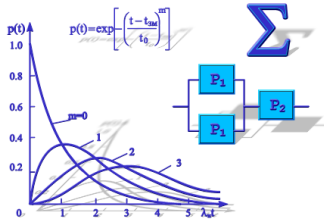


Міністерство освіти і науки України

Національний університет водного господарства
та природокористування

Кафедра транспортних технологій і технічного сервісу



02-02-204M

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних завдань та самостійної роботи
з навчальної дисципліни

Надійність та прогнозування транспортних систем

для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня
за освітньо-професійною програмою «Транспортні технології
(на автомобільному транспорті)» спеціальності 275 Транспортні
технології (за видами) спеціалізації Транспортні технології
(на автомобільному транспорті)
всіх форм навчання

Рекомендовано
науково-методичною радою з яко-
сті навчально-наукового
механічного інституту
Протокол № 10 від 05.07.2023 р.

Рівне – 2023

Методичні вказівки до виконання практичних завдань та самостійної роботи з навчальної дисципліни «Надійність та прогнозування транспортних систем» для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня за освітньо-професійною програмою «Транспортні технології (на автомобільному транспорті)» спеціальності 275 Транспортні технології (за видами) спеціалізації Транспортні технології (на автомобільному транспорті) всіх форм навчання. [Електронне видання] / Клімов С. В. – Рівне : НУВГП. 2023. – 44 с.

Укладач: Клімов С. В. – к.т.н., доцент кафедри транспортних технологій і технічного сервісу.

Відповідальний за випуск – Никончук В. М., в.о. завідувача кафедри транспортних технологій і технічного сервісу д.е.н., професорка.

Керівник групи забезпечення спеціальності – Хітров І. О.

Зміст

| | |
|--|-----------|
| 1. Вступ..... | 4 |
| Анотація..... | 4 |
| 2. Програма навчальної дисципліни | 5 |
| 2.1. Змістовий модуль 1. Математичний апарат надійності транспортних систем..... | 5 |
| 2.2. Змістовий модуль 2. Підвищення надійності ТЗ і ТС, прогнозування ТС..... | 7 |
| 2.3. Теми практичних занять | 8 |
| 2.4. Самостійна робота | 8 |
| 3. Розрахунково-графічна робота..... | 10 |
| 3.1. Загальна схема знаходження закону розподілу напрацювання ТЗ за статистичними даними..... | 10 |
| 3.2. Підготовка інформації про надійність | 10 |
| 3.3. Вирівнювання статистичної інформації про надійність | 16 |
| А. Розподіл Вейбулла..... | 18 |
| Б. Нормальний розподіл | 21 |
| В. Експоненціальний розподіл..... | 23 |
| Вибір параметрів теоретичного закону розподілу за допомогою довідкових таблиць | 25 |
| 3.4. Оцінка адекватності розподілу за критеріями згоди | 25 |
| 3.5. Довірчі границі одиничного та середнього показника надійності | 28 |
| 3.5.1. Довірчі границі одиничного показника надійності..... | 28 |
| 3.5.2. Довірчі границі середнього показника надійності | 31 |
| 3.5.3. Односторонні границі | 31 |
| 4.5.4. Довірчі границі середнього квадратичного відхилення | 32 |
| Література..... | 34 |
| Додаток 1..... | 37 |
| Додаток 2..... | 39 |
| Додаток 3..... | 40 |
| Додаток 4..... | 40 |
| Додаток 5..... | 41 |
| Додаток 6..... | 42 |
| Додаток 7..... | 43 |
| Додаток 8..... | 44 |

1. Вступ

Навчальна дисципліна «**Надійність та прогнозування транспортних систем**» вивчається студентами [ННМІ](#) за навчальним планом освітньо-професійної програми ступеня «магістр» Транспортні технології (на автомобільному транспорті)» -

- <https://start.nuwm.edu.ua/bakalavr/item/transportni-tekhnologii-m;>
- <https://nuwm.edu.ua/nnmi/osvitni-prohramy/item/transportni-tekhnologii-na-avtomobilnomu-transporti-mahistr> .

Навчальна дисципліна представлена лекційним курсом, практичними заняттями та самостійною роботою. На навчальній платформі НУВГП в Moodle <https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=4142> . Кількість кредитів ECTS – 5,0, загальний обсяг годин дисципліни складає 150 год.

Навчальна дисципліна дисципліни «Надійність та прогнозування транспортних систем» відноситься до вибіркового блоку дисциплін фахової підготовки здобувача вищої освіти.

Для визначення рівня засвоєння студентами навчального матеріалу використовуються наступні методи оцінювання знань:

- поточне тестування після вивчення кожного змістового модуля;
- оцінка за індивідуальне навчально-дослідне завдання у вигляді розрахунково-графічної роботи, 12 годин навчального навантаження і яке виконується студентом за індивідуально отриманим завданням.

Для оцінювання знань використовується ЕКТС зі 100-бальною шкалою оцінювання.

1.1. Анотація

Надійність автомобільних перевезень, зокрема вантажних, важлива для безпеки країни та її економічного зростання. Зростання вартості автотранспортного обладнання вимагає збільшення ефективності його експлуатації через встановлення раціонального рівня експлуатаційної надійності як транспортних одиниць, так і в цілому транспортної системи. Різноманітність експлуатаційних та технологічних умов, зовнішніх та внутрішніх факторів на автомобільному транспорті висуває специфічні вимоги як до транспортної інфраструктури так і до безпосередньо транспортних одиниць, які можуть обґрунтовуватись через обрахунок і врахування показників їх надійності.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є наукові методи визначення показників експлуатаційної надійності транспортних засобів (ТЗ)

та в цілому транспортних систем (ТС), прогнозування і оперативне управління їх технічним станом, прогнозування параметрів ТС, обґрунтування об'ємів і періодичності обслуговуючих впливів або замін.

Мета - формування у здобувачів вищої освіти комплексу знань про надійність на автомобільному транспорті, в умовах виникнення ризиків, зокрема з використанням інформаційних технологій, формування системного, аналітичного мислення для оцінки ситуацій при застосуванні транспортних технологій.

Ключові слова: надійність; оцінка надійності; відмова; безвідмовна робота, потік відмов, автотранспортна система; автомобільний транспорт.

Annotation

Reliability of road transportation, including freight transportation, is important for the country's security and economic growth. The rising cost of road transport equipment requires an increase in the efficiency of its operation by establishing a rational level of operational reliability of both transport units and the entire transport system. The variety of operational and technological conditions, external and internal factors in road transport places specific requirements on both transport infrastructure and transport units themselves, which can be justified by calculating and taking into account their reliability indicators.

The subject of study of the discipline is the scientific methods of determining the indicators of operational reliability of vehicles (vehicles) and transport systems (TS) in general, forecasting and operational management of their technical condition, forecasting of TS parameters, justification of the volume and frequency of maintenance actions or replacements.

The aim is to form a set of knowledge about reliability in road transport, in conditions of risks, in particular with the use of information technology, the formation of systematic, analytical thinking to assess situations in the application of transport technologies.

Keywords: reliability; reliability assessment; failure; failure-free operation, failure stream, road transport system; road transport.

2. Програма навчальної дисципліни

2.1. Змістовий модуль 1. Математичний апарат надійності транспортних систем

Тема 1. Вступ до курсу. Нормативно-правове забезпечення надійності функціонування транспортних систем в Україні. Особливості курсу (цілі, компетентності та ПРН, місце курсу в структурно-логічній

схемі підготовки фахівця транспортних систем, термінологія, рекомендована література, політики курсу [добросочесність, оцінювання, відвідування, не- та ін-формальна освіта та ін.]. Надійність транспортних систем у контексті "Sustainable transport system", (1), (2), . Національні і міжнародні стандарти надійності в Україні є основою правового забезпечення надійності функціонування транспортних систем, (3), (4), (5,6), (7). Організація контролю якості транспортного процесу (8), (9).

Тема 2. Математичний апарат надійності. Основні теоретичні положення (ймовірність, теореми надійності, гіпотези, випадкові події і їх ймовірності. Теореми додавання та множення ймовірностей, формули повної ймовірності, Байеса, Бернуллі, Пуассона, середнє квадратичне відхилення, (10–12), (13). Алгоритм оцінки параметрів надійності автомобільної транспортної системи перевезень пасажирів і вантажів, (14).

Тема 3. Закони розподілу дискретних і неперервних величин. Розподіл часу безвідмовної роботи. Основні закони розподілу дискретних і неперервних функцій. Нормальний закон розподілу неперервної величини. Закон розподілу Вейбулла. Експоненціальний закон розподілу. Закон розподілу Релея. Композиція законів розподілу. Визначення основних параметрів. Графічні залежності зміни параметрів (10,11).

Тема 4. Кількісна, якісна та часова оцінка параметрів надійності функціонування транспортних систем. Кількісна оцінка надійності транспортної системи. Перелік параметрів договору на перевезення вантажів (15) та на перевезення пасажирів та багажу (6,16). Критерії оцінки надійності автомобільної транспортної системи. Можливі відмови автомобільної транспортної системи перевезень з вини виконавців та з вини користувачів транспортних послуг, за які передбачена відповідальність. Компенсація низької надійності в роботі перевізника, замовника або іншого учасника. Структурно-функціональна схема та алгоритм оцінки параметрів надійності автомобільної транспортної системи перевезень пасажирів і вантажів (4,14), (17), (13). Ризики в транспортних процесах

Тема 5. Класифікація показників надійності. Статистичне визначення показників експлуатаційної надійності блоків. Класифікація показників надійності технічних систем. Групи показників надійності. Визначення основних показників надійності. Статистичне визначення показників експлуатаційної надійності не відновлюваних блоків. Визначення показників експлуатаційної надійності відновлюваних блоків (11), (10), (18).

Тема 6. Теоретичне (імовірнісне) визначення показників надійності блоків. Закони надійності. Методика теоретичного визначення показників безвідмовності. Прогнозування безвідмовності не відновлюваних блоків. Перший закон надійності. Другий закон надійності (18), (11). Теоретичне визначення показників довговічності і збереженості (18). Методика теоретичного визначення показників безвідмовності відновлюваних блоків (11), (10).

Тема 7. Оцінка надійності ТС та їх елементів за статистичними даними. Характеристика і аналіз випробувань на надійність і методів оцінки показників експлуатаційної надійності. Точкова і інтервальна оцінка показників надійності. Процедури перевірки адекватності розподілів. Вибір номенклатури компонентів, що лімітують експлуатаційну надійність (11), (10).

2.2. Змістовий модуль 2. Підвищення надійності ТЗ і ТС, прогнозування ТС

Тема 8. Структурні схеми надійності, їх класифікація. Розрахунок надійності систем без відновлення. Структурні схеми надійності систем. Класифікація структурних схем надійності систем. Розрахунок надійності систем без відновлення. Розрахунок надійності систем з основним з'єднанням блоків (11), (10), (4).

Тема 9. Системи з резервним з'єднанням блоків.

Загальне постійне резервування з цілою кратністю. Загальне резервування заміщенням з цілою кратністю. Системи зі змішаним з'єднанням блоків (11), (10). Розрахунок надійності систем з відновленням. Розрахунок надійності систем з відновленням без резервування Розрахунок надійності відновлюваних систем з дублюванням (11), (10), (4), (13), (19).

Тема 10. Прогнозування роботоzдатності ТЗ та ТС. Прогнозування роботоzдатності ТЗ і ТС. Визначення залишкового ресурсу (7). Визначення ресурсних показників надійності ТЗ і ТС, (10).

Тема 11. Застосування теорії масового обслуговування для прогнозування стану систем обслуговування ТЗ та ТС. Основні розрахункові залежності. Розімкнуті та замкнуті системи обслуговування. Ланцюги Маркова (20,21), (11). Оптимізація каналів обслуговування (10), (11) (7).

2.3. Теми практичних занять

| № з/п | ТЕМА | Кількість годин: | |
|--------------------------------------|---|------------------|-----------|
| | | Денна | Заочна |
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | Математичний апарат теорії надійності ТС. (Т.2,3), [9, с. 4–14]. | 4 | 2 |
| 2 | Статистичне і імовірнісне визначення показників експлуатаційної надійності ТЗ та ТС. (Т.5, 6), (10). | 4 | 2 |
| 3 | Оцінка надійності ТЗ за результатами повних випробувань (Т.7) Розрахунково-графічна робота “Знаходження закону розподілу напрацювання машин за статистичними даними”, (10). | 6 | 4 |
| 4 | Розрахунок надійності систем без відновлення, системи з основним та резервним з’єднанням блоків. (Т. 8,9), [9, с. 35–47]. | 4 | 2 |
| 5 | Прогнозування роботоздатності ТЗ та ТС, (Т10), (10). | 4 | 2 |
| 6 | Застосування теорії масового обслуговування для прогнозування стану систем обслуговування ТЗ та ТС обслуговування, (Т11) (10) | 4 | 2 |
| Всього годин (денна / заочна форма) | | 26 | 14 |

Перелік тем практичних занять може бути змінений при формуванні індивідуальної траєкторії навчання. Загальний обсяг в годинах залишається незмінним.

2.4. Самостійна робота

Розподіл годин самостійної роботи для студентів денної форми навчання– 100 годин::

25 годин (0,5 год/1,0 год лекції та практичних занять) – опрацювання лекційного матеріалу, підготовка до практичних занять;

30 годин (6 год/1 кредит ECTS) – підготовка до контрольних заходів;

33 годин (3 год/1 тему) – підготовка питань, які не розглядаються під час аудиторних занять.

12 годин – індивідуальне навчально-дослідне завдання (РГР).

Всього: 100 годин.

Теми для самостійної роботи

| № з/п. | Назва теми | К-ть годин |
|--------|---|------------|
| 1 | Тема 1. Вступ до курсу. Нормативно-правове забезпечення надійності функціонування транспортних систем в Україні. | 6 |
| 2 | Тема 2. Математичний апарат надійності. | 3 |
| 3 | Тема 3. Закони розподілу дискретних і неперервних величин | 3 |
| 4 | Тема 5. Класифікація показників надійності. Статистичне визначення показників експлуатаційної надійності блоків. | 3 |
| 5 | Тема 6. Теоретичне (імовірнісне) визначення показників надійності блоків. Закони надійності. | 3 |
| 6 | Тема 7. Оцінка надійності ТС та їх елементів за статистичними даними. | 3 |
| 7 | Тема 8. Структурні схеми надійності, їх класифікація. Розрахунок надійності систем без відновлення. | 3 |
| 8 | Тема 9. Системи з резервним з'єднанням блоків. | 3 |
| 9 | Тема 10. Прогнозування роботоздатності ТЗ та ТС. | 3 |
| 10 | Тема 11. Застосування теорії масового обслуговування для прогнозування стану систем обслуговування ТЗ та ТС.. | 3 |
| | Разом: | 33 |

3. Розрахунково-графічна робота

“Знаходження закону розподілу напрацювання машин за статистичними даними”

3.1. Загальна схема знаходження закону розподілу напрацювання ТЗ за статистичними даними

За результатами експлуатаційних випробувань на надійність групи підконтрольних ТЗ (або їх агрегатів) здійснюють побудову статистичного (емпіричного) розподілу напрацювань до відмови. Після цього для нього підбирається адекватний теоретичний розподіл, за допомогою якого можна з великою точністю визначити показники надійності ТЗ, що входять в генеральну сукупність, яка аналізується.

Відповідна обчислювальна процедура включає наступні 5 етапів:

- 1) ранжирування вихідної інформації про надійність у вигляді варіаційного ряду;
- 2) подання статистичного ряду у вигляді інтервальної таблиці частот;
- 3) побудова гістограми частоти відмов і полігона частот (графіка статистичного розподілу);
- 4) визначення виду і параметрів апроксимуючого теоретичного розподілу;
- 5) перевірка розбіжності теоретичного і статистичного розподілу за критеріями згоди.

Розглянемо докладно ці етапи.

3.2. Підготовка інформації про надійність

Нехай досліджується напрацювання ТЗ певного типу, що характеризується випадковою величиною t .

У заданій вибірці n_6 величина t має реалізації t_1, t_2, \dots, t_n , що і є вихідними даними.

Розмістивши отримані значення t_i у порядку зростання від t_{min} до t_{max} , отримаємо упорядкований варіаційний ряд (табл. 3.1).

Після цього приступають до побудови так званого статистичного ряду у вигляді інтервальної таблиці частот (табл. 3.2). Для цього спочатку визначають розмах варіювання

$$R = t_{max} - t_{min}. \quad (3.1)$$

Далі R ділять на декілька інтервалів, число яких підраховується за формулою **Старджеса**

$$N_R = 1 + 3,3 \cdot \lg(n_e). \quad (3.2)$$

Результат округлюється в сторону збільшення до найближчого цілого числа. Зазвичай обмежуються 7...20 інтервалами групування. Ширина кожного інтервалу приймається постійною і дорівнює:

$$\Delta t_N = R/N_R. \quad (3.3)$$

Розриви в інтервалах не допускаються.

В залежності від кількості і ширини інтервалів вибірка може бути згрупована у різні статистичні ряди.

Порядок заповнення таблиці частот наступний.

У 1-му стовпчику вказуються номери інтервалів.

У 2-му стовпчику вказуються межі інтервалів $\Delta t_i - \Delta t_{\text{поч.}}$ $\Delta t_{\text{кін.}}$

У 3-му - значення середин інтервалів $t_{NC} = \Delta t_{\text{поч.}} + (\Delta t_N / 2)$.

У 4-му - підраховується кількість значень m_N величини t , що приходяться на кожний інтервал. В нашому випадку це кількість відмов. Якщо будь-яке значення t_i знаходиться на межі двох інтервалів, то 0,5 враховують в попередній інтервал, а 0,5 в наступний.

У 5-му стовпчику по кожному інтервалу визначають накопичену кількість відмов (в порядку зростання).

$$m(t_{NC}) = \sum_{i=1}^N m_i. \quad (3.4)$$

Параметр $m(t_{NC})$ характеризує число відмов на момент часу t_{NC} .

У 6-му стовпчику підраховують число працездатних блоків

$$n_p(t_{NC}) = n_e - m(t_{NC}). \quad (3.5)$$

В 7-му стовпчику знаходиться відносна частка відмов в інтервалі (частота відмов)

$$\omega_N = m_N / n_e. \quad (3.6)$$

У 8-му стовпчику вираховують дослідну ймовірність відмов блоків

$$Q(t_{NC}) = \sum_{i=1}^N \omega_i = \frac{m(t_{NC})}{n_e}. \quad (3.7)$$

Отже, $Q(t_{NC})$ являє собою накопичену частоту відмов.

У 9-му стовпчику визначають дослідну ймовірність безвідмовної роботи блоків

Таблиця 3.1

Нехай є варіаційний ряд:

| | | | | | | | | | |
|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1500 | 1870 | 2010 | 2010 | 2720 | 2900 | 3020 | 3060 | 3060 | 3180 |
| 3200 | 3210 | 3210 | 3260 | 3300 | 3300 | 3300 | 3420 | 3460 | 3480 |
| 3580 | 3610 | 3620 | 3700 | 3790 | 3810 | 3900 | 3920 | 3940 | 3970 |
| 4000 | 4000 | 4100 | 4130 | 4130 | 4180 | 4210 | 4230 | 4260 | 4300 |
| 4300 | 4350 | 4370 | 4380 | 4420 | 4470 | 4470 | 4490 | 4490 | 4570 |
| 4600 | 4710 | 4730 | 4820 | 4850 | 4910 | 4930 | 4990 | 4990 | 5100 |
| 5210 | 5350 | 5400 | 5670 | 5790 | 5840 | 5900 | 5950 | 5970 | 7800 |

Для нього $R = t_{max} - t_{min} = 7800 - 1500 = 6300$; $N_R = 1 + 3,3 \cdot \log(n_6) = 1 + 3,3 \cdot \log(70) = 7,09 \approx 8$;

$$\Delta t_N = R/N_R = 6300/8 = 787,5 \approx 788$$

Таблиця 3.2

Інтервальна таблиця частот

| № інтервалу | Δt_i | | t_{NC} | m_N | $m(t_{NC})$ | $n_p(t_{NC})$ | ω_N | $Q(t_{NC})$ | $P(t_{NC})$ | $\lambda(t_{NC})$ | $f_e(t_{NC})$ | $f_i(t_{NC})$ |
|-------------|--------------|------|----------|-------|-------------|---------------|------------|-------------|-------------|-------------------|---------------|--|
| | поч. | кін. | | | | | | | | | | |
| 1 | 2 | | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | 1500 | 2288 | 1894 | 4 | 4 | 66 | 0,0571 | 0,0571 | 0,9429 | 0,00007 | 0,000073 | Заповню- ється за ф-ми або 3.52 або 3.53 або 3.54 |
| 2 | 2288 | 3076 | 2682 | 5 | 9 | 61 | 0,0714 | 0,1286 | 0,8714 | 0,00010 | 0,000091 | |
| 3 | 3076 | 3864 | 3470 | 17 | 26 | 44 | 0,2429 | 0,3714 | 0,6286 | 0,00041 | 0,000308 | |
| 4 | 3864 | 4652 | 4258 | 25 | 51 | 19 | 0,3571 | 0,7286 | 0,2714 | 0,00101 | 0,000453 | |
| 5 | 4652 | 5440 | 5046 | 12 | 63 | 7 | 0,1714 | 0,9000 | 0,1000 | 0,00117 | 0,000218 | |
| 6 | 5440 | 6228 | 5834 | 6 | 69 | 1 | 0,0857 | 0,9857 | 0,0143 | 0,00190 | 0,000109 | |
| 7 | 6228 | 7016 | 6622 | 0 | 69 | 1 | 0,0000 | 0,9857 | 0,0143 | 0,00000 | 0,000000 | |
| 8 | 7016 | 7804 | 7410 | 1 | 70 | 0 | 0,0143 | 1,0000 | 0,0000 | 0,00254 | 0,000018 | |

$$P(t_{NC}) = 1 - Q(t_{NC}) = n_p(t_{NC}) / n_e. \quad (3.8)$$

У 10-му стовпчику знаходять інтенсивність відмов блоків на інтервалі

$$\lambda(t_{NC}) = m_N / (N_{cp} \cdot \Delta t_i), \quad (3.9)$$

де $N_{cp} = (N_i + N_{i+1})/2$; N_i ; N_{i+1} – число працездатних блоків на початку і в кінці інтервалу Δt_i .

У 11-му стовпчику підраховують частоту відмов, що відповідає емпіричній (дослідній) щільності розподілу напрацювання:

$$f_e(t_{NC}) = m_N / (n_e \cdot \Delta t_N) \quad (3.10)$$

У 12 - й стовпчик заносять значення щільності розподілу напрацювання для вибраного в подальшому адекватного теоретичного розподілу $f_T(t_{NC})$, що виконується потім (див. п. 3.4 формули 3.52...3.54).

Приклад проведення підготовки інформації про надійність наведено в таблицях 4.1 та 4.2.

Визначення параметрів розподілу

До основних параметрів розподілу відносяться середнє напрацювання до відмови та середньоквадратичне відхилення даного напрацювання від середнього значення. Вони можуть бути визначені декількома способами, в даній РГР розглядаються два з них.

а) При великій кількості інформації для визначення середнього напрацювання та середньоквадратичного відхилення рекомендовано спрощений метод розрахунку – **метод сум**. Для цього заповнюється таблиця 3.3.

З статистичного ряду виписуються значення середин інтервалів t_{NC} та відповідні їм частоти m_N .

В 3-й стовпчик навпроти максимального значення частоти m_N ставиться тире. В четвертому стовпчику ставиться три тире, один навпроти тире в третьому стовпчику, а два інших зверху та знизу від нього. В третій стовпчик проставляються суми частот m_N , що отримуються послідовним додаванням їх значень від початку другого стовпчика до числа навпроти тире в третьому стовпчику та від кінця другого стовпчика до того ж числа, не включаючи максимальне m_N . Сумуючи в третьому стовпчику отримані по обидва боки від тире числа, знаходять коефіцієнти К1 та Л1.

В четвертому стовпчику повторюють ті-ж процедури сумування чисел з третього стовпчика (виключаючи дві найбільші суми по обидва боки від тире в третьому стовпчику) та відповідно визначають значення коефіцієнтів К2 та Л2.

Середнє значення показника надійності та середнє квадратичне відхилення визначаються за рівняннями:

$$\bar{t} = t_c - \frac{AM_1}{N}, \quad (3.11)$$

$$\sigma = A \sqrt{\frac{M_2 - M_1^2/N}{N}}, \quad (3.12)$$

де A – величина одного інтервалу;

t_c – значення середини того інтервалу, навпроти якого стоїть тире в третьому стовпчику;

Таблиця 3.3

Визначення величин \bar{t} та σ методом сум

| № | Середина інтервалу напрацювання t_{NC} | Частота m_i | К1=39 | К2=17 |
|---|---|------------------|-------|-------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 1 | 1894 | 4 | 4 | 4 |
| 2 | 2682 | 5 | 9 | 13 |
| 3 | 3470 | 17 | 26 | - |
| 4 | 4258 | 25 | - | - |
| 5 | 5046 | 12 | 19 | - |
| 6 | 5834 | 6 | 7 | 9 |
| 7 | 6622 | 0 | 1 | 2 |
| 8 | 7410 | 1 | 1 | 1 |
| | | N=70 | Л1=28 | Л2=12 |

M_1 та M_2 – допоміжні коефіцієнти.

$$M_1 = K_1 - Л_1; \quad (3.13)$$

$$M_2 = K_1 + Л_1 + 2K_2 + 2Л_2. \quad (3.14)$$

Для даного прикладу:

$$M_1 = 39 - 28 = 11,$$

$$M_2 = 39 + 28 + 2 \cdot 17 + 2 \cdot 12 = 125,$$

$$\bar{t} = 4258 - (788 \cdot 11) / 70,$$

$$\sigma = 788 \cdot \sqrt{\frac{11 - 125^2 / 70}{70}} = 1045,70.$$

б) На основі числових значень таблиці частот можна визначити уточнену величину середнього напрацювання \bar{t} і відповідного середнього квадратичного відхилення σ_t за формулами:

$$\bar{t} = \sum_{N=1}^{N_R} t_{NC} \cdot \omega_N. \quad (3.15)$$

$$\sigma_t = \sqrt{\sum_{N=1}^{N_R} (t_{NC} - \bar{t})^2 \cdot \omega_N}. \quad (3.16)$$

В дослідну інформацію про надійність машин інколи попадають окремі помилкові значення, що не є типовими для даної генеральної сукупності і можуть спотворити статистичні висновки. Якщо підозрілим є мінімальний (t_{min}) або максимальний (t_{max}) за величиною результат спостереження, то його називають таким, що різко виділяється або грубою помилкою.

Процедура виявлення грубої помилки ("промаху") здійснюється за допомогою статистики t^0

$$t^0 = \left| t_{\substack{\min \\ (\max)}} - \bar{t} \right| / \sigma_t, \quad (3.17)$$

де \bar{t} і σ_t - дослідні числові характеристики, і критерію Ірвіна $W_{n,\alpha}$ ([додаток 1](#)). В цій таблиці $n = n_e$ - обсяг вибірки, α - рівень значущості. Якщо виявиться, що $t^0 > W_{n,\alpha}$, то значення, що перевіряється є грубою помилкою і його необхідно вилучити з інформації.

Наприклад, для $\alpha=0,05$ та $\bar{t}=100$; $\sigma_t=63,6$, $n=50$. Перевіримо значення $t_{max}=250$ на грубу помилку. За [додатком 1](#) знаходимо $W_{n,\alpha} = 3,16$. Вираховуємо статистику.

$$t^0 = \left| t_{\substack{\min \\ (\max)}} - \bar{t} \right| / \sigma_t = \frac{|250 - 100|}{63.6} = 2.358 < 3.16$$

Так як $t^0 < W$, то значення $t_{max}=250$ не є грубою помилкою.

Після заповнення інтервальної таблиці частот статистичного ряду здійснюють її зображення у вигляді гістограми частоти відмов (рис.3.1.,

поз. 1).

Для цього по осі абсцис відкладають у масштабі інтервали N_R шириною Δt_N . Вибравши їх як основу, будують прямокутники з висотою, що рівна величині емпіричної щільності $f_e(t_{NC})$. Площа таких прямокутників рівна частоті відмов ω_N .

Ламана лінія, що апроксимує гістограму, являє собою графік статистичного розподілу напрацювання, або полігон частот (рис.3.1. поз. 2).

На цьому ж графіку після знаходження буде будуватись графік теоретичного розподілу напрацювання (рис. 3.1, поз. 3).

3.3. Вирівнювання статистичної інформації про надійність

Процес заміни статистичного розподілу адекватним теоретичним називається вирівнюванням (або згладжуванням) статистичної інформації. Попередньо, вид передбачуваного теоретичного розподілу (нуль-гіпотеза) оцінюється візуально за полігоном частот (рис.3.1, поз.1) і за величиною коефіцієнта варіації V : при $V \geq 0,52$ - РВ; при $V \leq 0,33$ - НР; при $0,33 \leq V \leq 0,52$ - РВ або рідше НР; при $V=1,0$ - ЕР.

Водночас враховується область застосування того або іншого закону розподілу: НР використовується при розрахунку до - і міжремонтних ресурсів машин або їхніх агрегатів; періодичності ТО; затрат часу на відновлення працездатності машин; ресурсів деталей, що залежать від зносу і т. д.; РВ - для визначення напрацювання машин і їх агрегатів на відмову; ресурсів деталей, що залежать від втомлюваностного руйнування або старіння; для оцінки відмов під час припрацювання і т. д.; ЕР - при описі раптових відмов ТЗ та їх складових частин в період нормальної експлуатації; тривалості ремонтних впливів та ін.

Найбільш точно адекватний теоретичний розподіл вибирається за допомогою графічних методів з обов'язковою перевіркою ймовірності збігу *не менше ніж за двома критеріями згоди*.

Суть графічних методів полягає в наступному. Для попередньо вибраного теоретичного розподілу $f_e(t)$ підбирається таке перетворення координат $x=\varphi(f)$; $y=\varphi(f)$, при якому графік функції $x=\varphi(y)$ перетворюється в пряму лінію. Ця лінія відповідає теоретичному розподілу $f_m(t)$ і називається інтегральною прямою.

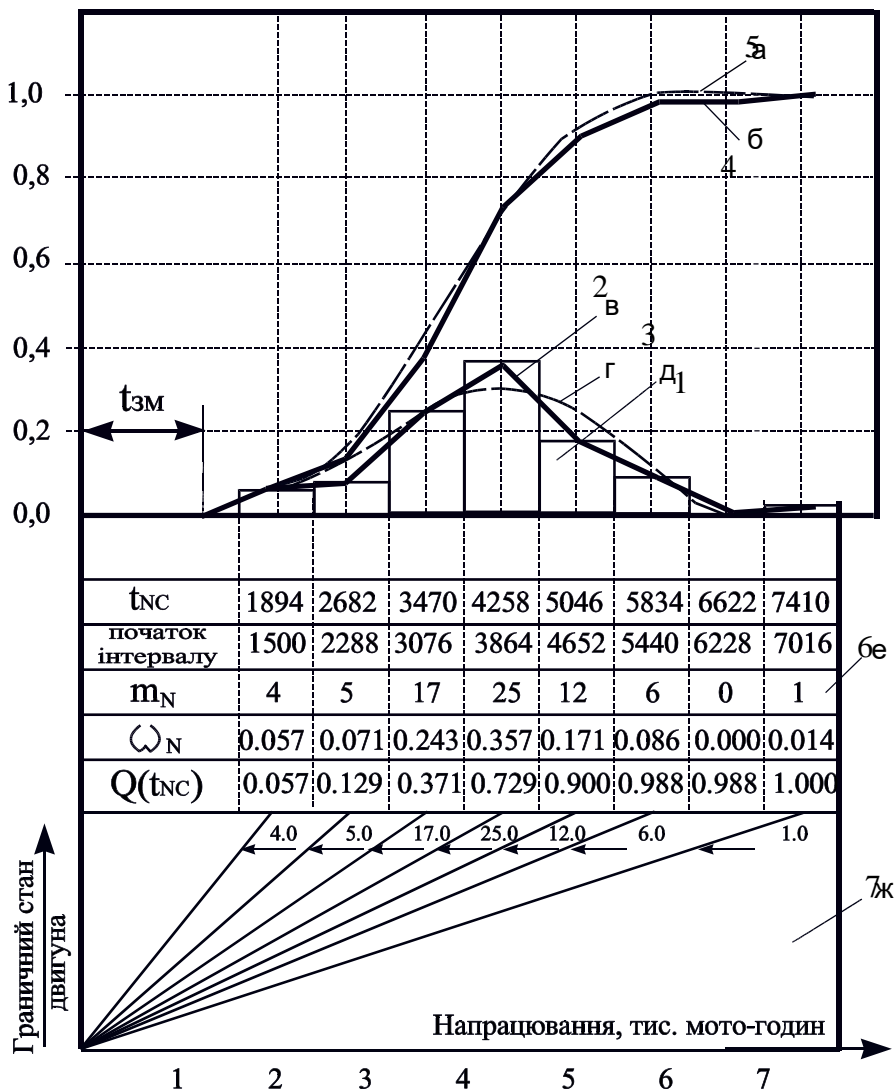


Рис.3.1 Гістограма та графік статистичного розподілу:
 1 - гістограма частоти відмов; 2 - графік статистичного розподілу напрацювання (полігон частот); 3 - графік теоретичного розподілу напрацювання; 4 - графік накопичених імовірностей; 5 - інтегральна функція теоретичного закону розподілу; 6 - статистичний ряд інформації; 7 - розподіл первинної інформації

Якщо на отриманий графік нанести точки статистичного розподілу і вони співпадуть з інтегральною прямою або будуть групуватися навколо неї, то слід вважати, що теоретичний розподіл є адекватним статистичному.

Розглянемо порядок графічних досліджень.

А. Розподіл Вейбулла

У випадку прийняття нуль-гіпотези про РВ при обчисленні коефіцієнта варіації V слід виходити з наступного.

При оцінці середніх ресурсів машин і їх складових, мінімально можливі значення показників надійності - істотно позитивні величини, відмінні від нуля. Тому початок зони їх розсіювання, всередині якої діють закони розподілу випадкових величин, знаходиться від нуля на відстані t_{3M} . В цьому випадку всі характеристики розсіювання означених показників, в тому числі і параметр V необхідно розраховувати з урахуванням зміщення t_{3M} .

Залежність для визначення коефіцієнта варіації має вигляд:

$$V = \sigma_t / (t - t_{3M}). \quad (3.18)$$

Параметр t_{3M} визначається із співвідношення

$$t_{3M} = t_1 - (t_3 - t_1) / 2, \quad (3.19)$$

де t_1 і t_3 - відповідно значення першого та третього напрацювання в упорядкованому варіаційному ряду.

Для тих показників надійності, мінімальне значення яких близьке до нуля (напрацювання на функціональну відмову, час усунення відмови та ін.), t_{3M} можна не враховувати і коефіцієнт варіації визначати за формулою:

$$V = \sigma_t / \bar{t}. \quad (3.20)$$

Побудова функціональної графічної сітки для РВ здійснюється в наступному порядку. Шкалу для змінної t (напрацювання) по осі абсцис приймаємо логарифмічною

$$x = \ln(t) \quad (3.21)$$

а для змінної Q (накопичена частота відмов) по осі ординат – спеціальною:

$$y = \ln \ln \frac{1}{1 - Q(t)}. \quad (3.22)$$

Початкова точка осі абсцис повинна відповідати величині зміщення t_{3M} , а масштаб осі буде складати:

$$K_x = L / \ln(t_{max} - t_{зм}), \quad (3.23)$$

де L - ширина графіка (мм); t_{max} - максимальне значення напрацювання.

При виборі масштабу осі ординат вважаємо, що $Q_{min}(t)=0.001$; $Q_{max}(t)=0.999$, так як при $Q(t)=0$ і $Q(t)=1$ вираз (3.22) втрачає зміст.

Тоді отримаємо:

$$y_{max} = \ln \ln \frac{1}{1-0,999} = 1,93; \quad y_{min} = \ln \ln \frac{1}{1-0,001} = -6,91$$

Масштаб по осі ординат буде складати:

$$K_y = \frac{H}{y_{max} - y_{min}} = \frac{H}{8,84}, \quad (3.24)$$

де H - висота графіка, мм.

Для нанесення на функціональну сітку точок статистичного розподілу, що відповідають напрацюванню t_i , використовуються відрізки довжиною:

$$S_x(t_i) = K_x \cdot \ln t_{i зм}, \text{ мм.} \quad (3.25)$$

$$S_y(Q_i) = K_y \cdot \ln \ln \frac{1}{1-Q_i(t_i)}, \text{ мм} \quad (3.26)$$

де $t_{i зм} = t_i - t_{зм}$.

Функція

$$S_y(Q_i) = \frac{H}{8,84} \cdot \ln \ln \frac{1}{1-Q_i(t_i)} \quad (3.27)$$

наведена в [додатку 2](#) при $H=100$ мм.

Розрахунки доцільно проводити в табличній формі (табл. 3.4)

Таблиця 3.4

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| $t_{i зм}$ | 82,50 | 139,50 | 196,50 | 253,50 | 310,50 | 367,50 | 424,5 |
| $S_x(t_i)$ | 108,35 | 121,24 | 129,66 | 135,91 | 140,89 | 145,03 | 148,5 |
| Q_i | 0,14 | 0,32 | 0,45 | 0,68 | 0,82 | 0,95 | 1 |
| $S_x(Q_i)$ | -21,53 | -10,65 | -5,95 | 1,38 | 5,93 | 12,71 | 21,86 |

Подальші графічні дослідження показані на рис. 3.2.

Провівши у вибраній системі координат між дослідними точками інтегральну пряму, що апроксимує щільність РВ $f(t)$, визначимо параметри розподілу m і t_0 .

При $t=t_0$ і $t_{3M}=0$ на основі залежності

$$Q(t) = e^{-(t/t_0)^m}$$

одержуємо $Q(t_0)=0,632$. При цьому $S_y(0,632) = 0$. Отже, побудову шкали для осі ординат необхідно починати від прямої $Q(t_0)=0,632$, відкладаючи у відповідності з додатком 2 додатні значення $S_y(Q_i)$ над означеною прямою, а від'ємні - під нею.

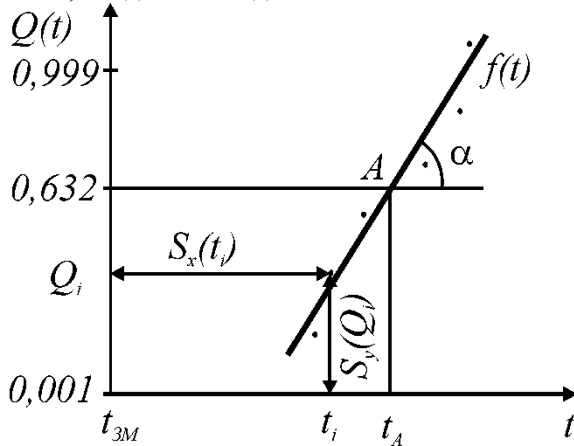


Рис. 3.2 Схема графічного визначення параметрів РВ

Якщо висота графіка приймається рівною не $H=100$ мм, а іншому значенню H_1 , то при побудові шкали для осі $Q(t_i)$ табличні значення $S_y(Q_i)$ слід помножити на відношення H_1/H .

Побудова шкали для осі абсцис наступна. Позначимо через A точку перетину прямих $f(t)$ і $Q(0,632)$, а кут між ними через α . Проекція точки A на вісь абсцис відповідає значенню t_0 . Тоді параметр t_0 визначиться за формулою

$$\ln t_0 = S_x(t_A) / K_x$$

звідки
$$t_0 = e^{S_x(t_A) / K_x} \quad (3.28)$$

Параметр m , як кутовий коефіцієнт прямої $f(t)$, обчислюється через тангенс кута α :

$$m = \frac{K_x}{K_y} \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (3.29)$$

Більш зручний для використання є метод визначення параметрів розподілу за допомогою ймовірностного паперу (рис. 3.3), який розроблено за наведеними вище формулами. Параметр t_0 визначається безпосередньо з графіку, а параметр m за формулою $m=1,3 \operatorname{tg} \alpha$.

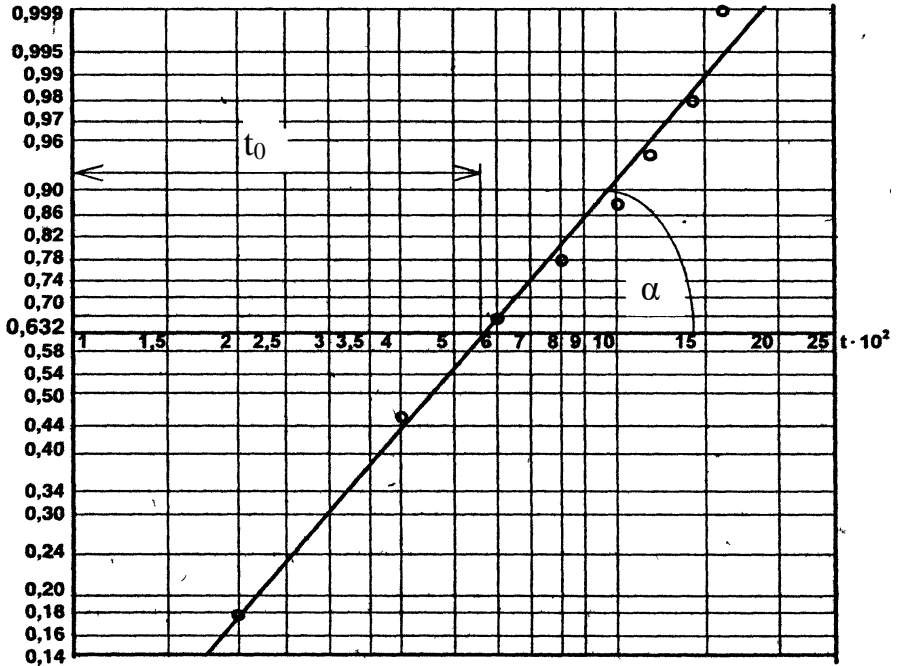


Рис. 3.3. Сітка ймовірностей для закону розподілу Вейбулла

Б. Нормальний розподіл

У випадку прийняття нуль-гіпотези про НР обчислення коефіцієнта варіації V здійснюється за залежністю (3.20), так як зміщення t_{3m} не впливає на параметри розподілу \bar{t} і σ_t . Накопичена частота відмов при НР визначається за формулою:

$$Q(t)=F(U), \quad (3.30)$$

де $F(\)$ - функція НР; U - квантиль НР.

Залежність для U має вигляд:

$$U = \frac{t}{\sigma_t} - \frac{\bar{t}}{\sigma_t}, \quad (3.31)$$

Отже, квантилі U лінійно залежать від напрацювання t .

Тому при побудові функціональної графічної сітки для НР шкалу

для змінної t по осі абсцис приймаємо рівномірною

$$x=t, \quad (3.32)$$

а для змінної Q по осі ординат - спеціальною

$$y=U. \quad (3.33)$$

За початкову точку осі абсцис приймається нульове значення, а осі ординат - $Q_{min}=0,001$.

Масштаб по осі абсцис:

$$K_x=L/t_{max}, \quad (3.34)$$

де L - ширина графіка, мм; t_{max} - максимальне значення напрацювання.

При виборі масштабу по осі ординат задаємось $Q_{max}=0,999$. Тоді на підставі (3.30) і (3.33) отримаємо $y_{max}=3,09$; $y_{min}=-3,09$.

Отже,

$$K_y = \frac{H}{y_{max} - y_{min}} = \frac{H}{6,18}, \quad (3.35)$$

де H - висота графіка, мм.

Для нанесення на функціональну сітку точок статистичного розподілу, відповідних напрацюванню t_i , використовуються відрізки довжиною, мм:

$$S_x(t_i)=K_x \cdot t_i; \quad (3.36)$$

$$S_y(Q_i)=K_y \cdot U_i. \quad (3.37)$$

Функція $S_y(Q_i)$ табульована в [додатку 3](#) при $H=100$ мм.

Якщо $Q_i < 0,5$, то враховується наступне співвідношення

$$S_y(Q_i)=-S_y \cdot (1-Q_i). \quad (3.38)$$

Подальші графічні дослідження показані на рис. 3.4.

Побудову шкали для осі ординат Q_i необхідно починати від прямої $Q_i=0,5$, так як $S_y(0,5)=0$. Відкладаючи у відповідності з [додатком 3](#) додатні значення $S_y(Q_i)$ над означеною прямою, а від'ємні - під нею, отримаємо необхідну шкалу.

Якщо висота графіка $H_1 > H$, то при побудові шкали для Q табличні значення $S_y(Q_i)$ необхідно домножувати на H_1/H . Шкала для осі абсцис будується звичайним способом з урахуванням масштабу K_x .

Побудувавши осі координат і нанісши на функціональну сітку довірчі точки статистичного розподілу, проводять інтегральну пряму $f(t)$.

Вона повинна проходити через максимально можливу кількість точок.

Після цього будують прямі $Q=0,16$; $Q=0,5$ і $Q=0,84$ і знаходять точки їхнього перетину з прямою $f(t)$ - С, А і В.

Проекція точки А на вісь абсцис відповідає параметру \bar{t} , а проекція точок С і В на ту ж вісь утворить відрізок, що дорівнює $2 \cdot \sigma_t$.

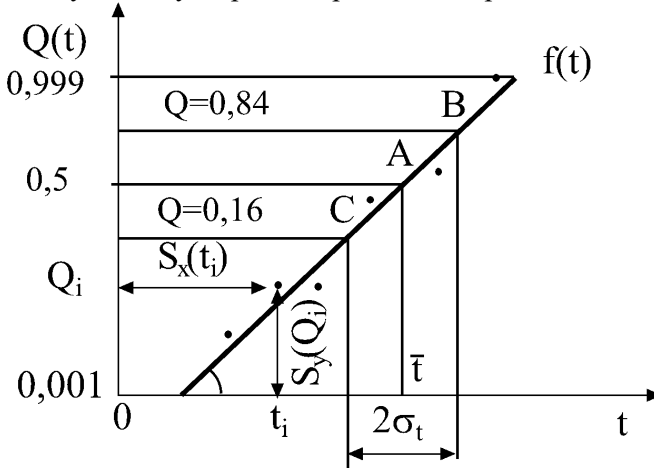


Рис.3.4. Схема графічного визначення параметрів нормального розподілу

Значення σ_t можна також знайти по величині кута α , що утвориться при перетині прямої $f(t)$ з віссю абсцис:

$$\sigma_t = \frac{K_y}{K_x} \cdot \text{ctg} \alpha . \quad (3.39)$$

В. Експоненціальний розподіл

При ЕР $V=1,0$. Шкала для змінної t по осі абсцис приймається рівномірною:

$$x=t, \quad (3.40)$$

а для змінної Q по осі ординат – спеціальною

$$y = - \ln[1-Q(t)] . \quad (3.41)$$

При цьому вважаємо, що $Q_{min}=0,001$; $Q_{max}=0,999$.

Масштаби координатних осей:

$$K_x=L/t_{max} ; \quad (3.42)$$

$$K_y = \frac{H}{y_{\max} - y_{\min}}. \quad (3.43)$$

На основі (3.41) маємо: $y_{\max}=6,908$; $y_{\min}=0,001$. Тоді

$$K_y = H / 6.91. \quad (3.44)$$

Для нанесення на функціональну сітку точок статистичного розподілу використовуються відрізки (мм):

$$S_x(t_i) = K_x \cdot t_i; \quad S_y(Q_i) = -K_y \cdot \ln(1 - Q_i). \quad (3.45)$$

Функція $S_y(Q_i)$ табульована в [додатку 4](#) при $H=100$ мм. Подальші графічні дослідження показані на рис. 3.5

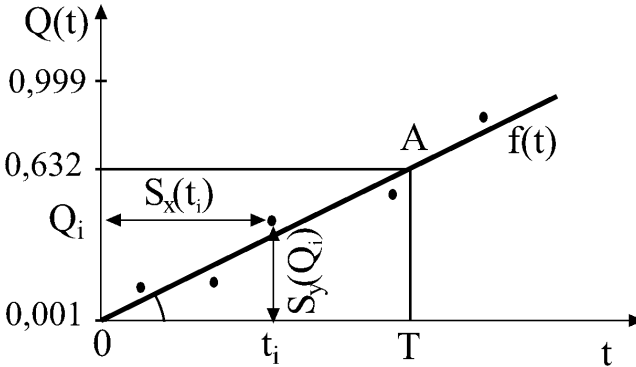


Рис. 3.5. Схема графічного визначення параметрів експоненціального розподілу

З деяким допущеннями можна вважати, що інтегральна пряма $f(t)$ проходить через початок координат, так як $y_{\min} = 0.0010 \cong 0$. Параметр ЕР λ визначається за кутом нахилу α прямої $f(t)$ до осі абсцис:

$$\lambda = \frac{K_x}{K_y} \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad (3.46)$$

Значення λ можна знайти і використовуючи залежність:

$$Q(t) = 1 - \exp(-\lambda t). \quad (3.47)$$

і підставивши в неї на підставі $t = T_{\text{cep}} = 1/\lambda$, отримаємо $Q(T_{\text{cep}}) = 0,632$.

Проведемо на координатній сітці пряму $Q=0,632$ до перетину її з прямою $f(t)$ в точці А. Проекція цієї точки на вісь абсцис відповідає

значенню $t=T_{сер}$. По величині $T_{сер}$ знаходимо λ .

Вибір параметрів теоретичного закону розподілу за допомогою довідкових таблиць

Параметри закону Вейбулла можна визначити за допомогою таблиць наступним чином:

1) з таблиці параметрів та коефіцієнтів закону розподілу Вейбулла за значенням відомого коефіцієнта варіації знаходять параметр m та допоміжні коефіцієнти C_m та b_m ([Додаток 5](#));

2) параметр t_0 знаходять з рівнянь:

$$t_0 = \frac{\sigma_t}{C_b}; \quad (3.48, \text{ а})$$

$$t_0 = \frac{\bar{t} - t_{3m}}{b_m}; \quad (3.48, \text{ б})$$

3) знаходження середнього значення показника надійності та середнього квадратичного відхилення проводять за рівняннями:

$$\bar{t} = t_0 \cdot b_m + t_{3m}, \quad (3.49, \text{ а})$$

$$\sigma_t = t_0 C_m. \quad (3.49, \text{ б})$$

Якщо таблиця Вейбулла відсутня, а значення коефіцієнта варіації знаходяться в межах 0,30 – 0,72, то параметри закону Вейбулла можна визначити за приблизними рівняннями:

$$m = \frac{1}{V^{1,06}}; \quad (3.50, \text{ а})$$

$$t_0 = 1,12(\bar{t} - t_{3m}). \quad (3.50, \text{ б})$$

3.4. Оцінка адекватності розподілу за критеріями згоди

Остаточна оцінка ступеню збігу статистичного і гіпотетичного (попередньо вибраного теоретичного) розподілу здійснюється за критеріями згоди.

На практиці застосовують декілька таких критеріїв, що відрізняються своїми статистиками: Пірсона χ^2 (хі - квадрат); Романовського - R , Колмогорова - λ_k та ін.

Статистика критерію Пірсона (міра розбіжності) визначається за формулою:

$$\chi^2 = n_e \cdot \sum_{N_R} \frac{[f_e(t_{NC}) - f_T(t_{NC})]^2 \cdot \Delta t_N}{f_T(t_{NC})}, \quad (3.51)$$

де n_e - загальне число спостережень; N_R - кількість інтервалів у таблиці частот; Δt_N - ширина інтервалу; $f_e(t_{NC})$ та $f_m(t_{NC})$ експериментальна та теоретична щільності розподілу напрацювання, що оцінюється.

Значення $f_m(t_{NC})$ знаходяться за наступними формулами для підібраного теоретичного розподілу та для зручності розрахунків заносяться в 12-й стовпчик таблиці частот (табл. 3.2).

Щільність ймовірності нормального розподілу:

$$f_T(t) = \frac{1}{\sigma_t \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\frac{(t_{NC} - \bar{t})^2}{2 \cdot \sigma_t^2}}. \quad (3.52)$$

Щільність ймовірності розподілу Вейбулла описується формулою:

$$f_T(t) = \frac{m}{t_0} \cdot \left(\frac{t_{NC} - t_{3M}}{t_0} \right)^{m-1} \cdot e^{-\left(\frac{t_{NC} - t_{3M}}{t_0} \right)^m}. \quad (3.53)$$

Щільність ймовірності експоненціального розподілу:

$$f_T(t) = \frac{1}{\lambda} \cdot e^{-\lambda \cdot t_{NC}}. \quad (3.54)$$

Так як числові значення $f_e(t_{NC})$ та $f_m(t_{NC})$ малі, то при обчисленні їх різниці необхідно враховувати **не менше п'яти цифр після коми**.

Подальша схема застосування критерію Пірсона зводиться до наступного: спочатку визначають число ступенів вільності r . Для НР та РВ маємо $r = N_R - 3$; для ЕР $r = N_R - 2$.

Після цього задаємося допустимою ймовірністю згоди (рівнем значущості) q_0 теоретичного та статистичного розподілу, звичайно приймають $q_0 = 0,05$.

Далі за допомогою [додатку 6](#) за підрахованим значенням χ^2 та r визначають фактичну ймовірність згоди q . Якщо виявиться, що

$q \geq 0,05$, то вибраний теоретичний розподіл приймається; при $q < 0,05$ статистика χ^2 влучає в критичну область, і розподіл при

аналізі відкидається.

В останньому випадку потрібно вибрати більш адекватний закон розподілу.

Звичайно, критерій Пірсона застосовується при $n_b > 50$, причому інтервали таблиці частот повинні містити **не менше 5 значень напрацювань**. При невеликих вибірках ефективність критерію низька.

Статистика критерію В.І. Романовського підраховується за формулою:

$$R = \left| \chi^2 - r \right| / \sqrt{2 \cdot r} \quad (3.55)$$

Якщо $R < 3$, то нуль-гіпотеза, що розглядається, приймається.

При використанні критерію А.Н. Колмогорова знаходять максимальну розбіжність між експериментальною та теоретичною щільністю розподілу напрацювання:

$$D_{\max} = \left| f_e(t_{NC}) - f_m(t_{NC}) \right|_{\max} \quad (3.56)$$

Статистика критерію підраховується таким чином:

$$\lambda_k = D_{\max} \cdot \sqrt{n_b} \quad (3.57)$$

Ймовірність згоди $p(\lambda_k)$ знаходиться за [додатком 7](#).

Якщо ймовірність згоди перевищує рівень значущості, тобто $p(\lambda_k) \geq 0,05$ (при $\lambda_k \leq 1,358$), то вибрана нуль-гіпотеза приймається.

Так, якщо при $n_e = 200$, $D_{\max} = 0,037$, то $\lambda_k = 0,037 \cdot \sqrt{200} = 0,523$. При цьому $p(\lambda_k) \approx 0,960$, тобто експериментальні дані не суперечать гіпотезі.

Після остаточного вибору адекватного теоретичного розподілу виконується уточнений розрахунок основних показників надійності $p(t^*)$, $T_{сер}$ та ін. за відповідними розрахунковими залежностями:

При нормальному законі розподілу (формули 2.14, 2.17, (10)):

$$p(t^*) = 1 - F(z); \quad (3.58, а)$$

$$T_{сер} = \bar{t}, \quad (3.58, б)$$

При законі розподілу Вейбулла (формули 2.19, 2.22, (10)):

$$p(t^*) = \exp \left[- \left(\frac{t^* - t_{3M}}{t_0} \right)^m \right]; \quad (3.59, а)$$

$$T_{сер} = b_m \cdot t_0, \quad (3.59, б)$$

Показники надійності невідновлюваних блоків при експоненціальному законі розподілу напрацювання визначається за формулами 2.23, 2.25, (10):

$$p(t^*) = \exp(-\lambda t^*); \quad (3.60, a)$$

$$T_{cp} = 1/\lambda \quad (3.60, б)$$

Розрахункове значення t^* приймається за наступною залежністю :

$$t^* = 200 + N_{вар}$$

де $N_{вар}$ – номер варіанту (останні дві цифри залікової книжки).

3.5. Довірчі границі одиничного та середнього показника надійності

3.5.1. Довірчі границі одиничного показника надійності

Після визначення за дослідними даними числових характеристик теоретичного розподілу значень напрацювань їх необхідно перенести (поширити) на інші групи машин, які працюють в інших умовах. Природно, що різниця в кількості таких машин та різні умови їх експлуатації, у порівнянні з дослідними, буде викликати зміну числових характеристик закону розподілу напрацювань. Хоча дані зміни будуть випадковими їх значення будуть варіюватися в певних межах. Тому необхідно визначити межі розсіювання прийнятого закону розподілу та можливої похибки його переносу з одних умов в інші.

Як відомо для НР з диференційної кривої, площа охоплення α , що обмежена значеннями по вісі абсцис $\pm 3\sigma \cdot t$ складає 0,997, або 99,7%. Шляхом зменшення значення площі охоплення α досягається звуження границі розсіювання одиничного показника, чим зменшується можлива похибка розрахунку. Це досягається за рахунок зниження ступені довіри.

Між площиною охоплення α та інтервалом розсіювання, який відповідає даній площі існує функціональний зв'язок:

$$F_0(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt .$$

Дана функція Лапласа занесена в таблиці.

Якщо задати $\alpha=80\%$ то при НР справа від \bar{t} розміститься 0,4 площі. З таблиці функції Лапласа знаходимо її значення рівне $0,5+0,40=0,90$. За цим визначається кількість t_{cp} середніх квадратичних відхилень σ (t_{cp}

$=1,28$), яке необхідно відкласти вправо та вліво від середнього значення $\bar{t} (\pm 1,28 \cdot \sigma)$, при даній площі охоплення $\alpha=80\%$.

Площа охоплення дорівнює в долях одиниці або в відсотках кількості одиночних значень напрацювань, числові значення яких знаходяться в межах границь відповідного даній площі інтервалу.

При інших рівних умовах вибрана завчасно площа охоплення характеризує ступінь довіри розрахунку та гарантує ймовірність потрапляння показника надійності у відповідний інтервал його значень. Тому він називається **довірчою ймовірністю α** . Інтервал, в який при заданій довірчій ймовірності α потрапляють $100\% \alpha$ від n_e називається **довірчим інтервалом t_α** . Межі, в яких може змінюватись значення показника надійності при заданій α , називають нижньою (t_α^H) та верхньою (t_α^6) довірчими границями.

Взаємозв'язок між довірчою ймовірністю α та величинами довірчих границь та можливою найбільшою похибкою e_α для нормального закону розподілу зображена на рис. 3.6.

Для визначення коефіцієнта t_α (кількість σ) користуватись інтегральним законом **НР** та відповідно даними таблиці функції Лапласа можна лише коли повторюваність інформації $n_e > 100$, внаслідок чого дослідне значення σ буде несуттєво відрізнитись від теоретичного. При менших значеннях повторюваності інформації належить використовувати закон розподілу Стьюдента та затабульованим коефіцієнтом t_α (**додаток 8**).

Абсолютна похибка знаходиться з рівняння:

$$e_\alpha = t_\alpha \sigma,$$

довірчі границі:

$$t_\alpha^H = -t_\alpha \sigma,$$

$$t_\alpha^6 = +t_\alpha \sigma,$$

довірчий інтервал:

$$I_\alpha = t_\alpha^6 - t_\alpha^H.$$

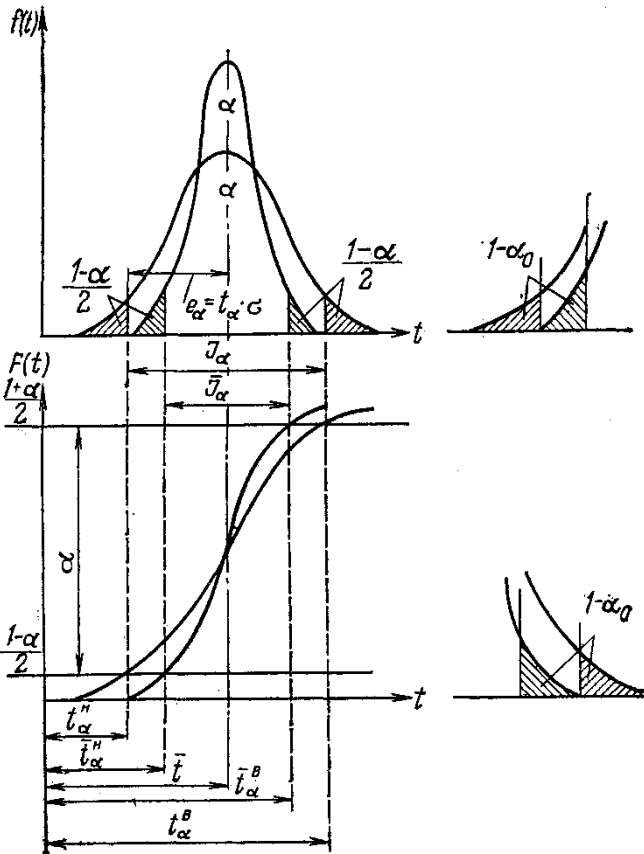


Рис. 3.6. Двосторонні та односторонні довірчі границі розсіювання одиночного та середнього значень показника надійності.

При розрахунку довірчих границь розсіювання показників надійності за ДСТУ 17510-72 рекомендується застосовувати наступні значення довірчих ймовірностей: $\alpha=0,80; 0,90; 0,95; 0,99$.

Інженерні розрахунки розсіювання одиночного показника надійності проводять при плануванні термінів постановки ТЗ або окремих їх агрегатів в ремонт, при визначенні залишкового ресурсу деталей та спряжень за даними мікрометражу, тобто коли визначаються показники надійності окремої машини.

Довірчі границі розсіювання одиночного показника надійності при **РВ** визначають за рівняннями:

$$t_{\alpha}^n = H_{\kappa}^e \left(\frac{1-\alpha}{2} \right) t_0 + t_{3M};$$

$$t_{\alpha}^e = H_{\kappa}^e \left(\frac{1+\alpha}{2} \right) t_0 + t_{3M},$$

де H_{κ}^e – квантиль РВ (додаток 13), для визначення якого використовують значення параметра m та величинами $\frac{1-\alpha}{2}$ та $\frac{1+\alpha}{2}$.

3.5.2. Довірчі границі середнього показника надійності

На практиці частіш доводиться зустрічатись з розрахунком довірчих границь середнього показника надійності \bar{t} .

Розрахункова схема та фізичний зміст довірчих границь при заданій довірчій ймовірності α середнього показника надійності \bar{t} ті ж, що й для одиночного показника.

Різниця у визначенні величини середнього квадратичного відхилення $\sigma_{\bar{t}}$. Зв'язок між $\sigma_{\bar{t}}$ та σ з теорії ймовірності:

$$\sigma_{\bar{t}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n_B}}$$

абсолютна похибка знаходиться з рівняння:

$$e_{\alpha} = t_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n_e}},$$

довірчі границі:

$$\bar{t}_{\alpha}^n = \bar{t} - t_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n_e}},$$

$$\bar{t}_{\alpha}^e = \bar{t} + t_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n_e}},$$

довірчий інтервал:

$$\bar{I}_{\alpha} = \bar{t}_{\alpha}^e - \bar{t}_{\alpha}^n.$$

3.5.3. Односторонні границі

На практиці часто необхідно визначати односторонні границі: верхню або нижню. Наприклад в технічних умовах на нову (або відремонтовану) машину або агрегат вказують, що середній до ремонтний

(міжремонтний) ресурс повинен бути більшим, ніж заданий гарантійний ресурс при односторонній довірчій ймовірності α_0 .

Заданий гарантійний ресурс є нижньою довірчою границею \bar{T}_{op}^n середнього ресурсу \bar{T}_{op} (верхню границю не вказують).

Для рішення даної задачі робиться зауваження, що вся площа за нижньою границею дорівнює α_0 , а до нижньої границі $l - \alpha_0$ (при двосторонніх довірчих границях зліва від нижньої та справа від верхньої границь розміщувались площі, рівні $\frac{1-\alpha}{2}$ - див. рис. 3.6).

Таким самим чином розміщуються площі і при односторонній верхній довірчій границі (правіше верхньої границі відрізана площа дорівнює $l - \alpha_0$).

Тому, для визначення односторонніх довірчих границь користуються наступними рівняннями:

$$\begin{aligned}\bar{t}_\alpha^n &= (\bar{t} - t_{3m}) \cdot \sqrt[.b]{r_3} + t_{3m}; \\ \bar{t}_\alpha^e &= (\bar{t} - t_{3m}) \cdot \sqrt[.b]{r_1} + t_{3m},\end{aligned}$$

де r_1 та r_3 – коефіцієнти РВ, що визначаються з [долатку 8](#) в залежності від заданої величини довірчої ймовірності α та повторюваності інформації n_B . Значення коефіцієнтів належить брати на стовпчик лівіше. Наприклад для заданої ймовірності $\alpha_0=0,90$ значення t_α , r_1 та r_3 необхідно брати з стовпчика для $\alpha_0=0,80$.

Для того, щоб відрізати позначення для визначення односторонніх довірчих границь, коефіцієнти позначають t_α^0 , r_1^0 та r_3^0 .

4.5.4. Довірчі границі середнього квадратичного відхилення

При перенесенні результатів випробовування ТЗ в інші умови експлуатації може змінюватись не тільки середнє значення показника надійності, але й середнє квадратичне відхилення σ .

Двосторонні довірчі границі розсіювання σ при заданій довірчій ймовірності для закону НР визначають за рівняннями:

$$\sigma^n = \sigma \sqrt{\frac{n_g - 1}{\chi_{1-\alpha}^2 / 2}};$$

$$\sigma^{\alpha} = \sigma \sqrt{\frac{n_{\alpha} - 1}{\chi_{1+\alpha}^2 / 2}},$$

де χ^2 – коефіцієнт Пірсона ([додаток 6](#)).

При законі РВ можна визначити довірчі границі розсіювання параметрів m та t_0 .

Література

1. Горяинов А. Н. Надійність транспортних систем у контексті «Sustainable transport system». В Кропивницький: Центральноукраїнський національний технічний університет; 2022 [цит. за 29, Серпень 2023]. С. 98–101. Доступний у: <http://elartu.tntu.edu.ua/handle/lib/37968>
2. 10 Principles for Sustainable Urban Transport [Інтернет]. SUTP. [цит. за 07, Вересень 2023]. Доступний у: <https://sutp.org/publications/10-principles-for-sustainable-urban-transport/>
3. Аулін В. В., Голуб Д. В., Aulin V., Holub D. НОРМАТИВНО-ПРАВОВЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ НАДІЙНОСТІ ФУНКЦІОНУВАННЯ ТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМ В УКРАЇНІ. Regulatory and legal ensuring of the reliability of transport systems in Ukraine [Інтернет]. 2016 [цит. за 25, Серпень 2023]; Доступний у: <http://eztuir.ztu.edu.ua/jspui/handle/123456789/5287>
4. Аулін В. В., Голуб Д. В., Гриньків А. В., Лисенко С. В. Методологічні і теоретичні основи забезпечення та підвищення надійності функціонування автомобільних транспортних систем : монографія [Інтернет]. Кропивницький: Видавництво ТОВ «КОД»; 2017. 370 с. Доступний у: <http://dspace.kntu.kr.ua/jspui/handle/123456789/9411>
5. Офіційний вебпортал парламенту України [Інтернет]. [цит. за 02, Травень 2023]. Про затвердження Правил перевезень вантажів автомобільним транспортом в Україні. Доступний у: <https://zakon.rada.gov.ua/go/z0128-98>
6. Офіційний вебпортал парламенту України [Інтернет]. [цит. за 07, Вересень 2023]. Про затвердження Порядку організації перевезень пасажирів та багажу автомобільним транспортом. Доступний у: <https://zakon.rada.gov.ua/go/z1282-13>
7. Аулін В. В., Гриньків А. В., Лисенко С. В., Головатий А. О., Голуб Д. В., Aulin V, et al. Теоретичні і методологічні основи логістики транспортних і виробничих систем [Інтернет]. СПД ФО Лисенко В. Ф.; 2021 [цит. за 07, Вересень 2023]. Доступний у: <http://dspace.kntu.kr.ua/jspui/handle/123456789/11251>
8. Загорянський В. Г., Мороз М. М., Гайкова Т. В. Якість та контроль транспортного процесу (вантажні та пасажирські автомобільні перевезення): навч. посібник [Інтернет]. Кременчук: Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського; 2023. 138 с. Доступний у: http://document.kdu.edu.ua/el_vid.php?spec=275.03
9. Ткаченко І. О. Ризики у транспортних процесах : навч. посібник [Інтернет]. Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. Харків:

ХНУМГ ім. О. М. Бекетова; 2017 [цит. за 12, Вересень 2023]. 114 с. Доступний у: <https://core.ac.uk/download/pdf/154806543.pdf>

10. Клімов С. В. Теорія експлуатаційної надійності машин в задачах та прикладах [Інтернет]. Рівне: НУВГП; 2008 [цит. за 28, Лютий 2017]. Доступний у: <http://ep3.nuwm.edu.ua/5654/>

11. Сухарев Е. О. Експлуатаційна надійність машин. Теорія, методологія, моделювання. Рівне: НУВГП; 2006. 192 с.

12. Сухарев Е. О. Розрахункові моделі ремонтних ситуацій та їх потоків у машинних парках : Навч. посібник. Рівне: РДТУ; 2002. 90 с.

13. Кустов ВФ. Основи теорії надійності та функційної безпечності систем залізничної автоматики: Навчальний посібник [Інтернет]. Харків: УкрДАЗТ; 2008 [цит. за 11, Вересень 2023]. 218 с. Доступний у: <http://lib.kart.edu.ua/bitstream/123456789/8481/1/Навчальний%20посібник.pdf.pdf>

14. Аулін В. В, Голуб Д. В, Aulin V., Golub D. Методичні аспекти кількісної, якісної та часової оцінки параметрів надійності функціонування транспортних систем. Methodical aspects of quantitative, qualitative and temporal assessment of the reliability parameters of transport systems [Інтернет]. 2018 [цит. за 02, Серпень 2023]; Доступний у: <http://dspace.kntu.kr.ua/jspui/handle/123456789/8333>

15. Офіційний вебпортал парламенту України [Інтернет]. [цит. за 07, Вересень 2023]. Про затвердження Правил перевезень вантажів автомобільним транспортом в Україні. Доступний у: <https://zakon.rada.gov.ua/go/z0128-98>

16. Офіційний вебпортал парламенту України [Інтернет]. [цит. за 07, Вересень 2023]. Про затвердження Порядку і умов організації перевезень пасажирів та багажу автомобільним транспортом. Доступний у: <https://zakon.rada.gov.ua/go/z0257-98>

17. Discrete-Event Modeling [Інтернет]. [цит. за 07, Вересень 2023]. Доступний у: <https://www.anylogic.com/use-of-simulation/discrete-event-simulation/>

18. Сухарев Е. О. Теорія експлуатаційної надійності машин: Лекційний курс. Рівне: УДАВГП; 1997. 162 с.

19. Васильович А. В. Оцінка працездатності автомобільних транспортних систем на основі математичних методів. Науковий Журнал «Технічний Сервіс Агропромислового Лісового Та Транспортного Комплексів». 2020;(22):262–71.

20. Ланцюг Маркова. В: Вікіпедія [Інтернет]. 2022 [цит. за 11, Вересень 2023]. Доступний у:

https://uk.wikipedia.org/w/index.php?title=Ланцюг_Маркова&oldid=36840494

21. Markov chain. В: Wikipedia [Интернет]. 2023 [цит. за 11, Вересень 2023]. Доступний у:

https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Markov_chain&oldid=1173454036

Додаток 1

Критерій $W_{n, \alpha}$ для визначення грубої помилки спостережень

| n | α | | | | |
|----|----------|-------|-------|-------|-------|
| | 0,002 | 0,01 | 0,02 | 0,05 | 0,2 |
| 3 | 1,414 | 1,414 | 1,414 | 1,414 | 1,406 |
| 4 | 1,731 | 1,728 | 1,723 | 1,71 | 1,645 |
| 5 | 1,99 | 1,972 | 1,955 | 1,917 | 1,791 |
| 6 | 2,203 | 2,161 | 2,13 | 2,067 | 1,894 |
| 7 | 2,377 | 2,31 | 2,265 | 2,182 | 1,974 |
| 8 | 2,521 | 2,431 | 2,374 | 2,273 | 2,041 |
| 9 | 2,643 | 2,532 | 2,464 | 2,349 | 2,097 |
| 10 | 2,747 | 2,616 | 2,54 | 2,414 | 2,146 |
| 11 | 2,837 | 2,689 | 2,606 | 2,47 | 2,19 |
| 12 | 2,915 | 2,753 | 2,663 | 2,519 | 2,229 |
| 13 | 2,984 | 2,809 | 2,713 | 2,563 | 2,264 |
| 14 | 3,046 | 2,859 | 2,759 | 2,602 | 2,297 |
| 15 | 3,102 | 2,905 | 2,8 | 2,638 | 2,327 |
| 16 | 3,152 | 2,946 | 2,837 | 2,67 | 2,354 |
| 17 | 3,198 | 2,983 | 2,871 | 2,701 | 2,38 |
| 18 | 3,24 | 3,017 | 2,903 | 2,728 | 2,404 |
| 19 | 3,278 | 3,049 | 2,932 | 2,754 | 2,426 |
| 20 | 3,314 | 3,079 | 2,959 | 2,779 | 2,447 |
| 21 | 3,347 | 3,106 | 2,984 | 2,801 | 2,467 |
| 22 | 3,378 | 3,132 | 3,008 | 2,823 | 2,486 |
| 23 | 3,407 | 3,156 | 3,03 | 2,843 | 2,504 |
| 24 | 3,434 | 3,179 | 3,051 | 2,862 | 2,521 |
| 25 | 3,459 | 3,2 | 3,071 | 2,88 | 2,537 |
| 26 | 3,483 | 3,22 | 3,089 | 2,897 | 2,553 |
| 27 | 3,506 | 3,239 | 3,107 | 2,913 | 2,568 |
| 28 | 3,528 | 3,258 | 3,124 | 2,929 | 2,582 |
| 29 | 3,548 | 3,275 | 3,14 | 2,944 | 2,596 |
| 30 | 3,567 | 3,291 | 3,156 | 2,958 | 2,609 |
| 31 | 3,586 | 3,307 | 3,171 | 2,972 | 2,622 |
| 32 | 3,603 | 3,322 | 3,185 | 2,985 | 2,634 |
| 33 | 3,62 | 3,337 | 3,199 | 2,998 | 2,646 |
| 34 | 3,636 | 3,351 | 3,212 | 3,01 | 2,657 |
| 35 | 3,652 | 3,364 | 3,224 | 3,022 | 2,668 |

Продовження додатку 1

| n | α | | | | |
|----|----------|-------|-------|-------|-------|
| | 0,002 | 0,01 | 0,02 | 0,05 | 0,2 |
| 36 | 3,667 | 3,377 | 3,236 | 3,033 | 2,679 |
| 37 | 3,681 | 3,389 | 3,248 | 3,044 | 2,689 |
| 38 | 3,695 | 3,401 | 3,259 | 3,055 | 2,699 |
| 39 | 3,708 | 3,413 | 3,27 | 3,065 | 2,709 |
| 40 | 3,72 | 3,424 | 3,281 | 3,075 | 2,718 |
| 41 | 3,733 | 3,435 | 3,291 | 3,084 | 2,727 |
| 42 | 3,745 | 3,445 | 3,301 | 3,094 | 2,736 |
| 43 | 3,756 | 3,455 | 3,31 | 3,103 | 2,745 |
| 44 | 3,767 | 3,465 | 3,32 | 3,112 | 2,753 |
| 45 | 3,778 | 3,474 | 3,329 | 3,12 | 2,762 |
| 46 | 3,788 | 3,483 | 3,338 | 3,129 | 2,77 |
| 47 | 3,798 | 3,492 | 3,346 | 3,137 | 2,778 |
| 48 | 3,808 | 3,501 | 3,354 | 3,145 | 2,785 |
| 49 | 3,818 | 3,51 | 3,363 | 3,152 | 2,793 |
| 50 | 3,827 | 3,518 | 3,37 | 3,16 | 2,8 |
| 51 | 3,838 | 3,528 | 3,381 | 3,170 | 2,808 |
| 52 | 3,848 | 3,537 | 3,389 | 3,178 | 2,817 |
| 53 | 3,858 | 3,546 | 3,398 | 3,187 | 2,825 |
| 54 | 3,869 | 3,555 | 3,407 | 3,195 | 2,833 |
| 55 | 3,879 | 3,565 | 3,416 | 3,203 | 2,841 |
| 56 | 3,889 | 3,574 | 3,425 | 3,212 | 2,849 |
| 57 | 3,899 | 3,583 | 3,433 | 3,220 | 2,857 |
| 58 | 3,909 | 3,592 | 3,442 | 3,228 | 2,865 |
| 59 | 3,919 | 3,601 | 3,451 | 3,237 | 2,873 |
| 60 | 3,929 | 3,610 | 3,460 | 3,245 | 2,881 |
| 61 | 3,940 | 3,619 | 3,469 | 3,254 | 2,889 |
| 62 | 3,950 | 3,628 | 3,477 | 3,262 | 2,897 |
| 63 | 3,960 | 3,638 | 3,486 | 3,270 | 2,905 |
| 64 | 3,970 | 3,647 | 3,495 | 3,279 | 2,913 |
| 65 | 3,980 | 3,656 | 3,504 | 3,287 | 2,921 |

Додаток 2

Функція $S_y(Q_i)$ для РВ при $H = 100$ мм

| $Q(t_i)$ | $S_y(Q_i)$ | $Q(t_i)$ | $S_y(Q_i)$ | $Q(t_i)$ | $S_y(Q_i)$ |
|----------|------------|----------|------------|----------|------------|
| 0,001 | -78,2 | 0,040 | -36,2 | 0,20 | - 17,0 |
| 0,002 | -70,4 | 0,050 | -33,6 | 0,30 | - 11,7 |
| 0,003 | -65,7 | 0,055 | -32,5 | 0,40 | -7,7 |
| 0,004 | -62,4 | 0,060 | -31,5 | 0,50 | -4,1 |
| 0,005 | -59,9 | 0,065 | -30,4 | 0,60 | -0,9 |
| 0,006 | -57,9 | 0,070 | -29,7 | 0,632 | 0 |
| 0,007 | -56,1 | 0,075 | -28,9 | 0,70 | 2,1 |
| 0,008 | -54,6 | 0,080 | -28,1 | 0,80 | 5,4 |
| 0,009 | -53,2 | 0,085 | -27,4 | 0,90 | 9,4 |
| 0,010 | -52,1 | 0,090 | -26,7 | 0,95 | 12,4 |
| 0,020 | -44,1 | 0,095 | -26,1 | 0,98 | 15,4 |
| 0,030 | -39,5 | 0,100 | -25,5 | 0,99 | 17,8 |
| | | | | 0,999 | 21,8 |

Додаток 3

Функція $S_y(Q_i)$ для НР при $H=100\text{мм}$

| $Q(t_i)$ | $S_y(Q_i)$ | $Q(t_i)$ | $S_y(Q_i)$ | $Q(t_i)$ | $S_y(Q_i)$ |
|----------|------------|----------|------------|----------|------------|
| 0,50 | 0 | 0,68 | 7,6 | 0,86 | 17,5 |
| 0,51 | 0,4 | 0,69 | 8,0 | 0,87 | 18,2 |
| 0,52 | 0,8 | 0,70 | 8,5 | 0,88 | 19,0 |
| 0,53 | 1,2 | 0,71 | 8,9 | 0,89 | 19,9 |
| 0,54 | 1,6 | 0,72 | 9,4 | 0,90 | 20,7 |
| 0,55 | 2,0 | 0,73 | 9,9 | 0,91 | 21,7 |
| 0,56 | 2,6 | 0,74 | 10,4 | 0,92 | 22,7 |
| 0,57 | 2,9 | 0,75 | 10,9 | 0,93 | 23,9 |
| 0,58 | 3,3 | 0,76 | 11,4 | 0,94 | 25,1 |
| 0,59 | 3,7 | 0,77 | 12,0 | 0,95 | 26,6 |
| 0,60 | 4,1 | 0,78 | 12,5 | 0,96 | 28,3 |
| 0,61 | 4,5 | 0,79 | 13,0 | 0,97 | 30,4 |
| 0,62 | 4,9 | 0,80 | 13,6 | 0,98 | 33,2 |
| 0,63 | 5,4 | 0,81 | 14,2 | 0,99 | 37,6 |
| 0,64 | 5,8 | 0,82 | 14,8 | 0,999 | 50,0 |
| 0,65 | 6,2 | 0,83 | 15,4 | | |
| 0,66 | 6,7 | 0,84 | 16,1 | | |
| 0,67 | 7,1 | 0,85 | 16,8 | | |

Додаток 4

Функція $S_y(Q_i)$ для ЕР при $H=100\text{мм}$

| $Q(t_i)$ | $S_y(Q_i)$ | $Q(t_i)$ | $S_y(Q_i)$ | $Q(t_i)$ | $S_y(Q_i)$ |
|----------|------------|----------|------------|----------|------------|
| 0,01 | 0,15 | 0,35 | 6,2 | 0,70 | 17,5 |
| 0,05 | 0,74 | 0,40 | 7,4 | 0,75 | 20,1 |
| 0,10 | 1,5 | 0,45 | 8,7 | 0,80 | 23,3 |
| 0,15 | 2,4 | 0,50 | 10,1 | 0,85 | 27,5 |
| 0,20 | 3,2 | 0,55 | 11,6 | 0,90 | 33,0 |
| 0,25 | 4,2 | 0,60 | 13,3 | 0,95 | 43,4 |
| 0,30 | 5,2 | 0,65 | 15,2 | 0,99 | 66,8 |
| | | | | 0,999 | 100 |

Додаток 5

Параметр m і коефіцієнти bm , Cm РВ

| m | bm | Cm | V | m | bm | Cm | V |
|------|-------|-------|-------|------|-------|-------|-------|
| 0,20 | 120,0 | 1900 | 15,85 | 2,70 | 0,889 | 0,355 | 0,399 |
| 0,30 | 9,261 | 30,1 | 5,408 | 2,80 | 0,890 | 0,344 | 0,387 |
| 0,40 | 3,323 | 10,45 | 3,141 | 2,90 | 0,891 | 0,333 | 0,37 |
| 0,50 | 2,000 | 4,472 | 2,236 | 3,00 | 0,893 | 0,325 | 0,363 |
| 0,60 | 1,505 | 2,645 | 1,758 | 3,10 | 0,895 | 0,314 | 0,353 |
| 0,70 | 1,266 | 1,851 | 1,462 | 3,20 | 0,896 | 0,307 | 0,343 |
| 0,80 | 1,133 | 1,428 | 1,260 | 3,30 | 0,897 | 0,298 | 0,333 |
| 0,90 | 1,073 | 1,199 | 1,113 | 3,40 | 0,898 | 0,292 | 0,325 |
| 1,00 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 3,50 | 0,898 | 2,290 | 0,316 |
| 1,10 | 0,965 | 0,878 | 0,910 | 3,60 | 0,899 | 0,277 | 0,30 |
| 1,20 | 0,940 | 0,787 | 0,837 | 3,70 | 0,901 | 0,276 | 0,301 |
| 1,30 | 0,923 | 0,716 | 0,776 | 3,80 | 0,904 | 0,265 | 0,294 |
| 1,40 | 0,911 | 0,660 | 0,724 | 3,90 | 0,905 | 0,260 | 0,287 |
| 1,50 | 0,903 | 0,613 | 0,679 | 4,00 | 0,906 | 0,254 | 0,280 |
| 1,60 | 0,897 | 0,574 | 0,640 | 4,10 | 0,908 | 0,249 | 0,274 |
| 1,70 | 0,892 | 0,540 | 0,605 | 4,20 | 0,909 | 0,244 | 0,268 |
| 1,80 | 0,889 | 0,511 | 0,575 | 4,30 | 0,910 | 0,239 | 0,263 |
| 1,90 | 0,888 | 0,486 | 0,547 | 4,40 | 0,911 | 0,234 | 0,257 |
| 2,00 | 0,886 | 0,463 | 0,523 | 4,50 | 0,913 | 0,230 | 0,252 |
| 2,10 | 0,886 | 0,443 | 0,500 | 4,60 | 0,914 | 0,225 | 0,247 |
| 2,20 | 0,886 | 0,425 | 0,480 | 4,70 | 0,915 | 0,221 | 0,242 |
| 2,30 | 0,886 | 0,408 | 0,461 | 4,80 | 0,916 | 0,217 | 0,238 |
| 2,40 | 0,886 | 0,393 | 0,444 | 4,90 | 0,917 | 0,214 | 0,233 |
| 2,50 | 0,887 | 0,380 | 0,428 | 5,00 | 0,918 | 0,210 | 0,229 |
| 2,60 | 0,888 | 0,367 | 0,413 | 5,10 | 0,919 | 0,207 | 0,225 |

Статистика критерію Пірсона χ^2

| r | q | | | | | | | | | | | | | |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0,99 | 0,98 | 0,95 | 0,90 | 0,80 | 0,70 | 0,50 | 0,30 | 0,20 | 0,10 | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0,001 |
| 1 | 0,000 | 0,001 | 0,004 | 0,016 | 0,064 | 0,148 | 0,455 | 10,07 | 1,642 | 2,71 | 3,84 | 5,41 | 6,63 | 10,83 |
| 2 | 0,020 | 0,040 | 0,103 | 0,211 | 0,446 | 0,713 | 1,386 | 2,41 | 3,22 | 4,60 | 5,99 | 7,82 | 9,21 | 13,82 |
| 3 | 0,115 | 0,185 | 0,352 | 0,584 | 1,005 | 1,424 | 2,37 | 3,66 | 4,64 | 6,25 | 7,81 | 9,84 | 11,34 | 16,27 |
| 4 | 0,297 | 0,429 | 0,711 | 1,064 | 1,649 | 2,20 | 3,36 | 4,88 | 5,99 | 7,78 | 9,49 | 11,67 | 13,28 | 18,46 |
| 5 | 0,554 | 0,752 | 1,145 | 1,610 | 2,34 | 3,00 | 4,35 | 6,06 | 7,29 | 9,24 | 11,07 | 13,39 | 15,09 | 20,5 |
| 6 | 0,872 | 1,134 | 1,635 | 2,20 | 3,07 | 3,83 | 5,35 | 7,23 | 8,56 | 10,64 | 12,59 | 15,03 | 16,81 | 22,5 |
| 7 | 1,239 | 1,564 | 2,17 | 2,83 | 3,82 | 4,67 | 6,35 | 8,38 | 9,80 | 12,02 | 14,07 | 16,62 | 18,48 | 24,3 |
| 8 | 1,646 | 2,03 | 2,73 | 3,49 | 4,59 | 5,53 | 7,34 | 9,52 | 11,03 | 13,36 | 15,51 | 18,17 | 20,1 | 26,1 |
| 9 | 2,09 | 2,53 | 3,33 | 4,17 | 5,38 | 6,39 | 8,34 | 10,66 | 12,24 | 14,68 | 16,92 | 19,68 | 21,7 | 27,9 |
| 10 | 2,56 | 3,06 | 3,94 | 4,86 | 6,18 | 7,27 | 9,34 | 11,78 | 13,44 | 15,99 | 18,31 | 21,2 | 23,2 | 29,6 |
| 11 | 3,05 | 3,61 | 4,58 | 5,58 | 6,99 | 8,15 | 10,34 | 12,90 | 14,63 | 17,28 | 19,68 | 22,6 | 24,7 | 31,3 |
| 12 | 3,57 | 4,18 | 5,23 | 6,30 | 7,81 | 9,03 | 11,34 | 14,01 | 15,81 | 18,55 | 21,0 | 24,1 | 26,2 | 32,9 |
| 13 | 4,11 | 4,76 | 5,89 | 7,04 | 8,63 | 9,93 | 12,34 | 15,12 | 16,98 | 19,81 | 22,4 | 25,5 | 27,7 | 34,6 |
| 14 | 4,66 | 5,37 | 6,57 | 7,79 | 9,47 | 10,82 | 13,34 | 16,22 | 18,15 | 21,1 | 23,7 | 26,9 | 29,1 | 36,1 |
| 15 | 5,23 | 5,98 | 7,26 | 8,55 | 10,31 | 11,72 | 14,34 | 17,32 | 19,31 | 22,3 | 25,0 | 28,3 | 30,6 | 37,7 |
| 16 | 5,81 | 6,61 | 7,96 | 9,31 | 11,15 | 12,62 | 15,34 | 18,42 | 20,5 | 23,5 | 26,3 | 29,6 | 32,0 | 39,3 |
| 17 | 6,41 | 7,26 | 8,67 | 10,08 | 12,00 | 13,53 | 16,34 | 19,51 | 21,6 | 24,8 | 27,6 | 31,0 | 33,4 | 40,8 |
| 18 | 7,01 | 7,91 | 9,39 | 10,86 | 12,86 | 14,44 | 17,34 | 20,6 | 22,8 | 26,0 | 28,9 | 32,3 | 34,8 | 42,3 |
| 19 | 7,63 | 8,57 | 10,11 | 11,65 | 13,72 | 15,35 | 18,34 | 21,7 | 23,9 | 27,2 | 30,1 | 33,7 | 36,2 | 43,8 |
| 20 | 8,26 | 9,24 | 10,85 | 12,44 | 14,58 | 16,27 | 19,34 | 22,8 | 25,0 | 28,4 | 31,4 | 35,0 | 37,6 | 45,3 |

| r | q | | | | | | | | | | | | | |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
| | 0,99 | 0,98 | 0,95 | 0,90 | 0,80 | 0,70 | 0,50 | 0,30 | 0,20 | 0,10 | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0,001 |
| 21 | 8,90 | 9,92 | 11,59 | 13,24 | 15,44 | 17,18 | 20,3 | 23,9 | 26,2 | 29,6 | 32,7 | 36,3 | 38,9 | 46,8 |
| 22 | 9,54 | 10,60 | 12,34 | 14,04 | 16,31 | 18,10 | 21,3 | 24,9 | 27,3 | 30,8 | 33,9 | 37,7 | 40,3 | 48,3 |
| 23 | 10,20 | 11,29 | 13,09 | 14,85 | 17,19 | 19,02 | 22,3 | 26,0 | 28,4 | 32,0 | 35,2 | 39,0 | 41,6 | 49,7 |
| 24 | 10,86 | 11,99 | 13,85 | 15,66 | 18,06 | 19,94 | 23,3 | 27,1 | 29,6 | 33,2 | 36,4 | 40,3 | 43,0 | 51,2 |
| 25 | 11,52 | 12,70 | 14,61 | 16,47 | 18,94 | 20,9 | 24,3 | 28,2 | 30,7 | 34,4 | 37,7 | 41,7 | 44,3 | 52,6 |
| 26 | 12,20 | 13,41 | 15,38 | 17,29 | 19,82 | 21,8 | 25,3 | 29,2 | 31,8 | 35,6 | 38,9 | 42,9 | 45,6 | 54,1 |
| 27 | 12,88 | 14,2 | 16,15 | 18,11 | 20,7 | 22,7 | 26,3 | 30,3 | 32,9 | 36,7 | 40,1 | 44,1 | 47,0 | 55,5 |
| 28 | 13,56 | 14,85 | 16,93 | 18,94 | 21,6 | 23,6 | 27,3 | 31,4 | 34,0 | 37,9 | 41,3 | 45,4 | 48,3 | 56,9 |
| 29 | 14,26 | 15,57 | 17,71 | 19,77 | 22,5 | 24,6 | 28,3 | 32,5 | 35,1 | 39,1 | 42,6 | 46,6 | 49,6 | 58,3 |
| 30 | 14,95 | 16,31 | 18,49 | 20,6 | 23,4 | 25,5 | 29,3 | 33,5 | 36,2 | 40,3 | 43,8 | 48,0 | 50,9 | 59,7 |

Додаток 7

Ймовірність згоди $p(\lambda_k)$ критерію Колмогорова

| λ_k | $p(\lambda_k)$ | λ_k | $p(\lambda_k)$ | λ_k | $p(\lambda_k)$ |
|-------------|----------------|-------------|----------------|-------------|----------------|
| 0,30 | 1,000 | 0,65 | 0,792 | 1,20 | 0,112 |
| 0,35 | 0,999 | 0,70 | 0,711 | 1,30 | 0,068 |
| 0,40 | 0,997 | 0,75 | 0,627 | 1,40 | 0,040 |
| 0,45 | 0,987 | 0,80 | 0,544 | 1,50 | 0,022 |
| 0,50 | 0,964 | 0,85 | 0,465 | 1,60 | 0,012 |
| 0,55 | 0,923 | 0,90 | 0,393 | 1,70 | 0,006 |
| 0,58 | 0,890 | 0,95 | 0,328 | 1,80 | 0,003 |
| 0,60 | 0,864 | 1,00 | 0,270 | 1,90 | 0,002 |
| 0,64 | 0,807 | 1,10 | 0,178 | 2,00 | 0,001 |

Коефіцієнти ta , r_1 , r_2 для двосторонніх довірчих границь

| N | $\alpha = 0,60$ | | | $\alpha = 0,80$ | | | $\alpha = 0,90$ | | | $\alpha = 0,95$ | | |
|-----|-----------------|-------|-------|-----------------|-------|-------|-----------------|-------|-------|-----------------|-------|-------|
| | ta | r_1 | r_2 | ta | r_1 | r_2 | ta | r_1 | r_2 | ta | r_1 | r_2 |
| 3 | 1,06 | 1,95 | 0,70 | 1,89 | 2,73 | 0,57 | 2,92 | 3,66 | 0,48 | 4,30 | 4,85 | 0,42 |
| 4 | 0,98 | 1,74 | 0,73 | 1,64 | 2,29 | 0,60 | 2,35 | 2,93 | 0,52 | 3,18 | 3,67 | 0,46 |
| 5 | 0,94 | 1,62 | 0,75 | 1,53 | 2,05 | 0,62 | 2,13 | 2,54 | 0,55 | 2,78 | 3,07 | 0,49 |
| 6 | 0,92 | 1,54 | 0,76 | 1,48 | 1,90 | 0,65 | 2,02 | 2,29 | 0,57 | 2,57 | 2,72 | 0,51 |
| 7 | 0,91 | 1,48 | 0,77 | 1,44 | 1,80 | 0,67 | 1,94 | 2,13 | 0,59 | 2,45 | 2,48 | 0,54 |
| 8 | 0,90 | 1,43 | 0,78 | 1,42 | 1,72 | 0,68 | 1,90 | 2,01 | 0,61 | 2,37 | 2,32 | 0,56 |
| 9 | 0,89 | 1,40 | 0,79 | 1,40 | 1,66 | 0,69 | 1,86 | 1,91 | 0,63 | 2,31 | 2,18 | 0,57 |
| 10 | 0,88 | 1,37 | 0,80 | 1,38 | 1,61 | 0,70 | 1,83 | 1,83 | 0,64 | 2,26 | 2,09 | 0,59 |
| 11 | 0,88 | 1,35 | 0,80 | 1,37 | 1,57 | 0,70 | 1,81 | 1,78 | 0,64 | 2,23 | 2,00 | 0,60 |
| 12 | 0,88 | 1,33 | 0,81 | 1,36 | 1,53 | 0,71 | 1,80 | 1,73 | 0,65 | 2,20 | 1,94 | 0,61 |
| 13 | 0,87 | 1,31 | 0,81 | 1,36 | 1,50 | 0,73 | 1,78 | 1,69 | 0,66 | 2,18 | 1,88 | 0,62 |
| 14 | 0,87 | 1,29 | 0,83 | 1,35 | 1,48 | 0,74 | 1,77 | 1,65 | 0,67 | 2,16 | 1,83 | 0,63 |
| 15 | 0,87 | 1,28 | 0,83 | 1,35 | 1,46 | 0,74 | 1,76 | 1,62 | 0,68 | 2,15 | 1,79 | 0,64 |
| 20 | 0,86 | 1,24 | 0,85 | 1,33 | 1,37 | 0,77 | 1,73 | 1,51 | 0,72 | 2,09 | 1,64 | 0,67 |
| 25 | 0,86 | 1,21 | 0,86 | 1,32 | 1,33 | 0,79 | 1,71 | 1,44 | 0,74 | 2,06 | 1,55 | 0,70 |
| 30 | 0,85 | 1,18 | 0,87 | 1,31 | 1,29 | 0,80 | 1,70 | 1,39 | 0,76 | 2,04 | 1,48 | 0,72 |
| 40 | 0,85 | 1,16 | 0,88 | 1,30 | 1,24 | 0,83 | 1,68 | 1,32 | 0,78 | 2,02 | 1,40 | 0,75 |
| 50 | 0,85 | 1,14 | 0,89 | 1,30 | 1,21 | 0,84 | 1,68 | 1,28 | 0,80 | 2,01 | 1,35 | 0,77 |
| 60 | 0,85 | 1,12 | 0,90 | 1,30 | 1,19 | 0,86 | 1,67 | 1,25 | 0,82 | 2,00 | 1,31 | 0,79 |
| 80 | 0,85 | 1,10 | 0,91 | 1,29 | 1,16 | 0,87 | 1,66 | 1,21 | 0,84 | 1,99 | 1,27 | 0,81 |
| 100 | 0,85 | 1,09 | 0,92 | 1,29 | 1,14 | 0,88 | 1,66 | 1,19 | 0,86 | 1,98 | 1,23 | 0,83 |

 N – кількість ТЗ або їх елементів, при розрахунку РГР $N = n_6$.