	97 – 105	–
21	104 – 107	170 – 190	58 – 64	105 – 107	–
22	102 – 104	190 – 198	64 – 65	108 – 114	–
23	107 – 109	198 – 211	66 – 67	–	–
24	115 – 119	–	108 – 110	115 – 117	–
25	128 – 133	–	126 – 131	–	82 – 84
26	141 – 144	–	110 – 111	128 – 133	–
27	119 – 128	–	131 – 135	118 – 127	–
28	133 – 140	–	135 – 138	–	85 – 94
29	145 – 152	–	175 – 178	133 – 146	–
30	141 – 143; 150 – 155	–	159 – 163	–	–
31	176 – 185	–	179 – 196	147 – 155	–
32	158 – 174	–	102 – 107	147 – 155	–
33	126 – 128*	–	112 – 115	–	–
34	186 – 190	–	118 – 121	–	–
35	191 – 196	–	198 – 207	–	–
36	196 – 202	–	202 – 203; 205 – 206	–	–
37			207 – 212		

У навчальних виданнях [6-8] наведено умови та розв'язки задач з відповідних тем нарисної геометрії.

1.5 Прийнята система скорочень і позначень

$A, B, C, D, E \dots$ або $1, 2, 3, 4, 5 \dots$ – точки у просторі;

a, b, c, d, e, \dots – прямі та криві лінії у просторі;

$\Delta, \Phi, \Gamma, P, \Sigma \dots$ – площини та поверхні у просторі;

$Oxyz$ – система координат у просторі;

Ox, Oy, Oz – осі координат;

$=$ – рівність, результат дії;

\equiv – тотожно збігаються;

\cap – перетин ($b \cap \Sigma = A$ – пряма b перетинає площину Σ у точці A , аналогічний запис буде для кривої та поверхні, за текстом зрозуміло, про які фігури йде мова);

\cup – з'єднання;

$//$ – паралельність ($b // d$ – пряма b паралельна прямій d);

\sphericalangle – мимобіжність ($m \sphericalangle n$ – прямі m та n мимобіжні);

\perp – перпендикулярність ($e \perp \Sigma$ – пряма e перпендикулярна площині Σ);

\in – належність елемента множині ($A \in b$ – точка A належить лінії b);

\subset – належність підмножини множині ($n \subset \Sigma$ – лінія належить поверхні);

$\neq, \notin, \not\subset, \dots$ – символи, які позначають заперечення вказаних вище відношень;

\rightarrow – відображення ($A \rightarrow A1$ – точка A відображається у точку $A1$);

\Rightarrow – символ логічної дії;

$\Pi 1$ – горизонтальна площина проєкцій (Oxy);

$\Pi 2$ – фронтальна площина проєкцій (Oxz);

$\Pi 3$ – профільна площина проєкцій (Oyz);

h – горизонталь (пряма, паралельна площині $\Pi 1$)

f – фронталь (пряма, паралельна площині $\Pi 2$);

p – профільна пряма (пряма, паралельна профільній площині $\Pi 3$);

$A1, B1, C1, D1, E1 \dots$ або $11, 21, 31, 41, 51 \dots$ – проєкції точок на $\Pi 1$;

$A2, B2, C2, D2, E2 \dots$ або $12, 22, 32, 42, 52 \dots$ – проєкції точок на $\Pi 2$;

$A3, B3, C3, D3, E3 \dots$ або $13, 23, 33, 43, 53 \dots$ – проєкції точок на $\Pi 3$;

$a1, b1, c1, d1, e1, \dots$ – проєкції прямих або кривих ліній на $\Pi 1$;

$a2, b2, c2, d2, e2, \dots$ – проєкції прямих або кривих ліній на $\Pi 2$;

$a3, b3, c3, d3, e3, \dots$ – проєкції прямих або кривих ліній на $\Pi 3$;

$\Delta 1, \Phi 1, \Gamma 1, P1, \Sigma 1 \dots$ – проєкції площин та поверхонь на $\Pi 1$;

$\Delta 2, \Phi 2, \Gamma 2, P2, \Sigma 2 \dots$ – проєкції площин та поверхонь на $\Pi 2$;

$\Delta 3, \Phi 3, \Gamma 3, P3, \Sigma 3 \dots$ – проєкції площин та поверхонь на $\Pi 3$;

$\Sigma (A, B, C)$ – площина, що задана точками A, B, C ;

$\Sigma (A, m)$ – площина, що задана точкою A і прямою m ;

$\Sigma (m // n)$ – площина, що задана паралельними прямими m і n ;

$\Sigma (b \cap c)$ – площина, що задана прямими b і c , які перетинаються;

$\Pi 4, \Pi 5, \Pi 6, \dots$ – нові (додаткові) площини проєкцій;

$x14, x25, \dots$ – нові осі ($x14 = \Pi 1 \cap \Pi 4, x25 = \Pi 2 \cap \Pi 5$);

α, β, γ – кути;

$a \wedge c$ – кут між прямими a і c ;

$b \wedge \Gamma$ – кут між прямою b і площиною Γ ;

$\Phi \wedge \Gamma$ – кут між площинами Φ і Γ ;

$|A, B|$ – відстань між точками A і B , довжина відрізка $|AB|$;

$|A, b|$ – відстань від точки A до прямої b ;

$|a // c|$ – відстань між паралельними прямими a і c ;

$|\Phi // \Gamma|$ – відстань між паралельними площинами Φ і Γ ;

$|d \circ c|$ – відстань між мимобіжними прямими d і c ;

$|\Delta ABC|$ – натуральна величина плоскої фігури (трикутника ABC).

Базисом нарисної геометрії є точка. Положення точки в просторі визначається трьома координатами $A (X, Y, Z)$, які мають назви:

координата X – широта або абсциса (від лат. *abscissa* – відсічена, відділена);

координата Y – глибина або ордината (від лат. *ordinata* – упорядкована, підряд проведена);

координата Z – висота або апліката (від лат. *applicata* – прикладена).

2. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ ГРАФІЧНИХ РОБІТ З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

2.1 Тема: Епюр прямої.

Мета: Сформувати знання про пряму, епюр прямої; набути вміння виконувати епюр прямої. Зразок виконання наведено на рис. 2.2. вихідні дані – табл. 2.1.

Завдання для самопідготовки: опрацювати опорний конспект лекції; розкрити сутність слідів прямої.

Загальні відомості

1. Ортогональною проекцією прямої лінії на площину взагалі є пряма лінія, за винятком випадку, коли пряма перпендикулярна до площини проєкцій.
2. Проеціювальна пряма, перпендикулярна до площини проєкцій, проєціюється на цю площину проєкцій у точку.
3. Пряма у просторі визначається двома точками, які належать цій прямій.
4. Одна ортогональна проєкція не визначає положення прямої у просторі.
5. Дві проєкції прямої повністю визначають її положення у просторі. За двома проєкціями прямої завжди можна побудувати третю.
6. Кожна точка, що належить прямій у просторі, має проєкції, які належать однойменним ортогональним проєкціям прямої (див. рис. 2.1).
7. Проєкція відрізка прямої звичайно менша самого відрізка, тобто пряма загального положення проєціюється на площину проєкцій зі спотворенням.
8. Проєкція відрізка прямої, яка паралельна площині проєкцій, паралельна цій прямій і дорівнює натуральній величині відрізка.
9. Проєкція точки поділяє проєкцію відрізка у тому самому відношенні, в якому точка поділяє відрізок прямої лінії у просторі.
10. Якщо дві прямі паралельні між собою і не перпендикулярні до площини проєкцій, то їх ортогональні проєкції на цю площину також паралельні.
11. Точки перетину прямої з площинами проєкцій називаються *слідами прямої* і визначаються як особливі точки прямої, одна з координат яких дорівнює нулю.
12. Натуральна величина відрізка прямої загального положення визначається величиною гіпотенузи *прямокутного трикутника*, побудованого на одній проєкції як на катеті. Другим катетом трикутника є різниця відстаней від кінцевих точок відрізка до тієї площини проєкцій, проєкція відрізка на яку вважається першим катетом.

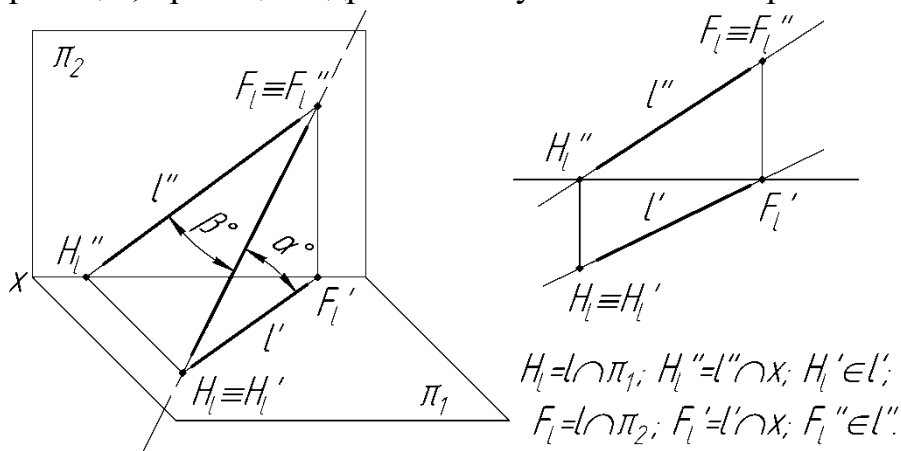


Рис. 2.1

Таблиця 2.1

Варіанти завдань до практичної роботи «Пряма»

Вар.	Точки	Координати			Вар.	Точки	Координати			Вар.	Точки	Координати		
		X	Y	Z			X	Y	Z			X	Y	Z
1	A	90	40	10	2	A	65	30	10	3	A	60	10	40
	B	30	10	45		B	40	10	30		B	30	35	10
	C	85	30	20		C	85	10	20		C	90	25	10
	D	25	10	20		D	25	10	20		D	20	25	30
	E	60	10	20		E	40	10	25		E	45	15	10
	F	60	40	20		F	40	30	25		F	45	15	35
	G	90	20	80		G	90	10	85		G	95	20	60
	L	80	60	45		L	70	60	30		L	85	55	25
	K	15	10	35		K	20	10	15		K	15	10	15
	S	30	65	80		S	20	80	70		S	35	65	60
4	A	80	10	35	5	A	55	5	25	6	A	80	5	40
	B	45	45	5		B	25	40	5		B	50	30	10
	C	80	30	15		C	75	30	25		C	70	30	30
	D	30	30	30		D	20	10	25		D	20	10	30
	E	75	20	30		E	40	30	30		E	70	10	20
	F	75	20	10		F	40	30	15		F	70	30	20
	G	90	20	80		G	100	20	80		G	90	10	80
	L	80	60	45		L	75	55	30		L	70	70	20
	K	15	10	35		K	10	15	20		K	40	15	15
	S	30	65	80		S	20	80	70		S	15	80	60
7	A	65	40	10	8	A	75	5	40	9	A	65	10	30
	B	25	10	40		B	30	35	10		B	25	35	10
	C	80	30	15		C	70	20	30		C	75	15	10
	D	35	10	15		D	30	20	10		D	30	15	30
	E	35	20	35		E	55	10	10		E	45	30	20
	F	35	20	15		F	55	10	30		F	45	5	20
	G	90	20	70		G	100	10	70		G	90	15	60
	L	70	80	10		L	75	70	10		L	70	70	20
	K	40	10	15		K	40	10	10		K	20	10	20
	S	15	70	50		S	10	70	60		S	10	80	90
10	A	65	25	10	11	A	65	5	40	12	A	75	35	10
	B	25	5	25		B	30	25	15		B	40	10	35
	C	60	15	15		C	75	25	25		C	70	20	20
	D	20	15	30		D	25	25	10		D	25	10	20
	E	65	15	15		E	50	30	15		E	75	15	35
	F	65	15	35		F	50	10	15		F	75	15	10
	G	100	25	55		G	90	15	55		G	90	10	55
	L	70	80	20		L	90	70	20		L	75	90	20
	K	15	15	40		K	20	15	40		K	20	10	30
	S	45	65	90		S	40	65	80		S	35	90	80
13	A	70	30	10	14	A	55	35	5	15	A	85	35	10
	B	25	10	35		B	30	5	35		B	45	10	40
	C	75	25	25		C	70	20	15		C	85	10	20
	D	20	10	25		D	25	10	15		D	20	25	20
	E	50	15	30		E	45	25	20		E	70	20	30
	F	50	15	10		F	45	10	20		F	70	20	10

	G	95	30	80		G	80	10	60		G	90	10	70
	L	85	60	30		L	65	90	20		L	75	70	20
	K	20	20	15		K	10	10	35		K	40	20	10
	S	35	80	70		S	25	90	85		S	10	70	45
Вар.	Точки	Координати			Вар.	Точки	Координати			Вар.	Точки	Координати		
		X	Y	Z			X	Y	Z			X	Y	Z
16	A	55	10	30	17	A	60	5	30	18	A	70	10	30
	B	35	30	10		B	25	30	10		B	55	30	10
	C	80	25	20		C	75	15	25		C	55	15	10
	D	20	10	20		D	25	15	10		D	10	15	25
	E	60	20	30		E	65	25	15		E	80	10	10
	F	60	20	5		F	65	5	15		F	80	10	30
	G	90	20	60		G	100	15	50		G	90	15	60
	L	70	80	20		L	60	80	20		L	70	80	20
	K	25	10	55		K	10	25	40		K	30	20	15
	S	35	90	80		S	45	80	80		S	15	70	50
19	A	90	40	10	20	A	65	30	10	21	A	60	10	40
	B	30	10	45		B	40	10	30		B	30	35	10
	C	70	20	20		C	75	25	25		C	60	15	15
	D	25	10	20		D	25	25	10		D	20	15	30
	E	75	20	30		E	40	30	30		E	70	10	20
	F	75	20	10		F	40	30	15		F	70	30	20
	G	90	10	55		G	90	15	55		G	95	20	60
	L	75	90	20		L	90	70	20		L	85	55	25
	K	20	10	30		K	20	15	40		K	15	10	15
	S	35	90	80		S	40	65	80		S	35	65	60
22	A	80	10	35	23	A	55	5	25	24	A	80	5	40
	B	45	45	5		B	25	40	5		B	50	30	10
	C	75	15	10		C	70	20	30		C	80	30	15
	D	30	15	30		D	30	20	10		D	35	10	15
	E	60	10	20		E	40	10	25		E	45	15	10
	F	60	40	20		F	40	30	25		F	45	15	35
	G	100	25	55		G	90	20	70		G	90	20	80
	L	70	80	20		L	70	80	10		L	80	60	45
	K	15	15	40		K	40	10	15		K	15	10	35
	S	45	65	90		S	15	70	50		S	30	65	80
25	A	80	10	35	26	A	55	5	25	27	A	80	5	40
	B	45	45	5		B	25	40	5		B	50	30	10
	C	80	30	15		C	75	30	25		C	70	30	30
	D	30	30	30		D	20	10	25		D	20	10	30
	E	75	20	30		E	40	30	30		E	70	10	20
	F	75	20	10		F	40	30	15		F	70	30	20
	G	90	20	80		G	100	20	80		G	90	10	80
	L	80	60	45		L	75	55	30		L	70	70	20
	K	15	10	35		K	10	15	20		K	40	15	15
	S	30	65	80		S	20	80	70		S	15	80	60
28	A	60	20	20	29	A	65	10	30	30	A	70	40	10

B	35	10	35	B	20	25	20	B	40	10	40
C	65	20	20	C	75	20	20	C	70	5	30
D	25	15	30	D	30	30	10	D	25	10	30
E	65	20	20	E	50	30	20	E	60	15	35
F	65	25	35	F	50	5	20	F	60	15	10
G	100	25	55	G	90	15	55	G	90	10	55
L	70	80	20	L	90	60	10	L	75	90	20
K	15	15	40	K	20	15	40	K	20	10	30
S	45	65	90	S	40	65	80	S	35	90	80

2.2 Тема: Перетин площин.

Мета: Сформувати знання про зображення площини, взаємне положення площин, перетин площин; набути вміння виконувати лінію взаємного перетину двох площин. Зразок виконання роботи рис. 2.4, вихідні дані – табл. 2.2.

Завдання для самопідготовки: опрацювати опорний конспект лекції; розкрити сутність поняття «сліди площини».

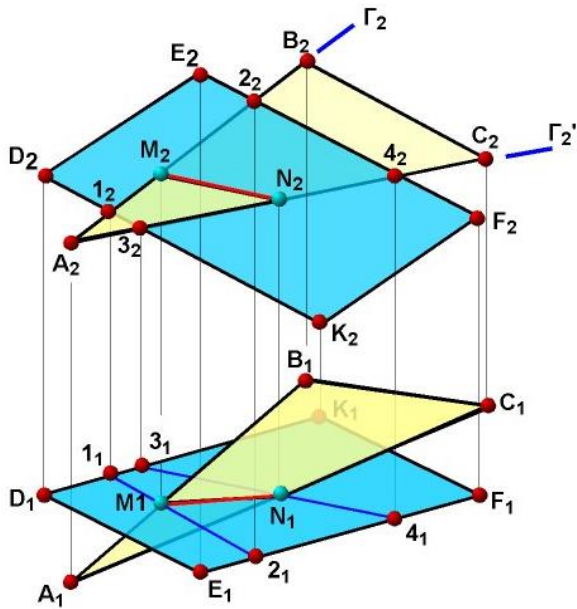
Загальні відомості

Дві площини перетинаються по прямій лінії, а положення прямої цілком визначається двома точками. Тому розв'язання задачі на побудову проєкцій прямої перетину двох площин у загальному випадку зводиться до визначення проєкцій двох точок, які одночасно належать кожній з площин, що перетинаються. Лінія перетину площин пройде через ці дві точки.

Задачу можна розв'язати двома способами: способом знаходження точки зустрічі прямої з площиною (на рис. 2.3 – точка M); способом допоміжних січних площин (метод посередника) (на рис. 2.3 – точка N).

Суть методу посередника: дві задані площини перетинаються третьою допоміжною площиною-посередником; будується лінія перетину кожної з заданих площин з посередником; знаходиться точка, в якій перетинаються ці лінії перетину і яка є однією з точок шуканої лінії перетину заданих площин.

<p>Дано: $\alpha(\triangle ABC)$, $\Sigma(DEFK)$; $\alpha \cap \Sigma = MN$</p>	<p style="text-align: right;">Рис. 2.3</p>
---	--



Розв'язання задачі:

1) Вводимо допоміжну площину Γ_2 ;
 $\Gamma_2 \perp \Pi_2$; $\Gamma_2 \in AB$. $\Gamma_2 \cap \Sigma (DEFK) = 1 - 2$.
 $1 - 2 \cap AB = M$; $1_1 - 2_1 \cap A_1B_1 = M_1 \Rightarrow M_2$.

2) Вводимо допоміжну площину Γ'_2 ;
 $\Gamma'_2 \perp \Pi_2$; $\Gamma'_2 \in AC$. $\Gamma'_2 \cap \Sigma (DEFK) = 3 - 4$.
 $3 - 4 \cap AC = N$; $3_1 - 4_1 \cap A_1C_1 = N_1 \Rightarrow N_2$.

3) Видимість площин α і Σ на Π_1 і Π_2
 визначаємо за допомогою конкуруючих
 точок 2 і 4 або 1 і 3.

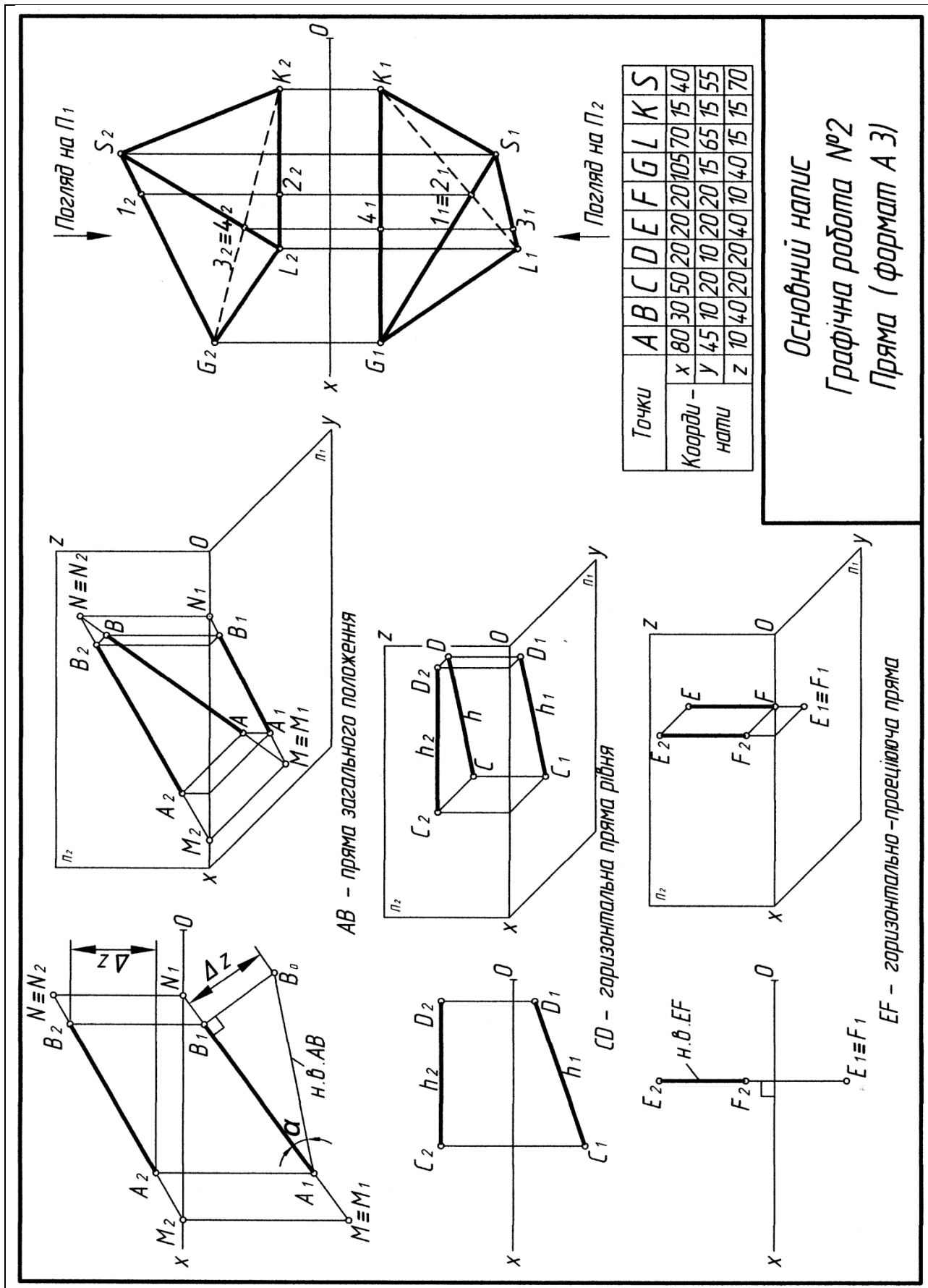
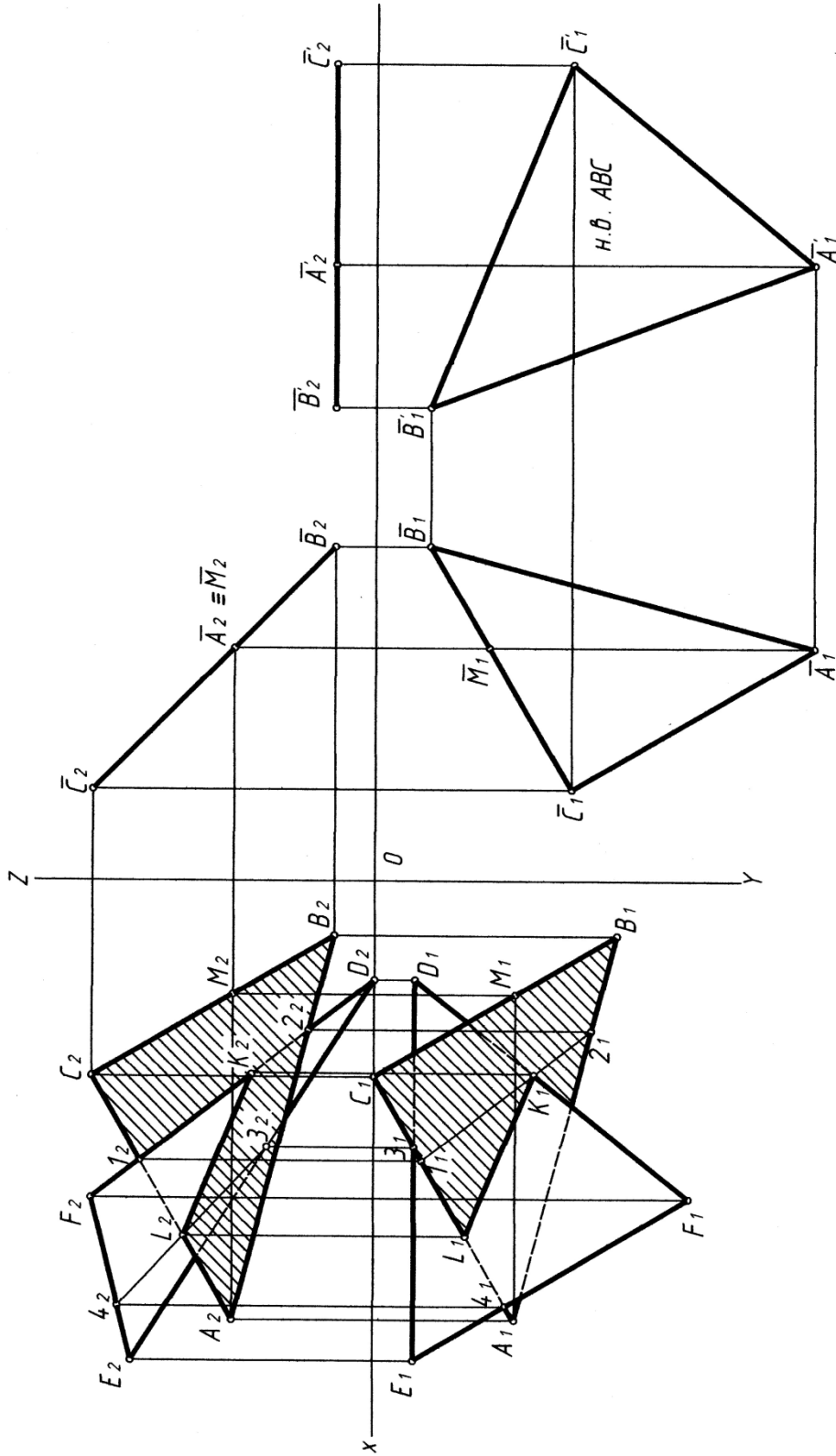


Рис. 2.2 Зразок виконання практичної роботи «Пряма»

Варіанти завдань до практичної роботи «Перетин площин»

	1			2			3			4			5			6		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
A	20	65	30	75	75	5	0	30	75	90	5	70	30	0	60	20	25	0
B	40	15	65	60	20	60	30	65	15	65	60	15	70	15	15	60	5	80
C	80	30	35	20	10	40	80	25	15	15	15	20	15	55	15	90	75	40
D	15	35	70	30	50	55	45	65	75	25	45	70	70	55	60	0	60	60
E	70	75	80	90	50	35	95	40	0	95	60	35	5	30	60	75	80	70
F	35	0	0	60	5	10	10	0	10	65	10	0	20	0	0	10	0	10
	7			8			9			10			11			12		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
A	0	60	20	10	20	15	0	50	10	85	70	10	25	5	25	95	30	65
B	20	10	60	55	70	5	60	70	70	25	20	25	60	60	5	15	15	10
C	85	10	20	80	20	45	80	10	10	90	10	60	95	20	50	70	80	5
D	50	70	65	20	60	55	20	10	70	15	70	65	35	45	55	35	70	70
E	75	35	0	100	35	20	90	50	60	105	70	45	105	60	45	115	80	55
F	10	0	5	60	10	5	60	85	0	70	0	0	70	0	0	85	20	0
	13			14			15			16			17			18		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
A	20	5	60	10	5	70	20	45	55	5	10	60	10	45	5	65	20	70
B	50	60	5	80	20	25	60	70	10	40	65	10	90	5	10	0	20	15
C	90	15	30	40	65	10	90	10	60	70	5	40	50	70	70	50	70	10
D	60	60	60	70	70	70	20	0	10	70	50	75	15	5	50	15	60	55
E	100	5	10	0	35	60	95	20	10	0	70	45	95	15	65	90	60	40
F	25	10	0	30	5	0	75	60	75	15	0	0	60	70	0	60	5	5
	19			20			21			22			23			24		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
A	20	20	70	85	10	45	0	70	60	0	70	25	10	20	40	10	10	10
B	50	50	10	70	50	0	30	10	80	45	10	70	50	60	10	90	80	20
C	70	10	30	20	20	10	70	15	20	90	30	20	75	10	40	65	10	60
D	80	60	70	55	60	60	60	50	70	65	60	70	75	60	75	15	70	65
E	5	40	60	0	0	60	0	0	50	90	10	15	5	70	55	100	70	40
F	25	0	10	75	0	0	15	70	5	15	0	15	35	0	0	80	10	0
	25			26			27			28			29			30		
	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
A	60	65	10	10	70	20	10	5	70	10	50	0	10	70	10	75	70	20
B	0	10	25	50	10	60	40	70	10	25	0	60	40	10	50	10	35	10
C	85	5	60	90	25	10	90	5	40	85	10	15	80	20	20	60	20	60
D	20	65	60	70	65	45	100	50	25	50	50	50	80	55	55	20	70	70
E	105	35	35	5	35	55	25	65	80	90	0	55	10	50	70	100	60	50
F	55	0	0	25	0	50	50	0	0	20	0	0	20	0	0	75	5	0



Точки	A	B	C	D	E	F	
Координаты	x	110	15	50	26	120	80
наты	y	35	60	0	10	10	78
	z	35	10	70	0	60	70

Основний нарис
 Графічна робота №3-4
 Площина (формат А3)

Рис. 2.4 Зразок виконання практичної роботи «Перетин площин»

2.3 Тема: Перетворення прямокутних проєкцій.

Мета: Сформувати знання про способи перетворення прямокутних проєкцій; набути вміння знаходити дійсну величину плоскої фігури.

Завдання для самопідготовки: опрацювати опорний конспект лекції; охарактеризувати питання паралельності прямих і площин.

Загальні відомості

Визначити натуральну величину $\triangle ABC$. $\triangle ABC$ – площина загального положення (рис. 2.5).

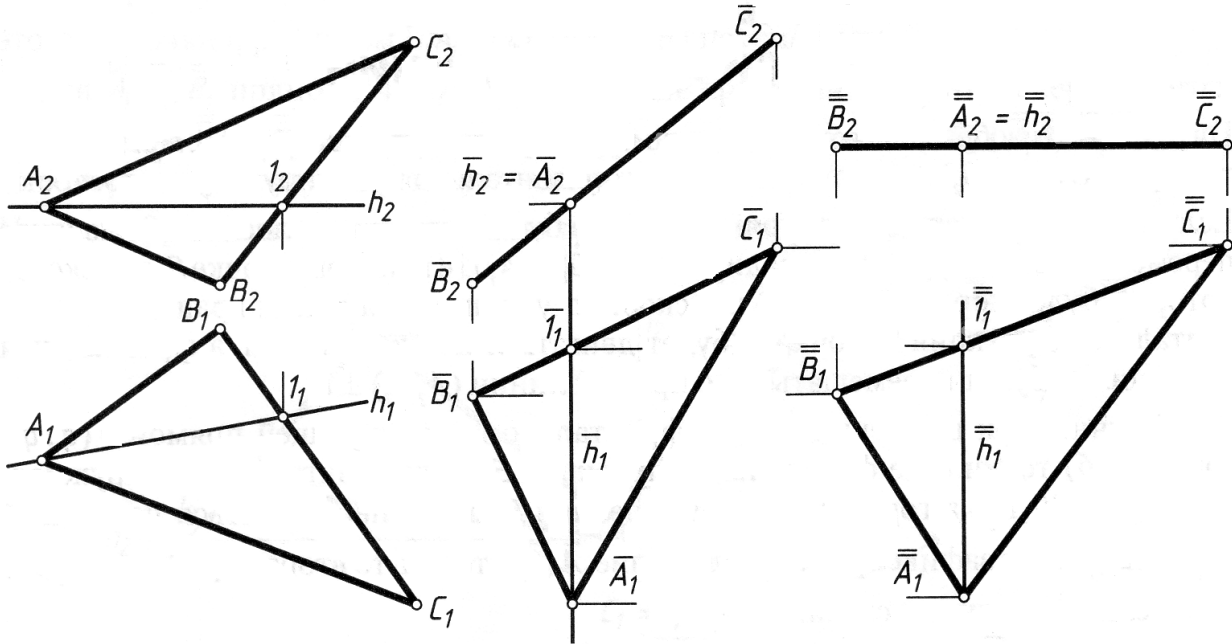


Рис. 2.5

1 спосіб

Перетворення проводимо в два етапи:

1) Перетворюємо площину загального положення в проєціюючу. Для цього в площині проводимо лінію рівня – h або f . Розміщуємо ту проєкцію площини, в якій лінія рівня є натуральною величиною так, щоб натуральна величина лінії рівня стала перпендикулярною до осі проєкцій X_{12} . При цьому лінія рівня стане проєціюючою прямою і на другу площину проєкцій спроеціюється в точку. Площина при цьому стане проєціюючою щодо цієї ж площини проєкцій.

2) Перетворюємо проєціюючу площину в площину рівня. Для цього ту проєкцію площини, яка являє собою пряму лінію розташовуємо паралельно осі X_{12} . Інша проєкція буде відображати натуральну величину $\triangle ABC$.

2 спосіб

Під час розв'язування цієї задачі необхідно виконати подвійне перетворення (подвійну заміну площин проєкцій): спочатку перетворити площину загального положення в проєціюючу площину, а потім проєціюючу площину в площину рівня.

Проводимо лінії рівня площини – h і f .

2) Вибираємо $\Pi_4 \perp h$; $\Pi_4 \perp \Pi_1$, $\Pi_4 \cap \Pi_1 = X_{14}$; $X_{14} \perp h_1$.

В системі $(\Pi_1\Pi_4)$ горизонталь стане проєціюючою прямою, а площина ΔABC – проєціюючою площиною.

3) $\Pi_5 \parallel \Delta ABC$; $\Pi_5 \perp \Pi_4$, $\Pi_5 \cap \Pi_4 = X_{45}$; $X_{45} \parallel A_4B_4C_4$; $\Delta A_5B_5C_5$ – натуральна величина ΔABC .

На рис. 2.6 за проєцією точки D_5 (одна точка натуральної величини фігури) знайдені решта проєкцій. Проекція D_4 належить прямій, в яку проєціюється площина ΔABC . Послідовність побудов вказано стрілками.

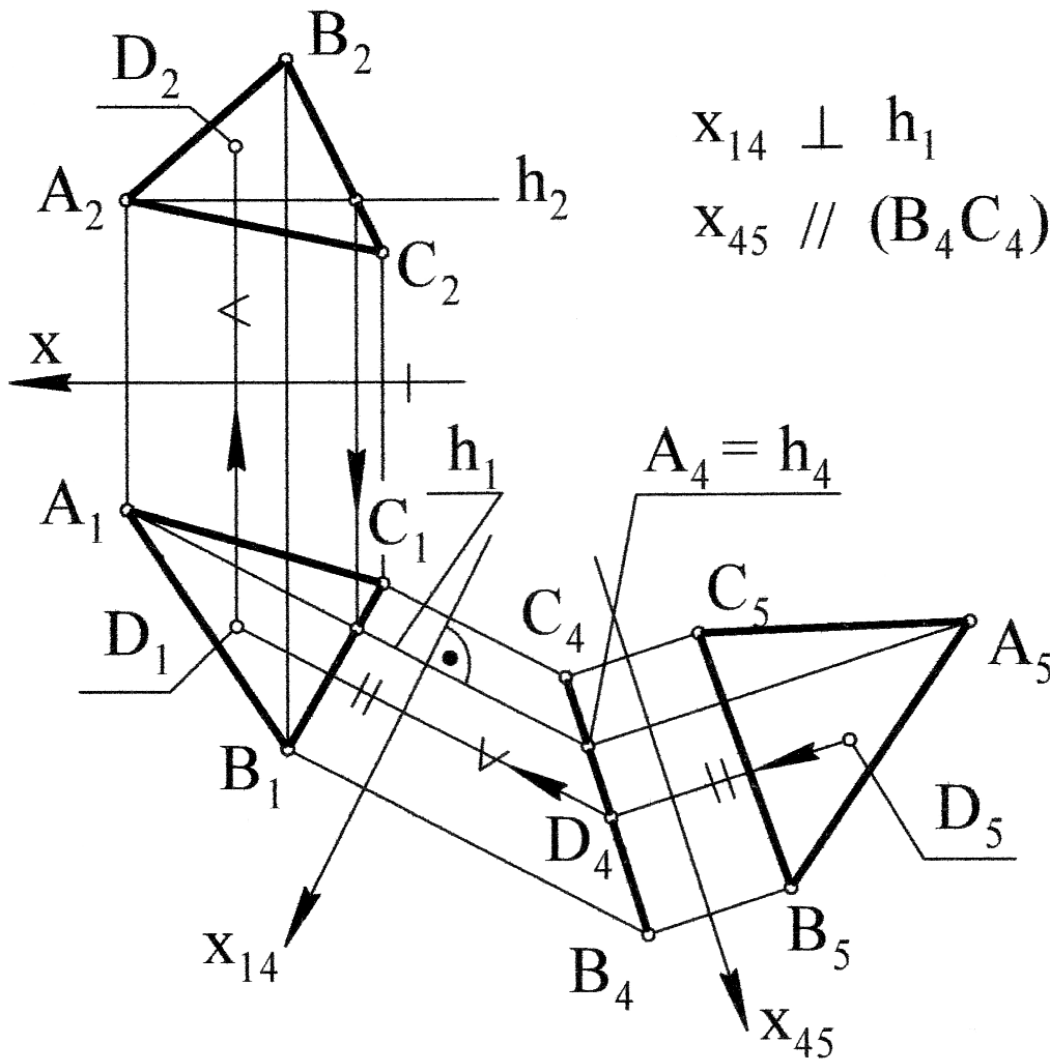


Рис. 2.6

2.4 Тема: Перетворення прямокутних проєкцій.

Мета: сформувати знання про способи перетворення прямокутних проєкцій; набути вміння знаходити величину двогранного кута. Вихідні дані – табл. 2.3.

Завдання для самопідготовки: опрацювати опорний конспект лекції; охарактеризувати сутність перетворення проєкцій методом суміщення.

Загальні відомості

Визначимо величину двогранного кута при ребрі АС.

1. Введемо додаткову площину проєкцій Π_4 так, щоб ребро кута АС на ній проєктувалось в натуральну величину. Нова вісь x_1 розташовується паралельно A_1C_1 , лінії зв'язку перпендикулярні x_1 , а координатні відрізки на Π_4 дорівнюють координатам по осі Z відповідних проєкцій точок на Π_2 . За конкуруючими точкам визначимо видимість проєкції на Π_4 .

2. Введемо нову площину проєкцій Π_5 , щодо якої АС буде проєціюючою прямою. Вісь x_2 повинна бути перпендикулярна A_4C_4 , а координатні відрізки на Π_5 дорівнюють відповідним відстаням від осі x_1 до горизонтальних проєкцій точок. На Π_5 отримуємо натуральну величину двогранного кута (рис. 2.7).

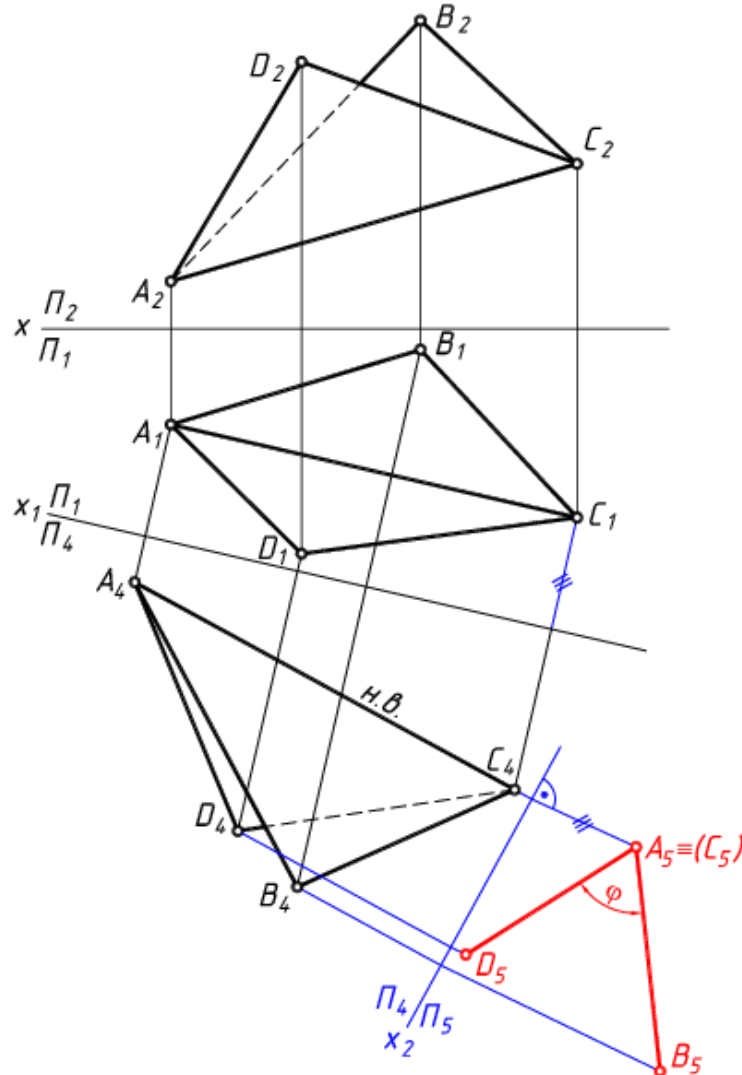
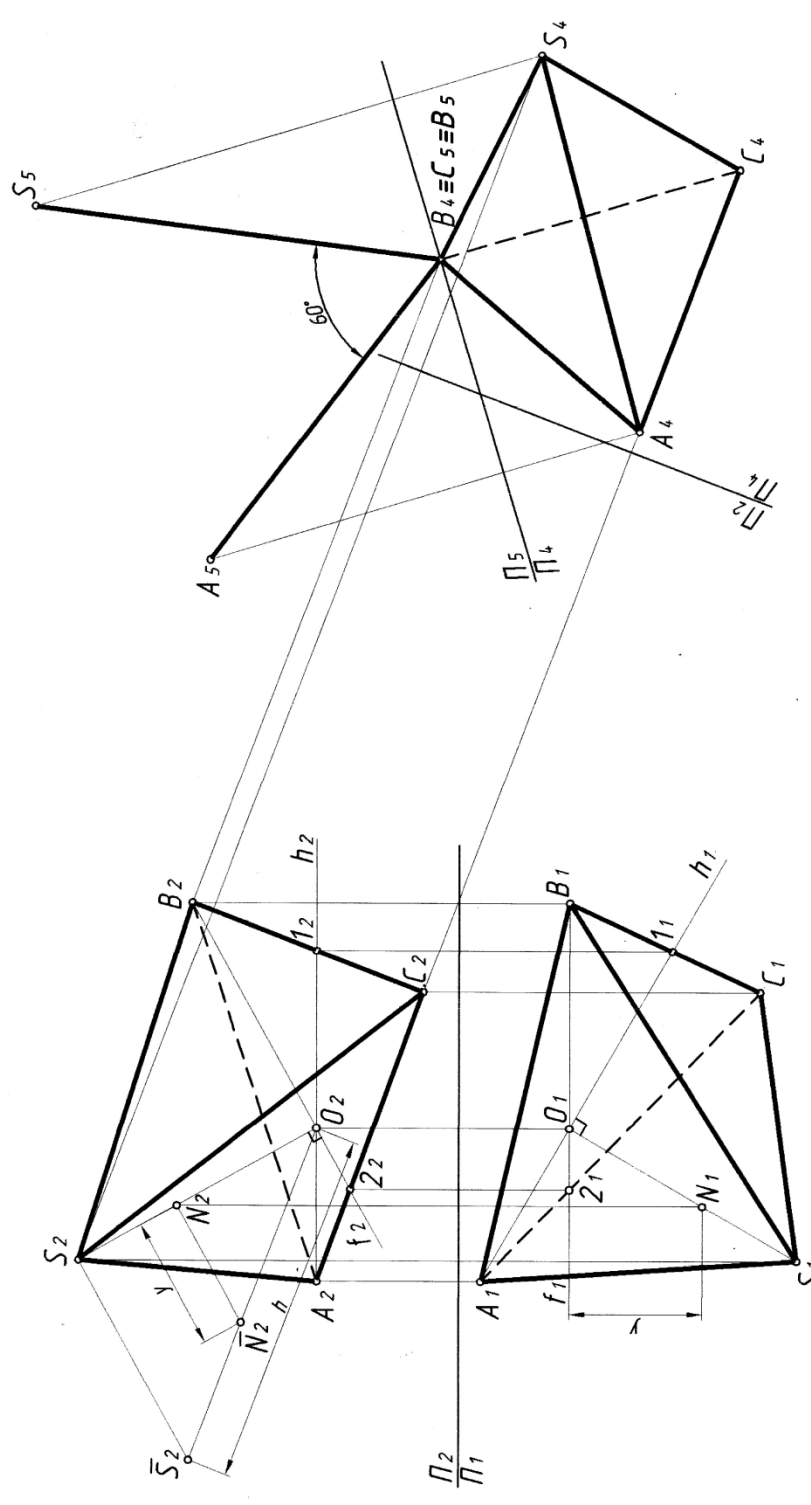


Рис. 2.7

Варіанти завдань до практичної роботи «Перетворення прямокутних проєкцій»

Варі-ант	Xa	Ya	Za	Xв	Yв	Zв	Xc	Yc	Zc	h
1	120	60	20	40	120	60	0	90	0	80
2	115	62	18	45	115	61	0	85	0	80
3	110	63	20	48	110	62	0	80	0	81
4	105	64	20	50	105	63	0	81	5	82
5	100	65	21	55	104	64	0	82	5	83
6	95	61	22	60	106	65	0	83	5	84
7	90	62	23	65	107	66	0	84	5	85
8	91	60	20	70	109	61	0	85	0	86
9	92	61	21	75	110	62	0	86	5	87
10	93	62	22	42	112	63	5	87	5	88
11	94	63	24	44	110	64	5	88	5	89
12	95	64	18	46	105	65	5	89	5	90
13	96	65	19	47	107	65	5	90	0	91
14	97	66	20	51	118	60	0	88	0	92
15	98	60	21	54	116	62	0	85	0	95
16	100	62	18	45	100	61	0	85	0	90
17	101	60	20	46	101	62	4	84	0	88
18	102	63	21	47	102	60	4	83	4	85
19	103	64	22	48	103	60	4	81	4	84
20	104	65	23	49	104	60	4	81	4	83
21	105	66	20	50	105	65	5	81	5	85
22	106	67	18	55	106	65	5	84	5	91
23	107	68	19	54	107	65	5	84	0	92
24	108	68	20	53	108	64	0	84	5	93
25	109	65	21	52	109	64	0	80	5	94
26	110	64	21	53	110	64	5	85	0	95
27	112	63	21	55	112	61	4	86	0	96
28	113	60	21	56	113	61	6	87	0	97
29	115	58	23	60	115	61	6	89	4	98



Точки	A	B	C	h
Координати	X	100	15	35
	Y	5	25	68
	Z	32	60	8

Основний напіс
 Графічна робота №5
 Перетворення прямокутних проєкцій
 (формат А3)

Рис. 2.8 Зразок виконання практичної роботи «Перетворення прямокутних проєкцій»

2.5 Тема: Знаходження натуральної величини відстані від точки до площини

Мета: формування вмінь розв'язування позиційних і метричних задач, застосовуючи методи аналітичної геометрії у нарисній геометрії, розвиток просторової уяви, виховування дисциплінованості та точності при виконанні графічних побудов.

Зміст завдання: За даними координатами точок (таблиця 1) виконати комплексне креслення площини трикутника P (ΔABC) та точки D. Знайти найкоротшу відстань від точки D до площини P (ΔABC). Зразок виконання графічної роботи приведено на рис. 2.9. Завдання виконується на форматі A4. Вихідні дані – табл. 2.4.

Графічна робота включає в себе графічну частину (епюр, креслення) і елементи обчислюваної геометрії, що дає можливість дослідити точність графічних побудов. Епюр (креслення) виконується на аркуші креслярського паперу формату A4. Текстову частину виконують олівцями на ксероксному папері формату A4 з використанням креслярського шрифту.

Методичні рекомендації до оформлення описової частини графічно-розрахункової роботи

Завдання: визначити відстань від точки D до площини P (ΔABC).

Дано: A(80, 0, 30), B(30, 55, 5), C(5, 40, 60), D(10, 10, 10).

1. Запишемо рівняння площини, яка проходить через точки A, B, C.

$$\begin{vmatrix} X - X_a & Y - Y_a & Z - Z_a \\ X_b - X_a & Y_b - Y_a & Z_b - Z_a \\ X_c - X_a & Y_c - Y_a & Z_c - Z_a \end{vmatrix} = 0$$
$$\begin{vmatrix} X - 80 & Y - 0 & Z - 30 \\ -50 & 55 & -25 \\ -75 & 40 & 30 \end{vmatrix} = 0$$

$$(X-80) \times (55 \times 30 - (-25) \times 40) - (Y-0) \times (-50 \times 30 - (-25) \times (-75)) + (Z-30) \times (-50 \times 40 - 55 \times (-75)) = 0$$

$$(X-80) \times 2650 + (Y-0) \times 3375 + (Z-30) \times 2125 = 0$$

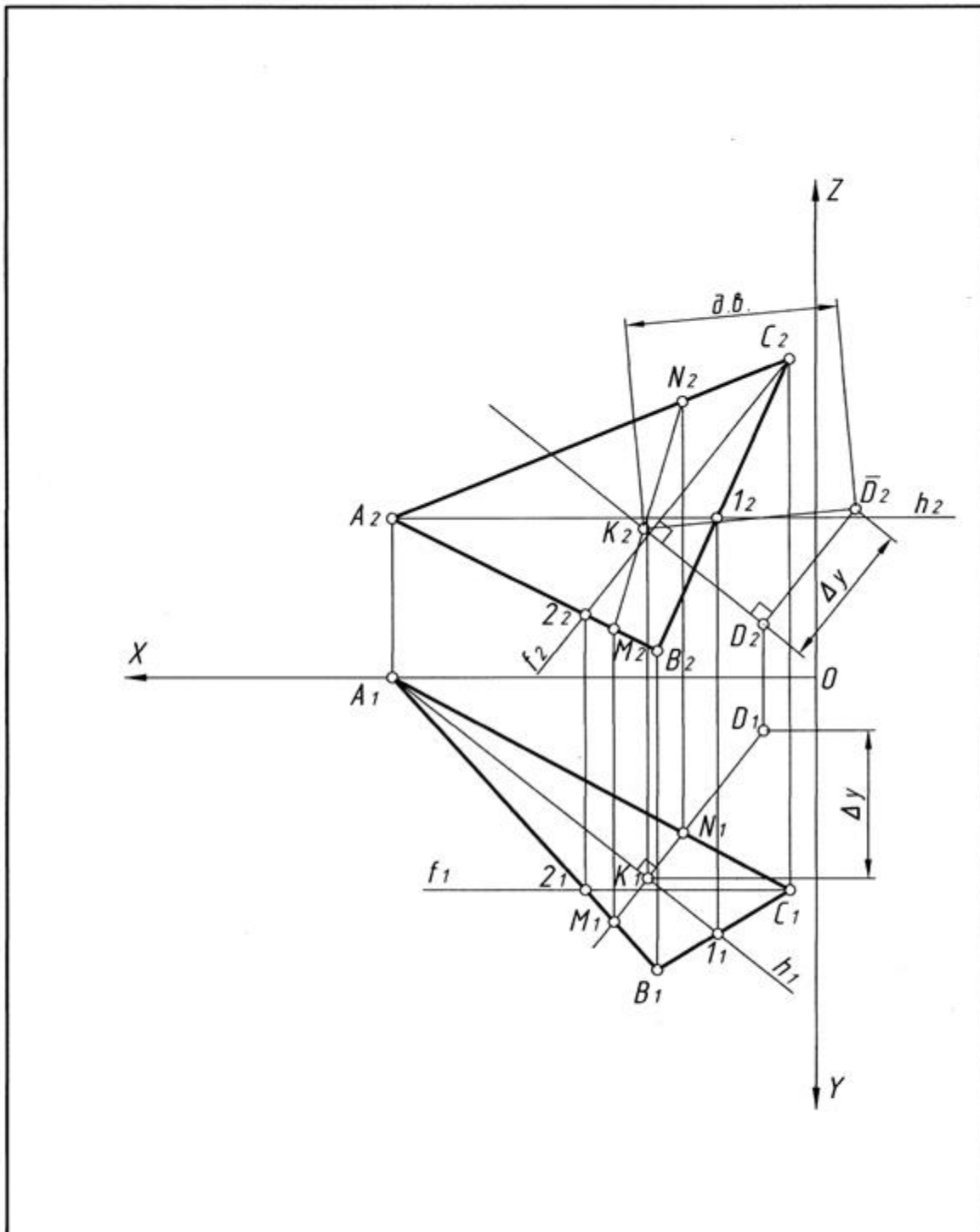
$$2650X + 3375Y + 2125Z - 275750 = 0$$

$$106X + 135Y + 85Z - 11030 = 0 \text{ – рівняння площини P } (\Delta ABC).$$

2. Складемо рівняння прямої, яка проходить через точку D(10, 10, 10) та перпендикулярна до площини P:

$\frac{X-X_a}{A} = \frac{Y-Y_a}{B} = \frac{Z-Z_a}{C}$, де коефіцієнт A, B, C беруть із рівняння площини

$\frac{X-10}{106} = \frac{Y-10}{135} = \frac{Z-10}{85}$ – рівняння прямої.



					НУВГП.0101000.004			
Эк.	Арк.	№ докумен.	Підпис	Дата	<i>Визначення відстані від точки до площини</i>	Літера	Маса	Масштаб
Розробив	Ткачук К.Р.					у		1:1
Перевірив	Фещук Ю.В.					Аркуси	Аркуси	
Т.контр.								
Н.контр.								ННМІ, зр. ВТ-11
Затв.								

Рис. 2.9 Зразок виконання графічної роботи на визначення відстані від точки до площини

3. Запишемо рівняння перпендикуляра в параметричній формі:

$$\frac{X-10}{106} = t \quad X = 106t + 10$$

$$\frac{Y-10}{135} = t \quad \text{або,} \quad Y = 135t + 10$$

$$\frac{Z-10}{85} = t \quad Z = 85t + 10$$

4. Знаходимо точку М перетину перпендикуляра з площиною Р (ΔABC).
($106X + 135Y + 85Z - 11030 = 0$) – рівняння площини Р (ΔABC).

$$X = 106t + 10$$

$Y = 135t + 10$ – рівняння перпендикуляра

$$Z = 85t + 10$$

$$106 \times (106t + 10) + 135 \times (135t + 10) + 85 \times (85t + 10) = 0$$

$$11236t + 1060 + 18225t + 1350 + 7225t + 850 - 11030 = 0$$

$$36686t - 7770 = 0, t \approx 0,212$$

$$X_M = 106 \times 0,212 + 10$$

$$X_M = 22,47 + 10$$

$$X_M = 32,47$$

$$Y_M = 135 \times 0,212 + 10$$

$$Y_M = 28,62 + 10$$

$$Y_M = 38,62$$

$$Z_M = 85 \times 0,212 + 10$$

$$Z_M = 18,02 + 10$$

$$Z_M = 28,02$$

$$M(32,47; 28,62; 28,02)$$

5. Знаходимо відстань (d) від точки D до площини Р (ΔABC), як відстань між точками D і М.

$$d = \sqrt{(X_M - X_D)^2 + (Y_M - Y_D)^2 + (Z_M - Z_D)^2} =$$

$$= \sqrt{(32,47 - 10)^2 + (38,62 - 10)^2 + (28,02 - 10)^2} =$$

$$= \sqrt{(22,47)^2 + (28,62)^2 + (18,02)^2} = \sqrt{504,9009 + 819,1044 + 324,7204} =$$

$$\sqrt{1648,7257} \approx 40,6 \text{ (лін.од.)}$$

Примітка: для перевірки правильності розв'язку задачі відстань від точки D до площини Р (ΔABC) можна визначити ще за такою формулою:

$$d = \frac{|Ax + Bx + Cz + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \text{ де}$$

$Ax + By + Cz + D = 0$ – рівняння площини

$$106X + 135Y + 85Z - 11030 = 0, D(10, 10, 10)$$

$$d = \frac{|1060 + 1350 + 850 - 11030|}{\sqrt{106^2 + 135^2 + 85^2}} = \frac{|-7770|}{\sqrt{36686}} = \frac{7770}{191,54} \approx 40,57 \text{ (лін.од.)}$$

Таблиця 2.4

Координати точок для практичної роботи «Знаходження натуральної

величини відстані від точки до площини»

Точки	1			2			3			4		
A	20	65	30	75	75	5	0	30	75	90	5	70
B	40	15	65	60	20	60	30	65	15	65	60	15
C	80	30	35	20	10	40	80	25	15	15	15	20
D	15	35	70	30	50	55	45	65	75	25	45	70
	5			6			7			8		
A	30	0	60	20	25	0	0	60	20	10	20	15
B	70	15	15	60	5	80	20	10	60	55	70	5
C	15	55	15	90	75	40	85	10	20	80	20	45
D	70	55	60	0	60	60	50	70	65	20	60	55
	9			10			11			12		
A	0	50	10	85	70	10	25	5	25	95	30	65
B	60	70	70	25	20	25	60	60	5	15	15	10
C	80	10	10	90	10	60	95	20	50	70	80	5
D	20	10	70	15	70	65	35	45	55	35	70	70
	13			14			15			16		
A	20	5	60	10	5	70	20	45	55	5	10	60
B	50	60	5	80	20	25	60	70	10	40	65	10
C	90	15	30	40	65	10	90	10	60	70	5	40
D	60	60	60	70	70	70	20	0	10	70	50	75
	17			18			19			20		
A	10	45	5	65	20	70	20	20	70	85	10	45
B	90	5	10	0	20	15	50	50	10	70	50	0
C	50	70	70	50	70	10	70	10	30	20	20	10
D	15	5	50	10	60	55	80	60	70	55	60	60
	21			22			23			24		
A	0	70	60	0	70	25	10	20	40	10	10	10
B	30	10	80	45	10	70	50	60	10	90	80	20
C	70	15	20	90	30	30	75	10	40	65	10	60
D	60	50	70	65	60	70	75	60	75	15	70	65
	25			26			27			28		
A	60	65	10	10	70	20	10	5	70	10	50	0
B	0	10	25	50	10	60	40	70	10	25	0	60
C	85	5	60	90	25	10	90	5	40	85	10	15
D	20	65	60	70	65	45	100	50	25	50	50	50

2.6 Тема: Перетин граней поверхонь площиною

Мета: Сформувати знання про задання і зображення поверхонь, перетин гранних поверхонь площиною; набути вміння виконувати перетин призми і піраміди фронтально-проєціюючою площиною та їх розгортки. Вихідні дані – таблиця 2.5.

Завдання для самопідготовки: опрацювати опорний конспект лекції; проаналізувати методи розгортки поверхонь. Зразок виконання завдання – рис. 2.13 – 2.16.

Загальні відомості

Горизонтальна проєкція фігури перерізу піраміди фронтально-проєціювальною площиною наведена на рисунку 2.10. Для її побудови проведені лінії проєкційного зв'язку на відповідні ребра піраміди. Натуральна величина фігури перетину визначена способом плоско-паралельного переміщення.

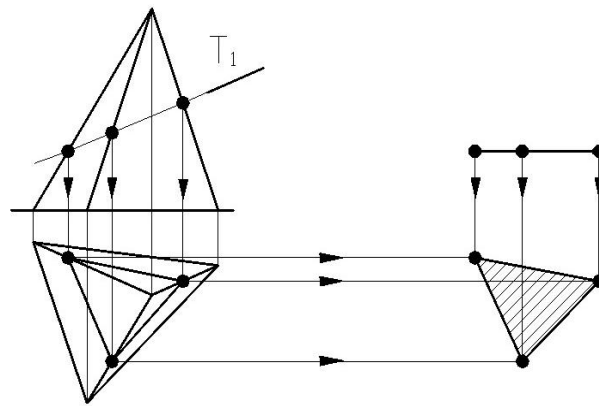


Рис. 2.10

Щоб побудувати розгортку тригранної піраміди, необхідно перш за все визначити натуральні величини ребер піраміди одним із способів перетворення комплексного креслення. Найпростіше це виконати способом плоскопаралельного переміщення. Для цього на вільному місці креслення розмістити, наприклад, горизонтальні проєкції бічних ребер так, щоб вони стали паралельні осі X. Зважаючи на те, що кожне ребро має спільну точку – вершину S, зручніше накладати одне ребро на інше (рис. 2.11). Натуральну величину ребер одержують на фронтальній площині проєкцій у перетині ліній проєкційного зв'язку, які проведені з кінців кожного ребра, з лініями, які проведені паралельно осі з кінців фронтальних проєкцій ребер (рис. 2.11). Розгортку піраміди будують способом триангуляції (рис. 2.12).

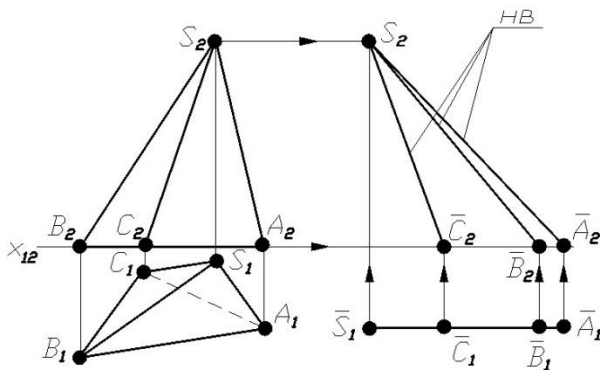


Рис. 2.11

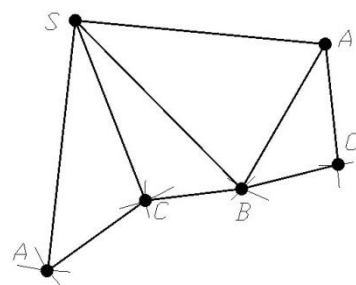


Рис. 2.12

Перетин п'ятикутної призми площиною

Варіант	d	h	α	m
1	58	60	45	43
5	60	58	30	60
9	56	70	45	38
13	58	65	30	62
17	60	72	45	45
21	62	62	30	60
25	60	70	45	44
29	58	68	30	62
33	60	60	45	45

Перетин шестикутної призми площиною

Варіант	d	h	a	α
3	50	55	37	45
7	55	60	60	30
11	60	65	46	45
15	50	56	38	45
19	56	62	66	30
23	60	65	42	45
27	52	55	36	45
31	55	60	66	30
35	55	55	40	45

Перетин п'ятикутної піраміди площиною

Варіант	d	h	α	m
2	65	65	30	50
6	60	64	45	34
10	62	70	45	30
14	70	72	45	33
18	65	64	30	49
22	60	63	45	33
26	62	70	45	46
30	70	72	45	33
34	60	65	30	45

Перетин шестикутної піраміди площиною

Варіант	d	h	a	α
4	70	65	45	30
8	55	70	30	45
12	60	60	30	45
16	65	65	36	45
20	50	65	45	30
24	55	70	30	45
28	60	60	33	45
32	65	65	35	45

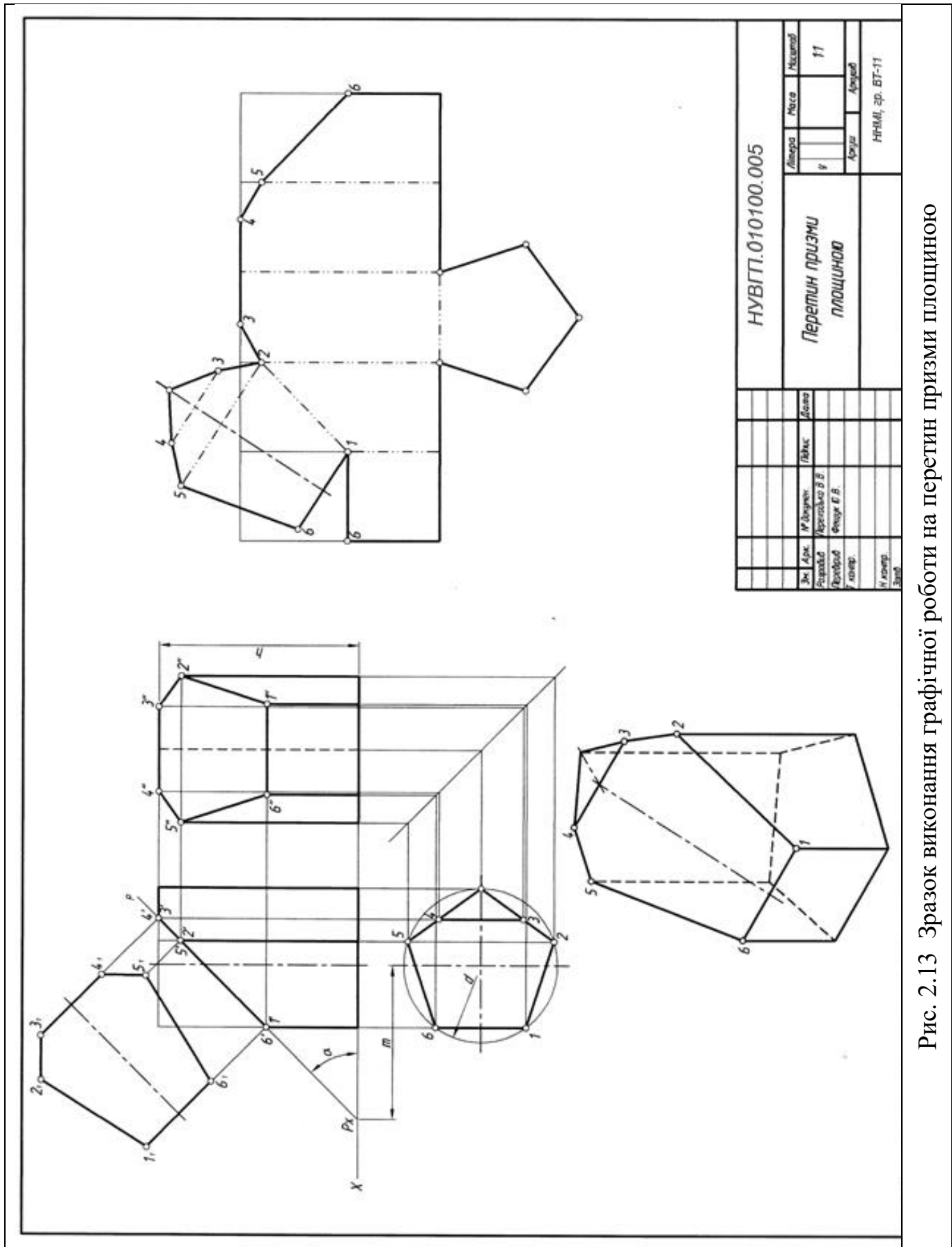
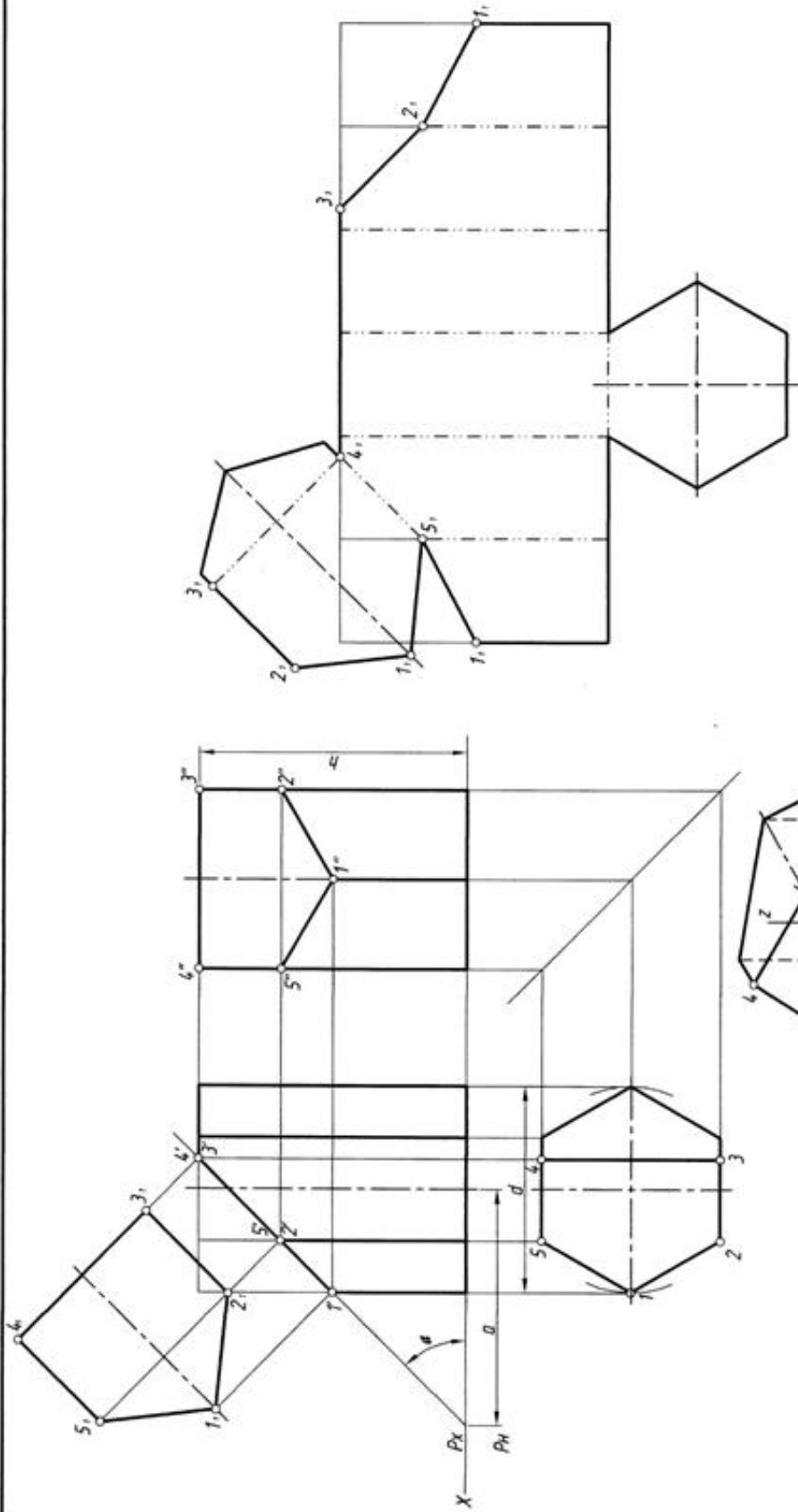


Рис. 2.13 Зразок виконання графічної роботи на перетин призи площиною

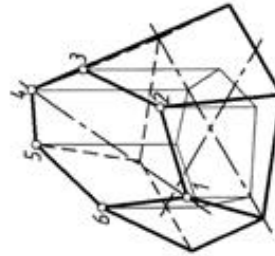
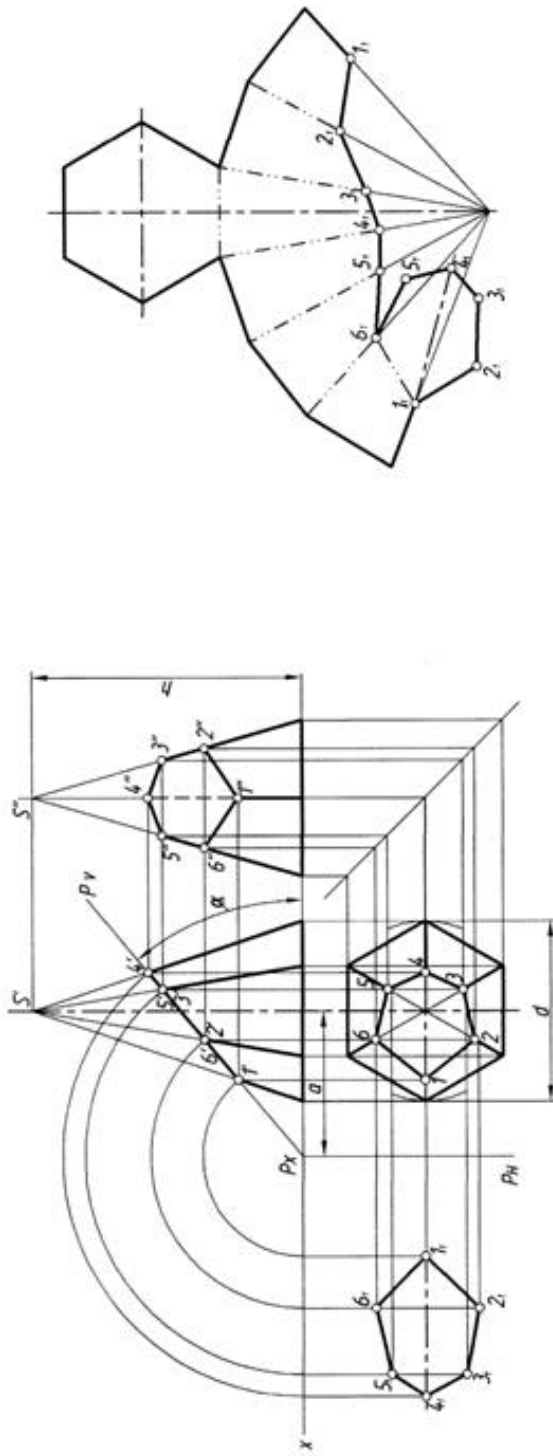


№		М	Д	Л	М	С	Д	Л	М	С	Д	Л
Эк.		Дир.	Инж.	Инж.	Инж.	Инж.	Инж.	Инж.	Инж.	Инж.	Инж.	Инж.
Рисунки		Рисунки	Рисунки	Рисунки	Рисунки	Рисунки	Рисунки	Рисунки	Рисунки	Рисунки	Рисунки	Рисунки
Формы		Формы	Формы	Формы	Формы	Формы	Формы	Формы	Формы	Формы	Формы	Формы
Листы		Листы	Листы	Листы	Листы	Листы	Листы	Листы	Листы	Листы	Листы	Листы
Итого		Итого	Итого	Итого	Итого	Итого	Итого	Итого	Итого	Итого	Итого	Итого
Н		М	Д	Л	М	С	Д	Л	М	С	Д	Л
Итого		Итого	Итого	Итого	Итого	Итого	Итого	Итого	Итого	Итого	Итого	Итого

НУВГП.010100.005

Перетин призми площиною		Маса	Кількість
		у	11
		Архив	Архив
		ННМІ, ср. ВТ-11	

Рис. 2.14 Зразок виконання графічної роботи на перетин призми площиною

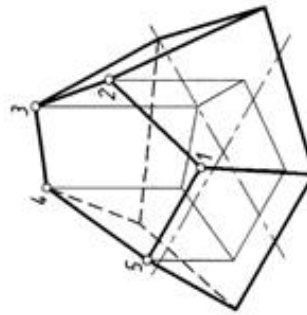
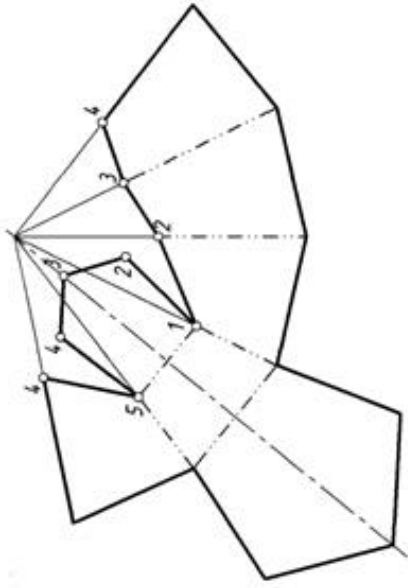
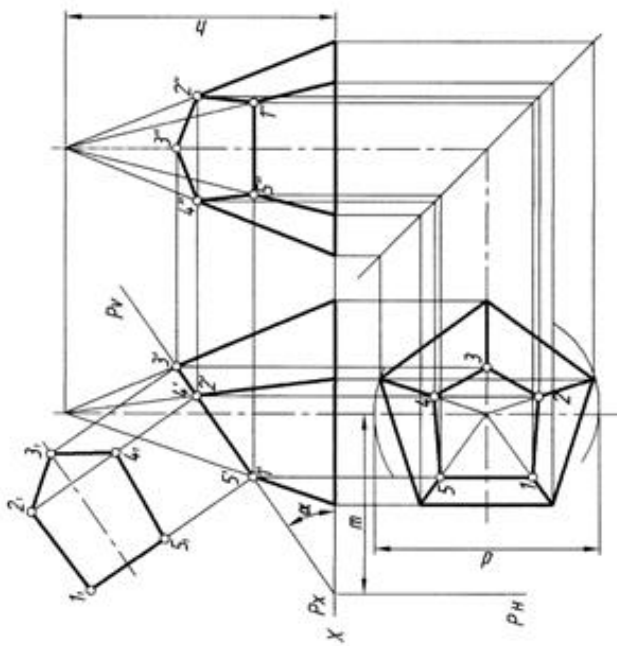


№ Вступн		№ Висн		№ Дипл	
Перевид		Перевид		Перевид	
Формат А4		Формат А4		Формат А4	
Масштаб		Масштаб		Масштаб	
Матеріал		Матеріал		Матеріал	
11		11		11	
Автори		Автори		Автори	
ІННМ, с.р. БТ-11		ІННМ, с.р. БТ-11		ІННМ, с.р. БТ-11	

НУВГП.010100.005

Перетин піраміди
площиною

Рис. 2.15 Зразок виконання графічної роботи на перетин піраміди площиною



№ документа		Листы	Масса	Масштаб
Город		№		1:1
Учреждение		Архив	Архив	
И. номер		И.И.И., ар. ВТ-11		
НУВГП.010100.005				
Перетин піраміди площиною				

Рис. 2.16 Зразок виконання графічної роботи на перетин піраміди площиною

2.7 Тема: Перетин циліндра, конуса площиною, побудова розгортки

Мета: Сформувати знання про перетин поверхонь обертання фронтально-проеціуючою площиною; набути вміння виконувати перетин циліндра, конуса площиною та побудова їх розгорток. Зразок роботи – рис. 2.19 – 2.20.

Завдання для самопідготовки: опрацювати опорний конспект лекції; розкрити сутність перетину сфери площиною. Вихідні дані – табл. 2.6.

Загальні відомості

Фігура перерізу конуса фронтально-проеціуючою площиною залежить від положення січної площини відносно елементів конуса. На рисунку 2.17 наведені приклади побудови перерізів конуса фронтально-проеціуючими площинами.

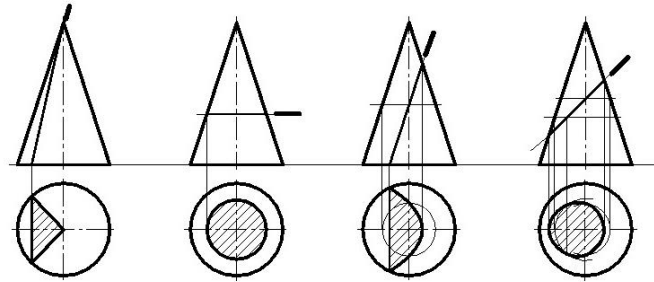


Рис. 2.17

Розгортка конуса являє собою сектор кола, радіус якого дорівнює довжині утворюючої конуса, а кут сектора $\alpha = d/l \times 180^\circ$.

Якщо на розгортці конуса потрібно завдати лінію, задану на його поверхні, то точна розгортка замінюється наближеною. Метод побудови наближеної розгортки в цьому випадку називається методом триангуляції. Він полягає в тому що розгортка конуса замінюється розгорткою вписаного в нього багатогранника з трикутними гранями – піраміди. Для визначення положення точок на розгортці конуса відстані до цих точок від вершини (натуральні розміри) вимірюють по крайнім (нарисовим) утворюючим (рис. 2.18).

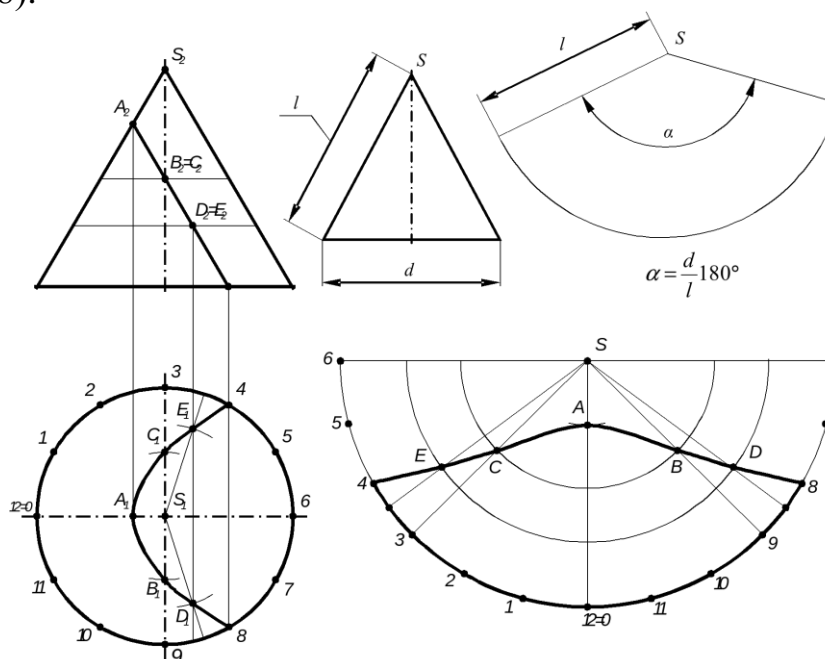


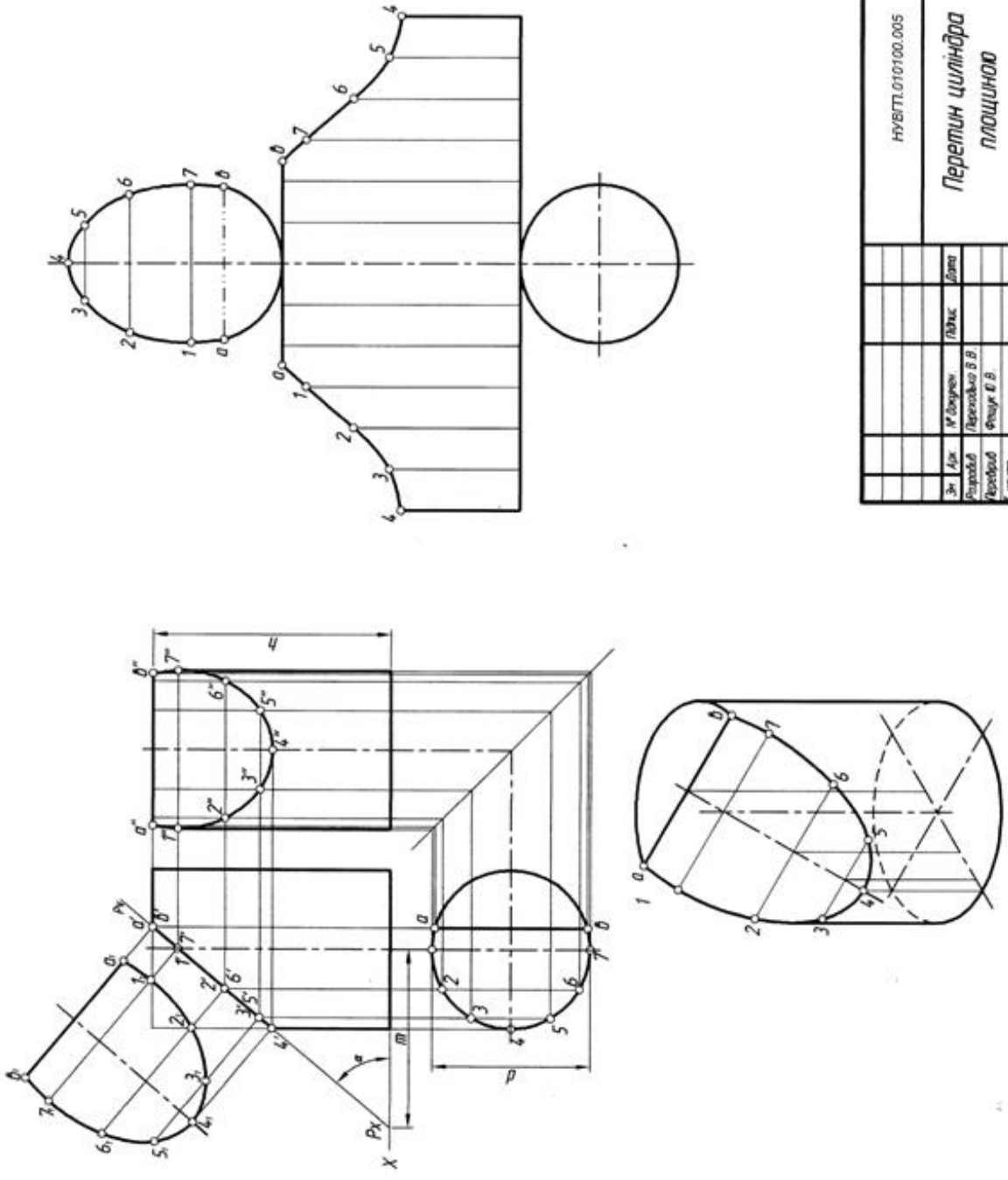
Рис. 2.18

Варіанти завдань до роботи «Перетин циліндра площиною»

Варіант	d	h	α	m
2	60	70	60	32
4	58	65	45	42
6	54	72	45	40
8	62	68	60	33
10	60	70	60	32
12	58	65	45	42
14	54	72	45	40
16	62	68	60	33
18	60	70	60	32
20	58	65	45	42
22	54	72	45	40
24	62	68	60	33
26	60	70	60	32
28	58	65	45	42
30	54	72	45	40
32	58	72	60	35
34	60	60	45	40

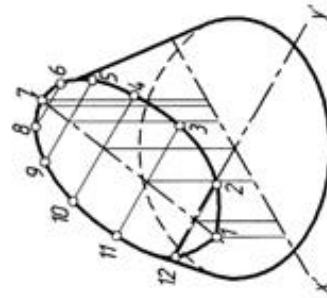
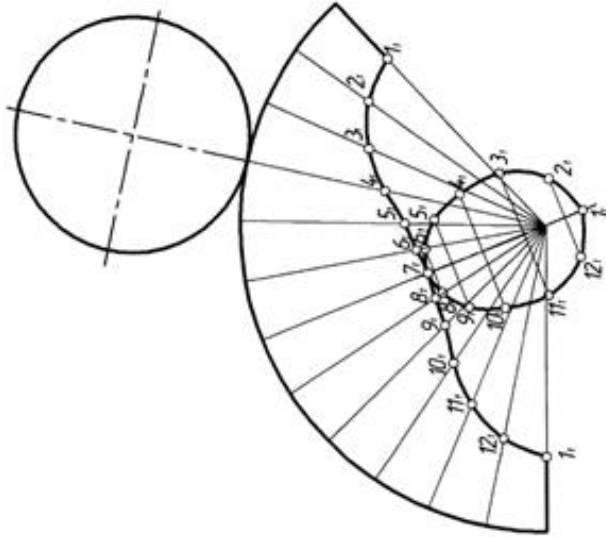
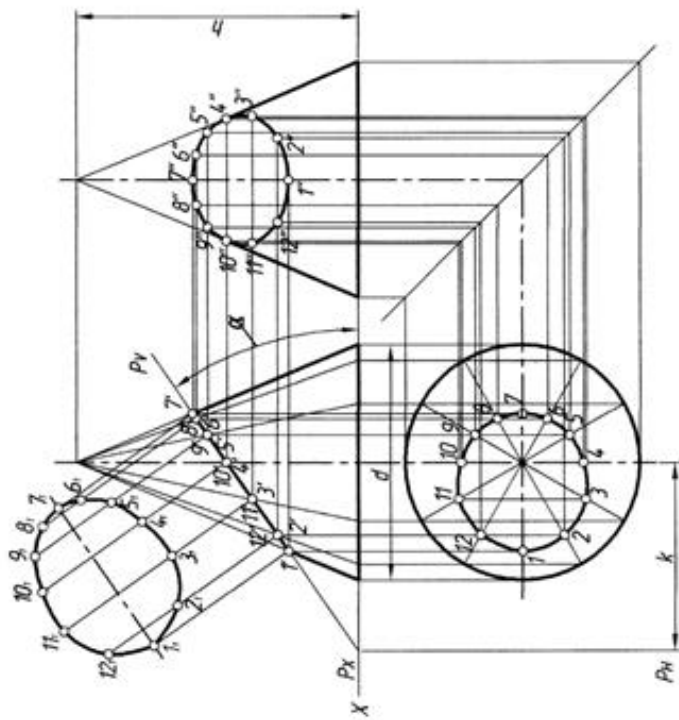
Перетин конуса площиною

Варіант	d	h	α	k
1	60	70	30	50
3	70	65	45	43
5	65	70	45	45
7	62	72	30	50
9	72	66	45	40
11	65	72	45	40
13	60	70	30	50
15	68	64	45	43
17	65	70	45	40
19	62	72	30	50
21	70	65	45	40
23	64	68	45	40
25	62	70	30	48
27	72	66	45	43
29	66	70	45	40
31	64	70	30	45
33	70	65	45	45
35	65	70	45	40



НУВБПТ.010100.005			
Перетин циліндра		Лист	Масштаб
ПЛОЩИННО		Вміст	11
Зв'язок	М. Згуренко	Лист	
Розробник	Лавренко В. В.	Лист	
Перевірник	Фещук В. В.	Лист	
Конструктор		Лист	
М. Згуренко		Лист	
Лист	Маса	Лист	Масштаб
11			
Лист	Лист	Лист	Лист
ННМІ. зб. ВТ-11			

Рис. 2.19 Зразок виконання графічної роботи на перетин циліндра площинною



НУВГП.010100.005

Перетин конуса
площиною

№	Док.	№ докум.	Підпис	Дата
1	Розробл.	Левченко В.В.		
2	Перевір.	Фещук В.В.		
3	Затверд.			
4	Н. констр.			

Лист	Кільк.	Листів
1	1	11

Архив Архив

ННМІ, гр. ВТ-11

Рис. 2.20 Зразок виконання графічної роботи на перетин конуса площиною

2.8 Тема: Взаємний перетин граних поверхонь

Мета: Сформувати знання про взаємний перетин граних поверхонь; набути вміння виконувати лінію взаємного перетину призми і піраміди.

Завдання для самопідготовки: опрацювати опорний конспект лекції; розкрити питання використання поверхонь у техніці. Вихідні дані – табл. 2.7, зразок виконання завдання – рис. 2.22.

Загальні відомості

Побудова лінії перетину багатогранних поверхонь зводиться до побудови лінії перетину площин (граней), обмежених прямими (ребрами). Для цього застосовують два способи: спосіб перетину прямої з площиною (спосіб ребер); спосіб площин посередників (спосіб граней).

Побудову лінії перетину багатогранних поверхонь потрібно починати з опорних точок. Два багатогранники перетинаються по просторовій ламаній лінії, що може розпадатися на окремі частини.

Спочатку визначають точки перетину ребер одного багатогранника з гранями іншого, а потім – точки перетину ребер іншого багатогранника з гранями першого. Отримані точки з'єднують прямими з урахуванням видимості.

Побудову лінії перетину піраміди $VGH LK$ із тригранною призмою $DD'EE'FF'$ показано на рис. 2.21.

При виборі площин посередників рекомендується проаналізувати можливі варіанти і вибрати найбільш прості. В прикладі на рис. 2.21 вибрано фронтальні площини рівня $\gamma \parallel \sigma \parallel \varphi \parallel \Pi_2$.

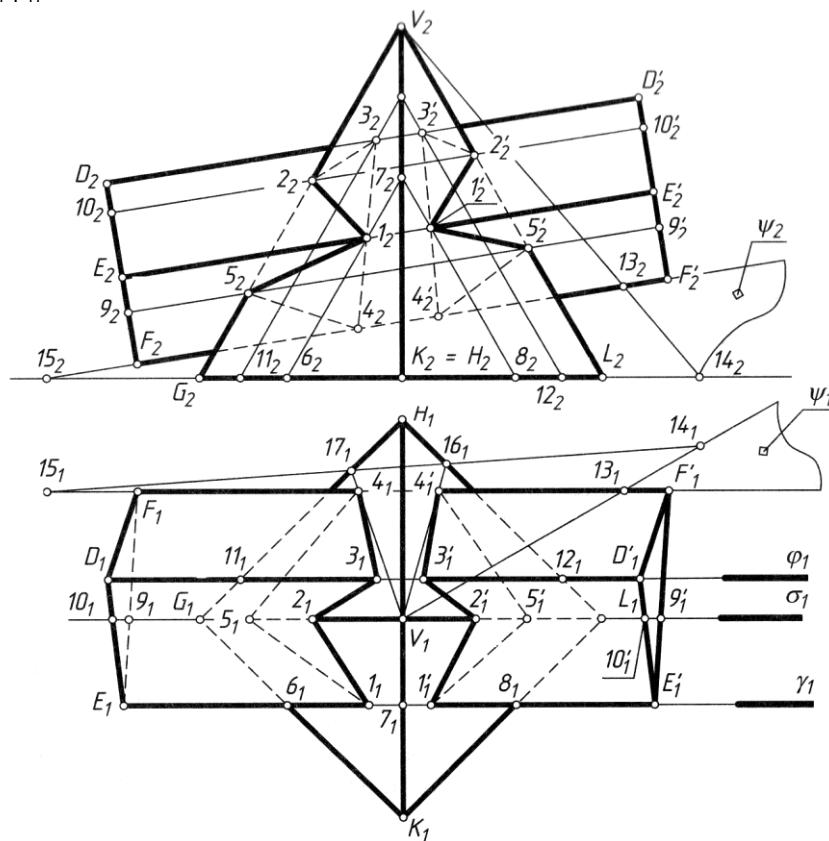


Рис. 2.21

Варіанти завдань до взаємного перетину граней поверхонь

Викреслити горизонтальну і фронтальну проекції багатогранників і знайти їх лінії перетину. Вихідні дані (координати точок вершин) наведені в таблиці, де точки А, В, С і D – вершини піраміди (див. зразок виконання), а точки Е, К, G і U – вершини нижньої основи призми, h – висота призми.

Вар.	A(X,Y,Z)	B(X,Y,Z)	C(X,Y,Z)	D(X,Y,Z)	E(X,Y,Z)	K(X,Y,Z)	G(X,Y,Z)	U(X,Y,Z)	h
1	141,75,0	122,14,77	87,100,4	0,50,40	100,50,0	74,20,0	16,20,0	55,95,0	82
2	0,70,0	20,9,7	53,95,40	141,45,45	40,50,0	67,20,0	125,20,0	86,95,0	82
3	0,80,0	20,19,77	53,110,4	141,55,40	40,50,0	67,20,0	125,20,0	86,95,0	82
4	0,68,0	20,7,77	53,93,40	141,43,40	40,50,0	67,20,0	125,20,0	86,95,0	82
5	0,75,0	20,14,77	53,100,4	141,50,40	40,50,0	67,20,0	125,20,0	86,95,0	85
6	0,82,0	20,21,77	53,112,4	141,57,40	40,50,0	67,20,0	125,20,0	86,95,0	85
7	0,85,0	20,24,77	53,115,4	141,60,40	40,50,0	67,20,0	125,20,0	86,95,0	85
8	0,90,0	20,29,77	53,120,4	141,65,40	40,50,0	67,20,0	125,20,0	86,95,0	85
9	0,85,0	15,30,80	55,120,4	141,60,40	40,50,0	67,20,0	125,20,0	86,95,0	85
10	141,70,0	122,9,77	87,95,40	0,45,40	100,50,0	74,20,0	16,20,0	55,95,0	85
11	141,80,0	122,19,77	87,110,4	0,55,40	100,50,0	74,20,0	16,20,0	55,90,0	85
12	141,68,0	122,7,77	87,93,40	0,43,40	100,50,0	74,20,0	16,20,0	55,95,0	85
13	141,82,0	122,21,77	87,112,4	0,57,40	100,50,0	74,20,0	16,20,0	55,95,0	90
14	141,85,0	122,24,77	87,115,4	0,60,40	130,50,0	74,20,0	16,20,0	55,95,0	90
15	141,90,0	122,29,77	87,120,4	0,65,40	100,50,0	74,20,0	16,20,0	55,95,0	90
16	135,75,0	116,14,77	81,100,4	0,50,40	100,50,0	74,20,0	16,20,0	55,95,0	90
17	145,75,0	126,14,77	91,100,4	0,50,40	100,50,0	74,20,0	16,20,0	55,95,0	90
18	145,95,0	120,34,77	87,120,4	0,70,60	100,50,0	74,20,0	16,20,0	55,95,0	90
19	145,70,0	122,10,80	90,95,40	0,70,45	100,50,0	74,20,0	16,20,0	55,95,0	90
20	145,65,0	122,20,70	85,100,4	0,68,45	100,50,0	74,20,0	16,20,0	55,95,0	95
21	120,14,77	141,75,0	87,100,4	0,50,40	105,55,0	80,15,0	20,20,0	50,95,0	95

22	120,15,80	140,75,0	85,100,4	0,50,45	105,55,0	80,15,0	20,20,0	50,95,0	95
23	125,20,80	140,75,0	85,100,4	0,55,45	98,52,0	76,20,0	18,20,0	57,95,0	95
24	140,70,0	120,15,80	85,95,50	0,50,45	100,50,0	75,22,0	20,20,0	60,90,0	95
25	140,65,0	115,20,75	80,90,40	0,50,40	100,45,0	75,17,0	22,25,0	60,95,0	95
26	135,65,0	120,20,75	80,90,40	0,55,45	100,48,0	70,15,0	20,27,0	65,95,0	95
27	135,60,0	115,20,80	85,90,40	0,50,40	100,43,0	70,20,0	20,20,0	60,90,0	95
28	140,76,0	124,15,75	85,100,5	0,50,42	100,52,0	75,20,0	15,20,0	54,95,0	84
29	0,72,0	20,10,5	55,95,40	140,45,45	42,50,0	67,22,0	125,25,0	85,95,0	85
30	0,80,0	20,20,75	55,110,5	142,55,40	40,50,0	65,20,0	125,22,0	84,95,0	84

2.9 Тема: Взаємний перетин криволінійних поверхонь

Мета: Сформувати знання про способи побудови ліній перетину криволінійних поверхонь; набути вміння будувати лінії перетину циліндра і конуса.

Завдання для самопідготовки: опрацювати опорний конспект лекції; розкрити сутність умовних розгорток нерозгорнутих поверхонь; розкрити питання використання поверхонь у техніці. Вихідні дані – табл. 2.8, зразок виконання завдання – рис. 2.24.

Загальні відомості

Побудуємо лінію перетину конуса із циліндром (рис. 2.23).

Бокові поверхні циліндра є фронтальнопроєціюючими, відповідно, фронтальна проєкція лінії перетину відома. Вона співпадає з проєкцією бокової поверхні циліндра. Дані поверхні мають спільну фронтальну площину симетрії. Опорними точками шуканої лінії є:

- точка A і D , в якій перетинаються фронтальні проєкції контурів (A_2 і D_2). Точка D є одночасно найвищою. Горизонтальні проєкції даних точок визначаємо по лінії проєкційного зв'язку;

- точки C і C' – точки, горизонтальні проєкції яких (C_1 і C'_1) належать контуру циліндра. У них проходить зміна видимості кривої;

- точки B і B' – найнижчі.

Горизонтальні проєкції точок C і C' , B і B' знайдені за допомогою допоміжної площини Σ (Σ_2) і Σ' (Σ'_2), які перетинає конус по колу, а циліндр – по утворюючій. Спільні точки двох ліній – шукані C_1 і C'_1 , B_1 і B'_1 .

Таким же чином знайдені проєкції проміжних точок, які позначені 1, 1', 2, 2'. Фронтальна проєкція точок лінії перетину поверхонь визначає послідовність їх з'єднання на горизонтальній проєкції.

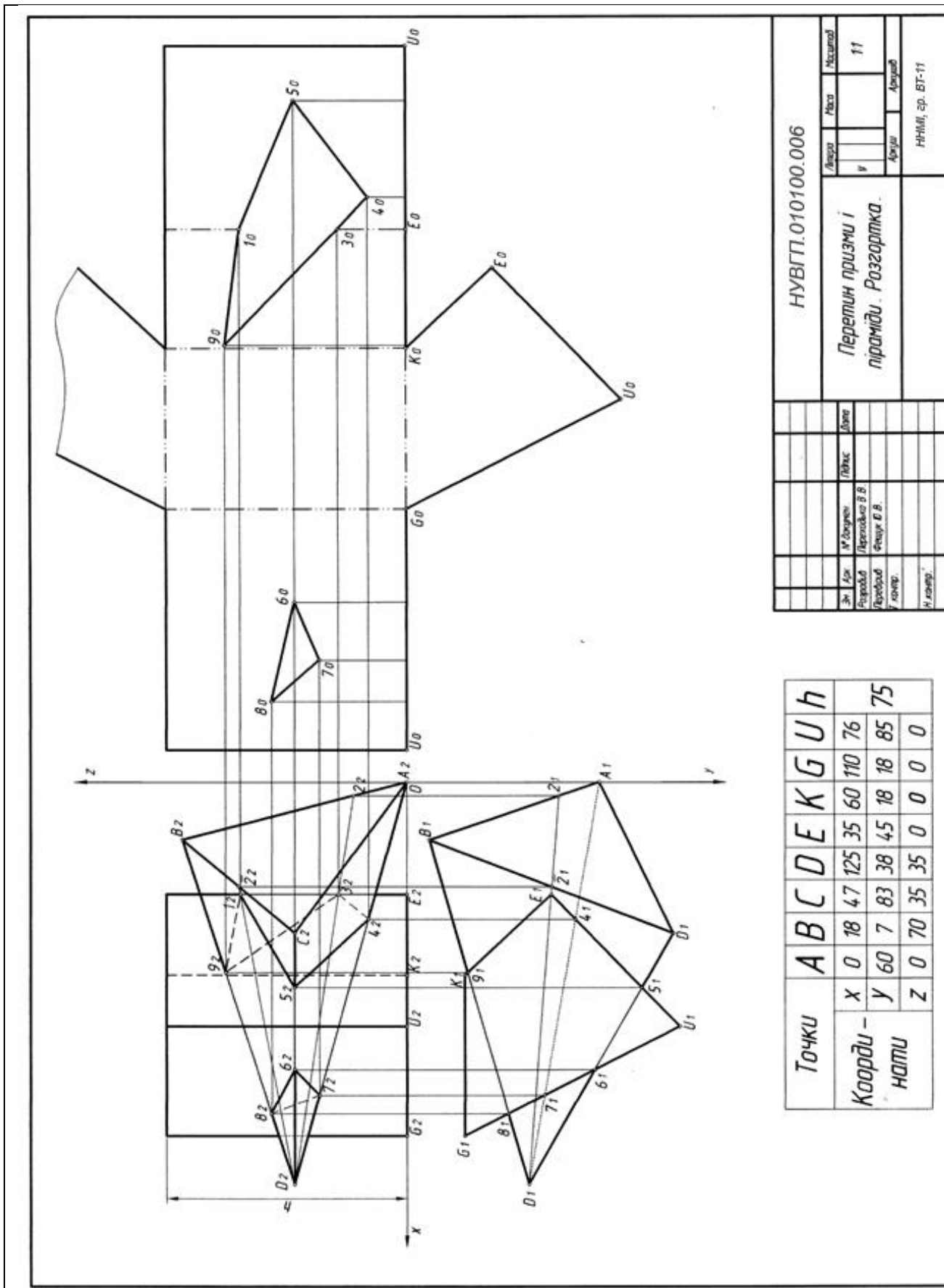


Рис. 2.22 Зразок вико навик графічної роботи на перетин граних поверхонь між собою

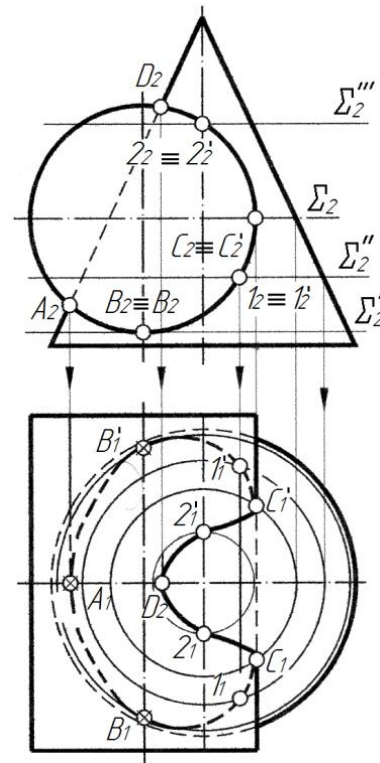
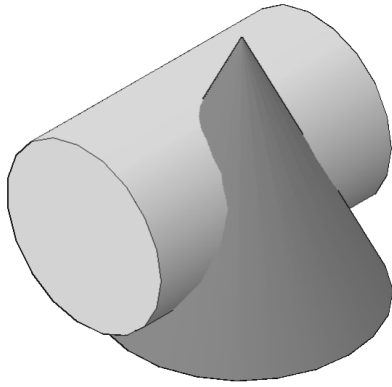


Рис. 2.24

2.10 Тема: Взаємний перетин граней та криволінійних поверхонь

Мета: Сформуванати знання про способи побудови взаємного перетину граней і криволінійних поверхонь; набути вміння побудови взаємного перетину призми і сфери. Вихідні дані – табл. 2.9, зразок виконання завдання – рис. 2.26.

Завдання для самопідготовки: опрацювати опорний конспект лекції; охарактеризувати сутність косокутних аксонометричних поверхонь.

Загальні відомості

Побудувати лінію перетину сфери із призмою (рис. 2.25).

Призма займає горизонтально-проєціююче положення, тому горизонтальна проєкція лінії перетину поверхонь відома і співпадає із горизонтальною проєкцією призми.

Побудови аналогічні попереднім із тією різницею, що допоміжні площини – фронтальні.

Відмітимо опорні точки. Точка А належить екватору сфери. Фронтальні проєкції В, В' і С, С' належать контуру сфери. В точках Е, Е' і D, D' ребра призми перетинають сферу.

Пари точок F_2 і F'_2 , L_2 і L'_2 , M_2 і M'_2 визначають кінці великих осей еліпсів. Точки 1 і 1' – проміжні.

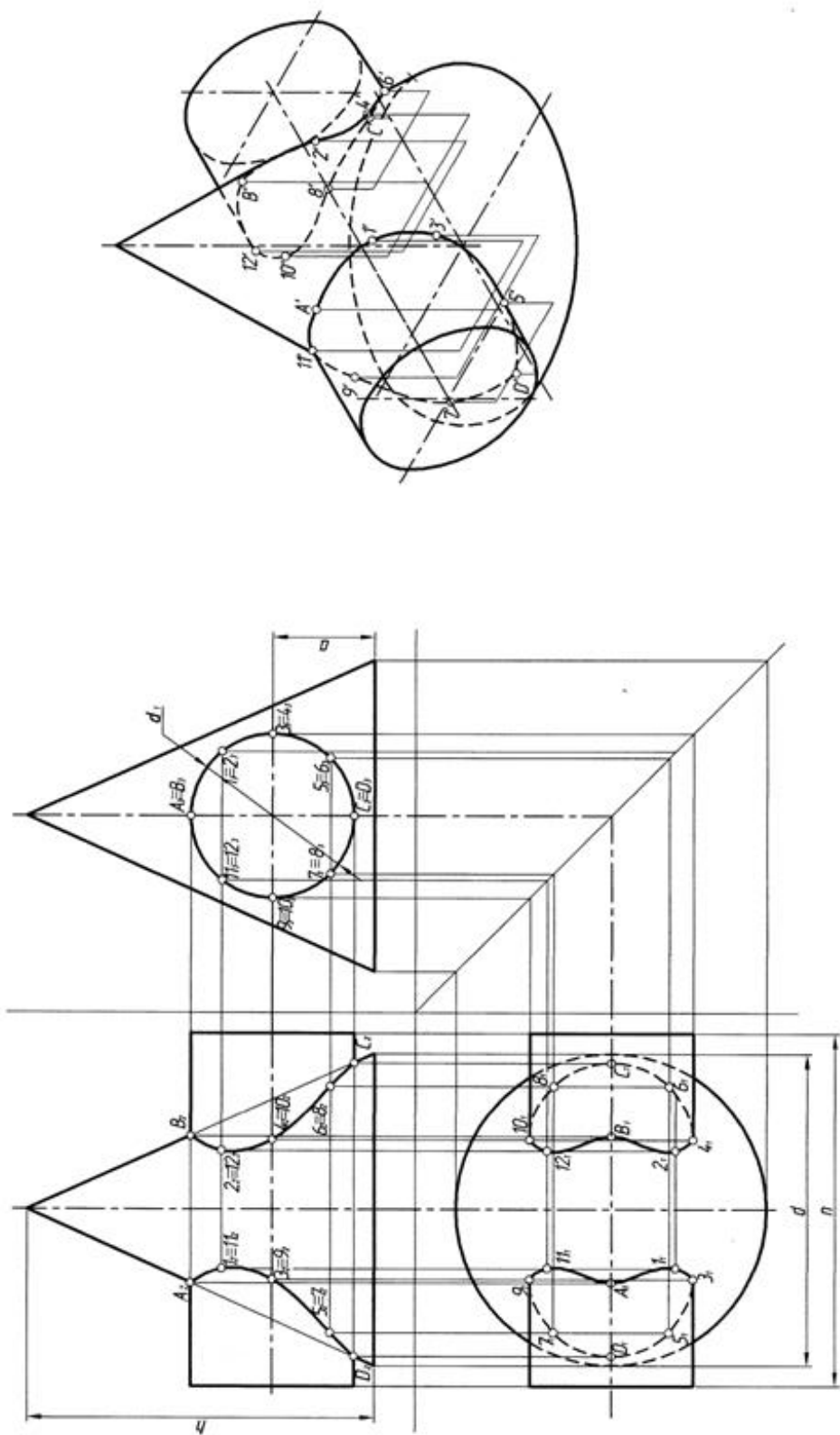
Видимість елементів лінії взаємного перетину поверхонь вирішується за горизонтальною проєкцією. Зміна видимості на фронтальній проєкції відбудеться в точках Е (E_2) і Е' (E'_2) на ребрі призми, С (C_2) і С' (C'_2) на контурі сфери.

Контурні точки B (B_2) і B' (B'_2) будуть невидимими, оскільки розміщені на задній грані призми.

Таблиця 2.8

Варіанти завдань до завдання взаємний перетин криволінійних поверхонь

Варіант	d	h	a	d_1	n
1	74	84	30	40	94
2	80	90	28	50	92
3	80	86	30	44	90
4	80	90	26	52	94
5	76	90	25	48	92
6	78	90	24	44	90
7	76	90	28	46	94
8	78	84	26	40	92
9	76	85	25	42	90
10	78	84	25	50	94
11	78	90	26	44	92
12	80	90	28	46	90
13	76	90	26	40	94
14	78	90	30	30	92
15	80	94	32	32	90
16	78	92	32	34	94
17	80	94	28	36	92
18	80	90	28	38	90
19	80	92	27	40	94
20	82	90	28	42	92
21	80	90	26	40	90
22	80	92	26	38	94
23	80	90	25	36	92
24	80	95	26	34	90
25	76	90	28	32	94
26	78	92	26	30	92
27	80	90	27	34	90
28	80	94	30	36	92
29	74	90	25	44	94
30	78	95	28	40	92



№ВУГП.010100.006		Літера	Маса	Масштаб
Перетин конуса і циліндра		у		1:1
		Аркуш	Аркуш	
Зм. Арк.	№ Вугонч.	Лінас	Діана	
Рисуючі	Укладено	В.В.		
Перевір.	Форму	В.В.		
У конст.				

Рис. 2.24 Зразок вико навик графічної роботи на перетин криволінійних поверхонь між собою

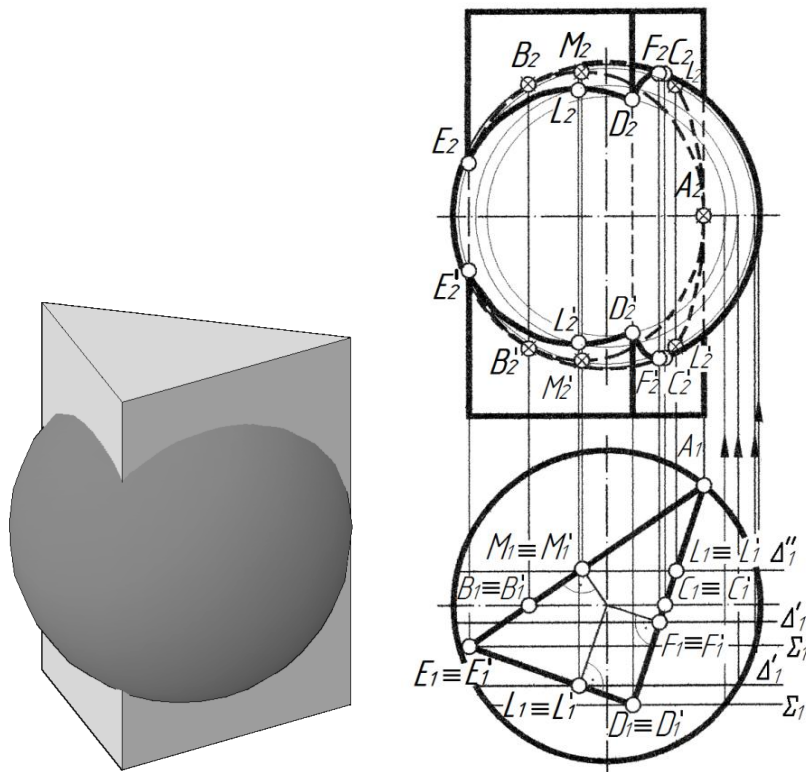


Рис. 2.25

Таблиця 2.9

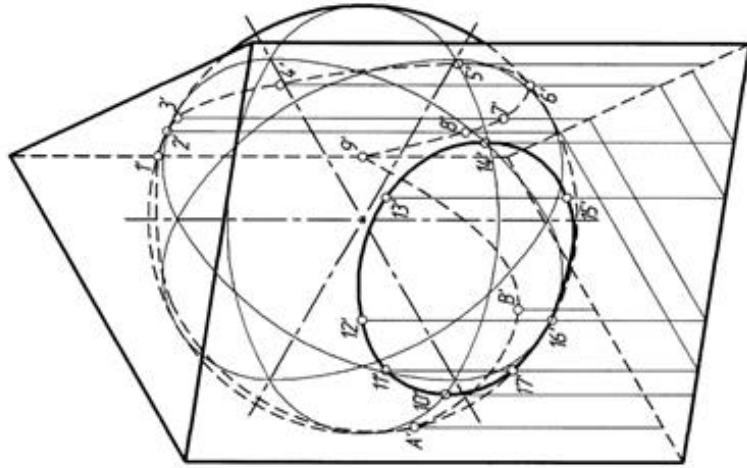
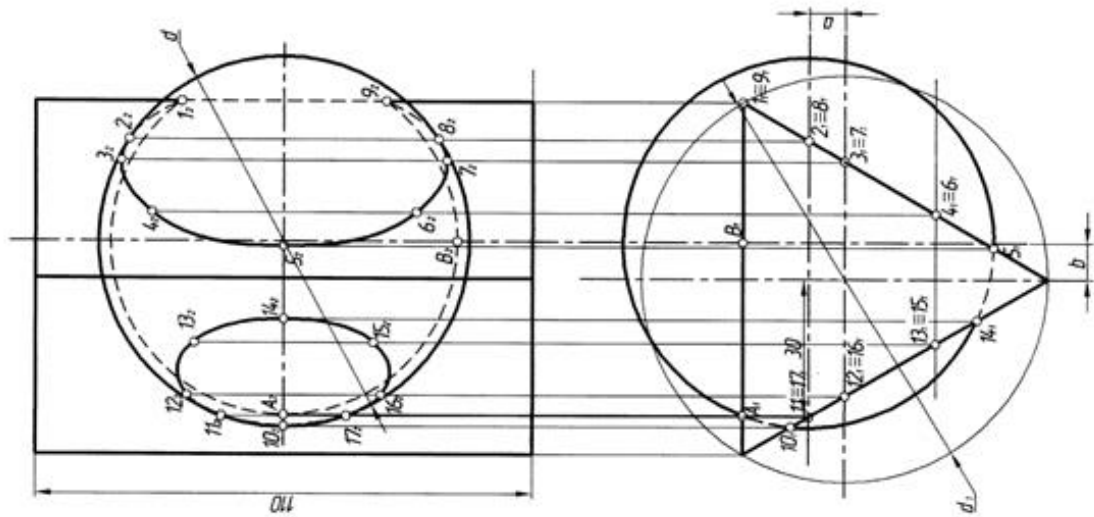
Варіанти до завдання перетин гранних та криволінійних поверхонь

Варіант	d	a	b	d1
1	100	15	18	70
2	98	12	17	68
3	96	14	16	68
4	94	0	15	66
5	92	10	14	65
6	90	11	13	64
7	88	12	0	62
8	86	13	5	62
9	84	14	0	62
10	82	0	12	60
11	80	12	13	58
12	82	14	14	56
13	84	12	15	54
14	86	10	16	52
15	86	12	12	60
16	98	8	10	56
17	96	10	12	58
18	94	8	14	76
19	92	6	0	74
20	90	0	15	72

Продовження табл. 2.9				
21	88	0	0	68
22	86	12	18	66
23	84	12	16	64
24	82	10	0	68
25	80	10	0	72
26	82	0	15	70
27	84	0	15	76
28	86	10	0	72
29	88	12	18	70
30	90	14	20	68

Зміст

1. Методичні рекомендації до вивчення дисципліни «Нарисна геометрія».....	3
1.1 Порядок вивчення дисципліни «Нарисна геометрія».....	3
1.2 Підготовка та складання іспиту.....	4
1.3 Питання для підготовки до іспиту.....	5
1.4 Список рекомендованої літератури.....	6
1.5 Прийнята система позначень та скорочень.....	8
2. Методичні рекомендації до виконання графічних робіт з нарисної геометрії....	10
2.1 Тема: Епюр прямої.....	10
2.2 Тема: Перетин площин.....	13
2.3 Тема: Перетворення прямокутних проєкцій.....	17
2.4 Тема: Перетворення прямокутних проєкцій.....	19
2.5 Тема: Знаходження натуральної величини відстані від точки до площини.....	22
2.6 Тема: Перетин граней поверхонь площиною.....	26
2.7 Тема: Перетин циліндра, конуса площиною, побудова розгортки.....	32
2.8 Тема: Взаємний перетин граней поверхонь.....	36
2.9 Тема: Взаємний перетин криволінійних поверхонь.....	38
2.10 Тема: Взаємний перетин граней та криволінійних поверхонь.....	40



НУВГП.010100.006		Лист	№	Колір	11
Перетин сфери з призмою		Вид	IV	Архив	Архив
Ді. Ар.	М. Боргун	Підпис			
Розроб	Виконав	Дата			
Перевір	Фонч. В. В.				
У конст.					
ННММ. 30. БТ-11					

Рис. 2.26 Зразок виконання завдання на взаємний перетин граней та криволінійних поверхонь між собою